

МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ ГЕОФИЗИЧЕСКИЙ КОМИТЕТ
ПРИ ПРЕЗИДИУМЕ АКАДЕМИИ НАУК СССР

ACADEMY OF SCIENCES OF THE USSR
SOVIET GEOPHYSICAL COMMITTEE



*РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПО МЕЖДУНАРОДНЫМ ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПРОЕКТАМ*

Т.А. ПРОСКУРЯКОВА, О. НОВОТНЫ,
Е.В. ВОРОНИНА

**ИЗУЧЕНИЕ
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ
МЕТОДОМ
ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН
(Центральная Европа)**

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1981

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПО МЕЖДУНАРОДНЫМ
ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПРОЕКТАМ

RESULTS OF RESEARCHES
ON THE INTERNATIONAL
GEOPHYSICAL PROJECTS



*RESULTS OF RESEARCHES
ON THE INTERNATIONAL GEOPHYSICAL PROJECTS*

T.A. PROSKURIAKOVA, O. NOVOTNY,
YE.V. VORONINA

STUDIES
OF THE EARTH'S STRUCTURE
BY SURFACE
WAVES METHOD
(Central Europe)



PUBLISHING HOUSE «NAUKA»
Moscow 1981



РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПО МЕЖДУНАРОДНЫМ ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПРОЕКТАМ

Т.А. ПРОСКУРЯКОВА, О. НОВОТНЫ,
Е.В. ВОРОНИНА

ИЗУЧЕНИЕ
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ
МЕТОДОМ
ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН
(Центральная Европа)



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1981



Проскурякова Т.А., Новотны О., Воронина Е.В. Изучение строения Земли методом поверхностных волн (Центральная Европа). М.: Наука, 1981. 96 с.

В книге приведены результаты исследований, проводимых совместно кафедрой физики Земли Московского государственного университета и кафедрой геофизики и метеорологии Карлова университета (Прага) по изучению строения земной коры и мантии в Центральной Европе. Методом дисперсии фазовых скоростей поверхностных волн Релея и Лява были предложены модели строения земной коры и верхней мантии и выявлены некоторые особенности в изучаемом районе.

Табл. 33, ил. 43, библиогр.: с. 90–92 (68 назв.).

Ответственный редактор
академик В.А. МАГНИЦКИЙ

ВВЕДЕНИЕ

В изучении строения земной коры ведущим, как известно, является метод глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ), который позволяет по годографам отраженных и преломленных сейсмических волн получить сведения о скоростях распространения продольных волн, границах раздела и блоковой структуре коры. Однако для более полной интерпретации данных необходимо привлекать результаты, полученные другими методами.

В настоящее время часто используется также метод поверхностных сейсмических волн, основанный на изучении дисперсии фазовых и групповых скоростей волн Лява и Релея. Дисперсия волн Лява определяется распределением плотностей и скоростей поперечных волн в среде; на дисперсию волн Релея, кроме этого, оказывает влияние также распределение скоростей продольных волн. Использование длиннопериодных поверхностных волн позволяет получить, помимо информации о строении земной коры, информацию о верхних частях мантии. Таким образом, результаты, полученные при изучении поверхностных сейсмических волн, дополняют и расширяют результаты, полученные методом ГСЗ.

Цель настоящей работы — изучение строения земной коры и верхней мантии на профилях Пулково—Рига—Прага и Обнинск—Минск—Варшава—Прага по дисперсии фазовых скоростей поверхностных волн Релея и Лява, зарегистрированных от землетрясений. Данная работа отличается тем, что в ней поверхностные волны рассматриваются на профилях протяженностью от 100 до 1500 км и выявляется их чувствительность к некоторым горизонтальным неоднородностям на малых расстояниях между регистрирующими станциями.

Земная кора и верхняя мантия изучаемого района представляют собой структуру платформенного типа. Подобные структуры характеризуются наличием мощной и четко дифференцированной земной коры, в которой горизонтальные границы преобладают над вертикальными. Однако в региональном масштабе профили пересекают области перехода от одного типа платформенной структуры к другому, поэтому параметры земной коры на разных участках профилей оказываются существенно различными. Юго-западная часть изучаемого района пересекает молодую платформу Центральной и Западной Европы, на северо-востоке проходит по древней Восточно-Европейской равнине и на севере — по Балтийскому щиту. Границами перехода между этими структурами служат зоны мощных глубинных разломов типа зоны Тейсейера-Торнквиста и кулисообразные разломы, опоясывающие чашу Рижского залива. Следует заметить, что по сравнению с другими областями Европы, этот район сейсмологически изучен мало, например, на северо-востоке исследования методом ГСЗ не проводились.

Работа состоит из двух частей: теоретической и экспериментальной.

Первая часть работы содержит изложение нового варианта матричного метода для расчета теоретических дисперсионных кривых волн Лява и Релея в слоистых средах. В отличие от известных матриц Томсона-Хаскелла, предложенные здесь матрицы для слоев содержат только действительные элементы. Приводятся алгоритмы и программы для ЭВМ.

Во второй части (вторая глава) дается литературный обзор, посвященный состоянию изученности данного региона различными геофизическими методами.

В третьей главе приводятся расчеты дисперсии фазовых и групповых скоростей волн Релея и Лява, зарегистрированных длиннопериодной аппаратурой. Для про-

филя Пулковско-Рига-Прага произведена интерпретация этих данных и предложены модели строения земной коры и верхней мантии. Для профиля Обнинск-Минск-Варшава-Прага, наряду с определением строения земной коры и верхней мантии, выявлен ряд особенностей (анизотропия, наличие вертикальных разломов). Определены коэффициенты поглощения волн Релея и Лява для некоторых участков больших профилей, особенности которых находятся в согласии с особенностями полученных значений фазовых скоростей.

В четвертой главе показано, что поверхностные волны, зарегистрированные на малых расстояниях между станциями, можно использовать для выявления таких особенностей строения земной коры, как вертикальные разломы. С этой целью использован метод поляризационного анализа.

Представленная работа является результатом исследований, проводимых совместно кафедрой физики Земли физического факультета МГУ и кафедрой геофизики и метеорологии математико-физического факультета Карлова университета в Праге в 1976-1978 гг.

Авторы выражают искреннюю признательность за ценные советы и замечания по работе В.А. Магницкому, А. Затопеку, В. Червены, К. Печу и И. Заграднику. Авторы также выражают большую благодарность коллегам, любезно предоставившим сейсмограммы с упомянутых выше сейсмических станций: О.Е. Старовойту, Е.П. Хотько, А.П. Лазаревой, А. Кийко, Я. Янскому, а также И.А. Седовой и Н.П. Ашигян за помощь при оформлении работы.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАСЧЕТА ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Глава 1

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из главных задач при интерпретации наблюдаемой дисперсии поверхностных сейсмических волн является расчет теоретических дисперсионных кривых для выбранных моделей среды. В качестве таких моделей обычно принимают модели вертикально неоднородной среды. Подробное описание вопросов теории и интерпретации поверхностных сейсмических волн в вертикально неоднородной среде дано в трудах [31, 23]. Возможность решения таких общих проблем в последнее время связана с созданием спектральной теории дифференциальных операторов. В указанных работах предполагается, что упругие параметры являются кусочно-непрерывными функциями одной координаты (глубины). Выведены уравнения движения для поверхностных волн и описаны эффективные алгоритмы их решения.

Вертикально-неоднородную среду также представляют системой однородных слоев. Обзор ранних работ по поверхностным волнам, распространяющимся в слоистых средах, дан в [43]. Дисперсионное уравнение поверхностных волн традиционно выводят следующим образом. Для отдельных слоев пишут решение уравнения в виде волн, распространяющихся вдоль границ раздела. Получаются выражения, в которые входят неопределенные коэффициенты. Из граничных условий получают систему линейных однородных уравнений для определения этих неизвестных коэффициентов. Чтобы существовало нетривиальное решение этой системы уравнений, ее определитель должен равняться нулю. Именно условие равенства нулю определителя системы есть искомое дисперсионное уравнение для расчета скорости поверхностных волн. Вывод дисперсионного уравнения для простых моделей среды указанным методом описан, например, в [32]. Однако в описанной простой схеме неясно, как удобно вычислять определитель в случае многослойной среды. Эта проблема также важна с точки зрения вычисления дисперсионных кривых на ЭВМ, так как для каждого числа слоев необходимо было бы составлять новую программу.

Важный вопрос алгоритмизации расчета определителя для случая многослойной среды был с успехом решен в 1964 г. Л. Кноповым [50]. Он сумел, применяя теорему Лапласа для разложения определителей, перевести расчеты определителя для случая многослойной среды на умножение матриц. Каждая матрица характеризует одну границу раздела, в ней содержатся коэффициенты упругости только для слоев непосредственно над и под этой границей. Такая форма выражения дисперсионного уравнения удобна для вычисления на ЭВМ. Первые расчеты, основанные на методе Кнопова, были сделаны Рэндлом в 1967 г. [56]. Дальнейшее развитие этого метода описано в работе [59] и в обзорной статье [60]. Формулы для расчета дисперсии волн Лява этим методом описаны ниже.

Новое направление в теории сейсмических волн было заложено в начале 1950-х годов работами Томсона [64] и Хаскелла [47]. Суть их метода состоит в том, что для каждого слоя ищется матрица, которая связывает смещения и напряжения (или пропорциональные им величины) на одной границе слоя с соответствующими

величинами на другой границе. С помощью таких матриц можно просто сформулировать целый ряд важных задач распространения сейсмических волн как поверхностных, так и объемных. Этот матричный метод получил название метода Томсона-Хаскелла. Ниже будет описан один из вариантов этого метода. Дисперсионное уравнение для волн Лява описывается с помощью матриц второго порядка, для волн Релея — матриц четвертого порядка. Первые программы для расчета дисперсионных кривых, основанные на матрицах Томсона-Хаскелла, составили Дж. Дорман и соавторы [40] для ЭВМ первого поколения и Пресс с соавторами [55] для ЭВМ второго поколения. Следует также упомянуть работу Данкина [41], в которой объясняются причины потери точности матриц Томсона-Хаскелла для волн Релея в области коротких периодов и предложено использование более точных матриц шестого порядка. Т. Уотсон [66] заменил матрицы Данкина более простыми матрицами пятого порядка. Некоторые подробности и сравнение различных матричных методов будут даны ниже.

Сделаем некоторые замечания по вопросу аппроксимации среды. Модель, в которой параметры являются кусочно-непрерывными функциями, лучше соответствует модели реальной среды, чем модель, состоящая из системы однородных слоев. Применимость слоисто-однородной аппроксимации при расчетах дисперсии поверхностных сейсмических волн обсуждается в [60]. Слоисто-однородная аппроксимация имеет то важное достоинство, что решения соответствующих дифференциальных уравнений можно записать в явном виде.

Перейдем к описанию матричного метода для расчета дисперсионных кривых волн Лява и Релея, на основе которого были составлены вычислительные программы на ФОРТРАНе, использованные при интерпретации экспериментального материала. Полученные матрицы несколько отличаются от матриц, описанных в [47, 66]. Методика получения матриц содержит некоторые положения, разработанные в [45], и развита для получения более удобного вида матриц.

§ 2. МОДЕЛЬ СРЕДЫ И ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим среду, состоящую из n плоскопараллельных, однородных и изотропных слоев, лежащих на однородном изотропном полупространстве. Слои и полупространство будем считать идеально упругими; на границах раздела соблюдаются условия жесткого контакта. В m -м слое ($m = 1, 2, \dots, n$) обозначим: α_m — скорость распространения продольных волн, β_m — скорость распространения поперечных волн, ρ_m — плотность и d_m — мощность слоя. Соответствующие параметры в полупространстве обозначим через α_{n+1} , β_{n+1} и ρ_{n+1} . Введем декартову систему координат x, y, z таким образом, чтобы плоскость (x, y) совпадала со свободной поверхностью и ось z была направлена в среду. Обозначим глубину расположения верхней и нижней границ m -го слоя z_{m-1} и z_m , соответственно. Очевидно, справедливо соотношение $d_m = z_m - z_{m-1}$. Обозначим λ_m и μ_m — коэффициенты Ламэ и $\mathbf{u}_m = (u_m, v_m, w_m)$ — вектор смещения.

Уравнение движения, если не учитывать объемные силы, имеет вид [32]:

$$(\lambda_m + \mu_m) \text{grad div } \mathbf{u}_m + \mu_m \Delta \mathbf{u}_m = \rho_m \frac{\partial^2 \mathbf{u}_m}{\partial t^2}. \quad (2.1)$$

Известно, что в этом случае можно смещение выразить как сумму двух членов, один из которых описывает продольную волну, а другой — поперечную. Уравнение движения (2.1) распадается, таким образом, на два волновых уравнения для продольной и поперечной волн. Скорости распространения этих волн выражаются известными формулами:

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{\lambda_m + 2\mu_m}{\rho_m}}, \quad \beta_m = \sqrt{\frac{\mu_m}{\rho_m}}. \quad (2.2)$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только плоских гармонических волн. Обозначим: ω — угловая частота, c — фазовая скорость поверхностной вол-

ны, $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число. Введем следующие обозначения [47]:

$$r_{\alpha m} = \begin{cases} \sqrt{\frac{c^2}{\alpha_m^2} - 1} & \text{для } c \geq \alpha_m, \\ -i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\alpha_m^2}} & \text{для } c < \alpha_m, \end{cases} \quad (2.3)$$

$$r_{\beta m} = \begin{cases} \sqrt{\frac{c^2}{\beta_m^2} - 1} & \text{для } c \geq \beta_m, \\ -i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_m^2}} & \text{для } c < \beta_m, \end{cases} \quad (2.4)$$

$$P_m = \frac{\omega}{c} d_m r_{\alpha m}, \quad Q_m = \frac{\omega}{c} d_m r_{\beta m}. \quad (2.5) - (2.6)$$

Заметим, что в определении величин $r_{\alpha m}$ и $r_{\beta m}$ мы могли бы для $c < \alpha_m$ и $c < \beta_m$ взять значения с положительными знаками (комплексно-сопряженные к введенным значениям). В дальнейшем изложении возникли бы только незначительные изменения при рассмотрении решения волнового уравнения для полупространства. Введение мнимых величин с отрицательным знаком имеет некоторые преимущества при программировании. Если, например, в $r_{\beta m}$ опустить мнимую единицу, то получится действительная величина, которая меняет знак в зависимости от того, $c > \beta_m$ или $c < \beta_m$. Это можно использовать в качестве фактора отличия этих случаев в программе.

Для формулировки граничных условий нам будут нужны выражения компонент тензора напряжений τ_{zx} , τ_{zy} , τ_{zz} через компоненты смещения. Исходя из закона Гука для однородной изотропной среды, в m -м слое имеем:

$$\begin{aligned} (\tau_{zx})_m &= \mu_m \left(\frac{\partial w_m}{\partial x} + \frac{\partial u_m}{\partial z} \right), \\ (\tau_{zy})_m &= \mu_m \left(\frac{\partial w_m}{\partial y} + \frac{\partial v_m}{\partial z} \right), \\ (\tau_{zz})_m &= \lambda_m \left(\frac{\partial u_m}{\partial x} + \frac{\partial v_m}{\partial y} + \frac{\partial w_m}{\partial z} \right) + 2\mu_m \frac{\partial w_m}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

§ 3. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛН ЛЯВА

3.1. Исходные соотношения

Покажем, что в слоистой среде может распространяться плоская гармоническая волна в направлении оси x с некоторой (пока неизвестной) скоростью c , причем эта волна поперечно поляризована в направлении оси y ; ее амплитуда зависит от координаты z и убывает на бесконечности. Эта волна называется волной Лява. Скорость ее зависит от параметров среды и от угловой частоты ω .

Компоненты вектора смещения этих волн u_m , v_m , w_m в m -м слое или в полупространстве ($m = 1, 2, \dots, n+1$) будем искать в виде

$$\begin{aligned} u_m &= w_m = 0, \\ v_m &= g_m(z) e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Вектор смещения должен удовлетворять уравнению движения (2.1), из которого следует волновое уравнение для поперечных волн в виде

$$\frac{\partial^2 v_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_m}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta_m^2} \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2}. \quad (3.2)$$

Отсюда для амплитуды смещения $g_m(z)$ получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 g_m(z)}{dz^2} + kr_{\beta m} g_m(z) = 0, \quad (3.3)$$

решение которого можно представить, например, в виде

$$g_m(z) = v'_m e^{ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})} + v''_m e^{-ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})}, \quad (3.4)$$

где v'_m, v''_m — некоторые произвольные постоянные, z_{m-1} — глубина верхней границы m -го слоя и $r_{\beta m}$ определено формулой (2.4). В экспоненте пишем $(z - z_{m-1})$, вместо обычного z , чтобы упростить некоторые расчеты, см. (3.7). Для смещения в m -м слое получаем, таким образом, выражение

$$v_m(x, z, t) = [v'_m e^{ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})} + v''_m e^{-ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})}] e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}. \quad (3.5)$$

Подставляя выражения для смещений (3.1) и (3.5) в выражения для напряжений (2.7), получим

$$(\tau_{zx})_m = (\tau_{zz})_m = 0, \quad (3.6)$$

$$(\tau_{zy})_m = ik\mu_m r_{\beta m} [v'_m e^{ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})} - v''_m e^{-ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})}] e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}$$

В дальнейшем для упрощения записи будем опускать член $e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}$, который везде повторяется. Кроме того, вместо $(\tau_{zy})_m$ будем писать только τ_m .

3.2. Матрица для однородного слоя

В принятой модели упругой слоистой среды рассмотрим смещения и напряжения для m -го слоя ($m = 1, 2, \dots, n$). На верхней границе слоя, т.е. для $z = z_{m-1}$, из (3.5) и (3.6) следует

$$\begin{aligned} v_m(z_{m-1}) &= v'_m + v''_m, \\ \tau_m(z_{m-1}) &= ik\mu_m r_{\beta m} (v'_m - v''_m), \end{aligned} \quad (3.7)$$

на нижней границе слоя ($z = z_m$) будет

$$\begin{aligned} v_m(z_m) &= (v'_m + v''_m) \cos Q_m + i(v'_m - v''_m) \sin Q_m, \\ \tau_m(z_m) &= ik\mu_m r_{\beta m} [(v'_m - v''_m) \cos Q_m + i(v'_m + v''_m) \sin Q_m]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Подставляя выражения для $(v'_m + v''_m)$ и $(v'_m - v''_m)$ из (3.7) в (3.8), получим

$$\begin{aligned} v_m(z_m) &= v_m(z_{m-1}) \cos Q_m + \tau_m(z_{m-1}) k^{-1} \mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m, \\ \tau_m(z_m) &= -v_m(z_{m-1}) k \mu_m r_{\beta m} \sin Q_m + \tau_m(z_{m-1}) \cos Q_m. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Вводя вектор-столбец, компонентами которого являются v_m и τ_m , уравнения (3.9) можно представить в матричной форме

$$\begin{pmatrix} v_m \\ \tau_m \end{pmatrix}_{z_m} = \|\tilde{a}_m\| \begin{pmatrix} v_m \\ \tau_m \end{pmatrix}_{z_{m-1}}, \quad (3.10)$$

где

$$\|\tilde{a}_m\| = \begin{vmatrix} \cos Q_m & k^{-1} \mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m \\ -k \mu_m r_{\beta m} \sin Q_m & \cos Q_m \end{vmatrix}. \quad (3.11)$$

Формула (3.10) выражает соотношение между смещением и напряжением на верхней и нижней границах m -го слоя. (Матрицу мы обозначили через $\|\tilde{a}_m\|$, в отличие от подобной матрицы, введенной Хаскеллом, $\|a_m\|$).

3.3. Уравнение дисперсии для слоистой среды

Пусть в среде соблюдаются условия жесткого контакта, т.е. компоненты вектора смещения u, v, w и компоненты тензора напряжения $\tau_{zx}, \tau_{zy}, \tau_{zz}$ непрерывны на границах. Эти условия для u, w, τ_{zx} и τ_{zz} выполняются тождественно, так как

указанные компоненты во всех слоях нулевые. Следует рассмотреть только смещение v и напряжение τ_{zy} . Например, на нижней границе m -го слоя граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} v_m(z_m) &= v_{m+1}(z_m), \\ \tau_m(z_m) &= \tau_{m+1}(z_m), \end{aligned} \quad (3.12)$$

что можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} v_m \\ \tau_m \end{pmatrix}_{z_m} = \begin{pmatrix} v_{m+1} \\ \tau_{m+1} \end{pmatrix}_{z_m}. \quad (3.13)$$

Соотношение (3.10) характеризует изменение смещения и напряжения внутри слоя при переходе от одной границы к другой; граничные условия (3.13) – поведение тех же самых величин при переходе через границу двух соседних слоев. Комбинируя эти выражения, легко найти соотношения между смещениями и напряжениями на разных глубинах слоистой среды. Нас интересует соотношение упомянутых величин на границе полупространства и на свободной границе. Применяя поочередно формулы (3.13) и (3.10), получим

$$\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ \tau_{n+1} \end{pmatrix}_{z_n} = \begin{pmatrix} v_n \\ \tau_n \end{pmatrix}_{z_n} = \|\tilde{a}_n\| \begin{pmatrix} v_n \\ \tau_n \end{pmatrix}_{z_{n-1}} = \|\tilde{a}_n\| \|\tilde{a}_{n-1}\| \dots \|\tilde{a}_1\| \begin{pmatrix} v_1 \\ \tau_1 \end{pmatrix}_{z_0}. \quad (3.14)$$

Если ввести матрицу $\|\tilde{A}\|$ следующим образом

$$\|\tilde{A}\| = \|\tilde{a}_n\| \|\tilde{a}_{n-1}\| \dots \|\tilde{a}_1\|, \quad (3.15)$$

то соотношение (3.14) можно переписать в форме

$$\begin{pmatrix} v_{n+1} \\ \tau_{n+1} \end{pmatrix}_{z_n} = \|\tilde{A}\| \begin{pmatrix} v_1 \\ \tau_1 \end{pmatrix}_{z_0} = \begin{vmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \tau_1 \end{pmatrix}_{z_0}. \quad (3.16)$$

Добавим условия на свободной поверхности и на бесконечности. На свободной поверхности напряжение является нулевым, т.е. $(\tau_1)_{z_0} = 0$. Из (3.4) следует, что амплитуда в полупространстве при $z \rightarrow \infty$ уменьшается, если $r_{\beta(n+1)} =$

$= -i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}}$ при $c < \beta_{n+1}$ и $v'_{n+1} = 0$. Подставляя эти значения в (3.7), имеем

$$\begin{aligned} v_{n+1}(z_n) &= v''_{n+1}, \\ \tau_{n+1}(z_n) &= -ik\mu_{n+1} r_{\beta(n+1)} v''_{n+1}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Из формулы (3.16) получаются уравнения

$$\begin{aligned} v''_{n+1} &= \tilde{A}_{11} v_1(z_0), \\ -k\mu_{n+1} \sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}} v''_{n+1} &= \tilde{A}_{21} v_1(z_0). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Система (3.18) представляет собой систему двух однородных уравнений для двух неизвестных $v_1(z_0)$ и v''_{n+1} . Разделив соответственно левые и правые части этих уравнений, получим

$$\tilde{A}_{21} + k\mu_{n+1} \sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}} \tilde{A}_{11} = 0. \quad (3.19)$$

Это уравнение является необходимым и достаточным условием существования нетривиального решения системы (3.18); иными словами, условием равенства нулю определителя системы. Уравнение (3.19) – искомое дисперсионное уравнение. Мы пришли к заключению, что в рассматриваемой среде может распространяться поперечная волна, амплитуда которой в полупространстве уменьшается с глубиной (поверхностная волна Лява), если имеет силу дисперсионное уравнение (3.19). Это дисперсионное уравнение есть трансцендентное уравнение для расчета фазовой скорости c при данных параметрах среды и данной частоте волн. Решение его может быть получено численным методом.

Хотя приведенные формулы можно без затруднений запрограммировать и использовать для вычислений на ЭВМ, опишем еще одну модификацию матричного метода. Формулы для расчета дисперсии упростим так, чтобы матрицы для слоев, аналогичные матрице (3.11), не содержали волнового числа в явном виде.

В граничных условиях мы требовали непрерывности смещений и напряжений. Вместо этих условий можно эквивалентно потребовать непрерывности других величин, которые получаются, например, при умножении смещения или напряжения на величину, которая во всех слоях остается одинаковой. Такой величиной может быть, например, мнимая единица i , угловая частота ω , фазовая скорость c или волновое число k . Умножая первое уравнение в (3.12) на k , получим эквивалентные граничные условия

$$\begin{aligned} kv_m(z_m) &= kv_{m+1}(z_m), \\ \tau_m(z_m) &= \tau_{m+1}(z_m), \end{aligned} \quad (3.20)$$

или в записи с помощью вектор-столбцов

$$\begin{pmatrix} kv_m \\ \tau_m \end{pmatrix}_{z_m} = \begin{pmatrix} kv_{m+1} \\ \tau_{m+1} \end{pmatrix}_{z_m}. \quad (3.21)$$

Теперь надо найти матрицу, которая связывает величины kv_m и τ_m на верхней и нижней границе m -го слоя ($m = 1, 2, \dots, n$). Перепишем уравнение (3.9), умножая первое из них на k :

$$\begin{aligned} kv_m(z_m) &= kv_m(z_{m-1}) \cos Q_m + \tau_m(z_{m-1}) \mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m, \\ \tau_m(z_m) &= -kv_m(z_{m-1}) \mu_m r_{\beta m} \sin Q_m + \tau_m(z_{m-1}) \cos Q_m. \end{aligned} \quad (3.22)$$

В матричной форме эти уравнения принимают вид

$$\begin{pmatrix} kv_m \\ \tau_m \end{pmatrix}_{z_m} = \|\tilde{a}_m\| \begin{pmatrix} kv_m \\ \tau_m \end{pmatrix}_{z_{m-1}}, \quad (3.23)$$

где

$$\|\tilde{a}_m\| = \left\| \begin{array}{cc} \cos Q_m & \mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m \\ -\mu_m r_{\beta m} \sin Q_m & \cos Q_m \end{array} \right\|. \quad (3.24)$$

Последовательным применением (3.21) и (3.23) получим соотношение

$$\begin{pmatrix} kv_{n+1} \\ \tau_{n+1} \end{pmatrix}_{z_n} = \|\bar{A}\| \begin{pmatrix} kv_1 \\ \tau_1 \end{pmatrix}_{z_0} = \left\| \begin{array}{cc} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{array} \right\| \begin{pmatrix} kv_1 \\ \tau_1 \end{pmatrix}_{z_0}, \quad (3.25)$$

где матрица $\|\bar{A}\|$ имеет вид

$$\|\bar{A}\| = \|\bar{a}_n\| \|\bar{a}_{n-1}\| \dots \|\bar{a}_1\|. \quad (3.26)$$

Если расписать формулу (3.25) и аналогичную формулу (3.16), то получим следующие соотношения между элементами матриц $\|\tilde{A}\|$ и $\|\bar{A}\|$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{11} &= \bar{A}_{11}, \quad \tilde{A}_{12} = k^{-1} \bar{A}_{12}, \\ \tilde{A}_{21} &= k \bar{A}_{21}, \quad \tilde{A}_{22} = \bar{A}_{22}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Отметим, что те же самые соотношения имеют силу и между элементами матриц $\|\tilde{a}_m\|$ и $\|\bar{a}_m\|$. Подставляя (3.27) в (3.19), получим дисперсионное уравнение в виде

$$\bar{A}_{21} + \mu_{n+1} \sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}} \bar{A}_{11} = 0. \quad (3.28)$$

3.4. Численный метод расчета дисперсионной функции

Левая часть дисперсионного уравнения является функцией параметров среды и переменных ω и c . Обозначим ее через F

$$F = \bar{A}_{21} + \mu_{n+1} \sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}} \bar{A}_{11} \quad (3.29)$$

и назовем дисперсионной функцией. Численный расчет дисперсионного уравнения состоит в поиске нулевых значений функции F .

Расчет дисперсионной функции может быть осуществлен на основе формул (2.4), (2.6), (3.24), (3.26), (3.29). С точки зрения программирования и расчетов на ЭВМ считаем полезным сделать следующие рекомендации и замечания.

1. Для $c \geq \beta_m$ величины $r_{\beta m}$, Q_m и все элементы матрицы $\|\bar{a}_m\|$ являются действительными. Покажем, что для $c < \beta_m$, несмотря на чисто мнимые значения $r_{\beta m}$ и Q_m , элементы матрицы $\|\bar{a}_m\|$ останутся действительными. В случае $c < \beta_m$ будут действительными величины

$$r_{\beta m}^* = -\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_m^2}}, \quad Q_m^* = kd_m r_{\beta m}^*. \quad (3.30)$$

Очевидно, что справедливо

$$\begin{aligned} r_{\beta m} &= i r_{\beta m}^*, & Q_m &= i Q_m^*, & \cos Q_m &= \operatorname{ch} Q_m^*, \\ r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m &= (r_{\beta m}^*)^{-1} \operatorname{sh} Q_m^*, & r_{\beta m} \sin Q_m &= -r_{\beta m}^* \operatorname{sh} Q_m^*. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Следовательно, как для $c \geq \beta_m$, так и для $c < \beta_m$, все элементы матрицы $\|\bar{a}_m\|$ будут принимать только действительные значения. Таким образом, расчеты дисперсионной кривой (для действительных ω и c) можно сделать с действительными переменными. Однако для $c \geq \beta_m$ надо запрограммировать формулы, содержащие функции косинус и синус, а для $c < \beta_m$ — формулы, содержащие гиперболические косинус и синус.

2. Если c близко к значению скорости поперечных волн в m -м слое, то $r_{\beta m}$ будет малым по абсолютной величине и $r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m$ дает неопределенное выражение типа $0/0$. Исключить эту неопределенность возможно, например, при разложении величины $r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m$ в ряд для малых $|r_{\beta m}|$.

3. В случае $c < \beta_m$, если будет $|Q_m^*|$ большим (например, при большой мощности слоя d_m), может возникнуть переполнение при вычислении функций $\operatorname{ch} Q_m^*$ и $\operatorname{sh} Q_m^*$, которые содержатся в матрице $\|\bar{a}_m\|$. Это переполнение можно просто исключить, например, умножением всех элементов матрицы на величину $\exp Q_m^*$. Такая редукция матриц, конечно, изменяет значения результирующей матрицы $\|A\|$ и дисперсионной функции F , но не влияет на значения корней дисперсионного уравнения. Описанная редукция матрицы m -го слоя представляет собой только умножение дисперсионного уравнения (3.28) на величину $\exp Q_m^*$. В приведенной ниже программе редукция матрицы $\|\bar{a}_m\|$ осуществляется только если $|Q_m^*| > M$ путем умножения всех элементов матрицы на величину $\exp(M + Q_m^*)$. Число M выбирается произвольно, но оно должно быть меньше максимально допустимого показателя экспоненты для данной машины. Мы брали, например, $M = 10$.

4. Полезно заметить, что в дисперсионном уравнении (3.28) содержатся элементы только из левого столбца матрицы $\|A\|$, поэтому при вычислении матрицы (3.26) справа налево достаточно вычислять только левые столбцы произведения. Кроме того, в одном цикле с первого до последнего слоя ($m = 1, 2, \dots, n$) можно вычислять как элементы матриц $\|\bar{a}_m\|$, так и частные произведения матриц в (3.26), так что нет необходимости хранить элементы матриц $\|\bar{a}_m\|$ в памяти. Метод с умножением матриц слева направо описывают Шваб и Кнопов в [60]. Следуя их подходу, мы должны были бы ввести для полупространства вектор-строку

$$t_{n+1} = \left(\mu_{n+1} \sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}}, 1 \right) \quad (3.32)$$

и вычислить вектор

$$v = (b_1, b_2) = t_{n+1} \|\bar{a}_n\| \|\bar{a}_{n-1}\| \dots \|\bar{a}_1\| \quad (3.33)$$

слева направо. Тогда дисперсионная функция (3.29) будет равна сумме $b_1 + b_2$.

В качестве иллюстрации матричного метода для расчета дисперсии волн Лява приводится распечатка подпрограммы LOVE, которую мы применяли при интер-

претации экспериментальных данных. Эта подпрограмма служит для вычисления дисперсионной функции для волн Лява. Программа составлена на языке ФОРТРАН. Формальные параметры имеют следующие значения:

- N — число слоев n ;
- T — период $T = 2\pi/\omega$;
- C — задаваемое значение фазовой скорости c ($c < \beta_{n+1}$);
- EPS — малое число (например, 10^{-8}), обеспечивающее отсутствие в матрицах неопределенных выражений типа $0/0$;
- $AMAX$ — максимальная величина показателя экспоненциальной функции (M), начиная с которой производится редукция матриц;
- F — значение дисперсионной функции (с обратным знаком).

Формальные параметры с N по $AMAX$ являются параметрами ввода, F — параметр вывода.

Параметры среды вводятся в подпрограмму с помощью описания *COMMON*, переменными которого являются:

- $A(K)$ — скорость продольных волн в K -м слое ($K = 1, 2, \dots, N + 1$); в подпрограмме *LOVE* эти скорости не используются;
- $B(K)$ — скорость поперечных волн;
- $R(K)$ — плотность;
- $D(K)$ — мощность слоя ($K = 1, 2, \dots, N$).

SUBROUTINE LOVE(N,T,C,EPS,AMAX,F)

PURPOSE

COMPUTING THE DISPERSION FUNCTION OF LOVE WAVES IN A LAYERED MEDIUM FOR PERIOD T AND PHASE VELOCITY C.

METHOD

MATRIX METHOD BASED ON MODIFIED THOMSON-HASKELL MATRICES.

USAGE

CALL LOVE(N,T,C,EPS,AMAX,F)

DESCRIPTION OF PARAMETERS

INPUT PARAMETERS

- NNUMBER OF LAYERS (HALFSPACE NOT INCLUDED).
- TPERIOD.
- CPHASE VELOCITY.
- EPSSMALL NUMBER (E.G. $1.E-8$). EXPRESSIONS OF THE TYPE $SIN(X)/X$ ARE REPLACED BY THEIR TAYLOR SERIES IF $ABS(X).LT.EPS$.
- $AMAX$...CONTROLS REDUCTION OF MATRICES TO ELIMINATE OVERFLOW. IF HYPERBOLIC FUNCTIONS $CH(X)$ AND $SH(X)$ ARE TO BE COMPUTED AND $X.GT.AMAX$, THE LAYER MATRIX IS REDUCED (ITS ELEMENTS ARE DIVIDED BY $EXP(X-AMAX)$). RECOMMENDED VALUE $AMAX=5$ OR 10 .

OUTPUT PARAMETER

- FVALUE OF THE DISPERSION FUNCTION

DESCRIPTION OF COMMON /PARAM/

- $A(K)$...COMPRESSONAL WAVE VELOCITY IN THE K -TH LAYER ($K=1,2,\dots,N+1$). (IT IS NOT USED IN THE SUBROUTINE LOVE)
- $B(K)$...SHEAR WAVE VELOCITY.
- $R(K)$...DENSITY.
- $D(K)$...THICKNESS OF THE K -TH LAYER ($K=1,2,\dots,N$).

SUBROUTINES AND FUNCTIONS REQUIRED

NONE

REMARKS

OPTIMAL VALUES OF EPS AND AMAX ARE COMPUTER DEPENDENT. (AMAX DEPENDS ALSO ON THE PROBLEM SOLVED. IF OVERFLOW OCCURS, AMAX MUST BE MADE SMALLER).

```

SUBROUTINE LOVE(N,T,C,EPS,AMAX,F)
REAL MI,MIN
COMMON /PARAM/A(100),B(100),R(100),D(100)
NI=N+1
OM=6.2831853/T
OC=OM/C
X1=1.
X2=0.
DO 50 J=1,N
OD=OC*D(J)
RB2=(C/B(J))**2-1.
IF(RB2)20,10,10
10 RB=SQRT(RB2)
Q=OD*RB
CQ=COS(Q)
SQ=SIN(Q)
RSQ=RB*SQ
GO TO 30
20 RB=-SQRT(-RB2)
Q=OD*RB
IF(Q+AMAX)22,21,21
21 EQ=EXP(Q)
EXQ=1./EQ
GO TO 29
    REDUCED EXPRESSIONS (MULTIPLIED BY EXP(Q+AMAX))
22 EQ=EXP(Q+Q+AMAX)
EXQ=EXP(AMAX)

29 CQ=(EQ+EXQ)/2.
SQ=(EQ-EXQ)/2.
RSQ=-RB*SQ
30 IF(ABS(Q).GT.EPS)GO TO 35
Q2=Q*Q
SQR=((Q2/20.-1.)*Q2/6.+1.)*OD
GO TO 40
35 SQR=SQ/RB
40 MI=R(J)*B(J)**2
    MATRIX ELEMENTS (Y1=Y11=Y22, Y2=Y12, Y3=Y21)
Y1=CQ
Y2=SQR/MI
Y3=-MI*RSQ
X=Y1*X1+Y2*X2
X2=Y3*X1+Y1*X2
X1=X
50 CONTINUE

    EXPRESSIONS FOR HALFSPACE
RBN=SQRT(1.-(C/B(N1))**2)
MIN=R(N1)*B(N1)**2
F=-X2-MIN*RBN*X1
RETURN
END

```

3.5. Метод поиска корней дисперсионного уравнения

Опишем алгоритм поиска корней дисперсионного уравнения, который применялся нами для расчета дисперсионных кривых. Исходными параметрами для расчета, кроме параметров рассматриваемой среды, являются: набор значений периодов, начальное значение фазовой скорости для первого периода, шаг фазовой скорости Δc , требуемая точность расчета фазовой скорости и тип гармоники (четная или нечетная).

Для данного значения периода T задается начальное значение фазовой скорости c и вычисляется дисперсионная функция. В зависимости от знака дисперсионной функции и от типа гармоники к начальному значению фазовой скорости c прибавляется или вычитается шаг Δc и рассчитывается дисперсионная функция для нового

значения фазовой скорости. Этот процесс повторяется до тех пор, пока дисперсионная функция для двух соседних значений фазовой скорости не изменит знака. Положение корня дисперсионного уравнения заключено в интервале между этими значениями фазовой скорости; оно уточняется методом деления интервала пополам.

Остановимся подробнее на некоторых деталях поиска корней дисперсионного уравнения:

1. Дисперсионная функция F , вычисляемая подпрограммой *LOVE*, имеет отрицательный знак для значений c , меньших значения корня, и положительный знак для значений c , больших значения корня в случае основного тона и четных высших обертонов. Для нечетных высших обертонов соотношение знаков дисперсионной функции выше и ниже дисперсионной кривой будет противоположным.

2. Начальное значение фазовой скорости для первого периода задается на основании некоторых априорных соображений. Если же никакой предварительной информации о положении корня нет, то можно поступить следующим образом. Для расчета дисперсионной кривой основного тона, например, можно взять начальное значение фазовой скорости близким к значению наименьшей скорости поперечных волн в рассматриваемой модели среды. Для высших обертонов следует взять значение фазовой скорости несколько большим, чем значение корня для предшествующей гармоники.

3. Найденное значение корня используется как первое приближение при расчете корня для следующего значения периода.

4. Шаг Δc нельзя задавать слишком большим, чтобы при расчете не перейти на дисперсионную кривую для другой гармоники. Однако он не должен быть и слишком малым, что привело бы к увеличению машинного времени.

Очевидно, что можно составить целый ряд других алгоритмов поиска корней дисперсионного уравнения. Так, вместо деления интервала между двумя значениями фазовой скорости пополам, можно было бы применить метод Ньютона, метод хорд и другие подобные методы. Кроме того, начальное значение фазовой скорости для следующего периода может быть получено с помощью различных экстраполяционных формул. Сравнение численных методов поиска корней дисперсионного уравнения подробно описано в [60, 61]. Там же разработан метод "редукции" среды для ускорения расчетов в области коротких периодов. В настоящей работе применяется описанный выше простой метод поиска корней дисперсионного уравнения, который в рассматриваемых нами задачах оказался вполне удовлетворительным с точки зрения точности и скорости расчетов.

3.6. Некоторые другие матрицы для расчета дисперсии волны Лява

Идея матричного метода в задачах распространения упругих волн в слоистой среде принадлежит Томсону [64]. Хаскелл [47] ее переформулировал для расчета дисперсии поверхностных волн. Матрицы, введенные Хаскеллом, будем называть матрицами Томсона-Хаскелла. Они несколько отличаются от тех, которые были описаны выше. Матрица Томсона-Хаскелла для одного слоя выражает соотношение между величинами \dot{v}/c и τ_{zy} на обеих границах слоя; $\dot{v} = \partial v / \partial t$ — скорость смещения. Некоторое преимущество этих матриц состоит в том, что величина \dot{v}/c является безразмерной, но, с другой стороны, величина τ_{zy} имеет размерность. Для m -го слоя матрица Томсона-Хаскелла обозначается через $\|a_m\|$:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_m \\ c \end{pmatrix}_{z_m} = \|a_m\| \begin{pmatrix} \dot{v}_m \\ c \end{pmatrix}_{z_{m-1}} \quad (3.34)$$

Из выражения (3.5) для v_m следует $\dot{v}_m/c = ikv_m$. Матрицу $\|a_m\|$ можно получить с помощью формул для матрицы $\|\tilde{a}_m\|$. Уравнения (3.9), умножая первые из них на величину ik , можно переписать в форме

$$\begin{aligned} ikv_m(z_m) &= ikv_m(z_{m-1}) \cos Q_m + \tau_m(z_{m-1}) i\mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m, \\ \tau_m(z_m) &= ikv_m(z_{m-1}) i\mu_m r_{\beta m} \sin Q_m + \tau_m(z_{m-1}) \cos Q_m. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Сравнивая (3.34) и (3.35), получим выражение для матрицы Томсона-Хаскелла в виде

$$\|a_m\| = \begin{vmatrix} \cos Q_m & i\mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m \\ i\mu_m r_{\beta m} \sin Q_m & \cos Q_m \end{vmatrix}. \quad (3.36)$$

Матрица $\|a_m\|$ близка по форме матрице $\|\bar{a}_m\|$, но отличается от нее мнимыми единицами у обоих элементов на побочной диагонали и знаком у одного из них. Нетрудно показать, что эти соотношения сохраняются также при умножении матриц. Таким образом, между элементами матрицы

$$\|A\| = \|a_n\| \|a_{n-1}\| \dots \|a_1\| \quad (3.37)$$

и элементами матрицы $\|\bar{A}\|$ имеют место соотношения

$$A_{11} = \bar{A}_{11}, \quad A_{12} = i\bar{A}_{12}, \quad A_{21} = -i\bar{A}_{21}, \quad A_{22} = \bar{A}_{22}. \quad (3.38)$$

Подставляя (3.38) в уравнение (3.28), получим дисперсионное уравнение в виде

$$A_{21} + \mu_{n+1} r_{\beta(n+1)} A_{11} = 0, \quad (3.39)$$

где

$$r_{\beta(n+1)} = -i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}}.$$

Расчет дисперсии волн Лява с помощью формул (3.36), (3.37) и (3.39) представляет собой матричный метод, предложенный Хаскеллом [47].

Матрицы Томсона-Хаскелла (3.36) содержат действительные элементы на главной диагонали и чисто мнимые элементы на побочной диагонали. Появление в этих матрицах мнимых элементов кажется несколько неожиданным, если учесть, что при расчетах незатухающих волн Лява все параметры (ω , c и параметры среды) считаются действительными. Физическое объяснение этого дано в [51]. Так как смещение v_m и напряжение τ_m находятся в фазе (при максимальном смещении напряжение максимально, при нулевом смещении напряжение нулевое), то соответствующая матрица $\|\tilde{a}_m\|$ будет содержать только действительные элементы. Скорость смещения \dot{v}_m сдвинута по фазе на $\pi/2$ в отношении к смещению v_m или напряжению τ_m (при максимальном смещении скорость приобретает нулевое значение и т.д.). Фазовый сдвиг на $\pi/2$ представляет собой умножение на мнимую единицу i . Таким образом, комбинируя величины \dot{v}_m и τ_m (это фактически делается в методе Томсона-Хаскелла), мы получим матрицы, содержащие, кроме действительных элементов, еще элементы мнимые. Эти физические соображения используются нами при построении матриц для волн Релея, не содержащих мнимых элементов.

В уравнении (3.39) элемент A_{21} — чисто мнимый, а элемент A_{11} — действительный. Если разделить это уравнение на мнимую единицу, то получится действительное дисперсионное уравнение. Ясно, что хотя некоторые элементы матриц Томсона-Хаскелла являются мнимыми, расчет дисперсии волн Лява с их применением можно осуществить с помощью только действительных переменных; надо только опустить мнимые единицы в матрицах и учесть знак при перемножении матриц [60, 61]. Таким образом, мы приходим к заключению, что с вычислительной точки зрения нет существенных различий между применением матриц $\|\tilde{a}_m\|$, $\|\bar{a}_m\|$ или $\|a_m\|$. Но алгоритмы для ЭВМ проще составляются для матриц $\|\tilde{a}_m\|$ и $\|\bar{a}_m\|$, чем для $\|a_m\|$.

Если охарактеризовать эти матрицы, то можно сказать следующее: при обычной физической постановке задачи (граничные условия заданы в виде смещений и напряжений) получаются матрицы $\|\tilde{a}_m\|$; матрицы $\|\bar{a}_m\|$ имеют простейшую форму; матрицы Томсона-Хаскелла $\|a_m\|$ имеют более сложный вид, хотя до сих пор применяются при вычислениях [60].

Приведенный вывод матриц $\|\tilde{a}_m\|$ впервые описан в этой главе. В статье [51] были выведены матрицы $\|\tilde{a}_m\|$ и $\|\bar{a}_m\|$, исходя из известной формы матриц Томсона-Хаскелла $\|a_m\|$. Такая же форма матрицы $\|\tilde{a}_m\|$ дана без вывода в книге [23].

Все матрицы, которые мы рассматривали, были основаны на принципах метода Томсона-Хаскелла. Для полноты изложения рассмотрим метод Кнопва. Метод Кнопва (характеристика этого метода дана во введении) для волн Лява разрабо-

тал Шваб [59]. При сохранении обозначений из этой главы в методе Кнопва вводится вектор-строка T_0 , матрицы $\|T_m\|$ и $\|\bar{T}_m\|$, где $1 \leq m \leq n-1$, и вектор-столбцы T_n и \bar{T}_n следующим образом [52, 59]:

$$\begin{aligned} T_0 &= (0, -i), \\ \|T_m\| &= \begin{vmatrix} \mu_m r_{\beta m} \sin Q_m & -i \cos Q_m \\ i \cos Q_m & -\mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m \end{vmatrix}, \\ \|\bar{T}_m\| &= \begin{vmatrix} \mu_m^{-1} r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m & i \cos Q_m \\ -i \cos Q_m & -\mu_m r_{\beta m} \sin Q_m \end{vmatrix}, \\ T_n &= \begin{pmatrix} \mu_{(n+1)} r_{\beta(n+1)}^* \cos Q_n + \mu_n r_{\beta n} \sin Q_n \\ -i \mu_{n+1} r_{\beta(n+1)}^* \mu_n^{-1} r_{\beta n}^{-1} \sin Q_n + i \cos Q_n \end{pmatrix}, \\ \bar{T}_n &= \begin{pmatrix} \mu_{n+1} r_{\beta(n+1)}^* \mu_n^{-1} r_{\beta n}^{-1} \sin Q_n - \cos Q_n \\ -i \mu_{n+1} r_{\beta(n+1)}^* \cos Q_n + \mu_n r_{\beta n} \sin Q_n \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

где $r_{\beta(n+1)}^* = -\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}}$. Матричное выражение для дисперсионной функции имеет вид

$$\Delta = T_0 \|\bar{T}_1\| \|T_2\| \|\bar{T}_3\| \dots \begin{cases} \|\bar{T}_{n-1}\| T_n & \text{если } n - \text{четное,} \\ \|T_{n-1}\| \bar{T}_n & \text{если } n - \text{нечетное.} \end{cases} \quad (3.41)$$

Дисперсионное уравнение имеет вид $\Delta = 0$.

Неудобством этого метода является то, что для нечетных и четных слоев получаются разные матрицы. После некоторых преобразований метода Кнопва удалось в [59] показать эквивалентность этого метода и метода Томсона-Хаскелла. В работе [52] определен физический смысл матриц Кнопва для волн Лява и показано, что эти матрицы описывают следующие соотношения:

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_m \\ c \\ -\tau_m \end{pmatrix}_{z_{m-1}} = -i \|\bar{T}_m\| \begin{pmatrix} \tau_m \\ \dot{v}_m \\ c \end{pmatrix}_{z_m}, \quad \begin{pmatrix} \tau_m \\ \dot{v}_m \\ c \end{pmatrix}_{z_{m-1}} = -i \|T_m\| \begin{pmatrix} \dot{v}_m \\ c \\ -\tau_m \end{pmatrix}_{z_m}. \quad (3.42)$$

Правильность этих формул следует из соотношений, обратных (3.34). Формулы (3.42) являются модификацией формул метода Томсона-Хаскелла. Если осуществить метод Томсона-Хаскелла с помощью соотношений (3.42), то получим уравнение дисперсии (3.41). Метод Кнопва можно, таким образом, считать вариантом метода Томсона-Хаскелла, в котором вместо матриц $\|a_m\|$ используются матрицы $\|T_m\|$ и $\|\bar{T}_m\|$. Заметим еще, что величины \dot{v}_m/c и τ_m входят в левые и правые части соотношений (3.42) в обратном порядке. Этим объясняются различия матриц для нечетных и четных слоев. Ввиду этой сложности методики Кнопва при вычислениях обычно отдают предпочтение некоторому другому из вышеописанных методов, но с теоретической точки зрения метод Кнопва было рассмотреть полезно.

В заключение мы бы хотели еще раз подчеркнуть большое значение работ Томсона [64] и Хаскелла [47] в развитии теории распространения упругих волн в слоистых средах. Простой физический смысл матриц Томсона-Хаскелла обусловил их широкое применение не только в задачах распространения поверхностных волн, а также волн объемных. Несмотря на некоторые возможные упрощения, статья Хаскелла [47] до сих пор служит основой многих теоретических работ и при составлении вычислительных программ для расчета волн Лява [60].

§ 4. УРАВНЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ДЛЯ ВОЛН РЕЛЕЯ

В этом параграфе будут выведены действительные матрицы для расчета дисперсионных кривых волн Релея в слоистой среде; на основе этих матриц была составлена программа для ЭВМ. Хотя эту программу мы используем при вычислении дис-

персионных кривых уже несколько лет, вывод соответствующих формул здесь публикуется впервые. Способ получения и окончательные формулы для волн Релея существенно отличаются от того, что содержится в статье Хаскелла [47]. Из подхода Томсона-Хаскелла здесь использована практически только основная идея — определение матрицы, устанавливающей соотношение между некоторыми физическими величинами на обеих границах однородного слоя. Выбранный здесь подход близок к подходу Фукса [38, 45], а окончательные формулы близки к формулам Уотсона [66].

4.1. Общие принципы метода Томсона-Хаскелла

Для обобщения матричного метода расчета дисперсии волн Лява на случай волн Релея удобно рассмотреть общие черты этого метода независимо от типа волн. Анализируя с этой точки зрения метод, изложенный в § 3, разделим вывод дисперсионного уравнения на следующие этапы:

1. Определение матрицы, характеризующей соотношение некоторых физических величин на обеих границах одного слоя. В качестве этих физических величин надо выбрать такие, с помощью которых можно сформулировать граничные условия. Как правило, это будут величины, остающиеся непрерывными при переходе через границы раздела слоев; в нашем случае такими величинами являются компоненты смещения и напряжения или им пропорциональные величины.

2. Определение матрицы для пачки слоев (матрицы, связывающей те же самые физические величины на обеих границах системы слоев). Эта матрица получается как произведение матриц для отдельных слоев.

3. Составление дисперсионного уравнения, исходя из заданных условий на свободной поверхности и на бесконечности.

Рассмотрим подробно этап 1. В случае волн Лява в выражениях (3.8) для смещения и напряжения на нижней границе слоя можно было вместо коэффициентов v'_m и v''_m прямо записать выражения, содержащие смещение и напряжение на верхней границе слоя, из (3.7). В случае волн Релея такую простую подстановку сделать нельзя, так как вместо (3.7) получатся четыре уравнения для четырех неизвестных коэффициентов. Вместо прямого решения такой системы уравнений (которое в принципе возможно) удобнее подойти к решению следующим образом.

Введем вспомогательные величины, зависящие от координаты z (перпендикулярной к слою), с помощью которых можно просто выразить физические величины в слое. Необходимо, чтобы во вспомогательные величины входили все зависимости от координаты z , т.е. чтобы все элементы матрицы, связывающей вспомогательные и физические величины, были бы в пределах слоя постоянными (для m -го слоя в дальнейшем эта матрица обозначается $\|T_m\|$). В качестве этих вспомогательных величин принимают, например, потенциалы.

Определим матрицу, связывающую вспомогательные величины на верхней и нижней границах слоя (см. матрицу $\|E_m\|$ ниже). В этом шаге состоит смысл их введения. Если эти величины будут даны простыми формулами, то можно непосредственно найти их соотношение на верхней и нижней границах слоя. Вспомогательные величины могут быть в некоторой степени произвольными, но введенные условия налагают на их выбор противоречивые требования: с одной стороны, и это основное, они должны быть достаточно простыми, чтобы можно было определить их соотношение на обеих границах слоя; с другой стороны, желательно, чтобы матрица $\|T_m\|$ получилась простой, что обычно приводит к более сложному виду вспомогательных величин.

Перейдем от вспомогательных к физическим величинам с помощью матрицы $\|T_m^{-1}\|$ и определим матрицу, связывающую физические величины на обеих границах слоя (матрица $\|Y_m\|$ см. ниже).

С матрицами, соответствующими определенным на этапах 1 и 2, мы встречаемся также при решении некоторых других задач теории распространения упругих волн, например, при определении коэффициентов отражения и преломления объемных волн на переходных зонах, при определении отношения амплитудных спектров го-

ризонгальной и вертикальной компонент смещения объемных волн и др. Кроме того, принципы описанного матричного метода могут быть применены и при решении некоторых других дифференциальных уравнений для слоистых сред, например, в задачах распространения электромагнитных или тепловых волн.

4.2. Введение потенциалов и исходные соотношения

Рассмотрим m -й слой ($m = 1, 2, \dots, n + 1$) в принятой нами модели упругой среды. Вектор смещения $\mathbf{u}_m = (u_m, v_m, w_m)$ можно представить через скалярный φ_m и векторный $\underline{\psi}_m$ потенциалы в виде [32]

$$\mathbf{u}_m = \text{grad } \varphi_m + \text{rot } \underline{\psi}_m. \quad (4.1)$$

Будем рассматривать только волны, поляризованные в плоскости (x, z) . В этом случае $v_m = 0$ и векторный потенциал достаточно искать в форме $\underline{\psi}_m = (0, \psi_m, 0)$. Используя (4.1), получим

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{\partial \varphi_m}{\partial x} - \frac{\partial \psi_m}{\partial z}, \\ w_m &= \frac{\partial \varphi_m}{\partial z} + \frac{\partial \psi_m}{\partial x}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Подставив выражения для (4.1) в уравнение движения (2.1), получим известные волновые уравнения для потенциалов:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_m &= \frac{1}{\alpha_m^2} \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial t^2}, \\ \Delta \psi_m &= \frac{1}{\beta_m^2} \frac{\partial^2 \psi_m}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Рассмотрим распространение плоской волны в данной слоистой среде в направлении оси x с некоторой, пока неопределенной скоростью c , амплитуда которой в полупространстве стремится к нулю при $z \rightarrow \infty$. В дальнейшем покажем, что такая волна может существовать и что ее скорость c зависит не только от параметров среды, но и от частоты. Эта волна называется волной Релея.

4.3. Матрица для однородного слоя

Будем искать решения волновых уравнений для m -го слоя или полупространства ($m = 1, 2, \dots, n + 1$) в виде плоских гармонических волн, распространяющихся в направлении оси x со скоростью c и амплитудой, зависящей от координаты z :

$$\begin{aligned} \varphi_m(x, z, t) &= f_m(z) e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}, \\ \psi_m(x, z, t) &= g_m(z) e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

где t — время, ω — угловая частота и $f_m(z)$, $g_m(z)$ и c являются пока неизвестными функциями. Подставив выражения для потенциалов (4.4) в волновые уравнения (4.3), получим обыкновенные дифференциальные уравнения для $f_m(z)$ и $g_m(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f_m(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{c^2}{\alpha_m^2} - 1 \right) f_m(z) &= 0, \\ \frac{d^2 g_m(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{c^2}{\beta_m^2} - 1 \right) g_m(z) &= 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Если ввести волновое число $k = \frac{\omega}{c}$ и величины $r_{\alpha m}$ и $r_{\beta m}$ из формул (2.3) и

(2.4), то решение уравнений (4.5) можно представить в форме

$$f_m(z) = A_m e^{ikr_{\alpha m}(z-z_{m-1})} + B_m e^{-ikr_{\alpha m}(z-z_{m-1})},$$

$$g_m(z) = C_m e^{ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})} + D_m e^{-ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})},$$
(4.6)

где z_{m-1} — глубина верхней границы слоя и A_m, B_m, C_m, D_m — пока произвольные комплексные коэффициенты (не зависят от координат и времени, но зависят от угловой частоты ω и скорости c). Удобства этой формы решений будут видны при выводе матрицы $\|E_m\|$, формула (4.20).

Введем величины $\Phi_m^-, \Phi_m^+, \Psi_m^-, \Psi_m^+$ следующим образом:

$$\Phi_m^-(x, z, t) = A_m e^{ikr_{\alpha m}(z-z_{m-1})} e^{i\omega(t - \frac{x}{c})},$$

$$\Phi_m^+(x, z, t) = B_m e^{-ikr_{\alpha m}(z-z_{m-1})} e^{i\omega(t - \frac{x}{c})},$$

$$\Psi_m^-(x, z, t) = C_m e^{ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})} e^{i\omega(t - \frac{x}{c})},$$

$$\Psi_m^+(x, z, t) = D_m e^{-ikr_{\beta m}(z-z_{m-1})} e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}.$$
(4.7)

Потенциалы (4.4) теперь приобретают вид

$$\varphi_m = \Phi_m^- + \Phi_m^+,$$

$$\psi_m = \Psi_m^- + \Psi_m^+.$$
(4.8)

С точки зрения вывода дисперсионного уравнения поверхностных волн мы можем считать $\Phi_m^-, \Phi_m^+, \Psi_m^-$ и Ψ_m^+ только вспомогательными величинами и не пытаться искать их физический смысл. Однако мы попытаемся объяснить физический смысл этих величин, тем более, что он очень прост и необходим в некоторых других задачах. Рассмотрим плоскую продольную гармоническую волну, распространяющуюся в m -м слое наклонно вниз под углом Θ_m . Потенциал этой волны может быть представлен выражением

$$\varphi = Ae^{i\omega(t - \frac{x \sin \Theta_m + z \cos \Theta_m}{\alpha_m})} = Ae^{i\omega(t - \frac{(x+z \operatorname{ctg} \Theta_m) \sin \Theta_m}{\alpha_m})}.$$
(4.9)

Если ввести

$$c = \frac{\alpha_m}{\sin \Theta_m},$$

$$r_{\alpha m} = \operatorname{ctg} \Theta_m = \sqrt{\frac{c^2}{\alpha_m^2} - 1},$$

$$A = B_m,$$
(4.10)

то выражение (4.9) будет совпадать с выражением для потенциала Φ_m^+ в (4.7). Таким образом, мы доказали, что Φ_m^+ является потенциалом плоской продольной волны, распространяющейся в слое наклонно вниз. Аналогично, Φ_m^- — потенциал плоской продольной волны, распространяющейся наклонно вверх, и Ψ_m^+, Ψ_m^- — потенциалы плоских поперечных волн, распространяющихся наклонно вниз и вверх соответственно. Заметим, что фазовая скорость c является обратной величиной параметра сейсмического луча $p = \frac{\sin \Theta_m}{\alpha_m}$. Для данного значения c , таким образом, потенциалы (4.8) есть результат сложения потенциалов плоских волн, имеющих одинаковое значение параметра сейсмического луча p .

Выразим смещения и напряжения через потенциалы. Из выражений (4.2), (4.7) и (4.8) следует

$$u_m = -ik[(\Phi_m^- + \Phi_m^+) + r_{\beta m}(\Psi_m^- - \Psi_m^+)],$$

$$w_m = ik[r_{\alpha m}(\Phi_m^- - \Phi_m^+) - (\Psi_m^- + \Psi_m^+)].$$
(4.11)

Если ввести

$$\gamma_m = 2 \frac{\beta_m^2}{c^2}, \quad (4.12)$$

то формулы (2.7) для напряжений приобретают вид

$$\begin{aligned} (\tau_{zz})_m &= \omega^2 \rho_m [(\gamma_m - 1)(\Phi_m^- + \Phi_m^+) + \gamma_m r_{\beta m}(\Psi_m^- - \Psi_m^+)], \\ (\tau_{zy})_m &= 0, \\ (\tau_{zx})_m &= \omega^2 \rho_m [\gamma_m r_{\alpha m}(\Phi_m^- - \Phi_m^+) - (\gamma_m - 1)(\Psi_m^- + \Psi_m^+)]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Так как зависимость потенциалов, смещений и напряжений от координаты x и времени t дана одинаковым экспоненциальным членом, в дальнейшем его можно опустить и упомянутые величины считать функциями координаты z (конечно, они зависят еще от ω , c и параметров среды).

Введем вектор-столбцы

$$S_m(z) = \begin{pmatrix} i u_m \\ k \\ \omega_m \\ -k \\ (\tau_{zz})_m \\ \omega^2 \\ i(\tau_{zx})_m \\ \omega^2 \end{pmatrix}, \quad \Phi_m(z) = \begin{pmatrix} \Phi_m^- \\ \Psi_m^- \\ \Phi_m^+ \\ \Psi_m^+ \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Вектор S_m используем при определении граничных условий. Несколько искусственная форма вектора S_m была выбрана для того, чтобы матрица $\|Y_m\|$, см. (4.23), имела простую форму и была действительной. Можно показать [45], что если в векторе S_m выбрать только компоненты смещений и напряжений u_m , w_m , $(\tau_{zz})_m$, $(\tau_{zx})_m$, что наиболее естественно, то получится матрица для слоя, содержащая, кроме действительных, также мнимые элементы. К этому вопросу мы еще вернемся в 4.8.

Формулы (4.11) и (4.13) можно выразить в следующей матричной форме (без учета нулевого напряжения $(\tau_{zy})_m$):

$$S_m(z) = \|T_m(z)\| \Phi_m(z), \quad (4.15)$$

где матрица

$$\|T_m\| = \begin{vmatrix} 1 & r_{\beta m} & 1 & -r_{\beta m} \\ -i r_{\alpha m} & i & i r_{\alpha m} & i \\ \rho_m(\gamma_m - 1) & \rho_m \gamma_m r_{\beta m} & \rho_m(\gamma_m - 1) & -\rho_m \gamma_m r_{\beta m} \\ i \rho_m \gamma_m r_{\alpha m} & -i \rho_m(\gamma_m - 1) & -i \rho_m \gamma_m r_{\alpha m} & -i \rho_m(\gamma_m - 1) \end{vmatrix}. \quad (4.16)$$

Обратные соотношения имеют вид

$$\Phi_m(z) = \|T_m^{-1}\| S_m(z), \quad (4.17)$$

где для матрицы, обратной (4.16), получаем

$$\|T_m^{-1}\| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \gamma_m & -i(\gamma_m - 1)r_{\alpha m}^{-1} & -\rho_m^{-1} & -i\rho_m^{-1}r_{\alpha m}^{-1} \\ -(\gamma_m - 1)r_{\beta m}^{-1} & -i\gamma_m & \rho_m^{-1}r_{\beta m}^{-1} & -i\rho_m^{-1} \\ \gamma_m & i(\gamma_m - 1)r_{\alpha m}^{-1} & -\rho_m^{-1} & i\rho_m^{-1}r_{\alpha m}^{-1} \\ (\gamma_m - 1)r_{\beta m}^{-1} & -i\gamma_m & -\rho_m^{-1}r_{\beta m}^{-1} & -i\rho_m^{-1} \end{vmatrix}. \quad (4.18)$$

Заметим, что матрицы $\|T_m\|$ и $\|T_m^{-1}\|$ не зависят от координаты z . Эти матрицы описывают соотношение между вектором физических величин $S_m(z)$ и вспомогательных величин $\Phi_m(z)$.

Перейдем к определению соотношения между значениями вектора $\Phi_m(z)$ на нижней ($z = z_m$) и верхней ($z = z_{m-1}$) границах m -го слоя.

Из определения вектора $\Phi_m(z)$ при учете (4.7) следует

$$\Phi_m(z_m) = \|E_m\| \Phi_m(z_{m-1}), \quad (4.19)$$

где

$$\|E_m\| = \begin{vmatrix} e^{iP_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{iQ_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-iP_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-iQ_m} \end{vmatrix}. \quad (4.20)$$

Величины P_m и Q_m были определены формулами (2.5) и (2.6). Здесь оказался удобным специальный вид формальных решений (4.6) дифференциальных уравнений, предложенный в [45]. Так как в экспонентах в (4.6) содержатся выражения $(z - z_{m-1})$, соответствующие показательные функции становятся единицами на верхней границе слоя. Если бы мы взяли в экспонентах только переменную z , как в [47], то нужно было бы всегда сдвигать начало координат на верхнюю границу соответствующего слоя.

Получим матрицу, которая будет аналогичным образом выражать соотношение между значениями вектора $S_m(z)$ на нижней и верхней границах слоя. Из (4.15), (4.19) и (4.17) получим

$$S_m(z_m) = \|Y_m\| S_m(z_{m-1}), \quad (4.21)$$

где матрица $\|Y_m\|$ имеет вид

$$\|Y_m\| = \|T_m\| \|E_m\| \|T_m^{-1}\|. \quad (4.22)$$

Подставляя в правую часть выражения для матриц (4.16), (4.20) и (4.18), получим

$$\begin{aligned} (Y_m)_{11} &= \gamma_m \cos P_m - (\gamma_m - 1) \cos Q_m, \\ (Y_m)_{12} &= (\gamma_m - 1) r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_m r_{\beta m} \sin Q_m, \\ (Y_m)_{13} &= -\rho_m^{-1} (\cos P_m - \cos Q_m), \\ (Y_m)_{14} &= \rho_m^{-1} (r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + r_{\beta m} \sin Q_m), \\ (Y_m)_{21} &= \gamma_m r_{\alpha m} \sin P_m + (\gamma_m - 1) r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m, \\ (Y_m)_{22} &= -(\gamma_m - 1) \cos P_m + \gamma_m \cos Q_m, \\ (Y_m)_{23} &= -\rho_m^{-1} (r_{\alpha m} \sin P_m + r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m), \\ (Y_m)_{24} &= (Y_m)_{13}, \\ (Y_m)_{31} &= \rho_m \gamma_m (\gamma_m - 1) (\cos P_m - \cos Q_m), \\ (Y_m)_{32} &= \rho_m [(\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_m^2 r_{\beta m} \sin Q_m], \\ (Y_m)_{33} &= (Y_m)_{22}, \\ (Y_m)_{34} &= (Y_m)_{12}, \\ (Y_m)_{41} &= -\rho_m [\gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m + (\gamma_m - 1)^2 r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m], \\ (Y_m)_{42} &= (Y_m)_{31}, \\ (Y_m)_{43} &= (Y_m)_{21}, \\ (Y_m)_{44} &= (Y_m)_{11}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

В §3 мы уже показали, что выражения $\cos Q_m$ и $r_{\beta m}^{\pm 1} \sin Q_m$ являются действительными для любых действительных ω и c . То же самое выполняется также для $\cos P_m$ и $r_{\alpha m}^{\pm 1} \sin P_m$. Отсюда следует, что все элементы матрицы $\|Y_m\|$ являются действительными. При этом матрица $\|Y_m\|$ симметрична по отношению к побочной диагонали, и определитель ее равен единице, что приводит к простой форме обратной матрицы.

Обратим внимание на некоторые терминологические вопросы. В технических задачах вводятся и матрицы, аналогичные вектору S_m и матрице $\|Y_m\|$. Для их

обозначения употребляются названия "вектор состояния" (state vector) и "матрица перехода" (transfer matrix) [53]. В литературе по сейсмологии вектор, аналогичный вектору S_m , называется, например, "вектором движения и напряжения" (motion stress vector [55]) или "вектором напряжения и смещения" (stress displacement vector [65]).

4.4 Матрица для системы однородных плоскопараллельных слоев

Предположим, что компоненты смещения и напряжения на границах раздела слоев непрерывны (условия жесткого контакта). Эти граничные условия будут выполняться именно тогда, когда на границах раздела будут непрерывный вектор S , так как величины k и ω , входящие в компоненты этого вектора, одинаковы во всех слоях. Следовательно, граничные условия на границе раздела $(m+1)$ -го и m -го слоя могут быть выражены равенством

$$S_{m+1}(z_m) = S_m(z_m). \quad (4.24)$$

Последовательным применением формул (4.21) и граничных условий (4.24) получим для всей системы слоев

$$\begin{aligned} S_n(z_n) &= \|Y_n\| S_n(z_{n-1}) = \\ &= \|Y_n\| S_{n-1}(z_{n-1}) = \|Y_n\| \|Y_{n-1}\| \dots \|Y_1\| S_1(z_0). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Если ввести матрицу

$$\|Z\| = \|Y_n\| \|Y_{n-1}\| \dots \|Y_1\|, \quad (4.26)$$

то формула (4.25) приобретает вид

$$S_n(z_n) = \|Z\| S_1(z_0). \quad (4.27)$$

Матрица $\|Z\|$ характеризует соотношение между величинами, пропорциональными смещениям и напряжениям, на нижней и верхней границах системы однородных плоско-параллельных слоев. Она может быть использована при формулировке ряда задач распространения упругих волн. Введенная матрица $\|Z\|$ — действительная (для действительных значений ω и c).

4.5. Дисперсионное уравнение

Граничное условие на границе полупространства имеет вид

$$S_{n+1}(z_n) = S_n(z_n). \quad (4.28)$$

Используя (4.17), (4.28), (4.27) и (4.26), получим

$$\Phi_{n+1}(z_n) = \|M\| S_1(z_0), \quad (4.29)$$

где матрица $\|M\|$ дана формулой

$$\|M\| = \|T_{n+1}^{-1}\| \|Y_n\| \|Y_{n-1}\| \dots \|Y_1\|. \quad (4.30)$$

Применяя определения (4.14) векторов S_m и Φ_m , запишем уравнение (4.29) в форме

$$\begin{pmatrix} A_{n+1} \\ C_{n+1} \\ B_{n+1} \\ D_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} \frac{i u_1}{k} \\ -\frac{w_1}{k} \\ \frac{(\tau_{zz})_1}{\omega^2} \\ \frac{i(\tau_{zx})_1}{\omega^2} \end{pmatrix}_{z_0} \quad (4.31)$$

Уравнение (4.31) представляет собой систему четырех линейных уравнений, связывающую восемь величин (четыре коэффициента потенциалов в полупространстве и четыре физических величины на свободной поверхности). Для решения этой системы уравнений необходимо задать четыре величины, определяющиеся граничными условиями в полупространстве и на свободной поверхности.

Положим, что смещение в полупространстве стремится к нулю при увеличении глубины ($z \rightarrow +\infty$). Это условие не выполняется для действительных $r_{\alpha(n+1)}$ и $r_{\beta(n+1)}$, так как соответствующие им решения в полупространстве осциллируют.

Поэтому, $r_{\alpha(n+1)}$ и $r_{\beta(n+1)}$ должны быть мнимыми, т.е. $r_{\alpha(n+1)} = -i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\alpha_{n+1}^2}}$, $r_{\beta(n+1)} = -i\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}}$ при $c < \beta_{n+1} < \alpha_{n+1}$. В этом случае первые показательные функции в (4.6) для $z \rightarrow +\infty$ стремятся к бесконечности, а вторые — к нулю, поэтому коэффициенты при первых членах должны быть равны нулю:

$$A_{n+1} = C_{n+1} = 0. \quad (4.32)$$

Напряжения на свободной поверхности равны нулю:

$$(\tau_{zz})_{z_0} = (\tau_{zx})_{z_0} = 0. \quad (4.33)$$

Подставляя граничные условия (4.32) и (4.33) в уравнении (4.31), получим систему четырех линейных однородных уравнений для четырех неизвестных B_{n+1} , D_{n+1} , $(iu_1/k)_{z_0}$, $(-w_1/k)_{z_0}$. Эту систему уравнений можно решить, например, следующим образом. Из первых двух уравнений, приобретающих вид

$$\begin{aligned} 0 &= M_{11}(iu_1/k)_{z_0} + M_{12}(-w_1/k)_{z_0}, \\ 0 &= M_{21}(iu_1/k)_{z_0} + M_{22}(-w_1/k)_{z_0}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

определить $(iu_1/k)_{z_0}$ и $(-w_1/k)_{z_0}$ и подставить эти значения в оставшиеся два уравнения. Чтобы существовало нетривиальное решение системы уравнений (4.34), т.е. чтобы существовала волна с ненулевыми смещениями u_1 и w_1 , необходимо и достаточно, чтобы определитель системы равнялся нулю:

$$M_{11}M_{22} - M_{21}M_{12} = 0. \quad (4.35)$$

Это условие является также необходимым и достаточным для существования нетривиального решения упомянутой системы четырех уравнений.

Уравнение (4.35) есть искомое дисперсионное уравнение волн Релея в среде, состоящей из системы однородных, изотропных, плоскопараллельных слоев на однородном, изотропном полупространстве. Для незатухающих поверхностных волн ($c < \beta_{n+1} < \alpha_{n+1}$) элементы матрицы $\|T_{n+1}^{-1}\|$ в первой строке являются действительными, а элементы во второй строке — чисто мнимыми. Это справедливо и для матрицы $\|M\|$, см. (4.30). Следовательно, разделив элементы M_{21} и M_{22} в (4.35) на мнимую единицу, получим для незатухающих волн Релея дисперсионное уравнение с действительными членами.

В этой главе предполагалось, что значения угловой частоты ω и фазовой скорости c действительны. Однако дисперсионное уравнение (4.35) имеет также комплексные корни, которые соответствуют затухающим волнам Релея (так называемым "ликинг"-модам). В данной работе затухающие поверхностные волны не рассматриваются.

Дисперсионное уравнение волн Релея определено, т.е. поставленная задача с теоретической точки зрения решена. Но с точки зрения вычислений необходимо исследовать такие вопросы, как точность и скорость расчетов, требования к памяти и др. Оказывается, что точность расчетов теряется при применении вышеописанных формул в области коротких периодов. Это общий недостаток всех известных матричных методов расчета дисперсии волн Релея, основанных на матрицах четвертого порядка. С помощью матриц четвертого порядка можно получить точные результаты только в длинных периодах. Мы исследовали точность матриц четвертого порядка гина Томсона-Хаскелла (см. ниже) при вычислении дисперсии волн Релея на вы-

числительной машине "Минск-22" для модели Канадского щита CANSD [37]. В длинных периодах получилось совпадение фазовых скоростей на всех шести значащих цифрах со значениями, данными в [37]. Но в периодах менее 30 с уже начали появляться существенные расхождения, которые быстро увеличивались при уменьшении периода. Значения фазовых скоростей, приведенные в статье [37], были получены также с помощью матриц четвертого порядка, но все расчеты проводились с двойной точностью. Расчеты с двойной точностью в области коротких периодов были необходимы тогда, когда более точные методы расчета дисперсии волн Релея не были известны.

Чтобы удовлетворить требованиям определенной точности расчетов дисперсионных кривых, нам приходится искать другие формы дисперсионного уравнения волн Релея, которые будут эквивалентны дисперсионному уравнению (4.35), но дадут большую точность при расчетах в коротких периодах.

Троувер [65] и Данкин [41] независимо показали, что для этих целей удобны матрицы шестого порядка, которые составлены из определителей второго порядка оригинальных матриц (четвертого порядка). Напомним, что эти определители называются минорами второго порядка и матрицы, составленные из миноров второго порядка, называются вторыми ассоциированными матрицами [11]. Можно надеяться, что использование ассоциированных матриц окажется полезным для расчетов дисперсионных кривых, поскольку левая часть дисперсионного уравнения (4.35) является одним из миноров матрицы $\|M\|$.

4.6. Матрицы шестого порядка для расчета дисперсии

Построим миноры второго порядка матрицы четвертого порядка $\|Y_m\|$. Таких миноров будет 36, так как из порядковых номеров строк и столбцов матрицы четвертого порядка можно построить следующие шесть комбинаций: 12, 13, 14, 23, 24, 34. Для сокращения не будем выписывать индекса m , который обозначает m -й слой. Следуя [41, 45], обозначим

$$\|Y|_{kl}^{ij}\| = \|Y_{ik}\| \|Y_{jl}\| - \|Y_{il}\| \|Y_{jk}\|. \quad (4.36)$$

Это — минор, который, образован элементами i -й и j -й строки и k -го и l -го столбцов матрицы $\|Y\|$. Пары ij и kl приобретают некоторую из вышеуказанных шести комбинаций. Заменим обозначения 12, 13, 14, 23, 24, 34 их порядковым номером — 1, 2, 3, 4, 5, 6, соответственно. Эти новые индексы будем записывать внизу, так что первый индекс будет соответствовать верхней паре индексов в (4.36) и второй индекс — нижней паре. Чтобы при этих обозначениях различить первоначальные и ассоциированные матрицы, будем ассоциированные матрицы обозначать тильдой над соответствующим знаком матрицы. Таким образом вводятся обозначения

$$\|\tilde{Y}_{11}\| = \|Y|_{12}^{12}\|, \quad \|\tilde{Y}_{12}\| = \|Y|_{13}^{12}\|, \quad \dots, \quad \|\tilde{Y}_{66}\| = \|Y|_{34}^{34}\|. \quad (4.37)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \|\tilde{Y}_{11}\| &= Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}, \\ \|\tilde{Y}_{12}\| &= Y_{11}Y_{23} - Y_{13}Y_{21}, \\ &\vdots \\ \|\tilde{Y}_{66}\| &= Y_{33}Y_{44} - Y_{34}Y_{43}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Из миноров (4.38) можно построить ассоциированную матрицу шестого порядка

$$\|\tilde{Y}\| = \begin{vmatrix} \|\tilde{Y}_{11}\| & \|\tilde{Y}_{12}\| & \|\tilde{Y}_{13}\| & \|\tilde{Y}_{14}\| & \|\tilde{Y}_{15}\| & \|\tilde{Y}_{16}\| \\ \|\tilde{Y}_{21}\| & \|\tilde{Y}_{22}\| & \dots & & & \\ \vdots & \vdots & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & \\ \|\tilde{Y}_{61}\| & \|\tilde{Y}_{62}\| & \|\tilde{Y}_{63}\| & \|\tilde{Y}_{64}\| & \|\tilde{Y}_{65}\| & \|\tilde{Y}_{66}\| \end{vmatrix}. \quad (4.39)$$

Если ввести индекс m для обозначения m -го слоя и использовать (4.23), (4.36) – (4.38), то для элементов матрицы (4.39) получим

$$\begin{aligned}
 (\tilde{Y}_m)_{11} &= -2\gamma_m(\gamma_m - 1) + (2\gamma_m^2 - 2\gamma_m + 1)\cos P_m \cos Q_m - \\
 &- \gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m - (\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m = (\tilde{Y}_m)_{66}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{12} &= -\rho_m^{-1}(\cos P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \cos Q_m r_{\alpha m} \sin P_m) = (\tilde{Y}_m)_{56}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{13} &= -\rho_m^{-1}[(2\gamma_m - 1)(1 - \cos P_m \cos Q_m) + (\gamma_m - 1)r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m \times \\
 &\times r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \gamma_m r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m] = (\tilde{Y}_m)_{14} = (\tilde{Y}_m)_{36} = (\tilde{Y}_m)_{46}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{15} &= -\rho_m^{-1}(\cos P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \cos Q_m r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m) = (\tilde{Y}_m)_{26}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{16} &= \rho_m^{-2}[2(1 - \cos P_m \cos Q_m) + r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
 &+ r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m]. \\
 (\tilde{Y}_m)_{21} &= \rho_m [\gamma_m^2 \cos P_m r_{\beta m} \sin Q_m + (\gamma_m - 1)^2 \cos Q_m r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m] = (\tilde{Y}_m)_{65}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{22} &= \cos P_m \cos Q_m = (\tilde{Y}_m)_{55}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{23} &= \gamma_m \cos P_m r_{\beta m} \sin Q_m + (\gamma_m - 1) \cos Q_m r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m = \\
 &= (\tilde{Y}_m)_{24} = (\tilde{Y}_m)_{35} = (\tilde{Y}_m)_{45}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{25} &= -r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m. \\
 (\tilde{Y}_m)_{31} &= \rho_m [\gamma_m(\gamma_m - 1)(2\gamma_m - 1)(1 - \cos P_m \cos Q_m) + \gamma_m^3 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
 &+ (\gamma_m - 1)^3 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] = (\tilde{Y}_m)_{41} = (\tilde{Y}_m)_{63} = (\tilde{Y}_m)_{64}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{32} &= (\gamma_m - 1) \cos P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \gamma_m \cos Q_m r_{\alpha m} \sin P_m = \\
 &= (\tilde{Y}_m)_{42} = (\tilde{Y}_m)_{53} = (\tilde{Y}_m)_{54}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{33} &= 1 + 2\gamma_m(\gamma_m - 1)(1 - \cos P_m \cos Q_m) + \gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
 &+ (\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m = (\tilde{Y}_m)_{44}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{34} &= (\tilde{Y}_m)_{33} - 1 = (\tilde{Y}_m)_{43}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{51} &= \rho_m [(\gamma_m - 1)^2 \cos P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \gamma_m^2 \cos Q_m r_{\alpha m} \sin P_m] = (\tilde{Y}_m)_{62}. \\
 (\tilde{Y}_m)_{52} &= -r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m. \\
 (\tilde{Y}_m)_{61} &= \rho_m^2 [2\gamma_m^2(\gamma_m - 1)^2(1 - \cos P_m \cos Q_m) + \gamma_m^4 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
 &+ (\gamma_m - 1)^4 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m].
 \end{aligned}
 \tag{4.40}$$

Отметим, что все элементы (4.40) действительные.

Ассоциированную матрицу для матрицы $\|T_{n+1}^{-1}\|$ обозначим через $\|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\|$. Ее элементы получим из (4.18). Приведем только элементы из первой строки матрицы $\|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\|$, так как остальные элементы не понадобятся при расчете дисперсионной кривой:

$$\begin{aligned}
 (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{11} &= -\frac{1}{4}i[\gamma_{n+1}^2 + (\gamma_{n+1} - 1)^2 r_{\alpha(n+1)}^{-1} r_{\beta(n+1)}^{-1}], \\
 (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{12} &= \frac{1}{4} \rho_{n+1}^{-1} r_{\beta(n+1)}^{-1}, \\
 (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{13} &= -\frac{1}{4}i \rho_{n+1}^{-1} [\gamma_{n+1} + (\gamma_{n+1} - 1)r_{\alpha(n+1)}^{-1} r_{\beta(n+1)}^{-1}] = (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{14}, \\
 (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{15} &= \frac{1}{4} \rho_{n+1}^{-1} r_{\alpha(n+1)}^{-1}, \\
 (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{16} &= \frac{1}{4}i \rho_{n+1}^{-2} (1 + r_{\alpha(n+1)}^{-1} r_{\beta(n+1)}^{-1}).
 \end{aligned}
 \tag{4.41}$$

Величины $r_{\alpha(n+1)}$ и $r_{\beta(n+1)}$ для рассматриваемого здесь случая поверхностных волн являются чисто мнимыми. Поэтому элементы (4.41) также чисто мнимые; опуская мнимую единицу, можно перейти к действительным величинам.

Пусть матрица $\|C\|$ является произведением некоторых квадратных матриц $\|A\|$ и $\|B\|$ четвертого порядка, т.е.

$$\|C\| = \|A\| \|B\|. \quad (4.42)$$

Ассоциированные матрицы для $\|A\|$, $\|B\|$, $\|C\|$ обозначим через $\|\tilde{A}\|$, $\|\tilde{B}\|$, $\|\tilde{C}\|$. Прямым расчетом можно показать, что если справедливо (4.42), то для ассоциированных матриц выполняется

$$\|\tilde{C}\| = \|\tilde{A}\| \|\tilde{B}\|, \quad (4.43)$$

т.е. ассоциированная матрица произведения матриц равна произведению соответствующих ассоциированных матриц. Доказательство этой теоремы для матриц любого порядка дано в [11].

Перейдем к матрице $\|M\|$, определяемой формулой (4.30), и обозначим через $\|\tilde{M}\|$ соответствующую ассоциированную матрицу. Из теоремы об умножении ассоциированных матриц следует

$$\|\tilde{M}\| = \|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\| \|\tilde{Y}_n\| \|\tilde{Y}_{n-1}\| \dots \|\tilde{Y}_1\|. \quad (4.44)$$

Дисперсионное уравнение (4.35) можно записать в следующем виде

$$\tilde{M}_{11} = 0. \quad (4.45)$$

Это дисперсионное уравнение выражает условие равенства нулю элемента первой строки и первого столбца матрицы $\|\tilde{M}\|$. Метод расчета дисперсионной кривой, основанный на уравнении (4.45), использует сложные матрицы шестого порядка, однако устраняет неточности в коротких периодах. Некоторые упрощения этого метода будут описаны в разделе 4.7.

Все формулы, необходимые для расчета дисперсионных кривых с помощью матриц шестого порядка, были уже приведены. Дополнительно рассмотрим причины потери точности при вычислении дисперсионной кривой с помощью матриц четвертого порядка.

Данкин показал, что трудности с применением матриц 4×4 в коротких периодах обусловлены вычислением квадратов экспоненциальных членов [41]. Так как эти члены численно взаимно уничтожаются, то возникают потери значащих цифр при расчете дисперсионной функции. Для доказательства этого утверждения предположим, что фазовая скорость меньше скорости продольных волн в m -м слое $c < \alpha_m$. Запишем матрицу $\|M\|$ следующим образом (см. формулы (4.30) и (4.22)):

$$\|M\| = \|T_{n+1}^{-1}\| \|Y_n\| \dots \|Y_{m+1}\| \|T_m\| \|E_m\| \|T_m^{-1}\| \|Y_{m-1}\| \dots \|Y_1\|. \quad (4.46)$$

Экспоненциальные члены для m -го слоя содержатся только в матрице $\|E_m\|$, см. (4.20). Каждый элемент матрицы $\|M\|$ является, таким образом, линейной комбинацией показательных функций m -го слоя, т.е.

$$M_{ij} = a_{ij} e^{iP_m} + b_{ij} e^{iQ_m} + c_{ij} e^{-iP_m} + d_{ij} e^{-iQ_m}, \quad (4.47)$$

где a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , d_{ij} — коэффициенты, не содержащие членов $e^{\pm iP_m}$ и $e^{\pm iQ_m}$. Если рассчитать элементы M_{ij} отдельно и потом строить дисперсионную функцию (4.35), то получится

$$M_{11}M_{22} - M_{21}M_{12} = a_{11}a_{22}e^{2iP_m} - a_{21}a_{12}e^{2iP_m} + \dots \quad (4.48)$$

Выписанные два члена преобладают над другими. Это может быть показано следующим образом. Для $c < \alpha_m$ будет $P_m = -iP_m^*$, где P_m^* — действительное положительное число, следовательно, $e^{2iP_m} = e^{2P_m^*} > 1$. Если при этом $c > \beta_m$ то $|e^{\pm iQ_m}| = 1$ и справедливость утверждения очевидна. Если $c < \beta_m$, то $Q_m = -iQ_m^*$, где Q_m^* — действительное положительное число. Так как $Q_m^* < P_m^*$, то $e^{2iP_m} > e^{i(P_m^* + Q_m^*)} > e^{2iQ_m}$ и т.д.

С другой стороны, покажем, что два указанных члена в (4.48) взаимно уничтожаются, т.е. что справедливо соотношение

$$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0. \quad (4.49)$$

Для этого из матрицы $\|E_m\|$ построим вспомогательную матрицу $\|\bar{E}_m\|$, все элементы которой нулевые, за исключением элемента в первой строке и первом столбце, который равняется e^{iP_m} . Подставим матрицу $\|\bar{E}_m\|$ в правую часть выражения (4.46) вместо $\|E_m\|$. В результате получится матрица

$$\|\bar{M}\| = \|T_{n+1}^{-1}\| \|Y_n\| \dots \|T_m\| \|\bar{E}_m\| \|T_m^{-1}\| \dots \|Y_1\|. \quad (4.50)$$

Для матрицы $\|\bar{M}\|$ можно записать разложение, аналогичное (4.47). Матрицы $\|M\|$ и $\|\bar{M}\|$ отличаются только экспоненциальными членами для m -го слоя. Так как в матрице $\|\bar{M}\|$ все члены с экспоненциальными функциями для m -го слоя, кроме члена e^{iP_m} , равны нулю, то из (4.47) следует

$$\bar{M}_{ij} = a_{ij} e^{iP_m}. \quad (4.51)$$

Вернемся к формуле (4.50). Так как матрица $\|\bar{E}_m\|$ содержит только один нулевой элемент, ее ранг равняется единице. Поэтому матрица $\|\bar{M}\|$ имеет также ранг, равный единице, и, следовательно, все ее миноры второго порядка равны нулю [41]. Используя (4.51), получим

$$0 = \bar{M}_{11}\bar{M}_{22} - \bar{M}_{21}\bar{M}_{12} = (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) e^{2iP_m}. \quad (4.52)$$

Отсюда следует (4.49) и таким образом доказано, что члены в (4.48), содержащие квадраты показательных функций, взаимно уничтожаются. Но вследствие того, что при вычислениях мы работаем только с конечным числом значащих цифр, при вычитании упомянутых членов (обыкновенно больших по абсолютной величине) не получится вообще точного нуля, а возникает некоторая ошибка. Она может быть тем больше, чем больше величины отдельных слагаемых, т.е. может быстро увеличиваться с уменьшением периода. Это находится в хорошем согласии с опытом вычисления дисперсионных кривых с помощью матриц 4×4 многих авторов.

Таким образом, найден главный источник ошибки в расчетах дисперсии при применении матриц 4×4 , состоящий в вычитании квадратов показательных функций. Остается показать, что этот источник ошибок не содержится в расчетах дисперсионных кривых, использующих матрицы 6×6 .

В матрице $\|E_m\|$, определенной формулой (4.20), только один элемент содержит член e^{iP_m} . Следовательно, ни один минор второго порядка матрицы $\|E_m\|$ не может содержать члена типа e^{2iP_m} . Используя соотношение для ассоциированных матриц

$$\|\tilde{M}\| = \|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\| \|\tilde{Y}_n\| \dots \|\tilde{T}_m\| \|\tilde{E}_m\| \|\tilde{T}_m^{-1}\| \dots \|\tilde{Y}_1\|, \quad (4.53)$$

вытекающее из (4.46), приходим к заключению, что никакой из элементов матрицы $\|\tilde{M}\|$ не содержит членов типа e^{2iP_m} . Как частный случай отсюда следует, что дисперсионная функция, равная элементу \tilde{M}_{11} , не содержит членов e^{2iP_m} .

Для иллюстрации покажем, каким образом исчезают квадраты показательных функций из формул для элементов матрицы $\|\tilde{Y}_m\|$. Показательная функция e^{iP_m} содержится в элементах матрицы $\|Y_m\|$ в функциях $\cos P_m$ и $\sin P_m$, см. (4.23). Если эти формулы использовать при расчете миноров второго порядка матрицы $\|Y_m\|$, то в каждом миноре будут получаться величины типа

$$\cos^2 P_m, \quad \sin^2 P_m \quad \text{или} \quad \cos P_m \sin P_m. \quad (4.54)$$

Например,

$$\begin{aligned} (Y_m)_{11}(Y_m)_{22} - (Y_m)_{12}(Y_m)_{21} = & -\gamma_m(\gamma_m - 1)\cos^2 P_m + (\gamma_m - 1)^2 \cos P_m \cos Q_m + \\ & + \gamma_m^2 \cos P_m \cos Q_m - \gamma_m(\gamma_m - 1)\cos^2 Q_m - \gamma_m(\gamma_m - 1)\sin^2 P_m - \\ & - \gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m - (\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m - \gamma_m(\gamma_m - 1)\sin^2 Q_m. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Полученное выражение можно упростить и представить в виде

$$\begin{aligned} (\tilde{Y}_m)_{11} = & -2\gamma_m(\gamma_m - 1) + (2\gamma_m^2 - 2\gamma_m + 1)\cos P_m \cos Q_m - \\ & - \gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m - (\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Формула (4.56) уже не содержит величин, приведенных в (4.54). Хотя выражения (4.55) и (4.56) равны друг другу, их нельзя считать тождественными с вычислительной точки зрения. Предположим, что мы вычисляем $(\tilde{Y}_m)_{11}$ с помощью значений элементов матрицы $\|Y_m\|$ по формуле (4.55). (Это фактически делается при вычислении дисперсионной функции с помощью матриц 4×4). Тогда в случае чисто мнимых значений P_m может получиться большая ошибка при вычислении выражения $\gamma_m(\gamma_m - 1) \cos^2 P_m + \gamma_m(\gamma_m - 1) \sin^2 P_m$. Вместо этого выражения в формуле (4.56) содержится эквивалентное выражение $\gamma_m(\gamma_m - 1)$, при вычислении которого подобная ошибка не возникает.

Заметим, что в литературе имеется целый ряд других обозначений для ассоциированных матриц. Ассоциированные матрицы, составленные из миноров второго порядка, называются также дельта-матрицами (delta matrices [53]), детерминантными матрицами (determinant matrices [53]) или вторыми смежными матрицами (second compound matrices [65]). Матрицы, которые получаются при уменьшении порядка ассоциированных матриц (см. матрицы пятого порядка в 4.7), называются редуцированными дельта-матрицами (reduced delta matrices [53, 59]).

4.7. Матрицы пятого порядка для расчета дисперсии

Уитсон показал в [66], что вследствие некоторой симметрии в матрицах Данкина шестого порядка они могут быть преобразованы в матрицы пятого порядка. Этот же подход применим к упрощению матричного метода, описанного в 4.6.

Для преобразования важно некоторое подобие третьей и четвертой строки и третьего и четвертого столбца в матрицах $\|\tilde{Y}_m\|$. Из (4.40), если опустить индекс m у отдельных элементов, следует

$$\|\tilde{Y}_m\| = \begin{vmatrix} \tilde{Y}_{11} & \tilde{Y}_{12} & \tilde{Y}_{13} & \tilde{Y}_{13} & \tilde{Y}_{15} & \tilde{Y}_{16} \\ \tilde{Y}_{21} & \tilde{Y}_{22} & \tilde{Y}_{23} & \tilde{Y}_{23} & \tilde{Y}_{25} & \tilde{Y}_{26} \\ \tilde{Y}_{31} & \tilde{Y}_{32} & \tilde{Y}_{33} & (\tilde{Y}_{33} - 1) & \tilde{Y}_{35} & \tilde{Y}_{36} \\ \tilde{Y}_{31} & \tilde{Y}_{32} & (\tilde{Y}_{33} - 1) & \tilde{Y}_{33} & \tilde{Y}_{35} & \tilde{Y}_{36} \\ \tilde{Y}_{51} & \tilde{Y}_{52} & \tilde{Y}_{53} & \tilde{Y}_{53} & \tilde{Y}_{55} & \tilde{Y}_{56} \\ \tilde{Y}_{61} & \tilde{Y}_{62} & \tilde{Y}_{63} & \tilde{Y}_{63} & \tilde{Y}_{65} & \tilde{Y}_{66} \end{vmatrix} \quad (4.57)$$

В матрице (4.57) подчеркнуты повторяющиеся элементы, которые позволяют упростить эту матрицу. Кроме того, матрица $\|\tilde{Y}_m\|$ симметрична по отношению к побочной диагонали, так что имеет только 16 различных элементов. Но эта симметричность не сохраняется при умножении матриц. С другой стороны, можно легко убедиться, что при умножении любого числа матриц типа (4.57) получается матрица того же вида, т.е. сохраняется обозначенное подобие третьей и четвертой строк и третьего и четвертого столбцов. Это используется при построении матриц пятого порядка.

В матрице (4.57) добавим четвертую строку к третьей строке и в полученной матрице опустим четвертый столбец и четвертую строку. Получим матрицу 5×5 , которую обозначим через $\|y_m\|$,

$$\|y_m\| = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{Y}_{11} & \tilde{Y}_{12} & \tilde{Y}_{13} & \tilde{Y}_{15} & \tilde{Y}_{16} \\ \tilde{Y}_{21} & \tilde{Y}_{22} & \tilde{Y}_{23} & \tilde{Y}_{25} & \tilde{Y}_{26} \\ 2\tilde{Y}_{31} & 2\tilde{Y}_{32} & (2\tilde{Y}_{33} - 1) & 2\tilde{Y}_{35} & 2\tilde{Y}_{36} \\ \tilde{Y}_{51} & \tilde{Y}_{52} & \tilde{Y}_{53} & \tilde{Y}_{55} & \tilde{Y}_{56} \\ \tilde{Y}_{61} & \tilde{Y}_{62} & \tilde{Y}_{63} & \tilde{Y}_{65} & \tilde{Y}_{66} \end{vmatrix} \quad (4.58)$$

Применяя формулы (4.40) для элементов матрицы $\|\tilde{Y}_m\|$, элементы матрицы $\|y_m\|$ получим в следующем виде

$$\begin{aligned} (y_m)_{11} &= -2\gamma_m(\gamma_m - 1) + (2\gamma_m^2 - 2\gamma_m + 1)\cos P_m \cos Q_m - \\ &- \gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m - (\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m = (y_m)_{55}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(y_m)_{12} &= \rho_m^{-1} (\cos P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \cos Q_m r_{\alpha m} \sin P_m) = (y_m)_{45} \cdot \\
(y_m)_{13} &= -\rho_m^{-1} [(2\gamma_m - 1)(1 - \cos P_m \cos Q_m) + (\gamma_m - 1)r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \\
&+ \gamma_m r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m] \cdot \\
(y_m)_{14} &= -\rho_m^{-1} (\cos P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \cos Q_m r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m) = (y_m)_{25} \cdot \\
(y_m)_{15} &= \rho_m^{-2} [2(1 - \cos P_m \cos Q_m) + r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
&+ r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] \cdot \\
(y_m)_{21} &= \rho_m [\gamma_m^2 \cos P_m r_{\beta m} \sin Q_m + (\gamma_m - 1)^2 \cos Q_m r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m] = (y_m)_{54} \cdot \\
(y_m)_{22} &= \cos P_m \cos Q_m = (y_m)_{44} \cdot \\
(y_m)_{23} &= \gamma_m \cos P_m r_{\beta m} \sin Q_m + (\gamma_m - 1) \cos Q_m r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m \cdot \\
(y_m)_{24} &= -r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m \cdot \\
(y_m)_{31} &= 2 \rho_m [\gamma_m (\gamma_m - 1) (2\gamma_m - 1) (1 - \cos P_m \cos Q_m) + \\
&+ \gamma_m^3 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + (\gamma_m - 1)^3 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] \cdot \\
(y_m)_{32} &= 2 [(\gamma_m - 1) \cos P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \gamma_m \cos Q_m r_{\alpha m} \sin P_m] \cdot \\
(y_m)_{33} &= 1 + 2 [2\gamma_m (\gamma_m - 1) (1 - \cos P_m \cos Q_m) + \gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
&+ (\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] \cdot \\
(y_m)_{34} &= 2 (y_m)_{23} \cdot \\
(y_m)_{35} &= 2 (y_m)_{13} \cdot \\
(y_m)_{41} &= \rho_m [(\gamma_m - 1)^2 \cos P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m + \gamma_m^2 \cos Q_m r_{\beta m} \sin P_m] = (y_m)_{52} \cdot \\
(y_m)_{42} &= -r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m \cdot \\
(y_m)_{43} &= \frac{1}{2} (y_m)_{32} \cdot \\
(y_m)_{51} &= \rho_m^2 [2\gamma_m^2 (\gamma_m - 1)^2 (1 - \cos P_m \cos Q_m) + \gamma_m^4 r_{\alpha m} \sin P_m r_{\beta m} \sin Q_m + \\
&+ (\gamma_m - 1)^4 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m] \cdot \\
(y_m)_{53} &= \frac{1}{2} (y_m)_{31} \cdot
\end{aligned} \tag{4.59}$$

Напомним, что $\gamma_m = 2 \frac{\beta_m^2}{c^2}$, см. (4.12). Все элементы матрицы $\|y_m\|$ — действительные.

Матрицу 6×6 для пачки m слоев обозначим через $\|\tilde{X}\|$:

$$\|\tilde{X}\| = \|\tilde{Y}_n\| \|\tilde{Y}_{n-1}\| \dots \|\tilde{Y}_1\|, \tag{4.60}$$

и соответствующую матрицу 5×5 обозначим через $\|x\|$:

$$\|x\| = \|y_n\| \|y_{n-1}\| \dots \|y_1\|. \tag{4.61}$$

Так как соотношение между элементами матриц 5×5 и 6×6 , введенное формулой (4.58), сохраняется также при матричном умножении, имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
x_{11} &= \tilde{X}_{11}, & x_{21} &= \tilde{X}_{21}, & x_{31} &= \tilde{X}_{31}, \\
x_{41} &= \tilde{X}_{51}, & x_{51} &= \tilde{X}_{61}, & x_{33} &= 2\tilde{X}_{33} - 1 \quad \text{и т.д.}
\end{aligned} \tag{4.62}$$

И, наоборот, можно также однозначно выразить элементы матрицы $\|\tilde{X}\|$ через элементы матрицы $\|x\|$:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}_{11} &= x_{11}, & \tilde{X}_{21} &= x_{21}, & \tilde{X}_{31} &= \tilde{X}_{41} = \frac{1}{2} x_{31}, \\
\tilde{X}_{51} &= x_{41}, & \tilde{X}_{61} &= x_{51}, & \tilde{X}_{33} &= \frac{1}{2} (x_{33} + 1).
\end{aligned} \tag{4.63}$$

Перепишем формулу (4.44) в виде

$$\|\tilde{M}\| = \|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\| \|\tilde{X}\|. \quad (4.64)$$

Расчет матрицы $\|\tilde{X}\|$ шестого порядка можно заменить более простым расчетом матрицы $\|x\|$ пятого порядка. К сожалению, то же самое нельзя сказать о матрице $\|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\|$. Можно показать, что эта матрица уже не имеет симметрии вида (4.57) и, следовательно, ее нельзя заменить более простой матрицей пятого порядка. Но для упрощения расчетов дисперсии вполне достаточно, что выполняется равенство $(\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{13} = (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{14}$ (см. (4.41)). Применяя это равенство и соотношения (4.63) и (4.64), дисперсионное уравнение (4.45) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{11} = & (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{11}x_{11} + (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{12}x_{21} + (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{13}x_{31} + (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{15}x_{41} + \\ & + (\tilde{T}_{n+1}^{-1})_{16}x_{51} = 0. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Решение дисперсионного уравнения не изменится, если для упрощения элементы матрицы $\|\tilde{T}_{n+1}^{-1}\|$ в (4.65) умножить, например, на величину $4ir_{\alpha(n+1)}r_{\beta(n+1)} \times \times \rho_{n+1}$. Полученные таким образом элементы поочередно обозначим через $t_1^{-1}, t_2^{-1}, \dots, t_5^{-1}$. Если ввести

$$\begin{aligned} r_{\alpha(n+1)}^* &= \frac{r_{\alpha(n+1)}}{i} = -\sqrt{1 - \frac{c^2}{\alpha_{n+1}^2}}, \\ r_{\beta(n+1)}^* &= \frac{r_{\beta(n+1)}}{i} = -\sqrt{1 - \frac{c^2}{\beta_{n+1}^2}}, \end{aligned} \quad (4.66)$$

то из (4.41) следует:

$$\begin{aligned} t_1^{-1} &= \rho_{n+1} [(\gamma_{n+1} - 1)^2 - \gamma_{n+1}^2 r_{\alpha(n+1)}^* r_{\beta(n+1)}^*], \\ t_2^{-1} &= -r_{\alpha(n+1)}^*, \\ t_3^{-1} &= (\gamma_{n+1} - 1) - \gamma_{n+1} r_{\alpha(n+1)}^* r_{\beta(n+1)}^*, \\ t_4^{-1} &= -r_{\beta(n+1)}^*, \\ t_5^{-1} &= \rho_{n+1}^{-1} (r_{\alpha(n+1)}^* r_{\beta(n+1)}^* - 1), \end{aligned} \quad (4.67)$$

и дисперсионное уравнение (4.65) приобретает вид

$$t_1^{-1}x_{11} + t_2^{-1}x_{12} + t_3^{-1}x_{13} + t_4^{-1}x_{14} + t_5^{-1}x_{15} = 0. \quad (4.68)$$

Расчет дисперсионной функции волн Релея (при заданных значениях ω, c и параметрах среды) можно проводить с помощью матриц 5×5 следующим образом. С первого до n -го слоя поочередно вычисляем величины $r_{\alpha m}, r_{\beta m}, P_m, Q_m$ и γ_m данные формулами (2.3) – (2.6), (4.12), матрицу $\|y_m\|$ по формулам (4.59) и строим матрицу $\|x\|$, определяемую формулой (4.61). Затем вычисляем элементы матрицы (4.67) и строим левую часть дисперсионного уравнения (4.68). Поиск корней дисперсионного уравнения (4.68) производится аналогично поиску корней для волн Лява.

Для иллюстрации мы приводим выписку подпрограммы *RAL*, которую мы применяли при расчетах теоретических дисперсионных кривых волн Релея. Подпрограмма *RAL*, построенная на основе приведенных формул, служит для расчета дисперсионной функции волн Релея, см. уравнение (4.68). Эта дисперсионная функция является одним из формальных параметров подпрограммы (в подпрограмме обозначена через *FF*). Подпрограмма *RAL* построена аналогично подпрограмме *LOVE*, подробно описанной в разделе 3.4.

SUBROUTINE RAL(N, T, C, EPS, AMAX, F)

PURPOSE

COMPUTING THE DISPERSION FUNCTION OF RAYLEIGH WAVES IN
A LAYERED MEDIUM FOR PERIOD T AND PHASE VELOCITY C.

METHOD
MATRIX METHOD BASED ON MODIFIED WATSON'S MATRICES.

USAGE
CALL RAL(N,T,C,EPS,AMAX,F)

DESCRIPTION OF PARAMETERS
SEE SUBROUTINE LOVE.

SUBROUTINES AND FUNCTIONS REQUIRED
NONE

```
SUBROUTINE RAL(N,T,C,EPS,AMAX,F)
REAL JCPCQ
COMMON /PARAM/A(100),B(100),R(100),D(100)
N1=N+1
OM=6.2831853/T
OC=OM/C
X1=1.
X2=0.
X3=0.
X4=0.
X5=0.
DO 50 J=1,N
OD=OC*D(J)
  EXPRESSIONS FOR P-WAVES
  RA2=(C/A(J))**2-1.
  REDP=1.
  IF (RA2) 70,60,60
60 RA=SQRT(RA2)
  P=OD*RA
  CP=COS(P)
  SP=SIN(P)
  RSP=RA*SP
  GO TO 80
70 RA=-SQRT(-RA2)
  P=OD*RA
  IF (P+AMAX) 72,72,71
71 E=EXP(P)
  EX=1./E
  GO TO 79
72 E=EXP(P+P+AMAX)
  EX=EXP(AMAX)
  REDP=EXP(P+AMAX)
79 CP=(E+EX)/2.
  SP=(E-EX)/2.
  RSP=-RA*SP
80 IF (ABS(P).GT.EPS)GO TO 85
  P2=P*P
  SPR=((P2/20.-1.)*P2/6.+1.)*OD
  GO TO 90
85 SPR=SP/RA
  EXPRESSIONS FOR S-WAVES
90 RB2=(C/B(J))**2-1.
  REDQ=1.
  IF (RB2) 20,10,10
10 RB=SQRT(RB2)
  Q=OD*RB
  CQ=COS(Q)
  SQ=SIN(Q)
  RSQ=RB*SQ
  GO TO 30
20 RB=-SQRT(-RB2)
  Q=OD*RB
  IF (Q+AMAX) 22,21,21
21 EQ=EXP(Q)
  EXQ=1./EQ
  GO TO 29
```

```

22 EQ=EXP(Q+Q*AMAX)
   EXQ=EXP(AMAX)
   REDQ=EXP(Q+AMAX)
29 CQ=(EQ+EXQ)/2.
   SQ=(EQ-EXQ)/2.
   RSQ=-RB*SQ
30 IF(ABS(Q).GT.EPS)GO TO 35
   Q2=Q*Q
   SQR=((Q2/20.-1.)*Q2/6.+1.)*OD
   GO TO 40
35 SQR=SQ/RB
   ELEMENTS OF THE LAYER MATRIX Y
40 ONE=REDP*REDQ
   G=2.*(B(J)/C)**2
   G1=G-1.
   G2=G*G
   G3=G*G2
   G4=G2*G2
   G12=G1*G1
   G13=G1*G12
   G14=G12*G12
   GG1=G*G1
   DGG1=2.*GG1
   DG1=2.*G-1.
   CPCQ=CP*CQ
   JCPCQ=ONE-CPCQ
   CPRSQ=CP*RSQ
   CPSQR=C*P*SQR
   CQRSP=C*Q*RSP
   CQSPR=C*Q*SPR
   RSPRSQ=RS*P*RSQ
   SPRSQR=SPR*SQR
   R1=R(J)
   R2=R1*R1
   R3=1./R1
   R4=1./R2
   Y11=-DGG1*ONE+(DGG1+1.)*CPCQ-G2*RSPRSQ-G12*SPRSQR
   Y12=-R3*(CPSQR+CQRSP)
   Y13=-R3*(DG1*JCPCQ+G1*SPRSQR+G*RSPRSQ)
   Y14=-R3*(CPRSQCQSPR)
   Y15=R4*(2.*JCPCQ+RSPRSQ+SPRSQR)
   Y21=R1*(G2*CPRSQ+G12*CQSPR)
   Y22=CPCQ
   Y23=G*CPRSQ+G1*CQSPR
   Y24=-SPR*RSQ
   Y25=Y14
   Y31=2.*R1*(GG1*DG1*JCPCQ+G3*RSPRSQ+G13*SPRSQR)
   Y32=(G1*CPSQR+G*CQRSP)*2.
   Y33=2.*(DGG1*JCPCQ+G2*RSPRSQ+G12*SPRSQR)+ONE
   Y34=2.*Y23
   Y35=2.*Y13
   Y41=R1*(G12*CPSQR+G2*CQRSP)
   Y42=-RSP*SQR
   Y43=Y32/2.
   Y44=Y22
   Y45=Y12
   Y51=R2*(DGG1*GG1*JCPCQ+G4*RSPRSQ+G14*SPRSQR)
   Y52=Y41
   Y53=Y31/2.
   Y54=Y21
   Y55=Y11
   MATRIX MULTIPLICATION
   XX1=Y11*X1+Y12*X2+Y13*X3+Y14*X4+Y15*X5
   XX2=Y21*X1+Y22*X2+Y23*X3+Y24*X4+Y25*X5
   XX3=Y31*X1+Y32*X2+Y33*X3+Y34*X4+Y35*X5
   XX4=Y41*X1+Y42*X2+Y43*X3+Y44*X4+Y45*X5
   XX5=Y51*X1+Y52*X2+Y53*X3+Y54*X4+Y55*X5
   X1=XX1
   X2=XX2
   X3=XX3

```

```

X4=XX4
X5=XX5
50 CONTINUE
  EXPRESSIONS FOR THE HALFSpace
G=2.*(B(N1)/C)**2
G2=G*G
G1=G-1.
G12=G1*G1
RAN=-SQRT(1.-(C/A(N1))**2)
RBN=-SQRT(1.-(C/B(N1))**2)
RARB=RAN*RBN
Y1=R(N1)*(G12-G2*RARB)
Y2=-RAN
Y3=G1-G*RARB
Y4=-RBN
Y5=(RARB-1.)/R(N1)
F=Y1*X1+Y2*X2+Y3*X3+Y4*X4+Y5*X5
RETURN
END

```

4.8. Сравнение различных матриц для расчета дисперсии волн Релея

Прежде чем приступить к сравнению матричных методов расчета дисперсии волн Релея, остановимся кратко на вопросе, почему в одних случаях матрицы для слоев содержат действительные и чисто мнимые элементы [41, 47, 66], а в других случаях — только действительные. Так как всегда легче работать с действительными матрицами, необходимо найти простые критерии, обеспечивающие получение таких матриц. Для волн Релея это сложнее, чем для волн Лява, где мы имели задачу только с одной компонентой смещения и с одной компонентой напряжения. Для волн Лява мы пришли к выводу [51], что в матрицах появляются действительные и чисто мнимые величины в тех случаях, когда в качестве физических величин берут величины, сдвинутые по фазе на $\pm 90^\circ$ (например, скорость смещения и напряжение в методе Томсона-Хаскелла). Если взять величины, находящиеся в фазе или в противофазе, то получаются действительные матрицы. Покажем, что эти критерии остаются в силе и в случае матриц для волн Релея.

На основе некоторых физических соображений сформулируем простые условия, приводящие к действительным матрицам для слоев. Известно, что волны Релея — эллиптически поляризованы, т.е. компоненты смещения u_m и w_m в m -м слое сдвинуты по фазе на 90° . Следовательно, для получения действительной матрицы необходимо одну из компонент u_m или w_m в граничных условиях умножить на мнимую единицу i . Кроме того, можно ожидать, что компонента напряжения $(\tau_{zx})_m$ будет в фазе со смещением u_m и компонента напряжения $(\tau_{zz})_m$ — со смещением w_m . Таким образом, приходим к следующему утверждению. Самая простая комбинация физических величин в граничных условиях, приводящая к действительной матрице для слоев, имеет вид

$$u_m, iw_m, (\tau_{zx})_m, i(\tau_{zz})_m. \quad (4.69)$$

Для точного доказательства, используя (4.14), перепишем матричное уравнение (4.21) в виде соответствующих четырех скалярных уравнений. Умножая последовательно отдельные уравнения на величины k/i , $(-ik)$, $i\omega^2$, $\frac{\omega^2}{i}$, получим уравнения, которые можно записать в следующей матричной форме:

$$\begin{pmatrix} u_m \\ iw_m \\ i(\tau_{zz})_m \\ (\tau_{zx})_m \end{pmatrix}_{z_m} = \|Y_m^*\| \begin{pmatrix} u_m \\ iw_m \\ i(\tau_{zz})_m \\ (\tau_{zx})_m \end{pmatrix}_{z_{m-1}}. \quad (4.70)$$

Матрица $\|Y_m^*\|$ является действительной, так как ее элементы отличаются от элементов матрицы $\|Y_m\|$, которая является действительной, только на действительные множители (подробности вывода опускаем).

Полученный результат можно обобщить. По-видимому, матрица для слоя получится действительной, если величины на верхней и нижней границах слоя будут иметь вид

$$p_1 u_m, ip_2 w_m, p_3 (\tau_{zx})_m, ip_4 (\tau_{zz})_m, \quad (4.71)$$

где p_i ($i = 1, \dots, 4$) — все действительные или все чисто мнимые параметры (постоянные для заданной гармонической волны). Форма величин (4.71) является общим условием вещественности соответствующей матрицы для m -го слоя.

Покажем, как можно перейти от описанных выше матриц к оригинальным матрицам Томсона-Хаскелла для волн Релея [47]. Матрица Томсона-Хаскелла для m -го слоя, которую обозначим через $\|a_m\|$, вводится как матрица, характеризующая соотношение между величинами \dot{u}_m/c , \dot{w}_m/c , $(\tau_{zz})_m$ и $(\tau_{zx})_m$ на верхней и нижней границах слоя:

$$\begin{pmatrix} \frac{\dot{u}_m}{c} \\ \frac{\dot{w}_m}{c} \\ (\tau_{zz})_m \\ (\tau_{zx})_m \end{pmatrix}_{z_m} = \|a_m\| \begin{pmatrix} \frac{\dot{u}_m}{c} \\ \frac{\dot{w}_m}{c} \\ (\tau_{zz})_m \\ (\tau_{zx})_m \end{pmatrix}_{z_{m-1}} \quad (4.72)$$

Для компонент скорости смещения справедливо $\dot{u}_m = i\omega u_m$ и $\dot{w}_m = i\omega w_m$. Из анализа, сделанного выше, непосредственно следует, что матрица $\|a_m\|$ будет содержать как действительные, так и чисто мнимые элементы. Матрицу $\|a_m\|$ получим из матрицы $\|Y_m\|$. Используя (4.14), перепишем матричное уравнение (4.21) в виде соответствующих четырех скалярных уравнений. Умножим первое уравнение на k^2 , второе — на $(-ik^2)$, третье — на ω^2 и четвертое — на $(-i\omega^2)$. Получим, таким образом, уравнения, которые можно выразить в форме (4.72), где элементы матрицы $\|a_m\|$, в соответствии с (4.23), имеют вид

$$\begin{aligned} (a_m)_{11} &= \gamma_m \cos P_m - (\gamma_m - 1) \cos Q_m, \\ (a_m)_{12} &= i[(\gamma_m - 1)r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_m r_{\beta m} \sin Q_m], \\ (a_m)_{13} &= -(\rho_m c^2)^{-1} (\cos P_m - \cos Q_m), \\ (a_m)_{14} &= i(\rho_m c^2)^{-1} (r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + r_{\beta m} \sin Q_m), \\ (a_m)_{21} &= -i[\gamma_m r_{\alpha m} \sin P_m + (\gamma_m - 1)r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m], \\ (a_m)_{22} &= -(\gamma_m - 1) \cos P_m + \gamma_m \cos Q_m, \\ (a_m)_{23} &= i(\rho_m c^2)^{-1} (r_{\alpha m} \sin P_m + r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m), \\ (a_m)_{24} &= (a_m)_{13}, \\ (a_m)_{31} &= \rho_m c^2 \gamma_m (\gamma_m - 1) (\cos P_m - \cos Q_m), \\ (a_m)_{32} &= i\rho_m c^2 [(\gamma_m - 1)^2 r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m + \gamma_m^2 r_{\beta m} \sin Q_m], \\ (a_m)_{33} &= (a_m)_{22}, \\ (a_m)_{34} &= (a_m)_{12}, \\ (a_m)_{41} &= i\rho_m c^2 [\gamma_m^2 r_{\alpha m} \sin P_m + (\gamma_m - 1)^2 r_{\beta m}^{-1} \sin Q_m], \\ (a_m)_{42} &= (a_m)_{31}, \\ (a_m)_{43} &= (a_m)_{21}, \\ (a_m)_{44} &= (a_m)_{11}. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Эти формулы совпадают с формулами, выведенными в [47] другим способом. Форма соотношений (4.72) и (4.21), которыми определяются матрицы $\|a_m\|$ и $\|Y_m\|$, представляет собой основное отличие метода Томсона-Хаскелла от метода, описанного в данной главе. Вследствие различного выбора вектора физических величин в обоих методах получаются матрицы с разными свойствами: матрица $\|a_m\|$ содержит как действительные, так и чисто мнимые элементы, между тем,

как матрица $\|Y_m\|$ — действительная. Менее существенными являются следующие отличия метода Томсона-Хаскелла и метода, описанного здесь: 1. В формальных решениях (4.6) дифференциальных уравнений (4.5) употребляется в экспонентах выражение $(z - z_{m-1})$, в отличие от [47], где в аналогичных выражениях употребляется только переменная z . Преимущество введения множителя $(z - z_{m-1})$ обсуждалось выше. 2. В качестве вспомогательных величин при построении вектора Φ_m^- нами использовались потенциалы $\Phi_m^-, \Psi_m^-, \Phi_m^+$ и Ψ_m^+ , см. (4.14). В статье [47] в качестве вспомогательных величин использовались величины типа $\Phi_m^- + \Phi_m^+$, $\Phi_m^- - \Phi_m^+$, $\Psi_m^- + \Psi_m^+$ и $\Psi_m^- - \Psi_m^+$, что приводит в матрице, аналогичной матрице $\|T_m\|$, к появлению некоторых нулевых элементов. Однако наше представление имеет более простой физический смысл и применяется в задачах распространения объемных волн [31, 45].

Более сложным, чем в случае волн Лява, является сравнение метода Томсона-Хаскелла с методом Кнопова. Шваб доказал, что матрицы в методе Кнопова эквивалентны дельта-матрицам, полученным из оригинальных матриц Томсона-Хаскелла [59]. Физически наглядное доказательство эквивалентности матриц Кнопова и матриц Томсона-Хаскелла для волн Лява предложено в [51], а для волн Релея до сих пор не приводилось.

4.9. Некоторые замечания по истории развития методов расчета теоретических дисперсионных кривых волн Релея

В заключении этой главы приводится обзор литературы по методам расчета теоретических дисперсионных кривых релеевских волн в средах, состоящих из упругих плоскопараллельных однородных и изотропных слоев, лежащих на упругом однородном и изотропном полупространстве.

Современные методы расчета теоретических дисперсионных кривых поверхностных волн начинаются с работы Томсона [64] по объемным волнам. В этой статье выведено матричное уравнение, связывающее скорости смещения и компоненты напряжения на границах однородного изотропного слоя. Далее задача обобщается на случай пачки слоев (однако, допущена ошибка в формулировке граничных условий) и выводятся формулы для коэффициентов преломления в некоторых частных случаях. Хаскелл [47] исправил ошибку в работе Томсона, ввел новые обозначения и развил матричный формализм для расчета дисперсии волн Релея и Лява. Дорман и соавторы [40] сделали первые расчеты дисперсионных кривых, основанные на матрицах Хаскелла, на ЭВМ первого поколения, Пресс и соавторы [55] — на ЭВМ второго поколения. В обеих статьях описываются некоторые проблемы программирования и точности вычислений дисперсионных кривых. Например, при расчетах в коротких периодах оказалось удобным проводить редукцию среды, т.е. ниже некоторого слоя среду заменить полупространством [40, 55] или перейти к расчетам с двойной точностью [55]. Но такие подходы принципиально не исключают неточности матриц Томсона-Хаскелла.

Другой способ получения дисперсионного уравнения состоит в непосредственном вычислении определителя системы граничных условий. Метод расчета таких определителей для многослойного случая был впервые предложен Л.А. Молотковым в статье [25], посвященной изучению нестационарных интерференционных волн в слоистых средах. Результаты этой статьи могут быть непосредственно использованы при формулировке дисперсионного уравнения волн Релея. Определитель выражается через функции, для которых устанавливаются рекуррентные соотношения. Хотя в работе [25] не были введены матрицы, рекуррентные соотношения соответствуют формулам перемножения матриц пятого порядка. В этом смысле работа [25] похожа на более позднюю работу Уотсона [66]. Другой метод вычисления определителя для многослойной среды принадлежит Кнопову, которому удалось представить определитель в виде произведения матриц [50]. Такая форма записи определителя очень удобна для программирования на ЭВМ. Первая программа и расчеты, основанные на методе Кнопова, описаны в [56]. Дальнейшая разработка метода Кнопова содержит

ся в работе Шваба [59], см. также [60]. Сначала не было очевидным, имеют ли методы Молоткова и Кнопова существенные преимущества в сравнении с методом Томсона-Хаскелла. Сам Кнопов считал свой метод только альтернативой метода Томсона-Хаскелла, удобной при вычислениях на ЭВМ [50]. Только позже было обнаружено, что в методах Молоткова и Кнопова не возникают потери точности, с которыми мы встречаемся в методе Томсона-Хаскелла. На это преимущество метода Кнопова впервые обратил внимание Данкин [41], подробное доказательство привел Шваб [59].

Вычислительные проблемы, связанные с потерей точности, встречаются также и в инженерных задачах, например при вычислениях высоких собственных частот технических сооружений. Анализ и решение этих задач были описаны раньше в технической литературе, см. обзор в [53], чем в литературе по сейсмологии. Один из методов повышения точности состоит в переходе от оригинальных матриц, описывающих техническую задачу, к дельта-матрицам, состоящим из миноров 2×2 оригинальной матрицы. Так как дельта-матрица содержит больше элементов, чем оригинальная матрица (четвертого или более высокого порядка), то некоторые элементы дельта-матрицы не содержат независимой информации, поэтому важным является вопрос, возможно ли уменьшить порядок дельта-матрицы. Это особенно существенно в случае матриц более высокого, чем четвертый, порядка, так как с увеличением порядка матрицы очень быстро увеличивается порядок соответствующей дельта-матрицы.

Рассматривая некоторые дельта-матрицы шестого порядка, Фурке показал (см. [53]), что они могут быть заменены матрицами пятого порядка. Для этих матриц меньшего порядка было введено обозначение "редуцированные дельта-матрицы". Не претендуя на точность изложения по аналогии с инженерными задачами, объясним возможность редукции матриц шестого порядка следующим образом. Покажем, что каждый элемент дельта-матрицы характеризует некоторую задачу с определенным набором граничных условий. Но некоторые комбинации граничных условий физически не реализуемы. Например, для вертикальных движений нельзя одновременно считать жесткой ($w \equiv 0$) и свободной ($\tau_{zz} \equiv 0$). Также нельзя одновременно полагать $u \equiv 0$ и $\tau_{zx} \equiv 0$. Если поставить эти компоненты в порядке $u, w, \tau_{zz}, \tau_{zx}$, см. (4.14) и (4.37), то комбинации (u, τ_{zx}) соответствует индекс 3 и комбинации (w, τ_{zz}) — индекс 4 в дельта-матрице. Таким образом, элементы в дельта-матрице, находящиеся в третьем и четвертом столбцах и также в третьей и четвертой строках, не имеют физического смысла, и, следовательно, можно надеяться, что удастся эти строки и столбцы упростить.

Опыт, накопленный при решении технических задач, Троувер перенес на решение задачи дисперсии волн Релея [65]. Он предложил простое и наглядное объяснение потери точности в матрицах Томсона-Хаскелла. Если для фазовой скорости c выполняется неравенство $c < \beta_m < \alpha_m$, то величины P_m и Q_m становятся чисто мнимыми, $P_m = -iP_m^*, Q_m = -iQ_m^*$, причем справедливо неравенство $P_m^* > Q_m^*$. Если P_m^* большое, то $\text{ch } P_m^*$ и $\text{sh } P_m^*$ становятся очень большими по сравнению с $\text{ch } Q_m^*$ и $\text{sh } Q_m^*$. Таким образом, члены в элементах матриц Томсона-Хаскелла, содержащие Q_m , будут малыми по сравнению с членами, содержащими P_m . В результате возможно, что члены с Q_m не будут оказывать никакого влияния на значение элементов матрицы (при вычислении с конечным числом значащих цифр). Если в этом случае строить матрицу для пачки слоев и дисперсионную функцию, то в дисперсионном уравнении будет исчезать влияние членов с Q_m . На основе этого анализа Троувер предложил использовать дельта-матрицы для построения дисперсионной функции. Из формул для элементов дельта-матриц следует, что в дельта-матрицах уже не может исчезать влияние Q_m в сравнении с влиянием P_m . Проиллюстрируем это свойство на примере матрицы четвертого порядка (4.23). В выражениях для элементов матрицы имеются слагаемые, которые содержат P_m и не содержат Q_m . Как мы уже показали, если слагаемые с P_m становятся большими, может теряться влияние величины Q_m . С другой стороны, этого не происходит в дельта-матрицах (4.40), где каждое слагаемое, содержащее P_m , одновременно также содержит Q_m . Таким образом метод, основанный на дельта-матрицах, будет более точным, чем метод Томсона-Хаскелла. Преимущества дельта-матриц Троувер показывает на примере дисперсионного уравнения для свободного упругого слоя и из сравнения вычислений дисперсионной кривой для

слоистой среды, сделанных при помощи матриц Томсона-Хаскелла и при помощи дельта-матриц.

Работа Троруера [65] содержит еще один важный результат — матрицы для слоев имеют только действительные элементы. Это является новым результатом в задачах распространения поверхностных волн, так как известные матрицы Хаскелла и Кнопва являлись комплексными. Об этом свойстве матриц Троруера нигде не упоминается. Троруер пользовался вектором с компонентами $(\tau_{zz})_m, (\tau_{zx})_{m/i}, \mu_1 w_m$.

$\mu_1 \frac{u_m}{i}$, где μ_1 — модуль сдвига в первом слое. Из (4,71) следует, что такой выбор физических величин приводит к действительной матрице. Интересно, что Троруер приписывает ошибочно вещественность его матриц выбору формы потенциалов. Оценивая работу Троруера сейчас, нам кажется, что она не встретила должного внимания у сейсмологов.

Вслед за работой Троруера [65] появилась работа Данкина [41], посвященная той же самой главной проблеме — потере точности матриц Томсона-Хаскелла на коротких периодах. Данкин, независимо от работ [53] и [65], приходит к заключению, что упомянутые вычислительные проблемы можно преодолеть, если при вычислениях дисперсионных кривых применить ассоциированные матрицы. Он дает очень подробный анализ процесса вычислений дисперсионных кривых по методу Томсона-Хаскелла и находит причину неточностей в более конкретном виде — в вычитании квадратов экспоненциальных членов, которые в конечном результате численно взаимно уничтожаются. Данкин показал, что ранее опубликованный метод Кнопва [50] не содержит упомянутого источника ошибок. Хотя метод Данкина не является первым, устраняющим неточности метода Хаскелла при вычислении дисперсионных кривых, и даже не является первым, в котором применяются ассоциированные матрицы, статья Данкина по праву принадлежит к важнейшим работам по матричным методам. Главным вкладом этой статьи можно считать очень подробный и глубокий анализ процесса вычисления дисперсионных кривых. Кроме того, используемые обозначения и окончательные формулы во многом напоминают выражения, имеющиеся в [47]. Таким образом, статью Данкина можно считать первой работой, которая решает вопрос точности расчета дисперсионных кривых и при этом не отходит от метода Хаскелла, а развивает его.

Дальнейшее развитие метода Данкина содержится в статье Уотсона [66]. Сосредоточив внимание на почти одинаковой форме третьего и четвертого столбцов и также третьей и четвертой строк в матрицах Данкина, Уотсон сумел в постановке задачи заменить матрицы 6×6 матрицами 5×5 . В отличие от статьи Данкина [41]. Уотсон уже полностью возвращается к статье Хаскелла [47] в смысле обозначений. Значение работы Уотсона не умаляется из-за того, что возможности редукции аналогичных дельта-матриц были уже ранее подробно описаны в технической литературе. Ассоциированные матрицы удобны при расчетах дисперсии волн Релея и в некоторых других задачах. Но расчет поверхностных волн, возбуждаемых точечными источниками, обычно формулируется с помощью матриц Томсона-Хаскелла. По этим причинам Шваб и Кнопв [61] возвращаются к методу Томсона-Хаскелла и занимаются его оптимизацией с точки зрения точности и скорости расчетов. Оптимизации метода Кнопва посвящена статья [59]. В [60] был предложен "быстрый" вариант метода Кнопва, который несколько быстрее, чем программы для расчета дисперсионных кривых, основанные на редуцированных дельта-матрицах.

По нашему мнению, современный этап развития матричных методов расчета дисперсии волн Релея в средах, состоящих из твердых плоскопараллельных слоев, был завершен работами Уотсона [66], Шваба [59] и Шваба и Кнопва [60]. Позднейшие опубликованные работы являются некоторым дополнением к теории расчетов дисперсионных кривых, они не внесли принципиально новых результатов с точки зрения точности и скорости этих расчетов. В последние годы большое внимание уделяется особенно применению матричных методов для решения ряда новых задач.

Часть вторая

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЕЯ И ЛЯВА, ПОЛУЧЕННЫЕ
НА ПРОФИЛЯХ ОБНИНСК-МИНСК-ВАРШАВА-ПРАГА
И ПУЛКОВО-РИГА-ПРАГА**

Глава II

СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТИ ЕВРОПЫ
(литературный обзор)

Для изучения строения земной коры и верхней мантии по указанным профилям нам представляются наиболее интересными результаты, полученные методом глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) по VII международному профилю, пересекающему с юго-запада на северо-восток территорию Чехословакии, Польши и Советского Союза до г. Советск (рис. 1, сплошная линия). Исследования на этом профиле проводились совместно Национальным предприятием "Геофизика", Карловым университетом, Геофизическим институтом Чехословацкой АН (ЧССР), Институтом геофизики АН ПНР и Ленинградским горным институтом (СССР).

Ранее для района Чехии были определены некоторые данные о строении земной коры, приведенные в [46]. По этим данным нижняя граница гранитного слоя в Чехии находится на глубине 11 км, средние скорости распространения продольных (P) и поперечных (S) сейсмических волн в этом слое равны 5,6 и 3,3 км/с, соответственно; ниже, до глубины 31 км, следует слой основных пород типа базальтов со скоростями P - и S -волн, равными 6,4 и 3,7 км/с; скорость P -волн под границей M равна 8,2 км/с.

В дальнейших исследованиях методом ГСЗ с учетом других геофизических данных была выявлена блоковая структура земной коры. Под блоком здесь подразумевается структура, протяженностью несколько десятков—сотен километров, параметры которой в горизонтальном направлении более или менее постоянны. Основные блоки вдоль VII международного профиля на территории Чехословакии следующие: Молданубикум, Чешский Плутон, Чешский Мел и Судеты (рис. 2).

В районе Молданубикума (Юго-Западная Чехия) наблюдается наибольшая мощность земной коры, достигающая 42 км. Следует заметить, однако, что граница M выделяется неоднозначно и на глубине 36 км также наблюдается интенсивная отражающая граница.

В работе [39] по отношению спектров объемных волн для сейсмической станции "Кашперские Горы" (Юго-Западная Чехия) была получена следующая модель строения земной коры: в первом слое мощность 20 км, скорость продольных волн 6,0 км/с; во втором слое соответственно 15 км и 6,8 км/с; под границей M в мантии принята скорость продольных волн 7,8—8,2 км/с. Район Молданубикума отделяется от Чешского Плутона мощным глубинным разломом, называемым Яхимовским сбросом. В области этого разлома изолиния средних скоростей 6,0 км/с приближается к поверхности на глубину до 5 км, в то время как вне этой зоны она находится на глубине 15—18 км. Это свидетельствует о том, что область разлома является областью выхода основных пород на поверхность.

По данным [19, 20], сразу за Яхимовским разломом мощность земной коры резко уменьшается и в районе Чешского Мела достигает значения 30 км. В районе Праги мощность земной коры может быть оценена в 33 км. Чешский Плутон, Чешский Мел и Судеты также отделяются друг от друга глубинными разломами, однако, мощность их по сравнению с Яхимовским не столь велика. В блоке Чешского Мела и Судет на глубинах 15—22 км выделяется зона незначительного понижения скоростей распространения сейсмических волн [7], что указывает на возможность существования в некоторых областях волноводов в земной коре.

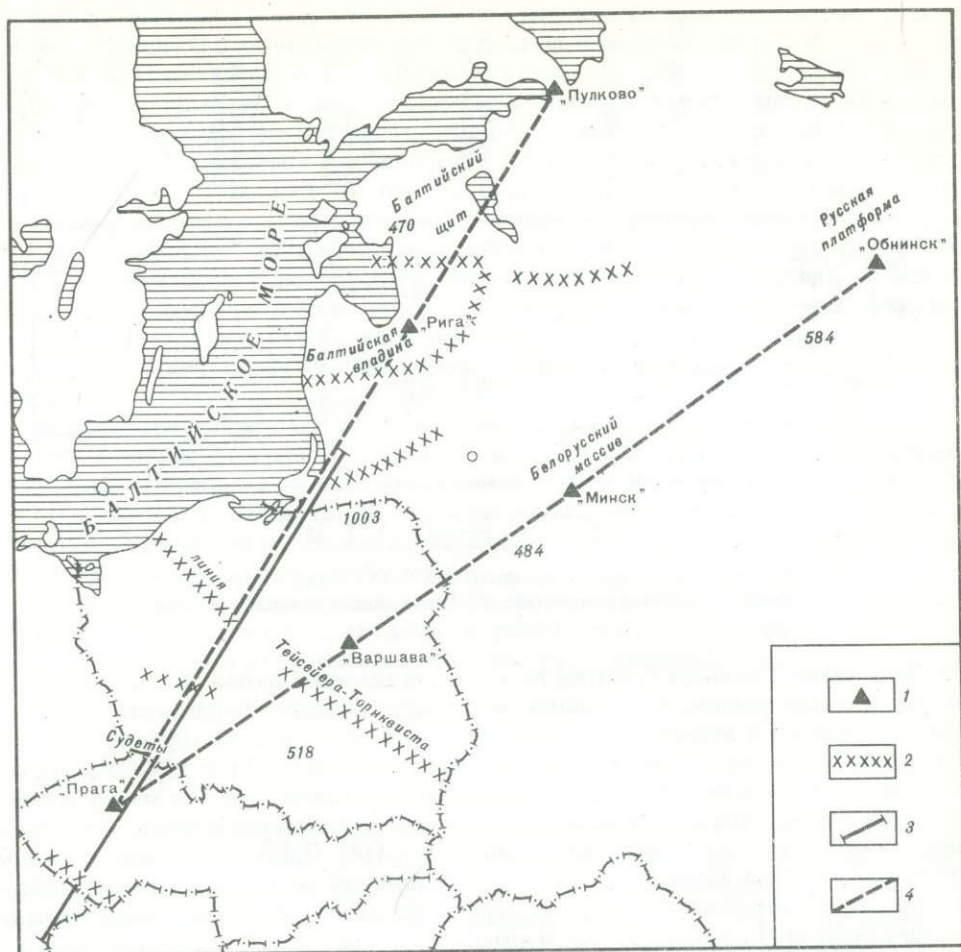


Рис. 1. Карта исследуемого района

1 — станции; 2 — глубинные разломы; 3 — международный профиль ГСЗ VII; 4 — изучаемые профили. Цифрами обозначены расстояния между станциями, км

Области глубинных разломов на территории Чехословакии описываются повышенными градиентами силы тяжести и выразительными положительными магнитными аномалиями [20]. Таким образом, результаты гравиметрических и аэромагнитных наблюдений согласуются с результатами, полученными методом ГСЗ.

На территории Польши [14–16] мощность земной коры вдоль VII международного профиля изменяется в пределах от 30 км до 50 км. Данные ГСЗ свидетельствуют также о блоковой структуре вдоль указанного профиля. Выделяются следующие блоки:

1. Судеты. Максимальная мощность земной коры в этом блоке с польской стороны предполагается 35–36 км.

2. Предсудетский блок, находящийся между Судетами и глубинным разломом в районе Одера. Мощность земной коры составляет 30 км.

3. Предсудетская моноклинали. Мощность земной коры в этом блоке изменяется от 32 до 34 км. На глубине около 10–19 км, по-видимому, находится зона пониженных скоростей; на глубине около 18–20 км — внутрикоровая зона повышенных скоростей со скоростью P -волн 6,7 км/с. В основании земной коры установлены две границы, соответствующие верхней и нижней границам переходной зоны между земной корой и верхней мантией, мощность которой в среднем составляет около 3–8 км [15]. На верхней границе зоны скорость P -волн — 7,7 км/с (резкая граница) и на нижней — 8,2 км/с (граница, по-видимому, диффузного характера).

4. Блок, расположенный между Предсудетской моноклиной и зоной Тейсейера-Торнквиста, которая описана ниже, имеет мощность земной коры около 36 км.

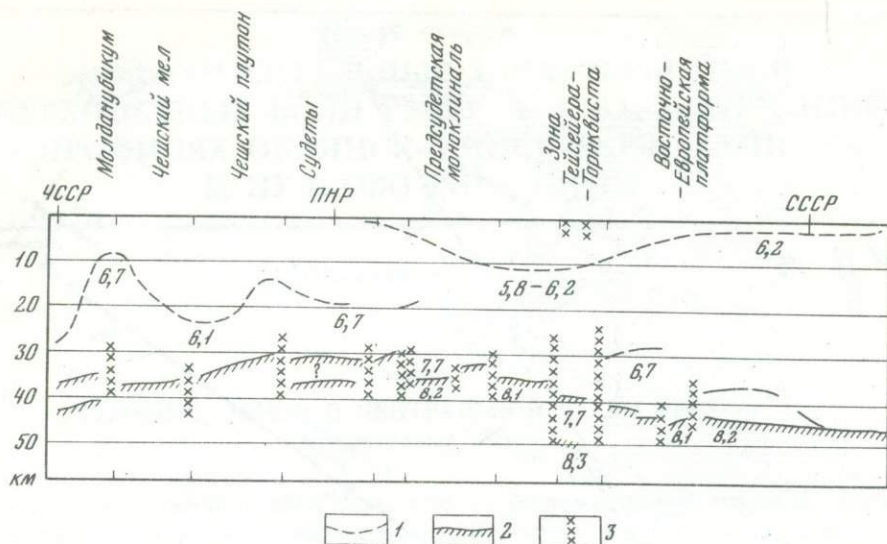


Рис. 2. Разрез земной коры по профилю ЧССР—СССР (до г. Советск)
1 — линии граничных скоростей; 2 — отражающие границы; 3 — разломы

5. Зона линии Тейсейера-Торнквиста — область шириной около 50 км, ограниченная глубинными разломами. Глубина консолидированного фундамента достигает здесь максимальной величины и составляет около 10–12 км. На глубинах 40 км и 50 км резко выделяются две границы со скоростями P -волн 7,6 и 8,3–8,4 км/с, соответственно. В качестве границы M принята вторая граница. Участок между обеими границами интерпретируется как переходная зона между земной корой и мантией. Была также обнаружена граница на глубине 80 км [14]. Представляется возможным определить зону Тейсейера-Торнквиста как тектонический грабен с характеристиками внутриконтинентального рифта. Северо-восточную границу этой зоны считают границей Восточно-Европейской платформы.

6. Восточно-Европейская платформа, в которой мощность земной коры увеличивается в северном направлении от 40 (г. Торунь) до 45 км. В консолидированном комплексе коры на глубине 30 км выделяется граница со скоростью P -волн 6,7 км/с. На северо-восточном участке профиля появляется граница на глубине порядка 35 км со скоростью 7,2 км/с. Под границей M скорость P -волн — 8,2 км/с. Границы имеют существенно горизонтальное распространение.

Интересно заметить, что результаты ГСЗ на территории ПНР не согласуются с результатами гравиметрических наблюдений [44], которые определяют земную кору в зоне Тейсейера-Торнквиста в 34 км, что значительно меньше, чем по сейсмическим данным. Следует со вниманием отнестись к этому результату, поскольку в условиях крупных вертикальных неоднородностей метод ГСЗ может уступать в точности гравиметрическому [1].

Северо-восточная часть VII международного профиля проходит по территории СССР. Земная кора в районе г. Советска, по предварительным данным [24], может быть представлена четырехслойной структурой:

1. Слой осадков мощностью 2–6 км со скоростями распространения продольных волн в них 2,8–3,5 км/с.

2. Верхняя часть консолидированной коры до глубин 10 км со скоростями P -волн 6,1–6,2 км/с.

3. Нижняя часть консолидированной коры до глубин 36 км со скоростями распространения P -волн 6,5 км/с.

4. Ультраосновные породы до глубин 45 км со скоростями P -волн 7,2 км/с.

Скорости распространения продольных волн под границей M — 8,2 км/с.

Следует обратить внимание на то, что методом отраженных волн в ГСЗ уверенно определяется граница наиболее интенсивного отражения, каковой, например, является граница кора–мантия. Промежуточные границы в земной коре оцениваются

лишь приближенно. Отсюда ясно, почему результаты ГСЗ часто ограничиваются описанием границы *M* и ничего не говорят, например, о наличии границы *K*.

Область Прибалтики и Белоруссии является областью перехода от структуры Балтийского щита на севере к структуре Восточно-Европейской платформы на юго-востоке и к Датско-Польскому прогибу на юго-западе через линию Тейсейера-Торнквиста. Характерной особенностью этого района является наличие систем глубинных разломов, как бы опоясывающих чашу Рижского залива и делящих структуру земной коры на блоки разной степени современной мобильности. Наиболее существенными тектоническими структурами в рассматриваемом районе являются поднимающийся Белорусский массив и опускающаяся Балтийская впадина. Зоны глубинных разломов четко прослеживаются по наблюдаемым гравитационным аномалиям [34] и аномалиям магнитного поля [9]. Они также характеризуются некоторой сейсмичностью, главным образом в виде микроземлетрясений.

В целом по району мощность осадочного слоя колеблется от нескольких сот метров в районе Белорусского массива до 2–3 км в районе Балтийской впадины. В рельефе границы *K* также наблюдаются резкие поднятия и впадины; глубина ее колеблется в пределах 16–20 км. Рельеф поверхности *M* изменяется в меридиональном направлении от 36 км на территории Эстонии и Латвии до 42 км в районе белорусского Припятского грабена.

По результатам наблюдаемых волн Релея на сейсмических станциях "Минск" и "Москва" [30], земная кора данного района наилучшим образом описывается двухслойной моделью континентальной коры, предложенной в [54]:

α	β	ρ	d
6,04	3,53	2,7	22
6,8	3,8	2,8	15
8,1	4,6	3,3	∞

α , β — скорости распространения соответственно продольных и поперечных волн в слое, км/с; ρ — плотность, г/см³; d — мощность слоя, км. В этой же работе по наблюдению длиннопериодных поверхностных волн Релея оценена структура верхней мантии до глубин 400 км вдоль профиля "Минск" — "Рига". Интересно, что в верхней мантии на глубинах от 115 км до 300 км выделен слой пониженной скорости для поперечных волн; значение скорости *S*-волн от 4,7 км/с под земной корой уменьшается до 4,43 км/с в области астеносферного слоя. Этот результат подтверждается данными глубинного магнитотеллурического зондирования на территории Прибалтики и Белоруссии [30], однако он не соответствует другим сейсмологическим исследованиям. В частности, проведенное изучение временных характеристик *P*-волн не указывает на наличие астеносферного волновода в этом районе [2]. Таким образом, подтверждение того или иного результата требует дополнительных исследований.

В районе прибрежной полосы между Ригой и Пулково, по результатам наблюдений длиннопериодных микросейсм [29], также предпринята попытка оценить скоростную структуру коры и верхней мантии. Такова модель строения Земли, полученная в этой работе (условные обозначения те же):

α	β	ρ	d
3,1	1,2	2,35	1,8
5,65	3,35	2,65	17,5
7,00	4,1	2,93	18,5
8,1	4,6	3,15	76
8,2	4,55	3,49	100
8,3	4,5	3,53	100
8,7	4,76	3,6	80
9,3	5,12	3,76	∞

Общая мощность земной коры оценивается в 38 км, а по данным ГСЗ в районе Ленинграда — в 47,5 км [8].

По результатам наблюдения поверхностных сейсмических волн получены некоторые модели строения земной коры Русской платформы [12]. Так на профиле Москва — Кишинев граница *M* определена на глубине 47 км, на профилях Москва —

Свердловск — Сочи — 44 км. В районе Пулково мощность земной коры оценивается в 38 км, что несколько отличается от значения, полученного методом ГСЗ для района Ленинграда. По данным ГСЗ, область Московской синеклизы [5] может быть описана моделью: на поверхности — слой осадков мощностью 2–6 км, до глубины 35 км — граниты, до глубины 48 км — базальты. Результаты получены по наблюдениям преломленных волн. Следует отметить, что для земной коры Русской платформы характерно резкое изменение структуры и физических свойств осадочного чехла. Наиболее детальные результаты по строению земной коры в районе сейсмической станции в Обнинске, полученные по отношениям спектров объемных волн, описываются следующей моделью [33]:

№ слоя	Мощность, км	Средние скорости <i>P</i> -волн, км/с
1	2–2,5	4
2	13–15	6,2–6,6
3	29–31	7,7–7,1

Граница *M* на глубине 44,5–47 км со скоростью *P*-волн подграницей, равной 7,8 км/с. Скорости поперечных волн в этой работе задавались соотношением Пуассона $\beta = \alpha/\sqrt{3}$, плотности — соотношением Берча $\rho = 0,768 + 0,328 \alpha$.

Из обзора рассмотренных работ можно сделать вывод, что если имеются некоторые, хотя и противоречивые, данные о строении земной коры в интересующей нас области Европы, то данных о строении верхней мантии в этом районе практически нет, а они, несомненно, представляют большой интерес в задаче изучения строения Земли.

Глава III

ФАЗОВЫЕ И ГРУППОВЫЕ СКОРОСТИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЕЯ И ЛЯВА НА ПРОФИЛЯХ ОБНИНСК–ПРАГА И ПУЛКОВО–ПРАГА

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие на многих сейсмических станциях мировой сети успешно развиваются наблюдения на длиннопериодной сейсмической аппаратуре ($T_s = 15–25$ с, $T_g \approx 100$ с). Эти наблюдения создают возможность изучения поверхностных сейсмических волн широкого диапазона периодов от нескольких секунд до периодов порядка 100 с.

Многие авторы с успехом использовали записи таких наблюдений при изучении строения земной коры и верхней мантии методом дисперсии поверхностных сейсмических волн. В большинстве случаев исследования проводились как на трассах эпицентр — станция, так и вдоль профилей между сейсмическими станциями или на треугольниках со стороной протяженностью порядка сотен километров. Мы пытались провести такие исследования вдоль двух профилей общей продолжительностью до 1500 км.

В качестве крайних точек первого профиля были выбраны сейсмические станции "Обнинск" и "Прага", для второго — "Пулково" и "Прага". В каждом из профилей были дополнительно использованы промежуточные точки (сейсмические станции), лежащие примерно на дуге большого круга, проходящего через упомянутые станции. Таким образом, первый профиль проходил через сейсмические станции "Обнинск", "Минск", "Варшава", "Прага" (в дальнейшем будем его обозначать профиль I), а второй — через сейсмические станции "Пулково", "Рига", "Прага" (профиль II).

§ 2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Расположение станций на изучаемых профилях с указанием расстояний между ними (в км) приведено на рис. 1. Эти расстояния были рассчитаны по координатам станций (табл. 1), как расстояния на сфере (длина дуги 1° принималась равной

Географические координаты станций

Станция	φ	λ	Станция	φ	λ
"Обнинск"	55° 10' N	36° 36' E	"Пулково"	59° 46' N	30° 19' E
"Минск"	54° 30' N	27° 52' E	"Рига"	Временный	
"Варшава"	52° 14' 30" N	21° 01' 25" E	"Вильнюс"	пункт	
"Прага"	50° 04' 13" N	14° 25' 59" E		То же	

Таблица 2

Параметры приборов

Станция	Комп- нента	T_s	T_g	D_s	D_g	σ^2	\bar{V}	Дата
"Обнинск"	N-S	25	106,4	1,30	0,700	0,232	900	1972, 1974
	Z	25	103,7	1,29	0,700	0,249	900	1975
	E-W	25	102,2	1,30	0,700	0,231	910	
"Минск"	N-S	25	85,6	1,00	0,500	0,154	700	
	Z	25	85,0	1,00	0,500	0,138	700	
	E-W	25	81,0	1,00	0,500	0,154	700	
"Варшава"	N-S	25	80,0	1,048	0,447	0,1138	645	
	Z	25	83,2	1,132	0,472	0,137	723	
	E-W	25	83,8	0,995	0,452	0,091	583	
"Прага"	N-S	25	87,0	1,000	0,500	0,040	370	
	Z	25	89,0	1,000	0,500	0,037	310	
	E-W	25	88,0	1,000	0,500	0,041	350	
"Пулково"	Z	25	84,3	1,000	0,500	0,236	870	17.8.1972
								7.5.1973
"Пулково"	N-S	25	104,2	1,000	0,472	0,171	700	30.7.1973
	Z	25	116,8	1,000	0,502	0,177	700	8.4.1974
	E-W	25	101,5	1,000	0,499	0,153	700	
"Рига"	Z	25	78,9	1,000	0,513	0,211	902	1972
"Вильнюс"	Z	25	99,8	1,000	0,524	0,262	792	15.8.1973-
								15.8.1974

111,11 км). Они отличаются от расстояний на земном эллипсоиде меньше, чем на 0,5%. Так, расстояние между Пулково и Прагой на сфере равно 1472,2 км, а на референц-эллипсоиде 1967 г. — 1476,7 км, что составляет различие на 0,3% [10].

На всех сейсмических станциях были использованы записи длиннопериодных сейсмографов СД-1, параметры которых приведены в табл. 2, где T_s и T_g — периоды свободных колебаний маятника и гальванометра; D_s и D_g — коэффициенты затухания маятника и гальванометра; σ^2 — коэффициент связи; \bar{V} — статическое увеличение.

За 1972–1974 гг. были выбраны записи 12 землетрясений, на основе которых проводились исследования. Затем были добавлены пять записей землетрясений за 1975 г. для профиля Обнинск — Минск. Данные о землетрясениях приведены в табл. 3.

§ 3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

При исследовании поверхностных волн землетрясений определялась дисперсия фазовых и групповых скоростей волн Релея и Лява. Выделение дуга поверхностных волн на сейсмограммах проводилось методом спектрально-временного анализа (СВАН). Групповые скорости рассчитывались непосредственно из сейсмограмм так называемым "ручным способом", а также с помощью СВАН. Фазовые скорости рассчитывались "ручным способом" и по фазовым спектрам Фурье.

Перечень используемых записей землетрясений

Дата	Время в очаге			φ	λ	M	Станции
	ч	мин	с				
Профиль I							
4.1.1972	3	16	56	22° 42' N	122° 06' E	6,9	"Обнинск", "Минск", "Варшава", "Прага"
2.9.1972	3	49	37	29 30 N	130 36 E	6,2	То же
4.7.1974	19	30	37	45 06 N	93 54 E	6,9	"Обнинск", "Варшава", "Прага"
8.8.1974	19	16	49	25 00 N	122 36 E	6,4	"Обнинск", "Минск", "Варшава", "Прага"
18.8.1974	10	44	07	38 30 S	74 48 N	7,2	"Обнинск", "Варшава", "Прага"
29.11.1974	21	05	32	51 42 N	98 36 E	5,4	"Обнинск", "Минск"
23.3.1975	07	32	40	23 12 N	122 48 E	6,8	То же
23.5.1975	16	01	54	29 00 N	122 42 E	6,5	"
16.6.1975	22	35	17	02 54 S	148 54 E	6,2	"
6.8.1975	22	24	37	01 24 S	145 54 E	6,2	"
25.12.1975	23	22	21	4 05 S	142 30 E	6,8	"
Профиль II							
22.12.1972	12	18	57	56 42 S	32 48 W	6,5	"Пулково", "Прага", "Рига"
17.6.1973	20	37	56	43 0 N	146 06 E	6,5	"Рига", "Прага"
5.9.1973	13	03	14	39 48 N	143 12 E	6,8	"Пулково", "Рига", "Прага"
9.9.1973	18	25	52	39 54 N	143 12 E	6,4	"Пулково", "Прага"
8.5.1974	23	33	35	35 24 N	138 30 E	7,0	То же
28.8.1973	15	01	54	0 06 S	18 12 W	7,1	"Прага", "Вильнюс", "Варшава"

3.1. Ручной способ

На сейсмограммах выбирались участки записи поверхностных волн, коррелирующие между собой на всех станциях профиля. Пример записей по профилю Обнинск — Прага приведен на рис. 3. Из рисунка видно, что хорошая корреляция фаз наблюдается на станциях "Обнинск", "Минск" и прослеживается на сейсмограмме в Праге. Запись сейсмической станции "Варшава" визуально не коррелирует с записями других станций.

Для каждой сейсмограммы определялись моменты времени t_n прохождения линии записи через нулевую линию (n — порядковый номер прохождения через нуль). Строились графики зависимости t_n от n , затем проводилось их сглаживание. Период волны определялся по сглаженной кривой. Групповая скорость u для трассы эпицентр—станция определялась по формуле [26]:

$$u(T) = \frac{\Delta}{t}, \quad (2.1)$$

где T — период, Δ — эпицентральное расстояние, t — время пробега поверхностной волны. Фазовая скорость c на профиле между двумя сейсмическими станциями — по формуле

$$c(T) = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{t_2 - t_1}, \quad (2.2)$$

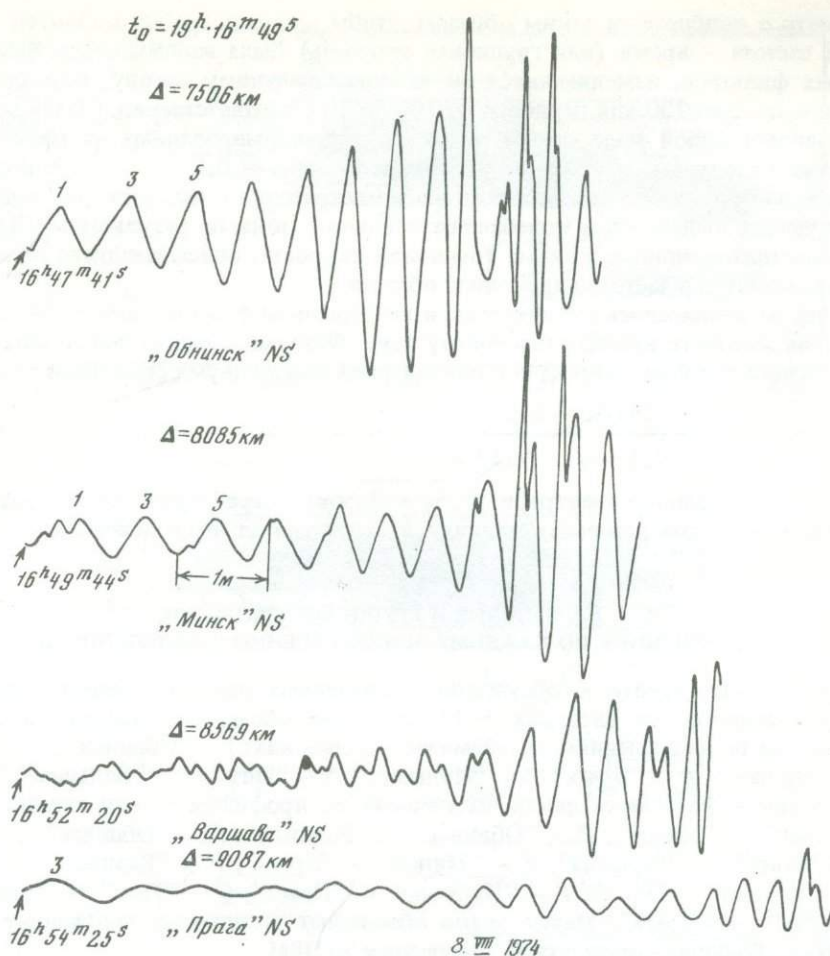


Рис. 3. Пример записи поверхностных волн на профиле Обнинск—Прага
 Δ — эпицентральные расстояния, t_0 — время начала цифровки

где Δ_2 , Δ_1 — эпицентральные расстояния этих станций, t_2 , t_1 — времена вступления скоррелированной фазы на этих станциях; T — среднее значение периода скоррелированных фаз на обеих станциях.

Описанный метод позволяет определить дисперсию групповых и фазовых скоростей только в ограниченном диапазоне визуально выделяемых периодов.

3.2. Определение групповых и фазовых скоростей с помощью спектрального анализа

Для расчетов на ЭВМ выбранные и скоррелированные участки записей цифровались с шагом по времени $\Delta t = 2\text{с}$ при предварительном десятикратном увеличении записи. Для выделения полезного сигнала и разграничения волновых полей (например, основного тона и высших гармоник), а также для определения групповых скоростей нами был использован СВАН [13]. Принцип СВАН заключается в двумерном спектрально-временном представлении анализируемого сигнала, в котором амплитудные и фазовые характеристики процесса рассматриваются как функции времени и частоты. Если сигнал содержит несколько гармоник, они будут проявляться в рельефе амплитудной функции как самостоятельные гребни, что позволяет выделить отдельные волны.

Для всех 17 землетрясений был проведен СВАН в режиме оптимальной фильтрации, т.е. каждой из частот в рассматриваемом спектральном диапазоне подбирался в соответствие свой гауссовый фильтр, склон которого определяется параметром α .

Параметр α подбирается таким образом, чтобы площадь гребня амплитуд на плоскости частота — время (или групповая скорость) была минимальной. Набор переменных фильтров, изменяющихся по экспоненциальному закону, задавался значениями α от 1 до 100 для периодов от 100 до 10 с соответственно. СВАН-диаграмма представляет собой поле огибающей амплитуд, нормированных на максимальное значение амплитуды, в котором обозначаются уровни 0,1, 0,2 ... 0,9 от значения максимальной амплитуды. Для каждого землетрясения в диапазоне периодов, соответствующих выделенным колебаниям основного тона, по результатам СВАН определялись дисперсионные кривые групповой скорости, описывающиеся положением гребня амплитуд в частотно-временной области.

Далее рассчитывались амплитудные и непрерывные фазовые спектры в диапазоне периодов, соответствующих основному тону. Фазовые спектры использовались для определения фазовых скоростей c для профиля между двумя станциями по формуле

$$c(T) = \frac{2\pi(\Delta_2 - \Delta_1)}{T\{(\varphi_1 - \varphi_2) - (\gamma_1 - \gamma_2) + 2k\pi\}}, \quad (2.3)$$

где φ_1, φ_2 — фазовые спектры и γ_1, γ_2 — фазовые характеристики аппаратуры для периода T на рассматриваемых станциях, k — положительное целое число.

§ 4. ФАЗОВЫЕ И ГРУППОВЫЕ СКОРОСТИ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПО КАЖДОМУ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЮ В ОТДЕЛЬНОСТИ

Прежде чем перейти к обсуждению полученных данных, введем обозначения, которые приняты на рисунках 5–17. Цифрами обозначены групповые скорости, полученные по наблюдениям на сейсмических станциях: 1 — "Обнинск", 2 — "Минск", 3 — "Варшава", 4 — "Прага", 5 — "Пулково", 6 — "Рига", 7 — "Вильнюс". Буквами обозначаются фазовые скорости, полученные по профилям между станциями: А — "Обнинск" — "Минск", В — "Обнинск" — "Варшава", С — "Обнинск" — "Прага", D — "Минск" — "Варшава", E — "Минск" — "Прага", F — "Варшава" — "Прага", S — "Пулково" — "Рига", P — "Пулково" — "Прага", Q — "Рига" — "Прага", R — "Вильнюс" — "Прага". Малые знаки обозначают результаты, полученные ручным способом, большие — результаты, полученные на ЭВМ.

Рассмотрим землетрясения, использованные для изучения поверхностных волн вдоль профиля I.

1. Землетрясение 4.1.1972 г. на Тайване было зарегистрировано сейсмическими станциями "Обнинск", "Варшава", "Прага". На рис. 4, а — д приведены СВАН-диаграммы этого землетрясения, рассчитанные для указанных станций. В этом землетрясении зарегистрированы поверхностные волны Лява и Релея. Из СВАН-диаграмм видно, что на всех сейсмических станциях выделяется волновое поле основного тона волн Лява (компонента NS) и Релея (компонента Z) примерно на периодах 30–70 с. На периодах меньше 30 с на Z-компонентах выделяется еще одно поле (возможно объемной волны). Цифровка сейсмограмм на NS-компонентах проводилась только до момента интенсивного вступления волны Релея, вследствие чего волновое поле волн Лява на СВАН-диаграммах выделено не полностью.

При расчетах фазовых скоростей волн Релея проявилась следующая особенность — в интервале периодов от 70 до 35 с значения скоростей уменьшались, далее при уменьшении периода значения скоростей стали возрастать. Возможно, это было связано с интерференцией (наличие второго волнового поля видно из СВАН-диаграммы), поэтому на рис. 5, а значения фазовых скоростей волн Релея приведены только начиная со значений периодов 35 с и выше. Для волн Лява значения фазовых скоростей на рис. 5, б приведены для периодов порядка 20–80 с.

2. Землетрясение 2.9.1972 г. в районе островов Рюкю. Использованы записи землетрясения на сейсмических станциях "Обнинск", "Минск", "Варшава", "Прага". На СВАН-диаграммах были выделены поля достаточно узкого диапазона периодов (10–40 с), поэтому последующие расчеты скоростей производились в этом диапазоне. Зарегистрированы волны Релея. Для данного землетрясения профиль "Обнинск" — "Прага" имеет отклонение от дуги большого круга, проходящей через эпицентр, примерно на 14° . Как видно из рис. 6, для этого землетрясения групповые скорости

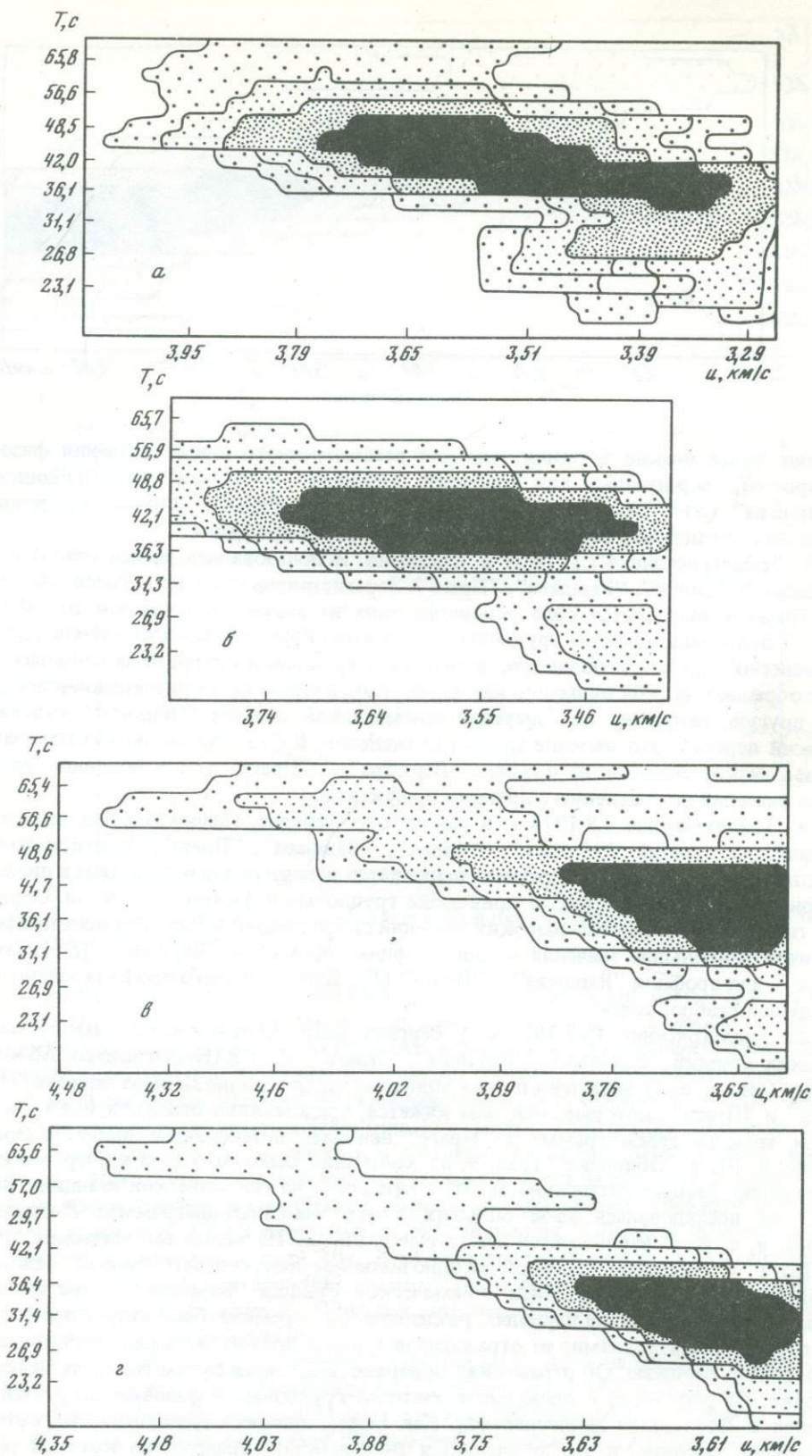


Рис. 4. СВАН-диаграммы землетрясения 4.1.1972 г.

a – Z-компонента, сейсмическая станция "Обнинск"; *б* – Z-компонента, сейсмическая станция "Прага"; *в* – NS-компонента, сейсмическая станция "Варшава"; *г* – NS-компонента, сейсмическая станция "Прага"; *д* – NS-компонента, сейсмическая станция "Обнинск", где *T* – период, *u* – групповая скорость

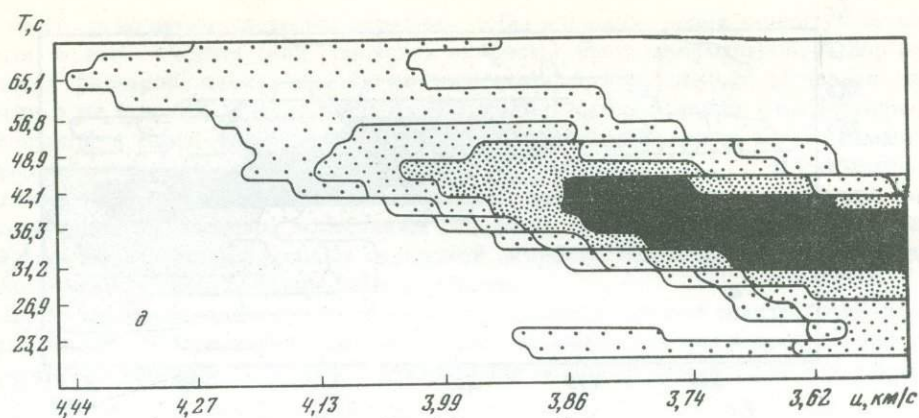


Рис. 4 (окончание)

имеют более низкие значения, чем для рассмотренного выше. Значения фазовых скоростей, рассчитанных для профилей "Обнинск" — "Минск" (А), "Обнинск" — "Варшава" (В); "Минск" — "Варшава" (D) не совпадают. Видимо, это различие связано с различием в строении земной коры на этих профилях.

3. Землетрясение 4.7.1974 г. в Монголии. Использовались записи сейсмических станций "Обнинск", "Варшава", "Прага". Зарегистрированы волны Релея. На СВАН-диаграммах выделяется поле основного тона на значениях периодов 10–80 с. На рис. 7 приведены значения групповых и фазовых скоростей для этого землетрясения. Интересно отметить особенность в значениях групповой скорости на периодах 40 с, где обращает на себя внимание как бы переход с одной ветви дисперсионной кривой на другую, например для значений сейсмической станции "Обнинск" выделяется резкий перегиб. Это явление требует объяснения. В фазовых скоростях отмечаются более низкие значения на профиле "Варшава" — "Прага" (F) и большой разброс этих значений по сравнению с другими профилями.

4. Землетрясение 8.8.1974 г. в районе о-ва Тайвань. Использовались записи сейсмических станций "Обнинск", "Минск", "Варшава", "Прага". Зарегистрированы волны Лява. На СВАН-диаграммах выделяется основной тон волны Лява в диапазоне периодов 15–60 с. На рис. 8 приведены групповые и фазовые скорости. Обращает на себя внимание наличие высоких значений скоростей волн Лява для всех профилей, причем наибольшие значения — для профиля "Минск" — "Варшава" (D), наименьшие — для профиля "Варшава" — "Прага" (F). Для последнего профиля наблюдается большой разброс точек.

5. Землетрясение 18.8.1974 г. у берегов Чили. Использовались записи сейсмических станций "Обнинск", "Варшава", "Прага". На СВАН-диаграммах NS-компонент (рис. 9, а, б) выделено по два волновых поля в волне Лява на записях "Обнинска" и "Праги", которые, как нам кажется, представляют основной тон и обертона. При этом на сейсмограмме в "Праге" наиболее интенсивным является обертона (рис. 9, б), в "Обнинске" (рис. 9, а) колебания основного тона и обертона имеют примерно равную интенсивность. NS-компонента на сейсмической станции "Варшава" не исследовалась из-за больших помех. На СВАН-диаграммах Z-компонент (рис. 9, в, г, д) наблюдаются некоторые различия. На записи сейсмических станций "Прага" и "Обнинск" выделяется одно волновое поле, соответствующее основному тону волны Релея; на записи сейсмической станции "Варшава" — два волновых поля на одних и тех же периодах, разделенные по времени. Если второе поле связано с отраженными волнами, то отражающая граница должна быть расположена северовосточнее Варшавы. Об отражениях поверхностных волн будем говорить несколько позже. На рис. 10, а, б приводятся значения групповых и фазовых скоростей волн Релея и Лява этого землетрясения. Как видно, значения групповых скоростей достаточно высокие, и это объясняется океанической трассой, по которой распространяются волны. Кроме того, в дисперсионных кривых групповых и фазовых скоростей наблюдаются "скачки". Видимо, это связано со сложностью строения Земли на пути распространения волн.

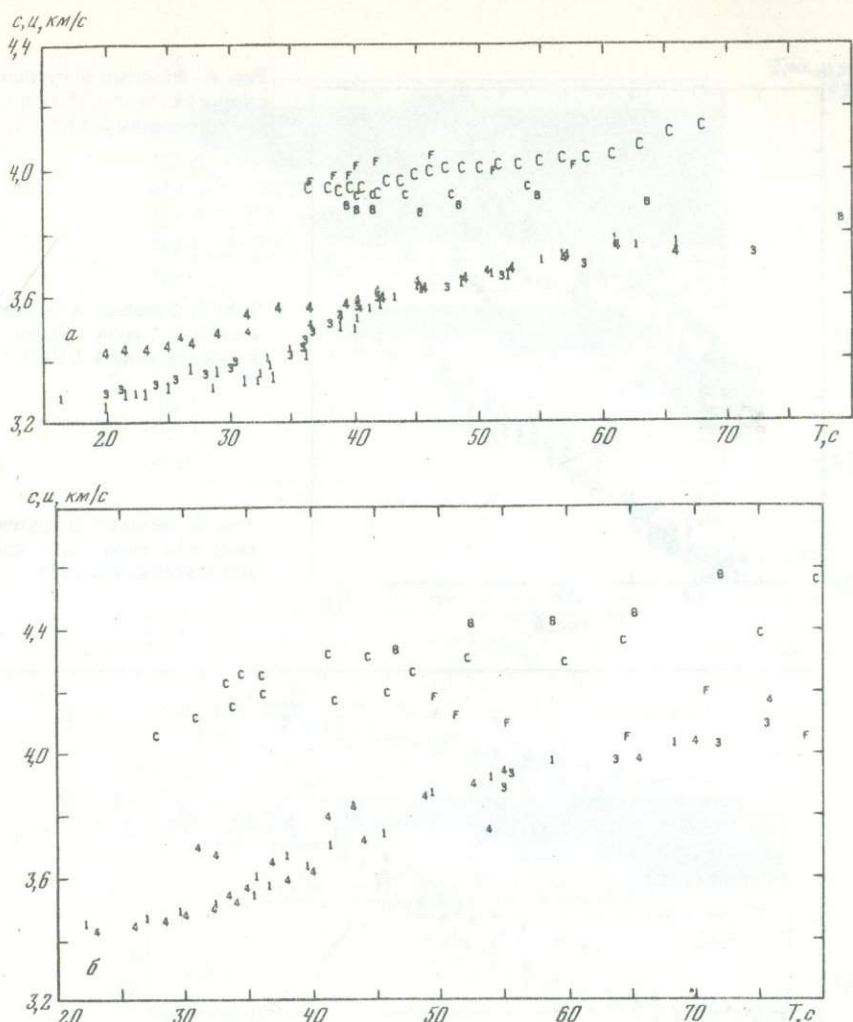


Рис. 5. Фазовые и групповые скорости волн Релея (а) и Лява (б) для землетрясения 4.1.1972 г. Обозначения — в тексте

6. Следующим в этом профиле было рассмотрено довольно слабое землетрясение 29.11.1974 г. в Монголии, которое было записано на станциях "Обнинск" и "Минск". Зарегистрированы волны Лява. На СВАН-диаграммах *NS*-компонент обеих станций выделен основной тон в диапазоне периодов 10–60 с. На СВАН-диаграмме "Обнинска" выделен также обертона на периодах менее 10 с. Обращает на себя внимание фазовая скорость на этом профиле (рис. 11). Начиная с периодов 10 с фазовая скорость довольно быстро возрастает и на периодах около 50 с достигает значений 4,8 км/с. Некоторая ступенчатость этой кривой и высокие значения скоростей наводят на мысль о существовании здесь эффекта интерференции основного тона с обертоном, однако, на СВАН-диаграмме на сейсмостанции "Обнинск" обертона выделен в диапазоне периодов меньше 10 с. В то же время фазовая скорость определялась нами на более длинных периодах, поэтому такое объяснение наличия высоких скоростей не вполне убедительно. С другой стороны, это можно объяснить особенностями структур в данном регионе.

Для проверки наличия высоких скоростей волн Лява на профиле "Обнинск" — "Минск" нами было обработано еще пять землетрясений 1975 г. (см. табл. 3). СВАН-диаграммы *NS*-компонент рассчитаны для этих землетрясений в диапазоне периодов 10–90 с. Для всех землетрясений, кроме землетрясения 25.12.1975 г., хорошо разделились волновые поля основного тона и первого обертона, причем обертона выделялся на периодах 10–35 с. Таким образом, в диапазоне периодов 35–90 с в четырех землетрясениях выделяется основной тон волн Лява, для которого определены

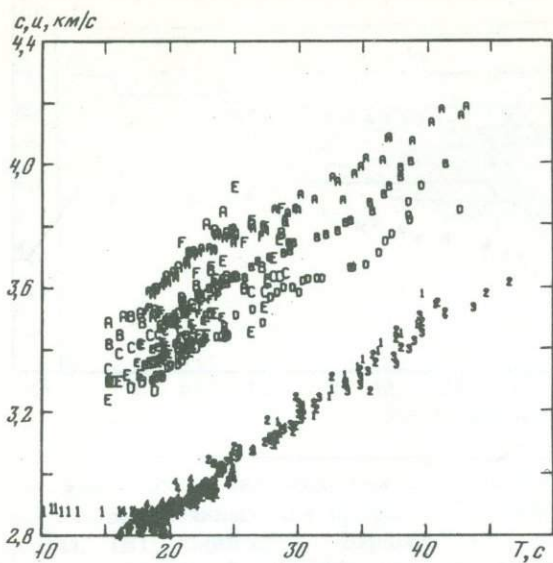


Рис. 6. Фазовые и групповые скорости волн Релея для землетрясения 2.9.1972 г.

Рис. 7. Фазовые и групповые скорости волн Релея для землетрясения 4.7.1974 г.

Рис. 8. Фазовые и групповые скорости волн Лява для землетрясения 8.8.1974 г.

Рис. 6

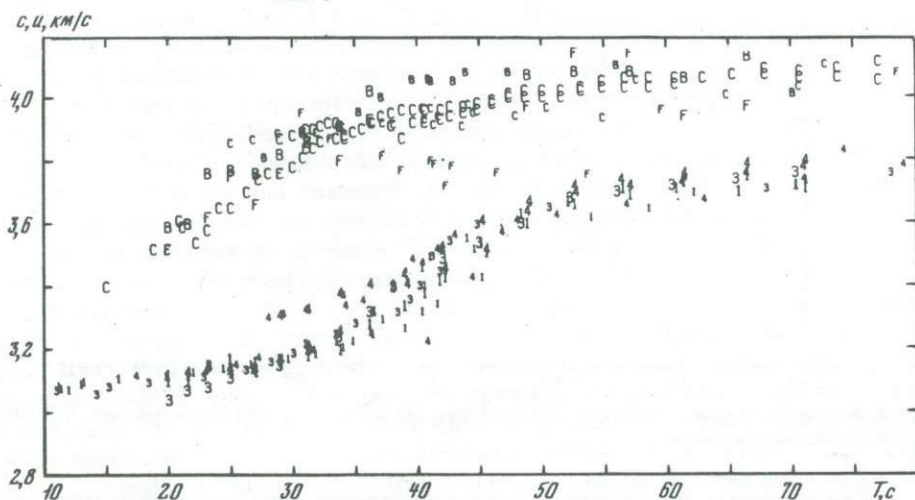


Рис. 7

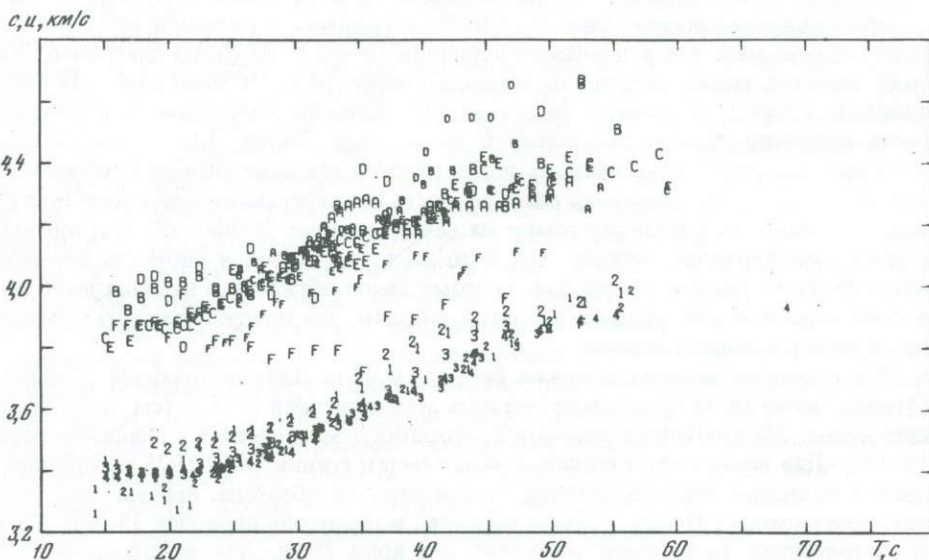


Рис. 8

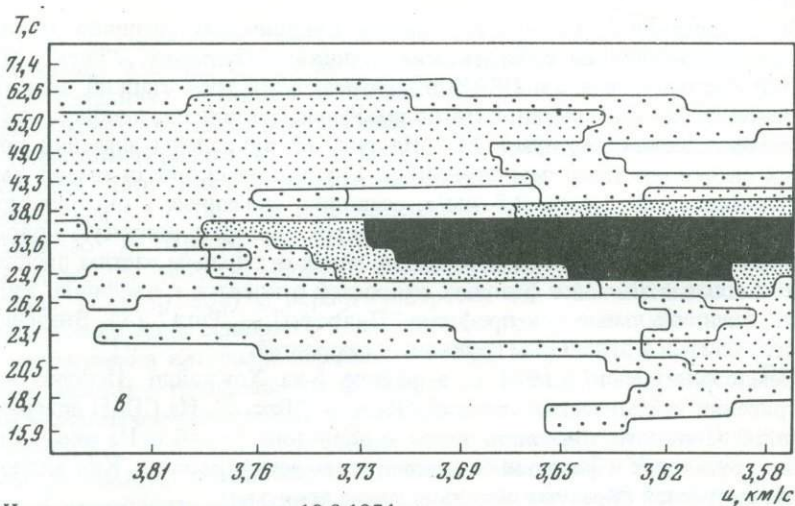
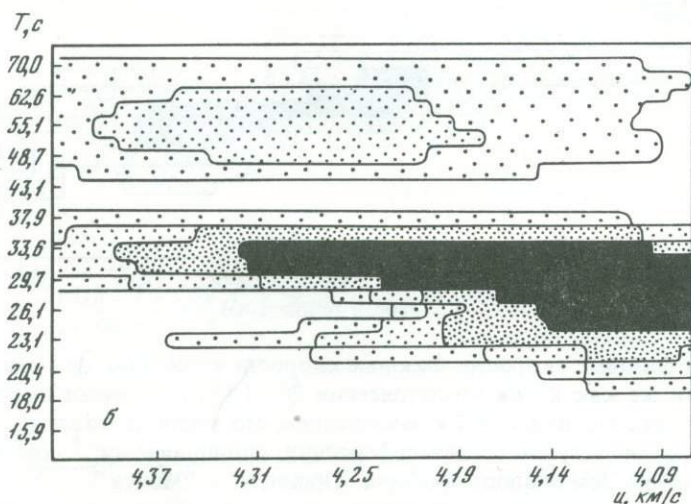
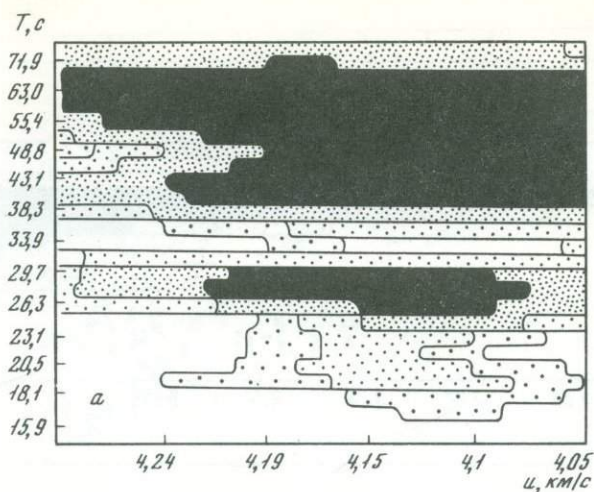


Рис. 9. СВАН-диаграммы землетрясения 18.8.1974 г.

a — NS-компонента, сейсмическая станция "Обнинск"; *б* — NS-компонента, сейсмическая станция "Прага"; *в* — Z-компонента, сейсмическая станция "Обнинск"; *г* — Z-компонента, сейсмическая станция "Прага"; *д* — Z-компонента, сейсмическая станция "Варшава"

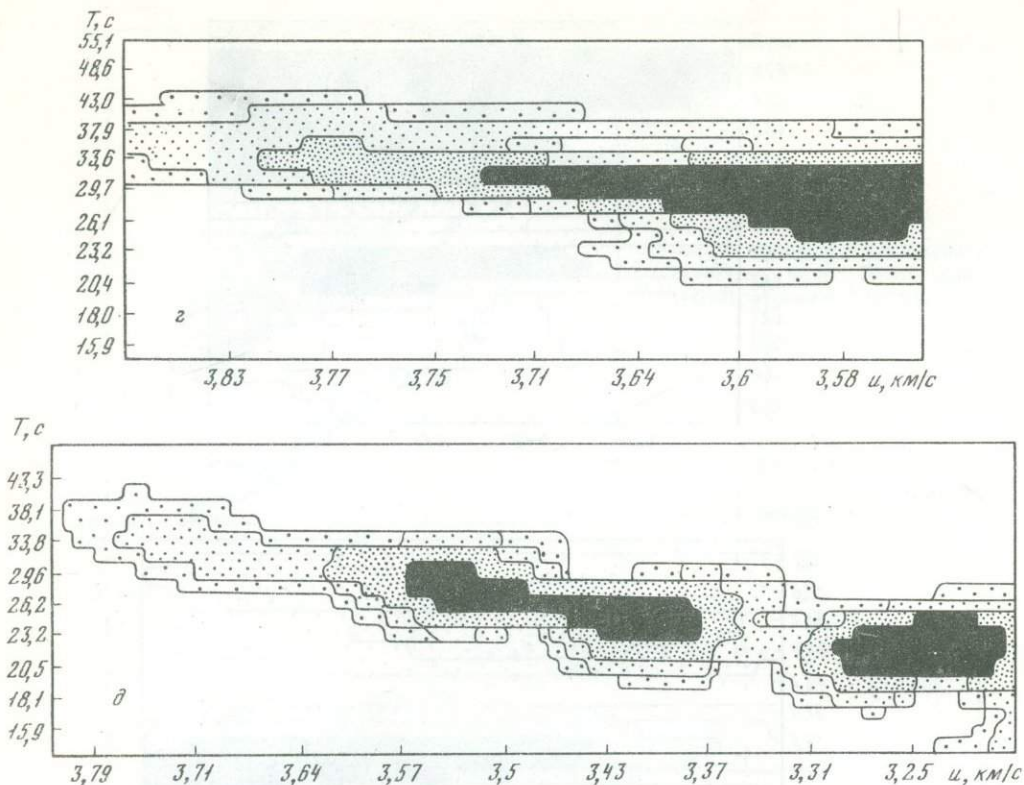


Рис. 9 (окончание)

групповые и фазовые скорости. Фазовые скорости волн Лява для указанных землетрясений, так же как и для землетрясения 29.11.1974 г., имеют высокие значения. Исходя из этого, мы приходим к заключению, что высокие фазовые скорости волн Лява не являются результатом интерференции, а по-видимому, связаны с особенностями строения Земли вдоль профиля "Обнинск" — "Минск".

Рассмотрим землетрясения, зарегистрированные сейсмическими станциями профиля П.

1. Землетрясение 22.12.1972 г. в районе Сандвичевых островов. Использовались записи землетрясения на сейсмических станциях "Пулково", "Рига", "Прага". Исследуется Z-компонента. На СВАН-диаграммах всех трех станций выделен в диапазоне периодов 20—60 с основной тон волны Релея. Отклонение профиля от азимута для этого землетрясения достигает 13° . На рис. 12 приведены значения групповых и фазовых скоростей этого землетрясения. Групповые скорости имеют высокие значения, примерно от 3,3 до 3,8 км/с, очевидно, связанные с океанической трассой распространения. Значения фазовых скоростей образуют широкую полосу, в которой можно различить области, соответствующие отдельным частям профиля, а именно максимальные значения фазовых скоростей относятся к профилю "Рига" — "Прага" (Q), а минимальные — к профилю "Пулково" — "Рига" (S). Значения фазовых скоростей близки к значениям групповых скоростей.

2. Землетрясение 17.6.1973 г. в районе о-ва Хоккайдо. Используются записи землетрясения сейсмических станций "Рига" и "Прага". На СВАН-диаграммах выделены поля основного тона волн Релея в диапазоне 10—50 с. На рис. 13 приводятся значения групповых и фазовых скоростей этого землетрясения. Как видно из рис. 13, значения скоростей образуют довольно узкие полосы.

3. Землетрясение 5.9.1973 г. в районе о-ва Хонсю. Используются записи землетрясения на сейсмических станциях "Пулково", "Рига", "Прага". Исследуется Z-компонента. На СВАН-диаграммах записей всех трех станций выделен основной тон волны Релея на периодах от 10 до 35 с. На рис. 14 представлены групповые и фазовые скорости данного землетрясения. Здесь, так же как и в землетрясении 22.12.1972 г., значения фазовых скоростей различаются по частям профиля.

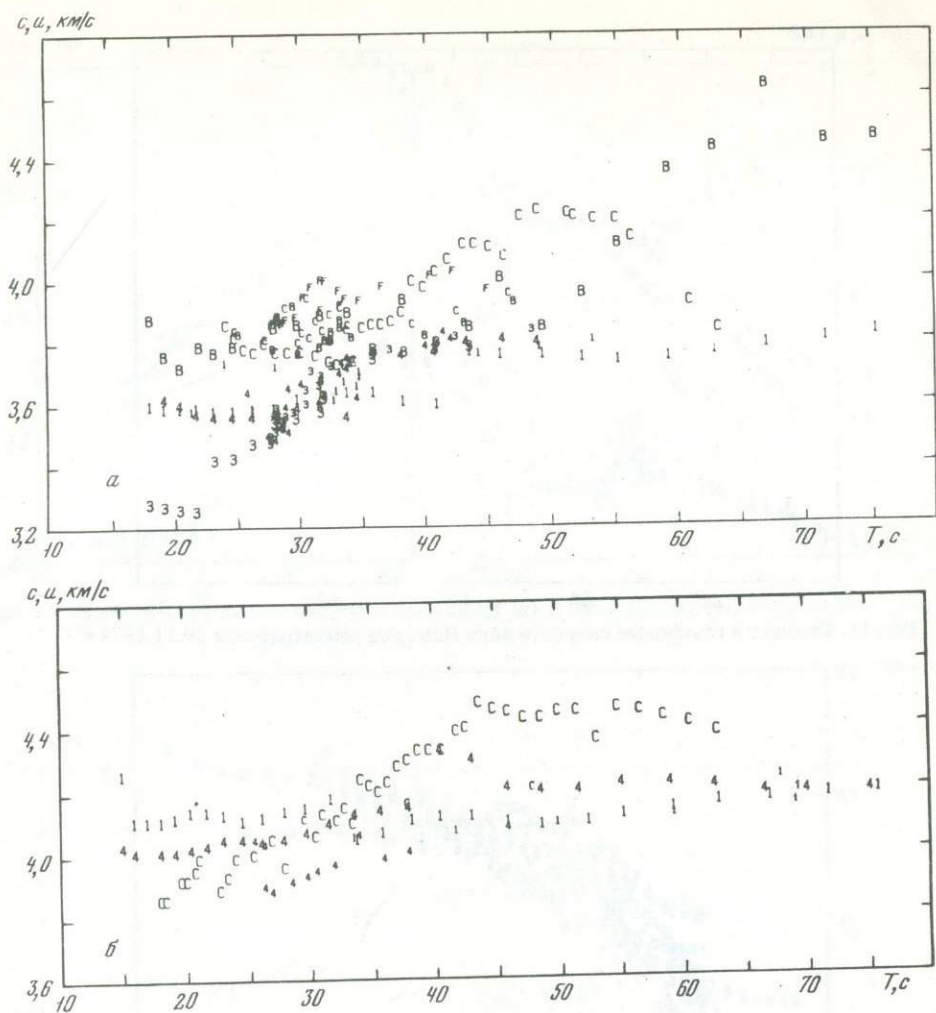


Рис. 10. Фазовые и групповые скорости волн Релея (а) и Лява (б) для землетрясения 18.8.1974 г.

4. Землетрясение 9.9.1973 г. на о-ве Хонсю. Используются записи землетрясения не сейсмических станциях "Пулково" и "Прага". Исследуются Z - и EW -компоненты. На СВАН-диаграммах выделены волны Релея (основной тон) и волны Лява (основной тон) в диапазоне периодов 15–35 с. На рис. 15, а, б, представлены групповые и фазовые скорости волн Релея и Лява соответственно.

5. Землетрясение 8.5.1974 г. на о-ве Хонсю. Используются записи сейсмических станций "Пулково" и "Прага". Исследованы NS -, EW - и Z -компоненты. На СВАН-диаграммах горизонтальных компонент обеих станций выделены волновые поля основного тона ($T = 30$ –80с) и первого обертона ($T = 15$ –30с) волн Лява. Мы использовали только поле основного тона, поэтому групповые и фазовые скорости волн Лява рассчитаны в интервале периодов 30–80с. На рис. 16, а, б соответственно, представлены значения групповых и фазовых скоростей волн Релея и Лява. По полученным значениям можно провести уверенные кривые.

6. Землетрясение 28.8.1973 г. в районе Атлантического хребта. Используются записи землетрясения на сейсмических станциях "Вильнюс", "Варшава", "Прага". Исследуется Z -компонента. На СВАН-диаграмме сейсмической станции "Вильнюс" выделены три волновых поля, которые, как нам кажется, можно интерпретировать как основной тон волны Релея, обертон и поле, связанное с отраженной волной от вертикального разлома в земной коре. На СВАН-диаграмме сейсмической станции "Варшава" нет четко выделенной диспергирующей волны. Возможно, это связано с интерференцией волн. На СВАН-диаграмме сейсмической станции "Прага" выде-

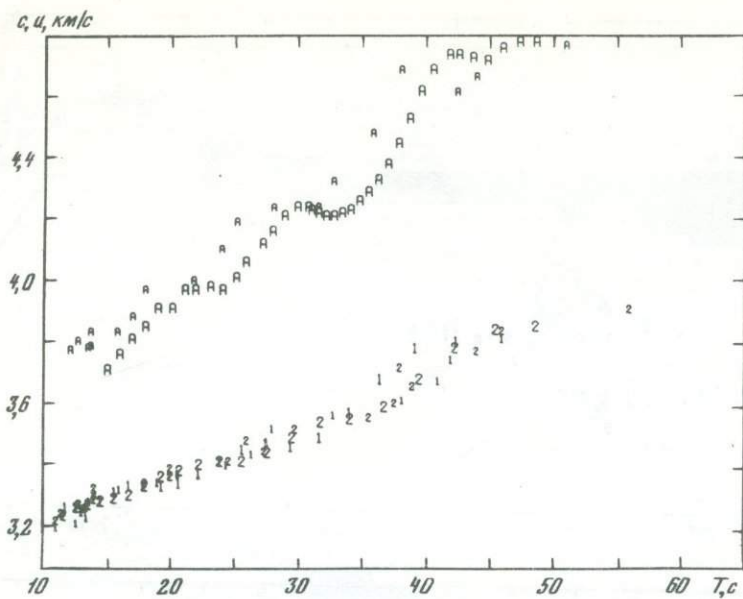


Рис. 11. Фазовые и групповые скорости волн Лява для землетрясения 29.11.1974 г.

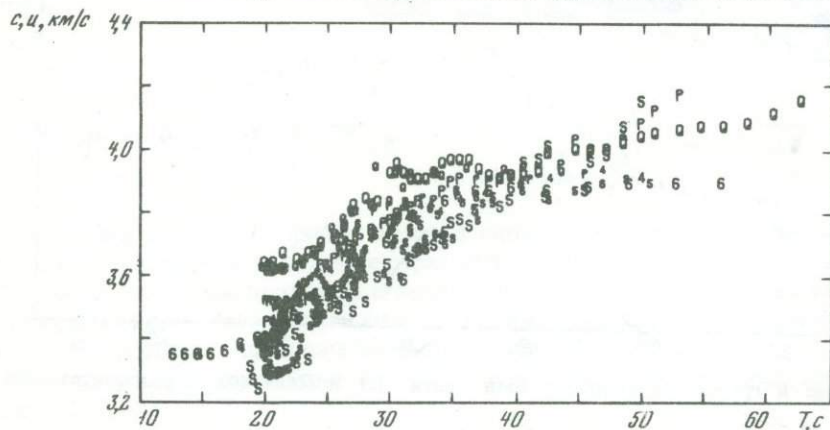


Рис. 12. Фазовые и групповые скорости волн Релея для землетрясения 22.12.1972 г.

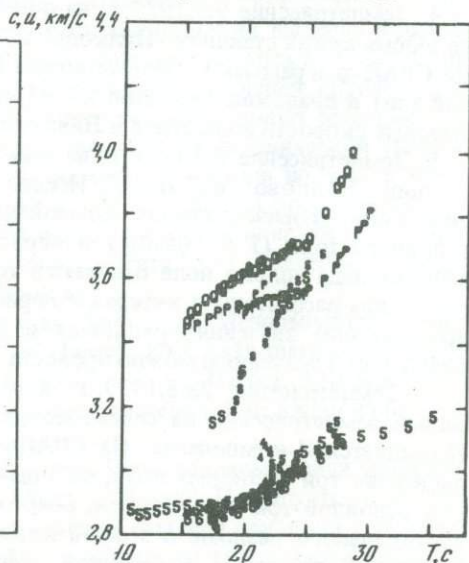
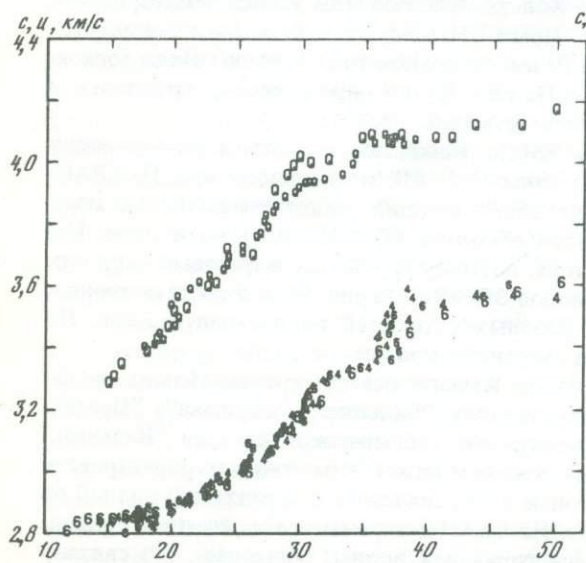


Рис. 13. Фазовые и групповые скорости волн Релея для землетрясения 17.6.1973 г.

Рис. 14. Фазовые и групповые скорости волн Релея для землетрясения 5.9.1973 г.

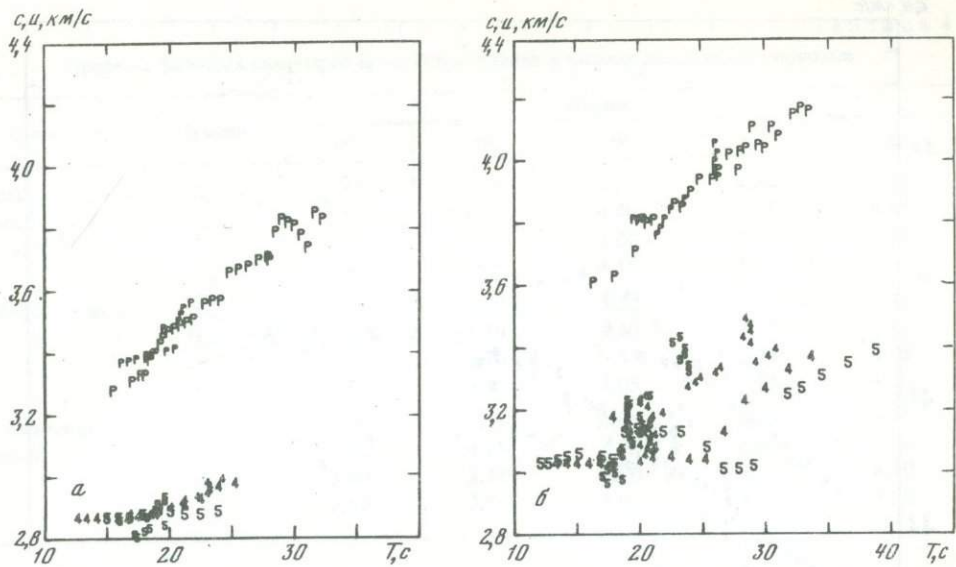


Рис. 15. Фазовые и групповые скорости волн Релея (а) и Лява (б) для землетрясения 9.9.1973 г.

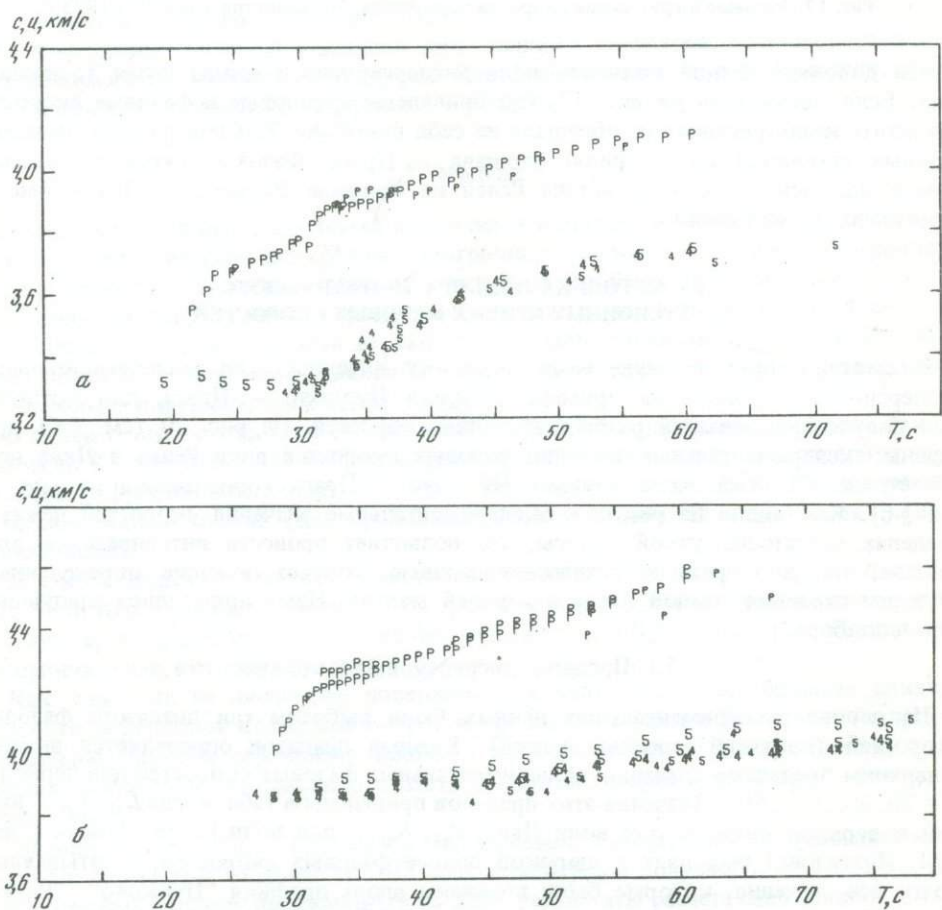


Рис. 16. Фазовые и групповые скорости волн Релея (а) и Лява (б) для землетрясения 8.5.1974 г.

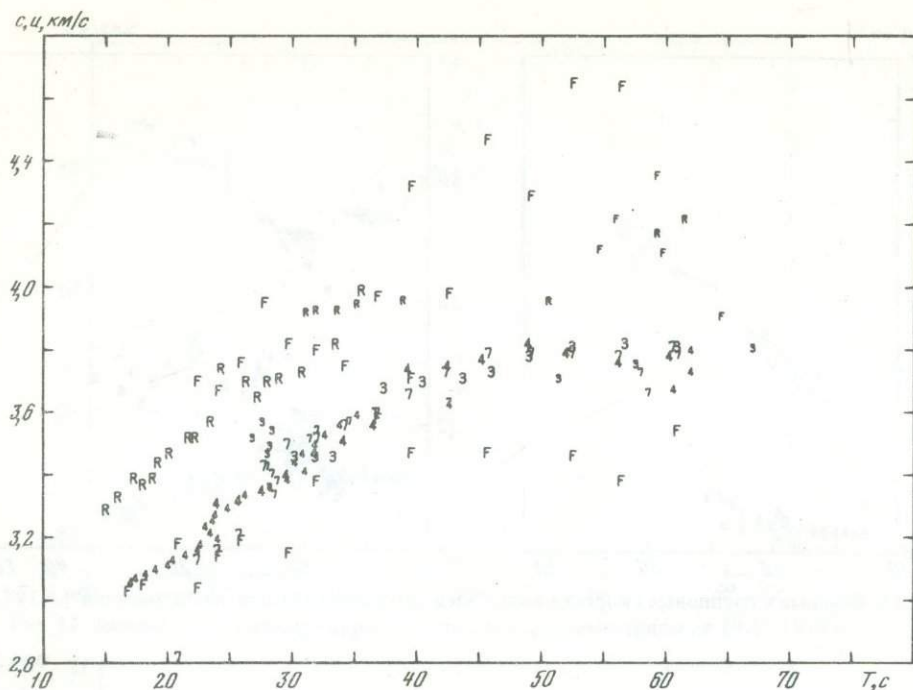


Рис. 17. Фазовые и групповые скорости волн Релея для землетрясения 28.8.1973 г.

ляется довольно четкое волновое поле диспергирующей волны Релея (основной тон). Если посмотреть на рис. 17, где приведены групповые и фазовые скорости для этого землетрясения, то обращает на себя внимание большой разброс значений фазовых скоростей по профилю Варшава — Прага. Фазовые скорости, рассчитанные для основного тона волны Релея на профиле Вильнюс — Прага, имеют достаточно определенный ход.

§ 5. МЕТОДИКА ПОДБОРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ ФАЗОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Рассмотрим применяемую нами методику интерпретации экспериментальных дисперсионных кривых на примере профиля Пулково — Прага, для которого был получен наименьший разброс значений скоростей. На рис. 20 (см. § 6) приведены экспериментальные значения фазовых скоростей волн Релея и Лява всех землетрясений, лежащих в азимуте Пулково — Прага (обозначения на рис. 20 см. § 6). Как видно из рисунка, экспериментальные значения скоростей лежат в пределах достаточно узкой полосы, что позволяет провести интерпретацию этих данных, т.е. подобрать теоретические кривые, соответствующие определенным моделям строения земной коры и верхней мантии. Нами применялся следующий метод подбора.

5.1. Пределы дисперсионных кривых

На основе экспериментальных данных были выбраны три диапазона фазовых скоростей (широкий, средний, узкий). Каждый диапазон определяется нижним и верхним пределами значений экспериментальных фазовых скоростей для периодов $T = 20, 30, \dots, 60$ с. Значения этих пределов приведены в табл. 4, где L_N, L_B — нижний и верхний пределы для волн Лява, R_N, R_B — для волн Релея. Заметим, что:

1. Диапазон I был взят в широкой полосе фазовых скоростей, охватывающей почти все значения, которые были получены вдоль профиля "Пулково" — "Рига" — Прага. В этих пределах находятся значения фазовых скоростей, полученных по профилю Пулково — Прага, Пулково — Рига и Рига — Прага.

2. Диапазон II относится только к профилю Пулково — Прага. Успешные модели этого диапазона, описанные ниже, представляют собой осредненное строение

Пределы фазовых скоростей волн Релея и Лява в разных диапазонах периодов

Диапазон	Предел	Период, с				
		20	30	40	50	60
I (самая широкая полоса фазовых скоростей)	L_H	3,60	3,95	4,20	4,30	4,40
	L_B	3,85	4,20	4,40	4,55	4,65
	R_H	3,20	3,50	3,80	3,85	3,95
	R_B	3,65	4,05	4,10	4,20	4,25
II (средняя полоса)	L_H	3,65	4,00	4,20	4,35	4,45
	L_B	3,85	4,20	4,40	4,55	4,65
	R_H	3,35	3,70	3,85	3,95	4,05
	R_B	3,55	3,90	4,05	4,15	4,25
III (самая узкая полоса)	L_H	3,70	4,05	4,25	4,40	4,50
	L_B	3,80	4,15	4,35	4,50	4,60
	R_H	3,40	3,75	3,90	4,00	4,10
	R_B	3,50	3,85	4,00	4,10	4,20

земной коры вдоль профиля Пулково — Прага. Некоторые экспериментальные значения фазовых скоростей для профилей Пулково — Рига и Рига — Прага находятся вне этого пояса.

3. Самый узкий пояс значений фазовых скоростей (в пределах 0,1 км/с) относится только к профилю Пулково — Прага.

Модель среды считается успешной для данного диапазона, если теоретические значения фазовой скорости волн Релея и Лява, рассчитанные для этой модели, находятся в заданных пределах для периодов $T = 20, 30, \dots, 60$ с.

5.2. Модели

Подбор моделей строения Земли проводился в предположении, что среда состоит из плоскопараллельных однородных изотропных слоев на однородном изотропном полупространстве. Исходные модели земной коры были представлены двух- и трехслойными структурами, параметры которых первоначально были заданы по результатам ГСЗ с некоторыми вариациями. В дальнейшей интерпретации для подбора моделей земной коры использовались некоторые результаты, полученные по объемным, поверхностным волнам и т.д.

В связи с тем, что данные ГСЗ не дают сведений о подкоровом строении Земли, а модель Канадского щита [37] была ранее успешно применена для интерпретации фазовых скоростей поверхностных волн в европейской части СССР [30], в качестве исходной модели мантии (для продольных волн и мощностей слоев) была принята данная модель.

Для всех моделей в качестве независимых параметров задаются скорости продольных волн α_i и мощности слоев d_i . Скорости поперечных волн рассчитываются по формуле $\beta_i = \alpha_i/\sqrt{3}$; плотности — по формуле $\rho_i = 1,7 + 0,2 \alpha_i$ (аппроксимация зависимости ρ и α , которая описана в [63]).

Как известно, на дисперсию поверхностных волн оказывают большее влияние скорости поперечных волн, чем скорости продольных волн и плотности (скорости продольных волн не оказывают никакого влияния на волны Лява), поэтому в конечных результатах необходимо считать основным полученный разрез для поперечных волн.

Модели М1. В табл. 5 приведены все значения, которые могут принимать независимые параметры моделей М1. Из всех комбинаций получается 432 модели. Выбор успешных моделей производится на ЭВМ. Результаты расчета следующие:

Диапазон	Количество успешных моделей
I	68
II	35
III	0

Параметры моделей М1

№ слоя	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	3,5; 4,0; 4,5	1,0; 2,0	5	7,86	100
2	5,8; 6,2; 6,6	10; 20	6	7,81	100
3	6,4; 6,8; 7,2	15; 25	7	8,24	80
4	8,18; 8,28	80	8	8,87	

Таблица 6

Параметры моделей М1 для диапазона II

№ модели	Скорость продольных волн, км/с				Мощность слоев, км		
	α_1	α_2	α_3	α_4	d_1	d_2	d_3
118, 119, 120	3,5; 4,0; 4,5	5,8	6,8	8,18	1	20	15
137, 138	4,0; 4,5	5,8	6,4	8,28	1	20	15
166, 167, 168	3,5; 4,0; 4,5	6,2	6,4	8,18	2	20	15
181, 182	3,5; 4,0	5,8	7,2	8,18	2	20	15
193, 194, 195	3,5; 4,0; 4,5	6,2	6,4	8,28	2	20	15
199, 200, 201	3,5; 4,0; 4,5	5,8	6,8	8,28	2	20	15
217, 218, 219	3,5; 4,0; 4,5	5,8	6,4	8,18	1	10	25
244, 245, 246	3,5; 4,0; 4,5	5,8	6,4	8,28	1	10	25
274	3,5	6,2	6,4	8,18	2	10	25
298, 299, 300	3,5; 4,0; 4,5	5,8	6,4	8,28	2	10	25
343, 344, 345	3,5; 4,0; 4,5	5,8	7,2	8,18	1	20	25
370, 371	3,5; 4,0	5,8	7,2	8,28	1	20	25
420	4,5	6,2	6,8	8,28	2	20	25
424, 425, 426	3,5; 4,0; 4,5	5,8	7,2	8,28	2	20	25

Таблица 7

Параметры моделей М2

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	3,5; 4,5	1; 2	5	7,86	100
2	5,6; 6,0; 6,4	15, 20, 25	6	7,81	100
3	6,4; 6,8; 7,2	15, 20, 25	7	8,24	80
4	8,18	80	8	8,87	

Параметры моделей М1, которые удовлетворяют средней ширине пояса фазовых скоростей (диапазон II) приведены в табл. 6. Параметры, которые не изменяются, здесь не указаны. Из этой таблицы можно сделать следующие выводы:

а) вариации скорости в тонком осадочном слое мало влияют на успешность или неуспешность модели;

б) из трех заданных значений скорости α_2 , значение 6,6 км/с ни в одном случае не удовлетворяет;

в) сумма мощностей гранитного и базальтового слоев $d_2 + d_3 = 25$ км не удовлетворяет.

Отсюда следует, что с учетом слоя осадков мощность земной коры не может быть меньше 27 км. Удовлетворяет только $d_2 + d_3 = 35$ км (мощность земной коры с осадками 36 и 37 км) и в меньшем числе случаев $d_2 + d_3 = 45$ км.

Модели М2. Эти модели были предложены на основе анализа расчетов для моделей М1. Параметры моделей М2 приведены в табл. 7. Из всех комбинаций получается 324 модели. Для широкого диапазона скоростей 76 успешных моделей, для

Параметры моделей М2 для диапазона II

№ модели	Скорость продольных волн, км/с			Мощность, км		
	α_1	α_2	α_3	d_1	d_2	d_3
1	3,5	5,6	6,4	1	15	15
21	3,5	6,0	6,4	2	15	15
39, 40	3,5; 4,5	6,0	6,4	2	20	15
49	3,5	5,6	7,2	1	20	15
63, 64	3,5; 4,5	6,0	6,8	2	20	15
87, 88	3,5; 4,5	6,0	7,2	1	25	15
111, 112	3,5; 4,5	6,0	6,4	1	15	20
130	4,5	6,0	6,4	2	15	20
153, 154	3,5; 4,5	6,0	6,8	1	20	20
158	4,5	5,6	7,2	1	20	20
243, 244	3,5; 4,5	6,0	6,8	2	15	25
285	3,5	6,0	7,2	2	20	25

Таблица 9

Параметры моделей М3

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	6,0	от 10 до 30 с шагом 2	4	7,86	100
		То же	5	7,81	100
2	6,8		6	8,24	80
3	8,18	80	7	8,87	

среднего диапазона — 18. Для самого узкого диапазона фазовых скоростей нет ни одной успешной модели (тот же случай, что и для М1).

Параметры моделей М2, которые удовлетворяют среднему диапазону фазовых скоростей, приведены в табл. 8. Из анализа этой таблицы можно сделать следующие выводы:

- скорость $\alpha_2 = 6,4$ км/с не удовлетворяет;
- мощность коры больше 50 км не удовлетворяет.

Только в одном случае мощность коры равна 47 км, в остальных случаях она меньше. Чаще всего получаются значения $d_2 + d_3 = 35$ км и $d_2 + d_3 = 40$ км.

Модели М3. Эти модели характеризуются постоянными скоростями в слоях, ищутся мощности слоев ("классический" метод интерпретации дисперсионных кривых).

Параметры моделей М3 приведены в таблице 9. Всего моделей 121. Особенности моделей следующие:

- модели без осадков;
- скорости постоянные.

Были взяты значения $\alpha_1 = 6,0$ км/с и $\alpha_2 = 6,8$ км/с потому, что они несколько раз встречаются в успешных моделях М2; кроме того, эти значения были также найдены при определении строения земной коры под станцией "Кашперские Горы" по отношению спектров объемных волн [39].

Модели М3, удовлетворяющие диапазону I, приведены в табл. 10. Успешных моделей 22. При заданных скоростях объемных волн мощность земной коры определяется в пределах 36—50 км.

Диапазону II фазовых скоростей удовлетворяют четыре модели (см. табл. 10). Для данного диапазона получается мощность коры 36—40 км (в моделях была задана мощность коры от 20 до 60 км, но удовлетворяет только мощность 36—40 км).

Параметры моделей М3 для разных диапазонов фазовых скоростей

№ модели	Мощность слоев, км			№ модели	Мощность слоев, км		
	d_1	d_2	$d_1 + d_2$		d_1	d_2	$d_1 + d_2$
Диапазон I				Диапазон I			
9, 10, 11	26, 28, 30	10	36, 38, 40	84	22	24	46
20, 21	26, 28	12	38, 40	94, 95	20, 22	26	46, 48
30, 31, 32	24, 26, 28	14	38, 40, 42	105	20	28	48
41, 42	24, 26	16	40, 42	116	20	30	50
51, 52, 53	22, 24, 26	18	40, 42, 44	Диапазон II			
62, 63	22, 24	20	42, 44	9, 10	26, 28	10	36, 38
73, 74	22, 24	22	44, 46	20	26	12	38
				41	24	16	40

Таблица 11

Параметры моделей М4 для разных диапазонов фазовых скоростей

№ модели	Мощность слоев, км			№ модели	Мощность слоев, км		
	d_2	d_3	$d_2 + d_3$		d_2	d_3	$d_2 + d_3$
Диапазон I				Диапазон II			
6, 7, 8, 9	20, 22, 24, 26	10	30 - 36	7	22	10	32
17, 18, 19, 20	20, 22, 24, 26	12	32 - 38	8	24	10	34
27, 28, 29, 30	18, 20, 22, 24	14	32 - 38	18	22	12	34
38, 39, 40	18, 20, 22	16	34 - 38	28, 29	20, 22	14	34, 36
49, 50, 51	18, 20, 22	18	36 - 40	39	20	16	36
59, 60, 61	16, 18, 20	20	36 - 40	49	18	18	36
70, 71, 72	16, 18, 20	22	38 - 42	60	18	20	38
81, 82	16, 18	24	40 - 42	70	16	22	38
91, 92, 93	14, 16, 18	26	40 - 44	81	16	24	40
102, 103	14, 16	28	42 - 44	91	14	26	40
113, 114	14, 16	30	44, 46				

Таблица 12

Параметры моделей М5

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	4,0	2	5	7,86	100
2	5,8	от 10 до 30	6	7,81	100
		с шагом 2	7	8,24	80
3	6,8	То же	8	8,87	
4	8,28	80			

Для диапазона III успешных моделей нет. На коротких периодах теоретические скорости выше экспериментальных, необходимо ввести осадки или уменьшить скорости в первом слое.

Модели М4. Эти модели отличаются от моделей М3 тем, что здесь добавлен слой осадков с параметрами: $\alpha_1 = 4,0$ км/с; $d_1 = 2$ км. Остальные параметры остались без изменений.

Удовлетворительные модели М4 для диапазона I приведены в табл. 11. Из возможных 121 модели успешных найдено 33 модели. Мощность земной коры находится в пределах 32—48 км (с учетом 2 км осадков).

Параметры моделей М5 для разных диапазонов фазовых скоростей

№ модели	Мощность слоев, км			№ модели	Мощность слоев, км		
	d_2	d_3	$d_2 + d_3$		d_2	d_3	$d_2 + d_3$
Диапазон II				Диапазон II			
7, 18	22	10, 12	32, 34	101, 112	12	28, 30	40, 42
28, 39	20	14, 16	34, 36	Диапазон III			
49, 60	18	18, 20	36, 38	91	14	26	42
59, 70, 81, 92	16	20, 22, 24, 26	36, 38, 40, 42	81	16	24	42
80, 91, 102	14	24, 26, 28	38, 40, 42	60	18	20	40

Таблица 14

Параметры моделей М6/А

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	5,8	от 10 до 30 с шагом 2	3	8,18	280
2	6,8	То же	4	8,24	80
			5	8,77	

Таблица 15

Параметры моделей М6/А для диапазона II

№ модели	Мощность слоев, км			№ модели	Мощность слоев, км		
	d_1	d_2	$d_1 + d_2$		d_1	d_2	$d_1 + d_2$
9	26	10	36	72	20	22	42
19	24	12	36	82, 83	18, 20	24	42, 44
29, 30	22, 24	14	36, 38	93, 104	18	26, 28	44, 46
40, 51	22	16, 18	38, 40	114	16	30	46
61, 62	20, 22	20	40, 42				

Таблица 16

Параметры моделей М6/В

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	4,0	2	4	8,18	280
2	5,8	от 10 до 30 с шагом 2	5	8,24	80
3	6,8	То же	6	8,87	

Для диапазона II найдено 11 успешных моделей, параметры которых приведены в табл. 11. Мощность коры определяется в пределах 34–42 км. Для мощности третьего слоя d_3 удовлетворяют в широком диапазоне 10–26 км; большая мощность d_3 компенсируется малой мощностью d_2 .

Для диапазона III нет успешных моделей. Во всех случаях в длинных периодах ($T = 60$ с) теоретические значения фазовых скоростей ниже экспериментальных. Отсюда следует, что где-то в глубоких слоях необходимо увеличивать скорости, например, исключить канал в астеносфере.

Параметры моделей М6/В для диапазона II

№ модели	Мощность слоев, км			№ модели	Мощность слоев, км		
	d_2	d_3	$d_2 + d_3$		d_1	d_3	$d_2 + d_3$
7	22	10	32	59, 70, 81,	16	20, 22, 24,	36, 38, 40,
17	20	12	32	92		26	42
27, 28	18, 20	14	32, 34	80, 91, 102,	14	24, 26, 28,	38, 40, 42,
38, 49, 60	18	16, 18, 20	34, 36, 38	113		30	44
				101, 112	12	28, 30	40, 42

Таблица 18

Параметры моделей М6/В' для диапазона III

№ модели	Мощность слоев, км		№ модели	Мощность слоев, км	
	d_2	d_3		d_2	d_3
91	14	26	70	16	22
80	14	24	49	18	18

Таблица 19

Параметры моделей М6/С

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	4,0	4	4	8,18	280
2	5,8	от 10 до 30 с шагом 2	5	8,24	80
3	6,8	То же	6	8,87	

Модели М5. Эти модели отличаются от моделей М4 тем, что уменьшена скорость во втором слое (здесь $\alpha_2 = 5,8$ км/с). Параметры моделей М5 приведены в табл. 12. Всего 121 модель.

Для диапазона I почти все модели успешные. Для диапазона II получено 15 успешных моделей, параметры которых приведены в табл. 13. Мощность коры получается в пределах 34–44 км. Мощность "гранитного" слоя — $d_2 = 12 - 22$ км. Мощность d_3 могла принимать опробованные значения от 10 до 30 км.

Для диапазона III нет удовлетворительных моделей. Значения параметров моделей, для которых фазовые скорости близки диапазону III приведены в табл. 13. Во всех случаях для $T = 60$ с теоретические значения фазовых скоростей ниже экспериментальных. Поэтому дальше будут предложены модели с большими скоростями в мантии (без канала в астеносфере). Так как среди моделей М5 получилось больше успешных моделей для диапазона II (15 моделей), а в случае М4 было только 11 таких моделей, то в моделях М6 зададим $\alpha_2 = 5,8$ км/с.

Модели М6. Эти модели предложены на основе анализа предыдущих моделей, особенно моделей М4 и М5. Они отличаются от всех предыдущих моделей отсутствием канала в астеносфере (в слоях, где раньше предполагали канал, здесь заданы те же скорости, что и в слое под корой). Будут рассмотрены четыре варианта моделей М6, отличающиеся мощностью осадочного слоя. Для моделей М6 интерпретация была сделана только для диапазонов II и III. Каждый вариант содержит по 121 модели.

Модели М6/А (без осадков). Параметры этих моделей приведены в табл. 14. Диапазону II удовлетворяют 14 моделей, параметры которых приведены в табл. 15.

Т а б л и ц а 20

Параметры моделей М6/С для диапазона II

№ модели	Мощность слоев, км		
	d_2	d_3	$d_2 + d_3$
15	16	12	28
36, 47, 58	14	16, 18, 20	30, 32, 34
57, 68, 79, 90	12	20, 22, 24, 26	32, 34, 36, 38
78, 89, 100,	10	24, 26, 28,	34, 36, 38,
111		30	40

Т а б л и ц а 21

Параметры моделей М6/С' для диапазона III

№ модели	Мощность слоев, км		
	d_2	d_3	$d_1 + d_2 + d_3$
100	10	28	42
78	10	24	38
68	12	22	38

Т а б л и ц а 22

Параметры моделей М6/D

№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км	№ слоя i	Скорость продольных волн, км/с	Мощность, км
1	4,0	6	4	8,18	280
2	5,8	от 10 до 30 с шагом 2	5	8,24	80
3	6,8	То же	6	8,87	∞

Мощность d_1 в успешных моделях изменялась в пределах от 16 км до 26 км. Мощность d_2 может принимать все возможные значения в пределах от 10 км до 30 км. Мощность земной коры составляет 36–46 км. Для диапазона III фазовых скоростей успешных моделей нет.

М о д е л и М6/В (2 км осадков). Параметры этих моделей приведены в табл. 16. Диапазону II фазовых скоростей удовлетворяют 17 моделей, параметры которых приведены в табл. 17. Мощность "гранитного" слоя варьирует в пределах 12–22 км. Мощность d_3 в успешных моделях принимает все возможные значения в диапазоне от 10 км до 30 км. Мощность коры изменяется в пределах 34–46 км. Для диапазона III нет успешных моделей. Близкими к этому диапазону являются дисперсионные кривые для моделей М6/В' с параметрами, приведенными в табл. 18. Мощность земной коры в этих моделях находится в пределах 38–42 км.

М о д е л и М6/С (4 км осадков). Параметры этих моделей приведены в табл. 19. Диапазону II удовлетворяют 12 моделей, приведенных в табл. 20. Мощность "гранитного" слоя не более 16 км, т.е. глубина границы К меньше или равна 20 км. Мощность d_3 может принимать значения в широких пределах. Мощность земной коры изменяется от 32 до 44 км.

Диапазону III удовлетворяет единственная модель с параметрами: $d_1 = 4$ км, $d_2 = 10$ км, $d_3 = 26$ км. Мощность земной коры равна 40 км. Эта модель — первая из всех до сих пор рассмотренных, которая удовлетворяет самому узкому диапазону фазовых скоростей. Близкими к этому диапазону являются дисперсионные кривые для моделей М6/С', приведенных в табл. 21. Мощность земной коры в этих моделях изменяется от 38 до 42 км.

М о д е л и М6/D (6 км осадков). Параметры моделей М6/D приведены в табл. 22. Для диапазона II нет успешных моделей (это интересно, так как среди моделей М6/С было 12 успешных). Вследствие этого, для диапазона III также нет успешных моделей.

Итак, из 1603 анализируемых моделей для профиля Пулково — Прага (модели М1–М6) диапазону фазовых скоростей I удовлетворяют несколько сотен моделей, диапазону II — 126 и диапазону III — 1 модель. Обсуждение и интерпретация данных расчетов приводится в следующем параграфе.

§ 6. ФАЗОВЫЕ СКОРОСТИ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПО ПРОФИЛЯМ, И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Данные, полученные по каждому землетрясению в отдельности, позволили обобщить экспериментальные результаты по большим и малым профилям. Малыми профилями мы назвали участки между станциями в больших профилях I и II. Полученные экспериментальные значения фазовых скоростей для отдельных профилей приведены на рис. 18–26. На этих рисунках приняты следующие обозначения: большие знаки — данные, полученные на ЭВМ; малые — полученные ручным способом. Знаки на рисунках соответствуют следующим землетрясениям: 1 — 4.1.1972 г. (Тайвань); 2 — 2.9.1972 г. (Рюкю); 3 — 22.12.1972 г. (Сандвичевы острова); 4 — 17.6.1973 г. (Хоккайдо); 5 — 28.8.1973 г. (Атлантический хребет); 6 — 5.9.1973 г. (Хонсю); 7 — 9.9.1973 г. (Хонсю); 8 — 8.5.1974 г. (Хонсю); 9 — 4.7.1974 г. (Монголия); 0 — 8.8.1974 г. (Тайвань); + — 18.8.1974 г. (Чили); * — 29.11.1974 г. (Монголия); z — 23.3.1975 г. (Тайвань); y — 23.5.1975 г. (Тайвань); x — 16.6.1975 г. (Новая Гвинея); w — 6.8.1975 г. (восточная часть Новой Гвинеи), v — 25.12.1975 г. (Новая Гвинея).

Используя описанную выше методику, мы подобрали теоретические дисперсионные кривые фазовых скоростей волн Релея и Лява для рассмотренных профилей, достаточно хорошо согласующихся с экспериментальными значениями. Экспериментальные значения фазовых скоростей отличаются от значений скоростей теоретической кривой не более чем на $\pm 0,1$ км/с.

Профиль Пулково—Рига. Для профиля Пулково—Рига (рис. 18) было подобрано три теоретические дисперсионные кривые. Они соответствуют моделям земной коры и верхней мантии, приведенным в табл. 23. Анализируя данные модели для профиля

Таблица 23

Модели строения земной коры и верхней мантии для профиля Пулково — Рига

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
4,5	2,59	2,60	1	6,4	3,70	2,98	20
5,6	3,23	2,82	25	8,18	4,72	3,33	280
6,4	3,69	2,98	15	8,24	4,75	3,34	∞
8,18	4,72	3,33	80	Модель в			
7,86	4,53	3,27	100	4,5	2,59	2,60	1
7,81	4,50	3,26	100	5,6	3,23	2,82	25
8,24	4,75	3,34	80	6,8	3,92	3,06	15
8,87	5,12	3,47	∞	8,18	4,72	3,33	80
Модель б				7,86	4,53	3,27	100
4,5	2,60	2,60	2	7,81	4,50	3,26	100
5,8	3,35	2,86	20	8,24	4,75	3,34	80
				8,87	5,12	3,47	∞

Таблица 24

Модели строения земной коры и верхней мантии для профиля Рига — Прага

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
4,5	2,60	2,60	2	4,5	2,59	2,60	1
5,8	3,35	2,86	15	5,6	3,23	2,82	15
6,4	3,70	2,98	15	6,4	3,69	2,98	15
8,18	4,72	3,33	280	8,18	4,72	3,33	80
8,24	4,75	3,34	∞	7,86	4,53	3,27	100
				7,81	4,50	3,26	100
				8,24	4,75	3,24	80
				8,87	5,12	3,47	∞

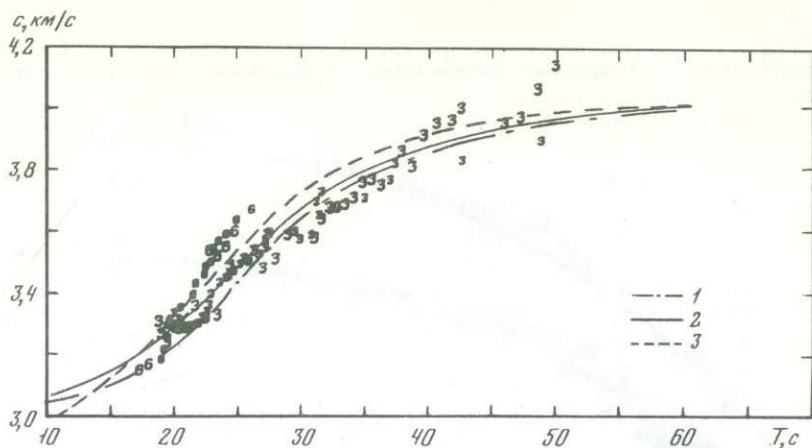


Рис. 18. Фазовые скорости волн Релея для профиля Пулковско-Рига
 Модели (см. табл. 23 в тексте) : 1 - а, 2 - б, 3 - в

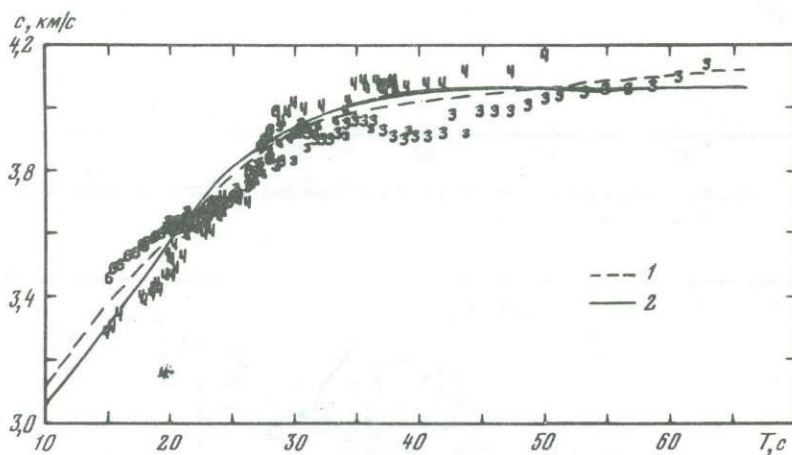


Рис. 19. Фазовые скорости волн Релея для профиля Рига-Прага.
 Модели (см. в табл. 24 в тексте) : 1 - а, 2 - б

Пулковско-Рига, приходим к выводу, что мощность земной коры оценивается здесь в 41–42 км. Наши данные по строению земной коры находятся в согласии с результатами, полученными другими авторами для этого района [24]. На глубинах порядка 120–320 км может существовать канал пониженных скоростей продольных и поперечных волн. Данная интерпретация проведена только по волнам Релея.

Профиль Рига-Прага. Для этого профиля были подобраны две теоретические дисперсионные кривые, соответствующие моделям строения земной коры и верхней мантии, показанным в табл. 24. Как видно из рис. 19, обе теоретические дисперсионные кривые хорошо удовлетворяют экспериментальным значениям. Кроме того, экспериментальные значения фазовых скоростей волн Релея выше, чем по профилю Пулковско-Рига, поэтому для этого профиля мы принимаем меньшее значение мощности земной коры (31–32 км). Средняя мощность земной коры получена несколько меньшей, чем это следует из результатов ГСЗ вдоль VII международного профиля. В мантии на глубинах около 110–330 км возможно существование слоя понижения скоростей. Здесь также интерпретация проведена только по волнам Релея.

Профиль Пулковско-Прага. Экспериментальные значения фазовых скоростей волн Релея и Лява для этого профиля приведены на рис. 20. На примере данного профиля была рассмотрена методика подбора моделей, удовлетворяющих экспериментальным данным (см. § 5). В результате была найдена единственная модель, наилучшим образом удовлетворяющая экспериментальным данным, параметры которой приведены в табл. 25—модель а (сплошная кривая на рис. 20). Согласно этой модели, мощность земной коры оценивается в 40 км; верхняя мантия не со-

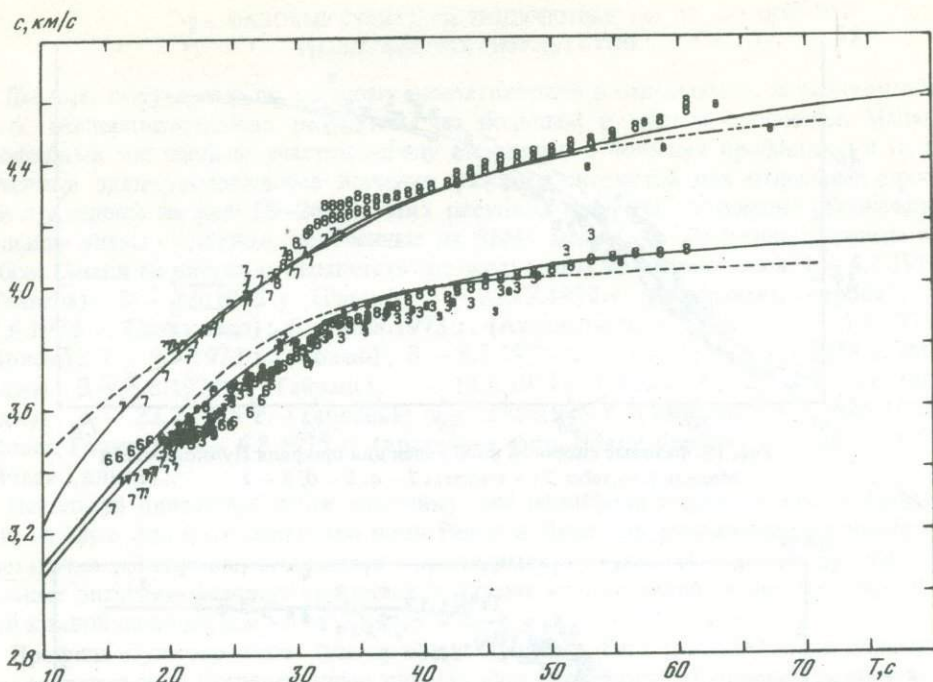


Рис. 20. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Пулковско-Прага
Обозначения см. в тексте

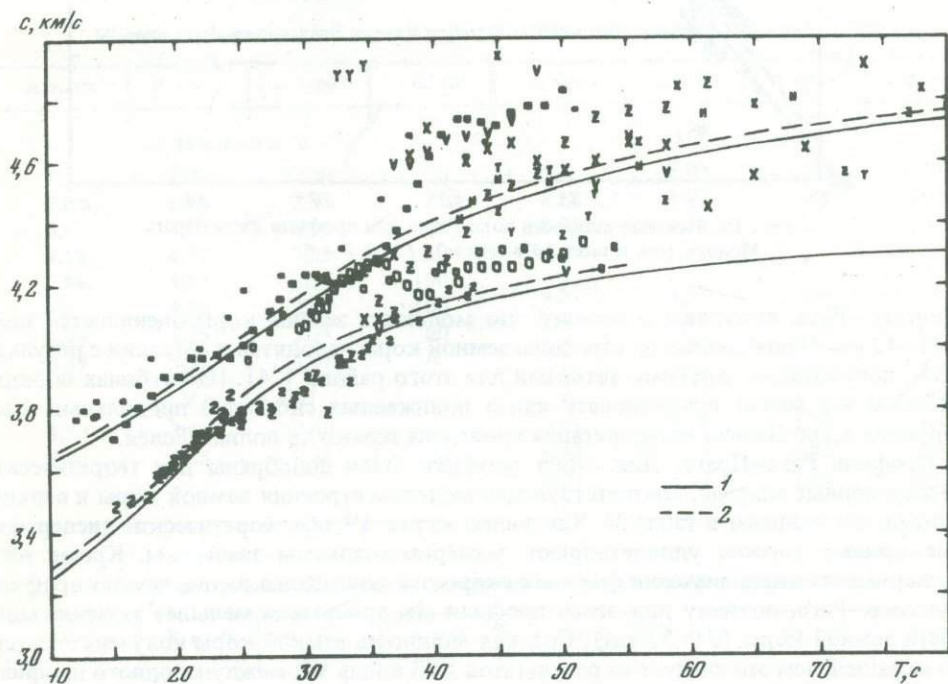


Рис. 21. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Обнинск-Минск
Модели (см. табл. 26 в тексте): 1 - а, 2 - б

держит астеносферного слоя. Кроме того, на рис. 20 приведена пунктирная кривая, которая соответствует модели б в табл. 25. В этой модели мощность земной коры равна 37 км и в верхней мантии на глубинах 117–317 км существует канал пониженных скоростей.

Анализируя все модели для этого профиля (см. § 5), мы приходим к заключению, что наилучшим образом соответствуют экспериментальным данным модели с мощностью земной коры около 40 км.

Таблица 25

Модели строения земной коры и верхней мантии для профиля Пулково – Прага

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
4,0	2,30	2,50	4	4,50	2,59	2,60	2
5,8	3,34	2,86	10	5,80	3,34	2,86	15
6,8	3,92	3,06	26	6,80	3,92	3,06	20
8,18	4,72	3,33	280	8,18	4,72	3,33	60
8,24	4,75	3,34	80	7,86	4,53	3,27	100
8,87	5,12	3,47	∞	7,81	4,50	3,26	100
				8,24	4,75	3,34	80
				8,87	5,12	3,47	∞

Таблица 26

Модели строения земной коры и верхней мантии для профиля Обнинск – Минск

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
6,0	3,46	2,9	20	6,0	3,46	2,9	18
6,8	3,92	3,06	18	6,8	3,92	3,06	18
8,10	4,76	3,32	20	8,10	4,67	3,32	25
8,50	4,90	3,40	∞	8,50	4,90	3,40	∞

Таблица 27

Модель строения земной коры и верхней мантии для профиля Обнинск – Варшава

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
4,5	2,6	2,6	1	7,85	4,54	3,27	100
6,4	3,7	2,98	25	7,81	4,5	3,26	100
6,8	3,93	3,06	15	8,24	4,75	3,34	80
8,18	4,72	3,33	80	8,87	5,12	3,47	∞

Таблица 28

Модели строения земной коры и верхней мантии для профиля Минск – Варшава

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
4,5	2,59	2,6	1	3,5	2,02	2,40	2
6,0	3,46	2,90	25	6,0	3,46	2,90	25
6,4	3,69	2,98	15	6,40	3,69	2,98	15
8,18	4,72	3,33	80	8,18	4,72	3,33	80
7,86	4,53	3,27	100	7,86	4,53	3,27	100
7,81	4,50	3,26	100	7,81	4,50	3,26	100
8,24	4,75	3,34	80	8,24	4,75	3,34	80
8,87	5,12	3,47	∞	8,87	5,12	3,47	∞

Для скоростей в верхней мантии в некоторых моделях получаются более высокие значения, чем в модели Канадского щита CANSD [37]. Увеличение средних скоростей в мантии было получено нами исключением астеносферного канала. Отсюда, по-видимому, можно сделать заключение, что на данном профиле астеносферный канал выражен слабо или отсутствует. Этому не противоречат данные, полученные по волнам Релея для профилей Пулково–Рига и Рига–Прага.

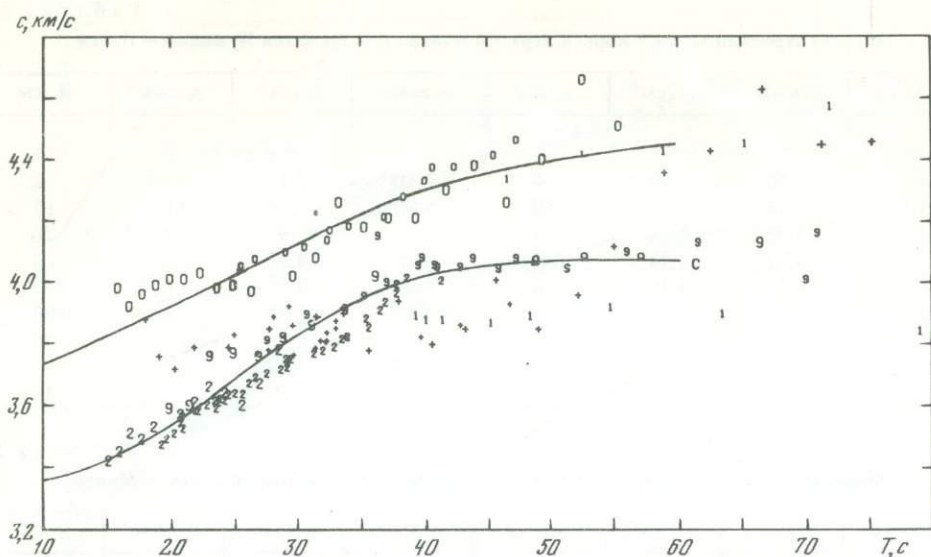


Рис. 22. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Обнинск-Варшава
Кривые — модель, см. табл. 27

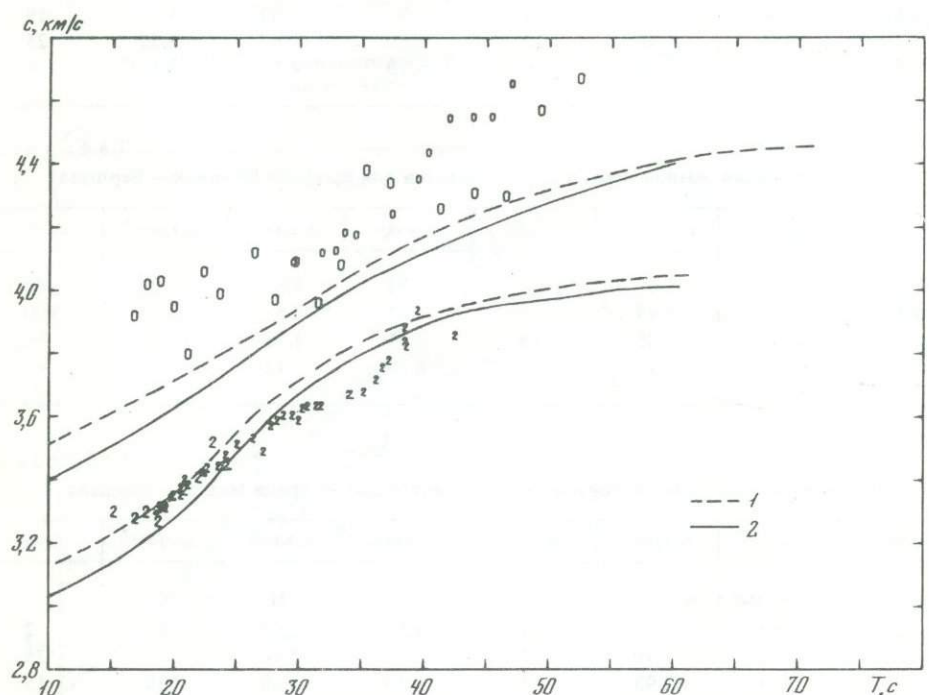


Рис. 23. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Минск-Варшава
Модели (см. табл. 28 в тексте) : 1 - а, 2 - б

Рассмотрим профиль I (Обнинск-Прага). В нем также выделены малые профили: Обнинск-Минск, Обнинск-Варшава, Минск-Варшава, Минск-Прага, Варшава-Прага.

Профиль Обнинск-Минск. На рис. 21 приведены экспериментальные фазовые скорости волн Релея и Лява для этого профиля. Как видно из рисунка, фазовые скорости волн Лява достаточно быстро растут, достигая на периодах около 50 с значений 4,8 км/с. Фазовые скорости волн Релея выше, чем для других профилей, и на периодах 50 с достигают значения 4,3 км/с. При подборе теоретических дисперсионных кривых, удовлетворяющих одновременно экспериментальным значениям фазовых скоростей для волн Релея и Лява, возникли большие трудности. Пере-

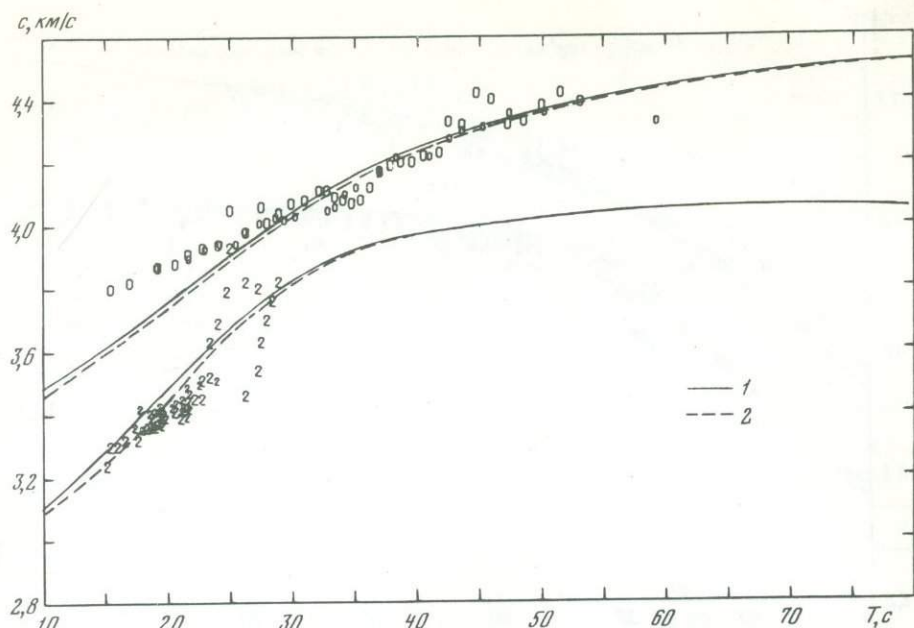


Рис. 24. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Минск-Прага
 Модели (см. табл. 29 в тексте): 1 - а, 2 - б

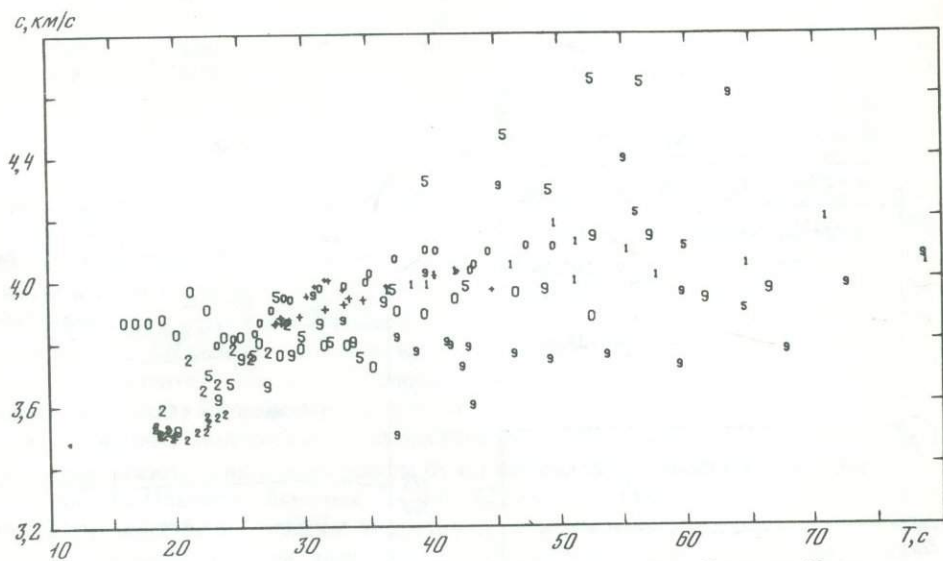


Рис. 25. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Варшава-Прага

бор большого количества моделей, в том числе полученных ранее другими авторами для Восточной Европы, не дал удовлетворительного ответа, т.е. отклонение теоретических кривых от средних экспериментальных значений превосходило 0,1 км/с. Были найдены модели, удовлетворяющие по отдельности экспериментальным значениям фазовых скоростей или волн Релея, или волн Лява.

На рис. 21 даны теоретические кривые, соответствующие моделям с параметрами, приведенными в табл. 26. Экспериментальные точки фазовых скоростей волн Лява и Релея на периодах более 40 с имеют более высокие значения, чем в приведенных теоретических дисперсионных кривых. Несовпадение теоретических и экспериментальных кривых в области длинных периодов приводит к мысли о том, что в мантии неглубоко под земной корой возможно существование высокоскоростного слоя. Кроме того, экспериментальные значения фазовых скоростей для волн Лява на пе-

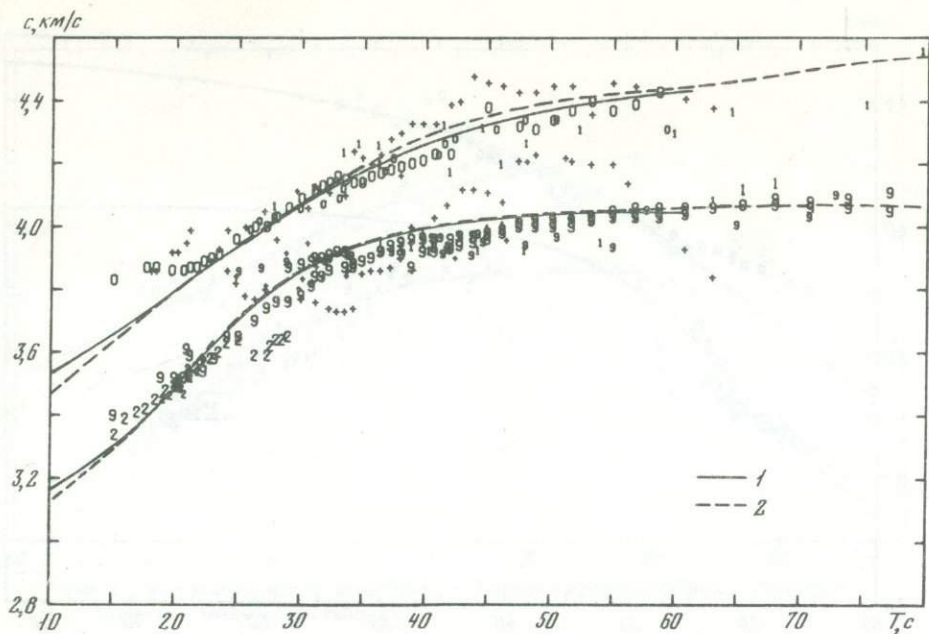


Рис. 26. Фазовые скорости волн Релея и Лява для профиля Обнинск—Прага
 Модели (см. табл. 30 в тексте): 1 — а, 2 — б

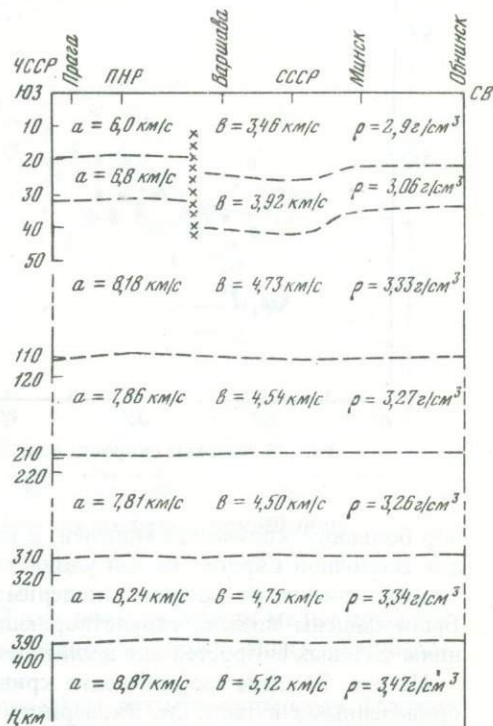
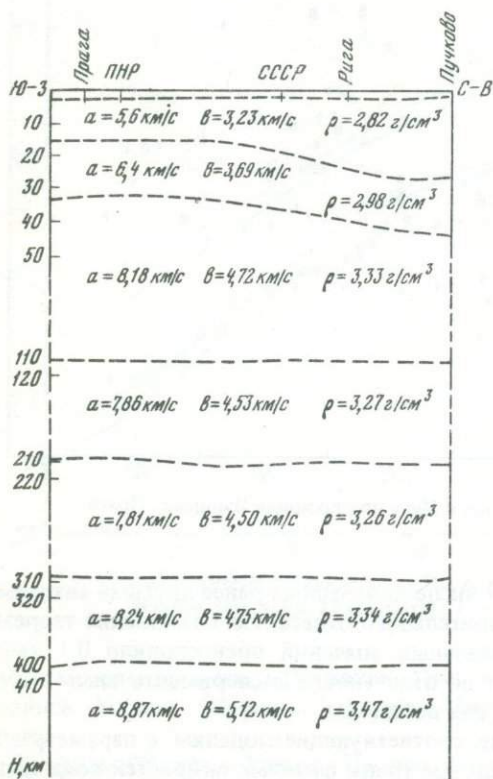


Рис. 27. Обобщенный скоростной разрез земной коры и мантии по профилю Пулковы—Рига—Прага

Рис. 28. Обобщенный скоростной разрез земной коры и мантии по профилю Обнинск—Минск—Варшава—Прага

Крестики — разлом

Модели строения коры и верхней мантии для профиля Минск – Прага

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
4,0	2,30	2,50	2	4,0	2,30	2,50	2
6,0	3,46	2,90	20	6,0	3,46	2,90	24
6,8	3,92	3,06	18	6,8	3,92	3,06	12
8,18	4,72	3,33	80	8,18	4,72	3,33	80
7,86	4,53	3,27	100	7,86	4,53	3,27	100
7,81	4,50	3,26	100	7,81	4,50	3,26	100
8,24	4,75	3,34	80	8,24	4,75	3,34	80
8,87	5,12	3,47	∞	8,87	5,12	3,47	∞

Таблица 30

Модели строения земной коры и верхней мантии для профиля Обнинск – Прага

α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км	α , км/с	β , км/с	ρ , г/см ³	d , км
Модель а				Модель б			
4,5	2,59	2,60	1	4,0	2,30	2,50	2
6,0	3,46	2,90	20	6,0	3,46	2,90	20
6,4	3,69	2,98	15	6,8	3,92	3,06	16
8,80	4,72	3,33	80	8,18	4,72	3,33	80
7,86	4,53	3,27	100	7,86	4,53	3,27	100
7,81	4,50	3,26	100	7,81	4,50	3,26	100
8,24	4,75	3,34	80	8,24	4,75	3,34	80
8,87	5,12	3,47	∞	8,87	5,12	3,47	∞

риодах около 40 с испытывают резкое увеличение, в два раза больше, чем для волн Релея. Этот факт свидетельствует о том, что на профиле Обнинск–Минск в нижних частях земной коры и в верхах мантии может существовать анизотропия в нижней части земной коры и в верхах мантии. Для проверки этого факта из сейсмограмм сейсмической станции "Минск" были непосредственно определены времена вступления SH -волны (горизонтальная компонента) и SV -волны (вертикальная компонента) для землетрясений 23.3.1975 г., 23.5.1975 г. и 21.6.1975 г. Оказалось, что SV -волны вступают позже на 1–2 с, чем SH -волны, что, по нашему мнению, подтверждает существование анизотропии [36]. Более подробное изучение анизотропии в этом районе будет предметом дальнейших исследований.

Профиль Обнинск–Варшава. На рис. 22 для этого профиля представлены фазовые скорости волн Релея и Лява. Теоретические дисперсионные кривые, удовлетворяющие экспериментальным значениям, соответствуют модели строения Земли, приведенной в таблице 27. Мощность земной коры, согласно этой модели, определяется в 41 км, и на глубине порядка 120–300 км имеется слой пониженных скоростей объемных волн.

Профиль Минск–Варшава. На рис. 23 приведены экспериментальные фазовые скорости волн Релея и Лява данного профиля и теоретические дисперсионные кривые для моделей с параметрами, приведенными в табл. 28. Экспериментальные значения фазовых скоростей волн Лява имеют значительное более высокие скорости, чем в соответствующих этим моделям теоретических кривых. Возможно, здесь также имеет место анизотропия, как на профиле Обнинск–Минск, и некоторые другие особенности в структуре земной коры и верхней мантии.

Профиль Минск–Прага. На рис. 24 приведены значения фазовых скоростей волн Релея и Лява этого профиля. Теоретические дисперсионные кривые, удовлетворяющие экспериментальным точкам, соответствуют моделям, приведенным в табл. 29. Мощность земной коры оценивается здесь в 38–40 км, на глубинах порядка 120–300 км возможен канал пониженных скоростей.

Профиль Варшава—Прага. На рис. 25 приведены значения фазовых скоростей волн Релея и Лява данного профиля. Как видно из рисунка, здесь нет разделения на волны Релея и Лява, а все значения скоростей представляют "облако" точек. В этом случае не имело смысла проводить какую-либо интерпретацию. Разброс точек, видимо, объясняется интерференцией волн за счет отражений от неоднородностей, возможно, типа глубинных разломов. Это вполне вероятно, поскольку этот профиль пересекает зону Тейсейера-Торнквиста, о которой шла речь во второй главе.

Профиль Обнинск—Прага. На рис. 26 представлены фазовые скорости волн Релея и Лява данного профиля. Как видно, здесь достаточно хорошее разделение волн. Подобрано несколько теоретических дисперсионных кривых, хорошо согласующихся с экспериментальными значениями. Здесь мы приводим теоретические кривые только для двух моделей (табл. 30), чтобы не перегружать рисунок. Из анализа успешных моделей для этого профиля следует, что мощность земной коры в среднем оценивается в 36–40 км и в верхней мантии возможно наличие канала пониженных скоростей.

Максимальное значение среднеквадратичного отклонения экспериментальных фазовых скоростей на рис. 18–26 составляет 0,09, минимальное — 0,02 км/с. В заключение приведем обобщенные скоростные разрезы земной коры и верхней мантии, полученные нами по профилям Пулково — Рига — Прага и Обнинск — Минск — Варшава — Прага (рис. 27 и 28 соответственно).

Из рассмотренных выше малых и больших профилей можно сделать следующий вывод. Поверхностные волны оказались более чувствительными к строению среды на малых расстояниях, чем мы предполагали ранее. Наряду с тем, что для любых расстояний поверхностные волны дают возможность по дисперсии фазовых скоростей определить средние значения скоростей и мощностей слоев на изучаемых участках, на малых расстояниях они несут дополнительную информацию о локальных особенностях среды. Так, если бы мы рассмотрели только профиль Обнинск—Прага протяженностью 1560 км, мы не заметили бы таких особенностей строения Земли, как анизотропия в районе Минска и глубинные разломы в районе Варшавы, что, собственно, и представляет наибольший интерес.

§ 7. ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН РЕЛЕЯ И ЛЯВА НА ИЗУЧАЕМЫХ ПРОФИЛЯХ

Земля, как известно, представляет собой очень сложную, неидеальную упругую среду, где каждый отдельный регион имеет свои особенности.

Наряду со скоростями распространения сейсмических волн, очень важной характеристикой является диссипативная функция, которая содержит информацию о неупругих свойствах среды, что соответственно влияет на динамические и кинематические свойства сейсмических волн.

К сожалению, до настоящего времени еще нет общепринятой теории, объясняющей природу затухания сейсмических волн, а все увеличивающееся число экспериментальных и лабораторных определений коэффициента поглощения в различных районах характеризуется большим разбросом значений [17, 35]. В некоторых случаях данные просто противоречивы. Это объясняется, с одной стороны, сложностью изучаемой среды, а с другой, — несовершенством методики обработки [20]. Например, в широко применяемом методе определения коэффициента затухания "ручным" способом возникает трудность в связи с увеличением периода выбранной фазы с расстоянием. Чем больше расстояние между двумя пунктами (большой профиль), тем более существенным будет различие в периодах выбранных фаз. Используя амплитудные спектры для определения коэффициента затухания, мы встречаемся с другими трудностями, связанными со сложной формой спектров, что приводит к большому разбросу значений коэффициентов затухания. Учитывая это обстоятельство, в данной работе процедура определения коэффициента поглощения γ была следующей:

1. Значения γ определялись для тех профилей, по которым экспериментальные значения фазовых скоростей c поверхностных волн Релея и Лява имели наименьший разброс (значения c в пределах 0,1 км/с).

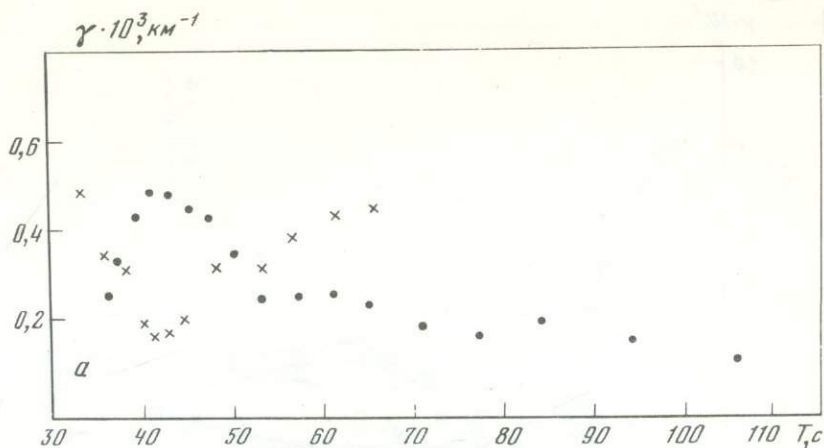


Рис. 29. Зависимость коэффициента поглощения γ от периода T волн Релея (а) и Лява (б) для профиля Обнинск—Прага

Землетрясения: крестики — 4.1.1972 г., точки — 4.7.1974 г.

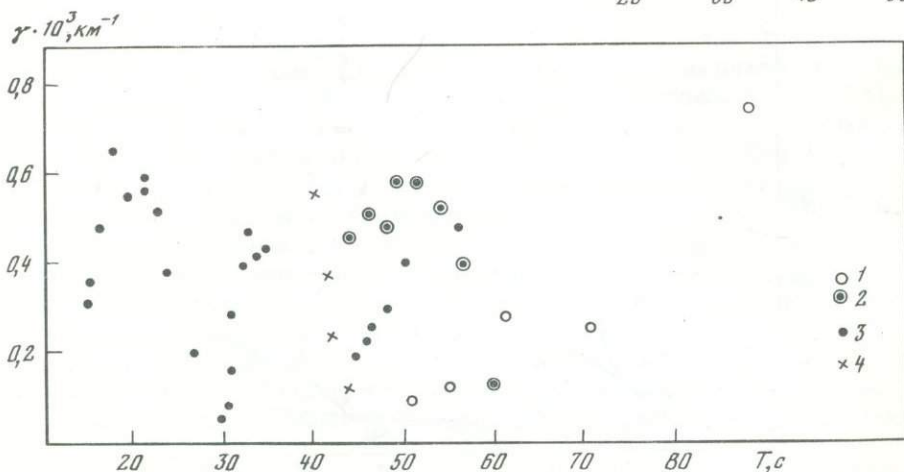
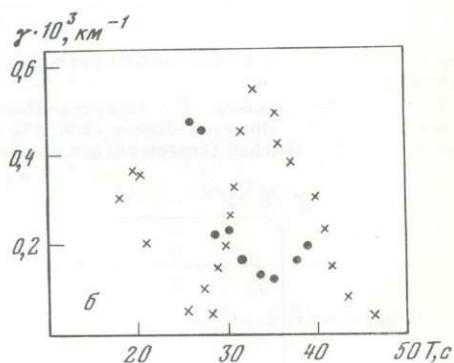


Рис. 30. Зависимость коэффициента поглощения γ от периода T волн Лява для профиля Обнинск—Минск

Землетрясения: 1, 2 — определения (1 — ручным способом, 2 — 23.5.1975 г.), 3 — 29.11.1974 г., 4 — 8.8.1974 г.

2. Расчет коэффициента поглощения γ проводился по наблюдениям на двух станциях, лежащих на дуге большого круга с эпицентром, с применением формулы [35]

$$\gamma = \frac{\ln \left(\frac{A_1}{A_2} \sqrt{\frac{\sin \Delta_1}{\sin \Delta_2}} \right)}{\Delta_2 - \Delta_1},$$

где A_1/A_2 — отношение спектральных амплитуд с учетом аппаратной характеристики; Δ_1, Δ_2 — эпицентральные расстояния, $(\sin \Delta)^{1/2}$ — поправка амплитуды за гео-

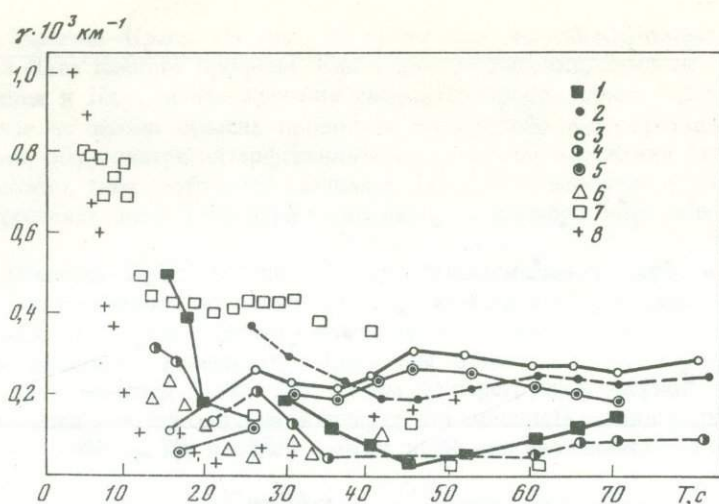


Рис. 31. Зависимость коэффициента поглощения γ от периода T для волн Релея, по работам разных авторов

1 – Иркутск–Обнинск; 2 – Иркутск–Минск (17.4.1972 г.); 3 – Иркутск–Обнинск; 4 – Иркутск–Минск; 5 – Иркутск–Львов (2.9.1972 г.); 6 – Tsai, Aki (континент); 7 – Herrmann (Канада, США); 8 – Mitchell (северо-восток Америки)

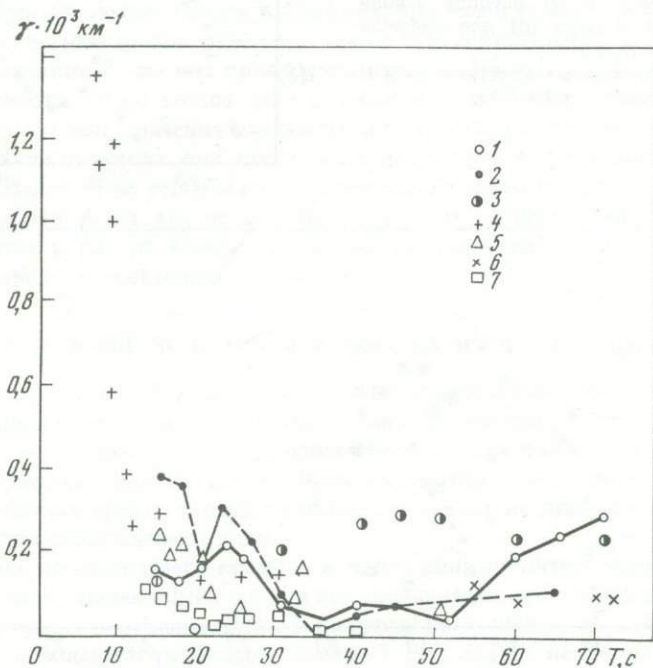


Рис. 32. Зависимость коэффициента поглощения γ от периода для волн Лява по работам разных авторов

1 – восток–запад; 2 – север–юг (17.4.1972 г. Иркутск–Обнинск); 3 – Соломон (запад США); 4 – Mitchell (северо-восток Америки); 5 – Tsai, Aki (континент); 6 – Ben-Menahen (Канада); 7 – Herrmann (Канада, США)

метрическое расхождение и сферичность Земли вне фазы Эйри. Полученные значения γ усреднялись методом скользящего среднего по пяти значениям. Для контроля данных, полученных по спектрам, проводились определения γ "ручным" способом непосредственно из сейсмограмм, т.е. значения γ определялись для одной и той же выбранной фазы на опорных точках профиля и относились к среднему значению периода.

Для профиля Обнинск–Прага были выбраны землетрясения 4.1.1972 г., 4.7.1974 г. и 8.8.1974 г. (см. табл. 3), по которым определены значения γ . На рис. 29, а, б приведены полученные значения γ для волн Релея и Лява. Значения γ для волн Релея изменяются примерно в пределах $(0,2-0,5) \cdot 10^{-3} \text{ км}^{-1}$, для волн Лява $(0-0,6) \times$

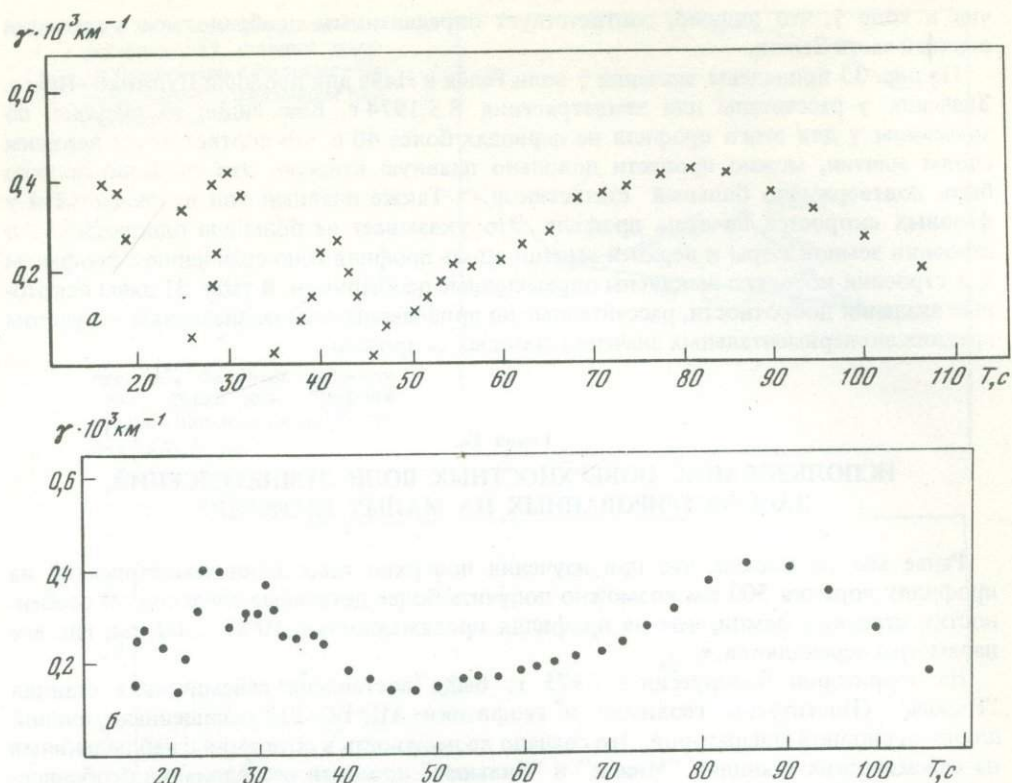


Рис. 33. Зависимость коэффициента поглощения γ от периода T волн Релея (а) и Лява (б) для профиля Пулково—Прага

$\times 10^{-3} \text{ км}^{-1}$. На рис. 30 приведен график значений γ волн Лява для участка Обнинск—Минск. Приведенные значения γ получены по трем землетрясениям — 29.11.1974 г., 8.8.1974 г., 23.5.1975 г. Кружочками нанесены значения γ , полученные непосредственно из сейсмограмм ручным способом для землетрясения 23.5.1975 г. Как видно, они находятся в согласии с данными, полученными по отношению спектров. В этой части профиля обращают на себя внимание завышенные значения (до $0,6 \cdot 10^{-3} \text{ км}^{-1}$) по сравнению с данными для всего профиля Обнинск—Прага. Видимо, это связано с особенностями строения земной коры и верхних слоев мантии (диапазон периодов 15–60 с) в этом регионе, что находится в согласии с данными, полученными при изучении фазовых скоростей.

На рис. 31, 32 приведены данные, полученные разными авторами для разных районов. Из рис. 29–32 видно, что в общих чертах наши данные согласуются с данными других авторов, однако в отдельных регионах проявляются некоторые разли-

Таблица 31

Значения добротности волн Лява (Q_L) и Релея (Q_R) для разных периодов (T)

Обнинск — Прага				Обнинск — Минск		Пулково — Прага			
T_c	Q_R	T_c	Q_L	T_c	Q_L	T_c	Q_R	T_c	Q_L
20	79	20	64	18	56	18	224	25	41
22	112	27	76	21	66	22	124	30	40
31	37	31	40	33	44	24	120	40	58
41	130	41	42	43	76	29	67	47	65
52	51	46	64			44	130	50	57
61	31					47	227	60	37
						49	200		
						59	61		

чия в ходе γ , что видимо, соответствует определенным особенностям в строении верхней части Земли.

На рис. 33 приведены значения γ волн Релея и Лява для профиля Пулковско—Прага. Значения γ рассчитаны для землетрясения 8.5.1974 г. Как видно из рисунка, по значениям γ для этого профиля на периодах более 40 с, что соответствует верхним слоям мантии, можно провести довольно плавную кривую. Это свойство должно быть подтверждено большей статистикой. Также плавный ход наблюдается и у фазовых скоростей на этом профиле. Это указывает на большую однородность в строении земной коры и верхней мантии вдоль профиля II по сравнению с профилем I, в строении которого выявлены определенные особенности. В табл. 31 даны некоторые значения добротности, рассчитанные по приведенным выше значениям γ с учетом средних экспериментальных значений фазовых скоростей.

Глава IV

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫХ НА МАЛЫХ ПРОФИЛЯХ

Ранее мы указывали, что при изучении поверхностных волн землетрясений на профилях порядка 500 км возможно получить более детальные сведения об особенностях строения Земли, чем на профилях протяженностью 1000—1500 км, где все параметры осредняются.

На территории Белоруссии в 1973 г. была поставлена сейсмическая станция "Нарочь" (Институтом геохимии и геофизики АН БССР), оснащенная типовой длиннопериодной аппаратурой. Это создало возможность в сочетании с наблюдениями на сейсмических станциях "Минск" и "Вильнюс" провести исследования особенностей строения Земли на еще меньших профилях в треугольнике со сторонами порядка 100 км (рис. 34). Исследования проводились по профилям Нарочь—Вильнюс, Нарочь—Минск, Вильнюс—Минск. Было выбрано шесть землетрясений, сведения о которых приведены в табл. 32.

Для данных землетрясений применялась та же методика обработки, что и для больших профилей, т.е. прежде всего исследовалась дисперсия фазовых и групповых скоростей волн Релея и Лява. Однако на этом этапе сразу же возникли трудности из-за плохой корреляции цугов поверхностных волн. Это привело к мысли, что на рассматриваемых профилях существуют какие-то неоднородности в земной коре, которые нарушают форму цуга поверхностных волн. Определение фазовых скоростей волн Релея и Лява по спектрам подтвердило предположение о наличии неоднородностей земной коры, так как значения фазовых скоростей характеризовались очень большим разбросом, который не может быть объяснен ошибками измерений.

Т а б л и ц а 32

Дополнительный перечень использованных записей землетрясений

Дата	Время в очаге			φ	λ	M	Профиль
	ч	мин	с				
25.1.75	02	08	43	7° 54'N	7° 48'W	6,5	Вильнюс — Минск
11.8.74	21	21	40	39 24 N	73 36 E	6,3	Нарочь — Вильнюс
13.8.74	03	46	17	51 36 N	178 0 E	6,1	Минск — Нарочь
9.10.74	07	32	07	45 0 N	150 30 E	6,5	Нарочь — Вильнюс
25.6.74	17	32	18	25 54 N	84 12 E	6,7	Минск — Вильнюс
10.7.75	18	29	11	6 39 S	126 48 E	7,0	Нарочь — Вильнюс

Рис. 34. Схема расположения сейсмических станций мало-го треугольника Вильнюс—Нарочь—Минск с указанием расстояний, км

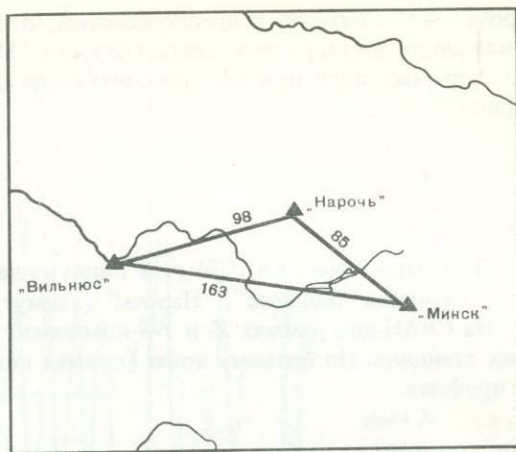
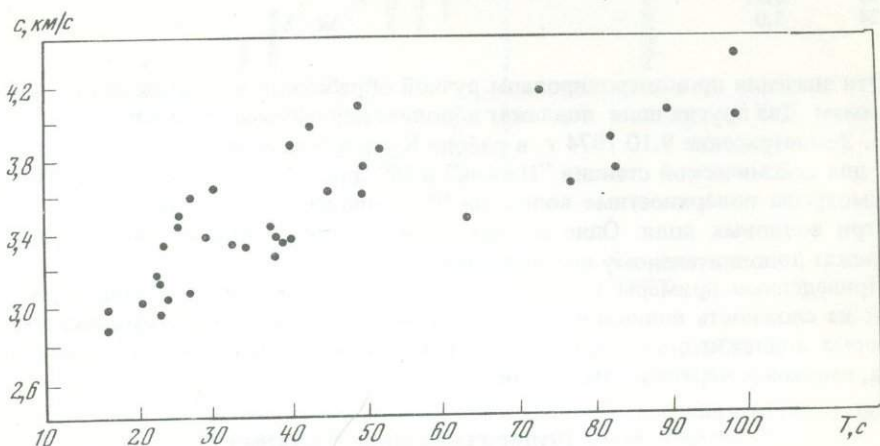


Рис. 35. Фазовые скорости волн Релея для профиля Минск—Вильнюс (землетрясение 23.7.1972 г.)



Для более уверенного выделения полезного сигнала был применен метод цифровой фильтрации [28] с последующим восстановлением сигнала, после чего снова определялись фазовые скорости. При такой обработке был достигнут меньший разброс в значениях скоростей, но плавного хода их получено не было. Для примера на рис. 35 приведены результаты обработки записи землетрясения 23.7.1972 г. этим методом по профилю Минск—Вильнюс.

Большой разброс значений фазовых скоростей привел к необходимости более детального анализа волнового поля поверхностных волн.

§ 1. СПЕКТРАЛЬНО-ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ

Материалы наблюдений были рассмотрены в аспекте разделения суммарного сигнала на отдельные составляющие. Для этого применялась методика СВАН. Результаты анализа волнового поля некоторых указанных в табл.32 землетрясений приведены ниже.

1. Землетрясение 13.8.1974 г. в районе Алеутских островов рассмотрено по записям на станциях "Нарочь"—"Минск". Для исследования выбрана волна Релея, зарегистрированная на NS-компоненте из-за отсутствия записи Z-компонент. На СВАН-диаграммах обеих станций выделены два волновых поля. Периоды этих полей одинаковы и лежат в диапазоне 15—40 с. Так как сейсмическая станция "Нарочь" находится ближе к источнику, то естественно было ожидать более раннее вступление волн на этой сейсмической станции. Это в действительности имело место для первого волнового поля.

Во втором волновом поле, которое мы интерпретируем как поле отраженной волны, наблюдается обратный порядок вступления волн выделенных периодов, т.е. на сейсмической станции "Минск" они вступали раньше, чем на сейсмической станции

"Нарочь". Это приводит к предположению, что отражение происходит от вертикальной неоднородности, расположенной ближе к "Минску".

Для прямых волн ручным способом были определены групповые скорости для профиля:

T, c	$u, км/с$
37	2,4
32	2,05
23	1,97

2. Землетрясение 11.8.1974 г. в Гиндукуше. Рассмотрим наблюдения на сейсмических станциях "Вильнюс", "Нарочь" (азимут на эпицентр 95 и 97°, соответственно). На СВАН-диаграммах Z - и NS -компонент выделено по три волновых поля на обеих станциях. По первому полю (прямая волна) определены групповые скорости для профиля:

T, c	$u, км/с$
28	3,44
26	3,11
24	3,0

Эти значения проконтролированы ручной обработкой непосредственно по сейсмограммам. Два других поля подлежат дополнительному исследованию.

3. Землетрясение 9.10.1974 г. в районе Курильских островов. Азимут на эпицентр 40° для сейсмической станции "Нарочь" и 39° для сейсмической станции "Вильнюс". Рассмотрены поверхностные волны на NS -компоненте. На обеих станциях выделено по три волновых поля. Одно из них является полем прямой волны, два других подлежат дополнительному исследованию.

Приведенные примеры и СВАН-диаграммы других землетрясений также указывают на сложность волновой картины. Вероятно, в числе волновых полей, природа которых подлежит определению, содержатся волны, отраженные от неоднородностей типа, например, вертикальных границ.

§ 2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Известно, что каждая из упругих волн характеризуется определенной траекторией движения частиц. Поверхностные волны Релея поляризованы эллиптически в вертикальной плоскости, проходящей через источник и приемник. Для основного тона прямой волны направление движения частиц в верхней части эллипса в сторону источника. Отношение осей эллипса зависит от свойств среды. Теоретическое значение отношения горизонтальной полуоси к вертикальной (коэффициент Пуассона $\sigma = 0,25$) для упругого полупространства равно 0,68.

Волны Лява линейно поляризованы в горизонтальной плоскости. Движение частиц происходит в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны.

Эллиптическая поляризация может наблюдаться не только в поверхностных волнах Релея. Так, в случае интерференции продольных волн движение частиц может происходить по сложным траекториям. Это зависит от направления прихода, от фазовых сдвигов между волнами, от соотношения амплитуд и т.д. При этом суммарная волна может иметь как линейную, так и эллиптическую поляризацию (при сдвиге фаз, равном $\pi/2$, для двух продольных волн траектории частиц имеют вид вытянутого эллипса).

Используя поляризационные свойства поверхностных волн, мы попытались дополнить интерпретацию волновых полей, выделенных на СВАН-диаграммах.

Определение типа поляризации для выделенных волновых полей производилось ручным способом и на ЭВМ. Ручной способ, который состоит в построении траекторий движения частиц, довольно громоздок, требует больших затрат времени, поэтому мы пользовались методом машинного поляризационного анализа, разработанного в Институте геофизики и геологии АН Молдавской ССР [3]. Метод позволяет преобразовать исходную трехкомпонентную запись в набор шести компонент, отличающихся типом поляризации. Первые три компоненты соответствуют линейно поляризованным колебаниям

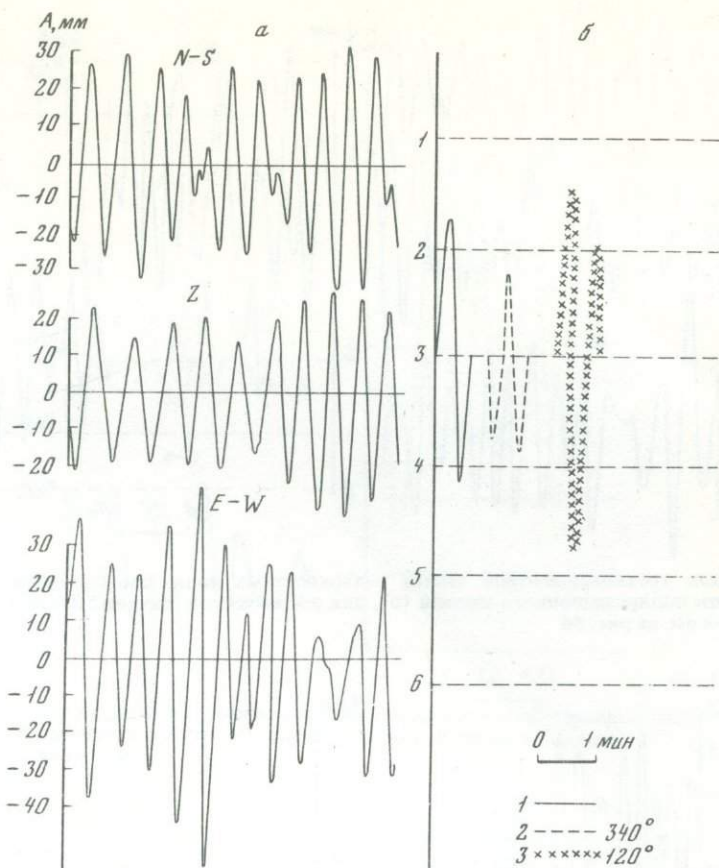


Рис. 36. Участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 9.10.1974 г. (а) и результат его поляризационного анализа (б) для сейсмической станции "Нарочь"

Волны: 1 — прямые, 2-3 — отраженные, пришедшие из разных направлений (2 — азимут 340° , 3 — 120°)

волн типа P , SV , SH соответственно. Остальные три компоненты соответствуют эллиптически поляризованным колебаниям волн релеевского типа R , типа SV и SH соответственно.

Рассмотрим некоторые примеры поляризационного анализа землетрясений, выполненного на ЭВМ. На рис. 36, а показан участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 9.10.1974 г. и на рис. 36, б — результаты поляризационного анализа для сейсмической станции "Нарочь". На данном участке записи выделяются линейно поляризованные волны типа SH (волны Лява), причем выделяются три участка, соответствующие направлениям прихода волн — 40° , 340° и 120° . Первый участок с азимутом 40° соответствует прямой волне, два других — отраженной. Заметим, что истинный азимут прихода волн Лява может отличаться от приведенных значений на 180° .

На рис. 37 показан участок записи поверхностных волн и результаты поляризационного анализа землетрясения 11.8.1974 г. для сейсмической станции "Вильнюс". Здесь выделены волны Лява и во второй половине участка — волны Релея. Азимут прихода выделенных волн Лява равен 102° , что соответствует направлению на эпицентр, т.е. выделяются только прямые волны.

На рис. 38 представлен участок записи поверхностных волн землетрясения 11.8.1974 г. и результаты поляризационного анализа для сейсмической станции "Нарочь". Здесь выделены волны Лява с азимутом прихода 102° (прямые) и 57° , которые мы интерпретируем как отраженные.

На рис. 39 показан участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 10.7.1975 г. и его поляризационный анализ для сейсмической станции "Нарочь". Здесь выделяются прямые волны Лява с азимутом 78° , что соответствует

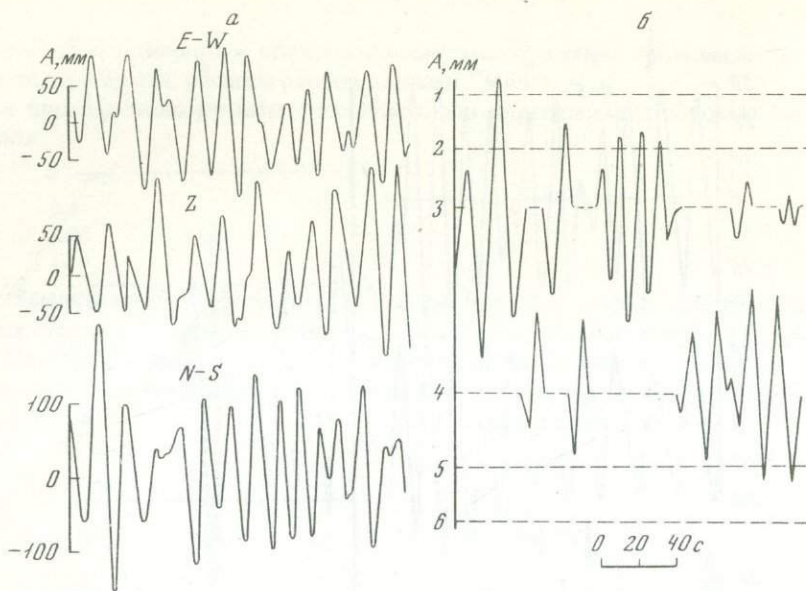


Рис. 37. Участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясений 11.8.1974 г. (а) и результаты поляризационного анализа (б), для сейсмической станции "Вильнюс" Обозначения см. на рис. 36

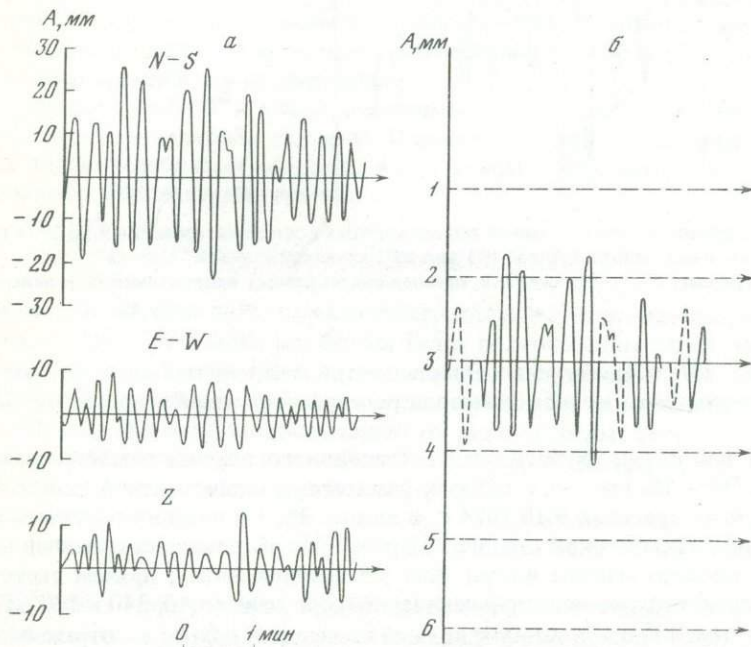


Рис. 38. Участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 11.8.1974 г. (а) и результаты поляризационного анализа (б) для сейсмической станции "Нарочь" Обозначения см на рис. 36

направлению на эпицентр, и волны с азимутом 340° , которые мы интерпретируем как отраженные.

На рис. 40 показан участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 25.6.1974 г. и его поляризационный анализ для сейсмической станции "Минск". Для волн Лява выделяются два азимутальных направления 112° (прямая волна) и 23° , которое мы интерпретируем как направление прихода отраженной волны. Кроме того, здесь выделена волна Релея.

На рис. 41 представлен участок записи землетрясения 25.1.1975 г. и поляризационный анализ для сейсмической станции "Минск". Здесь выделяются волны Ля-

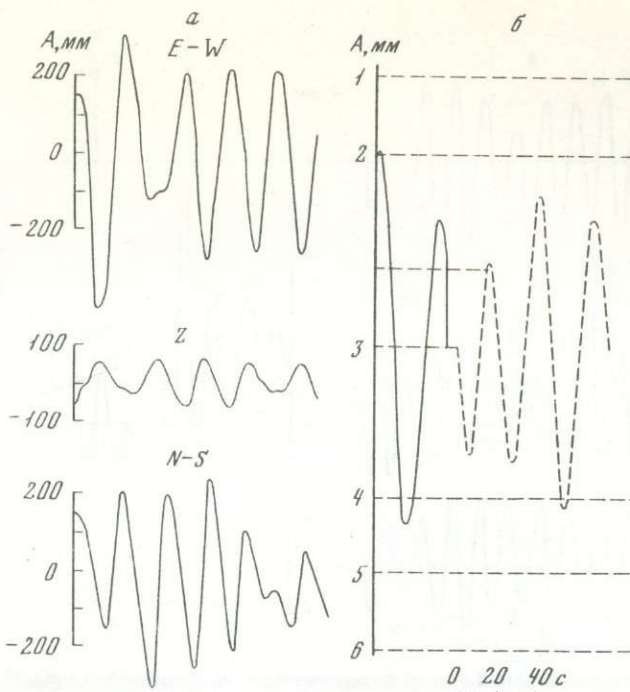


Рис. 39. Участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 10.7.1975 г. (а) и результаты поляризационного анализа (б) для сейсмической станции "Нарочь"
 Обозначения см. на рис. 36

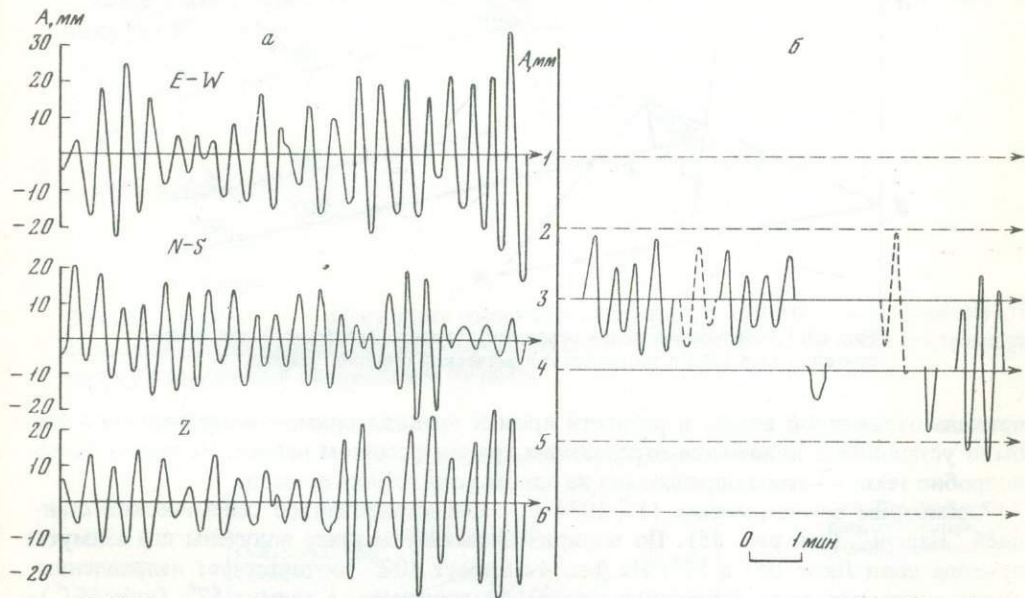


Рис. 40. Участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 25.6.1974 г. (а) и результат поляризационного анализа (б) для сейсмической станции "Минск"
 Обозначения см. на рис. 36

ва и волны Релея одного направления прихода 290° , соответствующего азимутальному направлению на источник. Все расчеты азимутов сделаны с точностью до $\pm 10^\circ$. Для нашего расположения станций с малой базой упомянутая точность вполне достаточна.

Для выяснения места расположения отражающей границы необходимо определить разность времен вступления отраженной и прямой волн. Для каждого из рассмотренных случаев по результатам поляризационного анализа определялась разность времен вступлений прямой и отраженной волн одного и того же периода. По направлению

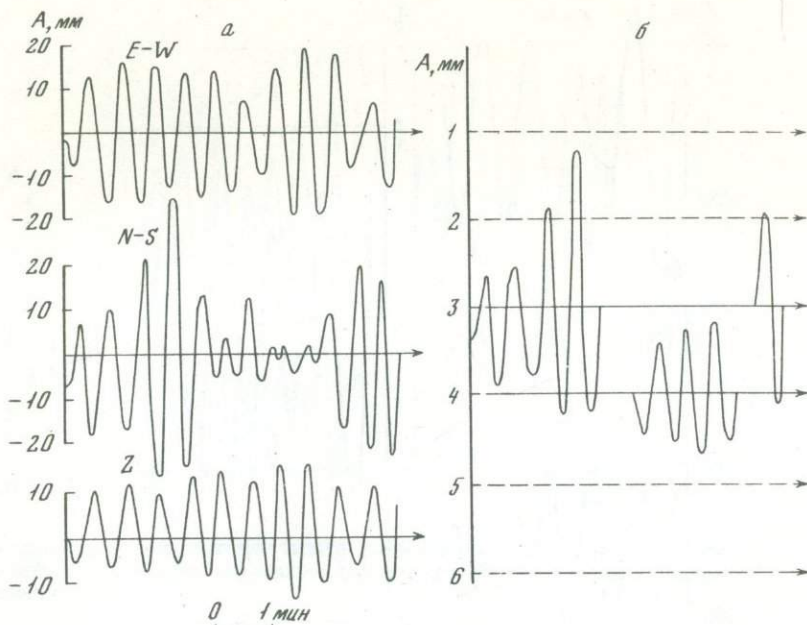


Рис. 41. Участок трехкомпонентной записи поверхностных волн землетрясения 25.1.1975 г. (а) и результаты поляризационного анализа (б) для сейсмической станции "Минск"

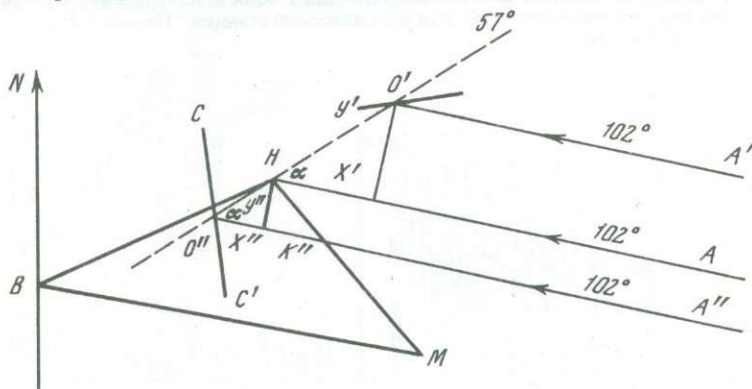


Рис. 42. Пример определения отраженных границ (разломов) для землетрясения 11.8.1974 г. по записи сейсмической станции "Нарочь"

прихода отраженной волны и разности времен прихода прямой и отраженной волн было установлено положение отражающих границ в данном районе. Покажем более подробно технику этого определения на одном конкретном примере.

Рассмотрим землетрясение 11.8.1974 г., зарегистрированное сейсмической станцией "Нарочь" (см. рис. 38). По поляризационному анализу получены два азимута прихода волн Лява 102 и 57°. На рис. 42 азимут 102° соответствует направлению прихода прямых волн (сплошная линия) от эпицентра, а азимут 57° (или 237°) направлению прихода отраженной волны (пунктир, $O'O''$). Так как эпицентр землетрясения находится на большом расстоянии, то фронт волны можно рассматривать как плоский, перпендикулярный лучам AH , $A'O'$, $A''O''$. Если азимут прихода отраженной волны на станции "Нарочь" 57° (луч OH), то $c \Delta t = y' - x'$, где c — фазовая скорость, Δt — разность момента вступления прямой и отраженной волн. Из треугольника $HO'K'$ следует

$$x' = y' \cos \alpha,$$

где α — угол между прямой и отраженной волной. Отсюда получим

$$y' = \frac{c \Delta t}{1 - \cos \alpha}.$$

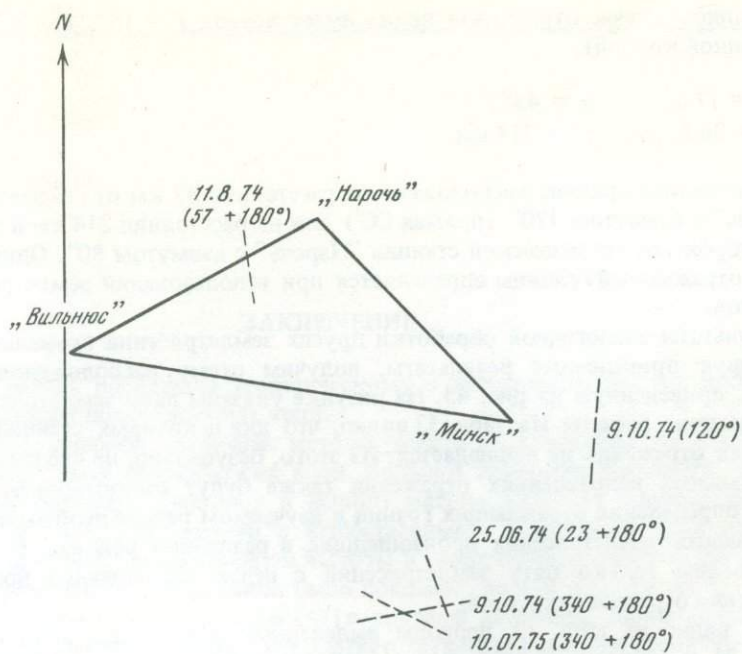


Рис. 43. Полученная схема глубинных разломов (пунктир) в районе треугольника станций "Нарочь", "Минск", "Вильнюс"

Если азимут прихода отраженной волны равен 237° (луч $O''N$), то из треугольника $HO''K''$ имеем

$$x'' + y'' = c \Delta t,$$

$$x'' = y'' \sin \alpha,$$

и, следовательно

$$y'' = \frac{c \cdot \Delta t}{1 + \sin \alpha}.$$

Здесь y' (или y'') — расстояние отражающей точки от сейсмической станции. Направление отражающей границы определяется как перпендикуляр к биссектрисе угла между падающим и отраженным лучами.

Т а б л и ц а 33

Схема расположения отражающих границ

Дата	Сейсмическая станция	Азимуты волн, ... °		Δt , с	T , с	Расстояние и направление от станции до отражающей точки	
		прямых	отраженных			r , км	Az , ... °
19.10.74	"Нарочь"	40	120	37	13	115	170
			340	57	12	136	100
11.08.74	"Вильнюс"	40	—	—	—	—	—
	"Нарочь"	102	57	17	12	37	170
						214	80
10.07.75	"Вильнюс"	102	—	—	—	—	—
	"Нарочь"	78	340	51	14,5	137	119
25.06.74	"Минск"	112	23	14	24	55	157
25.01.75	"Минск"	290	—	—	—	—	—

В данном случае отраженная волна имеет период $T = 16$ с, $c = 3,7$ км/с (из дисперсионной кривой),

$$\begin{aligned} \Delta t &= 17 \text{ с}; & \alpha &= 45^\circ; \\ y'' &= 36,8 \text{ км}; & y' &= 214 \text{ км}. \end{aligned}$$

Отражающая граница расположена на расстоянии 37 км от сейсмической станции "Нарочь" с азимутом 170° (прямая СС') или на расстоянии 214 км в противоположную сторону от сейсмической станции "Нарочь" с азимутом 80° . Однозначное положение отражающей границы определяется при использовании землетрясений других азимутов.

Результаты аналогичной обработки других землетрясений приведены в табл. 33. Суммируя приведенные результаты, получим схему расположения отражающих границ, приведенную на рис. 43. На рисунке указаны даты землетрясений, по которым сделаны расчеты. Из табл. 33 видно, что для некоторых станций в изучаемых азимутах отражений не наблюдается. Из этого, безусловно, не следует, что в других азимутальных направлениях отражения также будут отсутствовать, поэтому для задачи определения отражающих границ в изучаемом районе необходима статистика, включающая землетрясения произошедшие в различных районах. В данной работе исследованы только пять землетрясений с целью опробования новой методики выявления отражающих границ.

Как видно из табл. 33, периоды выделенных отраженных волн изменяются от 12 до 24 с. Поскольку эти периоды соответствуют волнам, распространяющимся в пределах земной коры [26], то глубины простирающихся отражающих границ не могут превышать мощность земной коры, определенной для данного района (36—40 км). Необходимо заметить, что анализ проводился начиная с участков записи с видимым периодом 60 с, но отраженных волн длинных периодов не было выделено.

На основе изложенного в данной главе, можно сделать заключение, что поверхностные волны чувствительны к неоднородностям типа вертикальных разломов при регистрации их на малых профилях. Предложенный здесь метод использования поляризационного анализа в такого типа работах нам представляется перспективным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию распространения поверхностных волн.

В первой части описаны матричные методы расчета теоретических дисперсионных кривых поверхностных сейсмических волн. Большое внимание уделялось объяснению принципов матричных методов и выводу матриц, удобных с вычислительной точки зрения, в частности, матриц с вещественными элементами (для идеально упругой слоистой среды, вещественной частоты и вещественной фазовой скорости).

На основе физических соображений было показано, почему в матрицах для слоев, введенных Томсоном [64], Хаскеллом [47] и другими авторами, появляются чисто мнимые элементы. Было показано, что соответствующим выбором граничных условий можно получить матрицы только с вещественными элементами. Описан общий вид граничных условий, которому соответствуют вещественные матрицы для слоев. Так, для волн Лява получаются вещественные матрицы, если в граничных условиях требуется непрерывность величин $k_1 v$ и $k_2 \tau$, где v — смещение, τ — напряжение и k_1 , k_2 — числа, одинаковые во всех слоях и одновременно или вещественные, или мнимые. На основе этого критерия было показано, почему, например, подход Хаскелла [47] должен был привести к комплексным матрицам. Для волн Релея получаются вещественные матрицы, если граничные условия сформулированы с помощью величин вида (4.71).

Приведенные критерии имеют очень простую физическую интерпретацию: вещественные матрицы получаются в случаях, когда элементы соответствующего вектор-столбца граничных условий находятся в фазе или сдвинуты по фазе на 180° . Все другие случаи приводят к комплексным матрицам. Эти физические критерии были впервые предложены в статье [51] для волн Лява, здесь они приведены также для случая волн Релея. Вещественные матрицы для волн Релея здесь публикуются впервые. Для волн Лява можно рекомендовать расчет дисперсионной кривой по формулам (2.4), (2.6), (3.24), (3.26), (3.28). Для волн Релея удобно применять формулы: (2.3)–(2.6), (4.12), (4.59), (4.61), (4.67) и (4.68).

Казалось бы, что проблеме вещественных матриц здесь уделялось больше внимания, чем этот вопрос заслуживает в вычислительном отношении (вещественные матрицы проще программировать, но с точки зрения машинного времени они не приносят практически никаких преимуществ, так как манипуляцию с комплексными элементами можно всегда обойти [47, 61]). Подобный анализ матричных методов преследовал также другие цели. Мы хотели описать суть матричных методов и показать, что для данной физической задачи обычно возможно записать целый ряд матричных представлений. Мы старались выяснить, какие черты будут сохраняться в различных матричных представлениях для данной задачи и чем отдельные варианты могут отличаться. О том, что долгое время в теории матричных методов существовало много невыясненных проблем, свидетельствует факт, что так много авторов копировало подход Томсона-Хаскелла, хотя часто незначительных изменений было бы достаточно для того, чтобы получить матрицы более простые и более удобные.

Во второй части работы приведены новые результаты экспериментальных исследований строения Земли в Центральной Европе.

Определены дисперсионные кривые групповых скоростей на трассах между эпицентром и регистрирующими станциями. Эти данные в работе не интерпретировались, но могут представлять самостоятельный интерес для других исследований. Отмечены

некоторые особенности в ходе групповых скоростей волн Релея на континентальной трассе на периодах около 40 с.

По значениям фазовых скоростей волн Релея и Лява определена мощность земной коры по профилю Пулково — Прага, которая составляет в среднем 37—40 км. На участке Пулково — Рига мощность земной коры 41—42 км, на участке Рига — Прага — 31—32 км. На глубинах порядка 115 км возможно уменьшение скоростей объемных волн. На данном профиле залегание структур сравнительно спокойное, что подтверждается достаточно плавно изменяющимися значениями полученных коэффициентов затухания волн Релея и Лява. Данные, полученные по профилю Пулково — Прага, в общих чертах согласуются с результатами ГСЗ по VII международному профилю.

Дано осредненное строение земной коры для профиля Обнинск — Прага, мощность которой определяется в 36—40 км, на глубине порядка 115 км выделяется слой слабого понижения скоростей объемных волн. На данном профиле выявлен ряд особенностей в строении земной коры и верхней мантии. Так, в районе между Обнинском и Минском наблюдается аномальный ход фазовых скоростей волн Лява по отношению к значениям скоростей волн Релея на периодах 40 с и выше. Это приводит к предположению о наличии особенностей в строении земной коры и верхней мантии и анизотропии в этом районе.

В районе сейсмической станции "Варшава" наблюдается очень большой разброс значений фазовых скоростей волн Релея и Лява, что свидетельствует, видимо, о наличии в данном районе глубинных разломов. Кроме того, для профиля Минск — Варшава наблюдается несогласованность значений фазовых скоростей волн Релея и Лява, что также может быть вызвано наличием анизотропии.

На основе материалов наблюдений поверхностных волн землетрясений на сейсмических станциях "Вильнюс", "Нарочь", "Минск" опробован метод поляризационного анализа для обнаружения глубинных разломов. Этот метод для решения подобных задач применяется впервые.

На основе полученных результатов предполагаются дальнейшие исследования выявленных особенностей в строении земной коры и мантии Центральной Европы.

Хотелось бы также обратить внимание на некоторые методические вопросы.

1. При работе с поверхностными волнами полезно первоначально произвести расчет СВАН-диаграмм для более четкого разделения волн. Особенно это важно при обработке записей, зарегистрированных на малых профилях, что позволяет выделить отраженные волны.

2. При определении фазовых скоростей "ручным" способом более удобно измерять времена в те моменты, когда запись пересекает нулевую линию, чем в моменты максимумов или минимумов записи. Это приводит к меньшим ошибкам в определении значений фазовых скоростей.

3. Неоднозначность решения обратной задачи существенно уменьшается, если диапазон фазовых скоростей при расчете теоретических кривых задается в узких пределах.

4. Во многих работах по использованию поверхностных волн землетрясений для изучения строения Земли исследуются отдельно только волны Релея или только волны Лява. В данной работе для большинства профилей была выполнена совместная интерпретация волн Релея и Лява, что позволило выявить некоторые особенности в строении Земли и получить более однозначный результат.

ABSTRACT

The purpose of this monograph is to study the structure of the Earth's crust and upper mantle on the profiles Pulkovo-Riga-Prague and Obninsk-Minsk-Warsaw-Prague by dispersion of phase velocities of Rayleigh and Love surface waves recorded from earthquakes.

In contrast to other works on dispersion of surface waves, this monograph analyses surface waves on profiles from 100 to 1500 km long; the sensitivity of surface waves to certain horizontal inhomogeneities is also revealed.

The monograph has two parts: theoretical and experimental. The first part gives a description of the matrix method for calculation of theoretical dispersion curves of surface seismic waves. Considerable space is given to the explanation of principles of matrix methods and matrix deduction convenient for calculation procedure, in particular, the matrices with substance elements (for ideal elastic laminar medium, substance frequency and substance phase velocity). The monograph shows, on the basis of physical speculations, how purely imaginary elements appear in matrices for layers introduced by Thomson and Haskell and by other authors. Matrices with only substance elements might be obtained by appropriate selection of boundary conditions. In the monograph, the general pattern of boundary conditions, which corresponds to substance matrices, is described. The suggested matrix calculation method is realised in computer programs (appended).

The second part of the monograph presents new results of experimental research of the Earth's structure in Central Europe.

Dispersion curves of group velocities were determined along the lines between the epicenter and recording stations. Peculiar features were revealed in the variations of group velocities of Rayleigh waves along the continental profile in periods of about 40 c.

Phase velocity values of Rayleigh and Love waves allowed to determine the Earth's crust thickness on the Pulkovo-Prague profile which is 37-40 km on the average. (The data obtained on the Pulkovo-Prague profile are in rough agreement with the DSS results received along the VII International Profile). Body waves velocities are possibly reduced at depths of about 115 km. An averaged crustal structure is drawn for the Obninsk-Prague profile, reaching 36-40 km, with a layer of slightly reduced body waves velocities at the depth of about 115 km. This profile shows a number of peculiarities in the structure of the Earth's crust and upper mantle. Thus, in the area between Obninsk and Minsk, anomalous variations of phase velocities of Love waves are observed in relation to Rayleigh wave velocities in periods of 40 c and more. This fact allows to suggest the existence of peculiar features in the structure of the Earth's crust and mantle and the presence of anisotropy in this region.

The data obtained in the region of the Warsaw Seismic Station show considerable discrepancy of phase velocity values of Rayleigh and Love waves; apparently, this is evidence to the presence of deep faults in the area. Moreover, the data on the Minsk-Warsaw profile reveals disagreement in phase velocity values of Rayleigh and Love waves, which may also be due to anisotropy.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Авдулов М.В.* Проблемы эволюции земной коры на примере Кавказа и Крыма. М.: Наука, 1979, 100 с.
2. *Алексеев А.С.* и др. Модель строения верхней мантии по объемным сейсмическим волнам. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 67–82.
3. *Алказ В.Г., Онофреш Н.И., Перельберг А.И.* Поляризационный анализ сейсмических колебаний. Кишинев: Штиинца, 1977. 110 с.
4. *Андрянова З.С., Кейлис-Борок В.И., Левшин А.Л., Нейгауз М.Г.* Поверхностные волны Лява. М.: Наука, 1965. 108 с.
5. *Беллевский Н.А., Вольвовский И.С., Вольвовский Б.С.* и др. Сейсмический разрез земной коры Восточной Европы. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 7–19.
6. *Беранек Б., Затопек А.* Результаты изучения строения земной коры методом ГСЗ в ЧССР. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 28–35.
7. *Беранек Б., Кониржова Л., Зоункова М.* Использование автоматических вычислительных машин для построения скоростных моделей и их проверки. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 253–261.
8. *Будин Н.К.* Земная кора и верхняя мантия между Финским заливом и Онежским озером. — В кн.: *Земная кора окраин материков и внутренних морей.* М.: Наука, 1975, с. 152–161.
9. *Волк В.Э., Гапоненко Г.И., Иванов С.С.* и др. Строение земной коры некоторых шельфовых областей по аэромагнитным данным. — В кн.: *Земная кора окраин материков и внутренних морей.* М.: Наука, 1975, с. 32–38.
10. *Вуллард Дж.П.* Стандартизация измерений силы тяжести. — В кн.: *Земная кора и верхняя мантия / Под ред. П. Харта.* М.: Мир, 1972, с. 240–250.
11. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: ГИТТЛ, 1953. 492 с.
12. *Гласко В.Б., Мартанус Г.Н., Пашкова Л.Н.* и др. Определение параметров земной коры Русской платформы по дисперсии поверхностных волн. — Изв. АН СССР. Физика Земли, 1974, № 5, с. 86–95.
13. *Грудева Н.П., Левшин А.Л., Писаренко В.Ф., Пручкина Ф.М.* Спектрально-временной анализ сейсмических волн. — В кн.: *Теоретическая и вычислительная геофизика.* М.: 1975, Наука, т. 1, с. 5–15.
14. *Гутерх А., Матежок Р., Пайхель Я., Перхуць Э.* Строение земной коры вдоль VII международного профиля ГСЗ на территории Польши. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 148–158.
15. *Гутерх А., Топоркевич Р., Матежок Р.* и др. Строение земной коры в Предсудетском районе на основании интерпретации докритически отраженных волн. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 178–184.
16. *Гутерх А., Матежок Р., Пайхель Я., Перхуць Э.* Строение земной коры вдоль VII международного профиля ГСЗ на территории Польши. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии Центральной и Восточной Европы.* Киев: Наукова думка, 1978, с. 84–89.
17. *Дорофеев В.М.* Анализ определения механической добротности земных недр по затуханию собственных колебаний: Канд. дис. М.: ИФЗ АН СССР, 1977, 157 с.
18. *Егоркин А.В., Старобинец Л.Н., Дружинин В.С.* Скоростные разрезы верхней мантии по материалам ГСЗ на суше. — Изв. АН СССР. Физика Земли, 1977, № 7, с. 27–41.
19. *Затопек А.* Геофизический синтез на основе результатов ГСЗ, проведенного на территории ЧССР и Средней Европы. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 19–27.
20. *Ибраймер Я.* Вклад региональных геофизических методов в изучение глубинного строения Чехословакии. — В кн.: *Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований.* Киев: Наукова думка, 1977, с. 261–270.
21. *Коган С.Я.* Сейсмическая энергия и методы ее определения. М.: Наука, 1975, с. 152.
22. *Ландер А.В.* О методике интерпретации результатов спектрально-временного анализа. — В кн.: *Машинный анализ цифровых сейсмических данных.* М.: Наука, 1974, с. 279–315. (Вычислительная сейсмология; Вып. 7.).

23. Левшин А.Л. Поверхностные и каналовые сейсмические волны. М.: Наука, 1973. 176 с.
24. Литвиненко И.В., Анкудинов С.А., Платоженкова Л.И. Строение земной коры на северо-восточном участке VII международного профиля ГСЗ. — В кн.: Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований. Киев: Наукова думка, 1977, с. 144—148.
25. Молотков Л.А. Распространение упругих волн в средах, содержащих тонкие плоско-параллельные слои. — В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн, Л.: Изд-во ЛГУ, 1961, т. 5, с. 240—280.
26. Об определении строения Земли по дисперсии скорости распространения поверхностных сейсмических волн: (Руководство). М.: Б.и., 1966, с. 344.
27. Ойсберг Р.П. К вопросу о границах в верхней мантии по данным объемных волн. — В кн.: Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмологических исследований. Киев: Наукова думка, 1977, с. 83—87.
28. Орнбид Д. Проектирование цифровых фильтров для обработки информации о ракете. — Вопросы ракетной техники, 1962, № 12, с. 25—48.
29. Проскуракова Т.А., Алказ В.Г. Изучение длиннопериодных микросейсм в диапазоне периодов 10—150 с. — Изв. АН СССР. Физика Земли, 1973, № 6, с. 88—92.
30. Проскуракова Т.А., Хотько Ж.П., Кузнецов Ю.Н. Глубинное строение северо-западного региона СССР по результатам наблюдений и анализа длиннопериодных сейсмических волн и данных геофизики. — В кн.: Исследование длиннопериодных сейсмических волн. Минск: Наука и техника, 1976, с. 104—113.
31. Ратникова Л.И. Методы расчета сейсмических волн в тонкостенных средах. М.: Наука, 1973, с. 124.
32. Саваренский Е.Ф. Сейсмические волны. М.: Недра, 1972, с. 293.
33. Саваренский Е.Ф., Косарев Г.Л., Садиков Ф.С. Влияние осадочного слоя на колебания в продольной волне и строение земной коры под станцией Обнинск и Южно-Сахалинск. — В кн.: Строение земной коры и верхней мантии по данным сейсмических исследований. Киев: Наукова думка, 1977, с. 56—67.
34. Саркисов Ю.М. Рельеф кристаллического фундамента во впадине Балтийского моря. — В кн.: Земная кора окраин материков и внутренних морей. М.: Наука, 1975, с. 148—151.
35. Старовойт О.Е., Захарова А.И., Чепкунас Л.С., Чернубай Н.А. Использование наблюдений длиннопериодной сейсмической аппаратуры для изучения строения Земли и очагов землетрясений. — В кн.: Исследование длиннопериодных сейсмических волн. Минск: Наука и техника, 1976, с. 7—22.
36. Чесноков Е.М. Сейсмическая анизотропия верхней мантии Земли. М.: Наука, 1977. 144 с.
37. Brune J., Dorman J. Seismic waves and Earth structure in the Canadian Shield. — Bull. Seism. Soc. Amer. 1953, 53, p. 167—209.
38. Červený V., Novotný O. Maticová metoda výpočtu seismických vln ve vrstevnatých prostředích. Program HASKEI. — Prague Faculty Math. and Phys. 1974, Rep. 16.
39. Červený V., Novotný O., Plešinger A., Plomerová J. Structure of the Earth's crust in Southwest Czechoslovakia from spectral ratios of long-period P waves. (Preliminary results). — In: Geofyzikální sborník. — Praha: Academia, 1980.
40. Dorman J., Ewing M., Oliver J. Study of shear-velocity distribution in the upper mantle by mantle Rayleigh waves. — Bull. Seism. Soc. Amer. 1960, 50, p. 87—115.
41. Dunkin J.W. Computation of modal solution in layered, elastic media at high frequencies. — Bull. Seism. Soc. Amer. 1965, 55, p. 335—358.
42. England P.C., Worthington M.H., King D.W. Lateral variation in the structure of the upper mantle beneath Eurasia. — Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 1977, 48, p. 71—79.
43. Ewing M., Jardetzky W., Press F. Elastic waves in layered media. N.Y.: McGraw-Hill, 1957, 380 p.
44. Fajkiewicz Z. Duopozimowose obserwacji micrograwimetrycznych w kopalniach jako warunków ograniczenia wieloznaczności ich geologicznej interpretacji. — Jecn. poszuk., 1970, No 36, p. 7—17.
45. Fuchs K. Das Reflexions- und Transmissionsvermögen eines geschichtenen Mediums mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte für schrägen Einfall ebener Wellen. — Z. Geophys., 1968, 34, p. 389—413.
46. Gutenberg B. Physics of the Earth's interiors. N.Y.: Acad. Press., 1959.
47. Haskell N.A. The dispersion of surface waves in multilayered media. — Bull. Seism. Soc. Amer., 1953, 43, p. 17—34.
48. Kausel E.G., Schwab F., Mantovani E. Oceanic Sea. — Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 1977, 50, p. 407—440.
49. King D.W., Galcagnile G. P-wave velocities in the upper mantle beneath Fennoscandia and Western Russia. — Geophys. J. Roy. Astr. Soc., 1976, 14, No 2, p. 407—432.
50. Knopoff L. A matrix method for elastic wave problems. — Bull. Seism. Soc. Amer., 1964, 54, p. 431—438.
51. Novotný O. On some modifications of Thomson—Haskell matrices for Love waves. — Stud. Geophys. et Geod., 1973, 17, p. 186—188.
52. Novotný O. On the equivalence of Thomson—Haskell matrices and Knopoff's method for Love waves. — Stud. Geophys. et Geod., 1974, 18, p. 120—125.
53. Pestel E.C., Leckie F.A. Matrix methods in elastomechanics. N.Y.: McGraw-Hill, 1963. 125 p.
54. Press F. Crustal structure in California — Nevada Region. — J. Geophys. Res., 1960, 65, p. 1039—1051.
55. Press F., Harkrider D., Seafeldt C.A. A fast, convenient program for computation of surface — wave dispersion curves in multilayered media. — Bull. Seism. Soc. Amer., 1961, 51, p. 495—502.

56. *Randall M.J.* Fast programs for layered half-space problems. – *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1967, 57, p. 1299–1316.
57. *Regional Catalogue of Earthquakes*. N.Y.: International Seismological Centre, 1974. 194 p.
58. *Savarensky E.F., Proskurjakova T.A., Voronina E.V.* On microseism phase velocities and the direction to the excitation source. – In: *Proceedings of the ESC Assembly of Copenhagen*. Copenhagen: Akademisk Forlag, 1967, p. 347–356.
59. *Schwab F.* Surface wave dispersion computations. Knopoff's method. – *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1970, 60, p. 1491–1520.
60. *Schwab F.A., Knopoff L.* Fast surface wave and free mode computations. – In: *Methods in computational physics*. N.Y.: Acad. Press, 1972, vol. 11, p. 87–180.
61. *Schwab F.A., Knopoff L.* Surface wave dispersion computations. – *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1970, 60, p. 321–344.
62. *Sexton J.L., Rudman A.J., Mead J.* Ellipticity of Rayleigh waves recorded in the Midwest. – *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1977, 67, p. 369–382.
63. *Talwani M., Sutton G.H., Worsel J.L.* A crustal section across the Puerto Rico Trench. – *J. Geophys. Res.*, 1959, 64, p. 1545–1555.
64. *Thomson W.T.* Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. – *J. Appl. Phys.*, 1950, 21, p. 89–93.
65. *Thrower E.N.* The computation of the dispersion of elastic waves in layered media. – *J. Sound Vib.*, 1965, 2, p. 210–226.
66. *Watson T.H.* A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in the multilayered elastic half-space. – *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1970, 60, p. 161–166.
67. *Yacoub N.K., Mitchel B.J.* Attenuation of Rayleigh-wave amplitudes across Eurasia. – *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1977, 67, p. 751–769.
68. *Vanyan L.L., Berdichevski M.N., Fainberg E.B., Fiskina M.V.* The study of the asthenosphere of the East European platform by electromagnetic sounding. – *Phys. Earth and Planet. Inter.*, 1977, 14, p. P1–P2.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Часть первая	
НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ РАСЧЕТА ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН	7
Глава I	
Матричный метод расчета теоретических дисперсионных кривых	7
§ 1. Введение	7
§ 2. Модель среды и исходные соотношения	8
§ 3. Дисперсионное уравнение для волн Лява	9
3.1. Исходные соотношения	9
3.2. Матрица для однородного слоя	10
3.3. Уравнение дисперсии для слоистой среды	10
3.4. Численный метод расчета дисперсионной функции	12
3.5. Метод поиска корней дисперсионного уравнения	15
3.6. Некоторые другие матрицы для расчета дисперсии волн Лява	16
§ 4. Уравнение дисперсии для волн Релея	18
4.1. Общие принципы метода Томсона-Хаскелла	19
4.2. Введение потенциалов и исходные соотношения	20
4.3. Матрица для однородного слоя	20
4.4. Матрица для системы однородных плоскопараллельных слоев	24
4.5. Дисперсионное уравнение	24
4.6. Матрицы шестого порядка для расчета дисперсии	26
4.7. Матрицы пятого порядка для расчета дисперсии	30
4.8. Сравнение различных матриц для расчета дисперсии волн Релея	35
4.9. Некоторые замечания по истории развития методов расчета теоретических дисперсионных кривых волн Релея	37
Часть вторая	
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЕЯ И ЛЯВА, ПОЛУЧЕННЫЕ НА ПРОФИЛЯХ ОБНИНСК-МИНСК-ВАРШАВА-ПРАГА И ПУЛКОВО-РИГА-ПРАГА	40
Глава II	
Строение Земли в Центральной части Европы (литературный обзор)	40
Глава III	
Фазовые и групповые скорости поверхностных волн Релея и Лява на профилях Обнинск-Прага и Пулково-Прага	44
§ 1. Введение	44
§ 2. Исходные данные	44
§ 3. Методика исследований	45
3.1. Ручной способ	46
3.2. Определение групповых и фазовых скоростей с помощью спектрального анализа	47
§ 4. Фазовые и групповые скорости, полученные по каждому землетрясению в отдельности	48
§ 5. Методика подбора теоретических дисперсионных кривых фазовых скоростей	58
5.1. Пределы дисперсионных кривых	58
5.2. Модели	59
§ 6. Фазовые скорости, полученные по профилям, и обсуждение результатов	66
§ 7. Поглощение волн Релея и Лява на изучаемых профилях	74
Глава IV	
Использование поверхностных волн землетрясений, зарегистрированных на малых профилях	78
§ 1. Спектрально-временной анализ	79
§ 2. Поляризационный анализ	80
Заключение	87
Abstract	89
Литература	90

CONTENTS

Introduction	5
Part One	
CERTAIN PROBLEMS IN CALCULATION THEORY OF DISPERSION CURVES OF SURFACE WAVES	7
Chapter I	
Matrix calculation method for theoretical dispersion curves	7
1. Introduction	7
2. Model simulating medium and initial relations	8
3. Dispersion equation for Love waves	9
3.1. Initial relations	9
3.2. Matrix for homogeneous layer	10
3.3. Dispersion equation for layered medium	10
3.4. Numerical calculation method for dispersion function	12
3.5. Search method for roots in dispersion equation	15
3.6. Other matrices for calculation of Love waves dispersion	16
4. Dispersion equation for Rayleigh waves	18
4.1. Basic principles of the Thomson—Haskell method	19
4.2. Introduction of potentials and initial relations	20
4.3. Matrix for homogeneous layer	20
4.4. Matrix for a system of homogeneous flat-parallel layers	24
4.5. Dispersion equation	24
4.6. Matrices of the sixth order for dispersion calculation	26
4.7. Matrices of the fifth order for dispersion calculation	30
4.8. Comparison of different matrices for calculation of Rayleigh waves dispersion	35
4.9. Comments on the history of calculation methods used for theoretical dispersion curves of Rayleigh waves	37
Part Two	
EXPERIMENTAL CHARACTERISTICS OF SURFACE RAYLEIGH AND LOVE WAVES OBTAINED ON THE PROFILES OBNINSK—MINSK—WARSAW—PRAGUE AND PULKOVO—RIGA—PRAGUE	40
Chapter II	
The Earth's structure in the Central part of Europe (review of publications)	40
Chapter III	
Phase and group velocities of surface Rayleigh and Love waves on the profiles Obninsk—Prague and Pulkovo—Prague	44
1. Introduction	44
2. Initial data	44
3. Methods of research	45
3.1. Methods of research	46
3.2. Determination of group and phase velocities by spectral analysis	47
4. Phase and group velocities obtained for each earthquake separately	48
5. Methods for selection of theoretical dispersion curves of phase velocities	58
5.1. Limits of dispersion curves	58
5.2. Models	59
6. Phase velocities obtained of profiles and discussion of results	66
7. Absorption of Rayleigh and Love waves on the studied profiles	74
Chapter IV	
Application of surface waves from earthquakes recorded on small profiles	78
1. Spectral-temporal analysis	79
2. Polarization analysis	80
Conclusion	87
Abstract	89
References	90

Тамара Алексеевна Проскурякова,
Олдржих Новотны,
Елена Викторовна Воронина
**ИЗУЧЕНИЕ СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ
МЕТОДОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН
(Центральная Европа)**

*Утверждено к печати
Межведомственным геофизическим комитетом
при Президиуме АН СССР*

Редактор издательства *В.Я. Енюкова*
Технический редактор *Н.А. Посканная*
Корректор *В.П. Крылова*

ИБ № 21359

Подписано к печати 20.03.81. Т-03163
Формат 70x108 1/16. Бумага офсетная № 1
Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 8,7
Тираж 950 экз. Тип. зак. 219
Цена 1 р. 40 к.

Издательство "Наука", 117864 ГСП-7,
Москва В-485, Профсоюзная ул, д. 90
Ордена Трудового Красного Знамени
1-я типография издательства "Наука",
199034, Ленинград, В-34, 9-я линия, 12

**В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ "НАУКА"
ГОТОВИТСЯ К ПЕЧАТИ КНИГА:**

Строение дна Охотского моря

В книге основное место занимают результаты исследований рельефа дна, структуры осадочного чехла и фундамента, дополняемые материалами исследований горных пород фундамента, глубинного сейсмического зондирования, гравиметрических и геотермических наблюдений.

Книга рассчитана на геологов, тектонистов, сейсмологов.

Заказы просим направлять в магазины "Академкнига":

Москва В-463, Мичуринский проспект, 12, магазин "Книга — почтой" "Академкнига", Москва, ул. Горького, 8; ул. Вавилова, 55; Ленинград, Литейный проспект, 57; Киев, ул. Ленина, 42; Харьков, Уфимский пер., 4/6; Алма-Ата, ул. Фурманова, 91/97; Ташкент, ул. Карла Маркса, 51; ул. Шота Руставели, 43; Новосибирск, Красный проспект, 51; Уфа, проспект Октября, 129; Коммунистическая ул., 49; Свердловск, ул. Мамина-Сибиряка, 137; Фрунзе, бульвар Дзержинского, 42; Иркутск, ул. Лермонтова, 303; Душанбе, проспект Ленина, 95; Куйбышев, проспект Ленина, 2.

Список исправлений

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
10	Формула (3.3)	$kr_{\beta m}$	$k^2 r_{\beta m}^2$
10	Формула (3.6)	$v_m'' e^{ik}$	$v_m'' e^{-ik}$
12	Формулы (3.23, 3.24)	$\ \tilde{\alpha}_m\ $	$\ \bar{\alpha}_m\ $
13	21 сн., 13 сн.	$\ \mathbf{A}\ $	$\ \bar{\mathbf{A}}\ $
21	Формула (4.6)	$e_{\alpha m}$	$r_{\alpha m}$
22	Формула (4.14)	ω_m	w_m
22	Формула (4.15)	$\ \mathbf{T}_m(z)\ $	$\ \mathbf{T}_m\ $
26	Формулы (4.36—4.38)	$\ \quad\ $	без $\ \quad\ $
27	11 сн.	$r_{\alpha m}^{-1} \sin Q_m$	$r_{\alpha m}^{-1} \sin P_m$
31	1 сн.	ρ_m^{-1}	$-\rho_m^{-1}$
31	18 сн.	$r_{\beta m}$	$r_{\alpha m}$
31	6 сн.	$\tilde{\chi}_{31}$	$2\tilde{\chi}_{31}$
32	Формула (4.68)	x_{12}, \dots, x_{15}	x_{21}, \dots, x_{51}
32	7 сн.	FF	F
39	7 сн.	$(\tau_{zx})_{m/i}$	$(\tau_{zx})_{m/i}$
87	15 сн.	Подобный	Подробный
89	13 сн.	substance	real
89	18 сн.	40 с	40 s
91	36 сн.	1953	1963
91	15 сн.	Sea	Sa

Оборот титула 1 сн.

Напечатано П $\frac{20801-131}{055(02)-81}$ 89, кн. 2. 1904030000

Следует читать П $\frac{20801-131}{055(02)-81}$ 89—81, кн. 2. 1904030000

1 p. 40 к.

3582