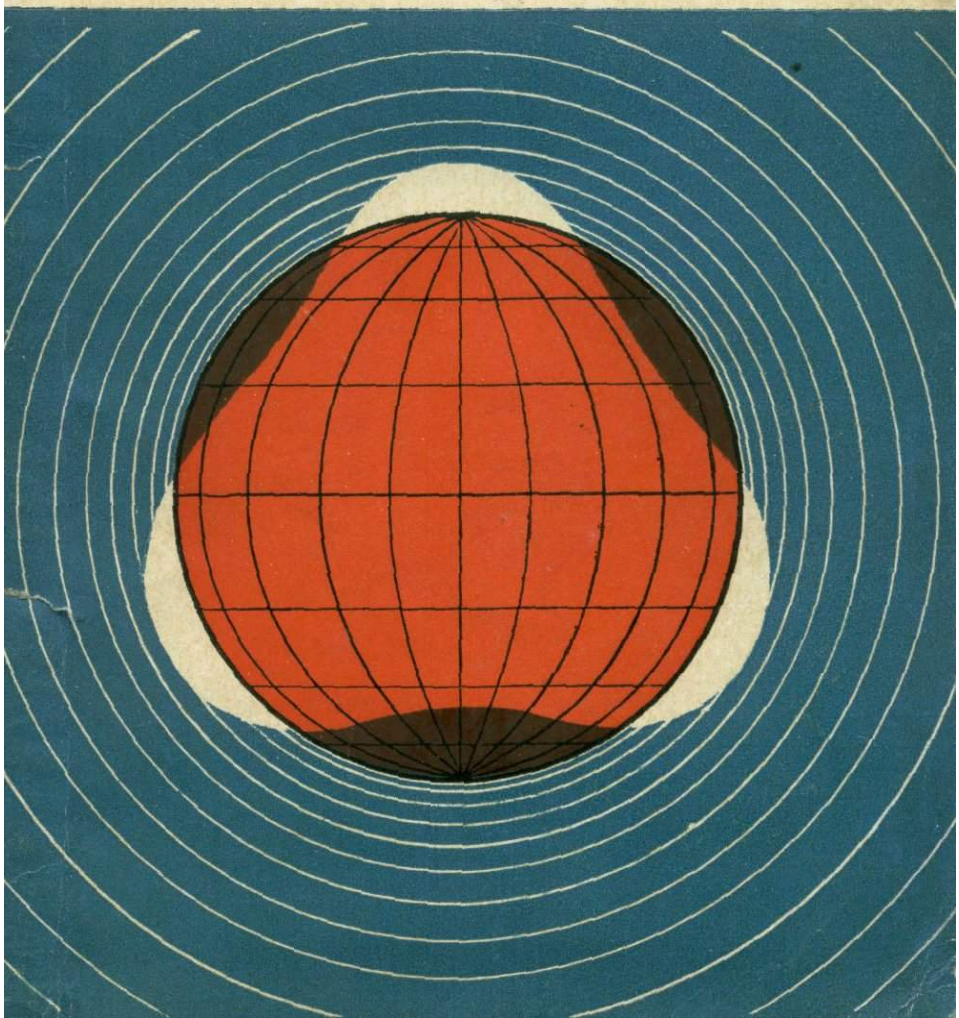


Дж. Д. Гарленд

**ФОРМА ЗЕМЛИ
И
СИЛА ТЯЖЕСТИ**





ИЗДАТЕЛЬСТВО

« М И Р »



Измерения с гравиметром Уордена в Гималаях.

THE EARTH'S SHAPE AND GRAVITY

by
G. D. Garland

PERGAMON PRESS
OXFORD — LONDON — EDINBURGH — NEW YORK —
PARIS — FRANKFURT

1965

Книга посвящена принципам определения фигуры и внутреннего строения Земли по измерениям силы тяжести. Излагаются методы изучения распределения аномальных масс в недрах Земли с геолого-разведочными целями, методы и результаты изучения строения земной коры и верхней мантии. Кратко описывается теория приливных изменений силы тяжести и способы определения упругих свойств Земли в целом, теория определения параметров, характеризующих внешнее гравитационное поле Земли, по наблюдениям искусственных спутников Земли.

Книга написана просто и ясно, но без каких-либо упрощений в ущерб содержанию. Она рассчитана на студентов геофизических специальностей университетов, вузов и втузов, работников смежных с гравиметрией специальностей, инженеров-геофизиков и геологов.

*Редакция космических исследований,
астрономии и геофизики*

Изучение изменений силы тяжести на земной поверхности началось более двухсот лет назад. Ныне по всей Земле ежегодно производятся миллионы новых определений силы тяжести. Важно подчеркнуть, что практическое значение имеют определения изменений силы тяжести, производимые с точностью до тысячной и даже стотысячной доли $см/сек^2$. И эта точность должна обеспечиваться в полевых условиях, в том числе в Арктике, Антарктике, в пустынях, горах, тайге, на морях и океанах.

Бурное развитие гравиметрических методов исследования Земли объясняется их успешным использованием для решения ряда важнейших практических и научных задач, причем круг этих задач все время расширяется. В частности, точный расчет траекторий полета искусственных спутников Земли невозможен без привлечения результатов гравиметрических исследований Земли.

Автор предлагаемой вниманию читателей книги Дж. Гарленд—профессор геофизики Университета Торонто (Канада), ныне Генеральный секретарь Международной ассоциации геодезии и геофизики. В небольшой по объему книге он изложил основные направления использования гравиметрических измерений для изучения фигуры Земли, аномального строения ее недр с геолого-разведочными целями, упругих свойств Земли в целом, изостатического состояния земной коры и роли силы тяжести в процессе изостатического выравнивания. Рассмотрена также интерпретация гравиметрических аномалий с точки зрения температурной неоднородности и различия упругих свойств недр Земли. Описываются элементы теории определения параметров, характеризующих внешнее гравитационное поле Земли, по наблюдениям искусственных спутников. Книга охватывает более широкий круг вопросов, чем это следует из ее названия.

Существо рассматриваемых вопросов автором излагается кратко, четко, без излишних подробностей. Некоторые специальные вопросы вынесены в приложения. Можно лишь заметить, что по ряду вопросов автор недостаточно использовал работы советских исследователей.

В процессе работы над книгой редактор и переводчик устранили ряд опечаток в формулах.

Книга Гарленда может служить хорошим дополнением к имеющимся учебникам для студентов геофизических специальностей университетов и вузов. Книга интересна и для широкого круга научных сотрудников смежных специальностей и инженеров-геофизиков.

М. У. Сагитов

ПРЕДИСЛОВИЕ

Измерения ускорения силы тяжести лежат в основе одного из геофизических методов исследования недр Земли, а для геодезистов они являются средством определения формы нашей планеты. Некоторые последние достижения науки и техники привели к росту активности в этой области. Главные из них следующие: совершенствование приборов для измерений силы тяжести, использование для изучения гравитационного поля Земли искусственных спутников и появление электронных вычислительных машин, помогающих интерпретировать результаты измерений. Возникла необходимость в руководстве, которое могло бы служить по крайней мере введением в современные работы.

Настоящая книга является одной из серии книг, посвященных наукам о Земле. Она предназначена для читателя, имеющего некоторую математическую и физическую подготовку, хотя для чтения многих глав это и не обязательно. Учитывая быстрое развитие методов исследований, автор счел более целесообразным основное внимание при изложении уделять физическим принципам, а не конкретным деталям отдельных методов. В то же время дается несколько примеров геологических задач, решить которые помогли измерения силы тяжести.

Часть материала вынесена в приложения. Сюда входят общие основы теории потенциала, важные для полного понимания предмета. Дано введение в анализ орбит искусственных спутников, однако лишь в общем виде, так как в противном случае потребовалась бы значительно более солидная математическая база, чем для остальных частей книги.

Дж. Д. Гарленд

СИЛА ТЯЖЕСТИ, ГЕОФИЗИКА, ГЕОДЕЗИЯ И ГЕОЛОГИЯ

Все хорошо знают, что тело, лишенное опоры, будет падать на землю с возрастающей скоростью. Быстрота увеличения скорости падающего предмета называется *ускорением силы тяжести*. Как доказал Галилей, в данной точке Земли ускорение силы тяжести одинаково для всех тел. Мы имеем здесь наиболее очевидный пример поистине универсального явления — явления взаимного притяжения всех масс. Ньютон осмыслил и обобщил открытые Кеплером законы движения планет и сформулировал закон всемирного тяготения, согласно которому законы Кеплера свидетельствуют о действии силы между каждой планетой и Солнцем. Он показал, что эта сила пропорциональна произведению взаимодействующих масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Сила, притягивающая тело к Земле, определяется произведением масс Земли и этого тела и расстоянием между телом и центром Земли. Если бы Земля была однородной невращающейся сферой, то при заданном расстоянии тела от центра Земли на него везде действовала бы одна и та же сила и ускорение силы тяжести имело бы одну постоянную величину. Но наша Земля не однородна, не сферична, да еще вращается, и из-за всего этого в разных местах ее поверхности ускорения силы тяжести различны.

Измерения и анализ вариаций силы тяжести (т. е. ускорения силы тяжести) составляют крупную отрасль *геофизики* — науки, изучающей Землю физическими методами. Вариации силы тяжести, связанные с отклонением формы Земли от сферической, относятся к области интересов *геодезии* — науки о форме Земли. Вариации,

отражающие неравномерное распределение плотности Земли, можно использовать для выявления различных структур, залегающих под земной поверхностью; эти вариации больше всего интересуют геологов. Цель настоящей книги — дать читателю общие сведения, которые позволят ему разобраться в этих приложениях измерений силы тяжести.

Геофизика, геодезия и геология располагают и другими методами изучения формы и внутреннего строения Земли. Где это возможно, мы их упоминаем и рассматриваем их связь с изучением силы тяжести. Можно указать, например, на исследования земной коры, где очень выгодно сопоставлять результаты сейсмических исследований с измерениями силы тяжести. Ограниченный объем книги помешал подробно рассмотреть другие методы (это особенно касается геодезии), но не следует думать, что эти методы хуже.

Основные понятия

Взаимное притяжение двух частиц с массами m_1 и m_2 , разделенных расстоянием r , определяется законом Ньютона

$$F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

или

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

где G — постоянная величина, F — сила, действующая на каждую массу и направленная по линии, соединяющей эти массы. При жизни Ньютона численное значение константы G найдено не было*; впервые его определил в лаборатории Кавендиш в 1798 г. Во второй половине

* Ньютон выводил значение этой постоянной в системе единиц, где масса измеряется в массах Солнца, расстояние — в единицах большой полуоси земной орбиты, а время — в сутках. Она называется *гауссовой постоянной* и равна $k = 0,01720209895$, хотя за 120 лет до Гаусса была вычислена самим Ньютоном. — *Прим. ред.*

XVIII века предпринимались попытки измерить величину G , определяя притяжение больших масс, таких, как горы. Ни одна из них не дала удовлетворительных в количественном отношении результатов, хотя работа Маскелайна [81] была одной из лучших. В хорошо известном приборе Кавендиша использован тот факт (см. приложение 1), что шары притягиваются друг к другу точно так же, как точечные массы, помещенные в их центрах. В весах Кавендиша измеряется сила притяжения между известными массами путем определения крутящего момента, действующего на массы, укрепленные на горизонтально подвешенном стержне. Эксперимент Кавендиша многократно повторяли с усовершенствованной аппаратурой. Мы будем использовать при расчетах значение G , полученное Хейлом [52]*:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2. \quad (1.2)$$

Чтобы установить связь между гравитационной постоянной G и ускорением силы тяжести g , рассмотрим тело с массой m , лежащее на поверхности Земли, масса которой M . Если пренебречь влиянием вращения, несферичности и неоднородности Земли, то сила, действующая на массу m , будет равна

$$F = G \frac{Mm}{R^2}, \quad (1.3)$$

где R — радиус Земли.

Если предоставить массе возможность свободно падать в вакууме, то она будет падать в направлении к центру Земли с ускорением g , равным

$$g = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2}. \quad (1.4)$$

Таким образом, чтобы определить массу или (что то же самое) среднюю плотность Земли, достаточно найти g и G . В XVIII веке попытки измерить G часто рассмат-

* В более поздней работе Хейл совместно с Хшановским (J. Res. Nat. Bur. Stand. USA, 29, 1—31, 1942) вывел более точное значение $G = 6,673 \pm 0,003 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{сек}^2$. — Прим. ред.

ривались именно как эксперименты по определению средней плотности Земли. Опыты Кавендиша показали, что последняя примерно равна $5,4 \text{ г/см}^3$. Это было одним из первых доказательств того, что вещество внутри Земли значительно плотнее, чем у поверхности. Величина G , вычисленная Хейлом, соответствует средней плотности $5,52 \text{ г/см}^3$.

Ускорение силы тяжести на поверхности Земли изменяется в пределах от 978 до 983 см/сек^2 . Для исследования формы или внутреннего строения Земли нужно уметь улавливать изменения g на $0,001 \text{ см/сек}^2$ и менее. Ускорение в 1 см/сек^2 будем называть галом (*гал*) в честь Галилея. В практических работах используется единица $1 \cdot 10^{-3} \text{ см/сек}^2$, называемая миллигалом (*мгл*).

Измерения и редукции силы тяжести

В следующей главе будет показано, что измерить абсолютное значение силы тяжести с точностью до 1 мгл очень сложно. К счастью, для решения и геодезических и геофизических задач обычно требуется знать лишь *изменение* g от одной точки земной поверхности к другой, а его измерить легче. В геофизике абсолютное значение g непосредственно используется в уравнении (1.4), т. е. при определении массы Земли. Но и в других разделах физики, особенно при установлении стандартов давления, температуры, электрического тока и т. д., очень важно знать абсолютную величину g , и в этих случаях за помощью часто обращаются к геофизикам, чтобы узнать, какое именно значение g использовать в данной лаборатории.

Выше говорилось, что на земной поверхности величина g меняется по ряду причин. Может показаться, что разделить воздействия этих причин невозможно. Однако далее мы увидим, что можно рассмотреть последовательно вариации, связанные с формой невозмущенной поверхности океана; вариации, обусловленные высотой места, и вариации, вызванные неоднородными по плотности массами пород в недрах Земли. Чтобы изучить влияние глубинных масс, в измеренные значения g вводят ряд поправок (редукций), исключая влияние первых двух

факторов. Полученные при этом остаточные величины силы тяжести называют *аномалиями силы тяжести*, так как они свидетельствуют о существовании каких-то аномальных условий внутри Земли.

Потенциал и эквипотенциальные поверхности

В присутствии притягивающего тела и именно благодаря его притяжению масса обладает энергией. Эту энергию, называемую *потенциальной энергией*, можно определить, если рассмотреть массу, которая переносится в данную точку с бесконечно большого расстояния, и вычислить работу, затрачиваемую на этот перенос. Такой расчет проделан в приложении 1, где показано, что силу притяжения можно получить дифференцированием потенциальной энергии. В противоположность силе — вектору, потенциальная энергия — скалярная величина, поэтому для описания поля силы тяжести ее часто применять удобнее, чем силу. Мы будем, в частности, пользоваться потенциальной энергией единичной массы (как правило, изменяя ее знак), обычно называемой просто *потенциалом* поля.

Гравитационное поле можно представить серией поверхностей, каждая из которых характеризуется постоянным потенциалом. Это так называемые *эквипотенциальные*, или *уровенные, поверхности*. Вектор силы тяжести везде направлен перпендикулярно этим поверхностям, так что составляющие силы вдоль этих поверхностей равны нулю. Поэтому поверхность жидкости в гравитационном поле совпадает с одной из эквипотенциальных поверхностей. Отсюда ясно, что потенциал силы тяжести — очень важное понятие для изучения формы поверхности мирового океана.

Математические функции, описывающие потенциал, обладают рядом замечательных свойств. Наиболее важные из них выводятся в приложении 1. Некоторое представление об этих свойствах следует иметь, чтобы хорошо понять те главы, в которых рассматриваются методы анализа гравитационного поля; в гораздо меньшей степени это понадобится при чтении глав о результатах гравитационных съемок.

ИЗМЕРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Измерение ускорения силы тяжести — яркий пример трудностей, с которыми можно встретиться при попытке измерить сравнительно простую физическую величину. Ускорение определяется только основными физическими параметрами — длиной и временем. Но, как показано выше, измерения должны быть чрезвычайно точными, чтобы выявить малейшие изменения величины g . Точное измерение g в абсолютных единицах в какой-то точке на земной поверхности безотносительно к любой другой точке — это операция, требующая поистине величайшей тщательности. С другой стороны, сейчас мы умеем сравнительно легко измерять *разность* значений g между двумя пунктами. Следовательно, теоретически достаточно выполнить абсолютное измерение лишь в одной точке, так как от него можно перейти к величинам силы тяжести во всех остальных местах. Все же желательно иметь несколько абсолютных определений, выполненных с различной аппаратурой, чтобы можно было сравнить полученные результаты и оценить достигнутую точность.

В этой главе сначала будут описаны методы, которые использовались для абсолютных определений, а затем мы расскажем об инструментах для измерения разностей силы тяжести.

Абсолютные измерения

Определение ускорения силы тяжести посредством измерения длины и времени должно основываться на уравнении, связывающем g с поддающимися измерению временами и расстояниями. Самый прямой путь — это измерить время, за которое свободно падающее тело

пролетает известное расстояние. Но эталоны времени, пригодные для точного измерения коротких интервалов времени, появились лишь недавно. Почти во всех первых определениях силы тяжести пользовались каким-либо типом маятника, так как математическое выражение для периода его колебаний включает g , а период этот можно точно узнать, определив суммарную длительность большого числа колебаний. Рассмотрим сначала принципиальную основу опытов с маятником и с падающим телом, а затем уже перейдем к детальному сопоставлению современных определений силы тяжести.

Маятниковые измерения

Период колебаний математического маятника с бесконечно малой амплитудой этих колебаний равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (2.1)^*$$

где l — длина невесомой, негнущейся и нерастягивающейся нити, на которой удерживается точечная масса. Если бы удалось изготовить математический маятник, то, измерив T и l , можно было бы определить g . Но любое реальное тело, которое можно заставить качаться вокруг точки опоры, представляет собой физический маятник (рис. 2.1), период колебаний которого

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_c}{mgh}}. \quad (2.2)$$

Здесь I_c — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку опоры, m — масса маятника и h — расстояние от точки опоры до центра тяжести. Поскольку ни I_c , ни h точно измерить нельзя, в таком виде выражение (2.2) для вычисления g непригодно. Каждому физическому маятнику, точка опоры которого задана, соответствует «эквивалентный математический маятник»

* В гравиметрии периодом колебаний маятника обычно считают время движения его из одного крайнего положения в другое, т. е. $\pi\sqrt{l/g}$. Поэтому маятник, имеющий $T = 1$ сек, называется полусекундным. — Прим. перев.

с таким же периодом колебаний T . Длина l эквивалентного математического маятника равна

$$l = \frac{I_c}{mh}. \quad (2.3)$$

Ее можно выразить и через момент инерции I_0 относительно оси, проходящей через центр тяжести:

$$l = \frac{I_0}{mh} + h, \quad (2.4)$$

или

$$l - h = h' = \frac{I_0}{mh}. \quad (2.5)$$

Точка C' на рис. 2.1, находящаяся на расстоянии l от точки опоры C , называется *центром качаний*. Рассматривая уравнения (2.4) и (2.5), нетрудно установить, что если бы маятник качался относительно оси, проходящей через точку C' , он имел бы тот же самый период T . Другими словами, если по разные стороны от центра тяжести подобрать две такие точки C и C' , что периоды колебаний маятника вокруг них равны, то расстояние CC' будет представлять собой длину эквивалентного математического маятника (так называемую «приведенную длину физического маятника». — *Перев.*), и g тогда можно будет вычислить по формуле (2.1).

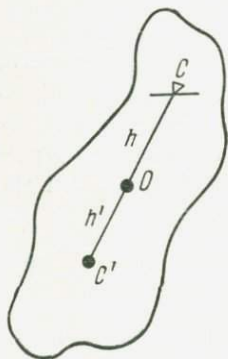


Рис. 2.1. Физический маятник.

Этот принцип первым использовал Кэтер [66] для определения абсолютного значения g на пункте, находившемся в Лондоне. Он изготовил маятник, представлявший собой металлический стержень, у каждого конца которого были укреплены призматические опоры; стержень мог качаться на каждой из этих опор. Периоды качаний на обеих опорах Кэтер уравнивал между собой, регулируя

положение на стержне подвижного груза. Измерив расстояние между призматическими опорами и период качаний с закрепленным в нужном положении грузом, Кэтер вычислил величину g . Когда определили координаты точки, в которой он выполнил свои измерения, оказалось, что полученное Кэтером значение завышено примерно на 35 мгл. Если учесть несовершенство его прибора и недостатки эталонов времени, этот результат поразительно хорош.

Метод Кэтера лег в основу измерений, выполненных в самом начале XX века в Потсдаме и позднее в Теддингтоне и Вашингтоне. Измерения в Потсдаме провели с пятью маятниками разного веса Кюнел и Фуртвенглер [71]. После серии очень тщательных экспериментов, поставленных так, чтобы исключить ряд источников ошибок, они приняли для своего пункта

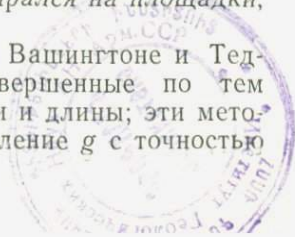
$$g = 981,274 \text{ гл.}$$

Это значение остается исходным для мировой гравиметрической сети, хотя теперь известно, что его ошибка составляет несколько миллигалов.

Измерения в Вашингтоне велись с серией маятников, сделанных в виде трубок из плавленого кварца. Близ каждого конца маятники имели опорные площадки, которые во время качания маятников опирались на неподвижные призматические опоры. Чтобы добиться совпадения периодов в двух положениях, у каждого маятника подтачивали и шлифовали один конец. Эксперимент был очень трудоемким, так как каждый раз после шлифовки приходилось выполнять серии качаний в каждом положении маятника.

Измерения в Теддингтоне [19] были выполнены с одним металлическим маятником, представлявшим собой двутавровый стержень с грузами у каждого конца. Призматическая опора из твердой стали крепилась к штативу, а маятник при качании опирался на площадки, укрепленные на его стержне.

При измерениях силы тяжести в Вашингтоне и Теддингтоне применялись наиболее совершенные по тем временам методы измерения времени и длины; эти методы должны были обеспечить определение g с точностью



до 1 мгл. Однако измерение разностей силы тяжести между Потсдамом, Вашингтоном и Теддингтоном показало, что последние два определения расходятся между собой на 5 мгл; от потсдамского результата они оба отличались еще больше. Это объясняется тем, что маятниковые наблюдения подвержены ряду систематических ошибок. Известно, что маятник, качаясь из стороны в сторону, имеет тенденцию увлекать за собой штатив. Таким образом, опора не стоит неподвижно, и фактически ось вращения маятника находится несколько выше опоры, так что его эффективная длина оказывается больше измеренной. Кюннен и Фуртвенглер [71] полагали, что размах колебаний опоры должен быть пропорционален весу маятника, и свои измерения выполнили с маятниками разного веса, проэкстраполировав затем результаты измерений к нулевому весу. Последующие исследователи подвергали сомнению правомерность такой экстраполяции.

Из-за того что маятник, качаясь, прогибается и растягивается, также возникают ошибки. Расстояние между призматическими опорами или опорными площадками, конечно, корректируют, чтобы учесть растяжение маятника, когда последний подвешен в рабочем положении, но беда в том, что период его колебаний получается все равно не совсем таким, как у абсолютно жесткого маятника. Джеффрис [60] показал, что под влиянием прогибания маятника период увеличивается, и поэтому измерения дают заниженное значение g , если не ввести поправку за этот эффект. Эту поправку можно найти, вычислив добавочный момент, необходимый, чтобы воспрепятствовать изгибанию, и определив величину, на которую под действием этого момента должен уменьшиться период. Поправки такого рода в теддингтонские и вашингтонские наблюдения составляют 1—2 мгл.

Баллистические методы

Эксперименты с падающими телами, носившие качественный характер, проводил еще Галилей, но лишь в последние годы стало возможным использовать этот метод для определения величины g . В начале свободно-

го падения тело за первую секунду пролетает примерно 5 м, а так как пятиметровое падение — практически самое большое расстояние, какое только можно допустить при измерениях, отрезок времени порядка 1 сек должен быть измерен с точностью до миллионной доли секунды. Возможно, что в момент освобождения тело получит небольшое начальное ускорение; поэтому расстояние S и время t нельзя отсчитывать от этого момента: они должны измеряться между точками, находящимися на пути падения.

Если бы можно было измерять расстояние и время от действительного начала пути, g вычислялось бы по формуле

$$g = \frac{2S}{t^2}. \quad (2.6)$$

Но при измерениях от произвольного начала необходимо определить два значения расстояния S_1 и S_2 и соответствующие им отрезки времени t_1 и t_2 . В этом случае g равно

$$g = \frac{2(S_2 t_1 - S_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)}. \quad (2.7)$$

Казалось бы, для таких измерений необходимо три оптических системы расположить одну над другой на известных расстояниях, чтобы засечь положение тела в начальный момент и в два последующих момента. Однако Воле [120], который произвел первое современное определение g этим методом*, отметил, что если в качестве падающего тела используется градуированная линейка, то достаточно одной оптической системы. Прибор Воле был доведен до высокой степени совершенства в Национальном исследовательском совете Канады в Оттаве [99]. На рис. 2.2 схематически показано примененное там устройство. Падающая линейка длиной около 2 м была изготовлена из нержавеющей стали и имела три коротких стеклянных шкалы со штрихами, нанесенными через

* Абсолютное определение силы тяжести методом свободного падения в 1956 г. было осуществлено в Ленинграде во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии. Точность этих определений оказалась несколько мгл. — *Прим. ред.*

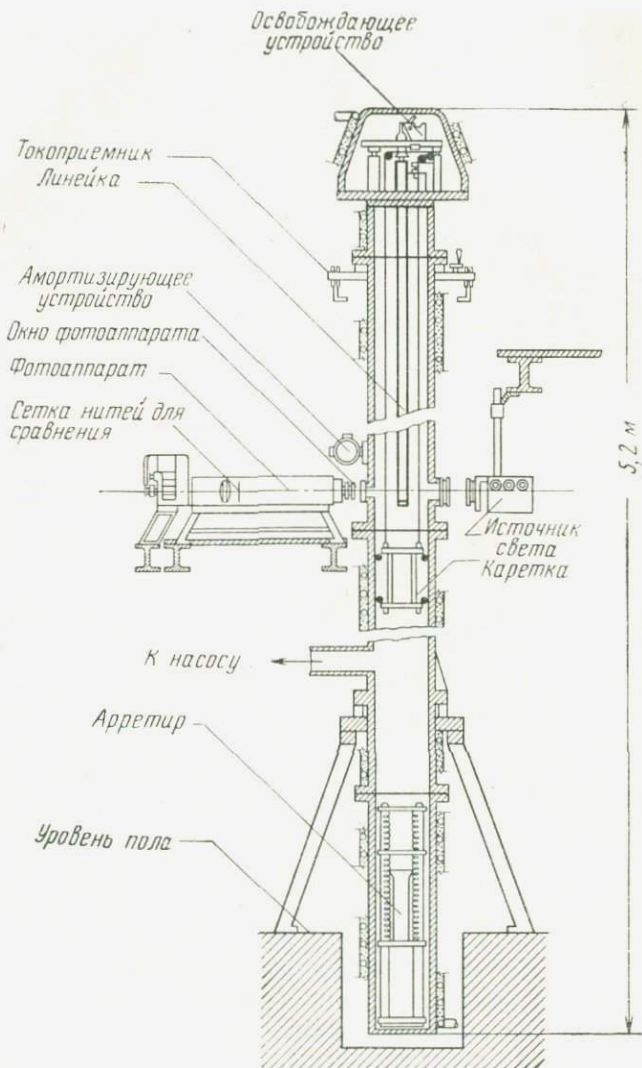


Рис. 2.2. Устройство для абсолютного определения силы тяжести, примененное в Национальном исследовательском совете Канады в Оттаве.

0,1 мм. Шкалы были расположены так, что при падении линейки они пересекали оптическую ось фотоаппарата с интервалами 0,1 сек. В эти моменты линейку фотографировали в лучах искрового источника света, который давал вспышки 10 раз в секунду. Силу тяжести хотели определить с точностью 1 мгг; поэтому ошибка в измерении расстояний не должна была превышать $0,25 \cdot 10^{-3}$ мм, а ошибка измерения отрезков времени — $2 \cdot 10^{-8}$ сек. Расстояния между нулями стеклянных шкал определяли, сравнивая их непосредственно с эталонным метром, а точное положение линейки в момент съемки устанавливали, измеряя фотографии, на каждой из которых были видны участок шкалы и исходная метка. Эталоном времени служил кварцевый генератор частоты 100 кгц; из этой частоты с помощью делителя получали частоту 10 гц, по которой вспыхивал источник света. Были приняты все меры, чтобы следующие одна за другой вспышки имели одинаковые характеристики; кварцевый генератор частоты сравнивался с государственными стандартами времени, чтобы интервал между вспышками можно было перевести в абсолютные единицы.

Поскольку длину линейки измеряли вне камеры прибора, в нее пришлось ввести поправки, учитывающие расширение линейки при низком давлении, существующем в камере, и изменения температуры. Труднее всего было оценить влияние оставшегося в камере воздуха. Опыт повторяли при разных давлениях; минимальное составляло $1 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст. При столь низких давлениях влияние воздуха на падение линейки в основном определяется суммой сил, действующих на нее при соударениях с отдельными молекулами воздуха. При определении g на этой установке результат измерения действительно возрастал с уменьшением давления, но не в такой степени, как предсказывала теория. Поскольку большинство опытов было выполнено при давлении $7 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст., экстраполяция g к нулевому давлению могла дать ошибку около 0,5 мгг.

Опыты с падающим телом характерны тем, что основная часть ошибки искомой величины g — это ошибка линейных измерений, и вследствие структуры уравнения (2.7) относительная ошибка результата в несколько раз

больше относительной ошибки измерения длины. Влияние этого фактора можно значительно уменьшить, если построить опыт симметрично, т. е. если бросать тело вертикально вверх и замечать время, за которое оно проходит определенный участок при подъеме и при последующем падении [22]. Пусть S — длина этого участка, t_1 — интервал времени между двумя пересечениями телом уровня нижнего конца участка и t_2 — интервал между двумя пересечениями уровня верхнего конца; при этом g определяется соотношением

$$g = \frac{8S}{t_1^2 - t_2^2}. \quad (2.8)$$

Относительная ошибка полученного значения g , обусловленная ошибками измерения длины, в этом случае

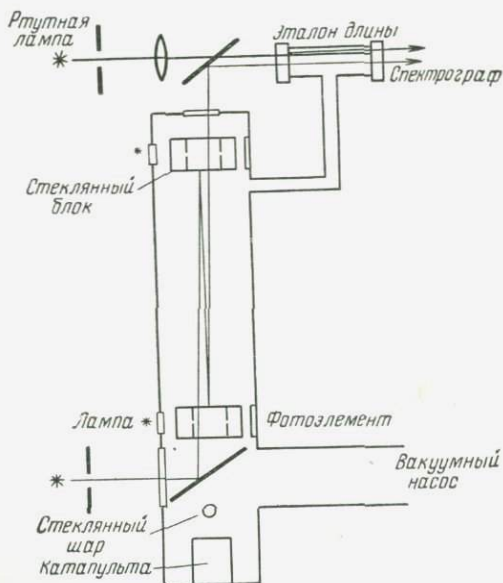


Рис. 2.3. Схема прибора Национальной физической лаборатории в Теддингтоне для абсолютного определения силы тяжести.

равна относительной ошибке в величине S . Второе достоинство симметричного опыта в том, что силы, влияние которых на движение тела пропорционально скорости его движения, не изменяют отрезков времени t_1 и t_2 . Сила, с которой действует на тело оставшийся в камере воздух, относится именно к таким силам, и поэтому отпадает необходимость экстраполировать результаты наблюдений к нулевому давлению.

В приборе, который разрабатывается в Теддингтоне для нового определения абсолютного значения силы тяжести, вверх будет подбрасываться стеклянный шар (рис. 2.3). Пролетая в каждом стеклянном блоке между парой щелей, этот шар будет действовать как линза, фокусирующая свет, идущий из одной щели, на другую щель. При этом светочувствительное устройство будет регистрировать момент, когда шар пролетает мимо щели, и одновременно с этим расстояние между блоками измеряется путем сравнения с эталоном длины интерференционным способом. Таким образом будет измеряться расстояние между нижней гранью верхнего и верхней гранью нижнего блоков, а ошибки в определении положения щелей относительно этих граней можно исключить, поменяв блоки местами и повторив наблюдения. Существенно то обстоятельство, что по габаритам этот прибор гораздо меньше несимметричных баллистических устройств.

Сравнение результатов абсолютных определений

Станции, на которых были выполнены основные абсолютные определения, теперь связаны между собой относительными измерениями, и так как разности g между этими станциями определены с точностью выше 1 мгг, они показывают несоответствие между самими абсолютными величинами. Результаты сравнения приведены в табл. 2.1.

Из таблицы видно, что значение g , полученное в Потсдаме, завышено приблизительно на 14 мгг, но ни у кого нет особого желания вводить новый стандарт, пока абсолютное значение еще не определено с ошибкой менее

Таблица 2.1

Абсолютные определения g

Станция	Учреждение	Результаты абсолютных измерений g , гал	Величина g в потсдамской системе, гал	Разность g , мгал
Севр	Международное бюро мер и весов	980,9280	980,9406	12,6
Теддингтон	Национальная физическая лаборатория	981,1832	981,1962	13,0
Оттава	Национальный исследовательский совет	980,6132	980,6279	14,7
Вашингтон	Национальное бюро стандартов	980,0826	980,0990	16,4

1 мгал. Как мы уже говорили, ошибка в абсолютном значении g не влияет на выводы, которые мы делаем о строении Земли на основе вариаций силы тяжести от одной точки земной поверхности к другой.

Относительные измерения

Маятники

Использование физического маятника для измерения разностей силы тяжести в отличие от измерения ее абсолютного значения началось еще в XVIII веке. Буге в ходе исследований фигуры Земли сравнивал период колебаний маятника в Париже с периодами колебаний этого же маятника в разных пунктах Южной Америки [11]. К XIX веку маятник уже довольно широко использовался как прибор для относительных определений силы тяжести.

Идея такого прибора очень проста. Из формулы (2.2) можно вывести, что если один и тот же физический маятник будет при одинаковых условиях качаться в двух пунктах, значения силы тяжести в которых g_1 и g_2 , то соответствующие периоды его колебаний T_1 и T_2 будут связаны соотношением

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{g_2}{g_1}. \quad (2.9)$$

Поэтому разницу значений силы тяжести можно вычислить с помощью выражения, эквивалентного (2.9):

$$\Delta g = \frac{-2g_1}{T_1} (T_2 - T_1) + \frac{3g_1}{T_1^2} (T_2 - T_1)^2. \quad (2.10)$$

Таким образом, нужно знать только два периода: T_1 и T_2 . Хотя здесь маятник используется для относительных определений — в том смысле, что с его помощью измеряют разности силы тяжести, — но эти разности получаются в абсолютных единицах, т. е. в миллигалах. В этом большое преимущество маятникового прибора, так как другие гравиметрические приборы, о которых будет сказано ниже, определяют разности g в произвольных единицах, и их необходимо калибровать.

Точность, которой можно достичь при относительных измерениях с маятниковыми приборами, зависит от точности измерения времени, от того, насколько различаются условия измерений (скажем, температура) в различных пунктах, и от стабильности самого маятника. Приведенная длина маятников, наиболее широко использовавшихся при относительных определениях, обычно равна 0,25 м, а их период T — примерно 1 сек. При этом ошибка определения периода в $5 \cdot 10^{-7}$ сек соответствует ошибке в разности силы тяжести, равной 1 мгал. Теперь, когда хронометр можно сверять с кварцевыми часами, при получасовой продолжительности колебаний маятника достичь такой точности в измерении периода нетрудно, но во времена механических хронометров измерение периода было одной из самых сложных проблем. Обычно для определения времени регистрируют фотографическим или иным путем сигналы маятника и отметки точного времени, идущие с хронометра. Нет необходимости регистрировать сигналы маятника при каждом его взмахе: достаточно коротких записей в начале и в конце качания. Приближенный период колебаний маятника определяется по общему числу колебаний в получасовом интервале времени. Короткие записи в начале и конце колебаний служат для определения точного периода колебаний на основе знания приближенного периода.

В идеальном случае маятник должен был бы колебаться под кожухом, откуда выкачан воздух, при постоянной температуре и с одной и той же амплитудой. На практике приходится вводить поправки, если давление, температура и амплитуда колебаний на разных станциях не совпадают. Большое преимущество дает работа

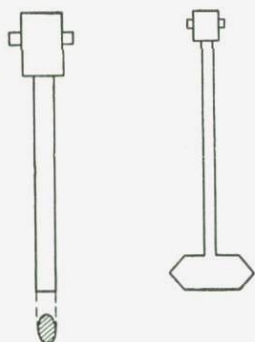


Рис. 2.4. Форма кварцевого маятника Галф (слева) и инвариного маятника кембриджского прибора (справа).

сразу с двумя маятниками, которые качаются в общем кожухе одновременно, но в противоположных фазах. Горизонтальные силы, с которыми маятники действуют на корпус, взаимно уничтожаются, если их качания происходят в одной и той же плоскости, и колебания корпуса прибора исключаются. Кроме того, средний период колебаний двух маятников с точностью до малых первого порядка не зависит от горизонтальных ускорений основания прибора, которые во многих случаях велики. Разности силы тяжести можно вычислять, используя такой средний период.

На рис. 2.4 показано, какую форму имеют маятники кембриджского прибора [58] и прибора Галф [32]. Первый из них изготовлен из инвара (сплава никеля и железа с малым коэффициентом теплового расширения), а второй — из плавленного кварца. Оба маятника очень тщательно изготовлены, причем в обращении с кембриджскими маятниками необходимо соблюдать особую осторожность, чтобы на них не повлияло магнитное поле Земли. Форма и размещение призматических опор галфских маятников подобраны так, чтобы свести к минимуму изменения периода из-за притупления этих опор.

Возвращаясь к уравнению (2.4) и подставляя в него mk^2 вместо I_0 (где k — радиус инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести маятника), получаем

$$l = \frac{k^2}{h} + h. \quad (2.11)$$

Отсюда следует, что при $h = k$

$$\frac{dl}{dh} = 0.$$

Это означает, что если призматическая опора отстоит от центра тяжести маятника на расстояние k , то период не зависит от небольших изменений этого расстояния. Для маятника, состоящего из тонкого стержня с массивным грузом, реализовать это условие нельзя.

Изменения периода в результате ударов или других физических воздействий на маятник можно уменьшить, только всемерно оберегая маятник при перевозке и наблюдениях. До и после работ на всех рабочих станциях период маятника всегда проверяют на базовой станции, чтобы любое изменение свойств маятника не прошло незамеченным. В настоящее время главная задача маятниковых измерений заключается в создании опорных пунктов для градуирования других приборов, измеряющих силу тяжести, — гравиметров. Поэтому особое внимание сейчас уделяется созданию высокоточных маятниковых станций в сравнительно небольшом количестве, но по всему земному шару.

Статические гравиметры

Еще в 1849 г. Джон Гершель указал на то, что с помощью груза, подвешенного на пружине, можно измерять разности силы тяжести. Груз с массой m растягивает пружину с силой mg , и, если помещать прибор в пунктах, где значения g различны, длина пружины будет меняться. Нетрудно видеть, что для точного измерения разностей силы тяжести описанную схему прибора надо усовершенствовать, и самому Гершелю сконструировать пригодный для таких измерений прибор не удалось. Если даже не учитывать возмущающих влияний (например, изменений температуры пружины), остается в силе то обстоятельство, что длина пружины при такой примитивной схеме прибора определяется всей величиной силы тяжести, и непосредственно обнаружить, что пружина растянулась или сократилась, скажем, на одну

миллионную долю первоначальной длины, весьма затруднительно. Выход заключается либо в преобразовании линейного смещения в какое-то иное действие, которое измерить легче (например, во вращение), либо

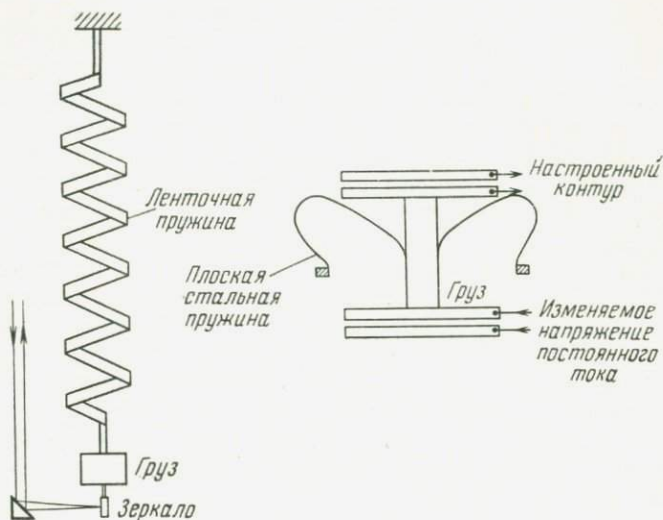


Рис. 2.5. Принцип работы гравиметров Галф (слева) и Болиден (справа).

в использовании системы, в которой незначительные изменения силы тяжести производят относительно большие линейные перемещения. В период между 1930 и 1950 гг. было разработано много различных гравиметров, которыми можно измерять разности до 0,1 и даже до 0,01 мгл. Примеры конструкций, где для обнаружения смещений использовано оптическое или электрическое увеличение, показаны на рис. 2.5.

В гравиметре Галф, схема которого изображена на этом рисунке, использовано то обстоятельство, что при растяжении пружина раскручивается. Правильно подобрав поперечное сечение ленты, из которой навита пружина, можно добиться того, чтобы вращение нижнего конца пружины при ее растяжении было очень большим.

Правая часть рис. 2.5 иллюстрирует принцип работы гравиметра Болиден, основанный на свойстве плоского конденсатора изменять свою емкость при изменении расстояния между пластинами, а в настроенном контуре легко обнаружить даже малые изменения емкости.

В некоторых гравиметрах используется принцип вертикального сейсмографа (рис. 2.6). Предположим, что

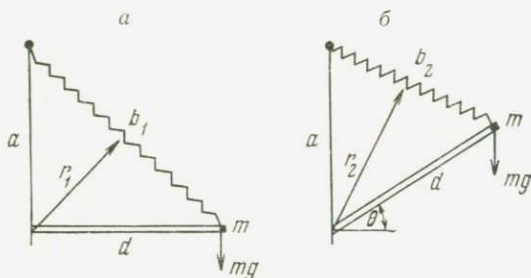


Рис. 2.6. Груз, удерживаемый пружиной нулевой длины.

пружина, удерживающая груз, навита так, что ее натяжение строго пропорционально ее длине. Если бы такая пружина не была натянута, ее длина равнялась бы нулю; поэтому ее называют пружиной нулевой длины [72]. Конечно, не может быть пружины, длина которой точно равнялась бы нулю. Даже если бы пружина нулевой длины просто лежала на столе, ее длина отличалась бы от нуля, и в ней существовало бы натяжение из-за того, что витки при соприкосновении сопротивлялись бы дальнейшему сокращению ее длины. Изготавливаются пружины нулевой длины путем выворачивания навитой пружины наизнанку. Если такая пружина удерживает груз, когда рычаг горизонтален, она удержит его и в любом другом положении. Приравнивая моменты действующих сил относительно оси, в случае рис. 2.6, *а* имеем

$$mgd = Kr_1b_1 = Kad, \quad (2.12)$$

где K — коэффициент пропорциональности, характеризующий упругие свойства пружины. При смещении рычага в положение, показанное на рис. 2.6, *б*, создаваемый весом груза момент силы тяжести становится равным

$mgd \sin \theta$, а момент, связанный с натяжением пружины, —

$$Kr_2b_2 = Kad \sin \theta. \quad (2.13)$$

Если выполняется равенство (2.12), то при всех значениях θ система будет находиться в равновесии.

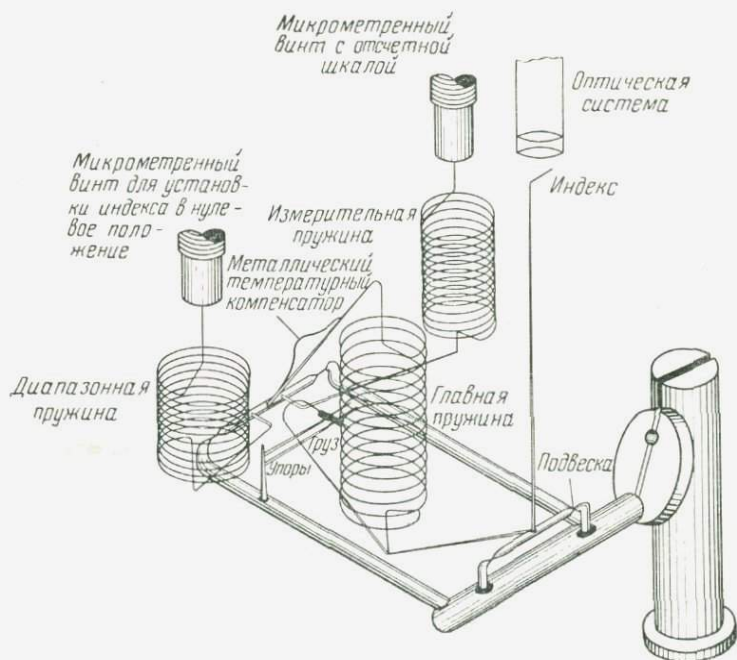


Рис. 2.7. Гравиметр Уордена.

Следовательно, система, в которой использована пружина почти нулевой длины, подчиняется очень незначительным восстанавливающим силам; такую систему называют *астазированной*. Если она уравновешена при каком-то определенном значении силы тяжести и перенесена в пункт, где g имеет другое значение, поворот рычага оказывается сравнительно большим. Этот принцип

использован в гравиметре Уордена, показанном на рис. 2.7*. Все части системы, за исключением металлической дужки для температурной компенсации, сделаны из плавленного кварца. Микрометренным винтом, связанным с измерительной пружиной, груз всегда приводят в одно и то же положение, контролируя это по индексу, наблюдаемому в окуляр. Если гравиметр перевозят в пункт, в котором сила тяжести настолько отличается от первоначальной, что ее изменение не укладывается в рабочий диапазон измерительной пружины, приходится применять диапазонную пружину. Обычно этот прибор используют для съемок в довольно ограниченных районах; при этом установку индекса в нулевое положение применяют только для приведения устройства в рабочий диапазон, а все отсчеты делаются по шкале микрометренного винта, связанного с измерительной пружиной. Правда, на рисунке показана модель, предназначенная для геодезических целей; в ней с диапазонной пружиной также связан микрометренный винт, и поэтому прибор в таком варианте может измерять очень большие разности g , хотя и с меньшей точностью [121].

Измерительная система гравиметров, как правило, поддерживается при постоянной температуре, для чего ее помещают в термостат. Чтобы уменьшить влияние температуры, прибор Уордена установлен в вакуумной камере, и, кроме того, в нем предусмотрена температурная компенсация для удержания груза на месте в случае изменения температуры.

Из приведенных описаний видно, что всем гравиметрам в одинаковой мере присущи две особенности. Во-первых, разности g получают первоначально в делениях некоторой произвольной шкалы, и, во-вторых, какое-либо изменение упругих свойств приводит к тому, что в одном и том же пункте показания гравиметра с течением времени изменяются, «дрейфуют» (происходит изменение нуля-пункта гравиметра). Но зато эти приборы

* В практике гравиметрических работ в СССР наибольшее применение получили кварцевые астазированные гравиметры (ГАК), тоже построенные по принципу вертикального сейсмографа под руководством К. Е. Веселова.— *Прим. ред.*

весьма портативны, весят немногим более 2 кг, отсчеты берутся очень быстро, и они могут обнаружить меньшие различия в силе тяжести, чем любой другой прибор. Быстрый рост числа гравиметрических станций в последние годы связан именно с развитием этих приборов.

Почти нет гравиметров, в которых изменения показаний прибора были бы пропорциональны изменению g во всем возможном диапазоне его значений, поэтому существенно, чтобы по известным значениям g эталонировали именно ту часть шкалы инструмента, которая затем будет использоваться. Другими словами, гравиметр эффективен для интерполирования между контрольными станциями, но не для экстраполирования. Единственное же эффективное средство* проэталонировать его — это измерить в делениях шкалы прибора разность g между станциями, сила тяжести на которых известна из маятниковых наблюдений. Обработав по способу наименьших квадратов соотношения между разностями силы тяжести в делениях шкалы гравиметра и в миллигалах, можно получить среднюю цену деления шкалы для этого частного диапазона g .

Если поставить гравиметр в одном пункте и время от времени снимать его показания, можно заметить, что они меняются. Это изменение вызывается частично изменением нуля-пункта прибора, а частично действительным изменением g во времени под действием приливных сил. Чтобы точно определить разности силы тяжести между станциями, отсчеты нужно повторить на какой-то базовой станции; тогда появится возможность ввести в эти разности поправки для учета изменений показаний прибора. Если делается съемка очень большой территории, то за опорные принимают обычно ряд пунктов и очень тщательно связывают их между собой. Рис. 2.8 показывает последовательность измерений на двух станциях и характерный вид кривых изменения нуля-пункта прибора, которые позволили получить повторные измерения на этих станциях. Разности отсчетов между станциями лучше всего соответствует среднее расстояние по ординате между

* В СССР широко разрабатываются и применяются приемы эталонирования гравиметров методом наклона.— *Прим. ред.*

кривыми. Заметим, что если отсчеты делаются с периодичностью около часа, их постепенное изменение под суммарным воздействием сдвига нуля-пункта и приливных сил можно считать линейным. Наблюдения на остальных пунктах сети удобно проводить путем отдельных замкнутых ходов, начинающихся и заканчивающихся на одном и том же опорном пункте — базе. Для

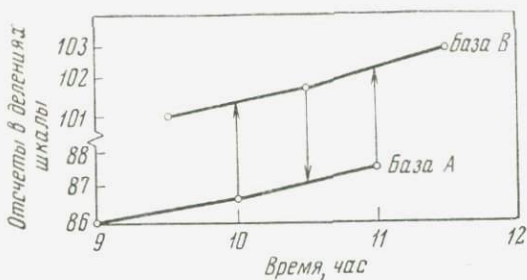


Рис. 2.8. Кривые изменения нуля-пункта прибора, полученные с помощью повторных отсчетов гравиметра.

каждого такого хода по двум отсчетам прибора на опорном пункте можно начертить линейный график изменения нуля-пункта.

Измерения с подвижной платформы

Наши знания о гравитационном поле Земли были бы сильно обеднены, если бы измерения силы тяжести можно было выполнять только на суше. То обстоятельство, что большая часть поверхности Земли покрыта водой, вызвало острую потребность в приборах, с которыми можно было бы производить измерения на море, а в последние годы появился также интерес к возможности использования гравиметров на летательных аппаратах.

Трудность измерения силы тяжести на подвижной платформе объясняется ускорениями опоры. Поскольку g — само по себе тоже ускорение, его принципиально невозможно полностью отделить от ускорений опоры.

В первом приближении действие этих ускорений на качающийся маятник исследовал в своей новаторской

работе о наблюдениях силы тяжести на море Венинг-Мейнес [116]. Рассмотрим сначала уравнение движения маятника, имеющего приведенную длину l и совершающего колебания вокруг неподвижной опоры.

Вот это уравнение:

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{g}{l} \theta_1 = 0, \quad (2.14)$$

где θ_1 — угол отклонения маятника от вертикали. Если опоре придать горизонтальное ускорение \ddot{y} в плоскости колебаний маятника, уравнение примет вид

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{g}{l} \theta_1 = -\frac{\ddot{y}}{l}, \quad (2.15)$$

и период движения больше не будет связан с g простой зависимостью. Венинг-Мейнес установил, что, если на этой же опоре будет качаться еще один точно такой же маятник, уравнение движения этого маятника будет иметь вид

$$\ddot{\theta}_2 + \frac{g}{l} \theta_2 = -\frac{\ddot{y}}{l}. \quad (2.16)$$

Разность уравнений (2.15) и (2.16) составляет

$$\left(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2 \right) + \frac{g}{l} (\theta_1 - \theta_2) = 0. \quad (2.17)$$

Это означает, что «фиктивный маятник», угол отклонения которого равен $(\theta_1 - \theta_2)$, обладает свойствами маятника, качающегося на невозмущаемом основании, и по его периоду можно вычислить разности силы тяжести. Венинг-Мейнес разработал устройство, состоящее из трех маятников, образующих две пары разностных маятников, или, что то же самое, два фиктивных маятника; движения последних непосредственно регистрируются оптическим устройством, в котором использовано последовательное отражение светового пучка от зеркал, установленных на обоих маятниках каждой пары.

Вертикальные ускорения опоры отделить от силы тяжести нельзя, их влияние можно только уменьшить, если в среднем они малы, увеличивая продолжительность наблюдений. Вертикальное ускорение \ddot{z} в среднем равно

$$\ddot{z}_{\text{ср}} = \frac{1}{t} \int_0^t \ddot{z} dt = \frac{1}{t} [\dot{z}_t - \dot{z}_0]. \quad (2.18)$$

Таким образом, среднее значение ускорения зависит от начальной и конечной вертикальных скоростей опоры и от продолжительности интервала наблюдений t . Сам Веннинг-Мейнес проводил измерения на борту подводной лодки, погруженной на такую глубину, на которой волнение моря не ощущается; у него $\ddot{z}_{\text{ср}}$ практически становилось равным нулю при $t \gg 30$ мин. Но если гравиметр какого-либо типа будет использоваться на обычном корабле или на самолете, то вполне возможно, что придется измерять вертикальные скорости, чтобы получить возможность вычислить $\ddot{z}_{\text{ср}}$ по формуле (2.18). Предположим, например, что вертикальную скорость самолета можно определять с точностью до 1 см/сек. Чтобы при этом можно было вычислить $\ddot{z}_{\text{ср}}$ по формуле (2.18) с точностью до 1 мгл, наблюдения должны продолжаться в среднем более 16 мин. А самолет за это время пролетит километров полтора. Это, по-видимому, делает измерения с самолета наиболее полезными для создания общей картины гравитационного поля (для использования в геодезии), а не для измерения его местных вариаций.

При достаточно больших возмущающих ускорениях необходимо вводить в показания гравиметрических приборов поправки второго порядка относительно возмущающих ускорений. Этот эффект, впервые замеченный Броуном [13], до сих пор нами не рассматривался. Если основание прибора подвергается действию горизонтальных ускорений \ddot{x} и \ddot{y} и если периоды этих возмущений значительно превышают собственный период колебаний чувствительного элемента прибора, то прибор будет из-

мерять результирующее ускорение

$$g \left(1 + \frac{\overline{\dot{x}^2} + \overline{\dot{y}^2}}{2g^2} \right)^*.$$

Поскольку второй член в скобках включает только квадраты величин, это выражение всегда больше g , и увеличение времени наблюдений эту ошибку не уменьшит. Чтобы можно было учесть этот эффект, нужно независимо измерять горизонтальные ускорения. Можно обойтись и без вычисления этой поправки, если использовать гравиметр, чувствительный к составляющей силы тяжести в данном направлении, заданная постоянная ориентация которого поддерживается системой управления с гироскопическими датчиками [74]. Среди гравиметров, использовавшихся на надводных судах, — гравиметры Графа [34] и Ля-Коста — Ромберга [73]. В приборе Графа, который при работе обычно устанавливается на стабилизируемую гироскопами платформу, ведется постоянная запись смещений очень сильно демпфированного груза. Положение средней линии записанной кривой показывает относительную величину силы тяжести. Прибор Ля-Коста — Ромберга имеет демпфированный карданный подвес. Таким образом, его чувствительный элемент устанавливается по направлению полного вектора силы тяжести и действующих возмущающих ускорений, и в этом случае нужно вводить поправку Броуна. Но для измерения ускорений здесь использованы горизонтальные акселерометры, и поправка вычисляется и вводится в отсчеты автоматически. Изменение показаний гравиметра регистрируется как функция времени в цифровом виде, и за относительную величину силы тяжести принимается значение, среднее за время записи. По сообщению Неттлтона и др. [88], испытания прибора Ля-Коста — Ромберга на самолете дали удовлетворительные результаты.

Наконец, известен тот факт, что сила тяжести для наблюдателя, перемещающегося вдоль земной поверх-

* С учетом вертикальных возмущающих ускорений поправка Броуна имеет вид $\Delta g = [-(\overline{\dot{x}^2} + \overline{\dot{y}^2})/2g] + \overline{\dot{z}^2}/4g$, где черта над \dot{x}^2 , \dot{y}^2 и \dot{z}^2 означает, что вычисляются средние квадраты возмущающих ускорений. — Прим. ред.

ности, отличается от силы тяжести, которую измеряет наблюдатель, вращающийся вместе с Землей. Этот так называемый *эффект Этвеша* вызывается изменением центростремительного ускорения. Точка на Земле, находящаяся на расстоянии r от оси вращения, имеет относительно этой оси центростремительное ускорение a , или $r\omega^2$, где ω — угловая скорость суточного вращения Земли. Это центростремительное ускорение уменьшает наблюдаемое значение силы тяжести. Если наблюдатель перемещается относительно Земли вдоль параллели со скоростью v , а его угловая скорость изменяется на $d\omega$, то

$$da = 2 r \omega d\omega = 2 \omega v. \quad (2.19)$$

Можно найти составляющую этой величины по направлению силы тяжести. Если геоцентрическая широта наблюдателя равна φ , кажущееся изменение силы тяжести dg равно

$$\begin{aligned} dg &= da \cos\varphi = 2 \omega v \cos\varphi, \\ dg &= 4,7 v \cos\varphi, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где dg выражается в миллигалах и v — в км/час. При перемещении наблюдателя по поверхности Земли с востока на запад измеряемая им сила тяжести возрастает. Формула (2.20) показывает, что в средних широтах составляющая скорости в направлении восток — запад всего лишь в 1 км/час приводит к изменению силы тяжести на 3 мгл. Если нужно достичь точности порядка 1 мгл, нужно точно знать величину и направление скорости корабля или самолета, на борту которого измеряют g . При тех скоростях, с которыми летают самолеты, может также достигать заметной величины подобный, но меньший эффект, связанный с движением наблюдателя вдоль меридиана*.

Гравиметрические сети

Какой бы тип инструмента ни использовался для измерения разностей силы тяжести и как бы тщательно ни устраняли влияние сдвига нуля-пункта прибора, ошибки

* Поправка за этот эффект пропорциональна квадрату скорости самолета и при скорости $V=1000$ км/час может достигать 1200 мгл.—
Прим. ред.

в любых сериях измерений накапливаются. Это можно увидеть, когда разности g измеряют по сторонам замкнутого полигона; обычно при сложении этих разностей остается некоторая ошибка замыкания — невязка. Отсюда следует, что измерения силы тяжести на большой территории должны производиться по ряду соединяющихся замкнутых ходов. Измеренные разности можно затем обработать по способу наименьших квадратов, чтобы невязки во всех замкнутых фигурах свести к минимуму. Этот метод во многом похож на порядок создания геодезических нивелирных сетей. Если в сеть включено некоторое число маятниковых станций, то определение разности силы тяжести между этими пунктами в делениях шкалы приборов позволит также определить цены деления этих шкал.

В идеале всю поверхность Земли следовало бы покрыть единой сетью замкнутых полигонов, которые можно было бы совместно уравнивать методом наименьших квадратов. Осуществить это трудно и из-за многообразия приборов, которые использованы для связи измерений, выполненных на разных континентах, и из-за того, что разные связи неравнозначны и им следует придать самые различные веса. Международная ассоциация геодезии предложила список первоочередных гравиметрических пунктов, распределенных по всей Земле, рекомендуя установить связь в первую очередь именно между ними. Если бы это было сделано, стало бы возможным строгое уравнивание всемирной сети.

ФОРМА ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА

Введение

По ряду причин от одной точки земной поверхности к другой величина g меняется. В этой главе будет уделено особое внимание ее изменениям, связанным с фигурой Земли. Поскольку поверхность океана по форме отличается от сферы, величина g меняется даже на уровне моря; изучение изменений g в свою очередь очень важно для определения формы поверхности океана. На практике силу тяжести лишь в отдельных случаях измеряют на уровне моря, так как большинство станций на суше лежит на некоторой высоте над уровнем моря; в величинах, измеренных на этих станциях, можно описанными ниже способами вводить поправки для приведения их к уровню моря. Пока же просто допустим, что сила тяжести на уровне моря измерена в таком количестве пунктов, какого достаточно для исследования ее изменений по всему земному шару.

Изучение формы поверхности мирового океана непосредственно связано с рядом важных проблем геодезии. Поэтому здесь уместно обрисовать главные задачи и методы этой науки.

Задачи геодезии

Для картографирования важно знать, какова фигура Земли и как распределена ее масса. Геодезисты создают основу для того, чтобы положение пунктов на Земле можно было выразить через широту, долготу и высоту над уровнем моря. Если нужно дать пространственное расположение этих пунктов, нужно знать форму поверхности океана.

Выше говорилось, что уровень моря, не возмущенного ветрами или приливами,—это эквипотенциальная поверхность земного гравитационного поля. Там, где существуют

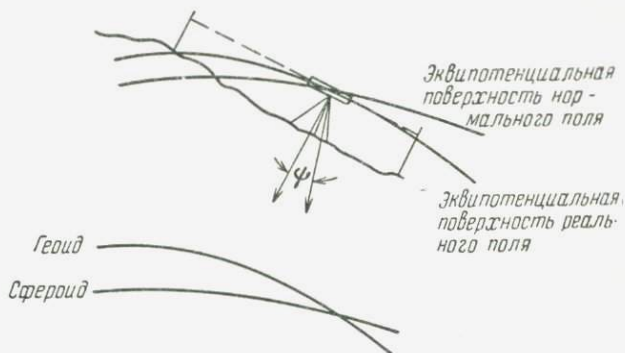


Рис. 3.1. Нивелир в гравитационном поле Земли.

местные вариации величины g , вызванные аномалиями плотности внутри Земли, эта поверхность деформирована. В большинстве случаев эти деформации ограничены по протяженности и очень малы по сравнению с радиусом Земли. Если посмотреть на Землю с большого расстояния, скажем с Луны, то эти отклонения вообще нельзя увидеть, и Земля будет выглядеть слегка сплюснутой сферой, или *сфероидом*. Поэтому сфероид удобно принять как первое приближение к форме поверхности мирового океана. Если можно определить отклонения реальной эквипотенциальной поверхности (т. е. поверхности океана) от сфероида, то первая часть проблемы для геодезистов решена. В установлении формы как сфероида, так и реальной эквипотенциальной поверхности важную роль играют измерения силы тяжести. Клеро в 1743 г. [18] показал связь регулярного изменения силы тяжести на уровне моря от экватора к полюсам со сжатием сфероида, и Стокс в 1849 г. [106] доказал, что, если известны частные нерегулярности гравитационного поля, можно определить деформации поверхности океана.

Реальный уровень моря можно определить только в океанах, но соответствующая ему эквипотенциальная по-

верхность, называемая *геоидом*, является замкнутой. Геоид под континентами можно себе представить как поверхность, определяемую уровнем воды в узких каналах, прорытых в массивах суши (рис. 3.1). Физическая поверхность континентов определяется ее «высотой над уровнем моря», но в действительности это высота над геоидом. Обычно для определения высот служат протяженные нивелирные ходы, начинающиеся от моря.

В каждой точке, где ставится нивелир, его оптическая ось приводится в плоскость, касательную к эквипотенциальной поверхности, проходящей через эту точку (рис. 3.1). Эта поверхность почти параллельна геоиду, и отсчеты топографа по нивелирным рейкам дают разности в высоте точек над геоидом, если пренебречь малым эффектом, связанным с непараллельностью эквипотенциальной поверхности и геоида. Здесь важно отметить, что высоты пунктов на земной поверхности определяются относительно геоида. Геоид под континентами определяют еще одним способом — как поверхность, везде лежащую на глубине, равной измеренной высоте физической поверхности Земли*.

Отклонения направления силы тяжести делают определение широт и долгот точек на земной поверхности сложной задачей. Направление силы тяжести определяется в каждом пункте не только нормальным тяготением Земли, но и любым местным аномальным притяжением, поэтому оно в разных местах различно. Но, конечно, повсюду оно остается перпендикулярным поверхности геоида (рис. 3.1). Это направление в каждом пункте совпадает с местной вертикалью и указывается отвесной линией. Поскольку местные аномалии отклоняют вертикаль, никаким методом не удастся определить точные координаты, если в нем измеряется направление относительно местной вертикали. Например, при астрономическом определении широты и долготы находят высоту близполюсной звезды и время прохождения звездой меридиана.

* Два приведенных определения геоида в действительности не идентичны, и геодезисты вводят другие термины. Но поверхности, соответствующие этим определениям, почти совпадают, и поэтому мы считаем, что физические принципы могут быть поняты лучше, если этим различием здесь пренебречь.

Оба наблюдения делаются относительно местной вертикали, и ее отклонение полностью входит в полученные координаты места.

Координаты в геодезической практике принято определять триангуляцией, которая в основном состоит из измерения горизонтальных углов и длин нескольких базисов. Относительные положения пунктов определяются этим методом с высокой точностью независимо от местных аномалий, влияющих на направление отвеса. Однако сеть триангуляции должна где-то начинаться, и нужно условно принять положение исходного пункта. Обычно в качестве правильных берутся астрономические координаты этого пункта; другими словами, принимается, что в этом пункте отклонений отвеса нет. Если же на самом деле вертикаль отклонена от ее нормального положения, то вся сеть триангуляции будет содержать эту ошибку. К настоящему времени поверхность суши покрыта на разных континентах относительно небольшим количеством таких сетей очень большой протяженности. Каждая сеть обычно имеет свою исходную точку, и, если направления вертикали в этих пунктах не исследованы, возможна систематическая невязка между сетями. Из сделанного Стоксом вывода, что отклонения геоида от сфероида могут быть определены по аномалиям силы тяжести, следует также, что можно вычислить наклон геоида, эквивалентный отклонению отвесной линии. Поэтому изучение формы геоида посредством измерений силы тяжести играет важную роль в геодезии при определении и координат и высот пунктов на поверхности Земли.

Точно знать направление вертикали важно не только для решения задач картографирования. Это необходимо для точного запуска космических кораблей при их вертикальном старте. Очень часто бывает, что стартовая башенная или шахтная установка ставится по отвесу, и в самом корабле могут применяться системы инерциальной навигации, устанавливаемые по местной вертикали.

Сфероид

Реальная поверхность океана, все местные нерегулярности которой исключены, имеет форму сфероида, описываемого простым математическим выражением. Мировой

океан имел бы сфероидальную поверхность, если бы плотность масс внутри Земли непрерывно уменьшалась от центра к периферии, а по горизонтали не изменялась бы. На такой Земле сила тяжести на уровне моря плавно изменялась бы от экватора к полюсам, а сфероид представлял бы собой эквипотенциальную поверхность ее гравитационного поля.

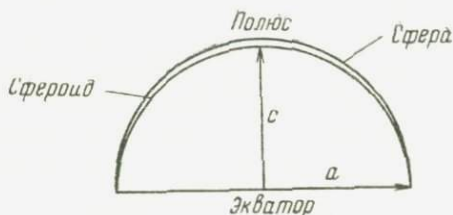


Рис. 3.2. Сжатие сфероида $(a-c)/a$.

Подбирая точную форму такого сфероида, нужно принимать во внимание теоретические соображения, результаты непосредственного измерения дуг меридианов и анализ вариаций силы тяжести. Фигура вращающейся жидкой массы как с постоянной плотностью, так и с плотностью, возрастающей к центру, может быть вычислена. Как известно, плотность Земли возрастает с глубиной; поэтому выбирается сфероид, соответствующий второму случаю. Измеряя на разных широтах на земной поверхности длины отрезков меридиана, соответствующих 1° широты, к XVIII веку установили, что земной сфероид сплюснут и что его сжатие (рис. 3.2) примерно равно $1/300$. Если измерять длину таких отрезков вдоль разных меридианов, то получим для сжатия несколько различающиеся значения. Определять сжатие по гравитационному полю, как считал Клеро [18], гораздо лучше, потому что при этом получается наилучшее среднее для Земли.

Внешняя поверхность вращающейся жидкой массы имеет форму уровневой поверхности двух потенциалов: притяжения самой этой массы и центростремительного ускорения. Если плотность постоянна, то поверхность будет эллипсоидом вращения (см. приложение 2).

Если плотность жидкости возрастает к центру, то ее фигура уже не является эллипсоидом вращения [24]. Поверхность опускается ниже поверхности эллипсоида, имеющего те же полуоси, причем величина опускания непрерывно возрастает от экватора и полюсов к максимуму на широте 45° . Известно, что средняя плотность Земли увеличивается примерно от 3 г/см^3 на поверхности до $11\text{--}12 \text{ г/см}^3$ в центре; наиболее резко плотность возрастает на границе ядра. Дарвин [24] показал, что форма поверхности очень мало зависит от точного характера изменения плотности и что при любом правдоподобном предположении о ее изменении максимум погружения ниже эллипсоида примерно один и тот же — около 3 м.

Теорема Клеро

Клеро [18] вывел зависимость между изменением силы тяжести от экватора к полюсам и сжатием сфероида. Его вывод был точен только до малых членов порядка величины сжатия, а при такой точности сфероид и эллипсоид вращения неразличимы. Вывод мы приводим в изложении Гельмерта [49].

За сфероид принимается эквипотенциальная поверхность, охватывающая всю массу Земли (влияние масс, расположенных выше уровня моря, мы рассмотрим позднее). Начало координат O помещается в центре масс Земли, и ось z декартовых координат направляется по оси вращения. Координаты со штрихом относятся к пункту наблюдения P , координаты без штриха — к текущей точке тела Q . Потенциал гравитационного поля в точке на или вне поверхности может быть записан следующим образом:

$$U = G \int \frac{dm}{\rho} + \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2) \omega^2. \quad (3.1)$$

Второй член — это потенциал центробежной силы на единицу массы. Член $1/\rho$, находящийся под интегралом, может быть разложен в ряд по полиномам Лежанд-

ра (см. приложение 1):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r'} \left[1 + \frac{r}{r'} P_1(\cos \gamma) + \left(\frac{r}{r'} \right)^2 P_2(\cos \gamma) + \dots \right], \quad (3.2)$$

где

$$P_1(\cos \gamma) = \cos \gamma,$$

$$P_2(\cos \gamma) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cos^2 \gamma \text{ и т. д.}$$

Выразим $\cos \gamma$ через декартовы координаты точек P и Q :

$$\cos \gamma = \frac{xx' + yy' + zz'}{rr'}, \quad (3.3)$$

а также через их геоцентрические широту и долготу:

$$\cos \gamma = \cos \varphi \cos \varphi' \cos (\lambda - \lambda') + \sin \varphi \sin \varphi'.$$

Это дает

$$\begin{aligned} P_2(\cos \gamma) = & \frac{9}{4} \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \varphi' - \frac{1}{3} \right) + \\ & + 3 \sin \varphi \cos \varphi \sin \varphi' \cos \varphi' \cos (\lambda - \lambda') + \\ & + \frac{3}{4} \cos^2 \varphi \cos^2 \varphi' \cos 2(\lambda - \lambda'). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Выражение для U тогда принимает вид

$$\begin{aligned} U = & \frac{G}{r'} \left[\int dm + \frac{1}{r'} \int P_1(\cos \gamma) r dm + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r'^2} \int P_2(\cos \gamma) r^2 dm + \dots \right] + \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2) \omega^2; \end{aligned} \quad (3.5)$$

всеми членами, содержащими полиномы Лежандра более высокого порядка, чем $P_2(\cos \gamma)$, мы будем пренебрегать.

Первый интеграл равен M — полной массе Земли. После подстановки выражения для $P_1(\cos \gamma)$ во второй интеграл обнаруживается, что он состоит из членов вида $\int x dm$ и равен нулю благодаря тому, что за начало координат взят центр масс.

Третий интеграл определяется выражением

$$\int P_2(\cos \gamma) r^2 dm = \frac{3}{2} \left(\sin^2 \varphi' - \frac{1}{3} \right) \left(\int \left(z^2 - \frac{x^2 + y^2}{2} \right) dm + \right. \\ \left. + 3 \sin \varphi' \cos \varphi' \left[\cos \lambda' \int xz dm + \sin \lambda' \int yz dm \right] + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} \cos^2 \varphi' \left[\cos 2\lambda' \int (x^2 - y^2) dm + \sin 2\lambda' \int 2xy dm \right] \right). \quad (3.6)$$

Как видно, члены в правой части уравнения (3.6) включают момент инерции и произведения («центробежные моменты») инерции. В любом твердом теле главные оси инерции всегда можно выбрать так, чтобы произведения инерции обратились в нуль. Ось z должна быть главной осью наибольшего момента инерции, так как это ось суточного вращения. Значит, нужно лишь направить оси x и y так, чтобы они совпали с главными осями.

Тогда

$$\int P_2(\cos \gamma) r^2 dm = \frac{3}{2} \left(\frac{A+B}{2} - C \right) \left(\sin^2 \varphi' - \frac{1}{3} \right) + \\ + \frac{3}{4} (B-A) \cos^2 \varphi' \cos 2\lambda', \quad (3.7)$$

где A , B и C — моменты инерции относительно осей x , y и z соответственно. Потенциал может быть теперь записан в виде

$$U = \frac{GM}{r} \left[1 + \frac{K}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \varphi) + \frac{3(B-A)}{4Mr^2} \cos^2 \varphi \cos 2\lambda + \right. \\ \left. + \frac{\omega^2 r^3}{2MG} \cos^2 \varphi \right], \quad (3.8)$$

где

$$K = \frac{C - \frac{A+B}{2}}{M},$$

и штрих в координатах точки P больше не требуется.

Потенциал содержит долготный член, только если $B \neq A$. Делая вывод до малых первого порядка, принима-

ют, что оба экваториальных момента инерции равны; при этом потенциал еще упрощается, сводясь к равенству

$$U = \frac{MG}{r} \left[1 + \frac{K}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \varphi) + \frac{\omega^2 r^3}{2MG} \cos^2 \varphi \right]. \quad (3.9)$$

Если удерживать точку P на эквипотенциальной поверхности $U = U_0$, то уравнение (3.9) можно использовать для нахождения r как функции φ . В этом случае

$$r = \frac{MG}{U_0} \left[1 + \frac{K}{2a^2} (1 - 3 \sin^2 \varphi) + \frac{\omega^2 a^3}{2MG} \cos^2 \varphi \right]. \quad (3.10)$$

Второй и третий члены в правой части много меньше единицы, и переменную r в них можно заменить экваториальным радиусом a . Член $\omega^2 a^3 / MG$, который дальше будет обозначаться m , имеет простой физический смысл

$$m = \frac{a\omega^2}{MG/a^2} = \frac{\text{Центростремительное ускорение на экваторе}}{\text{Притяжение на экваторе}}$$

и равен примерно $1/300$.

Уравнение (3.10) можно преобразовать к виду

$$r = \frac{MG}{U_0} \left(1 + \frac{K}{2a^2} + \frac{m}{2} \right) \left[1 - \left(\frac{3K}{2a^2} + \frac{m}{2} \right) \sin^2 \varphi \right], \quad (3.11)$$

или в общем виде

$$r = a (1 - f \sin^2 \varphi),$$

где сжатие сфероида f определяется выражением

$$f = \frac{3K}{2a^2} + \frac{m}{2}. \quad (3.12)$$

Возвращаясь к уравнению (3.9), мы можем дифференцированием получить выражение для g . С точностью до первого порядка

$$g = - \frac{\partial U}{\partial r}$$

(строго говоря, дифференцирование должно вестись по нормали к уровенной поверхности) получим

$$g = \frac{MG}{r^2} \left[1 + \frac{3K}{2r^2} (1 - 3 \sin^2 \varphi) + m \cos^2 \varphi \right]. \quad (3.13)$$

Подставляя выражение для r из уравнения (3.10), получаем g на сфероиде, обозначаемое γ_0 :

$$\gamma_0 = \frac{U_0^2}{GM} \left(1 + \frac{K}{2a^2} - 2m \right) \left[1 + \left(2m - \frac{3K}{2a^2} \right) \sin^2 \varphi \right]. \quad (3.14)$$

В общем виде имеем

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + B_2 \sin^2 \varphi),$$

где

$$B_2 = 2m - \frac{3K}{2a^2}. \quad (3.15)$$

(Под величиной φ , которая вводилась как геоцентрическая широта, с точностью до малых порядка сжатия можно снимать географическую широту.)

Сравнение уравнений (3.12) и (3.15) показывает, что

$$B_2 = \frac{5}{2} m - f. \quad (3.16)$$

Этот результат и получил Клеро.

Уравнение Клеро в таком виде нельзя использовать для геодезических целей, так как здесь отброшены члены порядка f^2 . Учтя эти члены, Дарвин в 1910 г. [24] и затем многие другие авторы (см., например, [36]) довели исследование до конца. Пусть сила тяжести на уровне моря определяется уравнением вида

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + B_2 \sin^2 \varphi - B_4 \sin^4 2\varphi), \quad (3.17)$$

где φ — географическая широта.

Коэффициент B_2 с точностью до величин порядка f^2 равен

$$B_2 = \frac{5}{2} m - f - \frac{17}{14} mf - \frac{2}{7} \chi, \quad (3.18)$$

где значения m и f остались прежними, а χ — постоянная, определяемая распределением плотности внутри Земли. Дарвин показал, что любое разумное предположение об изменении плотности с глубиной приводит к значению для χ между $-175 \cdot 10^{-8}$ и $-205 \cdot 10^{-8}$. Величина χ — показатель отступления сфероида от эллипсоида.

В тех же обозначениях

$$B_4 = \frac{1}{8} (f^2 - 5mf + 6\gamma). \quad (3.19)$$

Несложный расчет показывает, что B_4 имеет величину порядка 10^{-5} и, следовательно, значительно меньше, чем B_2 . Эта величина представляет собой отклонение g в пределах до 10 мгал с плавным изменением от нуля на экваторе и полюсах до минимума на широте 45° . До сих пор не удавалось вычислить величину коэффициента B_4 по измеренным значениям силы тяжести. Если для χ принять значение $-200 \cdot 10^{-8}$, то $B_4 = 7 \cdot 10^{-6}$. При совпадении сфероида с эллипсоидом вращения $\chi = 0$ и $B_4 = 5,9 \cdot 10^{-6}$. Оба эти значения B_4 можно найти в выражениях для γ_0 , предлагавшихся в разные годы.

Международная формула, принятая Международным геодезическим и геофизическим союзом, имеет вид

$$\gamma_0 = 978,049 (1 + 0,0052384 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi). \quad (3.20)$$

Здесь число 978,049 — значение силы тяжести на уровне моря на экваторе в потсдамской системе. Выбор значения B_4 показывает, что за поверхность относимости был принят строгий эллипсоид; величина B_2 соответствует сжатию $1/297$.

К более поздним формулам нормальной силы тяжести, полученным с использованием большего количества наблюдений, относятся формулы Джеффриса [60]

$$\gamma_0 = 978,0373 (1 + 0,0052891 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi), \quad (3.21)$$

соответствующая $f = 1/297,1$, и Уотилы [115]

$$\gamma_0 = 978,0496 (1 + 0,0052934 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi), \quad (3.22)$$

которая дает $f = 1/297,4^*$.

* В Советском Союзе и других социалистических странах для вычисления значений нормальной силы тяжести применяется формула Гельмерта 1901—1909 гг.: $\gamma_0 = 978,030 (1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi)$. Ей соответствует сжатие $f = 1/298,2$. — *Прим. ред.*

Во всех приведенных выше формулах долготный член отсутствует, так как при выводе уравнения Клеро он был принят равным нулю. Но вполне вероятно, что есть очень протяженные территории, на которых изменение силы тяжести несколько отклоняется от нормального закона, а, следовательно, геоид отклоняется от сфероида, и эти отклонения придают поверхности океана вид трехосного эллипсоида. Были выведены формулы нормальной силы тяжести, содержащие долготный член [1]; они соответствуют поверхности относимости, экваториальная плоскость которой представляет собой эллипс со сжатием около $1/30\,000$. Однако сейчас существует тенденция сохранить как поверхность относимости сфероид и рассматривать любую эллиптичность экватора в совокупности с остальными неровностями геоида.

Неровности геоида

На рис. 3.3 показано, как изменения плотности по горизонтали влияют на форму эквипотенциальных поверхностей гравитационного поля. Над областью с избытком

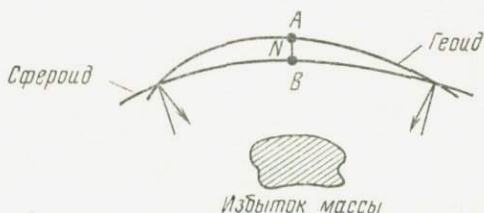


Рис. 3.3. Искажение геоида и уклонение отвесной линии, вызванные наличием дополнительной массы.

массы имеется дополнительный потенциал ΔU , и эквипотенциальная поверхность выгнута наружу. Для единичной аномальной массы

$$gN = \Delta U, \quad (3.23)$$

где $N = AB$ — высота геоида над сфероидом и g — среднее значение силы тяжести между A и B . По сторонам от области с избытком массы вертикаль отклоняется внутрь.

Недостаток массы в Земле создает противоположный эффект.

Сложность задачи для реальной Земли состоит в том, что величина N в любой точке определяется множеством аномальных масс. Ни сами массы, ни их возмущающий потенциал в общем неизвестны, а измеряется влияние этих масс на величину g . Из-за изменений плотности по горизонтали, т. е. из-за наличия аномальных масс, значения g на уровне моря отличаются от величин, вычисленных по формуле нормальной силы тяжести. Остается отыскать способ определять N по аномалиям силы тяжести. Будем пока по-прежнему пренебрегать влиянием масс, расположенных выше уровня моря, и считать, что g на уровне моря известно по всей Земле.

Связь между N и аномалиями силы тяжести Δg , первоначально установленная Стоксом [106], была получена несколькими методами. Все способы предусматривают разложение обеих величин в ряд по сферическим функциям (см. приложение 1), но быстрее всего к результату приводит метод Пицетти [96], использующий уравнение (49) приложения I.

Пусть аномалия силы тяжести в точке P поверхности геоида на высоте N над сфероидом равна Δg (измеренное g минус g_0 для широты пункта), и пусть потенциал от всех возмущающих масс будет U . Аномалия Δg возникает частично от притяжения аномальных масс, а частично из-за того, что точка стояния наблюдателя P находится на расстояние N дальше от центра масс Земли, чем соответствующая точка на сфероиде. В следующей главе будет показано, что второе воздействие описывается выражением

$$-\frac{2g}{r}N = -\frac{2U}{r}, \quad (3.24)$$

где r — радиус-вектор P . Следовательно,

$$\Delta g = -\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{2U}{r}. \quad (3.25)$$

Пусть

$$V_p = -r\Delta g = 2U + r \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial (Ur^2)}{\partial r}. \quad (3.26)$$

Отсюда следует

$$Ur^2 = \int rV_p dr + C. \quad (3.27)$$

Само V имеет размерность потенциала, а потому V_p можно выразить через величины потенциала V_s на сфере радиуса a с помощью уравнения (49) приложения 1

$$V_p = a \frac{r^2 - a^2}{4\pi} \int \frac{V_s}{d^3} d\sigma, \quad (3.28)$$

где $d^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \psi$ (ψ — угол между радиусами-векторами пункта P и текущего элемента поверхности сферы), $d\sigma$ — элемент телесного угла. Интегрирование должно выполняться по всей сфере. Следовательно,

$$Ur^2 = \frac{a}{4\pi} \int V_s d\sigma \int \frac{r^3 - ra^2}{d^3} dr + C. \quad (3.29)$$

Далее

$$V_s = 2U + a \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_a = -a \Delta g. \quad (3.30)$$

Подстановка (3.30) в (3.29) и интегрирование по r дают

$$U = \frac{a}{2\pi} \int \Delta g f(\psi) d\sigma, \quad (3.31)$$

где

$$f(\psi) = \left[\frac{1}{2} \operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} - 1 - \cos \psi \right] + 3 \left[1 - \cos \psi - \right. \\ \left. - 2 \sin \frac{\psi}{2} - \cos \psi \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \right].$$

Отсюда получаем

$$N = \frac{a}{2\pi g} \int \Delta g f(\psi) d\sigma, \quad (3.32)$$

т. е. формулу Стокса.

Величины a и g здесь следует рассматривать как средние значения соответственно радиуса сфероида и силы тяжести на нем.

Формула Стокса дает величину N для одного пункта на геоиде, выраженную через значения Δg по всей Земле. Не надо делать никаких допущений относительно возмущающих масс, кроме того что они должны лежать внутри геоида. Функция $f(\psi)$ — это весовой коэффициент, который дает аномалиям веса соответственно их угловому расстоянию ψ от P . Поведение функции $f(\psi)$ при изменении ψ от 0 до π , очевидно, очень существенно, так как оно определяет предел, до которого далекие аномальные массы влияют на вычисление N в данном пункте.

Однако для практических вычислений удобнее ввести вместо $d\sigma$ элемент d . В этом случае

$$N_P = \frac{a}{2\pi g} \int_0^{2\pi} dA \int_0^{\pi} \Delta g f(\psi) \sin \psi d\psi, \quad (3.33)$$

где A — азимут направления из точки P на пункт, к которому относится Δg .

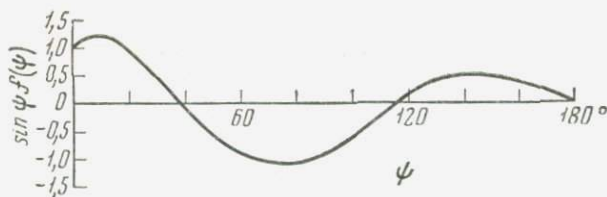


Рис. 3.4. Функция $\sin \psi f(\psi)$.

Весовая функция теперь имеет вид $f(\psi) \sin \psi$; она показана на рис. 3.4. Относительно медленная сходимость ее к нулю — факт, досаждавший геодезистам со времени опубликования Стоксом своих результатов. Результат вычисления N в любом пункте по существу определяется тем, насколько хорошо известны Δg по всей Земле, но даже сейчас в некоторых районах земного шара не хватает наблюдений для того, чтобы можно было произвести точный расчет для любой точки земной поверхности.

Если бы пункты с известными Δg были распределены равномерно, мы могли бы сделать следующее. Пусть во-

круг точки P образованы круговые зоны, угловая ширина которых $\Delta\psi$, и пусть

$$\Delta g_{\psi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta g \, dA \quad (3.34)$$

есть среднее значение Δg на окружности углового радиуса ψ . Тогда

$$N = \frac{a}{g} \int_0^{\pi} \Delta g_{\psi} f(\psi) \sin \psi \, d\psi. \quad (3.35)$$

Если $\overline{\Delta g_{\psi}}$ — среднее значение Δg_{ψ} в интервале между двумя окружностями с радиусами ψ_1 и ψ_2 , то

$$N = \frac{a}{g} \sum \overline{\Delta g_{\psi}} \bar{f}(\psi), \quad (3.36)$$

где

$$\bar{f}(\psi) = \int_{\psi_1}^{\psi_2} f(\psi) \sin \psi \, d\psi.$$

Функция $\bar{f}(\psi)$ была табулирована Ламбертом и Дарлингтом [76], так что при наличии надежных средних значений Δg вычисление суммы (3.36) не должно представлять особых трудностей. Результаты, к которым приводит формула Стокса, мы обсудим после рассмотрения приведения наблюдений g на суше к уровню моря.

Разложение внешнего гравитационного поля по сферическим функциям

Стокс вывел выражение для N в форме (3.32), чтобы избежать трудоемкой операции разложения поля по сферическим функциям. Если аномалии силы тяжести разложены в ряд, то легко получить соответствующие гармоники в выражении для N . Можно показать, что сферическая гармоника n -го порядка в разложении N в $a/g(n-1)$ раз больше, чем соответствующий член в разложении аномального гравитационного поля. Сейчас

возникли некоторые обстоятельства, по которым разложение по сферическим функциям выгодно возобновить: с использованием быстродействующих вычислительных машин расчеты не являются больше безнадежным делом; можно наложить условия, при которых запрещенные гармоники (такие, как первая) будут обращаться в нуль, и, наконец, можно привлечь важную информацию, которую дают наблюдения за орбитами искусственных спутников Земли.

Обычно работа сводится к тому, чтобы получить средние значения Δg для «площадок» размерами 10° широты на 10° долготы, а затем применить к ним разложение по сферическим функциям до желаемого порядка. Этим способом Джеффрис [59] и Жонголович [2] получили члены до 3-го порядка*. Каула [67] использовал все гравиметрические данные, имевшиеся к 1958 г., и учел зависимости, установленные при наблюдениях спутников в 1957—1958 гг., чтобы получить разложение до 8-го порядка.

Уклонение отвесной линии

Составляющие уклонения отвеса в пункте P в вертикальных меридиональной и перпендикулярной к ней плоскостях равны наклонам геоида и, следовательно, производным N в этих направлениях (рис. 3.1). В обычных обозначениях уклонения η и ξ можно записать в виде:

$$\eta = - \frac{\partial N}{\partial x}, \quad (3.37)$$

$$\xi = - \frac{\partial N}{\partial y},$$

где x направлено к северу, а y — к востоку.

* И. Д. Жонголович определил коэффициенты разложения гравитационного поля Земли не до 3-го, а до 8-го порядка включительно. — *Прим. ред.*

Из уравнения (3.33) можно получить выражения для уклонений в радианах:

$$\begin{aligned}\eta &= -\frac{1}{2\pi g} \iint \Delta g \frac{\partial f(\psi)}{\partial \psi} \sin \psi \cos A d\psi dA, \\ \xi &= -\frac{1}{2\pi g} \iint \Delta g \frac{\partial f(\psi)}{\partial \psi} \sin \psi \sin A d\psi dA.\end{aligned}\quad (3.38)$$

Величину $\frac{\partial f(\psi)}{\partial \psi} \sin \psi$ протабулировал Соллинс [103], и численное решение уравнений (3.38) можно получить путем, сходным с тем, который был описан для получения величины N . Влияние дальних масс на уклонения отвеса уменьшается быстрее, чем на высоты N . В результате нехватка измерений в некоторых районах земного шара в этом расчете сказывается меньше, несмотря на то что абсолютная величина N может быть получена только после подстановки в уравнение (3.33) гравиметрических данных по всей Земле. Вычисления уклонений отвеса по наблюдениям силы тяжести особенно нужны на базисных пунктах геодезических сетей. Райс в 1951 г. [101] описал такие расчеты, выполненные для ряда станций в США, включая исходный пункт геодезической сети Северной Америки — Мидз-Ранч в штате Канзас.

Использование наблюдений за искусственными спутниками

Открытые Кеплером законы движения планет позволили Ньютону сформулировать закон всемирного тяготения. Подобным же образом проводившиеся с 1957 г. наблюдения за искусственными спутниками Земли позволили гораздо лучше определить гравитационное поле Земли. Если бы Земля была однородным шаром со сферически симметричным гравитационным полем, то спутники, согласно законам Кеплера, описывали бы вокруг нее эллиптические орбиты. Реальное гравитационное поле не соответствует этому условию, и поэтому орбиты спутников испытывают возмущения. Из этого следует, что результаты наблюдений за реальными орбитами можно использовать для определения сферических гармоник поля, если только учесть эффекты, связанные с сопротив-

лением воздуха [69]. Подход к решению аналогичен тому методу, который многие годы использовался в небесной механике (см. приложение 3).

Очевидно, что самое большое воздействие на орбиту будут оказывать низшие гармоники гравитационного поля. Следовательно, в первую очередь наблюдения спутников ведут к новому определению второй гармоники, а она, как мы видели, связана со сжатием сфероида. Наблюдения за движением второго советского искусственного спутника Земли были проанализированы Мерсоном и Кинг-Хили [82], наблюдения спутника «Авангард I» — О'Кифом и др. [91]. Мерсон и Кинг-Хили отметили, что скорость вращения плоскости орбиты (обозначенная в приложении 3 через $\dot{\Omega}$) второго советского спутника была меньше, чем ей следовало бы быть при сжатии $1/297,1$. Эти два значения скорости можно согласовать, если принять для сжатия величину $1/298,24$. Таким образом, наблюдения спутников показывают, что ранее полученные значения f , включая и те, которые были основаны на гравиметрических наблюдениях, завышены. Если оставить как фигуру сравнения сфероид со сжатием $1/297$, то геоид, соответствующий гравитационному полю, определенному по спутникам, должен иметь в полярных областях Земли обширные выпуклости высотой до 80 м. Следует, однако, иметь в виду, что эти 80-метровые выпуклости у полюсов на деле довольно незначительны, если сравнить их с главным сжатием 20 км.

РЕДУКЦИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Изменение силы тяжести с высотой

На континентах сила тяжести измеряется на уровне моря лишь в отдельных случаях. Поэтому для использования результатов ее измерений в геодезии и геофизике в них нужно вводить поправки, учитывающие высоту станции. Дифференцирование сразу определяет связь изменения g с изменением расстояния от центра Земли. Если считать, что Земля сферична и ее масса равна M , то на расстоянии r от центра Земли

$$g = \frac{GM}{r^2}. \quad (4.1)$$

Следовательно,

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -2 \frac{GM}{r^3} = -\frac{2g}{r}. \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) дает для вертикального градиента силы тяжести на уровне моря значение $-0,3086$ мгл/м. Для большинства целей это значение градиента можно использовать в любой точке на Земле. Более полная формула, в которой учтена сфероидальность Земли, имеет вид

$$\frac{\partial g}{\partial r} = (-0,30855 - 0,00022 \cos 2\varphi + 0,00000144h) \text{ мгл/м}, \quad (4.3)$$

где φ — геоцентрическая широта и h — высота в метрах. Уравнения (4.2) и (4.3) показывают скорость уменьшения g при увеличении расстояния от центра Земли, т. е. при увеличении высоты, в случае когда между наблюдателем и Землей нет никаких дополнительных масс. Такое уменьшение силы тяжести обнаруживал бы наблюдатель,

свободно поднимающийся вверх на воздушном шаре, и поэтому указанный градиент называют «градиентом силы тяжести в свободном воздухе» или «нормальным вертикальным градиентом силы тяжести». Если же измерять силу тяжести прямо на земной поверхности на одной и той же широте, но на разных высотах, то окажется, что

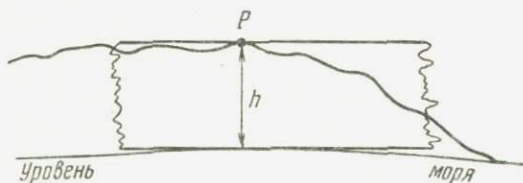


Рис. 4.1. Замена притяжения истинных масс, лежащих выше уровня моря, притяжением бесконечного горизонтального слоя при вычислении аномалий Буге.

ее изменения не согласуются с изменениями в свободном воздухе, потому что чем выше расположена станция, тем больше под ней масс. Это понял Буге [11], когда проводил свои измерения в Андах; он предложил притяжение материала, лежащего выше уровня моря, приравнять притяжению бесконечного горизонтального слоя из того же материала (рис. 4.1), толщина которого равна высоте станции. Притяжение этого слоя, как будет показано в следующей главе, равно

$$\Delta g = 2\pi G\rho h \text{ гл.} \quad (4.4)$$

Здесь ρ — плотность пород. Поправка Δg увеличивает значение g на более высоких станциях, и, следовательно, эффект Буге и градиент в свободном воздухе имеют разные знаки. При обычной плотности вещества коры, равной $2,67 \text{ г/см}^3$, вертикальный градиент Буге составляет $0,1118 \text{ мгл/м}$. Это меньше, чем градиент в свободном воздухе, и поэтому с увеличением высоты станции над уровнем моря измеренные на ней значения g уменьшаются с общей скоростью $0,1968 \text{ мгл/м}$, равной алгебраической сумме обоих градиентов. Можно спорить о том, насколько правомерна замена реального рельефа слоем масс постоянной толщины, если станции находятся на местности

со сложным рельефом. Но практически более удобно использовать формулу Буге для слоя масс постоянной толщины и потом вводить поправку (которая обычно мала) за негоризонтальность местности. Как вычисляется такая поправка, показано ниже.

Изменение силы тяжести внутри Земли

Знать, как изменяется сила тяжести внутри Земли, для редукции гравитационных наблюдений не обязательно, но этот вопрос удобно рассмотреть именно здесь. Теория потенциала утверждает (см. приложение 1), что точку, расположенную внутри однородного шара на расстоянии r от его центра, не притягивает часть массы шара, удаленная от центра больше, чем на r . Точка притягивается только сферической массой радиуса r ; при приближении точки к центру сила притяжения линейно убывает. Действительную плотность Земли никак нельзя назвать однородной, но можно принять, что Земля состоит из большого числа концентрических сферических слоев постоянной плотности (о действительной форме поверхностей равной плотности говорится в приложении 2). Притяжение каждого слоя эквивалентно притяжению точечной массы, помещенной в его центре; поэтому притяжение на произвольном расстоянии r от центра равно

$$g_r = \frac{Gm}{r^2}, \quad (4.5)$$

где m — полная масса внутри сферы радиуса r . Поскольку в данном случае нас интересует только изменение с глубиной среднего значения g , влиянием вращения Земли мы пренебрегаем.

Изменение плотности с глубиной подробно исследовал Буллен [16]. Если считать, что в недрах Земли поддерживается состояние гидростатического равновесия, то вертикальный градиент давления на расстоянии r от ее центра должен быть равен

$$\frac{dp}{dr} = -g_r \rho_r, \quad (4.6)$$

где ρ_r — плотность на этой глубине. Далее, при адиабатических условиях

$$\frac{d\sigma}{d\rho} = \frac{K}{\rho} \quad (4.7)$$

где K — модуль объемного сжатия. Удачно, что отношение K/ρ можно выразить через скорости сейсмических волн, функциональная связь которых с глубиной хорошо известна. В частности,

$$\frac{K}{\rho} = V^2 - \frac{4}{3} v^2, \quad (4.8)$$

где V и v — скорости продольных P и поперечных S упругих волн соответственно. Следовательно, мы получаем

$$\left(\frac{d\rho}{dr} \right)_r = - \frac{d\sigma}{d\rho} \frac{d\rho}{dr} = \frac{Gm\rho_r}{r^2 \left(V^2 - \frac{4}{3} v^2 \right)}. \quad (4.9)$$

Уравнение (4.9) решают методом численного интегрирования, начиная от кровли мантии, где m равно общей

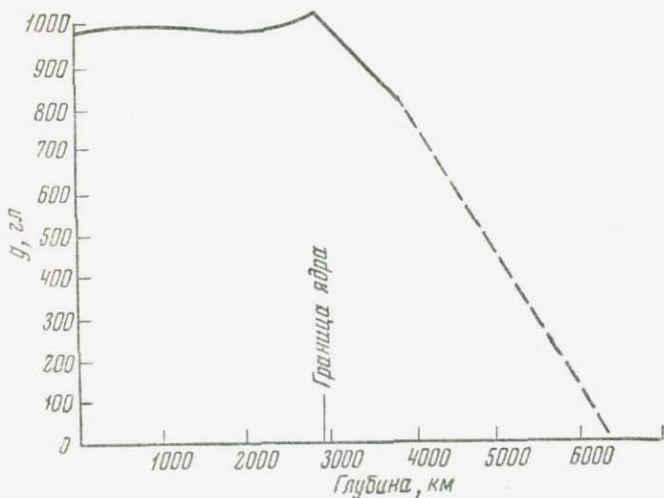


Рис. 4.2. Изменение силы тяжести с глубиной.

массе Земли минус масса коры. Сначала принимают значение плотности в верхней части мантии, после чего вычисляют градиент. Это позволяет оценить плотность на глубине, скажем, 100 км; затем процедура повторяется. Окончательно полученные плотности по всему диапазону глубин проверяют по общей массе Земли и по ее моменту инерции относительно оси вращения. Этот контроль важен, потому что, пересекая каждую поверхность разрыва сейсмических скоростей и плотностей, приходится делать какие-то допущения о плотности материала ниже этой поверхности. Решая уравнение (4.9) для ряда глубин, каждый раз определяют и величину m , так что по уравнению (4.5) можно рассчитать и g . Рис. 4.2 показывает изменение силы тяжести с глубиной. Особенно интересно, что во внешней части Земли сила тяжести постоянна, тогда как в однородном шаре она должна была бы линейно уменьшаться. Массы, сосредоточенные в ядре, притягивают с силой, которая с глубиной возрастает, но этот рост притяжения компенсируется тем, что при погружении в Землю перестают притягивать вышележащие слои.

Аномалии силы тяжести

Аномалия силы тяжести в данном пункте равна разности между измеренным и теоретическим значениями g ; последнее обычно вычисляется для этого пункта по формулам нормального распределения силы тяжести. Если g_0 — величина силы тяжести, измеренная на физической поверхности Земли на высоте h , то ее нужно сначала привести к уровню моря и только после этого сравнивать с теоретическим значением γ_0 для той же широты*.

Сначала допустим, что для приведения g_0 к уровню моря использована только поправка в свободном воздухе, хотя в настоящее время это нельзя считать достаточным. При этом будет получена аномалия в свободном

* Ламберт и Дарлинг [75] вычислили таблицу значений γ_0 через каждые 10' широты. Она же приведена в работе Неттлтона [86]. [Аналогичные таблицы имеются и в русской литературе (см., например, Буланже Ю. Д. и др., Формулы и таблицы для обработки гравиметрических наблюдений, Геодезиздат, 1949). — Прим. ред.]

воздухе $\Delta g_{с.в.}$, равная

$$\Delta g_{с.в.} = (g_0 + 0,3086 h) - \gamma_0, \quad (4.10)$$

где h в метрах, а Δg , g_0 и γ_0 — в миллигалах.

Если же приводить g_0 к уровню моря, вводя поправку Буге, получим аномалию Буге Δg_B :

$$\Delta g_B = [g_0 + (0,3086 - 0,0418\rho)h] - \gamma_0. \quad (4.11)$$

Для вычисления аномалии Буге нужно задаться значением средней плотности ρ породы, лежащей между станцией и уровнем моря.

Аномалии в свободном воздухе и Буге в разных местах земного шара

Можно предполагать, что на более высоких станциях должны преобладать большие положительные аномалии в свободном воздухе, поскольку при их вычислении притяжение масс, расположенных выше уровня моря, не принимается во внимание. Что это действительно так, видно из табл. 4.1, опубликованной Боуи [12]. Она составлена по средним аномалиям для ряда станций в США.

Таблица 4.1

	Средние аномалии с учетом знака, мгЛ	
	Буге	в свободном воздухе
Береговые станции	+ 17	+17
Станции внутри страны вне горных районов . .	- 28	+9
Станции в горных областях ниже среднего уровня	-107	-8
Станции в горных областях выше среднего уровня	-110	+58

Как видно из таблицы, аномалии в свободном воздухе на более высоких станциях положительны, но самое примечательное — это тенденция аномалий Буге принимать в горах большие отрицательные значения. Измере-

ния силы тяжести проведены в большинстве горных районов земного шара, и можно привести много примеров этой почти всеобщей тенденции (рис. 4.3). В использовании редукции Буге для учета притяжения масс, лежащих выше уровня моря, нет ничего нелогичного, и большие отрицательные аномалии лишь свидетельствуют о

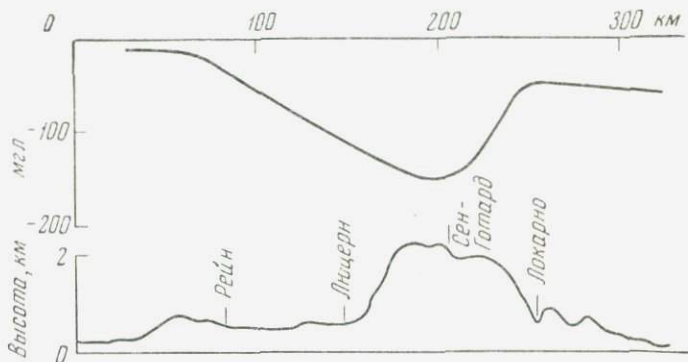


Рис. 4.3. Профиль аномалии Буге, измеренной через Альпы.

дефиците массы ниже уровня моря, причем этот дефицит массы тем больше, чем выше физическая поверхность суши. Это иллюстрирует важное явление компенсации форм рельефа земной поверхности соответствующим распределением масс под поверхностью. Принцип компенсации был предложен еще до того, как были выполнены детальные измерения силы тяжести. Поэтому расскажем вкратце, как исторически развивалась эта идея.

Изостазия — компенсация форм рельефа

Еще в XVII веке многие исследователи предполагали, что горы выросли потому, что под ними находились более легкие породы. Предпринятым в XVIII веке попыткам определить гравитационную постоянную G , измеряя притяжение гор, мешали «скрытые массы». Но окончательные представления о дефиците массы под земной поверхностью сложились только после анализа уклонений отвеса, измеренных в ходе астрономо-геодезических съемок в

Индии. Несоответствие геодезических и астрономических координат пунктов, расположенных в окрестностях Гималаев, показало, что вертикаль там действительно отклонена в сторону гор. Однако в 1855 г. Пратт [97] вычислил уклонения, которые должна была вызывать видимая масса гор, и показал, что наблюдавшийся эффект составлял лишь около трети расчетного. Эри [6] в том же 1855 г.

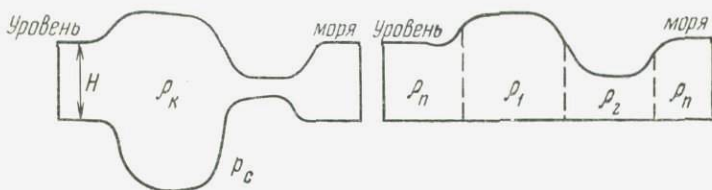


Рис. 4.4. Схемы изостазии по Эри (слева) и Пратту (справа).

объяснил это расхождение компенсацией горных масс и предположил, что тонкая земная кора покоится на более плотном субстрате. В возвышенных областях кора имеет внизу выступы наподобие корней, так что на единицу площади любого слоя, лежащего ниже самых глубоких корней, везде приходится одна и та же общая масса (рис. 4.4, слева).

Четырьмя годами позже Пратт [98] согласился с гипотезой компенсации, но не принял предложенного Эри механизма. Он полагал, что кора везде достигает одной и той же глубины ниже уровня моря, а ее плотность всюду обратно пропорциональна ее толщине (рис. 4.4, справа). Пратт предложил гипотезу, по которой горы возникали при вертикальном расширении колонн коры, массы которых при этом не менялись. Через несколько лет, в 1889 г., Деттон [26] ввел термин «изостазия», означающий явление компенсации и состояние гидростатического равновесия в Земле ниже определенной глубины. Примерно в то же время при исследованиях изостазии наряду с изучением уклонений отвеса начали использовать измерения величины g . Многие годы основной упор делали на проверку то гипотезы Эри, то гипотезы Пратта; в каждом случае пытались подобрать оптимальные параметры — такие, как плотность и толщина коры. Обычно [43, 46] для

проверяемой гипотезы вычисляли воздействие на силу тяжести компенсирующих масс, распределение которых устанавливали по видимой высоте рельефа в соответствии с механизмом компенсации, и исключали это воздействие из аномалий Буге. Затем полученные «изостатические аномалии» пытались уменьшить надлежащим подбором параметров.

Вычисление изостатических аномалий

Чтобы вычислить влияние масс, компенсирующих неровности рельефа, на силу тяжести в пункте наблюдения,

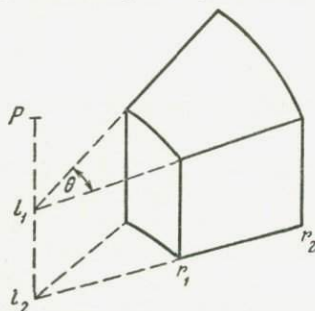


Рис. 4.5. Один из секторов, на которые делят кору при вычислении изостатических аномалий.

Хейфорд и Боуи [43] поделили территорию, окружающую станцию, на участки, каждый из которых имеет форму сектора полого цилиндра. Притяжение массой такой формы точки, лежащей на оси цилиндра, легко вычисляется. Детальный расчет приводится в гл. 5, а здесь мы сразу приведем результат. В обозначениях, ясных из рис. 4.5, составляющая силы тяжести в точке P от показанного на этом рисунке призматического участка коры равна

$$\Delta g = \varphi G \Delta \rho \left[(r_1^2 + l_2^2)^{1/2} - (r_1^2 + l_1^2)^{1/2} - (r_2^2 + l_2^2)^{1/2} + (r_2^2 + l_1^2)^{1/2} \right], \quad (4.12)$$

где φ — угол в радианах, $\Delta \rho$ — разность фактической плотности и средней плотности земной коры.

Пусть высота поверхности сектора над уровнем моря в среднем равна h . Тогда, если следовать гипотезе Пратта, плотность коры в этом секторе будет равна

$$\rho = \rho_n \frac{H}{H + h}, \quad (4.13)$$

где ρ_n — средняя плотность земной коры и H — повсюду постоянная глубина нижней границы коры Пратта, отсчитанная от уровня моря.

Следовательно, аномалия плотности равна

$$\Delta\rho = \rho - \rho_n = \rho_n \left(\frac{H}{H+h} - 1 \right). \quad (4.14)$$

С достаточной точностью получаем

$$\Delta\rho = -\frac{h\rho_n}{H}.$$

Если это значение $\Delta\rho$ подставить в формулу (4.12), то получим влияние компенсации рельефа в одном этом секторе на величину силы тяжести в точке P . Если высота h поверхности сектора больше высоты пункта P , формулу (4.12) надо применять с некоторой осторожностью, потому что в том виде, как она здесь приведена, она удовлетворительна, только если вся масса находится ниже уровня P . Полное влияние на силу тяжести масс, компенсирующих весь рельеф поверхности Земли, можно получить, суммируя влияния всех секторов, так как Хейфорд и Боуи поделили на секторы всю Землю вплоть до точки, диаметрально противоположной пункту наблюдения [для дальних зон в формулу (4.12) нужно вводить член, учитывающий кривизну Земли].

Установив размеры секторов и значения H и ρ_n , можно составить для каждого сектора таблицу поправок для силы тяжести в зависимости от h . В табл. 4.2 приведены радиусы зон, примененных Хейфордом и Боуи, и число секторов, на которые делилась каждая зона. Систему секторов наносят на прозрачные палетки в масштабе используемых топографических карт. Затем следует самая трудоемкая часть вычисления изостатической редукции — оценка высот отдельных секторов. Высоты h секторов, приходящихся на океаны, отрицательны, к тому же из-за наличия водных масс здесь надо брать другое значение плотности. Хейфорд и Боуи приняли для континентальных участков

$$\Delta\rho = -\frac{h}{H} \cdot 2,67 \text{ г/см}^3$$

Таблица 4.2

Зоны Хейфорда

Зона	Внешний радиус, м	Число секторов	Зона	Внешний радиус	Число секторов
A	2	1	18	1°41'13"	1
B	68	4	17	1 54 52	1
C	230	4	16	2 11 53	1
D	590	6	15	2 33 46	1
E	1 280	8	14	3 03 05	1
F	2 290	10	13	4 19 13	16
G	3 520	12	12	5 46 34	10
H	5 240	16	11	7 51 30	8
I	8 440	20	10	10 44	6
J	12 400	16	9	14 09	4
K	18 800	20	8	20 41	4
L	28 800	24	7	26 41	2
M	58 800	14	6	35 58	18
N	99 000	16	5	51 04	16
O	166 700	28	4	72 13	12
			3	105 48	10
			2	150 56	6
			1	180 00	1

и для морских

$$\Delta\rho = - \frac{h}{H} \cdot 1,64 \text{ г/см}^3.$$

Добавление суммы поправок от всех участков к аномалии Буге дает изостатическую аномалию Пратта (или Хейфорда). Эти аномалии для одного и того же пункта могут оказаться различными, что главным образом определяется выбором величины H . Хейфорд и Боуи нашли, что сумма квадратов аномалий на станциях в Соединенных Штатах минимальна при $H=113,7$ км; отсюда они заключили [43], что это — наилучшее значение «глубины компенсации» в гипотезе Пратта.

По гипотезе Эри компенсация достигается изменением толщины коры, имеющей постоянную плотность. В этом случае также можно вычислить влияние компенсирующих масс на силу тяжести, хотя Хейфорд и Боуи

этого не сделали. Хейсканен [45] первый показал, что для проверки теории Эри можно использовать ту же систему секторов, которую применяли Хейфорд и Боуи. Пусть теперь H означает толщину коры Эри там, где ее поверхность совпадает с уровнем моря; ρ_k — постоянная плотность коры и ρ_c — плотность субстрата. Тогда при высоте h поверхности сектора над уровнем моря глубина h' , на которую уходит его корень (см. рис. 4.4), определяется равенством

$$\rho_k H + \rho_c h' = \rho_k (h + H + h'),$$

т. е.

$$h' = h \frac{\rho_k}{\rho_c - \rho_k}. \quad (4.15)$$

Влияние компенсирующего корня каждого участка можно получить, снова воспользовавшись выражением (4.12), если считать в нем $l_1 \approx H$, а $l_2 \approx H + h'$ (здесь добавится еще небольшая поправка за высоту самой станции). И снова, задавшись значениями H , ρ_k и ρ_c для каждого сектора, можно составить таблицы поправок к силе тяжести в зависимости от средней высоты h его поверхности. Эту работу выполнил Хейсканен [46]. Сумма поправок от всех участков, добавленная к аномалии Буге, дает аномалию Эри, или Хейсканена; при расчете этой аномалии в зависимости от принятого значения H может получиться тот или иной результат. Исследования Хейсканена показали, что, когда H находится в диапазоне от 20 до 40 км, изостатические аномалии Эри — Хейсканена минимальны.

Влияние рельефа местности. Описанные выше методы вычисления аномалии Буге и изостатической аномалии предполагают, что станцию окружает совершенно горизонтальная равнина, высота которой над уровнем моря равна высоте станции. Этого никак нельзя сказать о районах с пересеченным рельефом; там нужно вводить соответствующую поправку, чтобы учесть присутствие в окрестностях станции низин и возвышенностей. Этот эффект иллюстрируется рис. 4.6. Поскольку и присутствие масс выше станции и их нехватка ниже станции приводят к

уменьшению величины g , поправка, которую надо вводить в величину силы тяжести, всегда положительна. Для оценки притяжения рельефа территорию, окружающую станцию, удобнее всего разделить на секторы, как это делалось при оценке влияния компенсирующих масс.

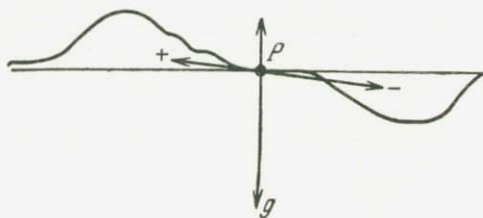


Рис. 4.6. Влияние на силу тяжести рельефа местности.

При этом влияние рельефа каждого сектора будет функцией разности, знак которой безразличен, между высотой станции и средней высотой рельефа в этом секторе. Если пользоваться системой слишком крупных участков, то есть опасность недооценить эту поправку. Например, если средняя высота рельефа одного из секторов окажется равной высоте станции, влияние рельефа этого участка в расчет не войдет. А между тем на этом участке могут находиться возвышенности и низины, заметно влияющие на силу тяжести. Для локальных гравитационных съемок, где требуется знать аномалию Буге и поправку за рельеф желательно вводить с высокой точностью, более удобной, чем система зон Хейфорда, обычно оказывается система деления рельефа на элементарные участки Хаммера [40]*. В любом случае, чтобы выяснить среднюю высоту участка, нужен определенный навык, позволяющий объемно представить себе по топографической карте рельеф местности. И только если поверхность какого-то из секторов представляет собой равномерный склон, искомое среднее будет просто полусуммой значений наибольшей и наименьшей высот.

* В практике отечественных работ используются таблицы и номограммы П. И. Лукавченко, В. М. Березкина, А. Д. Немцова и др.—
Прим. ред.

Поправка за рельеф в радиусе до 167 км от станции (т. е. в пределах внешнего контура зоны Хейфорда «О») для станций, расположенных в горных местностях на вершинах или в ущельях, может превышать 100 мгл. Но обычно даже в горах она меньше 50 мгл, а на станциях вне горных районов редко бывает больше 1 мгл.

Редукции для морских станций. Раньше основная часть гравиметрических измерений на море выполнялась с маятниками по методу Венинг-Мейнеса на подводных лодках в погруженном состоянии. Измеренные на этих станциях значения силы тяжести должны быть приведены к уровню моря вычитанием из них поправки, равной $0,3086 d$, где d — глубина подводной лодки в метрах, и прибавлением члена, равного удвоенному притяжению слоя воды, лежащего выше лодки, т. е. $4\pi G \cdot 1,03 d$, где $1,03 \text{ г/см}^3$ — плотность морской воды. Разность исправленного таким образом измеренного значения силы тяжести и γ_0 представляет собой аномалию в свободном воздухе для морской станции. Если, кроме того, добавить величину $2\pi G (2,67 - 1,03) t$, где t — глубина океана в метрах, то океан ниже станции окажется как бы замененным корой обычного состава, и получится аномалия, эквивалентная аномалии Буге на континентальных станциях. Аномалии Буге на морских станциях, как правило, значительно больше нуля, потому что дефицит массы океана компенсируется избытком массы более плотных пород, лежащих ниже океанского дна.

Употребление разных аномалий

Мы познакомились с аномалией в свободном воздухе, аномалией Буге и с различными изостатическими аномалиями. Теперь вполне может возникнуть вопрос, как и где использовать эти аномалии. Аномалии используются для определения сжатия сфероида по формуле Клеро или по более строгим формулам, для вычисления неровностей геоида по формуле Стокса, для проверки теорий изостазии, для исследования в тех или иных целях аномалий плотности в Земле.

При выводе теоремы Клеро мы допускали, что нет никаких масс, внешних по отношению к сфероиду, и что значения g на его поверхности известны. Чтобы использовать измерения, выполненные на физической поверхности Земли, нужно пренебречь массами, лежащими выше уровня моря, и привести g к уровню моря посредством редукции в свободном воздухе. Затем должна быть введена еще одна поправка в свободном воздухе для учета отклонения геоида от сфероида под пунктом наблюдения. Для оценки этого маленького «косвенного эффекта» составлены специальные таблицы [76]. Притяжение масс, лежащих выше уровня моря, в этом случае не учитывается. Континенты при этом фактически замещены дополнительной массой, помещенной ниже уровня моря, но эта масса не должна влиять на определение главного сжатия сфероида.

Для проверки той или иной теории изостатической компенсации удобна соответствующая изостатическая аномалия. Хотя получение в среднем небольших изостатических аномалий нельзя рассматривать как доказательство правильности той или иной модели, все же обычно считают, что сочетание параметров, при котором аномалия в среднем по территории получается наименьшей, определяет наилучшую модель проверяемой теории компенсации. Для исследования аномалий плотности коры, особенно небольших по размерам, лучше всего подходят аномалии Буге. Насколько это возможно, в них исключена разность значений силы тяжести между соседними станциями, вызванная различием высот этих станций над уровнем моря.

Остается посмотреть, какая нужна редукция, чтобы для определения формы геоида можно было применять формулу Стокса. По этому вопросу между геодезистами были большие разногласия. При выводе уравнения Стокса принималось, что масс, внешних по отношению к геоиду, нет и что известны значения g на геоиде. Все согласны с тем, что расположенные вне геоида массы при редуцировании силы тяжести должны быть исключены, но при этом может измениться форма эквипотенциальной поверхности, и поэтому, возможно, для возвращения к «подлинному геоиду» окажется необходимой еще одна

редукция. Однако Гельмерт [49] показал, что простое сплющивание масс, лежащих выше уровня моря, в слой, расположенный непосредственно под поверхностью геоида, практически не изменило бы формы этой поверхности. Этот слой в каждом месте должен иметь поверхностную плотность ρh г/см², где ρ — плотность пород, лежащих выше уровня моря, и h — высота гравиметрической станции. В точке геоида, расположенной прямо под станцией, притяжение этого слоя было бы равно $2\pi G\rho h$, т. е. оно было бы таким же, как притяжение действительного рельефа на самой станции (если пренебречь влиянием неровностей рельефа). Кажется, что благодаря этому, применяя уравнение Стокса, следовало бы брать именно аномалии в свободном воздухе. Но эти аномалии имеют один недостаток: их величина сильно зависит от высоты самой станции, а для расчетов нужна средняя по району аномалия, которая должна соответствовать средней высоте местности. В горных районах станции в основном расположены в долинах, и поэтому получить аномалию в свободном воздухе, соответствующую средней высоте района, может оказаться нелегко.

Другие геодезисты [47] выдвигают веские аргументы в пользу того, чтобы при изучении формы геоида использовать изостатические аномалии. Средние по площади значения изостатических аномалий вывести определенно проще, так как связь их величины с высотой станций невелика. Но, с другой стороны, их использование в формуле Стокса равносильно предположению, что неровности геоида вызваны только нескомпенсированными массами, а это может не вполне соответствовать действительности.

Не следует забывать, что конечная цель этого направления геодезии — дать пространственное представление о действительной форме физической поверхности Земли. Фигура, иная, чем геоид (определение которого дано выше), была бы точно так же пригодна в качестве поверхности относимости, если бы высоту над ней физической поверхности суши можно было определить повсюду. Учитывая это, Молоденский и др. [4] активно выступили за использование «квазигеоида» — фигуры, неровности которой определяются интегрированием по физической

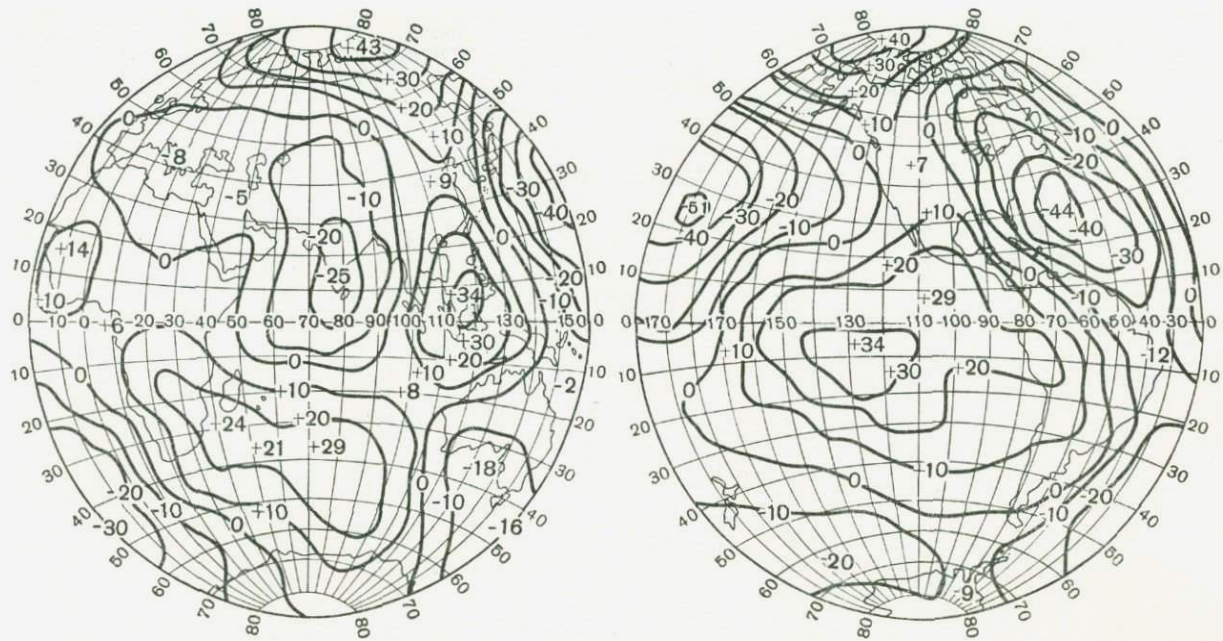


Рис. 4.7. Карта геоида (Каула [68]). Горизонталы показывают высоты (в метрах) геоида над сфероидом со сжатием 1/298,24.

поверхности Земли аномалий силы тяжести, полученных определенным образом. Они подробно описали, как определять и квазигеоид и высоту физической поверхности над ним.

Карты геоида. Среди геоидов, вычисленных недавно, причем совершенно различными методами, — Колумбус-геоид и геоид Каулы. Первый из них основан на изостатических аномалиях. Он получен Хейсканеном в университете штата Огайо [47] и первоначально был рассчитан только для северного полушария. Второй геоид вычислен путем разложения аномалий силы тяжести в свободном воздухе по сферическим функциям до 8-го порядка с уточнением по астрономо-геодезическим данным и по результатам наблюдений искусственных спутников Земли [68]. Как указывает Каула, наблюдения искусственных спутников, которыми он располагал, дали ему важный материал по полярным районам Земли. Надо заметить, что геоид Каулы (рис. 4.7) отнесен к эллипсоиду со сжатием $1/298,24$, определенным по наблюдениям искусственных спутников Земли. На карте видны отклонения геоида от эллипсоида на 30—40 м, а в одном месте даже на 50 м. И положение и величина отклонений от эллипсоида основных неровностей в северном полушарии у обоих названных геоидов хорошо совпадают. Эти неровности очень важны для изучения внутреннего строения Земли, которому будет посвящена специальная глава.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Основные положения

Аномалии силы тяжести, вычисленные описанными выше методами, широко используются для получения информации о структурах, залегающих под поверхностью Земли. Плотность различных горных пород, как образующих земную кору, так и подстилающих ее, неодинакова, так что распределение массы во внешних частях Земли никак нельзя назвать равномерным. Над площадями с избытком массы наблюдаемая сила тяжести превышает нормальную, и здесь преобладают положительные гравитационные аномалии. Задача геофизиков — по характеру гравитационных аномалий определить расположение и форму геологических структур, которые производят эти возмущения силы тяжести. Для изучения распределения аномальных масс обычно рассматривают аномалии Буге, вычерчивая профили или карты этих аномалий.

Две особенности гравитационного поля делают невозможной однозначную интерпретацию гравитационных аномалий. Первая заключается в том, что измеренное на любой станции значение g , а следовательно, и вычисленная по нему гравитационная аномалия отражают наложенные друг на друга влияния многих неравномерностей в распределении масс. Притяжение сравнительно ограниченных по площади образований часто проявляется лишь в небольшом искажении конфигурации гравитационной аномалии, созданной какой-то большой структурой. Успешно интерпретировать гравитационные аномалии можно только после разделения влияний отдельных масс, что особенно важно при геофизической разведке, когда ведутся поиски чрезвычайно локализованных структур. Поэтому детальное рассмотрение методов разделения гравитационных аномалий мы оставим до гл. 8.

Вторая трудность состоит в принципиальной неопределенности решения обратной краевой задачи для поля силы тяжести, как и для любого другого потенциального поля (см. приложение 1). Можно подобрать бесконечно много различных распределений масс, при которых будет получаться одно и то же распределение гравитационных аномалий на (или выше) земной поверхности. С первого взгляда попытка интерпретировать аномалии может показаться безнадежной. Однако правдоподобность с геологической точки зрения часто поможет исключить целые классы решений, а дополнительные сведения, как, например, о возможной плотности или глубине источника возмущения, могут уже привести к наиболее вероятному распределению масс.

В течение многих лет общепринятый метод интерпретации сводился к тому, что за источник гравитационной аномалии поочередно принимали различные тела простой геометрической формы, вычисляли, какие аномалии они могли бы дать на поверхности, и видоизменяли эти тела до получения идентичности с наблюдаемым полем. Но достижение идентичности указывало лишь на то, что выбранная модель — одно из возможных решений. Такую интерпретацию методом проб и ошибок часто называют косвенной интерпретацией. Этот способ не изящен, но имеет много преимуществ. Изменения силы тяжести, соответствующие телам простой формы, вычисляются без труда, и их можно быстро сравнить с наблюдаемой гравитационной аномалией. При предварительных съемках и ограниченном числе или сомнительном качестве наблюдений только такая операция и может оказаться оправданной. И напротив, если какой-то район полностью покрыт съемками и точность измерений высока, может оказаться желательным применить более прямой метод.

В последние годы были разработаны способы получения распределения масс путем математической обработки наблюдаемого поля. Эти способы, обычно требующие применения быстродействующих вычислительных машин, не могут устранить принципиальной неопределенности, о которой сказано выше. Поэтому с самого начала нужно задаться некоторыми параметрами неизвест-

ной структуры. Приняв определенные предположения о свойствах этой структуры, можно уже извлечь больше информации, изучая картину гравитационного поля.

Косвенные методы

Чтобы пользоваться косвенными методами, интерпретатору нужно иметь набор геометрических форм, притяжение которых можно вычислить. Опишем гравитационные аномалии, которые создаются телами, наиболее часто рассматриваемыми при интерпретации.

Произвольное распределение масс

Притяжение в точке P от элемента массы dm (рис. 5.1) направлено по PQ и равно Gdm/r^2 . В аномалию силы тяжести в точке P входит вертикальная составляющая этой величины, т. е. $(Gdm/r^2)\sin\varphi$. Здесь dm

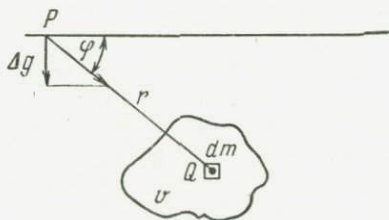


Рис. 5.1. Вычисление аномалии силы тяжести при произвольном распределении масс.

нужно рассматривать как избыток массы в элементе объема dv в точке Q по сравнению с массой такого же элемента объема вне тела. Если $\Delta\rho$ — различие в плотности между телом и окружающей его средой, то $dm = \Delta\rho dv$. Аномалия силы тяжести, создаваемая этим телом, в этом случае равна

$$\Delta g = G\Delta\rho \int_v \frac{\sin\varphi dv}{r^2}. \quad (5.1)$$

Шар

Для шара (рис. 5.2) интегрировать уравнения (5.1) не требуется, поскольку теория потенциала (см. приложение 1) указывает, что шар действует на внешнюю точку так же, как равная ему по массе частица, помещенная в его центре. Следовательно,

$$\Delta g = \frac{4}{3} \pi R^3 G \Delta \rho \frac{z}{r^3} = \frac{4}{3} \pi R^3 G \Delta \rho \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5.2)$$

Вертикальный цилиндр, ось которого проходит через точку P

Рассмотрим сначала цилиндр, уходящий вглубь бесконечно далеко (рис. 5.3). При этом удобно пользоваться цилиндрическими координатами, поместив их начало в точку P. Элемент объема в этих координатах равен $rd\varphi dr dz$, и аномалия силы тяжести

$$\Delta g = G \Delta \rho \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^a \int_{z=h}^{\infty} \frac{z r d\varphi dr dz}{(r^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5.3)$$

Интегрирование без затруднений приводит к выражению

$$\Delta g = 2\pi G \Delta \rho [(h^2 + a^2)^{1/2} - h] = 2\pi G \Delta \rho (b - h). \quad (5.4)$$

Аномалию от цилиндра, имеющего конечный вертикальный размер, можно получить как разность аномалий от двух бесконечных цилиндров (рис. 5.4)

$$\Delta g = 2\pi G \Delta \rho [b_1 - h_1 - (b_2 - h_2)] = 2\pi G \Delta \rho [l - (b_2 - b_1)]. \quad (5.5)$$

Если радиус цилиндра становится очень большим по сравнению с h_1 и h_2 , то $(b_2 - b_1) \rightarrow 0$ и

$$\Delta g = 2\pi G \Delta \rho l. \quad (5.6)$$

Это — уже встречавшаяся нам формула для притяжения бесконечного горизонтального слоя (4.4).

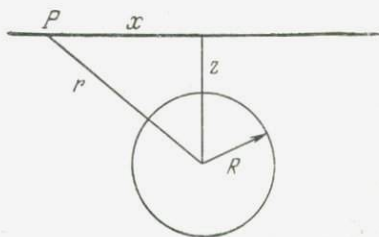


Рис. 5.2. Шар.

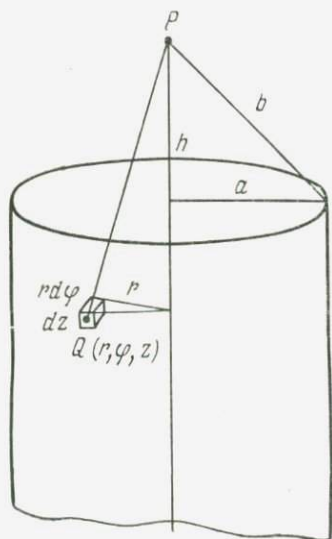


Рис. 5.3. Вертикальный цилиндр, бесконечный по глубине.

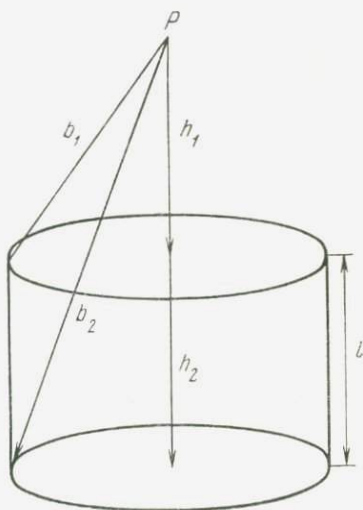


Рис. 5.4. Вертикальный цилиндр конечной высоты.

Горизонтальный бесконечно тонкий вещественный слой

Многие структуры образуют слои, вертикальная протяженность которых сравнительно с глубиной их залегания настолько мала, что избыток их массы можно считать сосредоточенным в горизонтальной плоскости. При действительном избытке плотности $\Delta\rho$ и высоте слоя h эквивалентный избыток поверхностной плотности $\Delta\sigma$ равен $h\Delta\rho$ г/см². Составляющая аномалии силы тяжести от элемента поверхности dA (рис. 5.5) равна

$$\frac{G\Delta\sigma \sin\varphi dA}{r^2} = G\Delta\sigma d\Omega, \quad (5.7)$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла, под которым площадка dA видна из точки P . Отсюда получаем

$$\Delta g = G\Delta\sigma\Omega, \quad (5.8)$$

где Ω — телесный угол, под которым из точки P виден весь слой. Телесные углы можно вычислить для слоев разных очертаний, в частности для круглых слоев имеются таблицы [87], которые позволяют очень легко определять аномалию силы тяжести.

Бесконечная горизонтальная вещественная линия (рис. 5.6)

Притяжение структуры, которая вытянута в одном направлении и имеет постоянное поперечное сечение (геологическая жила), можно рассчитать, рассматривая ее как бесконечную горизонтальную линию. Пусть она направлена вдоль оси η , параллельной оси y , и пусть на единицу длины приходится масса m . Составляющая аномалии силы тяжести в точке P (0,0,0) от элемента $d\eta$, находящегося в точке Q , равна

$$\frac{Gm}{l^2} d\eta \cos\theta \sin\varphi;$$

следовательно,

$$\Delta g = Gm \sin\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos\theta}{l^2} d\eta = \frac{2Gm \sin\varphi}{r}. \quad (5.9)$$

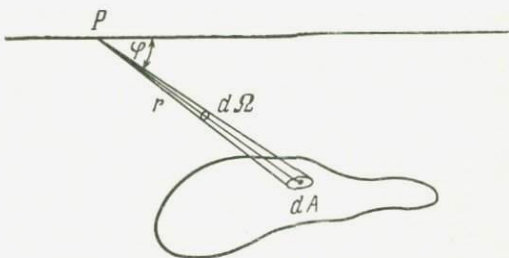


Рис. 5.5. Горизонтальный бесконечно тонкий вещественный слой

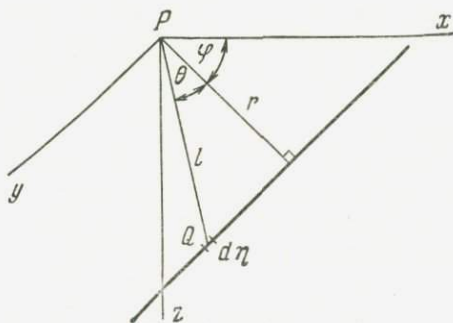


Рис. 5.6. Бесконечная горизонтальная вещественная линия.

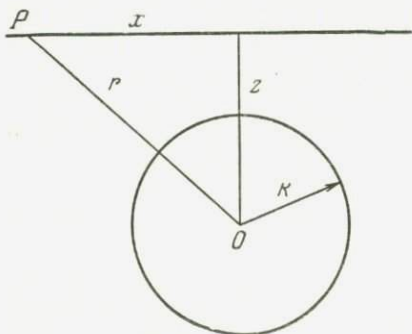


Рис. 5.7. Горизонтальный цилиндр.

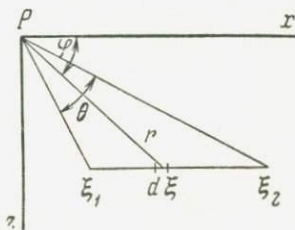


Рис. 5.8. Бесконечная горизонтальная полоса.

Для расчета гравитационного поля структур этого и подобных типов совершенно достаточно задать поперечное сечение структуры на плоскости xz ; поэтому такие тела называют двумерными.

Горизонтальный цилиндр (рис. 5.7)

Можно показать, что действие горизонтального цилиндра бесконечной длины эквивалентно действию его массы, сконцентрированной в одну линию на его оси. Избыток массы на единицу длины равен $\pi R^2 \Delta \rho$. Следовательно,

$$\Delta g = \frac{2\pi GR^2 \Delta \rho \sin \varphi}{r} = 2\pi GR^2 \Delta \rho \frac{z}{x^2 + z^2}. \quad (5.10)$$

Профиль аномалии симметричен и обладает тем свойством, что при $x=z$ Δg равно половине своего максимального значения.

Бесконечная горизонтальная полоса

Пусть избыток массы на единице площади равен $\Delta \sigma$. Составляющая аномалии силы тяжести от полоски шириной $d\xi$ (рис. 5.8) равна

$$\frac{2G\Delta\sigma d\xi \sin \varphi}{r};$$

следовательно, вся аномалия есть

$$\Delta g = 2G\Delta\sigma \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{\sin \varphi d\xi}{r},$$

или

$$\Delta g = 2G\Delta\sigma \theta, \quad (5.11)$$

где θ — угол, под которым из точки P видна линия пересечения пласта с плоскостью xz . Заметим, что при $\theta = \pi$ эта формула сводится к формуле притяжения бесконечного горизонтального слоя.

Слой с наклонным краем

Притяжение слоя, бесконечного в обе стороны по оси y и в сторону положительных значений x , можно вычислить, суммируя притяжения слоев толщиной dz .

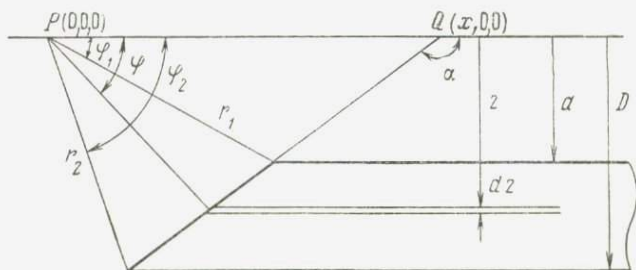


Рис. 5.9. Горизонтальный слой с наклонным краем.

Составляющая аномалии силы тяжести от такого слоя, лежащего на глубине z , равна

$$2G\Delta\rho\varphi dz;$$

следовательно,

$$\Delta g = 2G\Delta\rho \int_d^D \varphi dz. \quad (5.12)$$

После трудоемкого, но несложного интегрирования можно прийти к выражению

$$\Delta g = 2G\Delta\rho \left\{ (D\varphi_2 - d\varphi_1) - \sin \alpha \cdot x \left[\sin \alpha \ln \frac{r_2}{r_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos \alpha (\varphi_2 - \varphi_1) \right] \right\}. \quad (5.13)$$

Нужно обращать внимание на знаки величин x и $(\varphi_2 - \varphi_1)$, так как точка P может занимать над склоном различные положения. Если протяженность склона в сравнении с толщиной и глубиной залегания слоя очень

велика, то уравнение (5.13) упрощается и принимает вид

$$\Delta g = 2G\Delta\rho\pi(D - x \sin \alpha). \quad (5.14)$$

Это снова формула вида (4.4), причем $(D - x \sin \alpha)$ — толщина слоя непосредственно под точкой наблюдения.

Призматические тела, или дайки

Притяжение таких тел удобнее всего определять как разность притяжений двух склонов, смещенных один относительно другого по горизонтали. Например, притяжение бесконечной прямоугольной призмы (рис. 5.10)

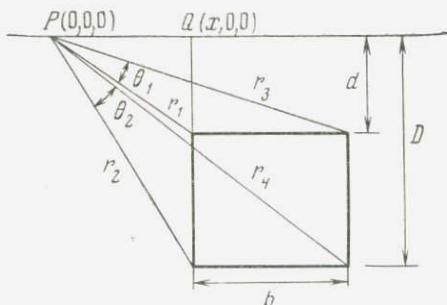


Рис. 5.10. Бесконечная прямоугольная призма.

получают, рассматривая два горизонтальных слоя с вертикальными краями, отстоящими друг от друга по горизонтали на величину b :

$$\Delta g = 2G\Delta\rho \left[D\theta_2 - d\theta_1 - x \ln \frac{r_1 r_4}{r_2 r_3} + b \ln \frac{r_4}{r_3} \right]. \quad (5.15)$$

Тела бесконечной длины с неправильным поперечным сечением

Такие тела лучше всего исследовать методом численного интегрирования с применением палеток. Посмотрим сначала, чему равна вертикальная составляющая в точ-

ке P притяжения сектора полого горизонтального кругового цилиндра (рис. 5.11)

$$\Delta g = 2G\Delta\rho \int_{r_1}^{r_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin \varphi r d\varphi dr}{r} = \\ = 2G\Delta\rho (r_2 - r_1) (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (5.16)$$

Если построить палетку, на которой вся полуплоскость ниже точки P заполнена секторами, причем r и $\cos \varphi$ увеличиваются постоянными шагами, то составляющие гравитационной аномалии от всех секторов будут одинаковыми. Удобный размер шага составляет 1 см для r и 0,05 для $\cos \varphi$. Если чертеж изучаемого сечения, выполненный в масштабе 1 : ρ , наложить на эту палетку, то можно подсчитать число секторов, закрываемых этим сечением, независимо от положения тела относительно пункта измерения P . Составляющая аномалии силы тяжести от каждого из этих секторов равна

$$0,1G\Delta\rho \text{ гл.}$$

Можно привести многочисленные примеры палеток других типов, но принцип их построения и использования остается точно таким же.

Косвенные методы интерпретации удобнее применять, имея наборы типовых профилей гравитационных аномалий, вычисленных для различных простых фигур. Часто несколько кривых помещают на одной диаграмме, чтобы сразу было видно, как влияют на гравитационную аномалию изменения одного из параметров тела. Пример такого семейства кривых дан на рис. 5.12.

Применение при косвенной интерпретации быстродействующих вычислительных машин

Преимущества косвенных методов интерпретации аномалий силы тяжести чрезвычайно возросли с появлением быстродействующих вычислительных машин. Теперь появилась возможность быстро определять притяжение тел неправильной формы и выводить изменения

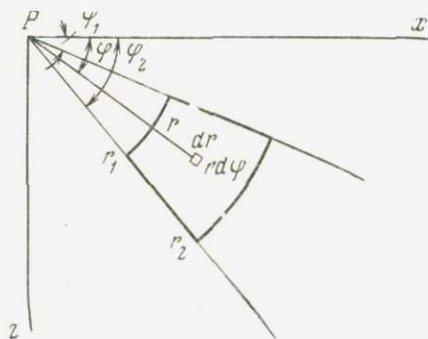


Рис. 5.11. Сектор полого горизонтального кругового цилиндра.

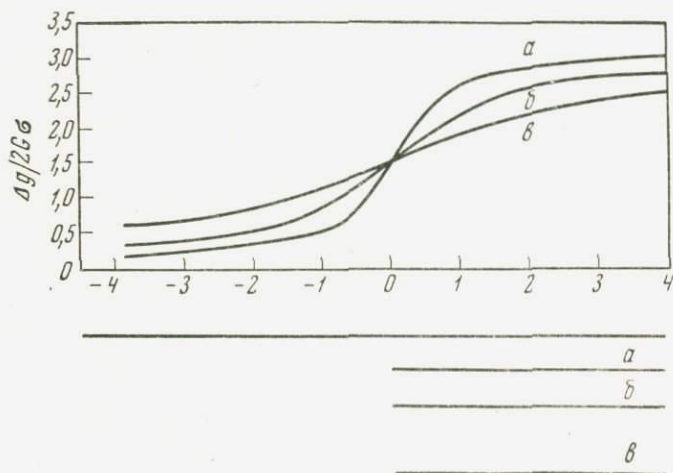


Рис. 5.12. Профили аномалий над краем вещественного слоя при расположении его на разных глубинах (0,5, 1 и 2 единицы горизонтального масштаба).

вычисленных гравитационных аномалий при изменениях тех или иных параметров этих тел.

Если на вычислительной машине нужно произвести расчет по одной из приведенных выше формул, то сначала следует преобразовать эту формулу, чтобы выразить

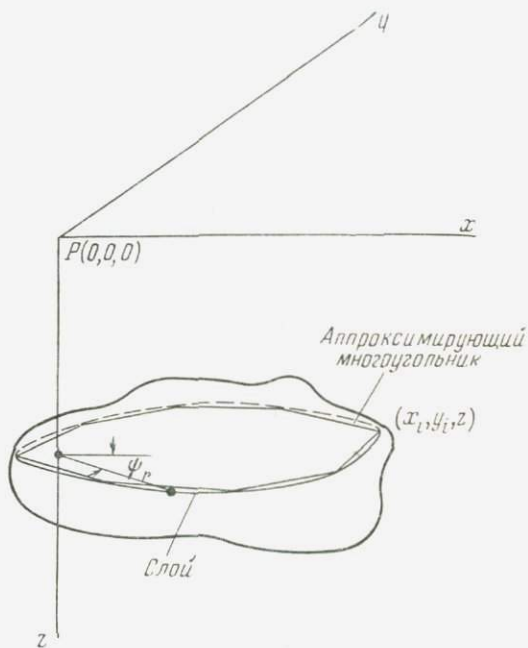


Рис. 5.13. Представление трехмерного тела горизонтальными слоями для вычисления аномалии силы тяжести на ЭЦВМ.

ее в цифровой форме. Например, Талвани и Юинг [109], основываясь на модификации уравнения (5.7), вывели числовое выражение для расчета гравитационной аномалии, создаваемой объемным телом. Любое трехмерное тело можно поделить горизонтальными плоскостями на серию тонких слоев или пластин, внешние границы которых можно представить контурами, как это изображено на рис. 5.13.

Согласно теореме Грина, интеграл уравнения (5.7) по поверхности любой отдельной пластины можно преобразовать в криволинейный интеграл по ее внешнему контуру, и составляющую аномалии силы тяжести от этого слоя можно записать в виде

$$\Delta g = G\sigma \left[\int d\psi - \int \frac{z}{(r^2 + z^2)^{1/2}} d\psi \right], \quad (5.17)$$

где r , ψ и z — цилиндрические координаты текущей точки на контуре. Для расчета действительный контур можно заменить многоугольником, вершины которого имеют координаты (x_i, y_i) . При этом уравнение (5.17) примет вид

$$\Delta g = G\sigma \sum_{i=1}^n \left[W \arccos \left(\frac{x_i}{r_i} \frac{x_{i+1}}{r_{i+1}} + \frac{y_i}{r_i} \frac{y_{i+1}}{r_{i+1}} \right) - \right. \\ \left. - \arcsin \frac{zq_i S}{(p_i^2 + z^2)^{1/2}} + \arcsin \frac{zf_i S}{(p_i^2 + z^2)^{1/2}} \right], \quad (5.18)$$

где

$$S = \begin{cases} +1 & \text{при } p_i > 0 \\ -1 & \text{при } p_i < 0, \end{cases}$$

$$W = \begin{cases} +1 & \text{при } m_i > 0 \\ -1 & \text{при } m_i < 0, \end{cases}$$

$$p_i = \frac{y_i - y_{i+1}}{r_{i,i+1}} \cdot x_i - \frac{x_i - x_{i+1}}{r_{i,i+1}} y_i,$$

$$q_i = \frac{x_i - x_{i+1}}{r_{i,i+1}} \cdot \frac{x_i}{r_i} + \frac{y_i - y_{i+1}}{r_{i,i+1}} \cdot \frac{y_i}{r_i},$$

$$f_i = \frac{x_i - x_{i+1}}{r_{i,i+1}} \cdot \frac{x_{i+1}}{r_{i+1}} + \frac{y_i - y_{i+1}}{r_{i,i+1}} \cdot \frac{y_{i+1}}{r_{i+1}},$$

$$m_i = \frac{y_i}{r_i} \cdot \frac{x_{i+1}}{r_{i+1}} - \frac{y_{i+1}}{r_{i+1}} \cdot \frac{x_i}{r_i},$$

$$r_{i,i+1} = [(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2]^{1/2}.$$

Теперь выражение для притяжения слоя приняло вид, удобный для численного решения, так как в него входят только горизонтальные координаты вершин аппроксимирующего многоугольника. Притяжение всего объемного тела можно получить, интегрируя по z составляющие этого притяжения от отдельных слоев и подставляя ρdz вместо σ , где ρ , как обычно, — объемная плотность и dz — расстояние между соседними слоями. Применяя этот метод, тело, притяжение которого надо найти, сначала представляют контурами горизонтальных сечений, сделанных через равные интервалы высоты; контуры рисуют на разграфленной бумаге и затем выбирают на них точки (x_i, y_i) в количестве, достаточном для представления этих контуров с желаемой степенью точности. Найденные координаты вводят в программу машины для вычисления уравнения (5.18). Программа составляется так, чтобы выполнялось также интегрирование по z ; таким образом, машина вычисляет полное притяжение трехмерного тела. Чтобы найти величину аномалий в других местах, смещают начало координат, добавляя к значениям x_i и y_i соответствующие приращения.

Прямые методы

Почти все так называемые прямые методы интерпретации заключаются в попытках определить распределение масс на заданной глубине от поверхности, согласующееся с наблюдаемым полем. В приложении 1 показано, что при переменной поверхностной плотности $\sigma(u, v)$ на плоскости uv , аномальное поле в непосредственной близости от этой плоскости равно $\Delta g = 2\pi G\sigma(u, v)$. Таким образом, если по наблюдаемому на земной поверхности полю можно вычислить поле на глубине, то можно установить и распределение масс. Для получения поля на глубине (эта операция называется аналитическим продолжением вниз) были предложены разные методы.

Гармонический анализ

Этот метод предложил Цубои [114]. Будем рассматривать распределение масс на плоскости, лежащей на

некоторой глубине h , где плотность σ — функция только x :

$$\sigma = \sigma_0 \cos px. \quad (5.19)$$

Поле на этой плоскости равно

$$\Delta g_h = 2\pi G \sigma_0 \cos px; \quad (5.20)$$

легко показать, что на высоте h над этой плоскостью величина поля будет

$$\Delta g_0 = 2\pi G \sigma_0 e^{-ph} \cos px = e^{-ph} \Delta g_h. \quad (5.21)$$

Это наводит на мысль, что, если профиль наблюдаемой аномалии силы тяжести Δg_0 имеет чисто синусоидальную форму, поле на глубине можно получить простым умножением поверхностной аномалии на e^{+ph} . Однако профиль любой произвольной формы можно представить в виде ряда Фурье, и каждый из членов этого ряда можно отдельно спроектировать вниз, умножая его на соответствующий коэффициент. Поле на глубине, а следовательно, и распределение масс на плоскости определятся как совокупность членов ряда, спроектированных на глубину.

Если аномальное поле — функция обеих горизонтальных координат x и y , то его можно представить двойным рядом Фурье:

$$\Delta g = \sum \sum c_{pq} \frac{\cos}{\sin} px \frac{\cos}{\sin} qy. \quad (5.22)$$

Чтобы спроектировать вниз отдельную составляющую в этом случае, ее надо умножить на $e^{-\sqrt{p^2+q^2}h}$ в остальном интерпретация точно такая же, как для одномерного случая. Пока быстродействующие вычислительные машины были распространены мало, метод Цубои не находил широкого применения, так как трудно было разлагать гравитационные аномалии в ряды Фурье. А с использованием вычислительных машин гармонический анализ аномалий трудностей не представляет, и теперь его широко применяют. Этот метод, как отметил Дин [25], ясно демонстрирует аналогию аналитического продолжения вниз с процессом фильтрации высоких частот.

Коротковолновые с высокими «частотами» аномалии соответствуют большим значениям p (или p и q). При переходе на заданную глубину h и умножении каждой аномалии на свой коэффициент e^{+ph} или $e^{+\sqrt{p^2+q^2}h}$ роль коротковолновых аномалий увеличивается. Эти члены могут дать нереально большие составляющие плотности σ . Это может означать, что выбрано слишком большое значение параметра h , иначе говоря, что источник аномалии искали на слишком большой глубине, а на самом деле он залегает ближе к поверхности. Следовательно, можно установить максимальную глубину, ниже которой распределение масс недопустимо. С другой стороны, колебания σ могут оказаться результатом резких очертаний профиля аномалии. Случайные ошибки наблюдений или редуций g приводят к появлению синусоидальной составляющей аномалии, половина длины волны которой в два раза превышает расстояние между станциями, но которая все же обычно короче всего профиля. Поэтому, прежде чем продолжать гравитационную аномалию вниз, любой профиль или карту аномалий желательно сглаживать. В работе Дина [25] описываются методы такого сглаживания, а также составление программ вычислений при продолжении гравитационных аномалий на глубину.

Разложение в ряд Тейлора

Аномальное поле на глубине можно также определить, зная поле и его вертикальные производные на поверхности [29]. Пусть ось z направлена вертикально вниз, а плоскость xy совпадает с земной поверхностью. Тогда поле на глубине h определяется выражением

$$\Delta g(x, y, h) = \Delta g(x, y, 0) + \left[\frac{\partial (\Delta g)}{\partial z} \right]_{x, y, 0} h + \\ + \left[\frac{\partial^2 (\Delta g)}{\partial z^2} \right]_{x, y, 0} \frac{h^2}{2!} + \dots \quad (5.23)$$

Следовательно, чтобы получить гравитационные аномалии на глубине, нужно вычислить производные, а это возможно, если поле на поверхности Земли известно до-

статочно детально [95]. В любой точке выше этой поверхности или на ней поле не изменится, если лежащий под землей источник гравитационной аномалии заменить поверхностным распределением плотности $\Delta g(x, y, 0)/2\pi G$

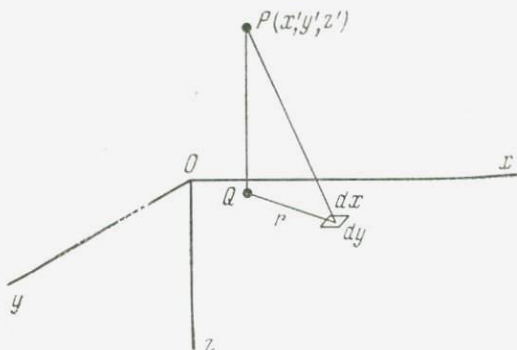


Рис. 5.14. Величины, входящие в выражения для продолжения гравитационного поля на глубину.

на плоскости xy (см. приложение 1). При этом в точке P , лежащей выше плоскости xy (рис. 5.14), составляющая аномалии силы тяжести от элемента поверхности $dx dy$ равна

$$\frac{-z' \Delta g(x, y, 0) dx dy}{2\pi [(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z'^2]^{3/2}},$$

и полная аномалия в точке P равна

$$\begin{aligned} \Delta g(x', y', z') &= \\ &= \frac{-z'}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta g(x, y, 0) dx dy}{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z'^2]^{3/2}}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Формула (5.24) выражает аномальное поле в точке P через поверхностный интеграл на плоскости xy . Произ-

водные этого поля можно теперь получить дифференцированием этого выражения по z . Например,

$$\left[\frac{\partial \Delta g}{\partial z} \right]_{x', y', z'} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta g(x, y, 0) \times \\ \times \frac{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 - 2z'^2}{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + 2z'^2]^{3/2}} dx dy. \quad (5.25)$$

Дальнейшее дифференцирование изменяет только весовую функцию, содержащуюся под знаком интеграла. Чтобы вычислить интеграл в уравнении (5.25) и подобные ему интегралы, удобнее всего перейти к полярным координатам (r, θ) с началом в точке Q (рис. 5.14). К примеру,

$$\left[\frac{\partial \Delta g}{\partial z} \right]_{0, 0, z} = -\frac{1}{2\pi} \int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} \Delta g(r, \theta, 0) \frac{r^2 - 2z'^2}{(r^2 + z'^2)^{3/2}} r dr d\theta. \quad (5.26)$$

Если мы обозначим среднее значение Δg на окружности радиуса r через $\overline{\Delta g}(r)$, то получим

$$\overline{\Delta g}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta g(r, \theta, 0) d\theta \quad (5.27)$$

и

$$\left[\frac{\partial \Delta g}{\partial z} \right]_{0, 0, z'} = \int_0^{\infty} \overline{\Delta g}(r) \frac{r^2 - 2z'^2}{(r^2 + z'^2)^{3/2}} r dr. \quad (5.28)$$

На практике средние значения гравитационных аномалий надо вычислять для окружностей разных радиусов $(0, r_1, r_2$ и т. д.) с центром в Q ; при этом искомая величина получается из суммы

$$\left[\frac{\partial \Delta g}{\partial z} \right]_{0, 0, z'} = - \left[\frac{\overline{\Delta g}_0 + \overline{\Delta g}_{r_1}}{2} \int_0^{r_1} \frac{r^2 - 2z'^2}{(r^2 + z'^2)^{3/2}} r dr + \right. \\ \left. + \frac{\overline{\Delta g}_{r_1} + \overline{\Delta g}_{r_2}}{2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{r^2 - 2z'^2}{(r^2 + z'^2)^{3/2}} r dr + \dots \right]. \quad (5.29)$$

Стсюда переходим к выражению

$$\left[\frac{\partial \Delta g}{\partial z} \right]_{0, 0, z'} = \frac{\overline{\Delta g_0}}{2} \left[\frac{1}{(r_1^2 + z'^2)^{1/2}} - \frac{z'^2}{(r_1^2 + z'^2)^{3/2}} \right] + \\ + \frac{\overline{\Delta g_1}}{2} \left[\frac{1}{(r_2^2 + z'^2)^{1/2}} - \frac{z'^2}{(r_2^2 + z'^2)^{3/2}} \right] + \dots \quad (5.30)$$

Поскольку нам нужны значения вертикальных производных силы тяжести на земной поверхности, обратим теперь z' в нуль. При этом

$$\left[\frac{\partial \Delta g}{\partial z} \right]_{0, 0, 0} = \frac{\overline{\Delta g_0}}{2} \frac{1}{r_1} + \frac{\overline{\Delta g_1}}{2} \frac{1}{r_2} + \dots \quad (5.31)$$

После выбора радиусов окружностей коэффициенты этого ряда, а также и коэффициенты в аналогичных рядах для всех производных более высокого порядка сведутся к постоянным числам. Процесс вычисления прост, если число и распределение гравиметрических пунктов позволяют получить средние значения аномалий $\overline{\Delta g}(r)$. Если станции образуют сплошную сеть, то обычно удастся подобрать такие значения r , что каждая из окружностей проходит через несколько пунктов наблюдений. В противном случае, чтобы можно было определить значения $\overline{\Delta g}$ на окружностях, необходимо сначала построить карту изоаномал. Ошибки аномалий и ошибки вывода их средних значений на окружностях будут усиливаться, особенно в производных высшего порядка. Число членов, которые должны быть вычислены в разложениях производных, и число производных, которые должны войти в выражение для силы тяжести на глубине, будут зависеть от сложности изучаемого поля и от требуемой точности. Более подробно о расчете см. в работах [29, 95].

Прямые методы интерпретации хорошо применять в тех районах, где станции равномерно распределены и имеются высокоточные наблюдения. В большинстве методов интерпретации определяется распределение масс на горизонтальной плоскости, хотя Грант [35] дал метод, которым можно отыскивать распределение масс не только пластообразных структур.

АНОМАЛИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ
ЗЕМЛИ

Природа земных недр

Рассмотрим сначала аномалии силы тяжести с самых разных точек зрения, обратив особое внимание на степень достижения изостатической компенсации. Чтобы подвести под наши рассуждения некоторый фундамент, изложим вкратце те сведения о внутреннем строении Земли, которые мы получили не по изучению силы тяжести.

Самую подробную информацию о недрах Земли дают сейсмические наблюдения—это сведения о распределении и природе землетрясений и о скоростях упругих волн в Земле. Известно, что на глубине нескольких десятков километров ниже уровня моря скорости как продольных, так и поперечных волн резко возрастают. Поверхность, на которой происходит это изменение, называется границей Мохоровичича; считается, что она обозначает нижнюю границу земной коры. Упругие свойства оболочки, или мантии, расположенной ниже коры, заставляют предполагать, что в ней содержится больше железа и магния и меньше кальция, алюминия и свободного кремнезема, чем в коре. Материал оболочки может быть похожим на минерал оливин, представляющий собой железомagneвий силикат, встречающийся на поверхности земли в довольно ограниченных местах, где имеются ультраосновные породы. Плотность вещества непосредственно под границей Мохоровичича равна, по-видимому, около $3,2 \text{ г/см}^3$, так что на этой поверхности должен происходить значительный скачок как плотности, так и скоростей упругих волн.

Изучение сейсмических волн от взрывов и близких землетрясений показало, что в коре скорость обычно возрастает с глубиной. Во многих районах создается

впечатление, что кора делится на слои и каждый слой имеет свои характерные свойства. Исследование скоростей продольных и поперечных волн в двух слоях, прослеживаемых в коре в Европе, привело Джеффриса в 1952 г. [61] к выводу, что верхний слой образован кислыми, а нижний — средними породами. Стали широко применяться термины «гранитный слой» и «базальтовый слой». Однако в более поздних работах было показано, что и в точках коры, разделенных исключительно малыми расстояниями по горизонтали, скорости волн могут очень сильно различаться. Это бывает, в частности, там, где в верхней части коры залегают гранитные массивы, о которых говорится в следующей главе.

Оболочка Земли простирается до глубины 2900 км, где она граничит с ядром. Сейсмические исследования показали, что ядро находится в жидком состоянии и что на его границе тоже происходит скачок плотности. Большинство гипотез о происхождении магнитного поля Земли исходит из предпосылки, что материал ядра сравнительно хорошо проводит электричество; возможно, что это расплавленное железо или сильно сжатые силикаты в металлической фазе.

Землетрясения, представляющие собой внезапное разрушение материала под действием напряжений, происходят на глубинах до 750 км, хотя их частота с глубиной уменьшается. Поэтому есть предположение, что ниже и выше указанной глубины реакция материала оболочки на напряжения различна. Кроме того, известно, что примерно на этой же глубине скорости упругих волн и другие физические свойства вещества резко, а возможно, и разрывно меняются; было высказано предположение, что это связано с переходом силикатов под действием давления в другую фазу.

Проблема первостепенной важности как для геофизики, так и для геологии состоит в том, чтобы определить механизм формирования рельефа земной поверхности. Обнаженные породы в горных районах и древние щиты несут следы интенсивной деформации. Для объяснения этой деформации нужно предположить наличие какой-то системы горизонтальных сил, что же касается происхождения этих сил, то на этот счет существует много различ-

ных теорий. Однако почти все эти теории основаны на некоторых предположениях о тепловом состоянии земных недр. Например, деформацию коры одни теории объясняли сжатием Земли при ее охлаждении, а другие — конвекционными потоками в мантии. Недавно полученные палеомагнитные данные, свидетельствующие в пользу дрейфа континентов, позволили многим геофизикам предположить, что даже самые крупные перемещения на поверхности Земли вполне можно объяснить конвекционными потоками в мантии.

Изучение главных особенностей земного гравитационного поля поможет разобраться в этих теориях, если выяснить природу вещества мантии и характер деформаций коры. О пластичности мантии говорят нам не только особенности статических полей. Приливные вариации силы тяжести (см. гл. 9) и некоторые особенности вращения Земли [61, гл. 7; 83] также дают интересную информацию. Но и аномалии силы тяжести, особенно те из них, которые указывают на наличие в Земле нескомпенсированных масс, могут характеризовать поведение мантии при напряжениях, действующих весьма долгое время. Или же они могут указать на существование в мантии конвекционных потоков.

Гармоники низких порядков в гравитационном поле

Гармоники низких порядков, создающие неровности геоида и показанные на рис. 4.7, представляют собой аномалии силы тяжести глобальных размеров. Однако существование аномалий силы тяжести в свободном воздухе само по себе еще не доказывает наличия нескомпенсированных масс. Массы, составляющие формы поверхностного рельефа, которые на какой-то глубине совершенно скомпенсированы, все-таки будут создавать аномалии в свободном воздухе. Но степень компенсации характеризуется именно соотношением между сферическими гармониками, описывающими разложение силы тяжести и разложение рельефа.

Рассмотрим сферическую гармонику n -го порядка в разложении рельефа. Если ее коэффициент равен E_n и плотность коры ρ , то на единицу площади сфероида при-

ходится эквивалентная масса $\sigma_n = \rho E_n S_n$, где S_n — сферическая гармоника порядка n . Для полной компенсации в соответствии с механизмом, предложенным Эри, необходимо, чтобы на глубине компенсации H , т. е. на сфере радиуса $(a - H)$, недостаток массы был равен избытку ее на поверхности; при этом величина компенсирующей поверхностной плотности должна равняться

$$\sigma_c = -\sigma_n \frac{a^2}{(a-H)^2}. \quad (6.1)$$

Однако при таком распределении масс поверхность компенсации не является эквипотенциальной поверхностью поля. Поскольку поверхность компенсации должна соответствовать самому внешнему слою, находящемуся в состоянии гидростатического равновесия, резонно предположить, что она должна быть поверхностью постоянного потенциала. Следуя Юнгу [64], мы будем несколько отклонять распределение компенсирующих масс от прямых условий Эри, чтобы обеспечить это постоянство потенциала на сфере радиуса $(a - H)$. На этой сфере внутренний потенциал масс рельефа равен (см. приложение 1)

$$\frac{4\pi G}{2n+1} \sigma_n S_n \frac{(a-H)^n}{a^{n-1}},$$

а потенциал компенсирующих масс

$$\frac{4\pi G}{2n+1} \sigma_c S_n (a-H).$$

Следовательно, чтобы сфера радиуса $(a - H)$ была эквипотенциальной, должно выполняться соотношение

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_n} = -\left(1 - \frac{H}{a}\right)^{n-1}. \quad (6.2)$$

Тогда суммарный внешний потенциал масс рельефа и компенсирующих масс равен

$$V_n = \frac{4\pi G S_n}{2n+1} \left[\sigma_n \frac{a^{n+2}}{r^{n+1}} - \left(1 - \frac{H}{a}\right)^{n-1} \sigma_n \frac{(a-H)^{n+2}}{r^{n+1}} \right]. \quad (6.3)$$

Аномалию силы тяжести в свободном воздухе получают, дифференцируя (6.3) и исключая побочный эффект,

связанный с неровностями геоида и равный $2V/a$. Пренебрежем притяжением масс, заключенных между сфероидом и геоидом. Тогда

$$\Delta g_n = 4\pi G \frac{n-1}{2n+1} \left[1 - \left(1 - \frac{H}{a} \right)^{2n+1} \right] \sigma_n S_n, \quad (6.4)$$

и отношения членов одного порядка в разложениях рельефа и силы тяжести в свободном воздухе равны

$$\frac{\Delta g_n}{E_n} = 4\pi G \frac{n-1}{2n+1} \left[1 - \left(1 - \frac{H}{a} \right)^{2n+1} \right] \rho. \quad (6.5)$$

Например, при $n=2$ аномалия силы тяжести в свободном воздухе на каждый 1 км высоты рельефа нормальной плотности при глубине компенсации 50 км может достигать 1,4 мгл; при $n=10$ она достигает 11,8 мгл. Если бы компенсации рельефа не было, аномалия равнялась бы 112 мгл. Из-за существования компенсации следует ожидать уменьшения аномалий в свободном воздухе с увеличением длины волны, так как прямое притяжение и компенсация в низших гармониках действуют в противоположные стороны, почти нейтрализуя друг друга. Если в разложении силы тяжести в свободном воздухе имеются гармоники, не связанные с соответствующими гармониками рельефа, то это можно объяснить только наличием нескомпенсированных масс.

Каула [67], получив сферические гармоники до 8-го порядка как для силы тяжести в свободном воздухе, так и для рельефа, использовал уравнение, аналогичное (6.5), чтобы по этим данным определить глубину компенсации H . Отбросив сферические гармоники второго порядка (величина которых определяется принятым сжатием сфероида), он нашел, что в среднем $H=37$ км. Это хорошо согласуется с исследованиями изостазии Эри другими методами в конкретных районах. Однако некоторым гармоническим членам эта глубина соответствует плохо. В отдельных случаях гармоники одного порядка в разложениях рельефа и силы тяжести имеют противоположные знаки, что может указывать лишь на наличие в Земле нескомпенсированных масс, не связанных с рельефом. Последние исследования аномалий в свободном воздухе, в частности работы Каулы, показали меньшее долготное

изменение гравитационных аномалий, особенно вблизи экватора, чем было получено ранее в исследованиях Джеффриса [59]. Тем не менее все еще имеются гравитационные аномалии (величина которых доходит до 10 мгл и длины волн соответствуют первым восьми гармоникам), которые могут указывать на наличие нескомпенсированных масс. Аномалии низких порядков представляют особый интерес потому, что они могут быть связаны с условиями в сравнительно глубоких зонах Земли.

*Связь между нескомпенсированными массами
и напряжениями в теле Земли*

Важно понять, что полная изостатическая компенсация, если бы она существовала, давала бы ключ к пониманию природы мантии, а не коры. Полная изостазия подразумевает состояние гидростатического равновесия ниже глубины компенсации, и, наоборот, отклонения от этого состояния предполагают, что часть материала мантии подвергается действию срезающих напряжений. Известно, что максимальная разность напряжений, которую могут выдержать породы, образующие кору, примерно равна $1 \cdot 10^9$ дин/см², и такие разности напряжений в коре действительно есть, даже под скомпенсированными формами рельефа. Если бы напряжения в коре отсутствовали, то исчез бы и сам рельеф.

Джеффрис [61] детально исследовал разности напряжений (т. е. разности между максимумом и минимумом главных напряжений), создаваемых в упругой Земле разными видами поверхностной нагрузки. Что касается нагрузки на плоской Земле, постоянной в одном направлении и изменяющейся по гармоническому закону в другом направлении, перпендикулярном первому, то этот случай можно без труда описать обычными уравнениями теории упругости, и он нужен для общей оценки результатов. Разность напряжений достигает максимума, равного $2/3$ нагрузки, на глубине, которая в 2π раз меньше длины волны этой нагрузки. Рассмотрим для примера нескомпенсированную массу, которой соответствует волна длиной 12 000 км (сферическая гармоника 3-го порядка) и которая создает аномалию в свободном воздухе, равную

10 мсл. Соответствующая величина поверхностной нагрузки равна $2,3 \cdot 10^7$ дин/см², и, следуя сказанному выше, легко подсчитать, что в однородной Земле на глубине порядка 2000 км была бы создана разность напряжений $1,7 \cdot 10^7$ дин/см². Если же материал мантии глубже определенного предела (например, глубже 600 км) находится в ненапряженном состоянии, то разность напряжений в верхней мантии должна быть значительно больше. Рассуждая подобным образом, Джеффрис пришел к выводу, что верхняя 600-километровая часть мантии должна выдерживать долгопериодические (т. е. соответствующие гармоникам низших порядков) разности напряжений до $3,3 \cdot 10^8$ дин/см². Иными словами, для разрушения материала мантии достаточно усилия, примерно втрое меньшего, чем для разрушения пород коры.

Аномалии силы тяжести и конвекционные токи

В предшествующих рассуждениях принималось, что мантию можно рассматривать как упругое тело. Если же принять, что это вязкая жидкость, способная к конвекции, тогда длинноволновые аномалии силы тяжести придется объяснить несколько по-иному. Может возникнуть естественный вопрос: какое влияние будет оказывать каждая из принятых моделей конвекционных потоков на силу тяжести на поверхности Земли?

Конвекция [39, 93, 100] заключается в переносе тепла движущимися потоками вещества: теплые потоки поднимаются по одним путям, а более холодные опускаются по другим. В большинстве предложенных теорий конвекции предполагается, что в земной мантии существует относительно немного огромных по размерам конвекционных потоков. Считают, что при движении вещества мантии кора искривляется вверх и вниз и смещается по горизонтали. Зоны поднятий коры и ее растяжения могли бы находиться над восходящими потоками, а континентальные блоки стремились бы двигаться в сторону нисходящих потоков.

Сочетание искривлений поверхности с изменениями плотности в зависимости от температуры усложняет вычисление ожидаемого аномального поля на поверхности,

даже если принята простая модель конвекционных токов. Предположим, что в мантии существуют зональные отклонения температуры от нормальной, описываемые выражением $f(r)P_n(\cos \theta)$, где r — расстояние от центра Земли, θ — широта и P_n — сферическая гармоника n -го порядка. Тогда аномалия плотности в любой точке будет определяться формулой $-\alpha\rho_0 f(r)P_n(\cos \theta)$, где α — объемный коэффициент теплового расширения и ρ_0 — невозмущенная плотность. Температурное возмущение создает потенциал U_1 , удовлетворяющий уравнению Пуассона

$$\nabla^2 U_1 = 4\pi G \alpha \rho_0 f(r) P_n(\cos \theta) \quad (6.6)$$

внутри Земли и уравнению Лапласа

$$\nabla^2 U_1 = 0 \quad (6.7)$$

в любой внешней точке.

Решение уравнений (6.6) и (6.7) можно найти, если функция $f(r)$ имеет простой вид. Аномалия силы тяжести в свободном воздухе с учетом этого косвенного эффекта равна

$$\Delta g_1 = - \left(\frac{\partial U_1}{\partial r} \right)_{r=a} - \frac{2U_1}{a}, \quad (6.8)$$

где a — радиус Земли. Вызванные конвекцией аномалии силы тяжести будут положительными над нисходящими потоками, где температура уменьшена, и отрицательными над восходящими потоками. Однако если какая-либо из поверхностей скачка плотности деформирована, то в аномалию силы тяжести войдет дополнительная составляющая противоположного знака. Предположим, например, что деформирована подошва коры и эта деформация описывается выражением $uP_n(\cos \theta)$, а перепад плотности на этом уровне равен $\Delta\rho$. Тогда мы получим распределение аномальной массы в виде поверхностной плотности $\Delta\rho uP_n(\cos \theta)$ на сфере радиуса $(a-H)$, где H — толщина коры. Потенциал этого распределения равен (см. приложение 1)

$$U_2 = \frac{4\pi G}{2n+1} \frac{u\Delta\rho (a-H)^{n+2}}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta). \quad (6.9)$$

Аномалия силы тяжести в свободном воздухе будет оп-

ределяться уравнением, аналогичным уравнению (6.8). Трудность в оценке истинной аномалии силы тяжести заключается в том, что очень сложно определить соотношение составляющих U_1 и U_2 . Пекерис [93] исследовал модели зональной конвекции в мантии под тонкой корой и пришел к выводу, в соответствии с которым подъем вещества на каждом уровне должен быть таким, что вес поднятого материала равен нормальному давлению, производимому конвекционным потоком. Было обнаружено, что в этом случае из-за почти полного взаимного исключения этих двух эффектов аномалии силы тяжести над системой конвекционных потоков второго порядка малы (меньше 20 мгл), но над областями подъема они все же были положительными. Если предположить, что конвекция в мантии существует только ниже максимальной глубины землетрясений, скажем глубже 800 км, то ситуация будет совершенно иной. Внутри такой толстой оболочки подъем мог бы быть гораздо меньшим, хотя создаваемые при движении материала касательные напряжения еще влияли бы на тектоническую активность на поверхности. Если бы это имело место, преобладало бы влияние распределения температуры, и над восходящими потоками следовало бы ожидать отрицательных аномалий.

Эти явления можно связать с отклонениями геоида от сфероида (рис. 4.7): нисходящие потоки были бы там, где геоид поднят над сфероидом. Нельзя сказать, что отклонения геоида от этой геометрически правильной фигуры явно описываются какой-то из низших гармоник. Однако очень приближенно можно оценить температурные вариации в мантии, которые нужны, чтобы создать аномалию силы тяжести, описываемую гармоникой данного порядка. Если принять, что между восходящими и нисходящими потоками во всем диапазоне от границы ядра до глубины 800 км существует постоянная разность температур T , то при $n=2$ и $\alpha=60 \cdot 10^{-6} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ с помощью уравнения (6.6) получим, что аномалия силы тяжести в свободном воздухе равна $2T$ мгл. Поскольку аномалии низких порядков в свободном воздухе не превышают 20 мгл, для их объяснения с помощью этой модели конвекции достаточно, чтобы разность температур составляла всего лишь несколько градусов Цельсия.

Довольно забавно, что аномалии силы тяжести низких порядков могут указывать как на напряжения в мантии, описываемые гармониками низких порядков, так и на конвекционные токи в ней. А так как эти два состояния мантии в соответствии с законами реологии несовместимы, геофизики должны выбрать одну из этих теорий.

Исследования изостазии в отдельных районах

Достаточно обширные, хотя и небольшие отклонения от состояния изостатической компенсации, о которых говорилось на предыдущих страницах, представляют большой интерес, но это не должно заслонять того факта, что для структур континентальных размеров изостазия — это по меньшей мере очень хорошее первое приближение. Это подтверждают многочисленные исследования [48, гл. 7], выполненные в отдельных районах. При сравнении между собой аномалий Буге, в свободном воздухе и изостатических аномалий последние почти неизменно оказываются ближе всех к нулю. С другой стороны, в любом районе изостатические аномалии имеют некоторый разброс, который нельзя уменьшить никаким варьированием параметров. В табл. 6.1 приведены для сравнения три перечисленные выше аномалии на горных станциях в США (главным образом в Кордильерах) и в Альпах, т. е. в двух молодых горных системах, и на морских станциях.

Таблица 6.1

	Средние аномалии, мгл				
	в свободном воздухе	Буге	Хейфорда (113,7 км)	Эри—Хейсканена	
				20 км	40 км
США (11 горных станций)	+75	-100	+15		+13
Альпы (23 станции)	-14	-115		+2	-13
23 морских станции	-6	+269		-1	

Хорошо виден значительный разброс аномалий Буге — от положительных значений в океанах до отрицательных на континентах. Изостатические аномалии Эри — Хейсканена вычислены для двух значений толщины коры. Срав-

нение цифр по альпийским станциям показывает, что, если при расчетах брать разную толщину коры, изостатические аномалии будут заметно различаться.

Однако из-за неоднозначности интерпретации гравитационных аномалий подобными сопоставлениями нельзя доказать правильность выбранного механизма изостазии; по такому материалу нельзя также детально исследовать вопрос о наиболее вероятном распределении компенсирующих масс. А поскольку строение внешних слоев Земли хорошо выявляется сейсмическими измерениями, то там, где это только возможно, необходимо сопоставлять с ними изостатические исследования.

Кора Эри и „сейсмологическая“ кора

Сейсмологической корой назовем кору, подошва которой определена сейсмическими методами. Самый большой скачок скоростей упругих волн во внешней части Земли происходит на границе Мохоровичича, являющейся основанием сейсмологической коры. Измерение скоростей продольных и поперечных волн (V и v) в образцах горных пород показывает тенденцию плотности и скорости изменяться совместно, и поэтому резонно ожидать на границе Мохоровичича также и резкого скачка плотности.

Выражения для скоростей упругих волн можно записать в виде

$$V = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad (6.10)$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}},$$

где K — модуль объемного сжатия, μ — модуль сдвига и ρ — плотность. Если бы модули упругости оставались постоянными, обе скорости изменялись бы обратно пропорционально квадратному корню из плотности. Однако в действительности модули упругости горных пород возрастают с уменьшением содержания кремнезема и увеличением количества ферромагнитных минералов. По измерениям Нейфа и Дрейка [84] скорость волн возрастает вместе с увеличением плотности пород, что показано на

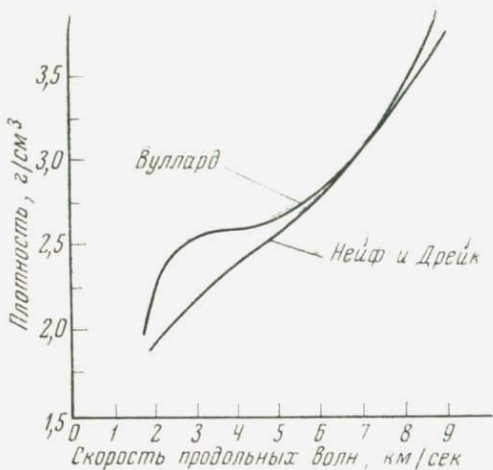


Рис. 6.1. Связь плотности со скоростью продольных волн.

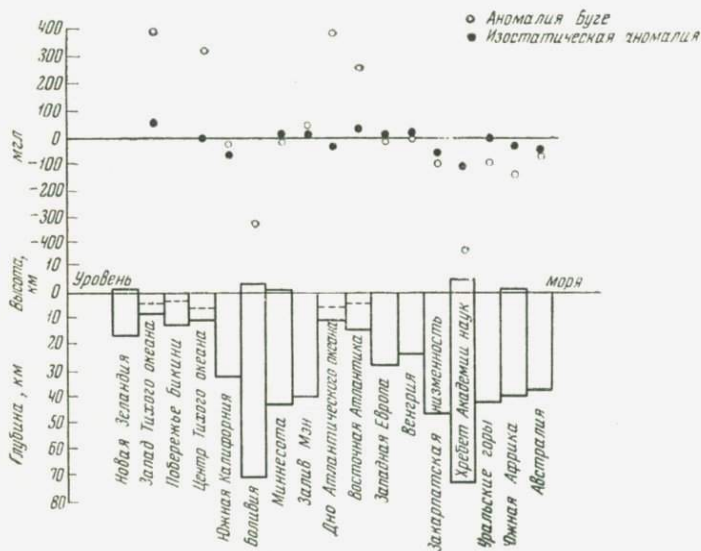


Рис. 6.2. Разрезы коры, полученные сейсмологами в разных районах мира методом преломленных волн. Показаны высоты земной поверхности или глубины океанского дна, глубина границы Мохоровичича и аномалии силы тяжести.

рис. 6.1, и граница Мохоровичича — это поверхность, на которой плотность увеличивается, возможно, сразу на $0,4 \text{ г/см}^3$. Если механизм изостазии Эри соответствует действительности, следует ожидать, что к этой поверхности компенсация в основном уже заканчивается. Это в общем как раз и демонстрирует рис. 6.2, на котором показана толщина коры в ряде районов, определенная по данным сейсмических измерений. Рисунок дает для каждого исследованного района высоту суши или глубину дна океана, а также, где они имеются, аномалии Буге и изостатические аномалии. Не остается сомнений, что под океанами граница Мохоровичича проходит выше, чем под материками. В континентальных районах кора самой большой толщины обнаружена под Андами в Южной Америке и под хребтом Академии наук на Памире. Тоньше всего кора в наиболее глубоких местах океанов; под островами и срединно-океаническими хребтами она обычно утолщается. Поэтому мы делаем вывод, что в масштабах всей Земли «сейсмологическая кора» действительно играет роль коры, предложенной Эри для объяснения компенсации.

Поразительно, как сильно различаются нанесенные на рис. 6.2 аномалии Буге: от больших положительных значений в океанах до больших отрицательных в горных районах континентов. При вычислении этих аномалий в них вводятся поправки за притяжение масс рельефа (или недостаток притяжения воды океанов); поэтому величина аномалий Буге характеризует степень компенсации, а их изменения отражают изменения толщины коры, менее плотной, чем мантия. С другой стороны, изостатические аномалии и на океанах и на континентах остаются близкими к нулю. Это свидетельствует о том, что изменения толщины коры близки к изменениям, необходимым для компенсации. Однако есть районы, где толщина коры не соответствует массе рельефа; там наблюдается либо перекомпенсация, либо недокомпенсация. Обратившись снова к рис. 6.2, мы увидим, что Закарпатская низменность — это область с низким рельефом, а кора там толще, чем во многих других районах континентов. Аномалия Буге в этой области имеет большее отрицательное значение, чем в других районах с такой же высотой местности, и изо-

статическая аномалия здесь также отрицательна. Наоборот, толщина коры в западной части Тихого океана меньше, чем в других местах океана при той же глубине, а изостатическая аномалия положительна.

Изостатические аномалии Эри известны не для всех районов, показанных на рис. 6.2, поэтому частично вместо аномалий Эри нанесены аномалии Пратта — Хейфорда. Кроме того, в отдельных случаях использованы осредненные значения аномалий силы тяжести для «площадок» в 1 квадратный градус вместо аномалий, полученных непосредственным измерением силы тяжести точно в тех же пунктах, где проводились сейсмические измерения. Тем не менее общий вывод, что изостатические аномалии по абсолютной величине гораздо меньше аномалий Буге, остается в силе. Обычно оказывается, что аномалии Пратта — Хейфорда минимальны, когда для этой модели изостазии берется глубина компенсации несколько больше 100 км. Нет данных, которые указывали бы на разрыв плотности на этой глубине. Компенсация Пратта, равномерно распределенная по вертикали до некоторой глубины, оказывала бы на силу тяжести примерно такое же влияние, как компенсация Эри при вдвое меньшей глубине. Поэтому минимальные изостатические аномалии, определенные этими двумя методами, по величине сравнимы между собой.

Высота поверхности суши и толщина коры

Установленная нами в предыдущем разделе общая глобальная зависимость между высотой рельефа и толщиной коры не подтверждается в деталях при изучении серии разрезов коры на одном и том же континенте. На рис. 6.3 приведены результаты сейсмических измерений толщины коры на западе США [104]. В некоторых гористых районах, например на территории штата Невада или в западной Монтане, кора тоньше, чем в менее возвышенных областях. Следует заметить, что не все из показанных на рис. 6.3 разрезов построены по совершенно независимым сейсмическим измерениям, так как они строились на основе системы встречных сейсмических профилей.

Однако есть веские основания считать, что одной лишь высоты рельефа для прогнозирования толщины коры недостаточно. На рис. 6.3 для каждого разреза приведены аномалии Буге и изостатические аномалии Пратта — Хейфорда. В некоторых случаях аномалии Буге отражают рельеф даже там, где глубина подошвы коры с высотой рельефа не связана; это можно видеть, например,

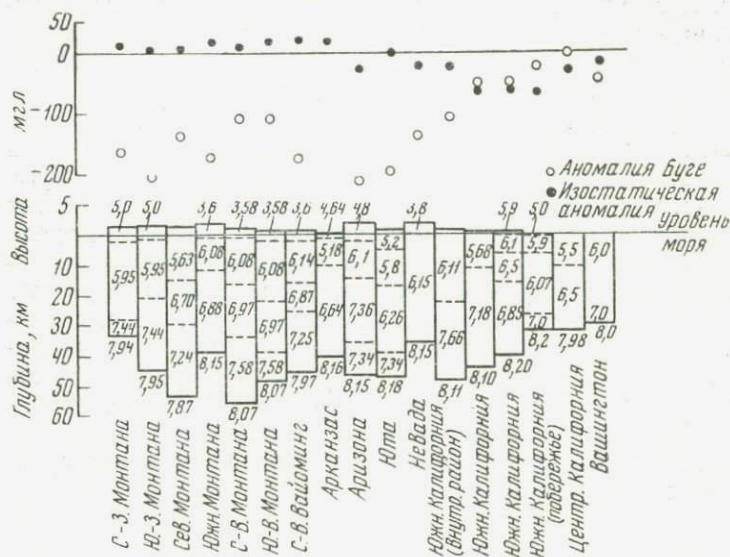


Рис. 6.3. Разрезы коры на западе США, полученные методом преломленных волн. Цифрами указаны скорости продольных волн в км/сек.

по разрезам коры в Монтане. На этих разрезах изостатические аномалии неизменно малы, что указывает на достижение компенсации, хотя, по-видимому, здесь имеет место компенсация не только по схеме Эри. На разрезе в Неваде кора гораздо тоньше, чем ей следовало бы быть, если судить по высоте местности, а изостатическая аномалия отрицательна. Некоторые из калифорнийских разрезов указывают на значительную перекомпенсацию, если исходить из того, что изостатические аномалии там отрицательны, хотя кора в этом районе не толще нормы.

Очевидно, здесь действует какой-то фактор, не связанный непосредственно с толщиной коры.

Скорости волн в отдельных слоях коры и в подкоровом материале, приведенные на рис. 6.3, позволяют сделать на этот счет некоторое предположение. Очевидно, свойства коры в разных местах неодинаковы. В некоторых районах (например, в Неваде) твердая кора состоит, по-видимому, только из одного слоя, скорость волн в котором равна $6,15 \text{ км/сек}$. В других разрезах обнаружены слои, где скорость волн достигает величины $7,58 \text{ км/сек}$. Если учесть зависимость между плотностью и скоростью (рис. 6.1), то средняя плотность коры от разреза к разрезу должна значительно меняться. Свойства вещества ниже границы Моховичича также должны различаться, так как волны в мантии имеют на разных разрезах скорости от $7,87$ до $8,20 \text{ км/сек}$. В районах, где, несмотря на несоответствие толщины коры высоте рельефа, имеется полная компенсация, должны играть роль эти вариации свойств материала. Таким образом, здесь содержится намек на реализацию механизма Пратта.

Интересно сравнить общую массу на единице площади в разных разрезах с аналогичной величиной некоторого «стандартного» континентального разреза. Уорзел и Шербет [123], сравнив измерения силы тяжести с сейсмическими измерениями методом преломленных волн, проведенными вдоль восточного побережья Северной Америки, предложили стандартные разрезы для континентальных районов на уровне моря и для районов океана. На рис. 6.4 показаны плотности и мощности слоев в этих

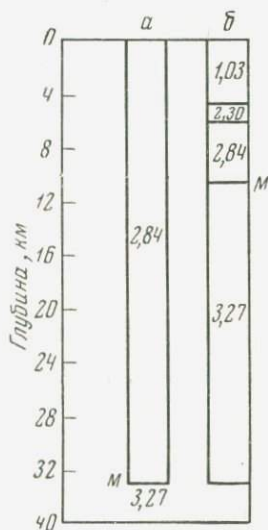


Рис. 6.4. Стандартные разрезы коры, предложенные Уорзелом и Шербетом. Цифрами указаны плотности (г/см^3). М — граница Моховичича. а — континентальный, б — океанический.

разрезах. Вуллард [122] высказал мнение, что средняя плотность континентальной коры может быть ближе к 2,87, чем к 2,84 г/см³. Приняв кору с плотностью 2,87 г/см³ и толщиной 33 км за стандартную, можно, имея сейсмический разрез и учитывая зависимость между плотностью и скоростью (рис. 6.1), вычислить избыток или дефицит массы ниже уровня моря.

Если рельеф компенсируется, дефицит массы ниже уровня моря должен равняться массе рельефа над этим уровнем. Сравнительные данные для четырех разрезов США приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

	Южная Калифорния	Невада	Северо-восточная Монтана	Северо-западная Монтана
Высота, м	100	1830	900	1500
Плотность коры выше уровня моря, г/см ³	2,66	2,61	2,60	2,66
Избыток массы на 1 см ² площади, 10 ⁵ г	0,27	4,80	2,34	4,00
Общая толщина коры, км	32	36	57	35
Дефицит массы в коре на 1 см ² площади по сравнению со стандартным разрезом, 10 ⁵ г	1,20	1,65	0,40	0,88
Суммарный избыток массы в коре на 1 см ² площади, 10 ⁵ г	-0,93	3,15	1,94	3,12
Региональная изостатическая аномалия, мд	-20	-10	+20	+10
Избыток массы на 1 см ² площади, соответствующий наблюдаемой региональной аномалии, 10 ⁵ г	-0,48	-0,24	+0,48	+0,24

В последней строке таблицы указано для каждой области, сколько некомпенсированной массы в виде бесконечного тонкого горизонтального слоя нужно для создания наблюдаемых изостатических аномалий. Показанные на рис. 6.3 сейсмические разрезы явно не могут обеспечить требуемой компенсации. Например, влияние утолщения коры под северо-восточной Монтаной почти сводится на нет тем, что в коре очень велика доля высокоскоростных более плотных пород. Конечно, в этом методе

сравнения есть определенные трудности, среди которых — неуверенность интерпретации сейсмических данных, относящихся к промежуточным слоям, а также вероятная ошибка в кривой, связывающей плотность со скоростью. Однако реальный избыток массы в коре, приведенный в третьей снизу строке табл. 6.2, на каждом из разрезов настолько превышает величину избытка массы, соответствующую наблюдаемой изостатической аномалии, что неточностями метода сравнения это едва ли можно объяснить. Почти наверняка дополнительную компенсацию должны давать вариации плотности вещества ниже границы Мохоровичича. На это указывает тенденция скоростей волн в мантии уменьшаться под горными районами. Необходимую добавочную компенсацию могла бы дать разница в плотности $0,2 \text{ г/см}^3$ в верхнем 10—15-километровом слое мантии.

Вариаций плотности в верхней мантии, особенно под горами, следует ожидать, если в процессе горообразования вещество коры и мантии перемешивалось [23]. Иными словами, поверхность, указанная на разрезах (и, в частности, на рис. 6.3) как граница Мохоровичича, может и не быть первичной подошвой коры. Под действием горизонтальных сил участок коры может не только сократиться и стать толще, но и в значительной степени перемешаться с нижележащей мантией. Можно полагать, что дифференциация магмы и влияние минерализующих растворов придали верхней коре типично гранитные свойства, а плотность и скорость волн в ней стали сравнительно малы. Нижняя часть новых корней гор могла бы состоять из какого-либо материала в диапазоне от базальта до ультраосновных пород; от невозмущенной мантии эти корни должны отличаться несколько меньшими значениями плотности и скорости. Возможно, что такие корни будут настолько плавно переходить в нижележащую мантию, что определить нижнюю границу такой перемешанной с мантией коры сейсмическими наблюдениями не удастся. Если это действительно так, то нет достаточных оснований для отождествления поверхности перепада плотности и скорости под горными районами с границей Мохоровичича, особенно если при этом не наблюдается скорости порядка 8 км/сек ,

Чтобы получить окончательное объяснение механизма компенсации, необходимо продолжать исследования коры и сейсмическими и гравиметрическими методами. В частности, нужно получить подтверждение связи между плотностью и скоростью и изучить региональные вариации свойств верхней мантии. Пока мы можем только сказать, что вариации плотности материала выше и ниже границы коры и мантии, определенной сейсмическими методами, по-видимому, должны дополнять явление компенсации в тех районах, где одного механизма Эри недостаточно.

Заметим, что многие авторы предлагали и другие механизмы изостатической компенсации, и все они являются модификациями гипотез изостазии, предложенных Эри и Праттом. Так, Венинг-Мейнес [117, 118] предположил, что нагрузка на плавающую кору заставит ее прогнуться как упругую пластину и что компенсация этой нагрузки должна быть не сконцентрирована под ней, а рассредоточена по горизонтали. Как и в модели Эри, компенсация обеспечивается за счет разности плотностей коры и мантии. Венинг-Мейнес теоретически определил, какую форму должна принять кора, прогнувшаяся вниз под действием сосредоточенной нагрузки, но расстояние, на котором прогибание коры прекращается (радиус области региональной компенсации), он оставил как параметр, который нужно определить. Им составлены таблицы, позволяющие вычислить изостатические аномалии для разных сочетаний толщины коры и радиуса области региональной компенсации.

В ряде статей Ганн [37, 38] развил идею о том, что подошва коры — это истинная поверхность равных давлений, включая вертикальные напряжения в коре. Он назвал эту модификацию гипотезы Эри «изобарической компенсацией» и показал, как вычислять изобарические аномалии. Ганн дал в своих работах детальный анализ ожидаемых деформаций коры при различных условиях, позволяющий вычислить вертикальные напряжения в коре.

И в системе Венинг-Мейнеса и в системе Ганна есть моменты, заслуживающие внимания. Однако приведенные выше доводы о необходимости изучать вариации

плотности ниже границы Мохоровичича относятся также и к этим гипотезам, и сейчас, по-видимому, нет оснований считать, что эти модели лучше соответствуют действительности, чем простая модель Эри. Джеффрис к тому же отмечал, что локальная компенсация Эри для своего объяснения предъявляет меньше требований к прочности коры, чем другие модели.

АНОМАЛИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И СТРОЕНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ

В этой главе рассматриваются главным образом особенности строения земной коры, которые интересны для изучения развития различных форм рельефа земной поверхности. Одновременно на примерах показано, какими методами различные исследователи интерпретировали аномалии силы тяжести. Но сначала посмотрим, как различаются горные породы по плотности.

Плотности горных пород

До сих пор мы рассматривали только связь плотности горных пород со скоростью упругих волн. Для изучения геологических особенностей внешних слоев Земли необходимо установить зависимость плотности от типа горной породы. Плотность любой горной породы определяется, с одной стороны, плотностью составляющих ее минералов и с другой — долей ее объема, занимаемой порами. Если порода очень пориста, ее плотность будет также зависеть от степени заполнения пор водой.

Плотности распространенных порообразующих минералов хорошо изучены; несколько характерных примеров приведено в табл. 7.1.

Что касается изверженных горных пород, то их пористость обычно столь мала, что плотность практически равна средневесовому значению плотностей составляющих породу минералов. Например, плотность гранодиорита, процентное содержание минералов в объеме которого известно, может быть вычислена по схеме, показанной в табл. 7.2.

Таблица 7.1

Минерал	Плотность, г/см ³
Кварц	2,65
Кальцит	2,57
Ортоклаз	2,57
Плагиоклаз	2,63 (альбит) — 2,77 (анортит)
Биотит	3,0
Роговая обманка	3,2
Оливин	3,3
Серпентин	2,2

Таблица 7.2

Минерал	Содержание в общем объеме породы, %	Плотность, г/см ³
Кварц	20,2	2,65
Плагиоклаз	47,6	2,67
Ортоклаз	25,1	2,57
Биотит	7,1	3,00
Плотность гранодиорита		2,66

Плотность кислых изверженных пород обычно лежит в интервале от 2,65 до 2,67 г/см³. К основному концу ряда изверженных пород плотность увеличивается за счет уменьшения процентного содержания кварца и ортоклаза, увеличения основности плагиоклаза и увеличения содержания биотита, роговой обманки, пироксена и оливина. Из пород, найденных на поверхности Земли, наиболее плотные — дуниты, почти полностью состоящие из оливина. Однако минералы, составляющие основные и ультраосновные породы, нередко бывают частично замещены минералом малой плотности — серпентином; в этих случаях плотность породы сильно уменьшается.

Чтобы понять, как влияет на плотность породы ее пористость, обозначим через P часть объема, занятую пора-

ми. Плотность полностью обезвоженного образца той же породы, «сухая плотность», при массе m и объеме v равна

$$\rho_c = \frac{m}{v}. \quad (7.1)$$

Но если истинная плотность частиц минерала, которую считают постоянной, «плотность минерального скелета», равна ρ_m , сам минерал должен занимать объем m/ρ_m . Значит, объем пор равен

$$v - \frac{m}{\rho_m},$$

и, следовательно,

$$P = 1 - \frac{\rho_c}{\rho_m},$$

или

$$\rho_c = \rho_m (1 - P). \quad (7.2)$$

Если поры частично заполнены водой, общая плотность образца увеличится. Пусть часть объема пор, занятая водой, равна a . Тогда плотность ρ_v увлажненного образца будет равна

$$\rho_v = \rho_c + Pa. \quad (7.3)$$

Например, пористость P известняка может достигать 30%. Плотность минерального скелета кальцита равна $2,70 \text{ г/см}^3$, но его сухая плотность — всего лишь $2,70 \cdot (1 - 0,30) = 1,90 \text{ г/см}^3$. Если бы поры были полностью заполнены водой, плотность увлажненного образца равнялась бы $2,20 \text{ г/см}^3$. Таким образом, плотность одной этой породы в зависимости от содержания жидкости может меняться от $1,90$ до $2,20 \text{ г/см}^3$.

Для определения плотности образца его обычно взвешивают в воздухе, а затем в воде и определяют его объем на основании закона Архимеда. При погружении в воду пористого образца нужно принять меры, чтобы предотвратить попадание воды в его поры. Обычно поступают так: взвешивают образец в воздухе, затем покрывают его расплавленным парафином, снова взвешивают в воздухе,

а потом уже погружают в воду и взвешивают в ней. При этом сухая плотность образца будет равна

$$\rho_c = \frac{\omega_{\text{возд}}}{\omega_{\text{параф}} - \omega_{\text{вод}} - \frac{\omega_{\text{параф}} - \omega_{\text{возд}}}{\rho_{\text{параф}}}}, \quad (7.4)$$

где $\omega_{\text{возд}}$ — вес образца в воздухе, $\omega_{\text{параф}}$ — вес в воздухе с парафиновой оболочкой и $\omega_{\text{вод}}$ — вес в воде, $\rho_{\text{параф}}$ — плотность парафина.

Минералогическую плотность можно определить, измельчив породу в порошок и измерив плотность этого

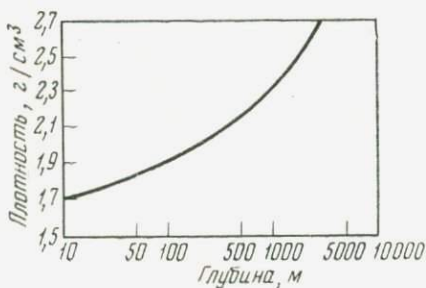


Рис. 7.1. Зависимость плотности глины от глубины залегания (по Куку [20]).

порошка. Более легкий путь состоит в том, что наряду с сухой плотностью определяется плотность образца, полностью насыщенного водой, после чего по формулам (7.2) и (7.3) вычисляются минералогическая плотность и пористость. Но в большинстве случаев, если образец просто погрузить в воду, его поры не заполняются водой. Если же поместить образец в герметизированную камеру, выкачать из нее воздух и несколько минут подержать образец в вакууме, а затем залить его водой, прежде чем в камеру войдет обычный воздух, то можно добиться почти полного заполнения пор образца водой.

Пористость, как правило, уменьшается с увеличением горного давления на породу, т. е. с увеличением веса лежащих выше пород. Поэтому осадочные породы, лежащие совсем близко к земной поверхности, или рыхлые отложения океанского дна имеют очень малую плотность

($2,0 \text{ г/см}^3$ и даже меньше), тогда как самые глубокие пласты осадочных бассейнов могут достигать плотности минеральных зерен. Глина и глинистый сланец в особенности выделяются поразительно закономерным увеличением плотности с глубиной залегания (рис. 7.1), и это явление влечет за собой интересные проблемы, связанные с вычислением притяжения больших по мощности участков, состоящих преимущественно из глинистого сланца [20].

Океанские желоба

Наиболее интересными образованиями, обнаруженными Венинг-Мейнесом [116] при первых измерениях силы тяжести на море, были узкие полосы заметных отрицательных аномалий, которые наблюдались вдоль некоторых глубоководных участков океана. Последующие съемки показали, что сходные отрицательные аномалии наблюдаются и в других частях земного шара, особенно вблизи окраин океанов. На рис. 7.2 показано гравитационное поле в районе Индонезийского архипелага; видно, что величина аномалий связана с глубиной океана. Изоаномалы на этой карте нанесены по изостатическим аномалиям, но эффект в общем столь велик (до 200 мгл), что проявляется при вычислении любых аномалий.

Венинг-Мейнес заключил, что соседство указанных образований с островными дугами, сложенными сильно смятыми в складки осадочными породами, а также с вулканами должно свидетельствовать о их связи с главными горизонтальными напряжениями в коре. Он предположил, что нескомпенсированный дефицит массы — это результат прогибания земной коры, которое является первой стадией цикла горообразования. А приняв, что дефицит массы соответствует утолщению коры или ее прогибу вниз, по очертаниям аномалии силы тяжести можно установить форму профиля коры. Если рассматривается только океанская часть профиля и плотность коры принимается постоянной, утолщение коры получается симметричным. Венинг-Мейнес считал, что утолщение является результатом совместного действия прогибания коры и ее пластического течения в сторону области прогиба.

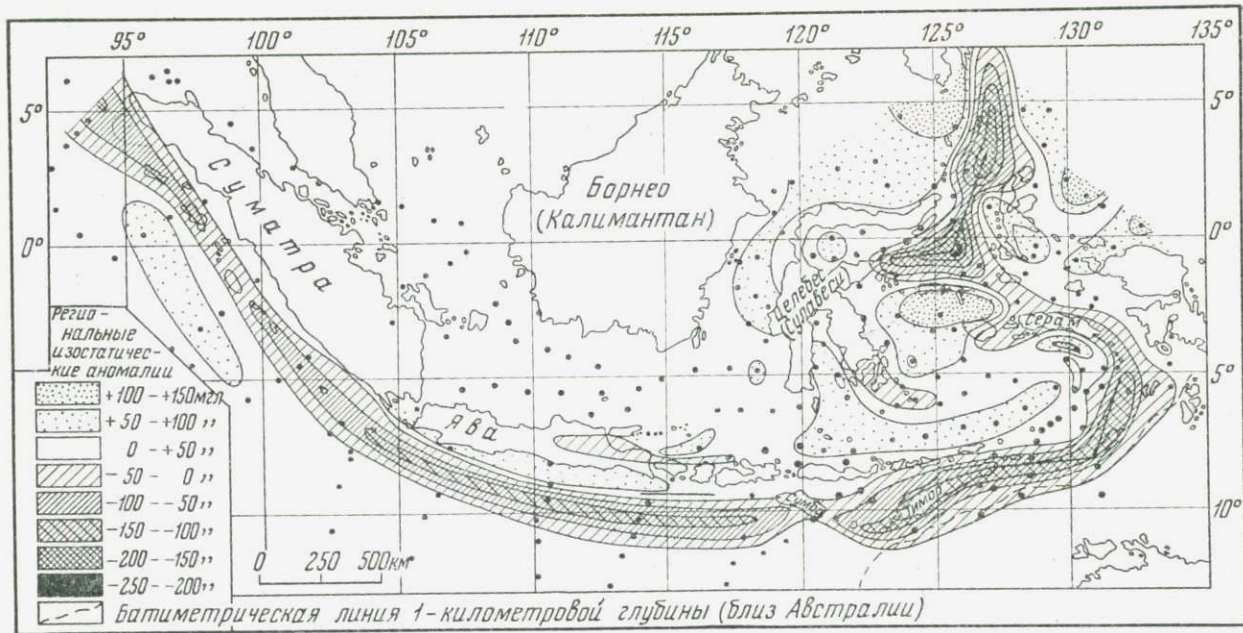


Рис. 7.2. Изостатические аномалии силы тяжести в районе Индонезии (по Венинг-Мейнесу [116]).

Прогибания коры (рис. 7.3), обнаруженные по аномалиям силы тяжести, по-видимому, ясно свидетельствуют о большой роли сжимающих усилий в Земле; их значение для горообразования и вообще для геологических процессов было полностью раскрыто самим Венинг-Мейнесом [119] и Гессом [51]. Недавние сейсмические исследования на море показали, что по крайней мере в некоторых



Рис. 7.3. Схема поперечного сечения покоробившейся коры.

случаях одним только короблением коры нельзя объяснить большую часть наблюдаемой отрицательной аномалии силы тяжести.

Исследования желобов Пуэрто-Рико [111] и Тонга [112] показали, что следует учитывать изменения плотности коры. Так, сейсмическими исследованиями методом преломленных волн в районе структуры Пуэрто-Рико было обнаружено выше границы Мохоровичича пять слоев, в которых скорости продольных волн составляют 1,54; 2,1; 3,8; 5,6 и 7,0 км/сек. Однако сейсмические наблюдения не дали полной картины деформаций подошвы коры ни под желобом, ни под самим островом Пуэрто-Рико. Талвани и др. [111], используя соотношение между плотностью и скоростью, определили плотности этих пяти слоев и меняли положение границ раздела слоев, пока вычисленное притяжение масс не совпало с наблюдаемым профилем аномалии в свободном воздухе.

На рис. 7.4 показаны профиль аномалии силы тяжести и найденное строение коры. Поскольку сравнение производится с аномалиями в свободном воздухе, должно быть также учтено притяжение слоя воды, и немалая часть отрицательной аномалии обусловлена тем, что желоб заполнен материалом малой плотности. Этот результат является прекрасным примером того, как выгодно для получения наиболее полного представления о строе-

нии коры сочетать гравитационные и сейсмические изменения. Очевидно, результаты интерпретации в общем несколько отличаются от тех, которые были получены для индонезийской аномалии.

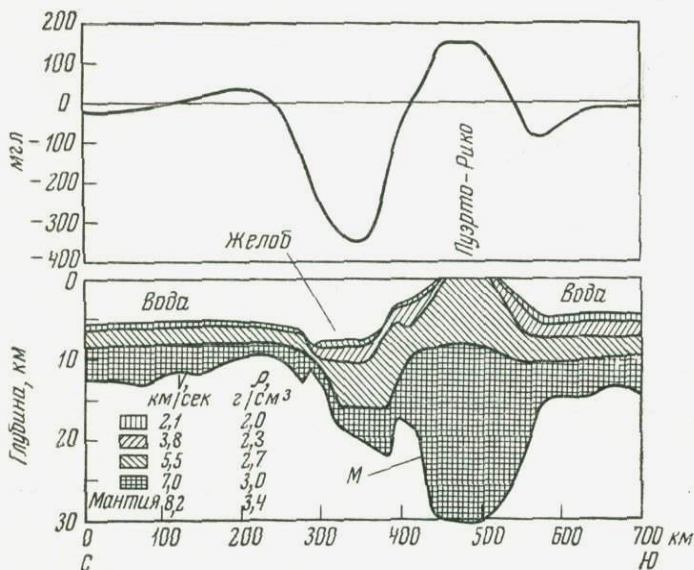


Рис. 7.4. Разрез коры через желоб Пуэрто-Рико, полученный методом преломленных волн, и профиль аномалии силы тяжести (по Талвани и др. [111]).

На ближайшей к океану северной границе желоба Пуэрто-Рико подошва коры находится на глубине, не превышающей 12 км. Под желобом кора явно утолщается, но едва ли она имеет там форму изоклиальной складки, или прогиба вниз. Консолидированная кора под желобом на протяжении 100 км примерно на 4 км толще, чем под его северной границей. Под самым островом Пуэрто-Рико кора становится еще толще. Сходные результаты были получены для желоба Тонга, где деформация коры под самой впадиной происходила не в форме прогиба, а в форме моноклиальной складки на краю утолщения коры под хребтом Тонга. Эти результаты не умень-

шают важности изучения желобов и связанных с ними островных дуг при тектонических исследованиях, но все же показывают, что следует изучить и другой возможный механизм формирования таких структур. В частности, при рассмотрении разреза, показанного на рис. 7.4, возникает предположение, что под желобом находится сброс.

Здесь можно упомянуть аномалии силы тяжести в грабенах, или рифтовых долинах внутри континентов. Выполняя с помощью маятниковых измерений свои ставшие классическими исследования гравитационного поля в Восточной Африке, Буллард [14] заметил в районе больших рифтовых долин этого континента крупные отрицательные аномалии Буге и изостатические аномалии. Он пришел к выводу, что эти отрицательные аномалии вызваны опусканием блоков коры между параллельно идущими разломами, представляющими собой взбросы. Это должно означать, что рифтовые долины образовались под действием сжимающих усилий в коре. Станции, использованные Буллардом, были расположены так, что их было недостаточно для создания полной карты гравитационного поля по всей длине этих структур.

Более позднее исследование в Африке [107], а также измерения в прогибе Скалистых гор в Канаде [31] показали, что отрицательные аномалии, связанные с рифтоподобными структурами, обычно охватывают отдельные замкнутые районы. Поскольку наибольшие отрицательные аномалии наблюдаются в тех местах, где не встречается обнажений коренных пород, кажется вероятным, что значительная часть аномалий обусловлена низкой плотностью материала, заполняющего углубления дна долин, что мы видим, например, в желобе Пуэрто-Рико. Возможно также, что имеет место эффект, вызванный деформацией коры, но установление его величины потребует очень тщательного учета околоповерхностных явлений.

Срединно-Атлантический хребет

Срединно-Атлантический хребет — это широкий вал, проходящий по дну Атлантического океана на равном удалении от его берегов и протягивающийся от Исландии

до Южной Атлантики, где он, по-видимому, соединяется с такими же хребтами Тихого и Индийского океанов. Вместе взятые, эти срединные океанические хребты являются величайшей по протяженности геологической структурой на Земле, и их значение для изучения развития континентов и океанов должно быть чрезвычайно велико. В центральной части Срединно-Атлантического хребта проходит рифтовая долина, ширина которой от 20 до 30 км. Вдоль этой центральной долины сосредоточены эпицентры землетрясений; кроме того, измеренный вдоль нее поток тепла, идущего из недр Земли, велик. Как отмечал Хизен [44], центральная рифтовая долина, по всей видимости, образовалась благодаря растяжению коры. Большой поток тепла согласуется с гипотезой, что хребет располагается над восходящими конвекционными потоками мантии. Согласно этой гипотезе, он образовался из материала, поднявшегося из мантии через трещину в коре, которая возникла при растяжении коры восходящим и расходящимися в стороны потоком вещества.

Информация о строении Срединно-Атлантического хребта очень важна, и она будет полнее, если, как и для океанских впадин, приобретается путем сочетания сейсмических и гравиметрических измерений. Талвани и др. [110] проанализировали профиль величины силы тяжести, показанный на рис. 7.5, используя для контроля два сейсмических профиля преломленных волн, расположение которых также показано на рисунке. Аномалия силы тяжести в свободном воздухе, показанная вверху, в центральной части хребта имеет небольшие положительные значения, в пределах от 0 до 50 мгл. Она имеет весьма неправильную форму и, очевидно, отражает притяжение неровного рельефа океанского дна. Относительно малая положительная величина аномалии свидетельствует о том, что хребет почти скомпенсирован, так как, если бы этот хребет представлял собой дополнительный груз на пятикилометровой глубине океанского дна, он создал бы аномалию в свободном воздухе величиной 250 мгл. Компенсация подтверждается также уменьшением в этом месте аномалии Буге, что указывает на недостаток массы на средних глубинах под хребтом. Локальные аномалии силы тяжести в свободном воздухе, создаваемые некото-

рыми узкими структурами, такими, как центральная рифтовая долина, гораздо больше локальных аномалий Буге; этот факт свидетельствует о том, что местами такие структуры не скомпенсированы и что частые изменения аномалий в свободном воздухе вдоль профиля — это действительно прямое влияние рельефа дна океана.

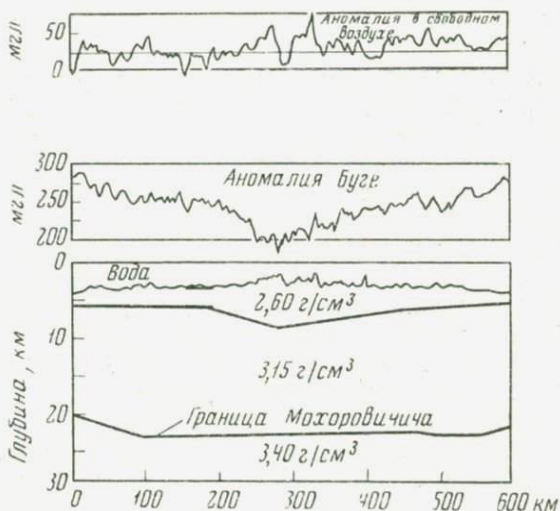


Рис. 7.5. Профили аномалий силы тяжести и разрезы, найденные расчетным путем, поперек центральной части Срединно-Атлантического хребта (по Талвани и др. [110]).

Базируясь на положении слоев коры, выявленных сейсмическими исследованиями [30], Талвани и др. [110] пришли к объяснению дефицита массы под Срединно-Атлантическим хребтом. Максимальная скорость сейсмических волн, наблюдавшаяся в этом районе, составляет 7,30 км/сек; выше находится слой, в котором скорость распространения волн равна 5,00 км/сек, а еще выше — тонкий покров осадочных пород со скоростью 1,75 км/сек. К сожалению, нижняя граница пород со скоростью 7,30 км/сек не была обнаружена, и сведений о том, как эти породы переходят в обычную мантию, не имеется. Эти же авторы пришли к выводу, что переход к обычной

мантии, имеющей плотность $3,40 \text{ г/см}^3$, происходит скачкообразно. При этом дефицит массы можно объяснить искривлением вниз нижних границ обоих слоев кристаллического фундамента. Получить однозначное решение здесь не представляется возможным, но одно из возможных решений и его следствия показаны на рис. 7.5. Изостатическая компенсация в этом случае достигается частично увеличением глубины границы Мохоровичича и частично утолщением слоя с плотностью $2,60 \text{ г/см}^3$. Очевидно, большую роль играет тип пород, образующих эти слои.

Заметим, что и плотность материала обоих слоев, и скорость в них упругих волн нетипичны для океанической коры: под океаном мы должны были бы иметь соответственно $2,84 \text{ г/см}^3$ и $7,0 \text{ км/сек}$. В верхнем слое оба параметра слишком малы, а в нижнем слишком велики. Дж. Юинг и М. Юинг [30] предполагают, что верхний слой состоит из базальта, причем, вероятно, молодого возраста, еще не уплотнившегося в такой степени, как нормальная океаническая кора. Нижний слой, по их мнению, представляет собой смесь базальта и вещества мантии. Таким образом, Срединно-Атлантический хребет, по-видимому, состоит из вулканического материала, недавно отложенного на дне океана, причем базальтовый материал образовался, вероятно, при частичном расплавлении мантии на глубине. Предположение о толстом слое базальта, перемешанного с веществом мантии, для нас особенно интересно потому, что это может служить некоторым ответом на вопрос о природе мантии под горными районами, который мы обсуждали в гл. 6.

Другие решения, предложенные Талвани и др. [110], объясняют дефицит массы различными формами поверхностей раздела слоев. Изрезанность профиля отрицательной аномалии Буге свидетельствует о том, что дефицит массы должен быть в основном приурочен к глубинам порядка $20\text{—}30 \text{ км}$ от поверхности. По-видимому, всю аномалию Буге отнести за счет вариаций плотности, возникающих от глубинных конвекционных потоков, невозможно, но вариации плотности могли бы объяснить общее уменьшение среднего уровня аномалий Буге над хребтом, видное на рис. 7.5. С другой стороны, кажущееся совпа-

дение растяжения коры и прогиба поверхностей вниз довольно трудно объяснить на основе теории конвекции, так как (в соответствии со сказанным в гл. 6) усилие, растягивающее кору, должно сочетаться с поднятием ее. Возможно, правда, что в коре преобладают горизонтальные напряжения, создаваемые конвекционными токами, а прогибы слоев могли быть вторичным явлением.

Гранитные батолиты в континентальных областях

Называя верхнюю часть земной коры «гранитным слоем», подразумевают, что сам гранит имеет свойства, типичные для этого слоя коры. Мы указывали, что плотность гранита, обычно близкая к $2,67 \text{ г/см}^3$, — это именно та плотность, которую часто приписывают материалу, расположенному выше уровня моря, при вычислении редуций Буге. Поэтому геофизики были немало удивлены, когда во многих частях света они впервые обнаружили над гранитами большие отрицательные аномалии Буге [21]. Теперь уже не приходится сомневаться, что обнаружить над гранитным телом сдвиг аномалии Буге в сторону отрицательных значений — это в порядке вещей. Из этого может вытекать только то, что верхняя часть коры значительно плотнее чистого гранита.

Проблема усложнилась, когда дело коснулось докембрийских щитов. Из-за старой традиции отмечать на картах огромные области метаморфических пород как «граниты» многие рассматривали эти щиты как типичную континентальную кору под осадочным покрытием. Теперь уже стало ясно, что типичный гранит — порода гораздо более ограниченного распространения. Средняя плотность обнаженных в областях щитов метаморфических пород примерно равна $2,76—2,78 \text{ г/см}^3$, так что в гранитных массивах имеется дефицит плотности $0,1 \text{ г/см}^3$.

Если гранитный массив выходит на поверхность, аномалию силы тяжести можно использовать для того, чтобы установить, насколько этот массив простирается в глубину. Поразительно большую аномалию Буге, превышающую по величине — 120 мгл , в восточной части Канадского щита описал Иннес [55]. Профиль ее показан

на рис. 7.6. В плане отрицательная аномалия имеет вытянутую форму и простирается примерно на 300 км. В плоскости поперечного разреза, показанного на рис. 7.6, выходы гранита на поверхность разведаны не полностью, но известно, что вдоль линии простираения

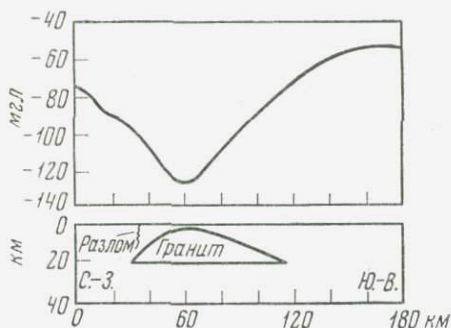


Рис. 7.6. Отрицательная аномалия Буге, наблюдаемая над Канадским щитом и связанная, по-видимому, с массивом гранита (по Иннесу [55]).

отрицательной аномалии в нескольких километрах от этого разреза они существуют.

Иннес принял, что дефицит плотности равен $0,1 \text{ г/см}^3$ и подобрал такую форму гранитного массива, что рассчитанная для этой формы аномалия совпала с наблюдаемой. Нужно отметить, что ширина гранитного тела с глубиной увеличивается, а его максимальная высота превышает 25 км. Это очень большая доля от всей толщины коры в этой части щита. Гранитный массив расположен к югу от зоны главного разлома, которая отмечает границу между двумя областями разных возрастов в докембрии, и проходит параллельно этой зоне.

Наличие больших отрицательных аномалий над гранитными телами имеет самое прямое отношение к происхождению этой горной породы. Есть две различные теории происхождения гранитных батолитов. По одной из них батолиты были внедрены в виде интрузий гранитной магмы, образовавшейся при плавлении первоначального гранитного слоя. По другой теории они образовались в результате гранитизации существовавших до

этого кристаллических пород коры под действием минерализованных растворов, поступавших снизу. Второй процесс мог бы привести к концентрации вверху менее плотных минералов и оседанию вниз более плотных составляющих исходной породы. В теории, основанной на плавлении гранитного слоя, должно быть учтено, что

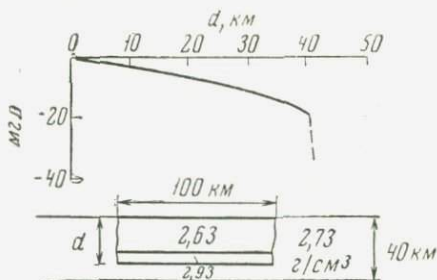


Рис. 7.7. Аномалия силы тяжести, которая могла бы возникнуть над участком коры, в котором произошло разделение вещества.
 d — глубина этого слоя коры.

этот слой перекрыт поверхностной корой, так как последняя не сложена из типичного гранита. Ботт [10] предложил гипотезу, объясняющую, как гранитные тела могли бы возникать при плавлении гранитного слоя, и отметил, что для некоторых областей имеются сейсмические данные, указывающие на существование в коре слоя с низкой скоростью.

Предположение, что гранитные тела образовались на месте при дифференциации вещества, встречает определенные трудности. Если участок коры (рис. 7.7) разделяется так, что у поверхности образуется область меньшей плотности, то при этом масса в среднем удаляется от поверхности и неизбежно возникает отрицательная аномалия силы тяжести. Но если горизонтальная протяженность тела того же порядка величины, что и толщина коры, то притяжение более плотной части не может быть заметно ослаблено, и отрицательная аномалия при этом не сможет превысить определенного предела, если только утолщение коры не происходит одновременно с гранитизацией. А поскольку над телами, сравнимы-

ми по размерам с телом, показанным на рис. 7.7, наблюдаются отрицательные аномалии, превышающие этот максимум, нужно признать, что более плотная фракция отделялась от образовавшегося гранита не осадчением, а каким-то иным путем. Случай с гранитом дает нам прекрасный пример прямого использования измерений силы тяжести для решения геологических проблем. Кроме того, он ясно показывает, как важно для геофизиков знать действительно характерные средние плотности для больших участков континентальной коры.

Осадочные бассейны

Мы уже говорили о накоплении осадочных пород в океанских впадинах и о роли измерений силы тяжести в изучении свойств коры, связанных с понижениями ее нижней границы. Строение осадочных бассейнов, встречающихся сейчас в континентальных областях, можно с успехом исследовать разными геофизическими методами.

В течение некоторого времени полагали, что в тот период, когда шло образование мощных слоев осадочных пород, в Земле, должно быть, происходили какие-то активные процессы. Поскольку методами седиментологии можно доказать, что во многих случаях весь разрез осадочных пород сформировался в неглубоких водоемах, нельзя предположить, что осадки в этих случаях были перемещены в существовавшие и прежде бассейны. При этом в соответствии с первыми гипотезами изостазии под тяжестью осадочного материала, накапливающегося на дне океана, кора должна была бы опускаться, и какое-то время это опускание коры под давлением сверху было принято связывать с процессом осадконакопления. Однако нетрудно показать, что при этих условиях мощность аккумулярованного слоя довольно быстро достигает максимума. Рассмотрим обширный район океана (с глубиной, равной единице), первоначально находившийся в состоянии изостатического равновесия. Предположим, что осадочный материал плотностью $2,5 \text{ г/см}^3$ откладывается в океане, пока не заполнит его; предположим также, что при этом глубина опускания коры равна x и что в результате оттока из-под опустившейся

коры вещества мантии, плотность которого $3,3 \text{ г/см}^3$, снова создается компенсация. Считая, что приращение массы над первоначальной корой равно массе удаленного материала мантии, получаем

$$(2,5 - 1,03) \cdot 1 + 2,5x = 3,3x,$$

или

$$x = 1,84. \quad (7.5)$$

Таким образом, может накопиться осадочный слой, толщина которого в 2,84 раза превысит первоначальную глубину воды. По-видимому, осадочные пласты до 10 км толщиной, которые обнаружены, не могли бы образоваться в мелких морях. Что касается узких полос отложений, то здесь следовало бы принять во внимание еще прочность коры, которая препятствует тому, чтобы осадочные породы ложились на нее слишком толстым слоем. Из сказанного можно сделать только один вывод: осадочные породы накапливаются в тех участках Земли, где кора ослаблена внутренними силами и оттянута вниз.

Изучение структуры осадочных бассейнов необходимо для выяснения механизма опускания коры. Осадочные породы обычно менее плотные, чем подстилающие их изверженные и метаморфические породы; поэтому над осадочными бассейнами обычно наблюдаются значительные отрицательные аномалии силы тяжести. Над центральной частью обширного по площади бассейна аномалия силы тяжести, созданная самим этим бассейном, должна примерно соответствовать формуле

$$\Delta g = 2\pi G h \Delta \rho, \quad (7.6)$$

где $\Delta \rho$ — дефицит плотности осадочных пород. Если разница в плотности составляет 1 г/см^3 , то для создания аномалии 1 мгл требуется слой толщиной $h = 24 \text{ м}$. Примером такой структуры может служить Продольная долина в Чили, гравитационное поле которой исследовал Ломнитц [77]. Разрез бассейна показан на рис. 7.8. Поскольку в направлении, перпендикулярном разрезу, строение бассейна нисколько не изменяется, этот источник аномалии можно считать двумерным. Было установлено, что породы, выходящие на поверхность и к западу

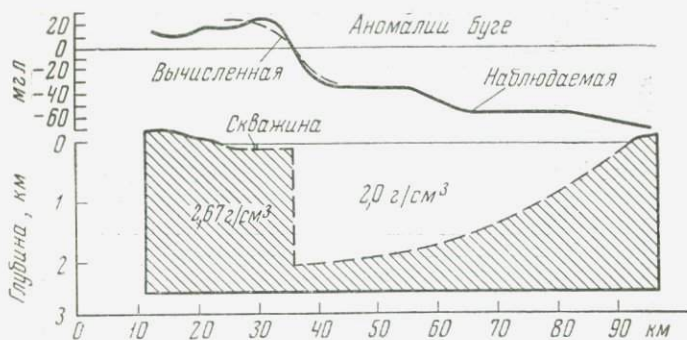


Рис. 7.8. Профиль аномалии Буге и определенный расчетным путем разрез бассейна в Продольной долине в Чили (по Ломнитцу).

от долины и к востоку в сторону Анд, имеют плотность $2,67 \text{ г/см}^3$, тогда как плотность осадочных пород (по крайней мере на поверхности) — всего лишь $2,0 \text{ г/см}^3$. Аномалия Буге в направлении с запада на восток уменьшается, но не все понижение профиля аномалии связано с бассейном, так как восточный конец его подстилают более плотные породы. Очевидно, здесь сказывается влияние более обширной зоны, — возможно, влияние дефицита массы в корнях Анд. Однако резкое изменение аномалии вблизи центра разреза показывает, что около поверхности имеется какая-то структура. Ломнитц интерпретировал это изменение аномалии как результат существования здесь почти вертикального сброса. Мощность осадочного слоя к востоку от сброса оценена в 2,0 км; расчетное влияние сброса такой амплитуды на силу тяжести показано на рис. 7.8.

Этот пример наглядно показывает, насколько можно уменьшить неопределенность интерпретации гравитационного поля, если известны некоторые характеристики образующей его структуры. Мощность осадочного слоя к западу от сброса была установлена с помощью одной скважины, а его максимальную толщину восточнее сброса можно было определить по изменению аномалии, если воспользоваться формулой притяжения плоского слоя.

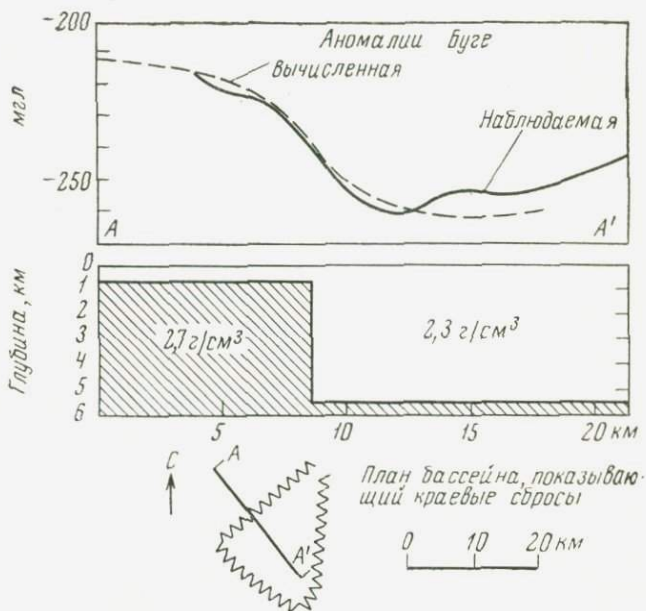


Рис. 7.9. Профили наблюдаемой и вычисленной аномалий Буге над бортом бассейна оз. Моно в Калифорнии [92].

При этом, как показала серия расчетов для сбросов с разными углами наклона, чтобы можно было объяснить большой градиент силы тяжести в этом месте, данный сброс должен быть почти вертикальным.

Ломницц отметил, что отсутствие такого же резкого изменения величины аномалии в восточной части бассейна указывает на более плавное уменьшение осадочной толщи в этом направлении. Таким образом, установленное в результате строение бассейна с большой вероятностью указывает на то, что когда-то кора повернулась вокруг оси, проходившей к востоку от бассейна. Можно предполагать, что и подъем Анд и опускание фундамента, образовавшего дно бассейна, вызваны одними и теми же действовавшими в коре силами.

Пример необыкновенно глубокого бассейна, но занимающего ограниченную территорию, — бассейн оз. Моно в Калифорнии. В плане он имеет приблизительно тре-

угольную форму (рис. 7.9); наибольшее расстояние между его краями едва достигает 20 км. Пакизер и др. [92] наблюдали над ним отрицательную аномалию Буге величиной до 50 мгл. Считая, что дефицит плотности кайнозойских отложений в бассейне по сравнению с более древними окружающими породами равен $0,4 \text{ г/см}^3$, они пришли к выводу о сбросовой природе границ бассейна; это также показано на рис. 7.9. В данном случае при вычислении профиля аномалии над бортом структуры последнюю не принимали за двумерное тело. Рассчитывая влияние осадочного бассейна на аномалию силы тяжести, его рассматривали как совокупность горизонтальных слоев и определяли телесный угол, под которым каждый слой виден из каждой точки профиля. Сейсмические и аэромагнитные наблюдения подтвердили, что бассейн мог возникнуть при опускании участка коры между тремя пересекающимися сбросами. Авторы сделали вывод, что оседание произошло после того, как в результате вулканической деятельности на глубине образовалась пустота.

При использовании гравиметрических измерений для оценки толщины осадочного разреза часто бывает трудно определить истинную разность между средними плотностями осадочных и нижележащих пород. Чаще всего непосредственно можно измерить только поверхностную плотность отложений. В результате сжатия осадочные породы по мере увеличения глубины должны становиться плотнее (см. раздел о плотностях горных пород). Однако скорость увеличения плотности будет зависеть от литологии: для глинистых сланцев она гораздо больше, чем для песчаников и известняков. Поэтому может оказаться невозможным оценить плотность, соответствующую осадочной толще в целом. Если же эффект уплотнения пород не принимать во внимание, глубина бассейна получится преувеличенной.

Массивы основных и ультраосновных пород

Есть предположение, что земная мантия может быть образована породой, главная составляющая которой — оливин. Массивы пород подобного состава встречаются и

на поверхности Земли, особенно в областях с сильной складчатостью, и форма нижних частей этих массивов представляет значительный интерес. Важно знать, каждый ли такой массив проходит насквозь всю кору и достигает мантии, и если не каждый, то механизм внедрения материала мантии в кору остается загадкой. Поскольку плотность этих основных оливиновых пород гораздо больше плотности нормальной коры, над ними обычно наблюдаются крупные положительные аномалии силы тяжести, и гравитационное поле можно использовать для определения глубины, которой достигает массив.

Еще в 1939 г. было установлено, что на Кипре существуют чрезвычайно большие положительные аномалии [79], и их детально исследовал Гаррисон [41]. Геология острова довольно сложна, так как на нем встречаются основные породы разных возрастов. Наибольшая роль приписывается интрузивным телам, сложенным оливиновым габбро (частично измененным до серпентина), которые внедрились в более древние диабазы. Выходы габбро на поверхность имеют скромные размеры — длина крупнейшего из известных тел порядка 5 км, но считают, что два обнажения, найденные в середине острова, на глубине соединяются между собой. Осадочные пласты со сравнительно низкой плотностью покрывают изверженные породы со всех сторон острова.

На рис. 7.10 показано изменение аномалии Буге вдоль профиля, проходящего через остров Кипр с северо-востока на юго-запад. Аномалия возрастает примерно на 120 мгл от береговых линий к центру острова. Полоса положительной аномалии тянется через остров с северо-запада на юго-восток и, по-видимому, продолжается в море. Поэтому, определяя форму тела, обладающего высокой плотностью и создающего эту аномалию силы тяжести, Гаррисон считал его двумерным. Интерпретация осложнялась присутствием на побережье осадочных пород с низкой плотностью, так как эти породы ослабляют поле силы тяжести. Тем не менее Гаррисон установил, что форма тела, показанного на рис. 7.10, типична для таких интрузий. Это тело состоит из сравнительно небольшого по площади участка, глубоко уходящего в ко-

ру, и неглубокой более плоской части. Именно такой формы следовало бы ожидать, если бы ультраосновной материал выдавливался снизу через центральный ствол, а затем по мере достижения поверхности распространялся по горизонтали.

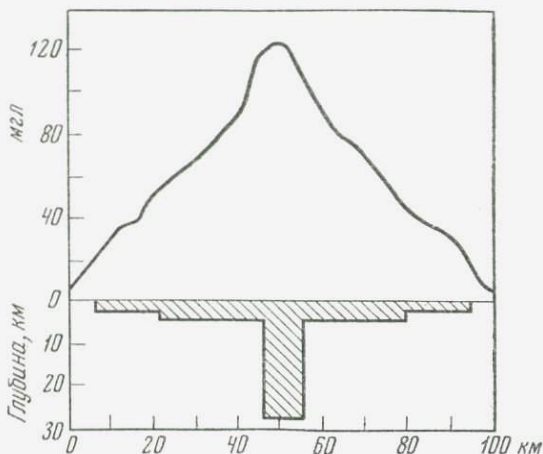


Рис. 7.10. Профиль аномалии Буге через остров Кипр и найденная по ней форма тела, сложенного ультраосновными породами (по Гаррисону [41]).

До сих пор неясен механизм, заставивший плотный материал мантии подняться через кору. Главное здесь в том, что сначала по измерениям силы тяжести над ультраосновными породами определяется, что собой представляют скрытые части массива, т. е. устанавливается форма тела, а затем, используя одну из теорий образования интрузий, объясняется, как могло возникнуть тело такой формы. Открытие на Кипре положительных аномалий важно еще по одной причине. До сих пор мы говорили об аномалиях Буге, но на этом острове изостатические аномалии по меньшей мере столь же велики. Таким образом, в этом районе имеется один из самых больших локальных избытков массы, и ультраосновной материал дает нескомпенсированную нагрузку на кору.

Можно было бы считать, что вследствие этого остров опускается. Однако в исторический период Кипр не опускался, а мощная толща третичных осадочных пород, залегающая вдоль берегов и в настоящее время лежащая выше уровня моря, показывает, что с третичного времени он даже поднялся. Следовательно, нельзя предполагать, что области, дающие положительные аномалии силы тяжести, всегда опускаются. Избыток массы на единицу площади на Кипре значителен, но эта область так мала по размерам, что системы напряжений в околоповерхностных слоях пород могут удерживать этот груз.

Области послеледникового поднятия

Известно, что на Земле есть участки, где высота земной поверхности над уровнем моря быстро изменяется. Повторные нивелировки вдоль побережья Ботнического залива в Финляндии показали, что там происходит поднятие со скоростью 9 мм в год. Поскольку Ботнический залив находится вблизи центра плейстоценового оледенения, предположили, что теперешний подъем — это возвращение коры в исходное состояние после опускания, вызванного давлением льда на кору. Если это действительно так, то скорость поднятия, которая связана со скоростью течения вещества мантии, можно использовать для оценки вязкости мантии [42, 90]. Если вещество мантии можно рассматривать как вязкую жидкость, то вязкость — это чрезвычайно важный параметр для изучения процессов внутри Земли. Величина вязкости, полученная при изучении поднятия коры в Фенно-Скандии, равнялась $1 \cdot 10^{22}$ пз у Хаскелла [42] и $3,6 \cdot 10^{22}$ пз у Нисканена [90]. Чтобы провести такой анализ, необходимо знать не только современную скорость поднятия, но и величину, на которую поверхность еще должна подняться для полного возвращения в исходное состояние, потому что если ход этого процесса в основном определяется вязкостью мантии, то его скорость должна меняться со временем. Изменение высоты со временем должно идти по затухающей кривой. Измерения силы тяжести и были использованы для того, чтобы определить, на какую

высоту кора еще должна подняться для достижения компенсации.

Рассмотрим рис. 7.11, на котором дан разрез коры, первоначально возвышавшейся над уровнем моря на высоту h . Если принять модель изостазии Эри, толщина коры при этом была равна

$$T + h \frac{\rho_n}{\rho_n - \rho}, \quad (7.7)$$

где T — толщина коры того участка, поверхность которого лежит на уровне моря, а ρ_n и ρ — плотности мантии

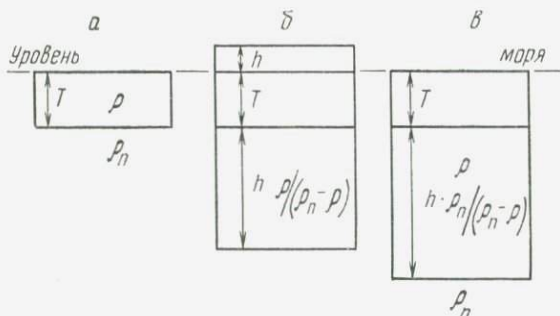


Рис. 7.11. Разрезы нормальной коры с нулевой высотой поверхности (а), коры под возвышенным районом (б) и коры под опустившимся участком (в).

и коры соответственно. Предположим, что под тяжестью льда участок коры погружался, пока его поверхность не достигла уровня моря. Когда лед растаял, кора на этом участке по сравнению с другими участками с нулевой высотой поверхности оказалась ненормально толстой, и дефицит массы на единицу площади составил здесь

$$h \frac{\rho_n}{\rho_n - \rho} (\rho_n - \rho) = h \rho_n. \quad (7.8)$$

Но $h \rho_n$ — это просто масса на единицу площади вещества мантии, которое было сдвинуто с этого участка при опускании коры. При опускании большой территории

должна была бы наблюдаться отрицательная изостатическая аномалия силы тяжести, равная

$$\Delta g = 2\pi G\rho_n h. \quad (7.9)$$

Поэтому может показаться, что, если определить Δg , можно будет вычислить и высоту h поднятия, требуемую

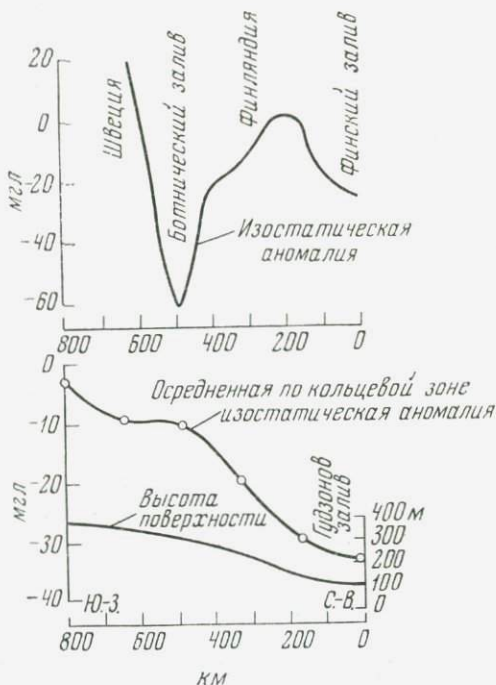


Рис. 7.12. Профили аномалий силы тяжести в Фенно-Скандии (вверху, по Хонкасало [54]) и в Канаде (внизу, по Иннесу [56]), демонстрирующие тенденцию аномалий уменьшаться в местах, где кора опустилась под тяжестью льда.

для восстановления компенсации. Трудность состоит в том, что аномальное поле на большой территории (которое нужно знать) вызывается многими источниками, и оценка именно той части аномалии, которая связана с опусканием коры, — отнюдь не легкое дело. На рис. 7.12

показаны профили аномалий для двух территорий, в которых, по-видимому, аномалии частично действительно вызваны этой причиной. На одном профиле, идущем через Финляндию в сторону Ботнического залива, где поднятие в настоящее время происходит с наибольшей скоростью, показано изменение изостатических аномалий. Отрицательные аномалии достигают величины 50 мгл; отсюда Нисканен сделал вывод, что земная поверхность должна подняться еще на 200 м, прежде чем компенсация восстановится. Упрощенное уравнение (7.9) дало бы такой же результат, если бы средняя отрицательная аномалия была взята равной 28 мгл. Однако, как заметил Хонкасало [54], в Фенно-Скандии положительные и отрицательные аномалии силы тяжести расположены чередующимися полосами, вытянутыми параллельно простиранию структур в этом районе, так что изоаномалы вовсе не образуют окружностей вокруг центра поднятия. Поэтому отдельный профиль, вроде показанного на рис. 7.12, может только ввести в заблуждение.

На втором профиле (рис. 7.12, внизу) показан район Гудзонова залива в северной Канаде по Иннесу [56]. Иннес определял аномалии, средние для кольцевых зон вокруг залива, имеющих ширину 160 км. Поскольку каждая из этих зон пересекает много различных структур, средние аномалии, отнесенные к центрам зон, по-видимому, относительно свободны от влияния этих структур (все же некоторые образования в докембрийском щите оказывают систематическое влияние на силу тяжести, которая на протяжении нескольких сот километров сохраняет один и тот же знак). Уменьшение средней изостатической аномалии в направлении Гудзонова залива от значений, близких к нулю в удалении от него, очень значительно. Если исходить из уравнения (7.9), то недокомпенсация эквивалентна погружению коры примерно на 230 м.

Не следует думать, что поднятие действительно будет продолжаться до полного восстановления компенсации. Центры опусканий и в Фенно-Скандии, и в Канаде, вероятно, достаточно ограничены по размерам, чтобы небольшой дефицит массы могли компенсировать околопо-

верхностные напряжения. И наоборот, почти наверняка существуют изменения высоты поверхности, не связанные ни с нагрузками на кору сверху, ни с устранением нагрузок. Можно предположить, что они вызваны системами сил, действующими в коре или мантии.

Существующие ледники

Ледниковый лед имеет плотность примерно $0,90 \text{ г/см}^3$, поэтому заполненные льдом долины по сравнению с окружающими их участками коры имеют дефицит массы. Измерения силы тяжести в сочетании с другими геофизическими методами помогают определять форму ложа коренных пород под ледником. Эти исследования нужны для определения общего объема льда, заключенного в данном леднике в настоящее время, и для получения общей информации о ледниках, необходимой для изучения их движения.

Задача осложняется тем, что гравиметрический профиль всегда должен заканчиваться на участке твердой породы; без этого нельзя определить истинное изменение аномалии, вызванное массой льда. Что касается долинных, или альпийских, ледников, то их боковые стороны могут оказаться труднодоступными. Даже если удастся выполнить измерения на скалах по бокам ледника, влияние рельефа на таких станциях может быть таким большим, что точное вычисление аномалий окажется невозможным.

На рис. 7.13 показан для примера профиль через ледник Салмон в Британской Колумбии (северо-западная Канада) [102]. Здесь использовали следующий метод. Для всех станций вычисляли аномалии Буге, считая плотность равной $2,67 \text{ г/см}^3$. Затем рассматривали лед как аномальное тело с дефицитом плотности $1,77 \text{ г/см}^3$. Поскольку ширина долины по всей ее длине более или менее постоянна, при расчете поправок за рельеф и при интерпретации пользовались двумерными плоскими моделями. Из рисунка видно, какие огромные поправки за рельеф нужно было ввести для каждой стороны долины. Для установления окончательной формы профиля ледник рассматривали как совокупность слоев с вертикальными

краями, простирающихся перпендикулярно этому профилю. Чтобы определить форму ледника, которая наилучшим образом соответствует наблюдаемой аномалии, можно было бы также использовать палетку, подобную описанной в гл. 5.

Для определения толщины обширного материкового ледникового покрова гравиметрические методы наиболее

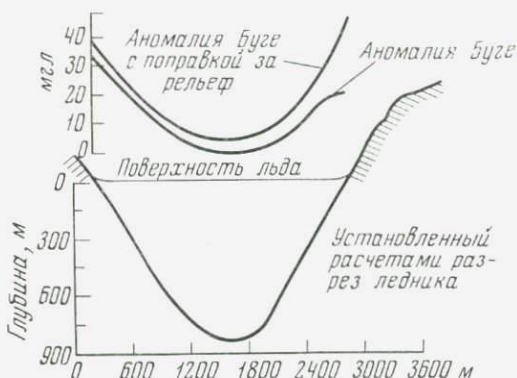


Рис. 7.13. Профиль аномалии Буге и определенное расчетным путем сечение ледника Салмон в Британской Колумбии (по Расселу и др. [102]).

эффективны при наличии какого-то контроля — в виде скважин, которые бурятся во льду, или сейсмических профилей. Благодаря тому что измерения силы тяжести могут быть выполнены очень быстро и необходимое оборудование портативно, объем буровых и сейсмических работ в гляциологических экспедициях можно сильно сократить.

Метеоритные кратеры

Наконец, рассмотрим измерения силы тяжести еще над одним типом образований в коре — над метеоритным кратером или над предполагаемым кратером. Билс и др. [9] предположили, что имеется сходство между некоторыми образованиями на Земле и формами лунного рельефа. Если это действительно так, то можно ожидать,

что ряд круговых впадин на земной поверхности возник при падении метеоритов. Поскольку углубления в земной поверхности постепенно заполняются осадочным

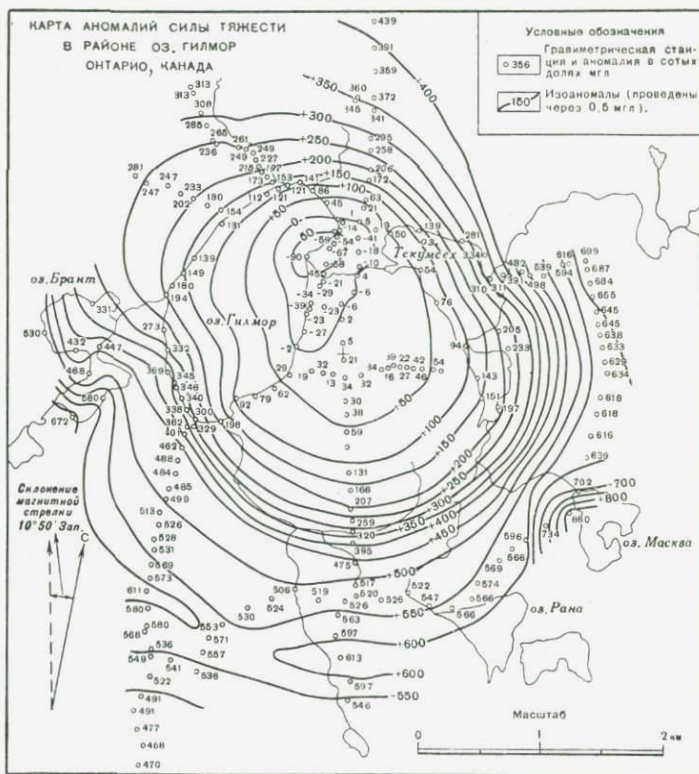


Рис. 7.14. Карта изоаномал силы тяжести над круглым образованием в Канаде, называемым кратером Брент (по Иннесу [57]).

материалом, для определения истинной глубины кратеров нужно прибегать к геофизическим методам. Глубину нужно знать, чтобы сравнивать полученный профиль с профилями известных кратеров, а также для того, чтобы оценивать энергию метеорита, которая потребовалась для образования данного кратера.

Пример карты гравитационного поля над предполагаемым кратером вблизи Брента (пров. Онтарио, Канада) приведен на рис. 7.14 (по Иннесу [57]). Отрицательная аномалия в 5 мгл свидетельствует о том, что под понижением местности в центре показанной на карте области находится круглое тело с низкой плотностью. Такой тип аномалии поддается интерпретации с помощью вертикальных круговых цилиндров для пунктов на оси, а для остальных пунктов — с помощью таблицы телесных углов. Чтобы определить истинную глубину круглого образования, нужно знать плотность заполняющего его материала. Иннес установил, что дефицит массы в кратере Brent и других подобных образованиях является следствием как низкой плотности осадочного наполнителя выемки, так и уменьшения плотности первоначальных пород коры вследствие брекчирования. Последнее, по-видимому, результат метеоритного удара. Было установлено, что в кратерах, образовавшихся в докембрийских гнейсах с плотностью $2,67 \text{ г/см}^3$, брекчированный материал имеет плотность лишь $2,50 \text{ г/см}^3$, что очень близко к плотности осадочного наполнителя. Было установлено, что в Бренте наполнитель вместе с нижележащей брекчированной зоной достигает глубины 1500 м. В той же статье Иннес описал работы по изучению еще более крупного образования в Глубоком заливе (пров. Саскачеван, Канада), где также применялись измерения силы тяжести. Результаты гравиметрической съемки, выполненной зимой на льду залива, заставляют предполагать, что глубина кратера достигает 3500 м.

МЕСТО ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКЕ

Использование гравиметрических съемок при поисках нефти и руд имело наибольшее значение для развития гравиметрии как отрасли геофизики. Гравиметрические приборы совершенствовались в значительной степени потому, что в этом были заинтересованы геофизики, и многие из методов интерпретации аномалий силы тяжести, о которых говорилось выше, нашли свое первое применение именно при разведочных работах. Желательно постоянно сохранять тесное сотрудничество между геофизиками, разведчиками и гравиметристами, проводящими измерения силы тяжести для решения других задач.

Основной подход в геофизической разведке аналогичен описанному выше методу изучения более крупных структур коры. Мы рассмотрим здесь только то видоизменение, которое пришлось внести из-за специфичности проблем, стоящих перед прикладной геофизикой. Следует иметь в виду, что при разведке полезных ископаемых геофизические методы обычно дополняют геологическими изысканиями и бурением. При поисках нефти за гравиметрической съемкой обычно следует детальная сейсмическая разведка, а когда ведется разведка на руды, измерениям силы тяжести, как правило, предшествуют предварительные электрические или магнитные исследования. Мы хотим здесь только показать, какие специфические требования предъявляются к гравиметрическим работам, когда они производятся в разведочных целях, и не собираемся давать оценку отдельным геофизическим методам.

Наблюдения и редукции

При геофизической разведке в большинстве случаев нужно найти структуры небольшого размера. Аномалии, создаваемые ими, малы по сравнению с аномалиями от тех образований в коре, которые мы рассматривали в предыдущей главе. Таким образом, задача разведки заключается в том, чтобы на изучаемой площади создать плотную сеть станций и с максимально достижимой относительной точностью определить на этих станциях аномалии Буге. Наблюдения ведутся обычно с портативными гравиметрами, и поэтому приходится принимать все меры для уменьшения ошибок, связанных с изменением нуля-пункта прибора. Непосредственная цель этих наблюдений не требует даже их привязки к пункту, где известно абсолютное значение g . Однако если материалы этой съемки будут использоваться и для других целей, то приведение их к абсолютной системе очень повышает их ценность; поэтому следует настаивать, чтобы разведочные организации выполняли такое приведение.

Хотя при изысканиях используются редукции Буге, но редуцирование обычно производят не совсем таким методом, как при общей гравиметрической съемке, так как основной интерес в данном случае представляют относительные величины аномалий. Чтобы учесть высоту станций, вводят поправки Буге и в свободном воздухе, но с помощью этих поправок измерения обычно приводят не к уровню моря, а к некоторой условной высоте. Эту высоту подбирают так, чтобы она примерно соответствовала средней высоте станций. Точно так же для исключения влияния широты станции на силу тяжести вместо того, чтобы прямо пользоваться международной формулой, берут из нее только член, учитывающий широту. Если взять производную этой формулы по широте и рассматривать ее как горизонтальный градиент силы тяжести на поверхности Земли, то этот градиент получается равным $0,812 \sin 2\varphi$ мгл/км, где φ — широта.

Чтобы в местные съемки ввести широтные поправки, обычно некоторую параллель, пересекающую район съемок, принимают за исходную, и измерения на каждой станции корректируют в зависимости от того, насколько

и в какую сторону станция удалена от исходной параллели.

Очень важно, какая плотность вещества принимается для вычисления редукции Буге. Поскольку в конечном итоге нужно установить распределение аномалий, свободных от влияния местного рельефа, то нужно взять плотность именно тех пород, которые залегают в этом районе вблизи поверхности. Оценить плотность можно на основании анализа образцов пород, хотя Неттлтон [85] предложил использовать для этого специальные гравиметрические профили, прокладываемые вкрест простирания отдельных форм рельефа в изучаемом районе. Если после этого вычислить поправки Буге с несколькими пробными значениями плотности, то остановиться надо на том значении, при котором корреляция с рельефом окажется наименьшей. Поправки за рельеф приобретают здесь особо важную роль из-за малости самих исследуемых аномалий, и даже вне горных областей эти поправки нужно вводить с большой тщательностью. Для каждого района следует оценить ошибку, с которой можно учесть влияние рельефа, чтобы установить, не превысит ли эта ошибка аномалию силы тяжести, которая может быть создана разведываемой структурой.

Разделение гравитационных аномалий

Гравитационные аномалии, с которыми имеют дело при разведочных работах, часто выглядят как очень небольшие искривления аномального поля, связанного с более крупными структурами коры. Приступать к их интерпретации невозможно, пока местные аномалии не отделены от этого более обширного регионального фона. Если площадь съемки невелика, региональная аномалия может выглядеть как равномерный подъем, который можно показать параллельными, равноотстоящими друг от друга изолиниями (рис. 8.1). Локальная аномалия, которая в обычном виде должна изображаться замкнутыми изолиниями, на региональном фоне выглядит как небольшое искривление изоаномал. Чтобы выделить локальную аномалию, применяли различные методы; два из них иллюстрирует рис. 8.1. Эти методы заключаются

в том, что горизонтали на карте или профиль спрямляют от руки, чтобы получить региональное поле, не возмущенное локальной аномалией. На каждой станции значения сглаженных аномалий можно вычесть из первоначально измеренных аномалий Буге и получить в результате остаточную аномалию. Очевидно, эти методы имеют тот недостаток, что результат сильно зависит от субъективного подхода интерпретатора; кроме того, небольшие отклонения в изображении регионального поля сравнительно сильно изменяют остаточную аномалию.

От ошибок субъективного подхода можно частично избавиться, если для оценки регионального поля использовать более механический метод. Если это поле рассматривать как наклонную «плоскость», то величина аномалии в каждой точке равна средней величине аномалий на любой окружности, центр которой лежит в этой точке, а радиус достаточно велик, чтобы исключить местные эффекты. Чтобы для всех станций съемки получить средние на окружностях аномалии, можно использовать палетку, на которой нанесен ряд точек, расположенных по окружности. Правда, этот метод не вполне объективен, поскольку диаметр окружности выбирается произвольно; установлено, что, когда берут окружности различных диаметров, получают разные карты остаточной аномалии. Если диаметр слишком мал, то, используя среднее по окружности значение в качестве региональной аномалии для центра этой окружности, мы не освободимся полностью от местной аномалии; если же он слишком велик, то может оказаться неправомерным допущение, что наклон регионального поля постоянен. Эту

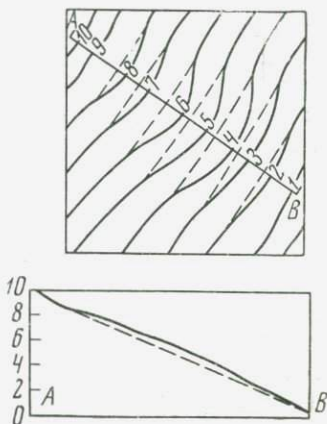


Рис. 8.1. Разделение локальной и региональной аномалий по карте изоаномал (вверху) и по профилю (внизу).

окружность можно рассматривать как полосовой фильтр, весьма эффективный для выделения аномалий, примерно равных ей по размерам.

Другой метод выделения локальных аномалий заключается в вычислении второй вертикальной производной гравитационного поля. Поскольку аномалия силы тяжести Δg удовлетворяет уравнению Лапласа (см. приложение 1), вторая вертикальная производная связана с обеими вторыми горизонтальными производными соотношением

$$\frac{\partial^2 (\Delta g)}{\partial z^2} = - \left[\frac{\partial^2 (\Delta g)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\Delta g)}{\partial y^2} \right]. \quad (8.1)$$

Ось z здесь направлена вертикально вниз, а x и y — по горизонтали. Далее, значение $\partial^2(\Delta g)/\partial x^2$ в любом пункте может служить почти точной мерой кривизны профиля аномалии, проведенного через эту точку параллельно оси x . Таким образом, правая часть уравнения (8.1) выражает общую (в двух взаимно перпендикулярных направлениях) кривизну поверхности аномалии в данном пункте. Кривизна обычно бывает положительной, когда кривая или поверхность выгнута вверх. Знак минус указывает на то, что вторая вертикальная производная положительна, когда поверхность аномалии вогнута вниз; это происходит там, где имеется местный максимум.

Очевидно, локальные аномалии описываются поверхностями гораздо большей кривизны, чем региональные. Если в каком-то районе региональная аномалия имеет плоскую поверхность, то кривизна этой поверхности равна нулю. Следовательно, вторая вертикальная производная является эффективным средством для выделения местных эффектов, которые в противном случае могли бы остаться незамеченными. Величины $\partial^2(\Delta g)/\partial z^2$ можно вычислить либо так, как показано в гл. 5, либо каким-то эквивалентным способом [28]; затем их наносят на карту и соединяют изолиниями.

На рис. 8.2 показаны для сравнения карта аномалий Буге и карта вторых вертикальных производных; поразительно, насколько более заметными становятся локальные аномалии на последних. Если аномалия создана

изолированной структурой, точки перегибов на профиле аномалии часто указывают границы этой структуры.

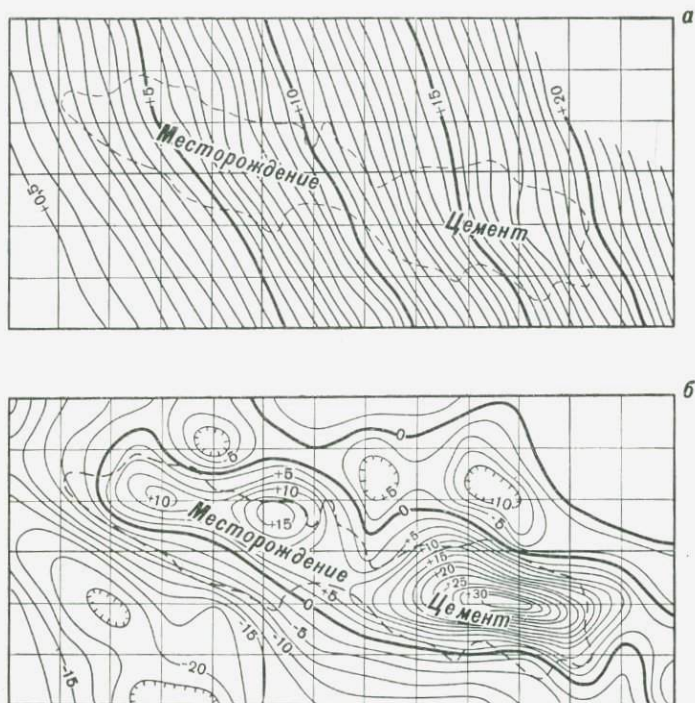


Рис. 8.2. Карты аномалий Буге (*а*) и вторых вертикальных производных (*б*) над месторождением Цемент в Оклахоме, США (по Элкинсу [28]).

а — изолинии проведены через $0,5 \text{ мгл}$; *б* — изолинии проведены через $2,5 \cdot 10^{-15} \text{ СГС}$.

Точки перегиба — это точки нулевой кривизны; следовательно, можно ожидать, что и нулевые изолинии на картах вторых производных очерчивают границы местных структур.

Вычисление вторых вертикальных производных тоже имеет свои неудобства, и оно не решает всех проблем, связанных с локальными съемками. Следует также от-

метить, что получающиеся в результате величины выражаются уже не в единицах силы тяжести. Их размерность — $см^{-1} \cdot сек^{-2}$, и понятно, что для интерпретации карты вторых производных использовать профили аномалий силы тяжести, создаваемые типовыми структурами, нельзя. Однако для тел простой геометрической формы также можно заранее рассчитать профили вторых производных и использовать их при интерпретации. Серьезным недостатком этого способа является то, что существенно возрастают случайные ошибки. Кроме того, при неравномерном распределении станций по изучаемой площади необходимое интегрирование по поверхности невозможно произвести с достаточной точностью. К вычислению вторых вертикальных производных следует прибегать только в тех случаях, когда имеется достаточно густая сеть станций и аномалии силы тяжести определены с высокой точностью.

Разведка на нефть

Наибольшее применение в геофизической разведке гравитационные методы получили при поисках нефти и газа. Залежи нефти и газа встречаются в осадочных бассейнах и имеют тенденцию накапливаться в пористых формациях, в которых они удерживаются, как в ловушках, или тектоническими образованиями (например, антиклиналями или куполами), или в силу специфических коллекторских свойств пород. Гравитационные съемки помогают выявить структуры, способные аккумулировать нефть и газ.

Рассмотрим последовательно поиски осадочных бассейнов, изучение условий в подстилающей осадочные породы толще коры и поиски отдельных структур внутри осадочного чехла. В предыдущей главе мы уже рассмотрели влияние на силу тяжести самих осадочных пород. Надо только заметить, что в той части земного шара, для которой еще не составлено детальных геологических карт, установить наличие мощного слоя осадочных пород — значит сделать первый шаг в предварительной разведке нефти. Гравиметрическая съемка, проведенная

в широких масштабах, во многих случаях сможет показать, существует ли такой осадочный разрез.

Если над осадочным бассейном наблюдается крупная аномалия силы тяжести, ограниченная по протяженности, то она почти всегда бывает вызвана условиями в коре ниже осадочной толщи. Обычно внутри самих бассейнов просто не бывает таких перепадов плотности, которые могли бы создать аномалию, превышающую даже несколько миллигалов. Средние по величине аномалии могут создаваться рельефом поверхности нижележащего кристаллического фундамента, они будут представлять интерес, если с этим рельефом связаны соответствующие изгибы вышележащих отложений, которые могут оказаться подходящими ловушками для нефти. Что касается еще больших аномалий силы тяжести, то обычно удается показать, что никаким правдоподобным рельефом поверхности фундамента их объяснить нельзя и что они должны быть результатом вариаций плотности внутри фундамента. Поскольку эти вариации плотности коры могут достигать большой глубины, они иногда вызывают довольно крупные аномалии. Единственное, что в этом случае целесообразно сделать разведчикам нефти и газа,— это оценить, на какой глубине под районом аномалии находится поверхность фундамента. Например, на рис. 5.12 показано изменение формы профиля аномалии силы тяжести над краем структуры с изменением ее глубины. Сравнение наблюдаемых профилей с вычисленными (такими, как на рис. 5.12) может дать первую оценку расстояния до поверхности фундамента.

Что касается отдельных структур внутри осадочной толщи, представляющих наибольший интерес для разведчиков нефти, то тут, пожалуй, в первую очередь нужно сказать об успехах в поисках соляных куполов или пластов. Плотность соли равна $2,2 \text{ г/см}^3$; у других осадочных пород она, как правило, значительно больше. Перепад плотности создает аномалии, которые можно измерить. На рис. 8.3 показан профиль аномалии силы тяжести через соляной купол; форма купола, установленная по этому профилю, сравнивается с формой, выявленной сейсмическими измерениями и бурением. Купол соли, напоминающий по форме вертикальный цилиндр,

может вызывать круговое уменьшение силы тяжести, по которому и можно определить форму купола. Нефть и газ могут накапливаться над солью или вокруг соляного цилиндра, где осадочные слои были разорваны внедрившейся массой.

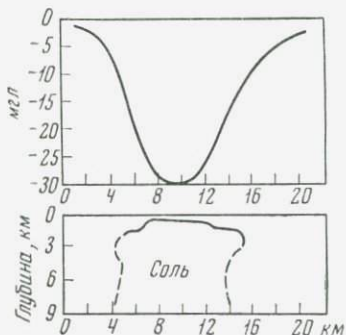


Рис. 8.3. Профиль аномалии Буге, измеренной через соляной купол. Положение вершины купола было определено сейсмическими измерениями, а остальной его части — по гравитационному профилю.

Другие структуры в толще осадочных пород вызывают обычно гораздо меньшие аномалии. Тем не менее, как показал Юнгул [124], в некоторых особых случаях аномалии могут возрасти из-за вторичных вариаций плотности. Возьмем, например, рифовые известняки, во многих местах земного шара содержащие нефть. Уплотнение вышележащих слоев может привести к тому, что плотность пород будет несколько больше над рифовыми образованиями, чем по краям. Возникает положительная аномалия

силы тяжести, обусловленная суммарным притяжением аномальных масс разреза на значительном протяжении по глубине, и эта аномалия будет гораздо больше эффекта, который вызывает один только риф.

Разведка на руды

Руды многих металлов по плотности значительно превосходят обычные породы коры. Плотности нескольких важных минералов приводятся в табл. 8.1.

Если эти же руды залегают не очень глубоко, то их масса создает заметную аномалию. Большинство таких месторождений можно обнаружить другими геофизическими методами, и гравитационная съемка совсем не обязательно будет самым действенным из них в этом отношении. Это особенно относится к районам с пересеченным рельефом, где трудно вычислить поправки за

Таблица 8.1

Минерал	Химическая формула	Плотность, г/см ³
Пирит (железный колчедан)	FeS ₂	5,0
Пирротин (магнитный колчедан)	FeS(S _x)	4,6
Халькопирит (медный колчедан)	CuFeS ₂	4,2
Магнетит	Fe ₃ O ₄	5,0
Галенит (свинцовый блеск)	PbS	7,5
Хромит (хромистый железняк)	FeCr ₂ O ₄	4,5

рельеф и где даже определение высоты станций может оказаться дорогостоящим делом.

Измерения силы тяжести очень выгодны тем, что аномалия прямо характеризует массу, а для экономики важна именно общая масса руды. В приложении 1 показано,

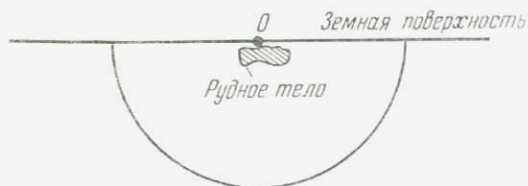


Рис. 8.4. Закрытая поверхность, окружающая рудное тело и используемая для расчета массы руды по теореме Гаусса.

что интеграл нормального притяжения всей массы M по любой ограничивающей ее поверхности независимо от распределения масс равен $4\pi GM$ (теорема Гаусса). Измерения силы тяжести над рудным телом производятся не на замкнутой поверхности, а лишь на ограниченном участке поверхности Земли. Однако если измерениями охвачена территория больше района, в котором проявляется локальная аномалия, то вычислить интеграл все же можно. Пусть рудное тело окружено поверхностью, состоящей из бесконечной плоскости и полусферы, как показано на рис. 8.4. Если радиус полусферы по сравнению с размерами тела очень велик, то интеграл по поверхности этой полусферы от нормальной к ней составляющей притяжения сводится к $2\pi GM$. Следова-

но, интеграл по плоскости, которую здесь можно считать совпадающей с земной поверхностью, также должен равняться $2\pi GM$. Другими словами,

$$\int \Delta g(x, y) dx dy = 2\pi GM. \quad (8.2)$$

Если мы можем выделить на фоне региональной локальную аномалию, то по карте изолиний этой остаточной аномалии можно путем численного интегрирования

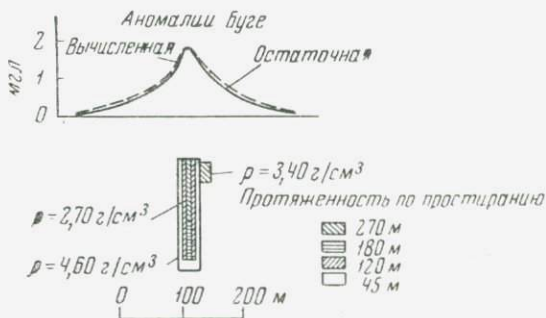


Рис. 8.5. Наблюдаемая и вычисленная аномалии силы тяжести и построенный по ним разрез металлического рудного тела в Квебеке (по Гецу [33]).

найти левую часть уравнения (8.2). При этом общая аномальная масса M определяется однозначно без каких бы то ни было предположений относительно формы, расположения или плотности тела. Это очень важный факт, особенно если учесть неоднозначность интерпретации гравитационных измерений, когда речь идет о распределении масс. Правда, для вычисления действительной массы руды надо знать плотности руды ρ и окружающей породы ρ_n :

$$\text{Действительная масса} = M \frac{\rho}{\rho - \rho_n}. \quad (8.3)$$

На рис. 8.5 изображен профиль остаточной аномалии над залежью пирита в северном Квебеке, Канада [33]; показана также вычисленная для этого случая форма

аномалии. Здесь мы имеем до некоторой степени идеальный случай, так как тело залегает на небольшой глубине и вместе с тем значительно (примерно на 200 м) вытянуто по вертикали. Остаточная аномалия достигает 1,7 мгл, т. е. она гораздо больше, чем вообще можно ожидать при разведке полезных ископаемых. Интегрируя остаточную аномалию в соответствии с уравнением (8.2), Гец [33] оценил общую массу залежи примерно в $3,2 \cdot 10^6$ т.

ПРИЛИВНЫЕ ВАРИАЦИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

В гл. 2 мы замечали, что из-за изменений притяжения Солнца и Луны сила тяжести в любом пункте Земли с течением времени также меняется. При обработке гравитационных съемок эти изменения рассматривают обычно в совокупности с изменением нуля-пункта прибора как постороннюю ошибку, которую необходимо исключить из результатов измерений. Но изучение приливных вариаций силы тяжести и само по себе представляет большой интерес. Если бы Земля была абсолютно жесткой, то эти вариации полностью определялись бы положениями Солнца и Луны, и их можно было бы сразу вычислить. В действительности же под влиянием приливных сил Земля деформируется, в результате чего вариации g немного превышают значения, вычисленные для жесткой Земли. Поэтому определение степени усиления приливных вариаций силы тяжести важно для изучения жесткости Земли.

Приливные ускорения

Первоначально теория вызываемых Солнцем и Луной ускорений была детально разработана в применении к приливам в океане [8]. Рассмотрим сначала влияние Луны и начнем с анализа обращения Земли и Луны вокруг центра их масс, но будем при этом пренебрегать вращением Земли вокруг оси. Ускорения Земли и Луны, необходимые для их движения по замкнутым траекториям, создаются их взаимным притяжением, но только в центре масс каждого из этих тел ускорение силы тяжести точно равно центростремительному ускорению. На рис. 9.1 O и C — центры масс Земли и Луны соответственно. В ос-

тальных точках Земли и Луны, в частности в произвольной точке P , возникает разность этих ускорений. Создаваемый Луной в точке P приливной потенциал равен

$$U_{\zeta} = GM \left(\frac{1}{\rho} - \frac{r \cos \theta}{R^2} + C' \right),$$

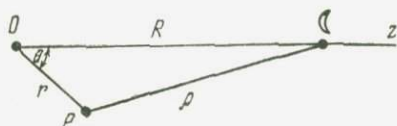


Рис. 9.1. Схема для расчета приливных явлений.

где C' — произвольная постоянная и M — масса Луны, или

$$U_{\zeta} = GM \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{R} - \frac{r \cos \theta}{R^2} \right), \quad (9.1)$$

где произвольная постоянная подобрана так, чтобы в точке O потенциал равнялся нулю.

Член $1/\rho$ можно разложить в ряд по полиномам Лежандра (см. приложение 1); это дает

$$U_{\zeta} = \frac{GM r^2}{R^3} \left[P_2(\cos \theta) + \frac{r}{R} P_3(\cos \theta) + \dots \right]. \quad (9.2)$$

Поскольку отношение r/R имеет величину порядка $1/60$, в выражении (9.2) очень часто можно ограничиться одним первым членом. Выражая U_{ζ} через среднее расстояние c до Луны, это уравнение обычно переписывают в следующем виде:

$$U_{\zeta} = N(r) \left[\left(\frac{c}{R} \right)^3 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{r}{c} \left(\frac{c}{R} \right)^4 (5 \cos 3\theta + 3 \cos \theta) \right], \quad (9.3)$$

где

$$N(r) = \frac{3}{4} GM \frac{r^2}{c^3}.$$

Аналогично приливной потенциал на Земле, вызванный Солнцем, равен

$$U_{\odot} = N_{\odot}(r) \left[\left(\frac{c_{\odot}}{R_{\odot}} \right)^3 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} \frac{r}{c_{\odot}} \left(\frac{c_{\odot}}{R_{\odot}} \right)^4 (5 \cos 3\theta + 3 \cos \theta) \right], \quad (9.4)$$

где

$$N_{\odot}(r) = \frac{3}{4} GS \frac{r^2}{c_{\odot}^3},$$

S — масса Солнца и расстояния с индексом \odot относятся к Солнцу; $r/c_{\odot} \approx 1/23\,600$, так что первый член в выражении (9.4) почти точно характеризует потенциал от Солнца.

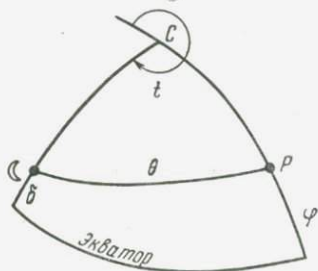


Рис. 9.2. Величины, используемые при вычислении приливов на вращающейся Земле.

Если теперь мы позволим Земле вращаться, то находящийся в точке P наблюдатель будет пересекать потенциальное поле, и потенциал в этой точке станет функцией времени. На рис. 9.2 C — полюс небесной сферы, ζ — Луна и P — точка на земной поверхности. Геоцентрическое зенитное расстояние

Луны θ , которое входит в уравнение (9.3), можно выразить через склонение Луны δ , ее часовой угол t и геоцентрическую широту φ точки P :

$$\cos \theta = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (t - 180^\circ). \quad (9.5)$$

Отбрасывая второй член в правой части выражения (9.3) и подставляя в (9.3) уравнение (9.5), получаем следующее выражение:

$$U_{\zeta} = N(r) \left(\frac{c}{R} \right)^3 \left[3 \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta \right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi \right) - \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos t + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t \right]. \quad (9.6)$$

Из (9.4), используя склонение Солнца δ_{\odot} и его часовой угол t_{\odot} вместо δ и t , можно вывести эквивалентное (9.6) выражение для U_{\odot} .

Чтобы получить составляющие приливного ускорения в точке P , берут соответствующие производные U_{\odot} и U_{\oplus} , так как вариация g определяется выражением $-\frac{\partial U}{\partial r}$.

С изменением широты точки P и со временем слагаемые в правой части уравнения (9.6) изменяются по-разному. Первый член зависит только от δ и φ , и поэтому он обуславливает долгопериодические приливы. Множитель $\cos t$ во втором члене указывает на период в одни (лунные) сутки, что соответствует суточному приливу, а третий член, содержащий множитель $\cos 2t$, создает полусуточный прилив. Долгопериодический и полусуточный приливы симметричны относительно экватора, но суточные приливы симметрией не обладают. Солнечный потенциал также вызывает приливы с тремя различными периодами, причем эти периоды измеряются не лунным, а звездным временем.

Вариации силы тяжести на жесткой Земле

Из изложенной здесь вкратце теории следует, что приливные вариации g должны иметь по нескольку суточных и полусуточных компонент. В табл. 9.1 приведены наиболее важные компоненты, их периоды и общепринятые обозначения.

Таблица 9.1

Категория прилива	Обозначение	Название приливной волны	Период, час
Полусуточный	M_2	Главная лунная	12,42
	S_2	Главная солнечная	12,00
	N_2	Большая лунная эллиптическая	12,66
Суточный	K_2	Лунно-солнечная деклинационная	11,97
	K_1	Лунно-солнечная деклинационная	23,93
	C_1	Главная лунная деклинационная	25,82
	P_1	Главная солнечная деклинационная	24,07

Амплитуда каждой из этих компонент приливных вариаций зависит от широты; эти зависимости показаны на рис. 9.3. Нанесенные на график амплитуды непосредственно рассчитаны по формулам потенциала и не учитывают деформацию Земли. Следовательно, это такие

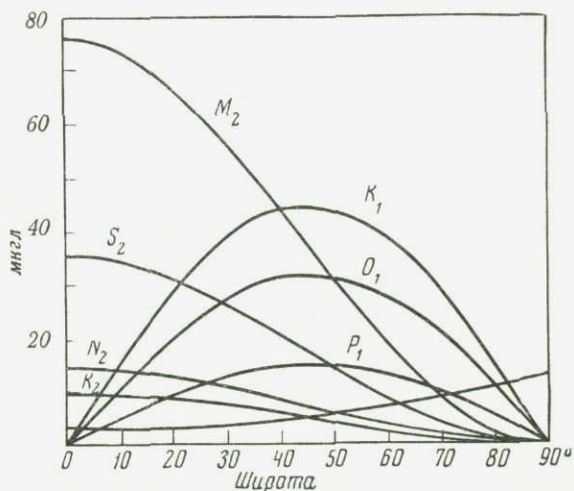


Рис. 9.3. Зависимость амплитуды составляющих приливов от широты.

приливные вариации, которые происходили бы на абсолютно жесткой Земле.

Вариации силы тяжести на упругой Земле

Рассматривая приливы в твердой Земле, достаточно принять, что смещения удовлетворяют статической теории. Это означает, что приливному потенциалу U соответствует поднятие поверхности, равное U/g («статический прилив»). При этом, как показал Ляв [78], и смещение поверхности, и возникающий из-за деформации Земли потенциал пропорциональны приливному потенциалу.

Рассмотрим на поверхности упругой Земли точку, радиальное приливное смещение которой равно u . Общий

возмущающий потенциал в этой точке можно записать в виде

$$U = U_0 + U_{\text{пр}} + U_{\text{М}} - gu, \quad (9.7)$$

где U_0 — потенциал, созданный притяжением и вращением Земли; $U_{\text{пр}}$ — приливной потенциал, определяемый выражениями (9.3) и (9.4); $U_{\text{М}}$ — потенциал, возникающий из-за приливной деформации Земли, и gu — изменение потенциала из-за смещения u .

Ляв ввел две постоянные h и k , определяемые зависимостями

$$u = h \frac{U_{\text{пр}}}{g},$$

$$U_{\text{М}} = kU_{\text{пр}}. \quad (9.8)$$

U выражается через h и k следующим образом:

$$U = U_0 + U_{\text{пр}}(1 + k - h). \quad (9.9)$$

Чтобы найти приливную составляющую g , берут производную выражения (9.7)

$$g_{\text{пр}} = -\frac{\partial U_{\text{пр}}}{\partial r} - \frac{\partial U_{\text{М}}}{\partial r} - \frac{u \partial g}{\partial r}. \quad (9.10)$$

Поскольку $U_{\text{пр}}$ зависит от r^2 [см. уравнение (9.3) или (9.4)],

$$\frac{\partial U_{\text{пр}}}{\partial r} = -\frac{2U_{\text{пр}}}{r}. \quad (9.11)$$

Член $\frac{\partial U_{\text{М}}}{\partial r}$ описывает притяжение слоя массы, распределенной по поверхности Земли соответственно гармонике второго порядка. Согласно уравнению (47) приложения I,

$$\frac{\partial U_{\text{М}}}{\partial r} = -\frac{3}{r} U_{\text{М}}. \quad (9.12)$$

Наконец, по формуле (4.2) градиент силы тяжести в свободном воздухе равен

$$\frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{2g}{r}.$$

Подстановка этих трех величин в (9.10) дает

$$g_{\text{пр}} = (-2 - 2h + 3k) \frac{U_{\text{пр}}}{r} \quad (9.13)$$

или, с учетом (9.11),

$$g_{\text{пр}} = \left(1 + h - \frac{3}{2} k\right) \frac{\partial U_{\text{пр}}}{\partial r}. \quad (9.14)$$

Если бы Земля была совершенно жесткой, то и h и k равнялись бы нулю, и мы бы имели

$$g_{\text{пр}} = \frac{\partial U_{\text{пр}}}{\partial r}. \quad (9.15)$$

Коэффициент $(1 + h - \frac{3}{2} k)$, следовательно, характеризует увеличение приливных вариаций силы тяжести вследствие деформации Земли. Числа Лява h и k входят также в выражение для отклонения горизонтального маятника под действием приливных сил на упругую Землю. Сочетая измерения силы тяжести с измерениями с горизонтальным маятником, можно определить h и k раздельно.

Измерения земных приливов

Значение изложенной теории определяется тем, что h и k можно рассчитать для различных моделей Земли. Следовательно, сравнивая коэффициенты $(1 + h - \frac{3}{2} k)$, вычисленные для этих моделей Земли, с коэффициентом, полученным из наблюдений, можно проверить, насколько упругие свойства той или иной модели соответствуют действительным свойствам Земли.

Обычно в течение нескольких недель на одной и той же станции ведут непрерывные наблюдения за вариация-

ми силы тяжести. Поскольку приливные вариации измеряются микрогалами, для этой работы нужны высокочувствительные гравиметры, приспособленные для непрерывной записи показаний. Нужно очень осмотрительно

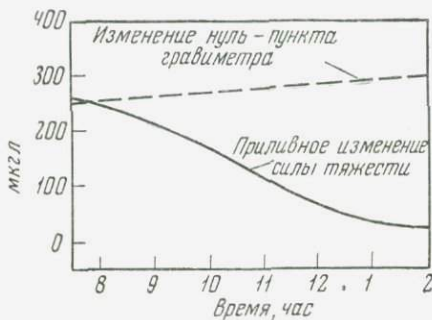


Рис. 9.4. Участок записи приливной вариации силы тяжести, сделанной гравиметром Ля-Коста.

выбирать место для наблюдений, чтобы свести к минимуму микросейсм и другие возмущения. Наблюдаемые приливные вариации силы тяжести (рис. 9.4) представляют собой совокупность ряда составляющих, главные из которых перечислены в табл. 9.1; поэтому коэффициент $(1+h-\frac{3}{2}k)$ нужно определять, сравнивая амплитуду каждой компоненты в отдельности с ее значением, рассчитанным для неупругой Земли. Разумеется, чтобы выделить из записи показаний прибора отдельные компоненты, необходимо произвести гармонический или спектральный анализ. С помощью гармонического анализа суточные приливы легко отделяются от полусуточных, но для полного разделения компонент требуются специальные методы энергетического спектрального анализа, которые обеспечивают чрезвычайно узкую «полосу пропускания». При таком анализе определяется также разность фаз (если она имеется) между наблюдаемыми и предсказываемыми теорией приливными компонентами.

В большинстве ранних исследований главная роль отводилась полусуточным компонентам. Частично это можно объяснить преобладанием прилива M_2 , а частич-

но — распространенностью мнения, что нагревание и охлаждение земной коры в окрестности точки наблюдения искажают суточные приливные компоненты. Кроме того, при интерпретации измерений очень трудно было учесть вторичный эффект, вызванный приливами в океанах. Гравитационное поле при океанском приливе возмущается из-за прямого притяжения воды и из-за дополнительной деформации Земли под тяжестью этой воды. Были разработаны методы, позволяющие рассчитать воздействие океанских приливов на силу тяжести [27], если имеются таблицы океанских приливов. Больше всего на величину g влияет та область океана, которая находится в радиусе нескольких градусов от станции наблюдения.

Первую попытку определить коэффициент $(1+h-\frac{3}{2}k)$ по серии наблюдений, выполненных одновременно на большом числе станций, удаленных друг от друга, сделал в 1949 г. Баарс [7]. По материалам регистрации приливов, продолжавшейся две недели на 21 станции, он получил для этого коэффициента значение 1,24; отличие фаз приливов от теоретических оказалось незначительным. Во время Международного геофизического года неоднократно выполнялись и более продолжительные серии наблюдений; специально для этого чувствительность таких гравиметров, как Аскания и Ля-Коста — Ромберга, была повышена. При более поздних определениях [5, 89] среднее значение указанного коэффициента получалось в диапазоне 1,138—1,142; сдвиг по фазе от теоретических приливов также был очень малым. Есть некоторые доказательства того, что по различным приливным компонентам получают не совсем одинаковые значения величины $(1+h-\frac{3}{2}k)$; это следует и из расчетов по моделям Земли.

Сравнение с моделями Земли

Числа Лява для Земли в согласии со статической теорией приливов определил Такеучи [108]. Он взял для вычислений ряд моделей Земли, упругие свойства ядра и

оболочки которых соответствуют сейсмологическим данным. Больше всего эти модели различались жесткостью ядра. Поскольку свой вывод о жидком состоянии ядра сейсмологи сделали только на основе того, что через него не проходят поперечные волны, очень желательно было бы иметь еще независимую проверку.

Расчеты Такеучи показали, что теоретические значения h и k согласуются с наблюдаемыми при любой жесткости ядра в диапазоне от 0 до 10^9 дин/см²; более жестким ядро быть уже не может. Для модели Земли с жесткостью ядра, равной нулю, Такеучи получил $1 + h - \frac{3}{2}k = 1,184$. Это значение достаточно близко к среднему из результатов современных наблюдений.

Статическая теория приливов достаточно хорошо объясняет наблюдаемые приливы в твердой Земле, так как период собственных колебаний последней гораздо меньше периодов суточных или полусуточных приливов. Однако влиянием собственных колебаний ядра пренебрегать нельзя, и полный анализ показывает, что числа Лява зависят от периодов приливных компонент. Джеффрис и Висент [62], Пекерис и др. [94] и Молоденский [3], произведя такой анализ, пришли к выводу, что коэффициент $(1 + h - \frac{3}{2}k)$ минимален для приливов, периоды которых очень близки к 24 час (компонента K_1), и увеличивается в сторону приливов и с более длинными и с более короткими периодами. Его значение для таких компонент, как M_2 или O_1 , отличается от значения для K_1 на 0,02—0,04 в зависимости от того, для какой модели Земли выполнены вычисления. При детальном спектральном анализе материалов современных наблюдений земных приливов эти различия должны обнаруживаться.

Среди других применений гравиметрических измерений земных приливов — исследование аномальных приливных явлений в определенных районах, связанных с разломами в коре или другими тектоническими образованиями [113], и изучение изменений силы тяжести во время затмений. Время от времени выдвигались предположения, что гравитационные поля могут поглощаться заслоняющими их массами подобно тому, как электриче-

ские поля могут быть изолированы материалами, проводящими электричество. Если бы это действительно имело место, то во время солнечного затмения прилив должен был бы ослабевать. Все наблюдения, сделанные до настоящего времени, привели к отрицательным результатам, т. е. никакого поглощения гравитации замечено не было.

Таблицы приливных вариаций силы тяжести, необходимые для внесения поправок в результаты гравитационных съемок, периодически публикуются в журнале *Geophysical Prospecting**. Эти таблицы составляют, рассчитывая теоретические приливы в твердой Земле и вводя в них принятое значение 1,200 коэффициента $(1+h-\frac{3}{2}k)$. Если хорошо известны характеристики изменения нуля-пункта прибора, то благодаря таким таблицам можно уменьшить необходимое при производстве съемок число повторных измерений.

* Аналогичные таблицы на русском языке см., например, в издании «Графики поправок за приливные изменения силы тяжести на 1966—1967 гг.» под ред. П. Ф. Шокина, Изд-во Мос. ин-та геодезии, аэрофотосъемки и картографии, 1965.— *Прим. ред.*

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА

Потенциал, или потенциальная функция

Есть обширная категория силовых полей, в которых движение тела не сопровождается диссипацией энергии. Поля такого типа называются консервативными или потенциальными. При перемещении какого-то тела из одной точки такого поля в другую его потенциальная энергия меняется на величину, зависящую только от положения точек, но не от пути, вдоль которого тело движется.

Рассмотрим консервативное силовое поле, в котором составляющие по осям прямоугольной системы координат силы, действующей на единицу массы в точке (x, y, z) , равны X, Y и Z . Потенциальная энергия массы m в точках поля A и B неодинакова; разница равна

$${}_A W_B = -m \int_A^B (Xdx + Ydy + Zdz). \quad (1)$$

Разность потенциалов ${}_A U_B$ между точками A и B определим как разность потенциальной энергии единичной массы, взятую с обратным знаком. Таким образом,

$${}_A U_B = \int_A^B (Xdx + Ydy + Zdz). \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что в каждой точке поля

$$\begin{aligned} X &= \frac{\partial U}{\partial x}, \\ Y &= \frac{\partial U}{\partial y}, \\ Z &= \frac{\partial U}{\partial z}, \end{aligned} \quad (3)$$

или в векторной форме поле \mathbf{F} определяется равенством

$$\mathbf{F} = \text{grad } U. \quad (4)$$

Уравнение (2) определяет разности, но не абсолютную величину потенциала. Подберем функцию U так, чтобы она стремилась к нулю в бесконечности. В гравитационной теории очень удобно рассматривать именно потенциал, а не векторное поле, потому что U — скаляр, и для его определения в каждой точке достаточно знать только его величину.

Огромное значение для теории гравитационного поля имеет понятие потенциала точечной массы. Согласно закону Ньютона, на расстоянии r от точечной массы m поле равно

$$\mathbf{F} = \frac{Gm}{r^2}. \quad (5)$$

Применяя выражение (2) и интегрируя от бесконечности до точки, удаленной от точечной массы на расстояние r , получаем

$$U = \frac{Gm}{r}. \quad (6)$$

Следует заметить, что в вопросе о выборе знаков в теории потенциала нет единой договоренности. Вышеприведенным правилом знаков обычно пользуются геодезисты и геофизики, так как земной потенциал удобно считать положительной величиной. В других случаях потенциалу придают тот же знак, что и потенциальной энергии.

Потенциалы сферически симметричных масс

Сферический слой (рис. 1). Если поверхностная плотность тела равна σ , то потенциал в точке P равен

$$U = G \sigma \int \frac{ds}{\rho}, \quad (7)$$

где ds — элемент поверхности в сферической системе координат с началом в точке O , равный $a^2 \sin \theta d\theta d\lambda$.

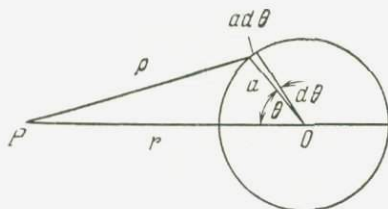


Рис. 1. К выводу формул притяжения сферического слоя.

Проинтегрировав по переменной λ в пределах от 0 до 2π , имеем

$$U = 2\pi a^2 \sigma G \int_0^\pi \frac{\sin \theta d\theta}{\rho}. \quad (8)$$

Поскольку

$$\rho^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta,$$

то

$$\frac{\sin \theta d\theta}{\rho} = \frac{d\rho}{ra}$$

и

$$U = \frac{2\pi a \sigma G}{r} \int_{\rho_1}^{\rho_2} d\rho, \quad (9)$$

где ρ_1 и ρ_2 — соответственно наименьшее и наибольшее значения ρ .

Если P находится вне слоя, то

$$\rho_2 - \rho_1 = 2a$$

и

$$U = \frac{4\pi a^2 \sigma G}{r} = \frac{Gm}{r}, \quad (10)$$

где m — масса сферического слоя.

Таким образом, потенциалы сферического слоя и находящейся в точке O точечной массы m одинаковы. Шар

можно рассматривать как совокупность бесконечно большого числа слоев, поэтому его потенциал во внешней точке также равен потенциалу помещенной в его центре точечной массы.

Если точка P лежит внутри слоя, то

$$\rho_2 - \rho_1 = 2r$$

и

$$U = 4 \pi a \sigma G = \frac{MG}{a},$$

т. е. потенциал U — постоянная величина.

Следовательно, в точках внутри сферического слоя сила притяжения равна нулю.

Основные свойства потенциальных полей

Из равенства

$$\mathbf{F} = \text{grad } U$$

следует ряд важных зависимостей. Заметим сначала, что везде

$$\text{rot } \mathbf{F} = 0, \quad (12)$$

так как компоненты $\text{rot } \mathbf{F}$ содержат члены вида

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y},$$

которые тождественно равны нулю, благодаря тому что U — непрерывная функция пространственных координат.

Полезно ввести понятие силовых линий поля. Представим себе множество линий, проходящих таким образом, что вектор \mathbf{F} в каждой точке поля направлен по касательной к одной из них, и величина силы в любом направлении измеряется числом линий, пересекающих единичную площадку, перпендикулярную этому направлению. Общее число силовых линий, пересекающих любую поверхность, называется потоком поля.

Поток поля внутри объема V , ограниченного поверхностью S , можно легко выразить через интеграл по всему этому объему

$$\int_V \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) dv = \int_V \text{div } \mathbf{F} dv \quad (13)$$

или через поверхностный интеграл по S

$$\int_S F_n ds,$$

где F_n — составляющая F по внешней нормали к S .

Если поверхность S не охватывает притягивающие массы, то

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{F} dv = \int_S F_n ds = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) остается в силе, если S сжимается вокруг любой из точек объема V , а это возможно, только если везде

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = 0.$$

Поскольку $\mathbf{F} = \operatorname{grad} U$, то

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} U = 0,$$

или

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (15)$$

во всех точках объема V .

Уравнение (15) называется уравнением Лапласа; оно выражает важнейшую зависимость в теории потенциала.

Если в центре замкнутой сферической поверхности S находится притягивающая точечная масса m , можно легко вычислить

$$\int_S F_n ds.$$

Этот интеграл равен

$$\int_S F_n ds = -4\pi Gm. \quad (16)$$

Очевидно, что равенство (16) остается в силе для любой произвольной поверхности, лежащей вне сферы, так как между этими двумя поверхностями поток не меняется. Таким образом, можно объединить действие всех

масс, лежащих внутри какой-то поверхности S , и записать

$$\int_S F_n ds = -4\pi GM, \quad (17)$$

где M — общая масса внутри поверхности. Уравнение (17) выражает теорему Гаусса.

То же уравнение с использованием объемного интеграла имеет вид

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{F} dv = -4\pi GM. \quad (18)$$

Если объем V сжимать вокруг точки внутри этого объема, можно прийти к выражению

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = -4\pi G\rho, \quad (19)$$

где ρ — плотность в точке.

Таким образом,

$$\nabla^2 U = -4\pi G\rho. \quad (20)$$

Это уравнение Пуассона.

Разложение потенциала в ряд

Для решения многих задач, сопряженных с вычислениями, очень важно уметь разлагать потенциал в ряд.

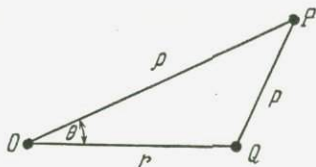


Рис. 2. Величины, входящие в формулу разложения потенциала в ряд.

Рассмотрим (рис. 2) выражение для потенциала в точке P от единичной массы, находящейся в точке Q . Потенциал U равен

$$U = G \frac{1}{r}. \quad (21)$$

Обычно положения точек P и Q задаются относительно некоторой исходной точки O .

Поскольку

$$p^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \theta, \quad (22)$$

то можно написать

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} &= \frac{1}{\rho} \left(1 - 2 \frac{r}{\rho} \cos \theta + \frac{r^2}{\rho^2} \right)^{-1/2} = \\ &= \frac{1}{\rho} (1 - 2u \cos \theta + u^2)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $u = r/\rho$.

Если $|2u \cos \theta - u^2| < 1$, правую часть уравнения (23) можно разложить в ряд таким образом:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{\rho} [P_0(\cos \theta) + P_1(\cos \theta) u + P_2(\cos \theta) u^2 + \dots], \quad (24)$$

где

$$P_0(\cos \theta) = 1,$$

$$P_1(\cos \theta) = \cos \theta,$$

$$P_2(\cos \theta) = \frac{3}{2} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right),$$

а в общем виде

$$P_n(\cos \theta) = \sum_{k=0}^{\frac{1}{2}n} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n - 2k - 1)}{2^k k! (n - 2k)!} (-1)^k \cos^{n-2k} \theta. \quad (25)$$

Функции $P_n(\cos \theta)$ называются полиномами Лежандра.

Краевые задачи в теории потенциала

Рассматривая многие задачи геодезии и геофизики, мы вынуждены искать решение уравнения Лапласа, когда значения потенциала или поля заданы на некоторой

поверхности. Чтобы хорошо понять эти задачи, очень важно знать приводимую ниже теорему.

Рассмотрим объем V , ограниченный поверхностью S , и положим, что уравнение Лапласа

$$\nabla^2 U = 0 \quad (15)$$

выполняется для точек всего объема V . Допустим, что уравнение (15) имеет два решения U_1 и U_2 , которые во всех точках поверхности S принимают одни и те же значения. Можно доказать, что при этом U_1 и U_2 будут одинаковы во всех точках объема V .

Обозначим $U_1 - U_2 = U$; можно заметить, что U также удовлетворяет равенству (15) и на поверхности S равно нулю.

Нетрудно получить следующее тождество:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 = \operatorname{div}(U \operatorname{grad} U) - U \nabla^2 U. \quad (26)$$

Записав это тождество для каждой точки объема V и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \int_V \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \right] dv &= \\ &= \int_V \operatorname{div}(U \operatorname{grad} U) dv - \int_V U \nabla^2 U dv. \end{aligned} \quad (27)$$

Второй интеграл в правой части этого уравнения равен нулю, так как $\nabla^2 U = 0$. Первый интеграл в соответствии с теоремой Грина об объемном и поверхностном интегралах можно преобразовать к виду

$$\int_S U \operatorname{grad} U ds.$$

Но этот интеграл также равен нулю, потому что U на поверхности S равно 0. Итак, в каждой точке объема

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 = 0. \quad (28)$$

Следовательно, разность $U_1 - U_2$ равна постоянной величине, а поскольку на поверхности S она равна нулю, то

она должна и всюду внутри S равняться нулю. Таким образом, мы вывели теорему о том, что решения уравнения Лапласа, удовлетворяющие одним и тем же краевым условиям, одинаковы.

Если на поверхности S задано не $U_1 = U_2$, а

$$\frac{\partial U_1}{\partial n} = \frac{\partial U_2}{\partial n},$$

то, рассуждая подобным же образом, легко показать, что повсюду в объеме V разность U_1 и U_2 должна быть постоянной величиной, и силовые поля, соответствующие потенциалам U_1 и U_2 , опять-таки идентичны.

Плоский слой массы, соответствующий заданному полю

Приведенную выше теорему применяют для решения одной очень важной задачи: определить, как должны быть распределены на поверхности массы, чтобы вне этой поверхности создавалось данное поле. В простейшем случае за такую поверхность принимают бесконечную горизонтальную плоскость, проходящую между наблюдателем и притягивающей массой.

В гл. 5 было показано, что нормальная составляющая притяжения плоского слоя с постоянной поверхностной плотностью σ равна

$$\Delta g = G\sigma\Omega, \quad (29)$$

где Ω — телесный угол, под которым из рассматриваемой точки виден слой. Если σ не постоянна, а является непрерывной функцией координат (x, y) на плоскости, то притяжение в точке на самом этом слое равно

$$\Delta g(x, y) = 2\pi G\sigma(x, y). \quad (30)$$

Этот результат легко получить, рассматривая малый круг с центром в точке $P(x, y)$, имеющий такой радиус, что в пределах круга σ не отличается от σ_P больше, чем на малую величину ϵ . По мере приближения наблюдателя к слою телесный угол, стягиваемый кругом, увеличи-

вается, стремясь к 2π независимо от радиуса круга. Очевидно, в пределе будет удовлетворено равенство (30).

Следовательно, плоский горизонтальный слой с поверхностной плотностью $\Delta g(x, y)/2\pi G$ будет производить над собой поле, полностью соответствующее полю от нижележащих реальных масс, если $\Delta g(x, y)$ в каждой точке горизонтальной плоскости определяется этими реальными массами. Это свойство использовано в гл. 5 при выводе формулы для вычисления производных поля.

Уравнение Лапласа в сферических координатах

Сфероидальность Земли подсказывает, что во многих случаях сферические координаты использовать удобнее, чем прямоугольные. Возьмем, как на рис. 3, координаты r, θ, λ .

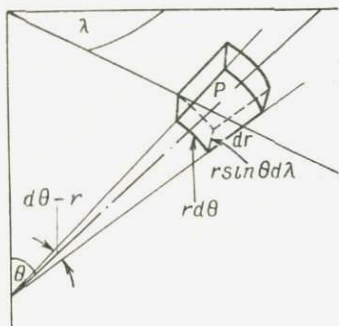


Рис. 3. Элемент объема в сферических координатах.

Составляющие силы по трем показанным на рисунке взаимно перпендикулярным направлениям равны сферическим координатам $\text{grad } U$:

$$\frac{\partial U}{\partial r}, \quad \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta}$$

$$\text{и } \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \lambda}.$$

Элементарный куб, центром которого является точка P , имеет ребра dr , $r d\theta$ и $r \sin \theta d\lambda$. На основании уравнения (14) получаем для этого куба

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} = 0, \quad (31)$$

т. е. уравнение Лапласа в сферических координатах.

Обозначив $u = \cos \theta$, будем иметь

$$(1-u^2)^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial u} \left[(1-u^2) \frac{\partial U}{\partial u} \right] (1-u^2)^{1/2} + \frac{1}{(1-u^2)^{1/2}} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} = 0. \quad (32)$$

Если мы будем искать решение в виде

$$U = r^n p(\theta) q(\lambda), \quad (33)$$

где n — целое число, а p и q — функции только θ и λ соответственно, то получим

$$n(n+1) + \frac{1}{p(\theta)} \cdot \frac{d}{du} \left[(1-u^2) \frac{dp(\theta)}{du} \right] + \frac{1}{1-u^2} \cdot \frac{1}{q(\lambda)} \cdot \frac{d^2 q(\lambda)}{d\lambda^2} = 0. \quad (34)$$

Координата λ содержится только в третьем члене. Это свидетельствует о том, что

$$\frac{1}{q(\lambda)} \cdot \frac{d^2 q(\lambda)}{d\lambda^2}$$

есть постоянная величина. Следовательно, в общем виде

$$q(\lambda) = A \cos m\lambda + B \sin m\lambda, \quad (35)$$

где m — целое число, а A и B — постоянные. Подставляя последнее выражение в (34), находим, что $p(\theta)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{du} \left[(1-u^2) \frac{dp(\theta)}{du} \right] + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{1-u^2} \right] p(\theta) = 0. \quad (36)$$

Решения уравнения (36) — функции $P_n^m(u)$ — называются присоединенными функциями Лежандра. Они выражаются равенством

$$P_n^m(u) = \frac{(n-m)!}{2^n (n!)^2} (1-u^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{du^{n+m}} (u^2-1)^n. \quad (37)$$

Искомое решение уравнения Лапласа, представленное равенством (33), можно переписать в виде

$$U = r^n P_n^m(u) (A \cos m\lambda + B \sin m\lambda), \quad (38)$$

т. е. в виде сферической функции n -го порядка.

Нетрудно показать, что второе решение того же уравнения (36) имеет вид

$$U = r^{-(n+1)} P_n^m(u) (A \cos m\lambda + B \sin m\lambda). \quad (39)$$

Какое из этих двух решений выбрать для каждой конкретной задачи, зависит от того, где потенциал должен сохранять конечное значение — в начале координат или в бесконечности.

Если решение не зависит от долготы, то $m=0$ и вместо (38) и (39) имеем

$$U = r^n P_n(u), \quad (40)$$

или

$$U = r^{-(n+1)} P_n(u).$$

Здесь $P_n(u)$ — полином Лежандра, описываемый выражением (25) и называемый зональной гармоникой (или зональной сферической функцией). Более общая функция $(A \cos m\lambda + B \sin m\lambda) P_n^m(u)$ (при $m < n$) называется тессеральной гармоникой; она обладает свойством становиться равной нулю на m равноотстоящих друг от друга меридианах и на $n-m$ параллелях.

Для первых нескольких значений m и n функции $P_n^m(u)$ равны

$$\left. \begin{aligned} P_1(\cos \theta) &= \cos \theta, \\ P_1^1(\cos \theta) &= \sin \theta, \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{1}{2}(3\cos^2 \theta - 1), \\ P_2^1(\cos \theta) &= 3\sin \theta \cos \theta, \\ P_2^2(\cos \theta) &= 3\sin^2 \theta. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Потенциал сферического слоя

Рассмотрим поверхностную плотность $\sigma(\theta, \lambda)$ на сфере радиуса a , центр которой совпадает с началом координат O . Предположим, что функцию $\sigma(\theta, \lambda)$ можно разложить в ряд по сферическим функциям

$$\sigma(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(\theta, \lambda), \quad (42)$$

где

$$S_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (A \cos m\lambda + B \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta).$$

Потенциал во внешней точке $P(r, \theta, \lambda)$ равен

$$U = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{G \sigma a^2 d u_1 d \lambda_1}{\rho}, \quad (43)$$

где индекс 1 относится к элементу поверхности в точке Q , $u = \cos \theta$, $\rho = PQ$ и γ — угол между OP и OQ . Имеем

$$\rho^2 = r^2 + a^2 - 2ar \cos \gamma,$$

$$\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta_1 + \sin \theta \sin \theta_1 \cos(\lambda - \lambda_1). \quad (44)$$

Выражение $1/\rho$ для внешней точки можно записать в виде разложения (24). Перестановка суммирования и интегрирования дает

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} G \frac{a^{n+2}}{r^{n+1}} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \sigma P_n(\cos \gamma) d u_1 d \lambda_1. \quad (45)$$

Сравнение уравнений (45) и (39) показывает, что интеграл

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \sigma P_n(\cos \gamma) d u_1 d \lambda_1$$

должен быть сферической функцией порядка n ,

Действительно, подстановка выражения для σ и величины $\cos \gamma$ из (44) позволяет вычислить этот интеграл [80, стр. 137]

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \sigma P_n(\cos \gamma) d u_1 d \lambda_1 = \frac{4}{2n+1} S_n(\theta, \lambda). \quad (46)$$

Таким образом,

$$U = 4\pi G \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \frac{a^{n+2}}{r^{n+1}} S_n(\theta, \lambda). \quad (47)$$

Аналогичная аргументация приводит к заключению что потенциал внутри сферы равен

$$U_{\text{внутр}} = 4\pi G \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \frac{r^n}{a^{n-1}} S_n(\theta, \lambda). \quad (48)$$

Если потенциал задан в виде разложения в ряд поверхностных сферических функций на сфере радиуса a , то приведенное выше разложение можно преобразовать и получить интегральные выражения для потенциала в любой внешней точке

$$U = \frac{a(r^2 - a^2)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{U(\theta_1, \lambda_1)}{\rho^{3/2}} d u_1 d \lambda_1; \quad (49)$$

аналогичное равенство для внутренней точки

$$U_{\text{внутр}} = \frac{a(a^2 - r^2)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{U(\theta_1, \lambda_1)}{\rho^{3/2}} d u_1 d \lambda_1. \quad (50) *$$

* Уравнения (49) и (50) представляют собой интегралы Пуассона, описывающие решение внешней и внутренней задачи Дирихле для сферы.— *Прим. ред.*

ФИГУРА РАВНОВЕСИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Чтобы масса вращающейся жидкости, на которую действуют силы вращения и ее собственного притяжения, находилась в равновесии, ее внешняя поверхность и поверхности равных давлений внутри нее должны быть эквипотенциальными. Если плотность жидкости постоянна, то ее внешняя поверхность может иметь форму сплюснутого у полюсов эллипсоида вращения, но только когда угловые скорости вращения лежат в определенных пределах. Большое внимание уделялось этому вопросу в XIX веке [24].

Рассмотрим жидкое тело, вращающееся вокруг оси z с угловой скоростью ω . На всей его внешней поверхности должно быть

$$U + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) = \text{const}, \quad (1)$$

где U — потенциал притяжения, создаваемый массой тела. Наша задача — определить, может ли эта поверхность быть эллипсоидом

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (2)$$

в частном случае, когда $a=b$. Для вычисления U нужно представить уравнение Лапласа в пространственных эллиптических координатах; это классическая задача, решение которой здесь приводить не будем. Потенциал внутри трехосного эллипсоида [70, стр. 194] равен

$$U_{\text{внутр}} = \pi G \rho abc [C_0 - C_1 x^2 - C_2 y^2 - C_3 z^2], \quad (3)$$

где

$$C_0 = \int_0^{\infty} \varphi(s)^{-1/2} ds,$$

$$C_1 = \int_0^{\infty} (a^2 + s)^{-1} \varphi(s)^{-1/2} ds,$$

$$C_2 = \int_0^{\infty} (b^2 + s)^{-1} \varphi(s)^{-1/2} ds,$$

$$C_3 = \int_0^{\infty} (c^2 + s)^{-1} \varphi(s)^{-1/2} ds,$$

$$\varphi(s) = (a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s).$$

С помощью преобразований

$$c = a \cos \gamma, \quad x = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}}, \quad x_1 = 1 - x^2 \quad (4)$$

уравнение для U можно выразить через обычные эллиптические интегралы в лежандровой форме

$$U = \pi \rho G a b c \left\{ \frac{2}{a \sin \gamma} F + \frac{2}{a^3 \sin^3 \gamma} \left[\frac{x^2}{x^2} (E - F) + \right. \right. \\ \left. \left. + y^2 \left(\frac{\sin \gamma \cos \gamma}{x_1^2} + \frac{F}{x^2} - \frac{E}{x^2 x_1^2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{z^2}{x_1^2} (E - \operatorname{tg} \gamma) \right] \right\}, \quad (5)$$

где

и

$$F = \int_0^{\gamma} (1 - x^2 \sin^2 \gamma)^{-1/2} d\gamma.$$

Потенциал U приводится к виду

$$U = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + D. \quad (6)$$

Для согласования этого выражения с (1) и (2) нужно, чтобы удовлетворялось соотношение

$$a^2 \left(A + \frac{1}{2} \omega^2 \right) = b^2 \left(B + \frac{1}{2} \omega^2 \right) = c^2 C. \quad (7)$$

U эллипсоида вращения $A = B$ и $x = 0$. Поэтому

$$\frac{1}{2} \omega^2 = C \cos^2 \gamma - A, \quad (8)$$

и вычисление интегралов приводит к равенству

$$\omega^2 = \frac{2\pi G \rho}{\operatorname{tg}^3 \gamma} [\gamma (3 + \operatorname{tg}^2 \gamma) - 3 \operatorname{tg} \gamma]. \quad (9)$$

Если

$$\frac{\omega^2}{2\pi G \rho} > 0,2247,$$

выражение (9) не имеет действительного решения.

Из-за этого ограничения период вращения тела, плотность которого равна средней плотности Земли, не может быть меньше 2,5 час. Поверхность жидкой массы, вращающейся быстрее, эллипсоидом вращения быть не может.

Если $\omega^2/2\pi G \rho < 0,2247$, то при решении уравнения (9) с заданным значением ω получаются два значения $\operatorname{tg} \gamma$; им соответствуют два эллипсоида, сжатия которых f определяются выражением

$$f = 1 - \cos \gamma. \quad (10)$$

Обычно одно из значений сжатия получается большим, другое — значительно меньшим. Для тела, имеющего постоянную плотность $5,5 \text{ г/см}^3$ и ω , равную угловой скорости вращения Земли, второе значение сжатия оказывается около $1/230$.

Если ввести в рассмотрение изменение плотности жидкости с глубиной, обнаружатся отклонения ее фигуры от эллипсоида вращения, о которых говорилось в гл. 3, и при тех же средней плотности и угловой скорости сжатие окажется значительно меньше.

Чтобы удовлетворительно вычислить теоретическое, или гидростатическое, сжатие Земли, надо знать реальное внешнее потенциальное поле с точностью, которая стала достижимой только благодаря изучению орбит искусственных спутников Земли. Джеффрис [63] использовал результаты наблюдений за искусственными спутниками и установил, что, если бы Земля находилась в состоянии гидростатического равновесия, ее сжатие составляло бы $1/299,67$. Капуто [17], считая постоянным то один, то другой параметр, получил целый диапазон значений гидростатического сжатия, но наиболее достоверной, по его мнению, должна быть цифра $1/299,49$. Оба эти значения меньше действительного сжатия (международная формула нормальной силы тяжести предполагает сжатие $1/297$; наблюдения искусственных спутников приводят к значению $1/298,24$). Это свидетельствует о том, что напряжения в Земле, описываемые гармониками низких порядков, довольно велики.

Сжатие поверхностей равной плотности (которые также являются эквипотенциальными поверхностями) внутри жидкости уменьшается по направлению к центру. Например, для сжатия на границе земного ядра Буллард [15] получил по гидростатической теории значение $1/390$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНЕШНЕГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ
ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ
ЗЕМЛИ

Анализ динамики орбит спутников основан на хорошо известных принципах небесной механики [105] с осложнениями, которые дает сопротивление воздуха [69].

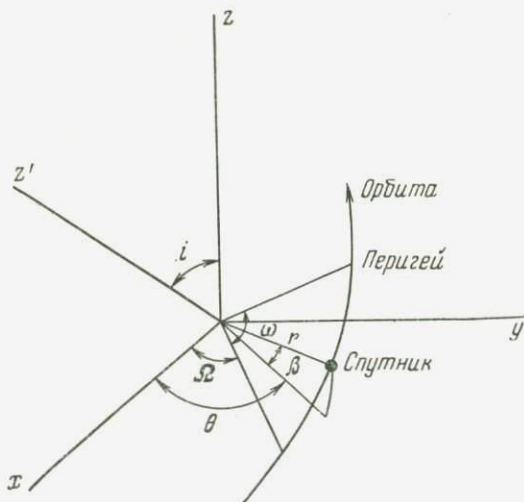


Рис. 1. Величины, определяющие орбиту искусственного спутника.

При описании движения спутника в пространстве используются геоцентрическими координатами (x, y, z) (рис: 1), причем оси x и y лежат в плоскости земного экватора. Угол Ω на рис. 1, определяющий место пересечения плоскости орбиты с плоскостью xy , называется долготой восходящего узла, угол i — наклонением орбиты. Форма и ориентация эллиптической орбиты в ее

плоскости характеризуются эксцентриситетом e и расстоянием перигея от узла ω . Наконец, размеры орбиты обычно определяются ее большой полуосью a .

Положение спутника на орбите можно задать в полярных координатах (r, β, θ) , где β — геоцентрическое склонение и θ — прямое восхождение. Если спутник совершает один виток орбиты за время T , то его среднее движение n равно $2\pi/T$.

Дифференциальные уравнения движения принято составлять в гамильтоновой форме, т. е. с использованием функции Гамильтона $H(p_r, p_\beta, p_\theta, q_r, q_\beta, q_\theta, L)$, в которой L — кинетический потенциал, q — координаты и p — импульсы, определяемые выражением

$$p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}. \quad (1)$$

Подробности можно найти в любой работе по современной механике*. Так, функция Гамильтона равна

$$H = \sum p_j \dot{q}_j - L, \quad (2)$$

где суммирование производится по всем координатам, а гамильтоновы уравнения движения имеют вид

$$\frac{\partial H}{\partial p_j} = \dot{q}_j, \quad \frac{\partial H}{\partial q_j} = -\dot{p}_j. \quad (3)$$

Если бы внешнее поле Земли содержало только потенциал вида

$$U = \frac{GM}{r}, \quad (4)$$

то функция Гамильтона была бы равна

$$H_0 = \frac{1}{2} \left(p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2 \cos^2 \beta} + \frac{p_\beta^2}{r^2} \right) - \frac{GM}{r}; \quad (5)$$

* См., например, [105]. — Прим. перев.

при этом дифференциальные уравнения (3) описывали бы невозмущенное эллиптическое движение, подчиняющееся законам Кеплера.

Как мы видели, отклонение формы поля от симметричной сферической в основном описывает вторая гармоника, и U выражается уравнением

$$U = \frac{GM}{r} \left[1 - \frac{B}{r^2} (3\cos^2 \beta - 1) + \dots \right]. \quad (6)$$

Второй член в выражении (6) представляет собой возмущающую функцию Гамильтона (до малых первого порядка). Решение уравнений движения с учетом этого возмущения приводит к важному выводу, что элементы Ω и ω подвержены вековым изменениям:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Omega} &= -\frac{3B n_0}{a_0^2 (1 - e_0^2)^2} \cos i_0, \\ \dot{\omega} &= \frac{3B n_0}{a_0^2 (1 - e_0^2)^2} \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i_0 \right). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Индекс «0» относится здесь к начальным значениям элементов. Таким образом, если $(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i_0) \neq 0$, то Ω и ω изменяются. Эти вековые вариации достигают нескольких градусов в сутки и легко наблюдаются; поэтому наличие их прямой связи с константой B позволило по наблюдениям искусственных спутников уверенно определить вторую гармонику поля (а следовательно, и сжатие Земли).

Высшие гармоники гравитационного поля Земли вызывают периодические изменения элементов орбиты, которые можно заметить при точных наблюдениях. Методу их изучения описал Каула [69].

Литература

1. Жонголович И. Д., Труды Ин-та. теор. астроном. АН СССР, вып. 3, 1952.
2. Жонголович И. Д., Труды Ин-та теор. астроном. АН СССР, вып. 6, 1956.
3. Молоденский М. С., Quatrième Symposium Intern. sur les marées terrestres, Observatoire Roy. de Belgique, № 188, 25, 1961.
4. Молоденский М. С., Еремеев В. Ф., Юркина М. И., Труды Центр. науч.-исслед. ин-та геодезии, аэрофотосъемки и картографии, вып. 131, 1960.
5. Парийский Н. Н., Quatrième Symposium Intern. sur les marées terrestres, Observatoire Roy. de Belgique, № 188, 96, 1961.
6. Airy G. B., Phil. Trans. Roy. Soc. London, 145, 101, 1855.
7. Baars B., Geophys. Prosp., 1, 82, 1953.
8. Bartels J., Handbuch der Physik, Springer, Berlin, 48, 734, 1957.
9. Beals C. S., Ferguson G. M., Landau A., J. Roy. Astron. Soc. Canad., 50, 203, 1956.
10. Bott M. H. P., Geophys. J., 5, 207, 1961.
11. Bouguer P., La figure de la terre, Paris, 1749.
12. Bowie W., US Coast and Geod. Surv., Spec. Publ., 40, 1917.
13. Browne B. C., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., 4, 271, 1937. (См. перевод в кн.: Ф. А. Венинг-Мейнес, Гравиметрические наблюдения на море, Геодезиздат, М., 1940.)
14. Bullard E. C., Phil. Trans. Roy. Soc. London, A235, 445, 1936.
15. Bullard E. C., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., 5, 186, 1948.
16. Bullen K. E., An Introduction to the Theory of Seismology. Cambridge Univ. Press, 1953 (см. перевод 3-го изд.: К. Буллен, Введение в теоретическую сейсмологию, изд-во «Мир», М., 1966).
17. Caputo M., J. Geophys. Res., 70, 955, 1965.
18. Clairaut A. C., Théorie de la figure de la terre, Paris, 1743 (см. перевод: А. Клеро, Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики, Изд-во АН СССР, 1947).
19. Clark J. S., Phil. Trans. Roy. Soc. London, A238, 65, 1940.
20. Cook A. H., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., 6, 243, 1952.
21. Cook A. H., Murphy T., Dublin Inst. for Adv. Studies, Geophys. Mem., № 2, Pt. 4, 1952.
22. Cook A. H., Preparations for a New Absolute Determination of Gravity at the Nat. Physical Laboratory, Teddington, Commun. Nat. Phys. Lab., Teddington, 1957.
23. Cook K. L., Adv. in Geophysics, vol. 9, Academic Press, New York, 1962, Ch. 6.
24. Darwin G. H., Scientific Papers, Cambridge Univ. Press, 1910.
25. Dean W. C., Geophysics, 23, 97, 1958.
26. Dutton C. E., Bull. Phil. Soc. Wash., 11, 51, 1889.
27. Egedal J., J. Atmos. Terr. Phys., 16, 318, 1959.
28. Elkins T. A., Geophysics, 16, 29, 1951.
29. Evjen H. M., Geophysics, 1, 127, 1936.
30. Ewing J., Ewing M., Bull. Geol. Soc. Amer., 70, 291, 1959.
31. Garland G. D., Kanasevich E. R., Thompson T. L., J. Geophys. Res., 66, 2495, 1961.

32. Gay M. W., *Geophysics*, **5**, 176, 1940.
33. Goetz J. F., *Geophysics*, **23**, 606, 1958.
34. Graf A., Schulze R., *J. Geophys. Res.*, **66**, 1813, 1961.
35. Grant F., *Geophysics*, **17**, 344, 756, 1952.
36. Gulatee B. L., *Surv. India, Prof. Paper*, **30**, 1940.
37. Gunn R., *J. Franklin Inst.*, **224**, 19, 1937.
38. Gunn R., *Trans. Amer. Geophys. Union of 1944, Part IV*, 633, 1945.
39. Hales A. L., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, **3**, 372, 1935.
40. Hammer S., *Geophysics*, **4**, 184, 1939.
41. Harrison J. C., *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A248**, 283, 1956.
42. Haskell N. A., *Physics*, **6**, 265, 1935.
43. Hayford J. F., Bowie W., *U.S. Coast and Geod. Surv., Spec. Publ.* **10**, 1912.
44. Heezen B. C., *Scientific American*, **203**, 98, 1960.
45. Heiskanen W. A., *Publ. Finnish Geod. Inst.*, № 4, 1924.
46. Heiskanen W. A., *Publ. Isostat. Inst., Intern. Ass. Geod.*, № 1, Helsinki, 1938.
47. Heiskanen W. A., *Trans. Amer. Geophys. Union*, **38**, 841, 1957.
48. Heiskanen W. A., Vening Meinesz F. A., *The Earth and its Gravity Field*, McGraw-Hill, New York, 1958.
49. Helmert F. A., *Die mathematischen und physikalischen Theorie der höheren Geodäsie*, Teubner, Leipzig, 1884.
50. Herschel J., *Outlines of Astronomy*, London, 1849 (см. перевод 6-го изд.: Дж. Гершель. Очерки астрономии, т. I и II, М., 1861—1862).
51. Hess H. H., *Proc. Amer. Phil. Soc.*, **79**, 71, 1938.
52. Heyl P. R., *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, **5**, 1243, 1930.
53. Heyl P. R., Cook G. S., *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, **17**, 805, 1936.
54. Honkasalo T., *Geofisica*, **7**, 2, 1959.
55. Innes M. J. S., *Trans. Amer. Geophys. Union*, **38**, 156, 1957.
56. Innes M. J. S., *Publ. Domin. Obs., Ottawa*, **21**, № 6, 1960.
57. Innes M. J. S., *J. Geophys. Res.*, **66**, 2225, 1961.
58. Jackson J. E., *Geophys. J.*, **4**, 375, 1961.
59. Jeffreys H., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, **5**, 55, 1943.
60. Jeffreys H., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl.* **5**, 219, 1948.
61. Jeffreys H., *The Earth*, 3rd ed., Cambridge Univ. Press, 1952 (см. перевод 4-го изд.: Г. Джеффрис, Земля, ее происхождение, история и строение, ИЛ, М., 1960).
62. Jeffreys H., Vicente R. O., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **117**, 157, 165, 1957.
63. Jeffreys H., *Geophys. J.*, **8**, 196, 1963.
64. Jung K., *Gerland's Beit. Geophysik*, **62**, 39, 1952.
65. Jung K., *Landolt-Börnstein Zahlenwerte und Funktionen*, **3**, 265, Springer, Berlin, 1952.
66. Kater H., *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **108**, 32, 1818.
67. Kaula W. M., *U.S. Army Map Service Tech. Report 24*, Washington, 1959.
68. Kaula W. M., *J. Geophys. Res.*, **66**, 1799, 1961.

69. Kaula W. M., *Adv. in Geophysics*, vol. 9, Academic Press, New York, 1962, Ch. 5 (см. перевод: В. М. Каула, Космическая геодезия, изд-во «Недра», М., 1966).
70. Kellogg O. D., *Foundations of Potential Theory*, Ungar, New York, 1929.
71. Kühnen F., Furtwängler P., *Veröff. Preuss. Geodät. Inst.*, 27, 1906.
72. Lacoste L. J. B., *Physics*, 5, 178, 1934.
73. Lacoste L., *Geophysics* 24, 309, 1959.
74. Lacoste L. J. B., Harrison J. C., *Geophys. J.*, 5, 89, 1961.
75. Lambert W. D., Darling F. W., *Bull. géod.*, № 32, 1931.
76. Lambert W. D., Darling F. W., *U.S. Coast and Geod. Surv.*, Spec. Publ., 199, 1936.
77. Lomnitz C., Труды Пятого международного нефтяного конгресса 1959 г. в Нью-Йорке, т. 1, Гостоптехиздат, М., 1961, стр. 266
78. Love A. E. H., *Some Problems of Geodynamics*, Cambridge Univ. Press., 1911.
79. Mace C., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, *Geophys. Suppl.*, 4, 473, 1939.
80. MacRobert T. M., *Spherical Harmonics*, 2nd ed., Methuen, London, 1947.
81. Maskelyne N., *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 50, 495, 1774.
82. Merson R. H., King - Hele D. G., *Nature*, London, 182, 640, 1958.
83. Munk W. H., MacDonald G. J. F., *The Rotation of the Earth*, Cambridge Univ. Press, 1960 (см. перевод: У. Манк, Г. Макдональд, Вращение Земли, изд-во «Мир», М., 1964).
84. Nafe J. E., Drake C. L., *Society of Exploration Geophysicists*, Annual Meeting, неопубликованная статья, 1957. Диаграмма Нейфа и Дрейка (рис. 6.1) напечатана в [104] и [111].
85. Nettleton L. L., *Geophysics*, 4, 176, 1939.
86. Nettleton L. L., *Geophysical Prospecting for Oil*, McGraw-Hill, New York, 1940.
87. Nettleton L. L., *Geophysics*, 7, 293, 1942.
88. Nettleton L. L., Lacoste L., Harrison J. C., *Geophysics*, 25, 181, 1960.
89. Nishimura E., Ichinohe T., Nakagawa I., Report on Earth Tidal Observations of Gravity with the Askania Gravimeter № 111 in Japan during the International Geophysical Year 1957—1958, Science Council of Japan, Ueno Part, Tokyo, 1962.
90. Niskanen E., *Publ. Isostat. Inst.*, Helsinki, № 6, 1939.
91. O'Keefe J. A., Eckels A., Squires R. K., *Astron. J.*, 64, 245, 1959.
92. Pakiser L. C., Press F., Kane M. R., *Bull. Geol. Soc. Amer.*, 71, 415, 1960.
93. Pekeris C. L., *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, *Geophys. Suppl.*, 3, 343, 1935.
94. Pekeris C. L., Jarosch H., Alterman Z., Third Intern. Symposium on Earth Tides, Instituto di Topografia e Geodesia dell' Università, Trieste, 1959, p. 17.
95. Peters L. J., *Geophysics*, 14, 290, 1949.
96. Pizetti P., *Atti della Reale Acad. della Scienze di Torino*, 46, 1911.

97. Pratt J. H., Phil. Trans. Roy. Soc. London, **145**, 53, 1855.
98. Pratt J. H., Phil. Thans. Roy. Soc. London, **149**, 745, 1859.
99. Preston-Thomas H., Turnbull L. G., Green E., Dauphinee T. M., Kalra S. N., Canad. J. Phys., **38**, 824, 1960.
100. Rayleigh (Strutt J. W.), Phil. Mag., **32**, 529, 1916.
101. Rice D. A., Deflections of the vertical from gravity anomalies, U. S. Coast and Geod. Surv., Washington, 1951.
102. Russell R. D., Jacobs J. A., Grant F. S., Bull. Geol. Soc. Amer., **71**, 1223, 1960.
103. Sollins A. D., Bull. Géod., NS., **6**, 279, 1947.
104. Steinhart J. S., Meyer R. P., Carnegie Inst. Washington, Publ., 622, 1961.
105. Sterne T. E., An Introduction to Celestial Mechanics, Interscience Publ., New York, 1960 (см. перевод: Т. Штерн, Введение в небесную механику, изд-во «Мир», М., 1964).
106. Stokes G. G., Trans. Cambridge Phil. Soc., **8**, 672, 1849 (см. перевод в сб. «Статьи о силе тяжести и фигуре Земли», Геодезиздат, М., 1961).
107. Sutton G. H., Program of Intern. Assoc. Seism. and Phys. of Earth's Interior, Helsinki General Assembly (abstract), 1960.
108. Takeuchi H., Trans. Amer. Geophys. Union, **31**, 651, 1950.
109. Talwani M., Ewing M., Geophysics, **25**, 203, 1960.
110. Talwani M., Heezen B. C., Worzel J. L., Publ. Centr. Seism. Bur. Intern. Union Geod. and Geophys., Travaux Scient., **22**, 81, 1961.
111. Talwani M., Sutton G. H., Worzel J. L., J. Geophys. Res., **64**, 1545, 1959.
112. Talwani M., Worzel J. L., Ewing M., J. Geophys. Res., **66**, 1265, 1961.
113. Tomaschek R., Handbuch der Physik, Springer, Berlin, **48**, 775, 1957.
114. Tsuboi C., Proc. Imp. Acad. Tokyo, **14**, 170, 1938.
115. Uotila U. A., Ohio State Univ., Inst., of Geodesy, Photogrammetry and Cartography, Publ. 7, Columbus, 1957.
116. Vening Meinesz F. A., Theory and Practice of Gravity Measurements at Sea, Delft, 1929 (см. перевод в кн.: Ф. А. Венинг-Мейнесс, Гравиметрические наблюдения на море, Геодезиздат, М., 1940).
117. Vening Meinesz F. A., Bull. géod., № 29, 1931.
118. Vening Meinesz F. A., Publ. Netherlands Geod. Comm., Delft, 1941.
119. Vening Meinesz F. A., Bull. Geol. Soc. Amer., **65**, 143, 1954.
120. Volet Ch., Compt. Rend., Paris, **235**, 442, 1952.
121. Woollard G. P., Geophysics, **15**, 1, 1950.
122. Woollard G. P., J. Geophys. Res., **64**, 1521, 1959.
123. Worzel J. L., Shurbet G. L., Geol. Soc. Amer., Spec. Papers, **62**, 87, 1955.
124. Yungul S. H., Geophysics, **26**, 45, 1951.

ОГЛАВЛЕНИЕ

От редактора перевода	5
Предисловие	7
Глава 1. Сила тяжести, геофизика, геодезия и геология	9
Основные понятия	10
Измерения и редукции силы тяжести	12
Потенциалы и эквипотенциальные поверхности	13
Глава 2. Измерения силы тяжести	14
Абсолютные измерения	14
Относительные измерения	24
Измерения с подвижной платформы	33
Гравиметрические сети	37
Глава 3. Форма поверхности океана	39
Введение	39
Задачи геодезии	39
Сфероид	42
Теорема Клеро	44
Неровности геоида	50
Разложение внешнего гравитационного поля по сферическим функциям	54
Уклонение отвесной линии	55
Использование наблюдений за искусственными спутниками	56
Глава 4. Редукция гравитационных наблюдений	58
Изменение силы тяжести с высотой	58
Изменение силы тяжести внутри Земли	60
Изменение силы тяжести внутри Земли	62
Аномалии в свободном воздухе и Буге в разных местах земного шара	63
Изоаэзия — компенсация форм рельефа	64
Глава 5. Интерпретация аномалий силы тяжести	76
Основные положения	76
Косвенные методы	78
Тела бесконечной длины с неправильным поперечным сечением	85
Прямые методы	90
Глава 6. Аномалии силы тяжести и внутреннее строение Земли	96
Природа земных недр	96

Гармоники низких порядков в гравитационном поле	98
Исследования изостазии в отдельных районах	105
Глава 7. Аномалии силы тяжести и строение земной коры	116
Плотности горных пород	116
Океанские желоба	120
Срединно-Атлантический хребет	124
Гранитные батолиты в континентальных областях	128
Осадочные бассейны	131
Массивы основных и ультраосновных пород	135
Области послеледникового поднятия	138
Существующие ледники	142
Метеоритные кратеры	143
Глава 8. Место гравиметрических измерений в геофизической разведке	146
Наблюдения и редукции	147
Разделение гравитационных аномалий	148
Разведка на нефть	152
Разведка на руды	154
Глава 9. Приливные вариации силы тяжести	158
Приливные ускорения	158
Вариации силы тяжести на жесткой Земле	161
Вариации силы тяжести на упругой Земле	162
Измерения земных приливов	164
Сравнение с моделями Земли	166
Приложение 1. Элементы теории потенциала	169
Потенциал, или потенциальная функция	169
Потенциалы сферически симметричных масс	170
Основные свойства потенциальных полей	172
Разложение потенциала в ряд	174
Краевые задачи в теории потенциала	175
Плоский слой массы, соответствующий заданному полю	177
Уравнение Лапласа в сферических координатах	178
Потенциал сферического слоя	181
Приложение 2. Фигура равновесия вращающейся жидкости	183
Приложение 3. Определение внешнего гравитационного поля по наблюдениям искусственных спутников Земли	187
Литература	190

Дж. Д. Гарленд

ФОРМА ЗЕМЛИ И СИЛА ТЯЖЕСТИ

Редактор *В. Пантеева*

Художник *К. Сиротов*

Художественный редактор *Н. Фильчагина*

Технический редактор *Ю. Экке*

Корректор *Л. Големинова*

Сдано в производство 15/V 1967 г.

Подписано к печати 19/IX 1967 г.

Бумага тип. № 1 84×108 ¹/₃₂ = 3,07 бум. л.
10,29 печ. л.

Уч.-изд. л. 8,97. Изд. № 27/4049

Цена 65 коп. Зак. тип. 277

«ИЗДАТЕЛЬСТВО МИР»

Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ярославский полиграфкомбинат Главполиг-
рафпрома Комитета по печати при Совете
Министров СССР. Ярославль, ул. Свобо-
ды, 97.

65 КОП.

5360

