

**АКАДЕМИЯ НАУК СССР**  
**УРАЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР**  
**ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ**  
**ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ**

**А. В. ЦИРУЛЬСКИЙ, Ф. И. НИКОНОВА, Н. В. ФЕДОРОВА**

**МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ**  
**ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ**  
**АНОМАЛИЙ С ПОСТРОЕНИЕМ**  
**ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СЕМЕЙСТВ**  
**РЕШЕНИЙ**

**СВЕРДЛОВСК**  
**1980**

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
УРАЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР  
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ИНСТИТУТ ГЕОФИЗИКИ

А. В. Цирульский, Ф. И. Никонова, Н. В. Федорова

МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ  
АНОМАЛИЙ С ПОСТРОЕНИЕМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СЕМЕЙСТВ  
РЕШЕНИЙ  
(Методические рекомендации)

г. Свердловск  
1980



3341

Метод интерпретации гравитационных и магнитных аномалий с построением эквивалентных семейств решений (методические рекомендации)  
А.В.Цирульский, Ф.И.Никонова, Н.В.Федорова. Свердловск УНЦ АН СССР,  
1980

В работе изложены теоретические основы и новый метод интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Новым результатом является доказательство разрешимости в конечном виде (по терминологии В.К.Иванова) обратной двумерной задачи внешнего потенциала ограниченных областей и грани раздела для полей, имеющих логарифмические особенности. Разработана эффективная численная методика решения обратной задачи. На основе использования нового класса потенциалов предложен метод интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, состоящий в подборе наблюдаемого поля полями источников из модельного класса с последующим построением эквивалентных семейств решений обратной задачи, т.е. эквивалентных семейств ограниченных областей и грани раздела. Показано существенное отличие обратной задачи внешнего потенциала для ограниченных областей и грани раздела.

Практическая применимость разработанного метода интерпретации грави-магнитных аномалий иллюстрируется рядом теоретических и практических примеров.

В работе приведены тексты программ, реализующих метод; программы составлены на языке ФОРТРАН.

Работа предназначена для студентов, инженеров и научных работников, занимающихся интерпретацией гравитационных и магнитных аномалий.

Ответственный редактор доктор физ.-мат.наук Г.М.Воскобойников

## В В Е Д Е Н И Е.

Широкое распространение за последнее время при решении обратных задач гравиметрической и магниторазведки получили различные методы автоматизированного подбора (С.В.Шалаев, Е.Г.Булах, В.И.Старостенко и др.). Наблюдаемое поле при этом аппроксимируется полем некоторого количества модельных источников.

Математическая задача сводится к нахождению минимума некоторой функции многих переменных, т.е. к задаче, вообще говоря, нелинейного программирования. В свете последних результатов по теории эквивалентных решений обратной задачи определенным недостатком таких методов, на наш взгляд, является необходимость априорных гипотез о величине плотности источников, а иногда и об их количестве. В связи с тем, что количество источников и величина их плотности как правило заранее неизвестны, появляется необходимость в проведении подбора при различных гипотезах о количестве источников и их плотности, т.е. приходится многократно решать задачу минимизации функции многих переменных. Сказанное позволяет утверждать, что представляется достаточно интересным разработать методы автоматизированного подбора, не требующие априорных гипотез о количестве источников и их плотности.

Одним из возможных подходов к решению этой задачи является следующий: на первом этапе интерпретации наблюдаемое поле аппроксимируется функциями некоторого класса потенциалов с особенностями в нижней плоскости. Естественно, при этом на втором этапе возникает задача построения по заданному в явном виде потенциалу соответствующего эквивалентного семейства решений. В работе /31/ был выделен новый, достаточно широкий и важный с практической точки зрения класс потенциалов  $A(Z)$ , для которого теоретическая

обратная задача (в дальнейшем т.о.э.) разрешима в конечном виде. Этот класс был положен в основу нового метода интерпретации гравимагнитных полей, включающего автоматизированный подбор наблюдаемого поля и последующее построение эквивалентных семейств решений. Метод, вычислительная схема, а также результаты практического применения описаны в работах /9, II-12, 23-25/. К настоящему времени метод внедрен в ИЦ Уральского территориального геологического управления, Киевской геофизической комплексной экспедиции, ВНИИ геофизики. Кроме того, программы переданы на геологический факультет МГУ.

В работах /23, 24/ было показано, что для того же самого класса потенциалов  $A(Z)$  т.о.э. для границ раздела так же разрешима в конечном виде. Это обстоятельство представляется весьма важным, т.к. делает возможным при решении контактных задач использование на первом этапе (этапе подбора наблюдаемого поля) одних и тех же конструкций (а следовательно, и одних и тех же программ), что при интерпретации полей от ограниченных объектов. Кроме того, возможно применение метода для решения смешанных задач.

Отметим еще, что, хотя обоснование метода дано лишь в двумерном случае, метод на практике используется и для по-профильной интерпретации трехмерных аномалий. Естественно, что при этом возникают определенные ошибки. Для того, чтобы иметь представление о возможной величине этих ошибок в разных ситуациях, в § 7 главы I приведены результаты решения обратной задачи для модельных трехмерных объектов.

Настоящая работа должна служить руководством по практическому применению метода.

В первой главе изложены теоретические основы, вычислительная схема и результаты применения метода на теоретических и практичес-

ких примерах при интерпретации грави-магнитных полей от ограни-  
ченных объектов, а во второй главе — от границ раздела. В третьей  
главе приведены программы на языке FORTRAN , и их описание.  
Материалы главы содержат полную инструкцию по применению этих  
программ с соответствующими тестовыми примерами, которые могут  
быть использованы при отладке программ.

Теория метода при интерпретации аномалий  
от ограниченных объектов.

При практической интерпретации магнитных и гравитационных аномалий весьма важным представляется вопрос о единственности построенных моделей или, иными словами, вопрос о единственности решения обратной задачи теории потенциала. Под обратной задачей теории потенциала понимают задачу нахождения возмущающего объекта по заданному внешнему потенциалу и плотности массы. П.С.Новиков /13/ доказал единственность решения этой задачи для класса звездных тел и постоянной плотности. Различными авторами /15, 22, 34/ были даны обобщения этой теоремы для определенных типов переменных плотностей и тел иной конфигурации.

Следует заметить, однако, что при интерпретации реальных полей величина плотности (или намагниченности) чаще всего неизвестна. Именно в связи с этим обстоятельством шары (круги) и софокусные эллипсоиды (эллипсы), являющиеся классическим примером единственности решения задачи в ее математической постановке, являются столь же классическим примером неединственности решения в геофизической теории интерпретации потенциальных полей.

Области, которые с различными постоянными плотностями создают тождественно равные внешние потенциалы, мы будем называть эквивалентными<sup>X)</sup>. Длительное время были известны лишь такие эквивалентные семейства, области в которых ограничены кривыми второго

---

<sup>X)</sup> Случай переменной плотности рассмотрен В.Н.Страховым /21/. Отметим лишь, что если переменная плотность неизвестна, то степень неоднозначности решения делается существенно большей.

порядка (круги, софокусные эллипсы). В связи с этим вплоть до конца шестидесятих годов существовало убеждение, что при постоянной плотности эквивалентность имеет место лишь для весьма узкого класса областей (тел). Наиболее отчетливо эта точка зрения была сформулирована Г.Я.Голиздой / 4 /, а также в Справочнике геофизика, т. У, гл. У /16/. Однако в конце шестидесятих и начале семидесятих годов в работах /17, 27, 28/ были получены некоторые новые общие результаты по этому вопросу, послужившие основой для построения целого ряда новых нетривиальных примеров эквивалентных семейств областей. Это привело к тому, что к настоящему времени стало складываться убеждение, что эквивалентность распространена весьма широко.

Подчеркнем, что теория эквивалентности имеет прежде всего важное практическое значение, т.к. тот факт, что свойство эквивалентности распространено достаточно широко, означает, что при решении обратной задачи следует строить эквивалентное семейство, и лишь затем, используя имеющуюся геофизическую информацию, выбрать из этого семейства конкретное решение. Отметим еще, что из работы /31/ стала ясной также связь между теоретической обратной задачей и теорией эквивалентности. В этой главе будет изложено современное состояние этих вопросов, а также новый метод интерпретации реальных аномалий, основанный на полученных результатах.

### § I. Основной аналитический аппарат задачи.

Пусть в системе координат  $X O Y$  задана конечная односвязная область  $D$  с границей  $L$ , постоянной плотности  $\sigma^*$ ) и пусть

X) Для большинства из приведенных в главе результатов получены обобщения и на случай переменной плотности  $\sigma(x, y)$ .

$J(x, y)$  — его логарифмический потенциал. Введем функцию  $u(z)$ :

$$u(z) = -\frac{1}{c} (U_x - i U_y) = -\frac{\sigma}{\pi} \iint_{\mathcal{D}} \frac{d\alpha d\beta}{\bar{z} - z}; \quad z \in \mathcal{D}^- \quad (I, 1)$$

где  $\bar{z} = \alpha + i\beta$ . Из того, что внешний потенциал — функция гармоническая вне масс, следует, что  $u(z)$  — аналитическая всюду вне масс. Из формулы (I, 1) ясно, что  $u(z)$  содержит в себе всю информацию о логарифмическом потенциале и может исследоваться вместо последнего. В дальнейшем для краткости мы будем называть  $u(z)$  — внешним потенциалом области  $\mathcal{D}$ .

Пусть теперь  $L$  — простая жорданова кривая, тогда /26/

$$u(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\bar{z}}{z - z} dz; \quad z \in \mathcal{D}^- \quad (I, 2)$$

В /27/ было показано, что уравнения аналитических кривых могут быть записаны в виде

$$\bar{z} = f(z), \quad (I, 3)$$

где  $f(z)$  — аналитическая функция в окрестности  $L$ . В дальнейшем уравнения типа (I, 3) будем называть  $K$ -уравнением  $L$ .

С учетом этого для области с аналитической границей (класс таких областей обозначим  $\mathcal{D}_R$ ) из (I, 2) имеем:

$$u(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\sigma f(z)}{z - z} dz; \quad (I, 4)$$

в для класса областей с кусочно-аналитической границей ( $\mathcal{D}_{KR}$ )

$$u(z) = -\sum_{k=1}^n \frac{1}{2\pi i} \int_{L_j} \frac{\sigma f_k(z)}{z - z} dz, \quad (I, 5)$$

где  $\bar{z} = f_j(z)$  —  $K$ -уравнение  $L_j$  ( $j=1, \dots, n$ ).

Для параметрического описания области  $\mathcal{D}$  весьма удобно ввести функцию  $Z(t)$ , реализующую конформное отображение круга  $T = \{t: |t| < 1\}$  с границей  $\Gamma$  комплексной плоскости  $t$

на область  $D$ , ограниченную кривой  $L$ . Введем еще функции  $Z^*(t) : Z^*(t) = Z\left(\frac{1}{t}\right)$  аналитическую в  $T^-$ . При решении обратной задачи  $Z(t)$  можно рассматривать как подлежащую определению функцию. В.К.Ивановым / 5 / было получено следующее нелинейное интегральное уравнение относительно  $Z(t)$  :

$$\Theta Z^*(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{u(Z(\tau))}{\tau - t} d\tau \quad |t| > 1 \quad (I, 6)$$

## § 2. Теория эквивалентных решений обратной задачи.

Как мы уже отмечали, вопрос о том, насколько широко распространено свойство эквивалентности, представляется весьма важным с практической точки зрения. Поэтому применительно к задачам геофизики представлялось существенным исследовать следующие вопросы:

1. Какие условия являются необходимыми и достаточными для эквивалентности двух однородных областей с различными плотностями.
2. Существуют ли другие семейства эквивалентных областей постоянной плотности, кроме кругов и софокусных эллипсов?
3. Входит ли каждая область класса  $D_R$  и  $D_{KR}$  в некоторое эквивалентное семейство, непрерывное относительно плотности?
4. Разработка эффективных алгоритмов построения эквивалентных семейств областей.

Необходимые и достаточные условия эквивалентности для однородных областей класса  $D_R$  даются следующей теоремой / 23 /<sup>x)</sup>.

Теорема I. Две области  $D_1$  и  $D_2$  класса  $D_R$  с границами  $L_1$  и  $L_2$ .

---

x) Случай переменной плотности рассмотрен в /10/.

$\bar{Z} = f_1(Z)$  и  $\bar{Z} = f_2(Z)$  и постоянными плотностями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  соответственно, могут создавать тождественно равные внешние потенциалы тогда и только тогда, когда

1.  $f_1(Z)$  - аналитическая функция в  $D_1 \setminus D_2$
2.  $f_2(Z)$  - аналитическая в  $D_2 \setminus D_1$
3.  $\sigma_1 f_1(Z) - \sigma_2 f_2(Z)$  - аналитическая в  $D_1 \cap D_2$

Основываясь на этой теореме, удалось построить ряд новых примеров эквивалентных семейств областей [17, 28]. При этом совершенно ясно, что подобных примеров можно строить сколько угодно.

На рис. 1 приведено эквивалентное семейство улиток Паскаля [28], на рис. 2 - эквивалентное семейство лемнискат Бота [28], а на рис. 3 - эквивалентное семейство областей, внешний потенциал которых тождественно совпадает с потенциалом одного материального отрезка с постоянной линейной плотностью [18].

Отметим еще следующее существенное обстоятельство. Семейство 3, так же как и семейство кругов и софокусных эллипсов, включает области, соответствующие любым значениям плотности  $\sigma$ :  $0 < \sigma < \infty$ . Однако в случаях 1 и 2 ситуация иная. Для улиток Паскаля существует минимальная область - кардиоида, которой соответствует максимальное значение плотности  $\sigma_{\max}$ . На контуре этой области имеется точка заострения. Для лемнискат Бота такой минимальной области нет, однако существует такое число  $\sigma_0$ , что в эквивалентное семейство входят лишь области, соответствующие значениям плотности  $\sigma < \sigma_0$ , а для  $\sigma > \sigma_0$  - решений (областей в эквивалентном семействе) нет.

Отсюда следует важный вывод о том, что эквивалентные семейства могут быть ограничены снизу, причем минимальная область может как существовать, так и не существовать.

Подчеркнем еще, что все известные эквивалентные семейства являются вложенными. Для класса звездных областей этот факт сле-

дует из теоремы Ю.А.Шашкина /34/.

Перейдем теперь к рассмотрению сформулированного в начале параграфа вопроса 3. Важное значение для изучаемого вопроса имеет следующая теорема, доказанная В.К.Ивановым / 7 /.

Теорема 2. Для всякого ограниченного тела с конечной плотностью существует эквивалентное тело с постоянной плотностью.

Из доказательства теоремы ясно, что в том случае, когда исходное тело отличается от шара сильно, эквивалентное тело ищется среди тел существенно большего размера, а, следовательно, меньшей плотности.

Важное значение имеют полученные В.К.Ивановым / 8 / и В.Г.Чередниченко / 33 / результаты, из которых следует, что для области класса  $\mathcal{D}_R$  и плотности  $\sigma_0$  существуют эквивалентные области плотности  $\sigma_0 + \varepsilon$ ,  $|\varepsilon| < \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  — достаточно малое число. Хотя из этих результатов еще не следует существования непрерывного относительно плотности (при  $\sigma < \sigma_0$ ) эквивалентного семейства, они тем не менее имеют принципиальное значение. Действительно, если  $u(z)$  есть потенциал области  $D$  с плотностью  $\sigma_0$ , то из / 33 / следует, что существуют эквивалентные области для плотностей  $\sigma_0 + \varepsilon$ ,  $|\varepsilon| < \varepsilon_0$ , а из / 8 / — существование эквивалентных  $D$  областей для плотностей  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_0 < \sigma_1 + \varepsilon$  т.е. существование разрывного по плотности эквивалентного семейства, что представляется физически маловероятным.

Заметим еще, что как это отмечено в / 29 /, доказательство существования для любой области класса  $\mathcal{D}_R$  непрерывного относительно плотности эквивалентного семейства сводится к доказательству этого факта для областей класса  $\mathcal{D}_n$  ( $\mathcal{D}_n$  — класс областей, являющихся результатом конформного отображения круга полигоном).

Сказанное здесь, по мнению авторов, позволяет считать, что получение положительного ответа на третий вопрос, поставленный в начале второй главы, является лишь вопросом времени.

По поводу четвертого вопроса, поставленного в начале этого параграфа, отметим, что доказательство теоремы I, к сожалению, не носит конструктивного характера в том смысле, что не приводит к эффективному алгоритму построения эквивалентных семейств областей, хотя на основе этой теоремы удалось построить ряд новых примеров эквивалентных семейств. Как станет ясным из следующего параграфа, выделение классов потенциалов, для которых т.о.э. разрешима в конечном виде, приводит к эффективным алгоритмам построения эквивалентных семейств.

### § 3. Теоретическая обратная задача логарифмического потенциала и ее разрешимость в конечном виде.

Назовем теоретической обратной задачей (в дальнейшем т.о.э.) логарифмического потенциала следующую задачу: задана в явном виде в качестве комбинации элементарных функций функция комплексного переменного  $U(Z)$ , все особенности которой находятся в ограниченной области нижней полуплоскости; причем  $\lim_{|z| \rightarrow \infty} z \cdot U(Z) = C_0 > 0$ . Требуется найти эквивалентное семейство однородных областей, создающих один и тот же внешний потенциал  $U(Z)$ . Решение этой задачи — эквивалентное семейство областей — будем называть общим решением, а отдельные области из этого семейства — частным решением обратной задачи. Подчеркнем сразу, что поставленная задача имеет и существенное практическое значение, так как к ней мы

неизбежно приходим в методах автоматизированного подбора, не требующих априорных гипотез относительно плотности и количества возмущающих объектов. Заметим еще, что, как это следует из примеров, построенных в предыдущем параграфе, во многих случаях эквивалентное семейство может быть построено лишь для плотностей  $\sigma$ , таких что  $0 < \sigma < \sigma_0$  или  $0 < \sigma \leq \sigma_0$ .

Следуя В.К. Иванову / 7 /, мы будем говорить, что для данного класса потенциалов  $U(Z)$  т.о.э. разрешима в конечном виде, если граница искомой области  $D$  определяется конечным числом параметров, удовлетворяющих конечной системе уравнений, которая может быть составлена по  $U(Z)$ . Плотность  $\sigma$  при этом должна входить в полученную систему уравнений как параметр. Это обстоятельство и позволит получить общее решение задачи, т.к. решая систему при различных значениях плотности  $\sigma$ , мы сможем построить эквивалентное семейство областей.

Первые результаты в этом направлении были получены Н.М. Раппопортом / 14 /, который показал, что обратная задача разрешима в конечном виде в случае, когда  $U(Z)$  — полином от  $1/Z$ . В.К. Иванов / 7 / обобщил этот результат на случай, когда  $U(Z)$  — рациональная функция. Представлялось весьма важным исследовать вопрос о разрешимости в конечном виде для классов потенциалов  $U(Z)$ , имеющих типы особенностей, представляющие практический интерес, в частности, логарифмические особые точки вида  $\ln(z-a)$ . Заметим, что как показывает опыт применения метода особых точек / 3 / на практическом материале, такого типа особенности, а также полюса, встречаются весьма часто. В / 31 / было показано, что для класса потенциалов  $U(Z)$ :

$$U(Z) = R(Z) + \sum_{k=1}^N d_k \ln(z-a_k), \quad \sum_{k=1}^N d_k = 0 \quad (I, 7)$$

где  $R(Z)$  — рациональная функция, т.о.з. разрешима в конечном виде. Из (1,7) ясно, что этот класс включает в себя класс рациональных функций.

Приведем полную формулировку соответствующей теоремы.

**Теорема 3.** Пусть  $\mathcal{D}$  однородная область класса  $\mathcal{D}_R$  и  $u(Z)$  — ее внешний потенциал. Для того чтобы  $u(Z)$  имела вид

$$u(Z) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} \frac{\beta_{jk}}{(Z - b_k)^j} + \sum_{k=1}^N \alpha_k \ln(Z - a_k); \quad \sum_{k=1}^N \alpha_k = 0 \quad (I,8)$$

необходимо и достаточно, чтобы  $Z(t)$  имела вид

$$Z(t) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} \frac{\alpha_{jk}}{(t - \frac{b}{c_k})^j} + \sum_{k=1}^N \gamma_k \ln(1 - \bar{d}_k t); \quad (I,9)$$

причем

$$Z(0) = 0; \quad |c_k| < 1; \quad |d_k| < 1; \quad b_k = Z(c_k); \quad a_k = Z(d_k) \quad (I,10)$$

$$\sum_{k=1}^N \gamma_k = 0$$

Отметим, что при доказательстве существенно используется интегральное уравнение В.К.Иванова (1,7).

Из доказанной теоремы непосредственно вытекает, что для класса потенциалов  $u(Z)$  (I,8) обратная задача разрешима в конечном виде. Функция  $Z(t)$ , как это видно из (I,9), определяется  $2N + m + n$  параметрами ( $m = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ ). Не трудно заметить, что  $\frac{\alpha_k}{\sigma} = \gamma_k$  ( $k = 1, \dots, N$ ). Из соотношений (I,10) получаем еще  $n + N$  уравнений. Необходимые нам еще  $m$  уравнений могут быть получены следующим образом. Подставим  $u(Z)$ , определяем (I,8), и  $Z(t)$ , определяем (I,9), в уравнение (I,6). Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях  $\frac{1}{t - c_k}$  в левой и правой частях, получаем еще  $m$  уравнений. Как это видно из (I,6) и (I,10), плотность будет входить в эти уравнения как параметр. Мы не приводим эту систему уравнений в связи с ее громозд

костью. В практически интересных частных случаях эти уравнения могут быть легко получены.

Для иллюстрации рассмотрим следующие примеры.

Пример I. Пусть

$$u(z) = \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k}{z - a_k} \quad (I, 11)$$

В этом случае имеем

$$z(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{x}_k}{t - c_k} \quad (I, 12)$$

причем

$$z\left(\frac{1}{c_k}\right) = a_k, \text{ т.е. } \sum_{k=1}^N \frac{\bar{x}_k}{\frac{1}{c_k} - c_k} = a_k \quad (k=1, 2, \dots, N).$$

Кроме того, из (I, 6)

$$\sigma z^*(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{u(z(\tau))}{\tau - t} d\tau, \text{ т.е.}$$

$$\sigma z^*(t) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma} \frac{d\tau \alpha_k}{(\tau - t)[z(\tau) - a_k]} = -\sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k}{z'\left(\frac{1}{c_k}\right)\left(\frac{1}{c_k} - t\right)}$$

С другой стороны из (I, 12)

$$z^*(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{x}_k}{\frac{1}{t} - c_k} = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{x}_k t}{1 - c_k t} = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{x}_k}{c_k^2 \left(\frac{1}{c_k} - t\right)},$$

поскольку  $z(0) = 0$ .

Таким образом:

$$\frac{\sigma \bar{x}_k}{c_k^2} = -\frac{\alpha_k}{z'\left(\frac{1}{c_k}\right)}$$

, т.е. система, связывающая параметры  $\alpha_k$  и  $a_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) функции  $u(z)$  с искомыми параметрами  $\bar{x}_k, c_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) функции  $z(t)$ , имеет следующую

щий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k}{C_k - C_k} a_k \\ \frac{\sigma \bar{\alpha}_k}{C_k^2} = \frac{\alpha_k}{\sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k}{(\frac{1}{C_k} - C_k)^2}} \quad k=1, \dots, N \end{array} \right. \quad (\text{I, I3})$$

Плотность  $\sigma$  входит в эту систему в качестве параметра. Решая систему при различных значениях  $\sigma$ , получим общее решение обратной задачи для  $u(z)$  вида (I, II).

Пример 2.

$$u(z) = \sum_{k=1}^N \gamma_k [\ln(z - a_k) - \ln(z - b_k)] \quad (\text{I, I4})$$

причем  $b_k = -\bar{a}_k$ ;  $a_k = -A + ib_k$ ;  $A > 0$ ;  $\gamma_k > 0$ .

Из теоремы 3 следует, что  $z(t)$  имеет вид:

$$z(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\bar{\gamma}_k}{\sigma} [\ln(1 - c_k t) - \ln(1 - \bar{d}_k t)] \quad (\text{I, I5})$$

Для нахождения  $2N$  неизвестных параметров  $c_k$  и  $d_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) имеем систему  $2N$  уравнений:

$$\begin{cases} z(c_k) = a_k \\ z(d_k) = b_k \end{cases} \quad k=1, \dots, N$$

Заметим, что потенциал построенного эквивалентного семейства в точности совпадает с суммарным потенциалом  $N$  горизонтальных материальных отрезков с постоянными линейными плотностями  $\gamma_k$  и массами  $\gamma_k(b_k - a_k)$  соответственно. В частном случае  $N=1$  получаем эквивалентное семейство, приведенное в параграфе I пример 3.

Рассмотрим теперь более подробно случай, когда  $N=2$ .

Пусть  $u(z) = A_1 [\ln(z-a_1) - \ln(z-b_1)] + A_2 [\ln(z-a_2) - \ln(z-b_2)]$ ;

$$A_1(b_1 - a_1) > 0; \quad A_2(b_2 - a_2) > 0 \quad (I.16)$$

т.е.  $u(z)$  — есть потенциал  $Z^X$  материальных отрезков с постоянными линейными плотностями  $A_1$  и  $A_2$  и массами  $A_1(b_1 - a_1)$  и  $A_2(b_2 - a_2)$  соответственно. Из теоремы 3 для функции  $Z(t)$  имеем:

$$Z(t) = \frac{\bar{A}_1}{\sigma} [\ln(1 - \bar{c}_1 t) - \ln(1 - \bar{d}_1 t)] + \frac{\bar{A}_2}{\sigma} [\ln(1 - \bar{c}_2 t) - \ln(1 - \bar{d}_2 t)]$$

Система для нахождения неизвестных параметров  $c_1, c_2, d_1, d_2$  функция  $Z(t)$  содержит 4 комплексных уравнения и имеет следующий

вид:

$$\begin{cases} \frac{\bar{A}_1}{\sigma} [\ln(1 - |c_1|^2) - \ln(1 - \bar{d}_1 c_1)] + \frac{\bar{A}_2}{\sigma} [\ln(1 - c_1 \bar{c}_2) - \ln(1 - \bar{d}_2 c_1)] = a_1 \\ \frac{\bar{A}_1}{\sigma} [\ln(1 - \bar{c}_1 c_2) - \ln(1 - c_2 \bar{d}_1)] + \frac{\bar{A}_2}{\sigma} [\ln(1 - |c_2|^2) - \ln(1 - c_2 \bar{d}_2)] = a_2 \\ \frac{\bar{A}_1}{\sigma} [\ln(1 - \bar{c}_1 d_1) - \ln(1 - |d_1|^2)] + \frac{\bar{A}_2}{\sigma} [\ln(1 - d_1 \bar{c}_2) - \ln(1 - d_1 \bar{d}_2)] = b_1 \\ \frac{\bar{A}_1}{\sigma} [\ln(1 - \bar{c}_1 d_2) - \ln(1 - \bar{d}_1 d_2)] + \frac{\bar{A}_2}{\sigma} [\ln(1 - \bar{c}_2 d_2) - \ln(1 - |d_2|^2)] = b_2 \end{cases} \quad (I.16)$$

Система (I.16) обычным способом может быть приведена к системе 8 трансцендентных вещественных уравнений, из которой и можно найти 8 действительных значений для  $|c_1|, |c_2|, |d_1|, |d_2|, \arg c_1, \arg c_2, \arg d_1, \arg d_2$ . Однако, учитывая то обстоятельство, что функции  $Z(t)$  и  $Z(te^{i\varphi})$  переводят единичный круг в одну и ту же область, можно зафиксировать аргумент одного из неизвестных, например,  $\arg c_1 = 0$ . Это дает возможность отбросить одно из восьми уравнений системы. Таким образом, окончательно получаем для построения семейства однородных областей, эквивалентного двум материальным отрезкам систему 7 вещественных трансцендентных уравнений, в которую плотность  $\sigma$  входит в качестве параметра.



Пример 3.

$u(z) = A [\ln(z+a) - \ln(z-a)] + \frac{B}{z}$  - потенциал одного материального отрезка плюс полюс первого порядка в центре отрезка.

В этом случае функция  $Z(t)$  имеет следующий вид:

$$Z(t) = d [\ln(1 + \bar{c}t) - \ln(1 - \bar{c}t)] + \beta t,$$

причем параметры  $Z(t)$   $d$ ,  $c$ ,  $\beta$  связаны с известными параметрами  $u(z)$   $A$ ,  $a$ ,  $B$  следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} d = \frac{\bar{A}}{\sigma} \\ Z(c) = a \\ \beta = \frac{\bar{B}}{Z'(0)\sigma} \end{cases} \quad (I, 18)$$

В случае вещественных  $A$ ,  $a$ ,  $B$  получим:

$$\begin{cases} d = \frac{\bar{A}}{\sigma} \\ Z(c) = a \\ \beta\sigma(2dc + \beta) = B \end{cases} \quad (I, 19)$$

Из (I, 19), учитывая условие  $Z'(0) > 0$ , т.е.  $\frac{2Ac}{\sigma} + \beta > 0$ , имеем:

$$\beta = \frac{-Ac + \sqrt{A^2c^2 + \sigma B}}{\sigma}$$

Таким образом, система (I, 18) эквивалентна уравнению относительно  $c$ :

$$\frac{A}{\sigma} \ln \frac{1+c^2}{1-c^2} + \frac{\sqrt{A^2c^2 + \sigma B} - Ac}{\sigma} c - a = 0$$

Решая последнее уравнение, находим для каждого значения плотности  $\sigma$  параметры  $c$ ,  $d$ ,  $\beta$ ; это и означает построение

эквивалентного семейства однородных областей.

Отметим еще один интересный результат. Хотя для случая, когда  $u(z)$  — алгебраическая функция, не удалось показать, что т.о.з. разрешима в конечном виде, была доказана следующая теорема.

Теорема 4. Пусть  $D$  — однородная область класса  $D_R$ , а  $u(z)$  — ее потенциал. Для того, чтобы  $u(z)$  была алгебраической функцией, необходимо и достаточно, чтобы  $Z(t)$  была алгебраической функцией:

#### § 4. Выбор аппроксимационной конструкции.

Сформулируем требования, которым, по нашему мнению, должен удовлетворять аппроксимационный класс потенциалов  $P(z)$  и соответствующий ему модельный класс областей  $A$ :

1. Произвольные потенциалы могут быть сколь угодно хорошо приближены потенциалами класса  $P(z)$ , а произвольные односвязные области — областями класса  $A$ .

2. Прямая задача для областей класса  $A$  должна решаться достаточно просто.

3. Т.о.з. для потенциалов класса  $P(z)$  разрешима в конечном виде, т.е. для любой области класса  $A$  может быть реализован алгоритм построения эквивалентного семейства.

4. Для описания разнообразных геологических объектов (реальных) и им соответствующих потенциалов требуется небольшое количество параметров в классах  $P(z)$  и  $A$ .

В качестве класса  $P(z)$  нами были опробованы следующие конструкции:

$$P_1(z) = \left\{ u(z) \mid u(z) = \sum_{k=1}^N \frac{a_k}{z - a_k} \right\} \quad (1,20)$$

$$P_2(z) = \left\{ u(z) \mid u(z) = \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_{km}}{(z-a_k)^m} \right\} \quad (I, 21)$$

$$P_3(z) = \left\{ u(z) \mid u(z) = \sum_{k=1}^N A_k [\ln(z-a_k) - \ln(z-b_k)] \right\} \quad (I, 22)$$

В соответствии с доказанной теоремой функции  $Z_1(t)$ ,  $Z_2(t)$ ,  $Z_3(t)$ , определяющие классы областей  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  соответственно, имеют следующий вид:

$$Z_1(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\beta_k}{(t-c_k)};$$

$$Z_2(t) = \sum_{m=1}^2 \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_{km}}{(t-c_k)^m};$$

$$Z_3(t) = \sum_{k=1}^N \beta_k [\ln(1-\bar{c}_k t) - \ln(1-\bar{d}_k t)] \quad (I, 23)$$

Параметры функций  $Z_1(t)$  и  $Z_2(t)$  определяются из систем алгебраических уравнений — для семейства  $P_1(z)$  система выписана в § 3 пример I (I, 13); для случая  $P_2(z)$  система выписана в / 30 /:

Что касается параметров функции  $Z_3(t)$ , то  $\beta_k = \frac{\bar{A}_k}{\sigma}$ , а  $2N$  неизвестных  $c_k$  и  $d_k$  ( $k = 1, \dots, N$ ) находятся из следующей системы  $2N$  трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N \beta_k [\ln(1-\bar{c}_k c_m) - \ln(1-\bar{d}_k c_m)] = a_m \\ \sum_{k=1}^N \beta_k [\ln(1-\bar{c}_k d_m) - \ln(1-\bar{d}_k d_m)] = b_m \end{cases} \quad (I, 24)$$

Плотность  $\sigma$  входит в систему в качестве параметра. Непосредственно из (I, 13) и (I, 24) вытекает, что классы  $Q_1, Q_2, Q_3$  удовлетворяют условиям  $2^\circ$  и  $3^\circ$ . Из известных классических результатов следует, что классы  $Q_1$  и  $Q_2$  удовлетворяют усло-

вид  $I^0$ . Выполнение условия  $I^0$  для класса  $Q_3$  доказано в /9/.  
 Относительно условия  $4^0$  оказалось, что классы  $Q_1$  и  $Q_2$  не слишком удобны в этом смысле, поскольку для аппроксимации вытянутых областей требуется достаточно большое количество членов в выражениях (I,20) и (I,21) (порядка 10). Более подробно трудности, возникающие в связи с этим обстоятельством, рассмотрены в /32/.

Рассмотрим теперь класс  $P_3(z)$ . Заметим прежде всего, что каждый член в сумме (I,22) есть потенциал материального отрезка с постоянной линейной плотностью. Сначала рассмотрим случай  $N=1$ , т.е. решим т.о.з. для потенциала  $u(z) \in P(z)$  вида

$$u(z) = A [\ln(z+b) - \ln(z-b)] \quad A > 0, b > 0 \quad (I,25)$$

Легко показать (пример 2 § 3), что в этом случае

$$z(t) = \frac{A}{\sigma} [\ln(1+at) - \ln(1-at)], \quad 0 < a < 1$$

причем  $z(a) = b$ , т.е.

$$\frac{A}{\sigma} \ln \frac{1+a^2}{1-a^2} = b$$

Решая последнее уравнение относительно  $\sigma$ , имеем:

$$\sigma = \frac{A}{b} \ln \frac{1+a^2}{1-a^2}$$

Отсюда видно, что плотность  $\sigma$  — возрастающая функция  $a$  в интервале  $0 < a < 1$ , причем  $\sigma$  может принимать любое значение из интервала  $0 < \sigma < \infty$ . При заданном  $\sigma$  значение  $a$  находится по формуле:

$$a^2 = \frac{\exp\left(\frac{b\sigma}{A}\right) - 1}{\exp\left(\frac{b\sigma}{A}\right) + 1} \quad (I,26)$$

Заметим еще, что среди областей, входящих в эквивалентное семейство, соответствующее потенциалу (I,25), имеются как достаточно близкие к кругу, так и достаточно близкие к сколь угодно

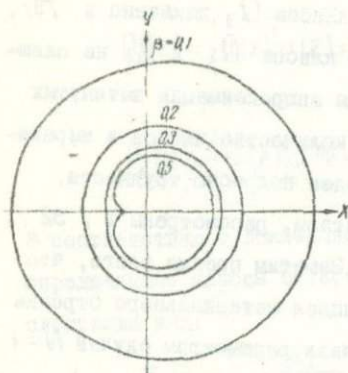


Рис.1 Улитки Паскаля.

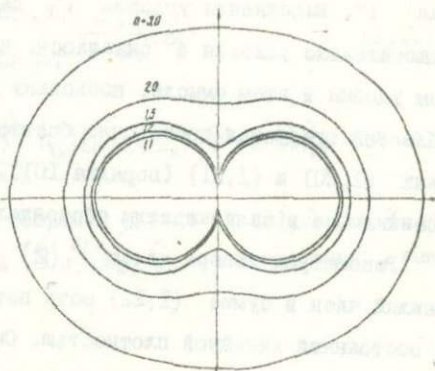


Рис.2 Лемнискаты Боты.

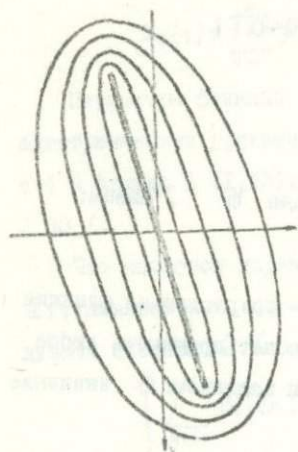


Рис.3 Семейство областей, эквивалентных по полю одному материальному отрезку.

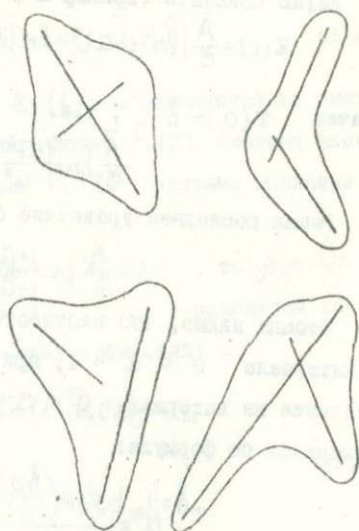


Рис.4 Различные области, потенциал которых совпадает с суммарным потенциалом двух материальных отрезков.

вытянутым прямоугольникам и эллипсам. (рис.3).

При исследовании выполнения условия 4 оказалось, что уже при  $N = 2$  в сумме (I,23) при различных наборах параметров могут быть получены весьма разнообразные области, в том числе и достаточно вытянутые. Примеры таких областей приведены на рис. 4. Внешний потенциал всех таких областей равен потенциалу двух материальных отрезков с постоянными (но, вообще говоря, различными линейными плотностями). Отсюда следует, что для аппроксимации поля одного объекта в большинстве практически интересных случаев достаточно двух членов в сумме (I,22).

В соответствии с этим в дальнейшем в качестве аппроксимационного класса потенциалов используется класс  $P_2(z)$  (далее -  $P(z)$ ) и ему соответствующий класс областей  $Q_2$  (далее  $Q$ ).

### § 5. Вычислительная схема метода.

Как уже отмечалось выше, интерпретация наблюдаемого поля распадается на два основных этапа. На первом этапе наблюдаемое поле  $\Delta g$  аппроксимируется функцией  $w(x, y)$ , являющейся мнимой частью (I,14), т.е. функцией  $w(x, y)$  :

$$w(x, y) = \int_m \sum_{k=1}^N A_k [\ln(z - a_k) - \ln(z - b_k)] \quad (I,27)$$

В (I,14) для автоматического учета возможного линейного фона вводится слагаемое  $C_1 Z + C_2$ .

При интерпретации вторых производных гравитационного и первых производных магнитного потенциалов наблюдаемое поле аппроксимируется мнимой частью производной  $u'(z) \in P(z)$  (I,22), т.е. функ-

цией  $V(x, y)$  следующего вида:

$$V(x, y) = \Im m \left[ \sum_{k=1}^N A_k \left[ \frac{1}{z - a_k} - \frac{1}{z - b_k} \right] \right]; \quad (I, 28)$$

Для обеспечения вещественности массы в (I, 27) полагаются вещественными произведения  $A_k (b_k - a_k)$ ; в магнитном случае  $A_k (b_k - a_k)$  — суть комплексные числа. Поэтому в магнитном случае на каждый член в (I, 28) приходится по 6 вещественных параметров.

Функция  $u(z) \in P(z)$  вида (I, 22) есть суммарный потенциал  $N$  материальных отрезков, каждый из которых характеризуется постоянной линейной плотностью  $A_k$  и координатами концов  $a_k$  и  $b_k$ ; ( $k = 1, \dots, N$ ). Таким образом, первый этап интерпретации состоит в том, чтобы найти минимальную систему материальных отрезков, потенциал которой хорошо аппроксимирует наблюдаемую кривую. Минимальность системы следует понимать в том смысле, что ни одна система отрезков, определяющаяся меньшим числом параметров, не может иметь потенциала, достаточно близкого в смысле некоторой метрики к наблюдаемому.

Итак, пусть в точках  $x_1, \dots, x_m$  оси  $Ox$  измерены значения  $\Delta g(x)$  от некоторого объекта или нескольких объектов. Эту кривую, заданную численно своими значениями в точках наблюдения, необходимо аппроксимировать функцией  $w(x, 0)$  вида (I, 27), которая зависит от параметров  $N, A_1, a_1, b_1, \dots, A_N, a_N, b_N$ , т.е. задача состоит в нахождении такого набора этих параметров, при котором имеем:

$$\max_i |\Delta g_n(x_i) - w(x_i, 0)| < \epsilon \quad (I, 29)$$

где  $\epsilon$  — достаточно мало и определяется решаемой задачей и ошибкой наблюдения. Для решения этой задачи обычным образом составляем функцию  $\Phi(N, A_1, a_1, b_1, \dots, a_N, b_N)$ :

$$\varphi(N, A_i, a_i, b_i, \dots, a_N, b_N) = \sum_{i=1}^m \left[ \Delta g(x_i) - \sum_{k=1}^N A_k [\ln(x_i - a_k) - \ln(x_i - b_k)] \right]^2$$

Учитывая то, что  $a_i$  и  $b_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) являются особыми точками  $U(Z)$ , т.е. лежат во внутренней возмущающих областей, на основании геологической информации можно добавить ограничения:

$$d_i \leq a_i \leq \beta_i$$

$$\gamma_i \leq b_i \leq \delta_i$$

где  $d_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$  - некоторые известные априори границы возмущающих объектов.

В том случае, когда известны границы изменения направления намагниченности (в случае интерпретации магнитных кривых) удобно несколько преобразовать аппроксимационную конструкцию следующим образом:

$$\begin{aligned} V(x, y) &= \int_m \sum_{k=1}^N \left[ \frac{A_k}{z - a_k} - \frac{A_k}{z - b_k} \right] = \int_m \sum_{k=1}^N \left[ \frac{A_k (b_k - a_k)}{(z - a_k)(z - b_k)} \right] = \\ &= \int_m \sum_{k=1}^N \frac{C_k e^{i\varphi_k}}{(z - a_k)(z - b_k)}; \quad z = x + iy \end{aligned}$$

В последнем выражении  $\varphi_i$  - направление намагниченности  $i$ -го стержня,  $C_i$  - его масса, что позволяет легко ввести ограничения в виде линейных неравенств на направление намагниченности:

$$\bar{\varphi}_i \leq \varphi_i \leq \overline{\overline{\varphi}}_i$$

Методы безусловной и условной минимизации целевой функции при наличии ограничений в виде линейных неравенств достаточно хорошо разработаны [1, 26]. В данном случае, благодаря относительной простоте целевой функции, достаточно хорошим оказался несколько модифицированный градиентный метод минимизации. Градиент функции на каждом шаге вычисляется точно, что улучшает сходимость. Направление для поиска минимума выбирается по антигра-

диенту  $\Phi$ , в заданном направлении исследуется некоторый набор точек. Процедура организована следующим образом: в зависимости от вида интерпретируемой кривой (количества на ней максимумов, минимумов, площадок и т.д.) задается нулевое приближение для значений параметров  $N, A_k, a_k, b_k$  ( $k=1, \dots, N$ ). Как правило,  $N$  для нулевого приближения совпадает с количеством максимумов на кривой;  $a_k$  и  $b_k$  задаются так, чтобы соответствующие отрезки лежали в наиболее вероятных для источника местах. Далее градиентным методом осуществляется поиск минимума функции  $\Phi(N, a_1, b_1, \dots, a_N, b_N)$ ; при этом варьируются все параметры  $a_i, b_i$  ( $i=1, \dots, N$ ), но  $N$  остается фиксированным. Если удается обеспечить настолько малое значение функции  $\Phi$ , что при этом выполнено неравенство (I,22), то процесс останавливается. В противном случае, когда последовательное осуществление итерационной процедуры не приводит к улучшению результата, происходит автоматическое изменение числа параметров минимизируемой функции  $\Phi$ , а именно, в этом случае осуществляется переход от  $N$  к  $N+1$ , таким образом, число варьируемых параметров увеличивается на 6, т.е. в конструкции (I,27) (или (I,28)) добавляется еще один материальный отрезок и ищется минимум вновь построенной целевой функции. Таким образом, результатом первого этапа интерпретации является набор материальных отрезков с постоянной линейной плотностью, суммарное поле которых достаточно хорошо аппроксимирует наблюдаемую кривую. Построение такого набора отрезков реализовано в программах "Подбор  $\Delta g$ ", "Подбор  $Z$ ", написанных на языке FORTRAN для ЭВМ БЭСМ-6. В главе 3 приведены описания программ, их тексты, а также тестовые примеры.

На втором этапе возможны различные способы объединения полу-

ченых в результате подбора отрезков в группы и построение эквивалентных семейств однородных областей для каждой из этих групп. Математически второй этап интерпретации состоит в решении т.о.з. для потенциала вида (I,14). Однако то обстоятельство, что выбранный модельный класс  $P(Z)$  (I,22) удовлетворяет условию  $4^\circ$  (§ 4), позволяет считать, что для подбора поля от изолированного даже довольно сложного объекта чаще всего достаточно двух материальных отрезков. В связи с этим достаточно, по-видимому, уметь строить такие эквивалентные семейства, внешний потенциал которых совпадает с потенциалом одного отрезка и суммарным потенциалом двух отрезков. Оба эти случая были рассмотрены в главе I § 3 (пример 2). Для  $N = 1$  получено точное решение т.о.з., если же  $N = 2$ , то возможно лишь численное решение системы (I,17), в которую плотность входит в качестве параметра. Решение систем трансцендентных уравнений — задача достаточно сложная; в данном случае она еще более усложняется тем, что искомым является не произвольное решение (I,17), а лишь то, при котором соответствующая отображающая функция  $Z(t)$  вида (I,23) однолистка. Система (I,17) при каждом фиксированном  $\sigma$  может иметь не более одного такого решения. Этот факт является следствием теоремы единственности для случая заданной постоянной плотности. Методика нахождения нулевого приближения, достаточно близко именно к искомому решению (I,17), и решения системы при различных значениях плотности разработана в / 9 /. Нахождение нулевого приближения при достаточно малом значении плотности  $\sigma$  основано на следующем теоретическом результате / 6 /: во всяком эквивалентном однородном семействе области, соответствующие достаточно малым значениям плотности, сколь угодно мало отличаются от кругов. Далее реализована следующая схема: решение (I,17) находится по методу Ньютона, который обладает квад-

ратичной сходимостью, но требует хорошего нулевого приближения. Решение, найденное для значения плотности  $\sigma_0$ , считается нулевым приближением для  $\sigma_1 = \sigma_0 + \Delta\sigma$ . При малом  $\Delta\sigma$  такое нулевое приближение является достаточно хорошим, и для нахождения решения (I,17) при новом значении плотности достаточно нескольких итераций по методу Ньютона. Система решается весьма быстро — построение эквивалентного семейства, приведенного на рис. 5, потребовало  $\approx 2$  мин. на БЭСМ-6. В программе "Область2" реализованы нахождение нулевого приближения, решение системы (I,17) по методу Ньютона, а также построение контуров областей из эквивалентного семейства. Описание этой программы и ее текст приведены в главе 3.

#### § 6. Теоретические и практические примеры.

Метод был опробован на достаточно большом количестве теоретических и практических примеров. Рассмотрим два теоретических примера.

I. В качестве модели источников был взят вытянутый по горизонтали прямоугольник на глубине  $l$ ;  $K=4$  ( $K$  — отношение большей стороны к меньшей) с направлением намагниченности  $\varphi = -45^\circ$ . Величина  $2\alpha_0 H$  обозначена  $\sigma_0$  и принята равной  $\sigma_0 = \sqrt{2} \pi = 4.443$ . Наблюденная кривая  $Z$  уверенно приближена одним членом суммы (I,14). Заметим, что для подбора поля от этой же модели при использовании в качестве модельного класса потенциалов множество  $P_2(z)$  (I,21) потребовалось 4 полюса первого и второго порядков (т.е. 24 параметра), причем в связи с тем, что полюса оказались ниже рассматриваемого прямоугольника (рис. 6, верхняя часть), области из эквивалент-

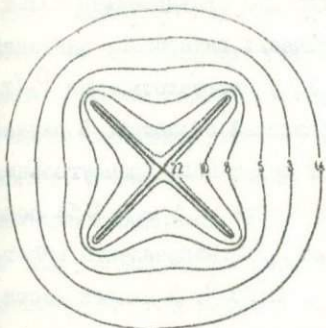


Рис.5 Пример эквивалентного семейства областей для двух пересекающихся отрезков.

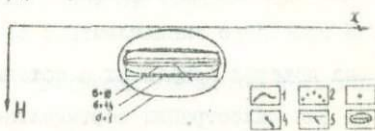
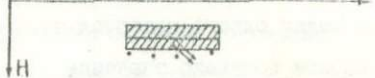
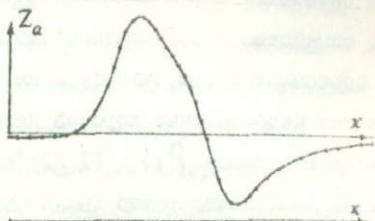


Рис.6 Теоретический пример:

- 1 - теоретическая кривая  $\Delta Z$  от модельного прямоугольника,
- 2 - подобранная кривая класса  $P_2(z)$ ;
- 3 - подобранные полюса,
- 4 - центр тяжести и направление намагниченности для областей семейства, эквивалентного полюсам,
- 5 - центр тяжести и направление намагниченности для областей семейства, эквивалентного одному отрезку,
- 6 - полученный при подборе отрезков и семейство областей, эквивалентное ему.

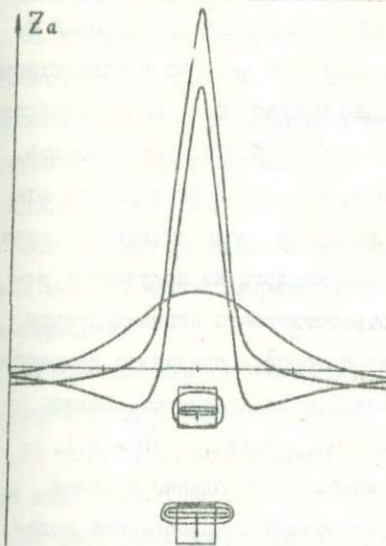


Рис.7 Теоретический пример, иллюстрирующий вертикальную разрешающую способность метода.

ного семейства можно было построить лишь для сравнительно малых  $\sigma$ , т.е. семейство "не сжималось" до практически интересных значений  $\sigma$ . Это объясняется тем, что функция  $Z_2(t)$ , соответствующая  $P_2(Z)$ , является недостаточно хорошей параметризацией областей. В случае модельного класса  $P(Z)$  (I,22) поле от модельного прямоугольника удалось достаточно точно (максимальная ошибка  $\Delta = 0.8\%$ ) подобрать полем одного материального отрезка. Для направления намагниченности получено значение  $\varphi = -44.89^\circ$ . В нижней части рис. 6 приведено эквивалентное семейство однородных областей, потенциал которых совпадает с потенциалом подобранного отрезка.

2. Для иллюстрации вертикальной разрешающей способности метода был рассмотрен следующий пример. В качестве модели источников были взяты два вертикально намагниченные квадрата со стороной 2, магнитными моментами 4 и 16 и глубинами до центров соответственно 2 и 8 ед(рис. 7). Теоретическая кривая  $Z$  была подобрана двумя материальными отрезками;  $\Delta = 0.75\%$ . Следует отметить, что при этом неплохо разделились поля, т.е. поле от верхнего отрезка аппроксимирует поле верхнего квадрата, поле нижнего отрезка — поле нижнего квадрата. На рис. 7 для каждого из полученных отрезков приведена та из областей соответствующего эквивалентного семейства, магнитная восприимчивость которой совпадает с теоретической магнитной восприимчивостью каждого из квадратов. Видно, что верхняя область найдена неплохо:  $m_{\text{теор.}} = 4$ ;  $\tilde{m} = 4.1$ . Нижняя область найдена с некоторым искажением, однако в связи с достаточной глубиной поля от теоретической и подобранной моделью практически отличить нельзя.

Приведем теперь два практических примера.

### 3. Славяревский участок.

По просьбе Киевской геофизической комплексной экспедиции

на основе настоящего метода мы провели интерпретацию магнитных аномалий на Слвсаревском участке железорудного месторождения Среднего Побужья Украинского щита. По геологическим представлениям магнитоактивное тело — круто падающий пласт железистых кварцитов. В качестве исходного материала для интерпретации мы использовали измерения  $Z_a$  по ряду профилей съемки. План изодинам  $Z_a$  приведен на рис. 8. Верхняя часть тела подсечена скважинами; по ряду скважин имеются глубины до плотных кристаллических пород.

Задача интерпретации состояла в уточнении элементов залегания рудного тела и оценке запасов.

Мы провели интерпретацию поля по профилям 16, 19, 21, 23, 26. На каждом из этих профилей для подбора наблюдаемой кривой с точностью  $\Delta = 2-3\%$  оказалось достаточно двух-трех материальных отрезков. В таблице приведены соответствующие параметры материальных отрезков, а на рис. 9-II результаты интерпретации по профилям 16, 19, 21, 23, 26.

Сопоставляя результаты интерпретации по всем профилям, приходим к выводу, что в теоретическом плане следовало бы рассмотреть два варианта:

а) имеется два рудных тела, т.е. каждому материальному отрезку соответствует отдельное тело.

б) поля двух материальных отрезков на всех профилях представляют поле одного тела.

На рис. 9-II построены при различных значениях магнитной восприимчивости  $\mathcal{K}$  эквивалентные области, соответствующие варианту (а). По данным опробования магнитная восприимчивость имеет значение  $\mathcal{K} \approx 0.1$ . Полученные нами глубины до верхних частей поверхности первого тела несколько меньше глубин, полу-

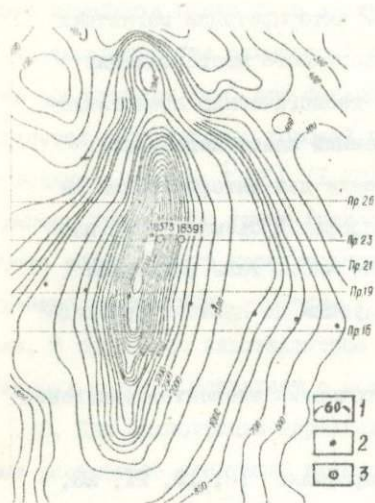


Рис.8 План изодинам  $Z_\alpha$  на Слюсаревском участке.

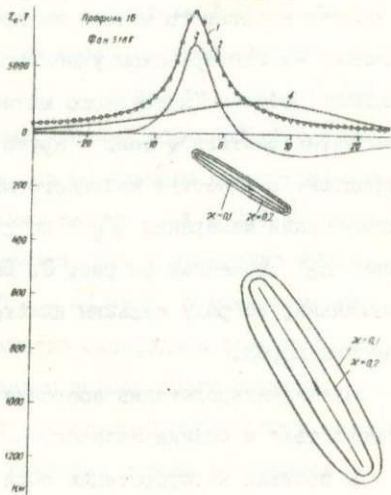


Рис.9 Профиль 16:

- 1 - наблюдаемое поле,
- 2 - подобранное поле,
- 3 - рассчитанное поле от верхнего отрезка,
- 4 - то же от нижнего отрезка,

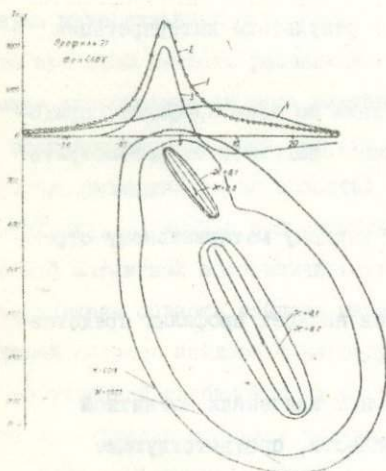


Рис.10 Профиль 21 (Обозначения те же, что на рис.9).

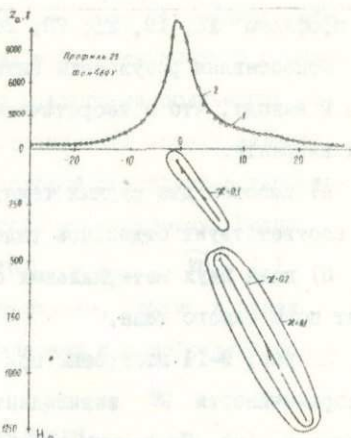


Рис.11 Профиль 23 (Обозначения те же, что на рис.9).

ченных по скважинам № 18373 и № 18391. По данным опробования известно также, что направление намагниченности близко к направлению падения тела. Из таблицы I видно, что модельные источники обладают тем же свойством.

Из рис. 9-I<sup>1</sup> видно, что при интересующих нас значениях  $\alpha$  расстояние между областями весьма невелико. Кроме того, направления падения и намагниченности тоже существенно не отличаются. Поэтому с практической точки зрения можно считать, что мы имеем дело с одним телом.

Площади сечений  $S$  при соответствующих значениях магнитной восприимчивости  $\alpha$  вычислялись по формулам  $M = 2\alpha HS$ , где  $M$  — магнитный момент тела, а  $H$  — магнитное поле Земли. Среднее значение площади сечения  $S$  по ряду профилей для  $\alpha = 0.1$  составляет  $S = 200000 \text{ м}^2$ , что указывает на достаточно большую мощность исследуемого тела. На рис. 9-II приведены поля от верхнего и нижнего отрезков, из которых видно, что величина участка задания поля на всех профилях недостаточна для уверенного определения нижней кромки объекта. Была предпринята попытка оценить возможность нерудного нижнего объекта, однако области из эквивалентных семейств для значений  $\alpha = 0.01 - 0.02$  оказались нереальными с геологической точки зрения. На рис. 10 приведен теоретический безрудный вариант, объединяющий два отрезка. Отметим еще, что постоянный фон выбирается автоматически. В таблице I приведены полученные для него значения. Общие запасы рудной залежи по Слюсаревскому участку, по грубым подсчетам составляют 500—600 млн. тонн.

#### 4. Богдановский участок.

На рис. 12 приведен план изодинем  $Z_a$ , а на рис. 13 — результаты интерпретации по Богдановской магнитной аномалии. Интер-

претации проводилась по данному методу в Киевской геофизической комплексной экспедиции.

Богдановская магнитная аномалия представляется в виде узко-вытянутых в субмеридиональном направлении нескольких экстремумов  $Z_a$  интенсивностью 4-12 тыс. гамм. К западу от основной полосы аномалия осложнена изометричными или неправильной формы локальными максимумами  $Z_a$  интенсивностью 1.5-7 тыс. гамм. Интерпретация проводилась по каждому пятому профилю. Цель ее — уточнение размеров аномальных объектов и выяснение возможных морфологических особенностей. Из анализа полученных результатов следует, что магнитное поле  $Z_a$  обусловлено пластобразным высокомагнитным ( $\alpha \sim 0.1$ ) объектом протяженностью 2,5 км при мощности 40-60 м. Результаты интерпретации от профиля к профилю в целом хорошо согласуются между собой. Глубина нижней кромки пласта колеблется от минимальных значений 200-300 м в северной и южной частях до 500-600 м в центральной части.

На всем протяжении объекта за исключением центральной части (блок II) выдерживается западное направление падения, при этом угол падения выходявается от 70-85° на севере до 55-60° на юге.

Из общей картины выпадают результаты интерпретации по профилям 4 и 5, где отмечается восточное падение и аномальная форма сечения. По всей видимости аномальные элементы залегания объекта могут быть объяснены опрокидыванием блока железистых кварцитов на этом интервале, происшедшем под воздействием тектонических движений. Запасы магнитного железа на Богдановской аномалии составляют II млн. тонн. Общие весовые запасы всей рудной залежи, исходя из полученных при интерпретации ее геометрических размеров, составляют 180 млн. тонн. Аномалия рекомендуется к проверке бурением.

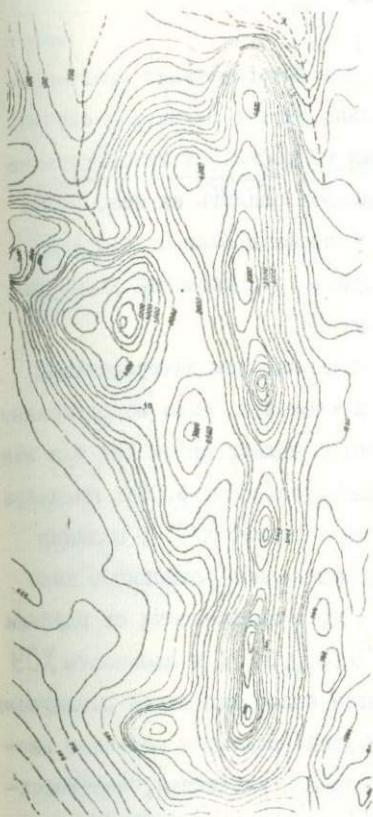


Рис.12 План изодинам  $Z_a$   
Богдановского  
участка.

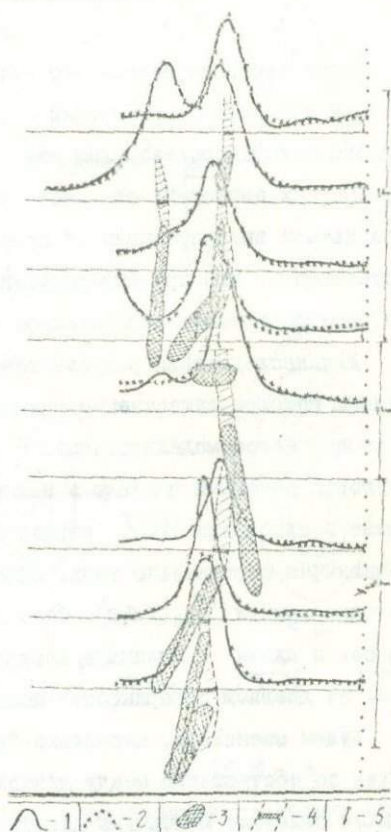


Рис.13 Результаты интерпретации  
Богдановской магнитной  
аномалии:

- 1 - наблюдаемое поле,
- 2 - подобранные поле от модельных источников,
- 3 - сечения возмущающих объектов по данным моделирования и их номера,
- 4 - проекция контуров возмущающих объектов на план,
- 5 - центр тяжести сечения с направлением намагниченности.

§ 7. Результаты интерпретации модельных  
трехмерных аномалий.

Использование настоящего метода для интерпретации грави-магнитных аномалий теоретически обосновано лишь в двумерном случае. Однако метод использовался нами и для поперечной интерпретации трехмерных аномалий; при этом приходилось следить за тем, чтобы результаты интерпретации от профиля к профилю были согласованы. Естественно, что при интерпретации трехмерных аномалий двумерным методом получается определенное искажение.

Для исследования результатов, получаемых при интерпретации данным методом существенно трехмерных аномалий, было использовано математическое моделирование. В качестве модели источника был взят круговой конечный цилиндр в нижнем полупространстве. Ось цилиндра лежит в плоскости  $YOZ$  параллельно оси ординат  $OY$ ; цилиндр намагничен вертикально вниз. Интерпретировалась описанным выше методом кривая  $V_{zz}(x, 0, 0)$ . Очевидно, что в зависимости от глубины до оси и длины цилиндра, изолинии  $V(x, y, 0)$  (в плоскости  $XOY$ , т.е. на дневной поверхности) получают более или менее вытянутыми.

Будем оценивать, насколько "двумерной" является заданная аномалия по соотношению между длиной и шириной изолинии, соответствующей половине максимума данной аномалии, на плане. На рис. 14, 15, 16 (в нижней части) приведены планы изолиний  $V_{zz}(x, y, 0)$  для цилиндров, ось которых находится на глубине  $I$  и имеет длину  $I$  ед.,  $2$  ед. и  $3$  ед. соответственно. При этом имеем в первом случае  $K \approx 1,2$ , во втором —  $K = 2$ ; в третьем  $K \approx 3$ , где  $K$  — отношение длины изолинии, соответствующей  $\frac{V_{zz}(x, 0, 0)}{2}$  к ее ширине. Для подбора кривой  $V_{zz}(x, 0, 0)$  во всех случаях использовалась конструкция:

$$F(x, A, a, b) = A \left[ \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-b} \right]$$

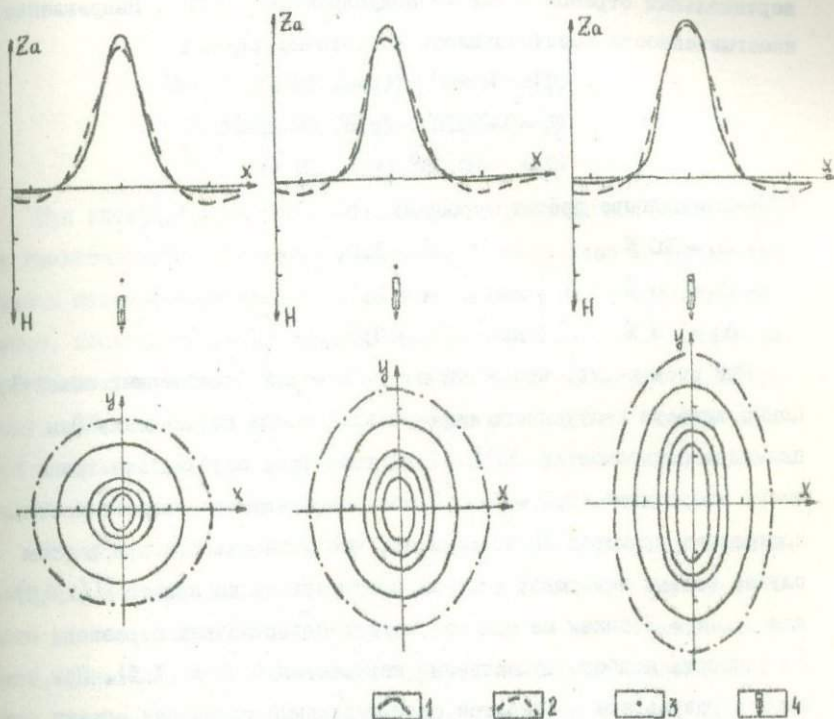


Рис.14  $K = 1, 2$

Рис.15  $K = 2$

Рис.16  $K = 3$

Теоретический пример, иллюстрирующий возможности метода при интерпретации трехмерных аномалий.

Обозначения:

1 - поле  $V_{zz}(x, 0, 0)$  от цилиндра

2 - подобранное поле

3 - точка пересечения оси модельного цилиндра с плоскостью  $XOY$

4 - подобранный отрезок.

Для каждой из трех моделей в результате подбора был получен вертикальный отрезок в нижней полуплоскости  $XOZ$ . Направление намагничённости восстановилось достаточно хорошо:

$$\varphi_1 = -90^\circ \quad (\text{рис. 18 а})$$

$$\varphi_2 = -90.5^\circ \quad (\text{рис. 18 б})$$

$$\varphi_3 = -90.09^\circ \quad (\text{рис. 18 в})$$

Точность подбора растет с ростом  $K$  :

$$\Delta_1 = 10 \% \quad \text{для } K = 1.2;$$

$$\Delta_2 = 6 \% \quad \text{для } K = 2;$$

$$\Delta_3 = 3 \% \quad \text{для } K = 3;$$

При этом видно, что в случае  $K = 1.2$  (трехмерный объект), центр тяжести полученного отрезка ниже точки пересечения оси цилиндра с плоскостью  $XOZ$  (во всех трех случаях эта точка имеет координаты  $(0,0,-1)$ ). Ошибка определения центра тяжести составляет примерно 25%. Заметим, что точность подбора в этом случае весьма невысока; если же подбирать ту же кривую  $V(x,0,0)$  для  $K = 1$  полем не одного, а двух материальных отрезков, то точность подбора существенно повышается ( $\Delta \approx 1\%$ ). При этом в результате получается один фиктивный глубинный объект (горизонтальный отрезок на глубине 10), зато центр тяжести верхнего отрезка находится в точке  $(0,0,-1.04)$ , т.е. существенно ближе к оси цилиндра.

Естественно, что чем выше точность подбора, тем меньше ошибка определения центра тяжести. В случае  $K = 2$  эта ошибка составляет 15%, а в случае  $K = 3$  — уже 5-8%.

Как правило, при интерпретации трехмерных аномалий параметр  $K$  можно оценить. Результаты моделирования позволяют предположить, что в том случае, когда  $K$  больше, чем 2.5-3, параметры модельных объектов, получаемые настоящим методом, удовлетворительно согласуются с параметрами реальных источников, создающих аномалии.

Теория метода при интерпретации  
аномалий от границ раздела.

При интерпретации плотностных границ раздела в земной коре по гравитационным аномалиям возникает важный класс задач, получивших название задачи о контактной поверхности. В большинстве работ, посвященных этой задаче, она рассматривается в приближенной "линеаризованной" постановке. Сравнительно недавно В.Н.Страхову /19, 20/ в двумерном случае удалось построить основы строгой теории и выяснить ряд важных особенностей рассматриваемой задачи по сравнению со случаем ограниченных областей.

В работах авторов /23, 24/ эти исследования были продолжены. Аппарат, использованный в этих работах, тот же, при помощи которого удалось добиться существенного прогресса для ограниченных масс. Основными частями этого аппарата, по нашему мнению, являются представления внешних полей интегралами типа Коши (I,2) /27/, использование уравнений аналитических кривых в комплексных координатах (I,3) /27/ и интегральное уравнение обратной задачи В.К.Иванова /5/.

Точно так же как и в случае ограниченных областей, теория эквивалентных решений обратной задачи и разрешимости т.о.в. в конечном виде имеет существенное значение с практической точки зрения, т.к. такие классы потенциалов удобно использовать в качестве аппроксимационных при интерпретации реальных полей. Здесь будут приведены основные результаты работ /23, 24/ по этим вопросам и изложены мысли, основывающиеся на этих результатах, приближенный метод решения обратных задач для границ раздела.

## § I. Основной аналитический аппарат задачи.

Рассмотрим в системе координат  $XOY$  модель среды (рис. 17), состоящей из двух слоев постоянной плотности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , разделенных кривой  $L$ , которая имеет одну и ту же горизонтальную асимптоту слева и справа. В настоящей работе мы будем рассматривать класс аналитических границ раздела  $\mathcal{D}_R$  и класс кусочно-аналитических границ раздела  $\mathcal{D}_{KR}$ . Верхний слой ограничен сверху прямой  $y = h_1$  ( $h_1 < 0$ ), а снизу кривой  $L$ . Нижний слой ограничен сверху кривой  $L$ , а снизу прямой  $y = h_2$ . При  $y > h_1$  и  $y < h_2$  массы отсутствуют.

В.Н.Страховым было показано, что если  $L \in \mathcal{D}_R$ , то с точностью до постоянного слагаемого для точек, лежащих выше прямой  $y = h_1$

$$u(z) = \frac{1}{\pi} (U_x - i U_y) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\Delta \sigma(f(\zeta) - \bar{z} - 2ih)}{\zeta - z} d\zeta, \quad (2.1)$$

где  $\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1$  скачок плотности,  $\bar{z} = f(z)$  уравнение  $L$  в комплексных координатах  $z = x + iy$ . Для краткости  $u(z)$  будем называть потенциалом границы раздела  $L$ .

Заметим, что формула (2.1) естественным образом распространяется на случай конечного числа границ раздела  $L_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) описанного выше класса. В случае, если  $L \in \mathcal{D}_{KR}$ , имеет место соответствующий аналог формулы (1.5) для ограниченных областей.

Обозначим часть плоскости, лежащей ниже  $L$ , через  $\mathcal{D}^-$ , а часть плоскости, лежащей выше  $L$ , через  $\mathcal{D}^+$ . Для параметрического описания границы  $L$  удобно ввести функцию  $Z(t)$ , реализующую конформное отображение нижней полуплоскости  $T^-$  - вспомогательной комплексной плоскости  $t$  на  $\mathcal{D}^-$ , причем

$$z(t) = t + ih + \psi(t) \quad (2.2)$$

где  $\psi(t)$  аналитическая в  $T^-$ ,  $\psi(\infty) = 0$ ,  $Z(\infty) = \infty$ ,  
 $Z'(\infty) = 1$ .

Введем в  $T^+$  функцию  $Z^*(t) = \bar{Z}(t) = t - ih + \psi(t)$ ,  
 где  $\psi(t)$  аналитическая в  $T^+$ . Функции  $f(Z)$  и  $Z(t)$  связывает следующая пара взаимнообратных формул:

$$\begin{aligned} Z^*(t(Z)) &= f(Z) \\ f(Z(t)) &= Z^*(t) \end{aligned} \quad (2,3)$$

В.Н.Страховым /19/ было получено интегральное уравнение обратной задачи для границ раздела

$$\Delta \sigma \psi^*(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{u(Z(\tau))}{\tau - t} d\tau \quad t \in T^+ \quad (2,4)$$

Это уравнение есть аналог интегрального уравнения В.К.Иванова (I,6) для ограниченных областей.

## § 2. Теоретическая обратная задача для границ раздела.

Назовем т.о.з. для границ раздела следующую задачу. Задана в явном виде (в качестве комбинаций элементарных функций) аналитическая функция комплексного переменного  $u(Z)$ , все особенности которой находятся в нижней полуплоскости, причем

$$\lim_{|Z| \rightarrow \infty} Z u(Z) = C_0 = \alpha + i\beta \quad (2,5)$$

Требуется найти эквивалентное семейство границ раздела с постоянным скачком плотности, создающих один и тот же внешний потенциал  $u(Z)$ .

Первым принципиальным отличием рассматриваемой задачи от соответствующей задачи для ограниченных областей является то обстоятельство,

что  $S_0$  в (2,5) может быть комплексным (напомним, что в случае ограниченных областей  $S_0$  — масса области). Примеры конкретных эквивалентных семейств границ раздела с комплексным  $S_0$  приведены в /24/. Подчеркнем, что насколько нам известно, в литературе не было примеров такого типа. Из приведенных результатов следует важный вывод о том, что всякий потенциал от ограниченной области есть одновременно потенциал некоторого семейства границ раздела. Но не всякий потенциал от границы раздела есть одновременно потенциал от ограниченной области. Возникает вопрос: если на дневной поверхности нам задана какая-либо из производных потенциала границы с комплексным  $S_0$ , можно ли практически определить, что этому потенциалу могут соответствовать лишь границы раздела. Этот вопрос остается открытым, однако, предварительные расчеты показали, что это возможно, если величина  $\beta/\alpha$  не слишком мала.

Отметим еще следующее любопытное обстоятельство. Во всех известных нам примерах при вещественном  $S_0$  кривая  $L$  выходит на асимптоту  $y = h$  (при  $|x| \rightarrow \infty$ ) с одной стороны от нее (над ней или под ней (рис. 20)), а при комплексном  $S_0$  — по разные стороны от асимптоты (рис. 19). Возможно, что это обстоятельство не случайно, а отражает общую закономерность. В частности, для некоторых классов границ раздела нетрудно убедиться, что это действительно так.

В.Н.Страховым /20/ показано, что т.о.з. для границ раздела разрешима в конечном виде в случае, когда  $u(z)$  — рациональная функция. Авторы в /23/ обобщили этот результат на случай, когда  $u(z)$  имеет вид

$$u(z) = R(z) + \sum_{k=1}^N \alpha_k \ln(z - a_k), \quad (2,6)$$

где  $R(z)$  — рациональная функция.

Приедем точную формулировку соответствующей теоремы

Теорема 5.

Пусть граница раздела  $L$  имеет слева и справа одну и ту же горизонтальную асимптоту  $y = h$ , а  $u(Z)$  — ее потенциал. Для того, чтобы  $u(Z)$  имела вид

$$u(Z) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} \frac{\beta_{jk}}{(Z - b_k)^j} + \sum_{k=1}^N \alpha_k \ln(Z - a_k), \quad \sum_{k=1}^N \alpha_k = 0 \quad (2,7)$$

необходимо и достаточно, чтобы функция  $Z(t)$ , реализующая конформное отображение  $T^-$  на  $D^-$ , имела вид

$$Z(t) = t + ih + \psi(t),$$

$$\text{где } \psi(t) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{n_k} \frac{\gamma_{jk}}{(t - c_k)^j} + \sum \gamma_k \ln(t - d_k), \quad \sum \gamma_k = 0$$

причем  $b_k = Z(\bar{c}_k)$ ,  $a_k = Z(\bar{d}_k)$ ,  $\text{Im } a_k < 0$ ,  $\text{Im } b_k < 0$

Из доказанной теоремы непосредственно следует, что для класса потенциалов <sup>(2,7)</sup> разрешима в конечном виде. Функция  $Z(t)$ , как это видно из (4), определяется  $2N + m + n$  параметрами ( $m = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ ). В работе /23/ показано, как по  $u(Z)$  можно составить систему  $2N + m + n$  уравнений (вообще говоря трансцендентных) для определения этих параметров. Скачок плотности  $\Delta \sigma$  и глубина до асимптоты  $h$  входят в эту систему в качестве параметров. Придавая  $\Delta \sigma$  и  $h$  различные значения, получаем двухпараметрическое семейство эквивалентных границ раздела с потенциалом (2,7).

Отсюда следует, для однозначной разрешимости обратной задачи для границ раздела следует задавать как скачок плотности  $\Delta \sigma$ , так и положение асимптоты  $h$ . Подчеркнем, что этот факт впервые на частном примере конхоид Слюза был отмечен В.Н.Страховым/20/.

Таким образом, вторым принципиальным отличием рассматриваемой задачи от соответствующей задачи для ограниченных областей

является ее двупараметрическая неоднозначность (напомним, что в случае ограниченных областей имеет место однопараметрическая, по величине плотности, неоднозначность).

### § 3. Выбор аппроксимационного класса потенциалов.

Классы потенциалов, для которых теоретическая обратная задача разрешима в конечном виде, удобно использовать в качестве аппроксимационных при автоматическом подборе наблюдаемого поля. В соответствии с теоремой 5 и аналогичной теоремой 3 главы I одни и те же классы потенциалов могут быть использованы для подбора наблюдаемого поля как в рудных, так и в структурных задачах, что представляется весьма удобным, т.к. на первом этапе - этапе подбора могут использоваться одни и те же программы.

Как было показано в главе I, при интерпретации полей от ограниченных объектов используется класс потенциалов

$$u(z) = \sum_{k=1}^N A_k [\ln(z-a_k) - \ln(z-b_k)] \quad (2,8)$$

В соответствии с теоремой 5 функция  $Z(t)$ , реализующая конформное отображение нижней полуплоскости  $T^-$  на  $D^-$ , имеет следующий вид

$$Z(t) = t + ih + \sum_{k=1}^N \frac{\bar{A}_k}{\Delta \sigma} [\ln(t-c_k) - \ln(t-d_k)] \quad (2,9)$$

и для нахождения  $2N$  вещественных комплексных чисел  $c_k$  и  $d_k$  имеет систему  $2N$  комплексных чисел ( $4N$  - вещественных) уравнений

$$\begin{aligned} Z(\bar{c}_k) &= a_k \\ Z(\bar{d}_k) &= b_k, \quad k=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2,10)$$

Решая систему (2,10) при различных значениях параметров  $\Delta G$  и  $h$  получаем различные границы раздела из двухпараметрического эквивалентного семейства. Напомним, что каждый отдельный член в (2,8) можно рассматривать как потенциал некоторого материального отрезка с постоянной (в общем случае фиктивной комплексной) линейной плотностью.

Точно так же, как и в случае ограниченных объектов, к любому классу потенциалов, используемому в качестве аппроксимационного и ему соответствующему модельному классу границ раздела следует предъявить 4 условия, перечисленных в главе I.

Из (2,9) и (2,10) сразу следует, что для класса потенциалов (2,8) и ему соответствующего модельного класса границ раздела условия 2 и 3 выполнены. Далее в /24/ показано, что границами раздела класса (2,9) можно сколь угодно хорошо аппроксимировать любые границы раздела класса  $\mathcal{D}_R$  и  $\mathcal{D}_{KR}$ , т.е. выполняется условие I. Что касается весьма важного вопроса о хорошей параметризации границ раздела, то заметим прежде всего, что в большинстве методов ищутся координаты точек, лежащих на границе, т.е. необходимо определять довольно большое количество неизвестных параметров. С другой стороны, расчеты показали, что при  $N = 2$  в (2,9) мы получаем весьма разнообразные границы раздела (рис. 18). Отсюда следует, что для подбора поля от одной границы раздела чаще всего достаточно двух членов в (2,8) т.е. разбивается только 12 вещественных параметров.

Интерпретация наблюдаемого поля разбивается на следующие два основных этапа:

I. Наблюдаемое поле  $\Delta G$  аппроксимируется вещественной или мнимой частью функции (2,8), т.е. полем некоторого количества материальных отрезков. На этом этапе никаких предположений о количестве границ раздела, их глубине и скачках плотности не делается.

2. На втором этапе близкие материальные отрезки объединяются в группы, причем могут быть опробованы различные варианты объединения отрезков в группы. Затем для каждой из групп отрезков решается теоретическая обратная задача, т.е. строится эквивалентное семейство границ раздела, потенциал которого совпадает с суммарным потенциалом материальных отрезков данной группы. Конкретные варианты объединения отрезков и границы раздела из эквивалентных семейств должны выбираться с учетом имеющейся геологической информации.

Остановимся более подробно на каждом из этапов интерпретации.

I. Минимизируется каким-либо градиентным методом сумма квадратов отклонений между аппроксимационной конструкцией (2,8) и наблюдаемым полем по всем точкам наблюдения. Минимизация проводится до тех пор, пока норма отклонения в метрике  $S$  не станет меньше некоторого заданного  $\varepsilon$ . Минимизация начинается с использования одного или двух членов выражения (2,8) с последующим увеличением их числа до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность. Переход от  $N$  членов к  $N + 1$  осуществляется автоматически, в случае когда достаточно большое количество шагов при  $N$  членах не улучшает результат. Для учета возможного фона в наблюдаемом поле в (2,8) может быть добавлено слагаемое

$C_1 + C_2 Z$ . При интерпретации вторых производных гравитационного потенциала используется производная функция (2,8). Заметим еще, что как мы уже упоминали, конструкция (2,8) используется в рудных задачах, в связи с чем на первом этапе можно использовать одни и те же программы для решения как рудных, так и структурных, а также смешанных задач.

2. На втором этапе решение т.о.з. для потенциала вида (2,8) сводится к решению системы  $2N$  комплексных уравнений (2,10),

т.е. к решению системы 4  $N$  трансцендентных вещественных уравнений при различных значениях  $\Delta \sigma$  и  $h$ . При любых фиксированных  $\Delta \sigma$  и  $h$  может существовать несколько решений системы (2.10), однако из теоретических соображений следует, что только одно решение обеспечивает однолиственность отображения функции  $Z(t)$ . При некоторых значениях  $\Delta \sigma$  и  $h$  однолистного решения может не существовать.

Практически для эффективного решения системы (2.10) необходимо уметь задавать нулевое приближение, близкое к истинному однолистному. Из (2.9) непосредственно видно, что при  $\Delta \sigma \rightarrow \infty$ ,  $I_m a_k < 0$ ,  $I_m b_k < 0$ ,  $Z(t)$  будет мало отличаться от линейной функции. Ясно, что последнее условие будет выполнено, если положение асимптоты, т.е. величина  $h$ , выбрана так, чтобы

$$\min |h - I_m a_k| \geq A_k > 0, \quad \min |h - I_m b_k| \geq A > 0 \quad (2.11)$$

где  $A$  — некоторое достаточно большое положительное число. Практически условие (8) означает, что наиболее близкий к оси абсцисс конец материального отрезка не должен быть слишком близок к асимптоте. Поэтому, выбирая некоторые достаточно большие значения  $\Delta \sigma_0$  и  $h_0$ , удовлетворяющие условию (2.11), мы можем считать, что  $Z(t)$  — линейная функция, найти достаточно хорошее нулевое приближение для решения системы (2.10). Получив решение системы для  $\Delta \sigma_0$  и  $h_0$ , мы его используем в качестве нулевого приближения для значений  $\Delta \sigma_0 + \Delta \sigma$ ,  $h_0 + \Delta h$  и т.д. Таким путем мы можем дойти до интересующих нас значений параметров  $\Delta \sigma$  и  $h$ . Именно такая схема и реализована нами в настоящее время. Опробование на теоретических и практических примерах показало ее высокую эффективность (счет на ЭЭСМ-6 занимает секунду).

В настоящее время реализованы на БЭСМ-6 программа аппроксимации наблюдаемого поля  $\Delta q$ , а также вторых производных функции (2,8) и программа решения системы (2,10), т.е. построение эквивалентного семейства границ раздела (программы написаны на языке ФОРТРАН).

#### § 4. Некоторые примеры опробования метода для границ раздела.

В теоретическом примере в качестве границ раздела двух сред со скачком плотности  $\Delta \sigma_0$  была взята ломаная линия и решена прямая задача. Вычисленное поле  $\Delta q$  было аппроксимировано полем двух материальных отрезков с точностью 1% (рис. 19). При заданном положении асимптоты  $h_0$  было построено несколько границ раздела из эквивалентного семейства с различными значениями  $\Delta \sigma$ . Та из границ раздела, которая соответствует  $\Delta \sigma = \Delta \sigma_0$  и  $h = h_0$ , достаточно хорошо аппроксимирует модельную границу раздела.

Во втором теоретическом примере аппроксимирующей конструкцией подбиралось поле от уступа (рис. 20). Использование двух материальных отрезков добились точности подбора 1,3%. Смысл этого примера состоит в том, чтобы посмотреть, как границы раздела из модельного класса аппроксимируют границы, не входящие слева и справа на одну и ту же горизонтальную асимптоту. Напомним, что в теоретическом обосновании метода предполагается существование одной и той же асимптоты слева и справа. На рис. 20 видно, что модельная граница раздела на интерпретируемом участке хорошо аппроксимирует уступ. То обстоятельство, что далеко за пределами этого участка она все же выходит на не соответствующую уступу горизонтальную асимптоту, не имеет никакого значения.

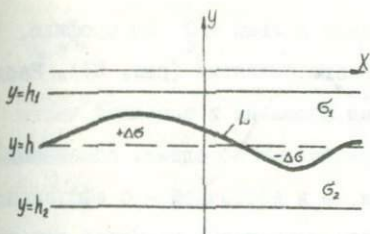


Рис.17 Модель двухслойной среды.

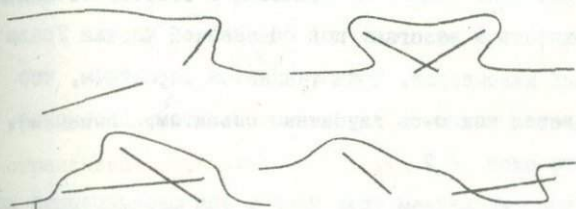


Рис.18 Примеры грании раздела класса (2.9) при  $N = 2$ .

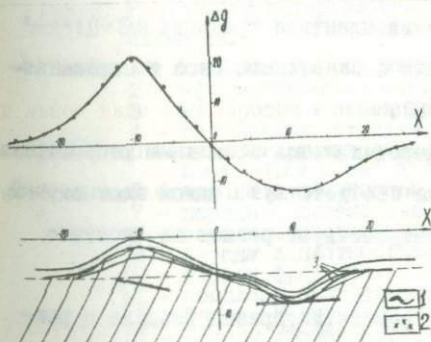


Рис.19 Теоретический пример.

- 1 -  $\Delta q$ , вычисленное для случая, когда границей раздела является ломаная линия;
- 2 -  $\Delta q$ , подобранных отрезков.

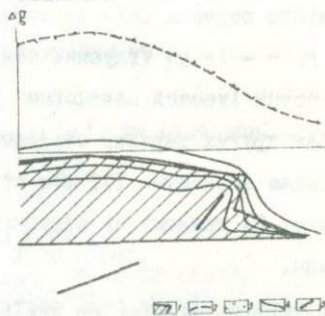


Рис.20 Теоретический пример.

- 1 - уступ,
- 2 -  $\Delta q$  уступа,
- 3 -  $\Delta q$ , подобранных материальных отрезков
- 4 - границы раздела эквивалентные материальным отрезкам,
- 5 - подобранные материальные отрезки.

Для практического примера была взята кривая  $\Delta g$  по профилю, пересекающему Урал по широте Тараташского поднятия (рис. 21). Наблюдаемая здесь интенсивная положительная аномалия в западной части связана непосредственно с тяжелыми архейскими породами, обнажающимися в ядре Тараташского антиклинория, а в восточной — с эффузивно-осадочной толщей Тагило-Магнитогорокского погружения и толщей тяжелых пород ордовика, насыщенной линзами габбро и амфиболитов. Качественный анализ кривой  $\Delta g$  и расчеты показывают, что породы тараташского комплекса сравнительно полого погружаются к востоку от выхода их на дневную поверхность и залегают под обнаженной частью Урала на глубине нескольких километров. Представляется вероятным, что часть аномалии создается каким-то глубинным объектом, (возможно, выступом базальтового слоя / 2 /).

При подборе, с использованием трех членов аппроксимирующей конструкции (I), была достигнута точность 4%. Один из отрезков залегает достаточно глубоко. Поэтому, приняв гипотезу о том, что поле, создаваемое этим отрезком, аппроксимирует поле от базальтового слоя, для этого отрезка была построена эквивалентная граница с  $\Delta \sigma = 0,1 \text{ г/см}^3$  и  $h = -16 \text{ км}$  (глубина залегания базальтового слоя на прилегающих частях Русской платформы 16 км).

Для других верхних отрезков представляется возможным рассмотреть следующие варианты: 1) оба отрезка соответствуют одной плотностной границе; 2) каждому из отрезков соответствует разные плотностные границы.

В первом случае было построено семейство границ раздела с различными значениями параметров  $\Delta \sigma$  и  $h$ . По точкам выхода пород Тараташской свиты на поверхность на данном профиле из этого семейства была выбрана граница раздела; ее параметры  $\Delta \sigma = 0,15 \text{ г/см}^3$  и

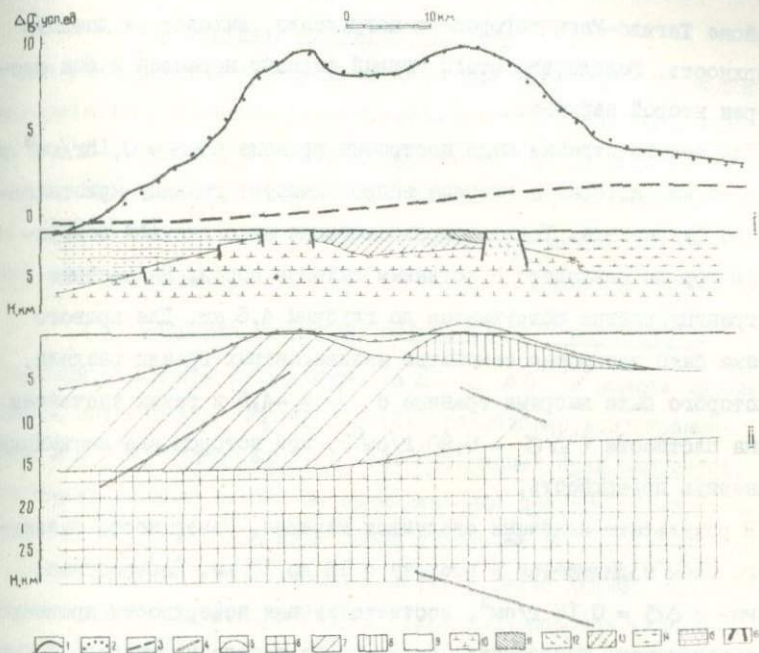


Рис. 21 Результаты интерпретации Тараташской гравитационной аномалии.

- 1 - Тараташская гравитационная аномалия;
- 2 -  $\Delta g$  подобранных отрезков;
- 3 -  $\Delta g$  нижнего отрезка;
- 4 - подобранные отрезки;
- 5 - граница, эквивалентная двум верхним отрезкам, с  $\Delta \sigma = 0,15 \text{ г/см}^3$  и  $h = -5 \text{ км}$ ;
- 6 - породы с плотностью  $2,90 \text{ г/см}^3$ ;
- 7 - породы с плотностью  $2,80 \text{ г/см}^3$ ;
- 8 - породы с плотностью  $2,85 \text{ г/см}^3$ ;
- 9 - породы с плотностью  $2,65 \text{ г/см}^3$ ;
- 10 - породы фундамента,  $\sigma = 2,80 \text{ г/см}^3$ ;
- 11 - комплекс ордовиковых пород,  $\sigma = 2,90 \text{ г/см}^3$ ;
- 12 - Тагило-Магнитогорского погружения породы,  $\sigma = 2,75 \text{ г/см}^3$ ;
- 13 - породы Уфалейского комплекса,  $\sigma = 2,67 \text{ г/см}^3$ ;
- 14 - породы Увильдинского комплекса и различные осадочные породы восточного склона Урала,  $\sigma = 2,64 \text{ г/см}^3$ ;
- 15 - породы осадочного чехла западного склона Урала и Предуральяского прогиба,  $\sigma = 2,65 \text{ г/см}^3$ ;
- 16 - Линии тектонических нарушений.

$h = -5$  км. Как видно на рис. 2I, II, эта граница на востоке, в районе Тагило-Магнитогорского погружения, выходит за дневную поверхность. Вследствие этого первый вариант нерешен и был рассмотрен второй вариант.

Для левого отрезка была построена граница с  $\Delta \sigma = 0,15 \text{ г/см}^3$  и  $h = -5$  км, которая в разрезе аппроксимирует границу кристаллического фундамента. Точки соприкосновения ее с дневной поверхностью хорошо совпадают с истинным выходом пород. На востоке эта граница плавно погружается до глубины 4,5 км. Для правого отрезка было построено семейство эквивалентных границ раздела, из которого была выбрана граница с  $h = -4,5$  и таким значением скачка плотности ( $\Delta \sigma = 0,20 \text{ г/см}^3$ ), при котором она не выходит за дневную поверхность.

В результате получена следующая картина. Поверхность базальтового слоя поднимается к востоку с 16 до 13 км. Плотностная граница с  $\Delta \sigma = 0,15 \text{ г/см}^3$ , соответствующая поверхности древнего кристаллического фундамента, проходит на западе на глубине 6-5 км, затем обнажается в пределах Тараташского антиклинория и плавно погружается к востоку до глубины 4,5 км. Нарасчлененный комплекс пород Тагило-Магнитогорского погружения и залегающих западнее пород ордовика представляется в виде линзы, вертикальная мощность которой достигает 3 км. Если принять, что плотность осадочных пород в этом районе  $2,65 \text{ г/см}^3$ , тогда получаем средние плотности для пород Тараташской свиты  $2,80 \text{ г/см}^3$  и для пород Тагило-Магнитогорского погружения и пород ордовика  $2,85 \text{ г/см}^3$ .

Результат интерпретации хорошо согласуется с разрезом, построенным ранее О.В. Беллавиным / 2 / на основе тщательного палеточного подбора  $\Delta \rho$  и учета существующей геологической информации (см. рис. 2I, I).

Программы. Описание программ.

Для реализации метода решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки, основанного на теоретических результатах, описанных в I и 2-ой главах, составлены программы "Подбор  $\Delta Z$ ", "Подбор  $\Delta g$ ", "Область I", "Область 2", "Контакт 1", "Контакт 2" на языке **FORTRAN** для ЭВМ БЭСМ-6. Ниже приводятся описания и тексты этих программ.

§ 1. Описание программ "Подбор  $\Delta Z$ ", "Подбор  $\Delta g$ ".

Алгоритм подбора наблюдаемых  $\Delta Z$  и  $\Delta g$  в рамках модельного класса потенциалов  $P_3(z)$  (I.22) реализован в программах "Подбор  $\Delta Z$ " и "Подбор  $\Delta g$ ". В этих программах предполагается, что наблюдаемые поля заданы на прямолинейном профиле. Следует заметить, однако, что в принципе метод допускает интерпретацию данных, снятых на негоризонтальном рельефе, а также данных скважинного гравитационного и магнитного каротажа. Для подбора наблюдаемых кривых  $\Delta g$  и  $\Delta Z$  используется соответственно мнимые части функции  $u(z)$  и  $u'(z)$ , где  $u(z) \in P_3(z)$  (I.22), т.е.

$$\Delta g_{\text{теор}} = \text{Im } u(z) = \text{Im} \left\{ \sum_{k=1}^N A_k [\ln(z-a_k) - \ln(z-b_k)] \right\} \quad (3.1.)$$

$$\Delta Z_{\text{теор}} = \text{Im } u'(z) = \text{Im} \left\{ \sum_{k=1}^N A_k \left[ \frac{1}{z-a_k} - \frac{1}{z-b_k} \right] \right\} \quad (3.2.)$$

Логика обеих программ одинакова; они различаются лишь в блоке вычисления градиента целевой функции и блоке решения прямой задачи. Кроме того в программу "Подбор  $\Delta Z$ " в качестве одного из блоков входит программа "Область I".

Рассмотрим более подробно программу "Подбор  $\Delta Z$ ". Все данные

в ней вводятся с перфокарт по оператору READ . В число этих данных входят:

1.  $JD$  - количество точек наблюдения на профиле;
2.  $X(I)$  - массив абцисс точек наблюдения ( $I = 1, 2, \dots, JD$ );
3.  $U(I)$  - массив значений  $\Delta Z(X(I))$ , ( $I = 1, 2, \dots, JD$ );
4.  $EPS$  - максимальное допустимое расхождение между  $U(I)$  и значением аппроксимирующей конструкции (3.2) в точке  $X(I)$ ;
5.  $K$  - целый параметр, определяет число членов в аппроксимирующей конструкции, подбор начинается с использованием  $K + 1$  членов в (3.2);
6.  $KI$  - целый параметр, определяет максимальное число членов в сумме (3.2);
7.  $KOL I$  - максимальное количество итераций при подборе;
8.  $NS$  - формальный параметр, в случае  $NS = 1$  - для каждого из полученных отрезков строятся области из эквивалентных семейств. При  $NS \neq 1$  области не строятся.
9.  $NK$  - определяет количество областей из семейств, эквивалентных каждому из отрезков, которое необходимо построить ( $NK \leq 5$ );
10.  $NI$  - масштабный множитель. Во избежание переполнения в программе предусмотрено масштабирование поля:

$$u(I) = U(I) / NI$$

II.  $KAPPA$  - массив магнитных восприимчивостей ( в ед. CGSM ) размерности  $NK$  . Для каждого из материальных отрезков при  $NS = 1$  строятся  $NK$  областей, которые при значениях  $\mathcal{K} = KAPPA(I)$ ,

...КАПЛА ( NK ) создают потенциал, совпадающий с потенциалом соответствующего материального отрезка.

12. ПАР ( I ) - массив нулевых приближений для материальных отрезков размерности  $6 \cdot KI$ ;

13. МА - горизонтальный масштаб;

14. МН - вертикальный масштаб.

Программа разделена на следующие блоки:

Блок 1 - ввод данных; для контроля ввода все считанные с перфокарты данные печатаются;

Блок 2 - вычисления максимального расхождения между  $\Delta Z_{\text{набл}}(I)$  и  $\Delta Z_{\text{теор}}(I)$  в точке  $X(I)$ . В том случае, когда

$$\Delta = \max |Z_{\text{набл.}}(I) - Z_{\text{теор.}}(I)| < EPS \quad (I=1, 2, \dots, JQ)$$

параметры соответствующей конструкции печатаются <sup>происходит</sup> и выход в блок 5. При  $\Delta > EPS$  - выход в блок 3.

Блок 3 - вычисление градиента целевой функции и одномерный поиск минимума целевой функции (3.2) вдоль антиградиента.

Блок 4 - сравнения; в этом блоке последовательно рассматриваются величины:

а)  $\Delta_1 = K - K I$ ;

б)  $\Delta_2 = \text{СЧЕТ} - \text{СЧЕТ } I$  (в программе СЧЕТ  $I = 70$ );

в)  $\Delta_3 = \text{КОЛ} - \text{КОЛ } I$ .

При  $\Delta_1 < 0$  происходит контроль стабилизации процесса минимизации ( в ячейке СЧЕТ накапливается число итераций, в результате которых целевая функция не уменьшилась). В том случае, когда число таких "неудачных" итераций достигнет величины СЧЕТ  $I$ , происходит изменение числа параметров целевой функции ( добавляется в (I.22)

еще один отрезок).

При этом на печать выдвдтся;

1. Количество проделанных итераций;
2. Параметры  $K_{\text{тек}}$  отрезков, для которых достигается минимум целевой функции;
3. Данные по каждому из отрезков; значение  $C_0$ , направление намагниченности.

При  $\alpha_1 = 0$ , т.е. в случае  $K_{\text{тек}} = K I$  (введено максимальное число параметров) контроля стабилизации нет. При этом выход происходит при  $\alpha_3 = K O D - K O D I = 0$ , т.е. при достижении максимального количества итераций.

Таким образом, в результате минимизации заполняется массив РЕЗ (результат), содержащий набор из  $N = 6 \cdot K$  чисел:

$\gamma_1 \dots \dots \dots \gamma_6$

$\gamma_7 \dots \dots \dots \gamma_{12}$

$\dots \dots \dots$

$\gamma_{N-5}, \gamma_{N-4}, \gamma_{N-3}, \gamma_{N-2}, \gamma_{N-1}, \gamma_N$

При этом комплексные числа

являются координатами концов для каждого из  $K$  отрезков, суммарное поле которых достаточно хорошо аппроксимирует заданную кривую.  $A_n, a_n, b_n$  ( $n=1,2,\dots,K$ ) - параметры (3.2). На печать выдвдтся следующие данные:

1. общее число итераций;
2. номер итерации, на которой был получен минимум целевой функции;
3. массив РЕЗ (результат);
4. графики на АЦПУ наблюдаемого и выбранного полей.

Блок 5 - эквивалентен программе "Область I".

§ 2. Описание программ "Область 1" и "Область 2".

Программа "Область 1" реализует построение контуров областей, эквивалентных одному материальному отрезку. При этом необходимо задать следующие параметры:

1.  $N\Theta TP$  - целый, указывает количество отрезков, для которых необходимо построить эквивалентные семейства.
2.  $NK$  - целый - количество областей, в каждом из  $N\Theta TP$  семейств.
3. Массив  $KAPPA$  ( $NK$ ) магнитных восприимчивостей в ед.  $CGCM$ , для которых строятся области (в гравитационном случае - массив скачков плотности).
4. Массив  $PEZ$ , содержащий параметры  $N\Theta TP$  отрезков, записанных в том же порядке, что и в программе "Подбор  $\Delta Z$ ".
5. Параметры  $M A$  и  $M H$  те же, что и в программе "Подбор  $\Delta Z$ ".

Программа "Область 1" осуществляет перенос координат в середину отрезка, вычисление параметра  $Q$  отображающей функции  $Z(t)$  по формуле (1.26) и вычисление координат 100 точек на контуре области. Координаты печатаются построено:

$X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4, X_5, Y_5$

$X_6, Y_6, \dots$

$\dots$

$X_{96}, Y_{96}, X_{97}, Y_{97}, X_{98}, Y_{98}, X_{99}, Y_{99}, X_{100}, Y_{100}$

Программа "Область 2" реализует построение контуров однородных областей, внешний потенциал которых совпадает с суммарным потенциалом двух материальных отрезков, т.е. эффективное решение т.о.в. для  $\bar{u}(Z)$  вида:

$$u(Z) = \sum_{n=1}^2 A_n [\ln(Z-a_n) - \ln(Z-b_n)] \quad (3.7)$$

В программе необходимо задать 12 вещественных параметров функции  $U(Z)$  найденной в результате подбора: т.е. параметры двух "объединяемых" отрезков: в следующей последовательности

$$A_1^{(1)}, A_1^{(2)}, a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, b_1^{(1)}, b_1^{(2)},$$

$$A_2^{(1)}, A_2^{(2)}, a_2^{(1)}, a_2^{(2)}, b_2^{(1)}, b_2^{(2)}$$

Как уже было отмечено, решение т.о.з. для функции  $U(Z)$  вида (3.7) сводится к решению системы трансцендентных уравнений (I.17), зависящей от параметра  $\sigma$ . Физический смысл этого параметра состоит в следующем: для "гравитационных" отрезков, т.е. отрезков, полученных при подборе кривой  $\Delta Q$ , параметр  $\sigma$  есть скачок плотности (в г/см<sup>3</sup>); для "магнитных" отрезков — связан с магнитной восприимчивостью  $\chi$  формулой

$$\sigma = 2 \chi H$$

где  $H$  — нормальное поле Земли. Из теоретических соображений ясно, что нулевое приближение, которое находится в программе, достаточно близко к искомому решению системы (I.17) лишь в случае малого  $\sigma_0$ , т.е. если соответствующая область, потенциал которой при плотности  $\sigma_0$  есть заданная  $U(Z)$  (3.7), не слишком отличается от круга. Параметр  $\sigma_0$  должен быть задан. Учитывая то, что первый момент  $C_0$  областей семейства известен, будем выбирать  $\sigma_0$  так, чтобы площадь соответствующей области была примерно в 5-6 раз больше, чем площадь  $S_1$ , где  $S_1 = \cos \mathcal{N}(a_1, b_1, a_2, b_2)$ , т.е. в гравитационном случае:

$$\sigma_0 = \frac{C_0}{5 S_1}$$

в магнитном:

$$\sigma_0 = \frac{C_0}{10HS_1}$$

В программе предусмотрено построение областей из эквивалентного семейства для значений  $\sigma = \sigma_0 + K\Delta\sigma$ , где  $\Delta\sigma$  - шаг, задаваемый интерпретатором ( $\Delta\sigma$  также не должен быть большим;

$\Delta\sigma \approx \frac{\sigma_0}{5}$ ;  $K=1, \dots, NK$ . При удачном выборе  $\Delta\sigma$  решение системы (I.17), полученное для значения параметра  $\bar{\sigma}$ , является хорошим нулевым приближением для решения этой же системы при значении параметра  $\bar{\sigma} + \Delta\sigma$ ; в этой ситуации решение требует лишь нескольких секунд на ЭСМ-6, поскольку метод Ньютона сходится достаточно быстро.

Программа "Область 2" состоит из следующих частей:

Блок 1 - ввод данных ( $\sigma_0, \Delta\sigma$ , 12 параметров  $2^x$  отрезков): нахождение первых моментов ( $C_0$  и  $C_1$ ) и общего центра тяжести областей семейства.

Блок 2 - нахождение нулевого приближения, близкого к искомому решению системы (I.18) при значении параметра  $\sigma_0$  (на первом шаге).

Блок 3 - вычисление матрицы Якоби  $S$  и решение системы (I.18) методом Ньютона.

Блок 4 - построение контуров областей эквивалентного семейства.

Для обращения матрицы Якоби использована стандартная программа из библиотеки фортрана MATIN I.

Печать результатов счета организован как и в программе "Область 1" - печатаются 100 точек на контуре области в системе координат, начало которой помещено в общий центр тяжести областей семейства.

### § 3. Описание программ "Контакт 1" и "Контакт 2"

Программы реализуют построение эквивалентного семейства границ раздела, внешний потенциал которого совпадает с потенциалом одного материального отрезка – программа "Контакт 1" или с суммарным потенциалом двух материальных отрезков – программа "Контакт 2", т.е. эффективное решение т.о.з. для  $U(Z)$  вида (3.1). Как уже было сказано, решение т.о.з. для границ раздела сводится к решению системы (2.10) трансцендентных уравнений при различных значениях  $\Delta\epsilon$  и  $h$ . Физический смысл этих параметров состоит в следующем:

$\Delta\epsilon$  – скачок плотности (в г/см<sup>3</sup>) между нижней и верхней средой и  $h$  – горизонтальная асимптота границы раздела.

Остановимся подробно на каждой из программ:

#### Программа "Контакт 1"

Решение системы (2.10) при  $N = 1$  сводится к решению весьма сложного трансцендентного уравнения [25]. В программе отыскиваются все решения уравнения при заданных параметрах  $\Delta\epsilon$  и  $h$ . Если решения есть, производится проверка на однолиственность. Проверяется необходимое условие однолиственности решения:  $Z'(0) > 0$ . Если это условие не выполнено, то граница раздела не строится и печатается диагностика "Неоднолиственное решение". Программа состоит из трех вложенных друг в друга циклов. Первый – по материальным отрезкам, т.е. изменяются члены в конструкции (2.8), для которых строится эквивалентное семейство границ раздела; второй – по изменению параметра  $\Delta\epsilon$  и третий – по изменению параметра  $h$ . Все данные считываются с перфокарт по оператору READ:

ЛП - количество материальных отрезков, ( ЛП ≤ 10);

JS - количество значений ΔБ ( JS ≤ 10);

JH - количество значений h ( JH ≤ 10);

ХМАМ - горизонтальный масштаб, условная единица длины в сантиметрах;

DS(J) - массив значений ΔБ в г/см<sup>3</sup> ( J = 1, 2, ... JS );

H(K) - массив значений h в условных единицах длины (K=1, 2, ...JH)  
оси абсцисс,

ТО, ДТ - данные об отрезке, где строится контактная граница Z(t):

$$TO = X(1), \quad DT = [X(JD) - X(1)]/100$$

где X(1) и X(JD) - первая и последняя точки отрезка задания наблюдаемого поля Δq .

ПАР - массив параметров материальных отрезков. Каждый из отрезков, найденный в результате подбора, определяется, как обычно, шестью вещественными параметрами<sup>которые</sup> и вводится в следующей последовательности  $A_n^{(1)}, A_n^{(2)}, a_n^{(1)}, a_n^{(2)}, \beta_n^{(1)}, \beta_n^{(2)}$  (n=1, 2, ... ЛП)

Программа "Контакт I" состоит из следующих частей.

Блок 1 - ввод данных, организация циклов по изменению параметров.

Блок 2 - нахождение отрезка, на концах которого функция имеет разные знаки.

Блок 3 - нахождение решения уравнения.

Блок 4 - вычисление значения функции в заданной точке.

Блок 5 - проверка найденного решения на однолиственность.

Блок 6 - проверка правильности решения уравнения.

Блок 7 - построение контактной границы.

Результаты счета печатаются в следующей последовательности:

1. Значение скачка плотности ΔБ в условных единицах.
2. Значение скачка плотности ΔБ в г/см<sup>3</sup>.

3. Значение  $h$  в условных единицах длины.
4. Под заголовком "начальные данные" печатаются 6 параметров отрезка.
5. Под заголовком "границы контакта" печатается построчно 100 значений <sup>координат</sup> точек контактной границы.

### Программа "Контакт 2"

В программе реализовано решение системы (2.10) при  $N = 2$  методом Ньютона. Для задания нулевого приближения, близкого к искомому однолиственному, необходимо задавать параметры  $\Delta\sigma_0$  и  $h_0$  такими, чтобы отображающая функция  $Z(t)$  мало отличалась от линейной. В работе [2] показано, что функция  $Z(t)$  близка к линейной, если выполнено условие  $|\frac{C_{0k}}{\Delta\sigma}| < h_0$ , здесь  $C_0$  - первый гармонический момент и  $C_{0k} = A_k(b_k - a_k)$ ,  $k = 1, 2$ .

В программе предусмотрено построение границ раздела и эквивалентного семейства либо при фиксированном значении скачка плотности  $\Delta\sigma$  и значениях асимптоты  $h_j = h_0 + \Delta h_j$  ( $j = 1, 2, \dots, JH$ ), где  $\Delta h$  значение шага по асимптоте; либо при фиксированном положении асимптоты  $h$  и значениях скачков плотностей  $\Delta\sigma_j = \Delta\sigma_0 + \Delta\sigma_j$ , где  $\Delta\sigma$  - значение шага по плотности.

В программе вводятся следующие данные:

$J\sigma$  - количество значений  $\Delta\sigma$

$JH$  - количество значений  $\Delta h$ , обычно либо  $J\sigma = 1$ , либо

$JH = 1$ .

$XMA\text{Ш}$  - горизонтальный масштаб, условная единица длины в сантиметрах

$SIGM$  - начальное значение скачка плотности (в  $г/см^3$ )

HSIGM - шаг по  $\Delta\sigma$

H I - начальное значение асимптоты ( в усл. ед.)

H H - шаг по  $h$

TT, HT - данные об отрезке, где строится эквивалентное семейство  
границ  $Z(t)$ , TT =  $x(1)$ , HT =  $[x(100) - x(1)]/100$

AA1, AA2, ZET(1), ZET(2), ZET(3), ZET(4),

BB1, BB2, ZET(5), ZET(6), ZET(7), ZET(8)

- 12 параметров двух материальных отрезков в той же последовательности как и в программе подбора:

$A_1^{(1)}, A_1^{(2)}, a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, b_1^{(1)}, b_1^{(2)}, A_2^{(1)}, A_2^{(2)}, a_2^{(1)}, a_2^{(2)}, b_2^{(1)}, b_2^{(2)}$

Для контроля правильности ввода все эти числа выводятся на печать.

Программа "Контакт 2" состоит из следующих частей:

Блок I - ввод данных, организация циклов по изменению параметров  $\Delta\sigma$  и  $h$

Блок 2 нахождения нулевого приближения, близкого к искомому решению системы (2.10) при значениях параметров  $\Delta\sigma_0$  и  $h_0$

Блок III - вычисление матрицы Якоби  $C$  и решение системы (2.10) методом Ньютона.

Блок IV - построение границ раздела из эквивалентного семейства.

В программе используется стандартная подпрограмма MATINI для обращения матрицы.

Печать результатов счета организована также как в программе "Контакт I" и описана выше.

## Список литературы

1. Аоки. Введение в методы оптимизации. М., "Наука", 1977.
2. Беллавин О.В. О природе гравитационной аномалии к востоку от Тараташского антиклинория. Изв. АН СССР, сер. геологическая, № 5, 1967.
3. Воскобойников Г.М., Цирульский А.В., Начапкин Н.И., Никонова Ф.И., Федорова Н.В. О комплексе методов для интерпретации потенциальных полей в связи с неоднозначностью обратной задачи потенциала. Сб. Применение математических методов и ЭВМ при обработке информации на геологоразведочных работах. Свердловск, 1977.
4. Голизра Г.Я. Особые точки аналитического продолжения гравитационного поля и их связь с формой возмущающих масс. Дополнительные главы курса гравиразведки и магниторазведки. Глава IV. Новосибирск, 1966.
5. Иванов В.К. Интегральное уравнение обратной задачи логарифмического потенциала. ДАН СССР, т.105, № 3, 1955.
6. Иванов В.К. Распределение особенностей потенциала и пространственный аналог теоремы Поля. Матем. сб., т.40, вып. 3, 1956.
7. Иванов В.К. О разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала в конечном виде. ДАН СССР, т.106, № 5, 1956.
8. Иванов В.К. Обратная задача теории потенциала для тела близкого к данному. Изв. АН СССР, сер. матем., № 20, 1956.
9. Никонова Ф.И. Использование одного нового класса потенциалов для приближенного решения обратной задачи гравиразведки и магниторазведки. Сб. Прикладная геофизика, вып. 93, 1978.

- Ю. Никонова Ф.И., Цирульский А.В. Об одном алгоритме приближенного решения обратной задачи грави-магниторазведки. Сб. "Теория и практика применения аналитических методов интерпретации и математического моделирования геофизических полей". Свердловск, УНЦ АН СССР, 1977.
- II. Никонова Ф.И., Цирульский А.В. Интерпретация аномалий гравитационных аномалий на основе классов потенциалов, для которых обратная задача разрешима в конечном виде. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 2, 1978.
12. Никонова Ф.И., Цирульский А.В. Новый метод интерпретации гравимагнитных и магнитных аномалий. ЭИ ВИЗМС, сер. Регион. и промисл. геофизика, вып. I, 1979.
13. Новиков П.С. О единственности решения обратной задачи теории потенциала. ДАН СССР, XVIII, № 3, 1938.
14. Раппопорт И.М. О плоской обратной задаче теории потенциала. ДАН СССР, т. 28, № 4, 1940.
15. Симонов В.П. К вопросу об единственности определения формы и плотности тела в обратных задачах теории потенциала. ДАН СССР, т.193, 2, 1970.
16. Справочник геофизика, т.V, "Гравиразведка" (под ред. Е.А. Мудрецовою), М., "Недра", 1978.
17. Страхов В.Н. Некоторые примеры эквивалентности и слабой единственности в плоской обратной задаче потенциала. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 5, 1978.
18. Страхов В.Н. К вопросу об единственности решения плоской обратной задачи теории потенциала. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 2, 1972.
19. Страхов В.Н. Об обратной задаче логарифмического потенциала для контактной поверхности. Изв. АН СССР. Физика Земли,

№ 2, 1974.

20. Страхов В.Н. К теории обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 6, 1974.
21. Страхов В.Н. Эквивалентность в плоской задаче гравиметрии при переменной плотности масс. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 5, 1977.
22. Сретенский Л.Н. О единственности определения формы притягивающего тела по значениям его внешнего потенциала. ДАН СССР, т. 99, № 1, 1954.
23. Федорова Н.В., Цирульский А.В. К вопросу о разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности в конечном виде. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 10, 1976.
24. Федорова Н.В., Цирульский А.В. Об обратной задаче для контактной поверхности. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 3, 1978.
25. Федорова Н.В. Приближенный метод решения плоской обратной задачи структурной гравиметрии. Сб. Прикладная геофизика, в печати.
26. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., "Мир", 1975.
27. Цирульский А.В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1963.
28. Цирульский А.В. О некоторых единственности решения обратной задачи теории потенциала. Изв. АН СССР, серия геофизика, № 6, 1969.
29. Цирульский А.В. Обратные задачи логарифмического потенциала. Докторская диссертация. Свердловск, 1975.

30. Цирульский А.В. О решении прямой и обратной задачи гравиразведки. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 7, 1974.
31. Цирульский А.В., Никонова Ф.И. К вопросу о разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала в конечном виде. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 5, 1975.
32. Цирульский А.В., Никонова Ф.И. К вопросу о теоретическом решении обратной задачи логарифмического потенциала. Сб. "Теория и практика применения аналитических методов интерпретации и математического моделирования геофизических полей". Свердловск (УНЦ АН СССР), 1977.
33. Чередниченко В.Г. Обратные задачи логарифмического потенциала. Кандидатская диссертация. Новосибирск, 1973.
34. Шашкин Ю.А. О единственности обратной задачи теории потенциала. ДАН СССР, т.115, № 1, 1958.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

ТЕКСТЫ ПРОГРАММ НА ЯЗЫКЕ ФОРТРАН

# ПРОГРАММА „ПОДБОР $\Delta g$ ”

PROGRAM ПОДБ G

DIMENSION X(150), U(150), ПАР(60)

DIMENSION H(60), Y(150), ПРОИЗ(60), VICI(6), VENI(6), Я(60)

DIMENSION РЕЗ(60)

COMMONN, X, U, UD

INTEGER СЧЕТ

30 FORMAT (10H НЕВЯЗКА = , F12,5)

408 FORMAT (10F5.1)

409 FORMAT (10F7.3)

608 FORMAT (17H КОЛИЧЕСТВО ШАГОВ, I4)

40 FORMAT ('ОПТИМАЛЬНЫЙ НАБОР ПАРАМЕТРОВ')

503 FORMAT (10F7.2)

51 FORMAT (18H ДОБАВИЛИ СТЕРЖЕНЬ)

502 FORMAT (6F6.2)

34 FORMAT (10F12.5)

410 FORMAT (10I4)

11 FORMAT (' НА 'I5' ШАГЕ РЕЗУЛЬТАТ:')

5450 FORMAT ('НОРМА В  $L_2$ ' F12.5, 'ДИСПЕРСИЯ' F20.5)

580 FORMAT ('АБЦИССЫ ТОЧЕК НАБЛЮДЕНИЯ')

581 FORMAT ('ПОДОБРАННАЯ КРИВАЯ')

582 FORMAT ('НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ')

```

446 FORMAT (3F6.2)
113 FORMAT (6F10.5)
5700 FORMAT (10X, 'НОРМА РАЗНОСТИ В С НЕ ПРЕВОСХОДИТ'F12.5'
*ТОЧНОСТЬ' F12.2' ПРОЦЕНТОВ')
607 FORMAT ('ЗА' ИШАГОВ ПОЛУЧЕН РЕЗУЛЬТАТ')
403 FORMAT (5H EPS=, F10.5)
220 IF (IFOVFL(0), EQ, 1)
*GO TO 221
XN=1000
READ 710, 5D 'K, K1, КОЛ1
NMAX=КОЛ1
PRINT 710, 5D, K, K1, КОЛ1
READ 446, 'ФОН, X0, DX
PRINT 446, 'ФОН, X0, DX
READ 708, (V(L), L=1, 5D)
DO 4L=1, 5D
V(L)=V(L)-ФОН
4 X(L)=X0+DX*L
NK=KI*6
READ 502, (ПАР(L), L=1, NK)
PRINT 582

```

```
PRINT 113, ПАР
PRINT 580
PRINT 37, (X(L), L=1, 7D)
PRINT 581
PRINT 37, (U(L), L=1, 7D)
E=0.01
EPS=ABS(E*U(1))
DO 101 L=2, 7D
ES=ABS(E*U(L))
IF(EPS-ES) 100, 101, 101
100 EPS=ES
101 CONTINUE
PRINT 403, EPS
ES=EPS
3 K=K+1
K01=0
PRINT 51
C4ET=0
N=K*6
PRINT 710, K, K1, N, 7D
DO 71 L=1, N
H(L)=ПАР(L)
71 CONTINUE
CONST=0
```

50 R=0

DO77 L=1, JD

Y(L)=V(L)-RAC(X(L), H)

R=R+Y(L)\*\*2

77 CONTINUE

DO79 L=1, N, 6

SUM1=0

SUM2=0

SUM3=0

SUM4=0

SUM5=0

SUM6=0

DO78J=1, JD

ZN1=(X(J)-H(L+2))\*\*2+H(L+3)\*\*2

ZN2=(X(J)-H(L+4))\*\*2+H(L+5)\*\*2

Q1=(ALOG(ZN1)-ALOG(ZN2))/2

Q2=ATAN2(-H(L+3), X(J)-H(L+2))-ATAN2(-H(L+5), X(J)-H(L+4))

SUM1=SUM1-2\*Y(J)\*Q2

SUM2=SUM2-2\*Y(J)\*Q1

Q3=(-H(L)\*H(L+3)-H(L+1)\*(X(J)-H(L+2)))/ZN1

SUM3=SUM3-2\*Y(J)\*Q3

Q4=(-H(L)\*(X(J)-H(L+2))+H(L+1)\*H(L+3))/ZN1

SUM4=SUM4-2\*Y(J)\*Q4

Q5=(H(L)\*H(L+5)+H(L+1)\*(X(J)-H(L+4)))/ZN2

SUM5=SUM5-2\*Y(J)\*Q5

```

Q6=(H(L)*(X(J)-H(L+4))-H(L+1)*H(L+5))/ZN2
78 SUM6=SUM6-2*Y(J)*Q6
ПРОИЗ(L)=SUM1
ПРОИЗ(L+1)=SUM2
ПРОИЗ(L+2)=SUM3
ПРОИЗ(L+3)=SUM4
ПРОИЗ(L+4)=SUM5
ПРОИЗ(L+5)=SUM6
79 CONTINUE
GRAD=0
DO 16 L=1,N
GRAD=GRAD+ПРОИЗ(L)**
16 CONTINUE
ЛЯМБ=R/GRAD
DO 17 L=1,6
DO 18 J=1,N
Я(J)=H(J)-ЛЯМБ/4*ПРОИЗ(J)*L
180 CONTINUE
VICI(L)=HEB(Я)
17 CONTINUE
RAZN=VICI(1)
NOM=1
DO 18 L=2,6
IF(VICI(L)-RAZN)119,18,18
119 RAZN=VICI(L)

```

```

    NOM=L
18 CONTINUE
    XNOR=ABS(Y(1))
    DO 55 J=1,JO
        IF(XNOR-ABS(Y(J))) 56,55,55
56 XNOR=ABS(Y(J))
55 CONTINUE
    IF(XNOR-EPS) 19,19,2
20 CONTINUE
    IF(K-K1) 21,22,22
21 CONTINUE
    IF(CЧЕТ-70) 1,1,24
1 CONTINUE
    IF(КОЛ-NMAX) 604, 604, 606
604 CONTINUE
    IF(XN-XNOR) 602,602,605
605 CONTINUE
    СЧЕТ=0
    DO 601 L=1,N
601 PEЗ(L)=H(L)
    XN=XNOR
    НКОЛ=КОЛ
602 CONTINUE
    КОЛ=КОЛ+1
    СЧЕТ=СЧЕТ+1

```

```

23 DO 25 J=1, N
    H(J)=H(J)-НОМ*ЛЯМБ*ПРОИЗ(J)/4
25 CONTINUE
    DO 550 L=1, N, 6
        IF(H(L+3)) 551, 552, 552
552 H(L+3)=-0.001
551 CONTINUE
        IF(H(L+5)) 550, 550, 553
553 H(L+5)=-0.001
550 CONTINUE
        GOTO 50
22 СЧЕТ=СЧЕТ
    GO TO
19 CONTINUE
    PRINT 608, КОЛ
    ТОЧН=ХНОР/ЕS
    PRINT 5700, ХНОР, ТОЧН
    RO=HEB(H)
    D=RO/(JD-N-1)
    PRINT 5750, RO, D
    PRINT 40
    CALL ПЕЧАТЬ(К, Н)
    GOTO 34
606 PRINT 607, NMAX
24 PRINT 608, КОЛ

```

RO=HEB (PE3)

D=RO/(JD-N-1)

221 ТОЧН=XN/ES

PRINT 5700, XN, ТОЧН

PRINT 5750, RO, D

PRINT 11, НКОН

CALL ПЕЧАТЬ (K, PE3)

GO TO3

34 CONTINUE

STOP

END

SUBROUTINE ПЕЧАТЬ (I, H)

COMMON NO, X, U, JD

COMPLEX A, C, D

DIMENSION W(150), WA(150), X(150), U(150), H(60), HM(20), ПЕЧ(8)

DIMENSION U1(150), U2(150), U5(150), UCT(150)

12 FORMAT(' СТЕРЖЕНЬ-'12, 6F12, 5, 6X, 'CO='2F10.3)

16 FORMAT(30X, ' ОБЩАЯ МАССА' 2F15.3)

22 FORMAT(10X, E15.6)

37 FORMAT(10F12.5)

102 FORMAT(' ПРИБЛИЖЕННОЕ ПОЛЕ')

112 FORMAT(17H ОСТАТОЧНОЕ ПОЛЕ)

41 FORMAT(' ПОЛЕ СТЕРЖНЯ:'12)

СМА=0

CMB=0

DO 32 L=1,I

N=6\*(L-1)

HM(2\*L-1)=H(N+1)\*(H(N+5)-H(N+3))-H(N+2)\*(H(N+6)-H(N+4))

HM(2\*L)=H(N+1)\*(H(N+6)-H(N+4))+H(N+2)\*(H(N+5)-H(N+3))

PEЧ(1)=H(N+1)

PEЧ(2)=H(N+2)

PEЧ(3)=H(N+3)

PEЧ(4)=H(N+4)

PEЧ(5)=H(N+5)

PEЧ(6)=H(N+6)

PEЧ(7)=HM(2\*L-)

PEЧ(8)=HM(2\*L)

PRINT 12, L, PEЧ

PRINT 22, PEЧ

A=CMPLX(PEЧ(1), PEЧ(2))

C=CMPLX(PEЧ(3), PEЧ(4))

Δ=CMPLX(PEЧ(5), PEЧ(6))

PRINT 41, L

DO 130 J=1, JD

UCT(J)=AIMAG(A\*(CLOG(X(J)-C)-CLOG(X(J)-Δ)))

130 CONTINUE

PRINT 37, (UCT(ND), ND=1, JD)

CMA=CMA+HM(2\*L-1)

32 CMB=CMB+HM(2\*L)

```

PRINT 16, CMA, CMB
DO 610 L=1, JD
W(L)=RAC(X(L), H)
610 WA(L)=U(L)-W(L)
PRINT 112
PRINT 37, (WA(ND), ND=1, JD)
PRINT 102
PRINT 37, (W(ND), ND=1, JD)
CALL GRAPH2(JD, X, W, U)
RETURN
END

```

```

FUNCTION RAC(Y, H)
DIMENSION H(60)
COMMON X, U, JD
SUM=0
CONST=0
DO 1 L=1, N, 6
ZN1=(Y-H(L+2))**2+H(L+3)**2
ZN2=(Y-H(L+4))**2+H(L+5)**2
BET=(ALOG(ZN1)-ALOG(ZN2))/2
DEL=ATAN2(-H(L+3), Y-H(L+2))-ATAN2(-H(L+5), Y-H(L+4))
SUM=SUM+BET*H(L+1)+DEL*H(L)
1 CONTINUE
RAC=SUM+CONST

```

```
RETURN  
END
```

```
FUNCTION HEB(HO)  
COMMONN,X,U,JD  
DIMENSION HO(60),Y(150),X(150),J(150)  
HEB=0  
DO 201 J=1, JD  
Y(J)=U(J)-RAC(X(J),HO)  
HEB=HEB+Y(J)**2
```

```
201 CONTINUE  
RETURN  
END
```

# ПРОГРАММА „ПОДБОР $\Delta Z$ ”

PROGRAM ПОЛЕ

COMPLEXC(150), A1, A, B(2), C1, ZET(100), OM, AZ, ALPHA, T, QR,

\*SUL, SIGM

REALКАППА

DIMENSION КАППА.(5), S(5), РЕЗ(60), WA(150), W(150)

DIMENSION X(150), U(150), ПАР(60)

DIMENSION H(60), Y(150), ПРОИЗ(60), VICI(6), VENI(6), Я(60)

COMMONN, X, U, JD

INTEGER СЧЕТ

57 FORMAT(2X, 26H НОРМА РАЗНОСТИ В С И В L2, 2F12.5)

58 FORMAT(11H ДИСПЕРСИЯ=, F12.5)

708 FORMAT(10F6.1)

709 FORMAT(10F4.1)

103 FORMAT(7H КАППА=, F6.3, 7H СИГМА=, F6.3)

222 FORMAT(16H СТЕРЖЕНЬ НОМЕР' I2)

223 FORMAT(20H ПОЛЕ СТЕРЖНЯ НОМЕР, I2)

224 FORMAT(20H НАПРАВЛЕНИЕ ПАДЕНИЯ, F12.5)

110 FORMAT(29H НАПРАВЛЕНИЕ НАМАГНИЧЕННОСТИ, F12.5)

2 FORMAT(2X, 4H CO=, 2F14.5, F14.3)

608 FORMAT(17H КОЛИЧЕСТВО ШАГОВ, I4)

500 FORMAT(5F5.0)

144 FORMAT(6F4.0)

501 FORMAT(10F6.2)

503 FORMAT(10F7.2)

```

40 FORMAT(29H ОПТИМАЛЬНЫЙ НАБОР ПАРАМЕТРОВ,
*6(F15.5))
51 FORMAT(15H ДОБАВИЛИ ПОЛЮС)
502 FORMAT(6F6.2)
37 FORMAT(10F12.5)
112 FORMAT(19H ПОДОБРАННАЯ КРИВАЯ)
607 FORMAT(4H ЗА, I4, 20H ШАГОВ ПОЛУЧЕН НАБОР)
113 FORMAT('ПОСТОЯННЫЙ ФОН' F12.5)
114 FORMAT(10F4.0)
    READ 501, EPS
    PRINT 501, EPS
710 FORMAT(10I4)
    READ 710, JD, K, K1
    READ 710, КОЛ1, МА, МН, НК, NS, N1
    PRINT 710, JD, K, K1, КОЛ1, МА, МН, НК, NS, N1
    READ 708, (U(L), L=1, JD)
    READ 501, X0, (КАППА(L), L=1, НК)
    PRINT 37, КАППА, S
    КОЛ=0
220 IF(IFOVEL(0), EQ, 1)
    - GO TO 606
    DO 4 L=1, JD
    X(L)=X0+L
    U(L)=U(L)/N1
4 CONTINUE

```

```

580 FORMAT('АБСЦИССЫ ТОЧЕК НАБЛЮДЕНИЯ')
581 FORMAT('НАБЛЮДЕННАЯ КРИВАЯ')
  PRINT 580
  PRINT 37, (X(L1), L1=1, J6)
  PRINT 581
  PRINT 37, (U(L1), L1=1, J6)
  READ 502, C01, C02
  PRINT 2, C01, C02
  J6 = K1*6
  READ 502, (ПАР(L), L=1, J6)
582 FORMAT('НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ')
  PRINT 582
  PRINT 583, (ПАР(L1), L1=1, J6)
3  K=K+1
  N=K*6
  СЧЕТ=0
  XN=1000
  DO 71 L=1, N
  H(L)=ПАР(L)
71 CONTINUE
  CONST=0
50 R=0
  DO 77 L=1, J6
  Y(L)=U(L)-РАС(X(L), H, CONST)
  R=R+Y(L)**2

```

```

47 CONTINUE
  XNDR = ABS(Y(1))
  DO 55 J=1,JD
    IF(XNDR-ABS(Y(J))) 56,55,55
56 XNDR=ABS(Y(J))
55 CONTINUE
  IF(XNDR-EPS)24,24,20
20 CONTINUE
  DEC=0
  DO76L=1,JD
46 DEC=DEC-2*Y(L)
  DO79L=1,N,6
  SUM1=0
  SUM2=0
  SUM3=0
  SUM4=0
  SUM5=0
  SUM6=0
  DO78J=1,JD
  ZN1=(X(J)-H(L+2))**2+H(L+3)**2
  ZN2=(X(J)-H(L+4))**2+H(L+5)**2
  Q1=H(L+3)/ZN1-H(L+5)/ZN2
  SUM1=SUM1-2*Y(J)*Q1
  Q2=(X(J)-H(L+2))/ZN1-(X(J)-H(L+4))/ZN2
  SUM2=SUM2-2*Y(J)*Q2

```

```

BET1=H(L)*H(L+3)+H(L+1)*(X(J)-H(L+2))
BET2=H(L)*H(L+5)+H(L+1)*(X(J)-H(L+4))
Q3=2*BET1*(X(J)-H(L+2))/ZN1**2-H(L+1)/ZN1
SUM3=SUM3-2*Y(J)*Q3
Q4=H(L)/ZN1-2*BET1*H(L+3)/ZN1**2
SUM4=SUM4-2*Y(J)*Q4
Q5=H(L+1)/ZN2-2*BET2*(X(J)-H(L+4))/ZN2**2
SUM5=SUM5-2*Y(J)*Q5
Q6=2*BET2*H(L+5)/ZN2**2-H(L)/ZN2
78 SUM6=SUM6-2*Y(J)*Q6
ПРОИЗ(L)=SUM1
ПРОИЗ(L+1)=SUM2
ПРОИЗ(L+2)=SUM3
ПРОИЗ(L+3)=SUM4
ПРОИЗ(L+4)=SUM5
ПРОИЗ(L+5)=SUM6
79 CONTINUE
GRAD=0
DO 16 L=1,N
GRAD=GRAD+ПРОИЗ(L)**2
16 CONTINUE
GRAD=GRAD+DEC**2
ЛЯМБ=R/GRAD
DO 17 L=1,6
DO 180 J=1,N

```

```

Я(У)=Н(У)-ЛЯМБ/4*ПРОИЗ(У)*L
180 CONTINUE
CON=CONST-ЛЯМБ/4*L*DEC
VICI(L)=HEB(Я,CON)
17 CONTINUE
RAZN=VICI(1)
NOM=1
DO 18 L=2,6
IF(VICI(L)-RAZN)119,18,18
119 RAZN=VICI(L)
NOM=L
18 CONTINUE
IF(K-K1)21,22,22
21 CONTINUE
IF(СЧЕТ-70) 1,1,24
1 CONTINUE
IF(КОЛ-КОЛ1)604,604,606
604 CONTINUE
IF(XN-XNOR) 602,602,605
605 CONTINUE
СЧЕТ=0
DO 601 L=1,N
601 PE3(L)=H(L)
XN=XNOR
CO=CONST

```

```

      НКЛ=КОЛ
602 CONTINUE
      КОЛ=КОЛ+1
      СЧЕТ=СЧЕТ+1
23 DO 25 J=1,N
      H(J)=H(J)-НОМ*ЛЯМБ*ПРОИЗ(J)/4
25 CONTINUE
      DO550L=1,N,6
      IF(H(L+3))551,552,552
552 H(L+3)=-1
551 IF(H(L+5))550,553,553
553 H(L+5)=-1
550 CONTINUE
      CONST=CONST-НОМ*ЛЯМБ*ДЕС/4
      IF(CO1-CONST)44,44,45
45 CONST=C01
44 IF(CONST-C02)46,46,47
47 CONST=C02
46 CONTINUE
      GOTO50
24 PRINT608,КОЛ
575 FORMAT('НА'15'ШАГЕ ПОЛУЧЕН РЕЗУЛЬТАТ')
      PRINT575,НКЛ
      PRINT583,(РЕЗ(IP),IP=1,N)
583 FORMAT(6F12.3)

```

```

RO=HEB(PE3,CO)
D=RO/(JD-N-1)
PRINT 57,XN,RO
PRINT 58,D
PRINT 113,CO
DO609L=1,JD
609 W(L)=RAC(X(L),PE3,CO)
PRINT 37,(W(IP),IP=1,JD)
CALLGRAPH2(JD,X,W,U)
DO607=1,N,6
L3=(7-1)/6+1
PRINT 222,L3
A1=CMPLX(PE3(7),PE3(7+1))/3.14
B(1)=CMPLX(PE3(7+2),PE3(7+3))
B(2)=CMPLX(PE3(7+4),PE3(7+5))
C1=A1*(B(2)-B(1))
R=CABS(C1)
PRINT 37,A1,B
PRINT 2,C1,R
PHI=ATAN2(AIMAG(C1),REAL(C1))
PSI=180-PHI/3.1416*180
PRINT 110,PSI
PRINT 223,L3
DO61L4=1,JD
61 WA(L4)=AIMAG(3.14*A1*(1/(X(L4)-B(1))-1/(X(L4)-B(2))))

```

```

PRINT5, (WA(IP), IP=1, JD)
60 CONTINUE
GO TO 3
22 C4ET=C4ET
GO TO 1
606 PRINT608, KOЛ
PRINT575, NKOL
PRINT583, (PE3(IP), IP=1, N)
RO=HEB(PE3, CO)
D=RO/(JD-N-1)
PRINT57, XN, RO
PRINT58, D
PRINT 113, CO
DO610L=1, JD
610 W(L)=RAC(X(L), PE3, CO)
PRINT 112
PRINT37, (W(IP), IP=1, JD)
CALLGRAPH2(JD, X, W, U)
34 CONTINUE
DO226L=1, NK
226 S(L)=2* KAPPA(L)* MH
PRINT37, KAPPA, S
DO67=1, N, 6
L3=(7-1)/6+1
PRINT222, L3

```

$G1 = \text{ATAN}((\text{PE3}(J+5) - \text{PE3}(J+3)) / (\text{PE3}(J+4) - \text{PE3}(J+2)))$

$G1 = G1 / 3.1415926 * 180$

PRINT 224, G1

$A1 = \text{CMPLX}(\text{PE3}(J), \text{PE3}(J+1)) / 3.1415926$

$B(1) = \text{CMPLX}(\text{PE3}(J+2), \text{PE3}(J+3))$

$B(2) = \text{CMPLX}(\text{PE3}(J+4), \text{PE3}(J+5))$

$C1 = A1 * (B(2) - B(1))$

$R = \text{CABS}(C1)$

PRINT 2, C1, R

$\Phi = \text{ATAN2}(\text{AIMAG}(C1), \text{REAL}(C1))$

$\Psi = 180 - \Phi / 3.1415926 * 180$

1112 FORMAT(' \* \* \* \* \* \* \*')

PRINT 1112

PRINT 110,  $\Phi$

PRINT 110,  $\Psi$

PRINT 37, A1, B

PRINT 223, L3

DO 7 L4 = 1, JD

$C(L4) = A1 * (1 / (X(L4) - B(1)) - 1 / (X(L4) - B(2)))$

7 W(L4) = 3.1415926 \* AIMAG(C(L4))

PRINT 5, (W(IP), IP = 1, JD)

IF (NS - 1) 6, 27, 6

27 CONTINUE

$A1 = A1 * \text{CEXP}(\text{CMPLX}(0, 1) * (-\Phi))$

DO 8 J1 = 1, NK

```

W1=S(J1)
PRINT 103, КАППА (J1), W1
225 FORMAT (16H ПЛОЩАДЬ СЕЧЕНИЯ, F12.3)
SS=R/W1*MA**2
PRINT 225, SS
ALPHA=CONJG(A1)/W1
QM=(B(2)-B(1))/2
U=REAL(QM/ALPHA)
AQ=SQRT((EXP(U)-1)/(EXP(U)+1))
DO64L=1, 100
T=CEXP(CMPLX(0,1)*3.1415926/50*L)
ZET(L)=ALPHA*(CLOG(1+AQ*T)-CLOG(1-AQ*T))
64 CONTINUE
5 FORMAT (10F12.2)
PRINT 5, ZET
3 CONTINUE
6 CONTINUE
STOP
END

```

```

FUNCTION RAC(Y, H, CONST)
DIMENSION H(60)
COMMON X, U, JD

```

SUM=0

DO 1L=1,N,6

ZN1=(Y-H(L+2))\*\*2+H(L+3)\*\*2

ZN2=(Y-H(L+4))\*\*2+H(L+5)\*\*2

BET=H(L)\*H(L+3)+H(L+1)\*(Y-H(L+2))

DEL=H(L)\*H(L+5)+H(L+1)\*(Y-H(L+4))

SUM=SUM+BET/ZN1-DEL/ZN2

1 CONTINUE

RAC=SUM+CONST

RETURN

END

FUNCTION HEB(H,C)

COMMON,X,U,JD

DIMENSION H(60),Y(150),X(150),U(150)

HEB=0

DO 201 J=1, JD

Y(J)=U(J)-RAC(X(J),H,C)

HEB=HEB+Y(J)\*\*2

201 CONTINUE

RETURN

END

# ПРОГРАММА „ОБЛАСТЬ 1”

```

PROGRAM ОБЛАСТЬ
COMPLEXC(100)
COMPLEXA1
REALКАППА
COMPLEXA,B(2),C1,ZET(100),DM,AZ,ALPHA,T
DIMENSION КАППА(5),S(5),PE3(60),WA(150),W(150)
DIMENSION X(150),U(150),ПАР(60)
DIMENSION H(60),У(150),ПРОИЗ(60),VICI(6),VENI(6),Я(60)
COMPLEXQR,SUL
COMPLEXSIGM
COMMONN,X,U,JD
INTEGER СЧЕТ
708 FORMAT(10F7.3)
709 FORMAT(10F4.1)
103 FORMAT('КАППА='F12.6,'СИГМА='F12.6)
38 FORMAT(10F7.4)
39 FORMAT(4I4)
223 FORMAT(20H ПОЛЕ СТЕРЖНЯ НОМЕР'I2)
224 FORMAT(20H НАПРАВЛЕНИЕ ПАДЕНИЯ,F12.5)
110 FORMAT(29H НАПРАВЛЕНИЕ НАМАГНИЧЕННОСТИ,F12.5)
2 FORMAT(2X,4H CO=,2F14.5,F14.3)
500 FORMAT(5F5.0)
144 FORMAT(6F4.0)
501 FORMAT(10F6.2)

```

```

40 FORMAT(29H ОПТИМАЛЬНЫЙ НАБОР ПАРАМЕТРОВ,
*6(F15.5))
503 FORMAT(10F7.2)
502 FORMAT(6F6.2)
37 FORMAT(F10.2)
113 FORMAT(6F10.5)
114 FORMAT(10F4.0)
220 IF(IFOVEL(0).EQ.1)
-GOTO6
N=6
READ39, K1, NK
READ37, MH
N=K1*6
READ38, (КАППА(I), I=1, NK)
D015L=1,5
15 S(L)=2*КАППА(L)*MH
695 FORMAT(6F8.3)
READ695, (PE3(I), I=1, N)
PRINT113, PE3
D06J=1, N, 6
L3=(J-1)/6+1
G1=ATAN((PE3(J+5)-PE3(J+3))/(PE3(J+4)-PE3(J+2)))
G1=G1/3.1415926*180
PRINT224, G1
A1=CMPLX(PE3(J), PE3(J+1))/3.1415926

```

```

B(1)=CMPLX(PE3(J+2), PE3(J+3))
B(2)=CMPLX(PE3(J+4), PE3(J+5))
C1=A1*(B(2)-B(1))
R=CABS(C1)
PRINT 37, A1, B
PRINT 2, C1, R
PHI=ATAN2(AIMAG(C1), REAL(C1))
ПСИ=180-PHI/3.1415926*180
PRINT 110, PHI
PRINT 110, ПСИ
DO 7 L4=1, J D
C(L4)=A1*(1/(X(L4)-B(1))-1/(X(L4)-B(2)))
7 W(L4)=3.1415926*AIMAG(C(L4))
A1=A1*CEXP(CMPLX(0,1)*(-PHI))
DO 6 J1=1, NK
W1=S(J1)
PRINT 103, КАППА(J1), W1
ALPHA=CONJG(A1)/W1
OM=(B(2)-B(1))/2
U=REAL(OM/ALPHA)
AQ=SQRT((EXP(U)-1)/(EXP(U)+1))
DO 6 L=1, 100
T=CEXP(CMPLX(0,1)*3.1415926/50*L)
ZET(L)=ALPHA*(CLOG(1+AQ*T)-CLOG(1-AQ*T))
64 CONTINUE

```

5 FORMAT(10F12.4)

PRINT5,ZET

6 CONTINUE

STOP

END

# ПРОГРАММА „ОБЛАСТЬ 2“

PROGRAM СИСТЕМ

DIMENSION ЮР(4)

DIMENSION ПР(7), Н(7), СМ(7,7)

DIMENSION X(4), Y(4)

DIMENSION GR(4), QR(4)

COMPLEX XA(100), ST(4)

DIMENSION U(100), U1(100), U2(100)

DIMENSION INDEX(7,2)

DIMENSION УРА(8)

COMPLEX IM

COMMON НЕВ, УРА, Q1, Q2, Q3, Q4, AR(8), S

COMPLEX AQ(4), CO, C1, CT, A1, A2, T' CS(4), ZET, Z(100)

REAL КАППА(100)

DIMENSION ПП(50)

COMPLEX C(4), CE(4)

1 FORMAT(6F8.3)

75 FORMAT(10I5)

140 FORMAT(10F9.6)

110 FORMAT(29H НАПРАВЛЕНИЕ НАМАГНИЧЕННОСТИ, F12.3)

100 FORMAT(8F6.2)

103 FORMAT('КАППА = ' F9.6, 5X, ' ПЛОТНОСТЬ = ' F9.6)

QR(1)=0

11 FORMAT(26H КООРДИНАТЫ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, 2F12.3,  
\* 4F12.5)

```

IM=CMPLX (0,1)
PI=3.1415926
READ1, Q1, Q2, AR (1), AR (2), AR (3), AR (4), Q3, Q4, AR (5), AR (6),
* AR (7), AR (8)
141 FORMAT (' НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ')
PRINT 141
PRINT1, Q1, Q2, (AR (L), L=1, 4)
PRINT1, Q3, Q4, (AR (L), L=5, 8)
1000 IF (IFOVEL (0). EQ. 1)
-GOTO15
DO 2L=1, 4
2 AQ (L)=CMPLX (AR (2*L-1), AR (2*L))
A1=CMPLX (Q1, Q2)
A2=CMPLX (Q3, Q4)
CO=A1*(AQ (2)-AQ (1))+A2*(AQ (4)-AQ (3))
C1=A1/2*(AQ (2)**2-AQ (1)**2)+A2/2*(AQ (4)**2-AQ (3)**
*2)
CT=C1/CO
PRINT11, CT, CO, C1
PHI=ATAN2 (AIMAG (CO), REAL (CO))
ПСИ=360-PHI/3.14*180
PRINT110, PHI
PRINT110, ПСИ
SM=CABS (CO)
CMM=SQRT (SM)

```

```

PRINT9, SM
DO 4L=1,4
AR(2*L-1)=REAL(AQ(L)-CT)
4 AR(2*L)=AIMAG(AQ(L)-CT)
A1=A1*(CEXP(IM)*(-ФИ)))
A2=A2*(CEXP(IM)*(-ФИ)))
PRINT9, A1, A2
READ140, КАППА(1), ШК
PRINT140, КАППА(1), ШК
READ75, МН, НК
PRINT75, МН, НК
DO97L=1, НК
КАППА(L)=КАППА(1)+(L-1)*ШК
97 ПЛ(L)=2*МН*КАППА(L)
PRINT140, (КАППА(L), L=1, НК), (ПЛ(L), L=1, НК)
S=ПЛ(1)
Q1=REAL(A1)
Q2=AIMAG(A1)
Q3=REAL(A2)
Q4=AIMAG(A2)
142 FORMAT(' КООРДИНАТЫ ОТРЕЗКОВ В НОВОЙ
* СИСТЕМЕ')
PRINT142
PRINT 1, AR

```

```

D099L=1,4
99 X(L)=SQRT(AR(2*L)**2+AR(2*L-1)**2)
D098L=1,4
98 Y(L)=X(L)*SQRT(S)/CMM
PRINT9,X,Y
D0120L=1,4
IF(ABS(Y(L))-1)120,121,121
121 Y(L)=0.9999
120 CONTINUE
R1=Y(1)
R2=Y(2)
R3=Y(3)
R4=Y(4)
PHI=ATAN2(AR(2),AR(1))
PH1=0
PH2=ATAN2(AR(4),AR(3))-PHI
PH3=ATAN2(AR(6),AR(5))-PHI
PH4=ATAN2(AR(8),AR(7))-PHI
PRINT100,R1,R2,R3,R4,PH1,PH2,PH3,PH4
CALLYP(R1,R2,R3,R4,PH1,PH2,PH3,PH4)
R=HEB
PRINT30,HEB
PRINT100,YPA
9 FORMAT(10F12.6)
H(1)=R1

```

```

H(2)=R2
H(3)=R3
H(4)=R4
H(5)=Φ2
H(6)=Φ3
H(7)=Φ4
C(1)=R1
C(2)=R2*(COS(Φ2)+IM*SIN(Φ2))
C(3)=R3*(COS(Φ3)+IM*SIN(Φ3))
C(4)=R4*(COS(Φ4)+IM*SIN(Φ4))
DO5K1=1, NK
S=ΠΠ(K1)
SS1=КАППА(K1)
EPS=0.02
33 R=0
CALLYP(R1, R2, R3, R4, Φ1, Φ2, Φ3, Φ4)
R=HEB
30 FORMAT(9H HEВЯЗКА=, 1F9.3)
DO17L=1,8
IF(AR(L))117, 170, 117
170 IOR(L)=ABS(YPA(L))
GOTO17
117 IOR(L)=ABS(YPA(L)/AR(L))
17 CONTINUE
XNOR=IOR(1)

```

D011L=2,8

IF(XNOR-10R(L))12,11,11

12 XNOR=10R(L)

11 CONTINUE.

IF(XNOR-EPS)15,15,16

16 CONTINUE

C(1)=R1

C(2)=R2\*(COS(Φ2)+IM\*SIN(Φ2))

C(3)=R3\*(COS(Φ3)+IM\*SIN(Φ3))

C(4)=R4\*(COS(Φ4)+IM\*SIN(Φ4))

Z12=1-2\*R1\*R2\*COS(Φ1-Φ2)+R1\*\*2\*R2\*\*2

Z13=1-2\*R1\*R3\*COS(Φ1-Φ3)+R1\*\*2\*R3\*\*2

Z14=1-2\*R1\*R4\*COS(Φ1-Φ4)+R1\*\*2\*R4\*\*2

Z23=1-2\*R2\*R3\*COS(Φ2-Φ3)+R2\*\*2\*R3\*\*2

Z24=1-2\*R2\*R4\*COS(Φ2-Φ4)+R2\*\*2\*R4\*\*2

Z34=1-2\*R3\*R4\*COS(Φ3-Φ4)+R3\*\*2\*R4\*\*2

W1=R1\*\*2

W2=R2\*\*2

W3=R3\*\*2

W4=R4\*\*2

Π11=Q1/S\*(2\*R1/(W1-1)-R2\*(R1\*R2-COS(Φ1-Φ2))/Z12)+  
\*Q2/S\*R2\*SIN(Φ1-Φ2)/Z12-Q3/S\*(R3\*(R1\*R3-COS(Φ1-  
\*Φ3))/Z13-R4\*(R1\*R4-COS(Φ1-Φ4))/Z14)-Q4/S\*(R3\*SIN  
\*(Φ1-Φ3)/Z13-R4\*SIN(Φ1-Φ4)/Z14)

Π12=R1\*(Q1\*COS(Φ1-Φ2)-Q1\*R1\*R2-Q2\*SIN(Φ1-Φ2))/S/Z12

$$\pi_{13} = R_1 * (Q_3 * R_1 * R_3 - Q_3 * \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - Q_4 * \sin(\varphi_1 - \varphi_3)) / S / Z_{13}$$

$$\pi_{14} = R_1 * (Q_3 * \cos(\varphi_1 - \varphi_4) - Q_3 * R_1 * R_4 - Q_4 * \sin(\varphi_1 - \varphi_4)) / S / Z_{14}$$

$$\pi_{21} = +Q_1 / S * R_2 * \sin(\varphi_1 - \varphi_2) / Z_{12} - Q_2 / S * (2 * R_1 / (\omega_1 - 1) - R_2 * (R_1 * R_2 - \cos(\varphi_1 - \varphi_2))) / Z_{12} - Q_3 / S * (R_3 * \sin(\varphi_1 - \varphi_3) / Z_{13} - R_4 * \sin(\varphi_1 - \varphi_4) / Z_{14}) - Q_4 / S * (R_3 * (R_1 * R_3 - \cos(\varphi_1 - \varphi_3)) / Z_{13} - R_4 * (R_1 * R_4 - \cos(\varphi_1 - \varphi_4)) / Z_{14})$$

$$\pi_{22} = R_1 / S / Z_{12} * (Q_2 * R_1 * R_2 - Q_1 * \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - Q_2 * \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$$

$$\pi_{23} = R_1 / S / Z_{13} * (Q_3 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1) + Q_4 * \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - Q_4 * R_1 * R_3)$$

$$\pi_{24} = R_1 / S / Z_{14} * (Q_4 * R_1 * R_4 - Q_4 * \cos(\varphi_1 - \varphi_4) + Q_3 * \sin(\varphi_1 - \varphi_4))$$

$$\pi_{31} = R_2 / S / Z_{12} * (Q_1 * R_1 * R_2 - Q_1 * \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - Q_2 * \sin(\varphi_2 - \varphi_1))$$

$$\pi_{33} = R_2 / S / Z_{23} * (Q_3 * R_2 * R_3 - Q_3 * \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - Q_4 * \sin(\varphi_2 - \varphi_3))$$

$$\pi_{34} = R_2 / S / Z_{24} * (Q_3 * \cos(\varphi_2 - \varphi_4) - Q_3 * R_2 * R_4 - Q_4 * \sin(\varphi_2 - \varphi_4))$$

$$\pi_{32} = Q_1 / S * (R_1 * (R_1 * R_2 - \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) / Z_{12} - 2 * R_2 / (1 - \omega_2)) - Q_2 / S * R_1 * \sin(\varphi_2 - \varphi_1) / Z_{12} + Q_3 / S * (R_3 * (R_2 * R_3 - \cos(\varphi_2 - \varphi_3)) / Z_{23} - R_4 * (R_2 * R_4 - \cos(\varphi_2 - \varphi_4)) / Z_{24}) - Q_4 / S * (R_3 * \sin(\varphi_2 - \varphi_3) / Z_{23} - R_4 * \sin(\varphi_2 - \varphi_4) / Z_{24})$$

$$\pi_{41} = R_2 / S / Z_{12} * (Q_1 * \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + Q_2 * \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - Q_2 * R_1 * R_2)$$

$$\pi_{43} = R_2 / S / Z_{23} * (Q_3 * \sin(\varphi_3 - \varphi_2) + Q_4 * \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - Q_4 * R_2 * R_3)$$

$$\pi_{44} = R_2 / S / Z_{24} * (Q_4 * R_2 * R_4 - Q_3 * \sin(\varphi_2 - \varphi_4) - Q_4 * \cos(\varphi_2 - \varphi_4))$$

$$\pi_{42} = Q_1 / S * R_1 * \sin(\varphi_1 - \varphi_2) / Z_{12} - Q_2 / S * (R_1 * (R_1 * R_2 - \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) / Z_{12} + R_2 * 2 / (1 - R_2 * \omega_2)) - Q_3 / S * (R_3 * \sin(\varphi_2 - \varphi_3) / Z_{23} - R_4 * \sin(\varphi_2 - \varphi_4) / Z_{24}) - Q_4 / S * (R_3 * (R_2 * R_3 - \cos(\varphi_2 - \varphi_3)) / Z_{23} - R_4 * (R_2 * R_4 - \cos(\varphi_2 - \varphi_4)) / Z_{24})$$

$$\pi_{51} = R_3 / S / Z_{13} * (Q_1 * R_1 * R_3 - Q_1 * \cos(\varphi_3 - \varphi_1) - Q_2 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1))$$

$$P52 = R3/S/Z23 * (Q1 * \cos(\varphi3 - \varphi2) - Q1 * R2 * R3 - Q2 * \sin(\varphi3 - \varphi2))$$

$$P54 = R3/S/Z34 * (Q3 * \cos(\varphi3 - \varphi4) - Q3 * R3 * R4 - Q4 * \sin(\varphi3 - \varphi4))$$

$$P53 = Q1/S * (R1 * R3 - \cos(\varphi3 - \varphi1)) / Z13 - R2 * (R2 * R3 - \cos(\varphi3 - \varphi2)) / Z23 - Q2/S * (R1 * \sin(\varphi3 - \varphi1)) / Z13 - R2 * \sin(\varphi3 - \varphi2) / Z23 + Q3 * S * (2 * R3 / (\lambda3 - 1) - R4 * (R3 * R4 - \cos(\varphi3 - \varphi4)) / Z34) - Q4 / S * R4 * \sin(\varphi4 - \varphi3) / Z34$$

$$P61 = R3/S/Z13 * (Q1 * \sin(\varphi1 - \varphi3) + Q2 * \cos(\varphi3 - \varphi1) - Q2 * R1 * R3)$$

$$P62 = R3/S/Z23 * (Q2 * R2 * R3 + Q1 * \sin(\varphi3 - \varphi2) - Q2 * \cos(\varphi3 - \varphi2))$$

$$P64 = R3/S/Z34 * (Q4 * R3 * R4 - Q4 * \cos(\varphi3 - \varphi4) - Q3 * \sin(\varphi3 - \varphi4))$$

$$P63 = Q1/S * (R1 * \sin(\varphi1 - \varphi3)) / Z13 + R2 * \sin(\varphi3 - \varphi2) / Z23 - Q2/S * (R1 * (R1 * R3 - \cos(\varphi3 - \varphi1)) / Z13 - R2 * (R2 * R3 - \cos(\varphi3 - \varphi2)) / Z23) - Q3/S * R4 * \sin(\varphi4 - \varphi3) / Z34 - Q4/S * (2 * R3 / (\lambda3 - 1) - R4 * (R3 * R4 - \cos(\varphi3 - \varphi4)) / Z34)$$

$$P71 = R4/S/Z14 * (Q1 * R1 * R4 - Q1 * \cos(\varphi4 - \varphi1) - Q2 * \sin(\varphi4 - \varphi1))$$

$$P72 = R4/S/Z24 * (Q1 * \cos(\varphi4 - \varphi2) - Q1 * R2 * R4 + Q2 * \sin(\varphi4 - \varphi2))$$

$$P73 = R4/S/Z34 * (Q3 * R3 * R4 - Q3 * \cos(\varphi4 - \varphi3) - Q4 * \sin(\varphi4 - \varphi3))$$

$$P74 = Q1/S * (R1 * (R1 * R4 - \cos(\varphi4 - \varphi1)) / Z14 - R2 * (R2 * R4 - \cos(\varphi4 - \varphi2)) / Z24) - Q2/S * (R1 * \sin(\varphi4 - \varphi1)) / Z14 - R2 * \sin(\varphi4 - \varphi2) / Z24 + Q3/S * (R3 * (R3 * R4 - \cos(\varphi4 - \varphi3)) / Z34 - R4 * 2 / (1 - \lambda4)) - Q4 / S * R3 * \sin(\varphi4 - \varphi3) / Z34$$

$$Y12 = R1 * R2 * (Q1 * \sin(\varphi1 - \varphi2) + Q2 * R1 * R2 - Q2 * \cos(\varphi1 - \varphi2)) / S / Z12$$

$$Y13 = R1 * R3 * (Q4 * R1 * R3 - Q3 * \sin(\varphi1 - \varphi3) - Q4 * \cos(\varphi1 - \varphi3)) / S / Z13$$

$$Y14 = R1 * R4 * (Q3 * \sin(\varphi1 - \varphi4) + Q4 * R1 * R4 - Q4 * \cos(\varphi1 - \varphi4)) / S / Z14$$

$$Y_{22} = R_1 * R_2 * (Q_1 * \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - Q_1 * R_1 * R_2 + Q_2 * \sin(\varphi_1 - \varphi_2)) / S / * Z_{12}$$

$$Y_{23} = R_1 * R_3 * (Q_3 * R_1 * R_3 - Q_3 * \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - Q_4 * \sin(\varphi_1 - \varphi_3)) / S / Z_{13}$$

$$Y_{24} = R_1 * R_4 * (Q_3 * \cos(\varphi_1 - \varphi_4) - Q_3 * R_1 * R_4 + Q_4 * \sin(\varphi_1 - \varphi_4)) / S / Z_{14}$$

$$Y_{32} = R_1 * R_2 / S / Z_{12} * (Q_1 * \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - Q_2 * \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + Q_2 * R_1 * R_2) + * R_2) + R_2 * R_3 / S / Z_{23} * (Q_3 * \sin(\varphi_2 - \varphi_3) - Q_4 * \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + Q_4 * R_2 * R_3) * + R_2 * R_4 / S / Z_{24} * (Q_4 * R_2 * (-1) * R_4 + Q_4 * \cos(\varphi_2 - \varphi_4) - Q_3 * \sin(\varphi_2 - * \varphi_4))$$

$$Y_{33} = R_2 * R_3 / S / Z_{23} * (Q_4 * R_2 * R_3 - Q_4 * \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + Q_3 * \sin(\varphi_2 - \varphi_3))$$

$$Y_{34} = R_2 * R_4 / S / Z_{24} * (Q_3 * \sin(\varphi_2 - \varphi_4) + Q_4 * R_2 * R_4 - Q_4 * \cos(\varphi_2 - \varphi_4))$$

$$Y_{42} = R_1 * R_2 / S / Z_{12} * (Q_1 * R_1 * R_2 - Q_1 * \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - Q_2 * \sin(\varphi_2 - \varphi_1)) * + R_2 * R_3 / S / Z_{23} * (Q_3 * R_2 * R_3 - Q_3 * \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - Q_4 * \sin(\varphi_2 - \varphi_3)) * + R_2 * R_4 / S / Z_{24} * (-Q_3 * R_2 * R_4 + Q_3 * \cos(\varphi_2 - \varphi_4) + Q_4 * \sin(\varphi_2 - * \varphi_4))$$

$$Y_{43} = R_2 * R_3 / S / Z_{23} * (Q_3 * R_2 * R_3 - Q_3 * \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - Q_4 * \sin(\varphi_2 - * \varphi_3))$$

$$Y_{44} = R_2 * R_4 / S / Z_{24} * (Q_3 * \cos(\varphi_2 - \varphi_4) - Q_3 * R_2 * R_4 + Q_4 * \sin(\varphi_2 - \varphi_4))$$

$$Y_{52} = R_2 * R_3 / S / Z_{23} * (Q_1 * \sin(\varphi_3 - \varphi_2) + Q_2 * R_2 * R_3 - Q_2 * \cos(\varphi_3 - \varphi_2))$$

$$Y_{53} = R_1 * R_3 / S / Z_{13} * (Q_1 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1) - Q_2 * \cos(\varphi_3 - \varphi_1) + Q_2 * R_1 * * R_3) + R_2 * R_3 / Z_{23} / S * (Q_2 * \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - Q_2 * R_2 * R_3 - Q_1 * \sin(\varphi_3 * - \varphi_2)) + R_3 * R_4 * (-Q_4 * R_3 * R_4 + Q_4 * \cos(\varphi_3 - \varphi_4) - Q_3 * \sin(\varphi_3 - * \varphi_4)) / S / Z_{34}$$

$$Y_{54} = R_3 * R_4 / S / Z_{34} * (Q_3 * \sin(\varphi_3 - \varphi_4) + Q_4 * R_3 * R_4 - Q_4 * \cos(\varphi_3 * - \varphi_4))$$

$$Y_{62} = R_2 * R_3 / S / Z_{23} * (Q_1 * \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - Q_1 * R_2 * R_3 + Q_2 * \sin(\varphi_3 -$$

\* $\varphi_2$ )

$$y_{63} = R_1 * R_3 / S / Z_{13} * (Q_1 * R_1 * R_3 - Q_1 * \cos(\varphi_3 - \varphi_1) - Q_2 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1)) + R_2 * R_3 / Z_{23} / S * (Q_1 * \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - Q_1 * R_2 * R_3 + Q_2 * \sin(\varphi_3 - \varphi_2)) + R_3 * R_4 / S / Z_{34} * (-Q_3 * R_3 * R_4 + Q_3 * \cos(\varphi_3 - \varphi_4) + Q_4 * \sin(\varphi_3 - \varphi_4))$$

$$y_{64} = R_3 * R_4 / S / Z_{34} * (Q_3 * \cos(\varphi_3 - \varphi_4) - Q_3 * R_3 * R_4 + Q_4 * \sin(\varphi_3 - \varphi_4))$$

$$y_{72} = R_2 * R_4 / S / Z_{24} * (Q_1 * \sin(\varphi_4 - \varphi_2) + Q_2 * R_2 * R_4 - Q_2 * \cos(\varphi_4 - \varphi_2))$$

$$y_{73} = R_3 * R_4 / S / Z_{34} * (Q_4 * R_3 * R_4 - Q_4 * \cos(\varphi_4 - \varphi_3) + Q_3 * \sin(\varphi_4 - \varphi_3))$$

$$y_{74} = R_1 * R_4 / S / Z_{14} * (Q_1 * \sin(\varphi_4 - \varphi_1) - Q_2 * \cos(\varphi_4 - \varphi_1) + Q_2 * R_1 * R_4) + R_2 * R_4 / S / Z_{24} * (Q_2 * \cos(\varphi_4 - \varphi_2) - Q_2 * R_2 * R_4 - Q_1 * \sin(\varphi_4 - \varphi_2)) + R_3 * R_4 / S / Z_{34} * (Q_3 * \sin(\varphi_4 - \varphi_3) - Q_4 * \cos(\varphi_4 - \varphi_3) + Q_4 * R_3 * R_4)$$

$$y_{13} = -y_{13}$$

$$y_{22} = -y_{22}$$

$$y_{23} = -y_{23}$$

$$y_{24} = -y_{24}$$

$$y_{33} = -y_{33}$$

$$y_{43} = -y_{43}$$

$$y_{44} = -y_{44}$$

$$y_{62} = -y_{62}$$

$$y_{64} = -y_{64}$$

$$y_{73} = -y_{73}$$

$$CM(1,1) = \Pi_{11}$$

$$CM(1,2) = \pi 12$$

$$CM(1,3) = \pi 13$$

$$CM(1,4) = \pi 14$$

$$CM(1,5) = \gamma 12$$

$$CM(1,6) = \gamma 13$$

$$CM(1,7) = \gamma 14$$

$$CM(2,1) = \pi 21$$

$$CM(2,2) = \pi 22$$

$$CM(2,3) = \pi 23$$

$$CM(2,4) = \pi 24$$

$$CM(2,5) = \gamma 22$$

$$CM(2,6) = \gamma 23$$

$$CM(2,7) = \gamma 24$$

$$CM(3,1) = \pi 31$$

$$CM(3,2) = \pi 32$$

$$CM(3,3) = \pi 33$$

$$CM(3,4) = \pi 34$$

$$CM(3,5) = \gamma 32$$

$$CM(3,6) = \gamma 33$$

$$CM(3,7) = \gamma 34$$

$$CM(4,1) = \pi 41$$

$$CM(4,2) = \pi 42$$

$$CM(4,3) = \pi 43$$

$$CM(4,4) = \pi 44$$

$$CM(4,5) = \gamma 42$$

CM(4,6)=Y43

CM(4,7)=Y44

CM(5,1)=P51

CM(5,2)=P52

CM(5,3)=P53

CM(5,4)=P54

CM(5,5)=Y52

CM(5,6)=Y53

CM(5,7)=Y54

CM(6,1)=P61

CM(6,2)=P62

CM(6,3)=P63

CM(6,4)=P64

CM(6,5)=Y62

CM(6,6)=Y63

CM(6,7)=Y64

CM(7,1)=P71

CM(7,2)=P72

CM(7,3)=P73

CM(7,4)=P74

CM(7,5)=Y72

CM(7,6)=Y73

CM(7,7)=Y74

CALLMATIN1 (CM,7,7,7,0, INDEX, NERROR, DETERM)

D03L=1,7

```

QA=0
D018M=1,7
18 QA=CM(L,M)*УРА(M)+QA
3  ПР(L)=QA
D070L=1.7
70 H(L)=H(L)-ПР(L)
R1=R(1)
R2=H(2)
R3=H(3)
R4=H(4)
Ф2=H(5)
Ф3=H(6)
Ф4=H(7)
GOTO33
PRINT103, КАППА(K1), ПЛ(K1)
PRINT 9.0
PRINT100, УРА
104 FORMAT (2X 'ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ' F12.7)
PRINT104, XNOR
EPS=0.02
IF(EPS-0.02)40,40,41
41 EPS=EPS/2
GOTO33
40 CONTINUE
15 PRINT103, SS1, S

```

```

PRINT 104, XNOR
PRINT 1, C
PRINT 100, YPA
DO 6L=1.4
6 CS(L)=CONJG(C(L))
DO 7L1=1, 100
T=CEXP(IM*3.1415926/50*L1)
7 Z(L1)=ZET(T, CS)
136 FORMAT (10F12.2)
135 FORMAT ('КООРДИНАТЫ ТОЧЕК КОНТУРА')
PRINT 135
PRINT 136, Z
5 CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE YP(R1, R2, R3, R4, P1, P2, P3, P4)
DIMENSION YPA(8)
COMMON HEБ, YPA, Q1, Q2, Q3, Q4, AR(8), S
Z12=1-2*R1*R2*COS(P1-P2)+R1**2*R2**2
Z13=1-2*R1*R3*COS(P1-P3)+R1**2*R3**2
Z14=1-2*R1*R4*COS(P1-P4)+R1**2*R4**2
Z23=1-2*R2*R3*COS(P2-P3)+R2**2*R3**2
Z24=1-2*R2*R4*COS(P2-P4)+R2**2*R4**2
Z34=1-2*R3*R4*COS(P3-P4)+R3**2*R4**2
C12=R1*R2*SIN(P1-P2)/(1-R1*R2*COS(P1-P2))

```

$$C13 = R1 * R3 * \sin(\varphi1 - \varphi3) / (1 - R1 * R3 * \cos(\varphi1 - \varphi3))$$

$$C14 = R1 * R4 * \sin(\varphi1 - \varphi4) / (1 - R1 * R4 * \cos(\varphi1 - \varphi4))$$

$$C23 = R2 * R3 * \sin(\varphi2 - \varphi3) / (1 - R2 * R3 * \cos(\varphi2 - \varphi3))$$

$$C24 = R2 * R4 * \sin(\varphi2 - \varphi4) / (1 - R2 * R4 * \cos(\varphi2 - \varphi4))$$

$$C34 = R3 * R4 * \sin(\varphi3 - \varphi4) / (1 - R3 * R4 * \cos(\varphi3 - \varphi4))$$

$$F1 = Q1/S$$

$$F2 = Q2/S$$

$$F3 = Q3/S$$

$$F4 = Q4/S$$

$$YPA(1) = F1 * (\text{ALOG}(1 - R1 ** 2) - \text{ALOG}(Z12)/2) + F2 * \text{ATAN}(C12) + \\ * F3 * (\text{ALOG}(Z13)/2 - \text{ALOG}(Z14)/2) - E4 * (\text{ATAN}(C13) - \text{ATAN}(C14)) \\ * - \text{AR}(1)$$

$$YPA(2) = F1 * \text{ATAN}(C12) - F2 * (\text{ALOG}(1 - R1 ** 2) - \text{ALOG}(Z12)/2) - F3 * \\ * (\text{ATAN}(C13) - \text{ATAN}(C14)) - F4 * (\text{ALOG}(Z13)/2 - \text{ALOG}(Z14)/2) - \text{AR}(2)$$

$$YPA(3) = F1 * (\text{ALOG}(Z12)/2 - \text{ALOG}(1 - R2 ** 2)) + F2 * \text{ATAN}(C12) + \\ * F3 * (\text{ALOG}(Z23)/2 - \text{ALOG}(Z24)/2) - F4 * (\text{ATAN}(C23) - \text{ATAN}(C24)) \\ * - \text{AR}(3)$$

$$YPA(4) = F1 * \text{ATAN}(C12) - F2 * (\text{ALOG}(Z12)/2 - \text{ALOG}(1 - R2 ** 2)) - F \\ * 3 * (\text{ATAN}(C23) - \text{ATAN}(C24)) - F4 * (\text{ALOG}(Z23)/2 - \text{ALOG}(Z24)/2) - \\ * \text{AR}(4)$$

$$YPA(5) = F1 * (\text{ALOG}(Z13)/2 - \text{ALOG}(Z23)/2) + F2 * (\text{ATAN}(C13) - \text{ATAN} \\ * (C23)) - F3 * (\text{ALOG}(1 - R3 ** 2) - \text{ALOG}(Z34)/2) + F4 * \text{ATAN}(C34) - \\ * \text{AR}(5)$$

$$YPA(6) = F1 * (\text{ATAN}(C13) - \text{ATAN}(C23)) - F2 * (\text{ALOG}(Z13)/2 - \\ * \text{ALOG}(Z23)/2) + F3 * \text{ATAN}(C34) - F4 * (\text{ALOG}(1 - R3 ** 2) - \text{ALOG}$$

\*(Z34)/2)-AR(6)

YPA(7)=F1\*(ALOG(Z14)/2-ALOG(Z24)/2)+F2\*(ATAN(C14)-  
\* ATAN(C24))-F3\*(ALOG(Z34)/2-ALOG(1-R4\*\*2))-F4\*ATAN  
\*(C34)-AR(7)

YPA(8)=F1\*(ATAN(C14)-ATAN(C24))-F2\*(ALOG(Z14)/2-ALOG  
\*(Z24)/2)+F3\*ATAN(C34)-F4\*(ALOG(Z34)/2-ALOG(1-R4\*\*2)  
\*)-AR(8)

HEB=0

DD1L=1,7

HEB=HEB+YPA(L)\*\*2

1 CONTINUE

RETURN

END

COMPLEX FUNCTIONZET(T,H)

COMPLEX T,H(4)

DIMENSIONYPA(8)

COMMONHEB,YPA,Q1,Q2,Q3,Q4,AR(8).S

ZET=CMPLX(Q1,-Q2)/S\*(CLOG(1-T\*H(1))-CLOG(1-T\*H(2)))  
\*+CMPLX(Q3,-Q4)/S\*(CLOG(1-T\*H(3))-CLOG(1-T\*H(4)))

RETURN

END.

# ПРОГРАММА „КОНТАКТ 1”

```

PROGRAM KOHT 1
COMPLEX Z1(200), T, COM(3)
DIMENSION ДАН(6)
REALKT1, KT2
COMPLEX CA, CB, CALF, QR, SQR
DIMENSION DS(10), H(10), ПАР(60), Я(8), Z(6), Ш(4)
DIMENSION FX(1000), X(1000), АВ(200), ОР(200)
COMMON Я
205 FORMAT(2F12.5, 10H СТЕРЖЕНЬ, 6F12.5)
300 FORMAT(F6.2)
301 FORMAT(F5.1)
201 FORMAT(19H НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ:'8F12.5)
202 FORMAT(26X, 8HПРОВЕРКА, 4F12.5)
217 FORMAT(14H ОШИБКА СЧЕТА:'F12.5)
250 FORMAT(17HАБЦИССЫ КОНТАКТА)
210 FORMAT(10F12.5)
251 FORMAT(18HОРДИНАТЫ КОНТАКТА)
302 FORMAT(6F6.2)
310 FORMAT(23H НЕОДНОЛИСТНОЕ РЕШЕНИЕ)
226 FORMAT('SIGM'F12.4, 'СКАЧОК ПЛОТНОСТИ'F6.2,
*АСИМПТОТА'F8.2)
2225 FORMAT('* * * * *')
40 FORMAT(27H*****ГРАНИЦА КОНТАКТА*****)
351 FORMAT(314)

```

75 FORMAT(10F12.2)

E=0.000001

$\pi = 3.14159265$

220 IF (IFOVEL(0).EQ.1)

\*GO TO 18

DX0=0.005

I1=4000

IT=100

READ351, LП, JS, JH

PRINT351, LП, JS, JH

LПK=6\*LП

READ75, XМАШ

PRINT75, XМАШ

READ302, (DS(J), J=1, JS)

READ302, (H(J), J=1, JH)

PRINT210, DS, H

READ302, T0, DT

PRINT210, T0, DT

READ302, (ПАР(L), L=1, LПK)

PRINT302, ПАР

PRINT2225

D010L=1, LПK, 6

D013J=1, 6

$\Delta H(J) = \text{ПАР}(L+J-1)$

13 Я(J+2) = ПАР(L+J-1)

D010J=1,JS

D010K=1,ЖH

$\text{Я}(1) = -\text{DS}(\text{J}) * 0.0004189 * \text{XMAW}$

$\text{Я}(2) = \text{H}(\text{K})$

$\text{ГЕОС} = \text{DS}(\text{Y})$

$\text{SIG} = \text{Я}(1)$

$\text{АСИМ} = \text{Я}($

PRINT 226, SIG, ГЕОС, АСИМ

PRINT 201, ДАН

IF(Я(1)/Я(4))14,14,25

14 DX=-DX0

GOTO15

25 DX=DX0

15 X0=Я(8)-Я(6)-DX\*0.9999

$\text{X}(1) = \text{X0} + \text{DX}$

$\text{FX}(1) = \text{F}(\text{X}(1))$

K0=0

D018I=1, I1

$\text{X}(\text{I}+1) = \text{X0} + \text{DX} * (\text{I}+1)$

$\Delta\text{X} = \text{X}(\text{I}) * \text{X}(\text{I}+1)$

IF(ΔX)601,18,602

601 IF(K0-1)603,604,604

603  $\text{X}(\text{I}+1) = 1.E-8 * (\text{X}(\text{I}) / \text{ABS}(\text{X}(\text{I})))$

K0=1

GOTO602

602 CONTINUE

$$FX(I+1) = F(X(I+1))$$

$$DF = FX(I) * FX(I+1)$$

IF(DF-1.E-18)23,23,18

23 CONTINUE

PRINT210,X(I),X(I+1),FX(I),FX(I+1)

62 A=X(I)

$$B = X(I+1)$$

CALL RVT(X1,A,B,E,K1)

IF(K1-1)27,27,18

27 G=R(5)-R(7)+(R(6)-R(8))\*R(3)/R(4)

$$S1 = R(1) * (R(8) - R(6) - X1) / R(4)$$

$$S2 = X1 * R(3) / R(4) + G$$

$$EX = EXP(S1)$$

$$ZN1 = (X1 ** 2 + S2 ** 2 * EX) / (1 - EX)$$

$$Y = SQRT(ZN1)$$

$$Z(1) = R(3) / R(1)$$

$$Z(2) = -R(4) / R(1)$$

$$Z(4) = (X1 + Y) * 0.5$$

$$Z(6) = (Y - X1) * 0.5$$

IF(R(3)) 110,120,110

120 AT=R(3)/R(1)\*(1.570796326-ATAN2(Y,R(5)-R(7)))

$$Z(3) = R(5) + AT$$

$$Z(5) = R(7) + AT$$

GOTO113

```

110 IF(Y-X1)18,18,5
5 S3=(X1+Y)/(Y-X1)
IF(S3)18,18,4
4 CONTINUE
S4=((R(3)**2+R(4)**2)/(2*R(3)*R(1)))*ALOG(S3)
S5=(R(6)-R(8))*R(3)*0.5/R(4)
S6=(R(6)+R(8)-R(2)*2)*R(4)*0.5/R(3)
S7=X1*R(3)*0.5/R(4)
S8=Y*R(4)*0.5/R(3)
Z(3)=S7-S8-S4+R(5)+S5-S6
Z(5)=-S7-S8-S4+R(7)-S5-S6
113 CONTINUE
IF(Z(4))18,18,71
71 IF(Z(6))18,18,72
72 CONTINUE
CA=CMPLX(Z(3),Z(4))
CB=CMPLX(Z(5),Z(6))
CALF=CMPLX(Z(1),Z(2))
QR=(CA-CB)**2/4.0-CALF*(CA-CB)
SQR=CSQRT(QR)
KT1=AIMAG((CA-CB)/2.0+SQR)
KT2=AIMAG((CA-CB)/2.0-SQR)
IF(KT1) 8,88,88
88 IF(KT2) 8,89,89
8 PRINT310

```

```

PRINT 201, Я
PRINT 205, X1, Y, Z
GOTO 18
89 CONTINUE
PRINT 205, X1, Y, Z
A1=Z(3)-Z(5)
A2=Z(4)+Z(6)
A3=1.570796316-ATAN2(A2, A1)
A4=SQRT(A1**2+A2**2)
A5=ALOG(2*Z(4))-ALOG(A4)
A6=ALOG(A4)-ALOG(2*Z(6))
Ш1=Z(3)+Я(3)*A5/Я(1)-Я(4)*A3/Я(1)
Ш2=-Z(4)-Я(4)*A5/Я(1)-Я(3)*A3/Я(1)+Я(2)
Ш3=Z(5)+Я(3)*A6/Я(1)-Я(4)*A3/Я(1)
Ш4=-Z(6)-Я(4)*A6/Я(1)-Я(3)*A3/Я(1)+Я(2)
PRINT 202, Ш
SUM=0
DO 40 IK=1, 4
40 SUM=SUM+(Я(IK+4)-Ш(IK))**2
IF (0.1-SUM) 30, 31, 31
30 GOTO 18
31 PRINT 217, SUM
DO 5005 IC=1, 3
5005 COM(IC)=CMPLX(Z(2*IC-1), Z(2*IC))
DO 5112=1, IT

```

```

T=T0+DT*I2
51 Z1(I2)=COM(1)*(CLOG(T-COM(2))-CLOG(T-COM(3)))
  *+CMPLX(T, A(2))
  PRINT*0
  PRINT210, (Z1(NT), NT=1, IT)
18 CONTINUE
  PRINT2225
10 CONTINUE
  STOP
  END

```

```

SUBROUTINE RUT(X1, A, B, E, K1)
1 FORMAT(20X, 10HМАЛЫЙ ШАГ, 4F18,9)
  K1=1
477 ФА=F(A)
  IF(ABS(ФА)-E)500, 500, 501
501 ФВ=F(B)
  IF(ABS(ФВ)-E)504, 504, 505
505 АВ=(A+B)/2.0
  ФАВ=F(АВ)
  IF(ABS(A-B)-1.E-8)506, 506, 507
506 PRINT1, A, B, ФА, ФВ
  GOTO500
507 IF(ABS(ФАВ)-E)508, 508, 511
511 IF(ФАВ*ФА)512, 512, 513

```

```

512 B=AB
    GOT0477
513 A=AB
    GOT0477
500 X1=A
    GOT0200
504 X1=B
    GOT0200
508 X1=AB
200 CONTINUE
    RETURN
    END

```

```

FUNCTION F(Z)
COMMON H0
DIMENSION H0(8)
G=H0(5)-H0(7)+(H0(6)-H0(8))*H0(3)/H0(4)
S1=H0(1)*(H0(8)-H0(6)-Z)/H0(4)
S2=Z*H0(3)/H0(4)+G
EX=EXP(S1)
ZN1=(Z**2+S2**2*EX)/(1-EX)
Y=SQRT(ZN1)
S5=2*H0(3)/H0(1)*(1.570796-ATAN2(Y,S2))
IF(ABS(Z)-1.E-8)7,401,401
401 ZL=H0(3)/H0(4)+G/Z

```

```

IF(ABS(ZL)-1.E8)405,406,406
406 S6=2*ALOG(ABS(ZL))
    GOTO 420
405 S6=ALOG(1+ZL**2)
420 CONTINUE
    IF(ABS((Y-ABS(Z))/Z)-1.E-6)400,400,7
400 IF(Z)404,7,408
404 S4=H(4)/H(1)*(+S6-ALOG(4.0)+S1)
    GOTO 2
408 S4=H(4)/H(1)*(-S6+ALOG(4.0)-S1)
    GOTO 2
7 S3=ABS((Z+Y)/(Y-Z))
  S4=H(4)/H(1)*ALOG(S3)
2 CONTINUE
  F=-Y-S4-S5-H(6)-H(8)+2*H(2)
  RETURN
  END

```

# ПРОГРАММА „ КОНТАКТ 2”

```

PROGRAM ПАРА
DIMENSION FUN(8), ПМ(8,8), РЕ(8)
DIMENSION ПР(8), ZET(8)
DIMENSION INDEX(8,2)
COMMON /A/AA1, AA2, BB1, BB2, SIGM, H, ZET, FUN, HEВ
COMPLEX CZET
COMPLEXT, Z1(4)
COMPLEX ПОЛ(4), Z(100)
PO(A1, A2, B1, B2) = (A1 - B1)**2 + (A2 + B2)**2
ПР1(X1, X2, Y1, Y2) = (X1 - Y1) / PO(X1, X2, Y1, Y2)
ПР2(X1, X2, Y1, Y2) = (X2 - Y2) / PO(X1, X2, Y1, Y2)
640 FORMAT(40X, 10H***** )
225 FORMAT('РЕШЕНИЯ НЕТ HEВ='F15.5)
227 FORMAT('ШАГОВ'15)
205 FORMAT('ПРОВЕРКА'10X, 4F20.5)
602 FORMAT('НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ'4F20.5)
95 FORMAT(12F6.2)
600 FORMAT(10X, 10HНЕВЯЗКА, F15.8)
608 FORMAT(8F14.7)
70 FORMAT(27H***** ГРАНИЦА КОНТАКТА***** )
75 FORMAT(10F12.2)
609 FORMAT(7HСТЕРЖНИ, 4F12.5)
226 FORMAT(10X, ,***** SIGM='F12.4, ,GEOSIGM='F12.4,
*10X, ,H=,F10.3,***** )

```

```

350 FORMAT(6F6.2)
351 FORMAT(2I4)
1111 IF(IFOVEL(0).EQ.1)
    *GOTO 222
    ПИ=3.14159265
    EPS=1.
    READ 351, NSIGM, NH
    READ 75, XMAW
    READ 350, SIGM, HSIGM, HO, HH, TT, HT
    READ 350, AA1, AA2, (ZET(L), L=1, 4), BB1, BB2, (ZET(L), L=5, 8)
    PRINT 602, AA1, AA2, BB1, BB2, ZET
    SIGM = -SIGM * 0.0004189 * XMAW
    HSIGM = -HSIGM * 0.0004189 * XMAW
    DO 333 K=1, 4
    PE(2*K-1) = ZET(2*K-1)
333 PE(2*K) = -ZET(2*K) + H
    DO 511 L=1, 4
    IF(PE(2*L)) 24, 24, 551
    24 PE(2*L) = 0.0001
551 CONTINUE
    DO 222 N2=1, NH
    H = HO + HH * N2
    DO 222 N1=1, NSIGM
    SIGM = SIGM + HSIGM
    KSIG = 0

```

```

IC4ET=0
161 DO 25 L=1,4
    I=0
107 IF(PE(2*L))204,204,25
204 I=I+1
    PE(2*L)=PE(2*L)+PP(2*L)/2**I
    GOTO 107
25 CONTINUE
    IC4ET=IC4ET+1
    IF(IC4ET-1000)100,220,220
100 A1=PE(1)
    A2=PE(2)
    B1=PE(3)
    B2=PE(4)
    C1=PE(5)
    C2=PE(6)
    D1=PE(7)
    D2=PE(8)
    CALLSOS(A1,A2,B1,B2,C1,C2,D1,D2)
    R=HEB
    IF(P-EPS)22,22,21
21 CONTINUE
    Ф1A1=-PP2(A1,A2,B1,B2)
    Ф1B1=-Ф1A1
    Ф1A2=PP1(A1,A2,B1,B2)

```

$$\Phi_{1B2} = \Phi_{1A2}$$

$$\Lambda_{1A1} = \Phi_{1A2}$$

$$\Lambda_{1A2} = \Phi_{1B1}$$

$$\Lambda_{1B1} = -\Lambda_{1A1}$$

$$\Lambda_{1B2} = \Lambda_{1A2}$$

$$\Phi_{2A1} = -\Pi P_2(A_1, A_2, C_1, C_2)$$

$$\Phi_{2C1} = -\Phi_{2A1}$$

$$\Phi_{2A2} = \Pi P_1(A_1, A_2, C_1, C_2)$$

$$\Phi_{2C2} = \Phi_{2A2}$$

$$\Lambda_{2A1} = \Phi_{2A2}$$

$$\Lambda_{2A2} = \Phi_{2C1}$$

$$\Lambda_{2C1} = -\Lambda_{2A1}$$

$$\Lambda_{2C2} = \Lambda_{2A2}$$

$$\Phi_{3A1} = -\Pi P_2(A_1, A_2, D_1, D_2)$$

$$\Phi_{3D1} = -\Phi_{3A1}$$

$$\Phi_{3A2} = \Pi P_1(A_1, A_2, D_1, D_2)$$

$$\Phi_{3D2} = \Phi_{3A2}$$

$$\Lambda_{3A1} = \Phi_{3A2}$$

$$\Lambda_{3A2} = \Phi_{3D1}$$

$$\Lambda_{3D1} = -\Lambda_{3A1}$$

$$\Lambda_{3D2} = \Lambda_{3A2}$$

$$\Phi_{4B1} = -\Pi P_2(B_1, B_2, C_1, C_2)$$

$$\Phi_{4C1} = -\Phi_{4B1}$$

$$\Phi_{4B2} = \Pi P_1(B_1, B_2, C_1, C_2)$$

$$\Phi_{4C2} = \Phi_{4B2}$$

$$\Lambda 4B1 = \Phi 4B2$$

$$\Lambda 4B2 = \Phi 4C1$$

$$\Lambda 4C1 = -\Lambda 4B1$$

$$\Lambda 4C2 = \Lambda 4B2$$

$$\Phi 5B1 = -\Pi P2(B1, B2, D1, D2)$$

$$\Phi 5C1 = -\Phi 5B1$$

$$\Phi 5B2 = \Pi P1(B1, B2, D1, D2)$$

$$\Phi 5D2 = \Phi 5B2$$

$$\Lambda 5B1 = \Phi 5B2$$

$$\Lambda 5B2 = \Phi 5D1$$

$$\Lambda 5D1 = -\Lambda 5B1$$

$$\Lambda 5D2 = \Lambda 5B2$$

$$\Phi 6C1 = \Pi P2(C1, C2, D1, D2)$$

$$\Phi 6D1 = -\Phi 6C1$$

$$\Phi 6C2 = \Pi P1(C1, C2, D1, D2)$$

$$\Phi 6D2 = \Phi 6C2$$

$$\Lambda 6C1 = \Phi 6C2$$

$$\Lambda 6C2 = \Phi 6D1$$

$$\Lambda 6D1 = -\Lambda 6C1$$

$$\Lambda 6D2 = \Lambda 6C2$$

$$\Pi M(1,1) = (\text{SIGM} - AA1 * \Lambda 1A1 + AA2 * \Phi 1A1 + BB1 * (\Lambda 2A1 - \Lambda 3A1) - BB2 * (\Phi 2A1 - \Phi 3A1)) / \text{SIGM}$$

$$\Pi M(2,1) = (AA1 * \Lambda 1A1 + AA2 * \Phi 1A1) / \text{SIGM}$$

$$\Pi M(3,1) = (AA1 * \Lambda 2A1 + AA2 * \Phi 2A1) / \text{SIGM}$$

$$\Pi M(4,1) = (AA1 * \Lambda 3A1 + AA2 * \Phi 3A1) / \text{SIGM}$$

$$\pi M(5,1) = (AA2 * \lambda_{1A1} + AA1 * \varphi_{1A1} - BB2 * (\lambda_{2A1} - \lambda_{3A1}) - BB1 * (\varphi_{2A1} - \varphi_{3A1})) / \text{SIGM}$$

$$\pi M(6,1) = (-AA2 * \lambda_{1A1} + AA1 * \varphi_{1A1}) / \text{SIGM}$$

$$\pi M(7,1) = (-AA2 * \lambda_{2A1} + AA1 * \varphi_{2A1}) / \text{SIGM}$$

$$\pi M(8,1) = (-AA2 * \lambda_{3A1} + AA1 * \varphi_{3A1}) / \text{SIGM}$$

$$\pi M(1,2) = AA1 * (0,5/A2 - \lambda_{1A2}) + AA2 * \varphi_{1A2} + BB1 * (\lambda_{2A2} - \lambda_{3A2}) - BB2 * (\varphi_{2A2} - \varphi_{3A2})$$

$$\pi M(2,2) = AA1 * \lambda_{1A2} + AA2 * \varphi_{1A2}$$

$$\pi M(6,2) = -AA2 * \lambda_{1A2} + AA1 * \varphi_{1A2}$$

$$\pi M(3,2) = AA1 * \lambda_{2A2} + AA2 * \varphi_{2A2}$$

$$\pi M(7,2) = -AA2 * \lambda_{2A2} + AA1 * \varphi_{2A2}$$

$$\pi M(4,2) = AA1 * \lambda_{3A2} + AA2 * \varphi_{3A2}$$

$$\pi M(8,2) = -AA2 * \lambda_{3A2} + AA1 * \varphi_{3A2}$$

$$\pi M(5,2) = -\text{SIGM} - AA2 * (0,5/A2) + AA1 * \varphi_{1A2} - BB2 * (\lambda_{2A2} - \lambda_{3A2}) - BB1 * (\varphi_{2A2} - \varphi_{3A2})$$

$$\pi M(1,3) = -AA1 * \lambda_{1B1} + AA2 * \varphi_{1B1}$$

$$\pi M(5,3) = AA2 * \lambda_{1B1} + AA1 * \varphi_{1B1}$$

$$\pi M(2,3) = \text{SIGM} - AA1 * \lambda_{1B1} + AA2 * \varphi_{1B1} + BB1 * (\lambda_{4B1} - \lambda_{5B1}) - BB2 * (\varphi_{4B1} - \varphi_{5B1})$$

$$\pi M(7,3) = AA2 * \lambda_{4B1} - AA1 * \varphi_{4B1}$$

$$\pi M(3,3) = -AA1 * \lambda_{4B1} - AA2 * \varphi_{4B1}$$

$$\pi M(4,3) = -AA1 * \lambda_{5B1} - AA2 * \varphi_{5B1}$$

$$\pi M(8,3) = AA2 * \lambda_{5B1} - AA1 * \varphi_{5B1}$$

$$\pi M(6,3) = -AA2 * \lambda_{1B1} + AA1 * \varphi_{1B1} - BB2 * (\lambda_{4B1}) - BB1 * (\varphi_{4B1} - \varphi_{5B1}) + BB2 * \lambda_{5B1}$$

$$\pi M(1,4) = -AA1 * \lambda_{1B2} + AA2 * \varphi_{1B2}$$

$$\Pi M(5,4) = AA2 * \Lambda 1B2 + AA1 * \Phi 1B2$$

$$\Pi M(2,4) = AA1 * (\Lambda 1B2 - 0.5/B2) + AA2 * \Phi 1B2 + BB1 * (\Lambda 4B2 - \Lambda 5B2) - BB2 * (\Phi 4B2 - \Phi 5B2)$$

$$\Pi M(3,4) = -AA1 * \Lambda 4B2 - AA2 * \Phi 4B2$$

$$\Pi M(7,4) = AA2 * \Lambda 4B2 - AA1 * \Phi 4B2$$

$$\Pi M(4,4) = -AA1 * \Lambda 5B2 - AA2 * \Phi 5B2$$

$$\Pi M(8,4) = AA2 * \Lambda 5B2 - AA1 * \Phi 5B2$$

$$\Pi M(6,4) = -SIGM - AA2 * (\Lambda 1B2 - 0.5/B2) + AA1 * \Phi 1B2 - BB2 * (\Lambda 4B2 - \Lambda 5B2) - BB1 * (\Phi 4B2 - \Phi 5B2)$$

$$\Pi M(1,5) = BB1 * \Lambda 2C1 - BB2 * \Phi 2C1$$

$$\Pi M(5,5) = -BB2 * \Lambda 2C1 - BB1 * \Phi 2C1$$

$$\Pi M(2,5) = BB1 * \Lambda 4C1 - BB2 * \Phi 4C1$$

$$\Pi M(6,5) = -BB2 * \Lambda 4C1 - BB1 * \Phi 4C1$$

$$\Pi M(4,5) = BB1 * \Lambda 6C1 + BB2 * \Phi 6C1$$

$$\Pi M(8,5) = -BB2 * \Lambda 6C1 - BB1 * \Phi 6C1$$

$$\Pi M(3,5) = SIGM + AA1 * (\Lambda 2C1 - \Lambda 4C1) - AA2 * (\Phi 4C1 - \Phi 2C1) - BB1 * \Lambda 6C1 + BB2 * \Phi 6C1$$

$$\Pi M(7,5) = -AA2 * (\Lambda 2C1 - \Lambda 4C1) - AA1 * (\Phi 4C1 - \Phi 2C1) + BB2 * \Lambda 6C1 + BB1 * \Phi 6C1$$

$$\Pi M(1,6) = BB1 * \Lambda 2C2 - BB2 * \Phi 2C2$$

$$\Pi M(5,6) = -BB2 * \Lambda 2C2 - BB1 * \Phi 2C2$$

$$\Pi M(2,6) = BB1 * \Lambda 4C2 - BB2 * \Phi 4C2$$

$$\Pi M(6,6) = -BB2 * \Lambda 4C2 - BB1 * \Phi 4C2$$

$$\Pi M(4,6) = BB1 * \Lambda 6C2 + BB2 * \Phi 6C2$$

$$\Pi M(8,6) = -BB2 * \Lambda 6C2 + BB1 * \Phi 6C2$$

$$\Pi M(3,6) = -AA1 * \Lambda 4C2 - AA2 * \Phi 4C2 + BB1 * (0.5/C2 - \Lambda 6C2) + BB2 * \Phi 6C2 + AA1 * \Lambda 2C2 + AA2 * \Phi 2C2$$

$$\Pi M(7,6) = -SIGM - AA2 * (\Lambda 2C2 - \Lambda 4C2) - AA1 * (\Phi 4C2 - \Phi 2C2) - BB2 * (0.5/C2 - \Lambda 6C2) + BB1 * \Phi 6C2$$

$$\Pi M(1,7) = -BB1 * \Lambda 3D1 + BB2 * \Phi 3D1$$

$$\Pi M(5,7) = BB2 * \Lambda 3D1 + BB1 * \Phi 3D1$$

$$\Pi M(2,7) = -BB1 * \Lambda 5D1 + BB2 * \Phi 5D1$$

$$\Pi M(6,7) = BB2 * \Lambda 5D1 + BB1 * \Phi 5D1$$

$$\Pi M(3,7) = -BB1 * \Lambda 6D1 + BB2 * \Phi 6D1$$

$$\Pi M(7,7) = BB2 * \Lambda 6D1 + BB1 * \Phi 6D1$$

$$\Pi M(4,7) = SIGM + AA1 * (\Lambda 3D1 - \Lambda 5D1) - AA2 * (\Phi 3D1 - \Phi 5D1) + BB1 * \Lambda 6D1 + BB2 * \Phi 6D1$$

$$\Pi M(8,7) = -AA2 * (\Lambda 3D1 - \Lambda 5D1) - AA1 * (\Phi 5D1 - \Phi 3D1) - BB2 * \Lambda 6D1 + BB1 * \Phi 6D1$$

$$\Pi M(1,8) = -BB1 * \Lambda 3D2 + BB2 * \Phi 3D2$$

$$\Pi M(5,8) = BB2 * \Lambda 3D2 + BB1 * \Phi 3D2$$

$$\Pi M(2,8) = -BB1 * \Lambda 5D2 + BB2 * \Phi 5D2$$

$$\Pi M(6,8) = BB2 * \Lambda 5D2 + BB1 * \Phi 5D2$$

$$\Pi M(3,8) = -BB1 * \Lambda 6D2 + BB2 * \Phi 6D2$$

$$\Pi M(7,8) = BB2 * \Lambda 6D2 + BB1 * \Phi 6D2$$

$$\Pi M(4,8) = AA1 * (\Lambda 3D2 - \Lambda 5D2) - AA2 * (\Phi 5D2 - \Phi 3D2) + BB1 * (\Lambda 6D2 - 0.5/D2) + BB2 * \Phi 6D2$$

$$\Pi M(8,8) = -SIGM - AA2 * (\Lambda 3D2 - \Lambda 5D2) - AA1 * (\Phi 5D2 - \Phi 3D2) - BB2 * (\Lambda 6D2 - 0.5/D2) + BB1 * \Phi 6D2$$

$$D0101I = 1,8$$

```

DD101J=2,8
101  $\Pi M(I, J) = \Pi M(I, J) / \text{SIGM}$ 
CALL MATINI( $\Pi M, 8, 8, 8, 0, \text{INDEX}, \text{NERROR}, \text{DETERM}$ )
DO 33 L=1,8
SA=0
DO 18 M=1,8
18 SA=SA+ $\Pi M(L, M) * \text{FUN}(M)$ 
PP(L)=SA
33 PE(L)=PE(L)-PP(L)
GOTO 161
220 PRINT 225, HEB
, GEOS=-SIGM/(0.0004189*XMAW
PRINT 226, SIGM, GEOS, H
PRINT 608, PP, PE, FUN
DO 230 L=1,4
230  $\text{POL}(L) = \text{CMPLX}(PE(2*L-1), PE(2*L))$ 
DO 127 L=1,4
T=CMPLX(PE(2*L-1), -PE(2*L))
127 Z1(L)=CZET(T, POL)
PRINT 227, IC4ET
PRINT 205, Z1
K SIG = K SIG + 1
SIGM = SIGM - H SIGM / 2
IC4ET = 0
GOTO 161

```

```

GOTO222
22 PRINT600,R
   GEOS=-SIGM/(0.0004189*XMAW)
   PRINT226,SIGM,GEOS,H
   PRINT227,IC4ET
   PRINT608,FUN
   PRINT609,PE
   DO 3 L=1,4
3   ПОЛ(L)=CMPLX(PE(2*L-1),PE(2*L))
   DO121L=1,4
   T=CMPLX(PE(2*L-1),-PE(2*L))
121 Z1(L)=CZET(T,ПОЛ)
   PRINT205,Z1
   DO 43 L=1,100
   T=TT+HT*L
43  Z(L)=CZET(T,ПОЛ)
37  FORMAT(10F12.5)
   PRINT70
   PRINT37,Z
   IF(KSIG)222,222,53
53  HSIGM=HSIGM/4
222 CONTINUE
   STOP
   END

```

```

SUBROUTINE SOS(A1,A2,B1,B2,C1,C2,D1,D2)
DIMENSION ZET(8),FUN(8)
COMMON/A/AA1,AA2,BB1,BB2,SIGM,H,ZET,FUN,HEB
PO(A11,A12,B11,B12)=(A11-B11)**2+(A12+B12)**2
PI=3.14159265
C11=ALOG(2*A2)-ALOG(PO(A1,A2,B1,B2))/2
Q1=PI/2-ATAN2(A2+B2,A1-B1)
C22=ALOG(PO(A1,A2,C1,C2)/PO(A1,A2,D1,D2))/2
Q2=ATAN2(A2+C2,A1-C1)-ATAN2(A2+D2,A1-D1)
A10=AA1/SIGM
A20=AA2/SIGM
B10=BB1/SIGM
B20=BB2/SIGM
FUN(1)=A1+A1*C11-A20*Q1+B10*C22-B20*Q2-ZET(1)
FUN(5)=-A2-A20*C11-A10*Q1-B20*C22-B10*Q2-ZET(2)+H
C3=ALOG(PO(A1,A2,B1,B2))/2-ALOG(2*B2)
C4=ALOG(PO(B1,B2,C1,C2)/PO(B1,B2,D1,D2))/2
Q4=ATAN2(B2+C2,B1-C1)-ATAN2(B2+D2,B1-D1)
FUN(2)=B1+A10*C3-A20*Q1+B10*C4-B20*Q4-ZET(3)
FUN(6)=-B2-A20*C3-A10*Q1-B20*C4-B10*Q4-ZET(4)+H
C5=ALOG(PO(A1,A2,C1,C2)/PO(B1,B2,C1,C2))/2
Q5=ATAN2(B2+C2,B1-C1)-ATAN2(A2+C2,A1-C1)
C6=ALOG(2*C2)-ALOG(PO(C1,C2,D1,D2))/2
Q6=PI/2-ATAN2(C2+D2,C1-D1)

```

FUN(3)=C1+A10\*C5-A20\*Q5+B10\*C6-B20\*Q6-ZET(5)

FUN(7)=-C2-A20\*C5-A10\*Q5-B20\*C6-B10\*Q6-ZET(6)+H

C7=ALOG(PO(A1,A2,D1,D2)/PO(B1,B2,D1,D2))/2

C8=ALOG(PO(C1,C2,D1,D2))/2-ALOG(2\*D2)

Q7=ATAN2(B2+D2,B1-D1)-ATAN2(A2+D2,A1-D1)

FUN(4)=P1+A10\*C7-A20\*Q7+B10\*C8-B20\*Q6-ZET(7)

FUN(8)=-D2-A20\*C7-A10\*Q7-B20\*CB-B10\*Q6-ZET(8)+H

HEB=0

DD1L=1,8

1 HEB=HEB+FUN(L)\*\*2

RETURN

END

COMPLEX FUNCTION CZET(T,U)

COMPLEX CZET

COMPLEX T,U(4)

DIMENSION ZET(8),FUN(8)

COMMON/A/AA1,AA2,BB1,BB2,SIGM,H,ZET,FUN,HEB

CZET=CMPLX(AA1-AA2)/SIGM\*(CLOG(T-U(1))-CLOG(T-U(2)))+

\*CMPLX(BB1,-BB2)/SIGM\*(CLOG(T-U(3))-CLOG(T-U(4)))+

\*CMPLX(0.,H)+T

RETURN

END

# О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение .....	3
----------------	---

## ГЛАВА I.

Теория метода при интерпретации аномалий от ограниченных объектов .....	6
§ 1. Основной аналитический аппарат задачи .....	7
§ 2. Теория эквивалентных решений обратной задачи .....	9
§ 3. Теоретическая обратная задача логарифмического потенциала и ее разрешимость в конечном виде .....	12
§ 4. Выбор аппроксимационной конструкции .....	19
§ 5. Вычислительная схема метода .....	23
§ 6. Теоретические и практические примеры .....	28
§ 7. Результаты интерпретации модельных трехмерных аномалий .....	35

## ГЛАВА II.

Теория метода при интерпретации аномалий от гранич раздела .....	38
§ 1. Основной аналитический аппарат задачи .....	39
§ 2. Теоретическая обратная задача от гранич раздела .....	40
§ 3. Выбор аппроксимационного класса потенциалов .....	43
§ 4. Некоторые примеры опробования метода для гранич раздела .....	47

## ГЛАВА III.

Программы, описание программ.	
§ 1. Описание программ "Подбор $\Delta g$ " и "Подбор $\Delta Z$ " .....	52
§ 2. Описание программ "Область 1" и "Область 2" .....	56
§ 3. Описание программ "Контакт 1" и "Контакт 2" .....	59
Список литературы .....	63
Приложение. Тексты программ .....	69

А.В.Цирульский, Ф.И.Никонова, Н.В.Федорова

МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И МАГНИТНЫХ  
АНОМАЛИЙ С ПОСТРОЕНИЕМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СЕМЕЙСТВ  
РЕШЕНИЙ

(Методические рекомендации)

Рекомендовано к изданию Ученым Советом  
Института геофизики УНЦ АН СССР

---

Ответственный за выпуск Н.В.Федорова

---

РИСО УНЦ № 17 (80) НС 25787

Подписано к печати 8.04.80 г.

Усл. печ. л. 8,5. Уч.-изд. 6,0      цена 60 коп.

Тираж 500      Формат 60 x 84/16      Заказ 1102

---

Свердловск, ГСП 144, ул. Первомайская 91, Институт  
геофизики УНЦ АН СССР

Цех № 4      п/о "Полиграфист", Свердловск, Тургенева 20

3341