



Ю.Т.УСИКОВ

Достоверность
геолого-
разведочной
информации

Ю.Т.УСИКОВ

Достоверность
геолого-
разведочной
информации



МОСКВА "НЕДРА" 1988



1664
4991

ББК 26.325

У74

УДК 550.8.551.263.038

Рецензент: *Р.И. Коган*, канд. геол.-минер. наук (Всероссийский научно-исследовательский институт экономики минерального сырья и геологоразведочных работ)

Усиков Ю.Т.

У 74 Достоверность геологоразведочной информации. — М.: Недра, 1988. — 120 с., ил.
ISBN 5-247-00214-8

Отражено современное состояние экспериментальной оценки достоверности геологоразведочной информации в различных областях поисково-разведочных работ. Приведены результаты теоретических исследований, направленных на создание единой системы контроля качества геологической информации. Особое внимание уделено проблеме практического использования оценок погрешностей при интерпретации геологоразведочной информации. Рассмотрены пути повышения геолого-экономической эффективности геологических исследований.

Для геологов, геохимиков, геофизиков, а также работников других специальностей, интересующихся вопросами метрологии.

Табл. 10, ил. 19, список лит. — 50 назв.

у 1904010000 - 012 43-88
043(01) - 88

ББК 26.325

ISBN 5-247-00214-8

© Издательство „Недра”, 1988

ВВЕДЕНИЕ

Крутой поворот к интенсификации производства на основе широкого использования достижений науки и техники, осуществления прогрессивных сдвигов в структуре и организации производства, повышения трудовой, технологической и государственной дисциплины требует разработки новых комплексов технических, организационных и экономических условий (правил). Они найдут отражение в стандартизации, т.е. в определенных требованиях, которым должны отвечать конечный продукт труда, технические средства производства и методы их использования, применяемые в различных сферах народного хозяйства. Развитие такой стандартизации невозможно без оценки точности измерений качества продукции, надежности тех или иных технологических процессов, методических и организационных решений. Все это в полной мере относится к любой сфере производства и отрасли народного хозяйства, в том числе к горнодобывающей промышленности и такому ее подразделению, как геологоразведочные работы.

Поэтому важнейшие задачи современной геологии — *улучшение геологической изученности недр, повышение эффективности геологических работ и достоверности их результатов*. Реальный путь повышения эффективности геологоразведочных работ и качества геологической информации — развитие научно обоснованной стандартизации методов геологической съемки, поисков и разведки месторождений полезных ископаемых, а также других видов геологических исследований.

Проводником стандартизации в геологии выступает прикладная геолого-экономическая наука — учение о поисках и разведке месторождений полезных ископаемых. Эта наука, по определению ее основателя В.М. Крейтера, изучает условия нахождения, способы наиболее эффективного выявления и оценки промышленных месторождений.

Такая стандартизация невозможна без проведения специальных исследований по выявлению надежности тех или иных методических решений и экономического анализа. Следовательно, *оценка достоверности геологоразведочной информации — одна из основных проблем современной геологии*, без решения которой трудно судить об эффективности геологоразведочных исследований и качестве получаемой информации. Это важнейший критерий научно обоснованной стандартизации в геологии.

С общих теоретических позиций методика геологоразведочного процесса обычно включает в себя: комплекс локальных наблюдений; способы осуществления этих наблюдений; методы обработки, анализа и оценки полученной информации; интерпретацию

данной информации с целью создания эмпирической модели изучаемых недр. Таким образом, основной метод геологоразведочного процесса — метод выборочных локальных наблюдений и замеров. Независимо от числа и расположения наблюдений и замеров их суммарный объем всегда незначителен по сравнению с масштабом изучаемого геологического объекта, вследствие чего возникает недоверие к моделям, построенным на основании обобщенных результатов редкой сети наблюдений. Отсюда вводится понятие „*достоверности геологоразведочной информации*” как степени (уровня) соответствия разведочной модели разведанным недрам.

Как отметил Б.А. Каждан, при всем многообразии геологоразведочных задач все они могут быть разделены на две большие группы. К первой из них относят задачи по определению средних значений изучаемых признаков, а ко второй — задачи по геометризации изучаемых свойств и оконтуриванию минерализованных объемов недр [15]. Поэтому правомерно дифференцированное рассмотрение достоверности подсчета запасов, средних подсчетных параметров и достоверности геометризации. Первую из них условно назовем точностью геологоразведочной информации, а вторую — ее детальностью. При этом точность информации будет определяться погрешностями локального замера и погрешностями точечных оценок средних параметров в ограниченных объемах недр, а ее детальность — вероятностью обнаружения объектов (геологических неоднородностей), ошибками их оконтуривания и погрешностями геометризации размещения геологоразведочных параметров в объеме выделенных неоднородностей. Хотя между точностью и детальностью геологоразведочной информации существует взаимосвязь, с методологической точки зрения желательно рассматривать их раздельно.

Существуют два пути оценки достоверности геологоразведочной информации: логическая (математическая) и опытная (экспериментальная).

Настоящие исследования посвящены главным образом вопросу экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации как опытной базы рассматриваемой проблемы.

Экспериментальная оценка точности геологоразведочной информации базируется на теории ошибок измерений, которая постулирует различные схемы экспериментов и соответствующие им модели измерения, а также является основой для разработки математических методов обработки экспериментальных данных, основанных на теории вероятностей и математической статистике. При этом математические модели служат инструментом для выявления и количественной оценки правильности (систематические погрешности) и воспроизводимости (случайные погрешности) контролируемого метода измерений.

Критический анализ существующих методик экспериментальной

оценки точности геологоразведочной информации свидетельствует о том, что пока еще не создана единая система контроля качества этой информации. Схемы экспериментов не унифицированы. Для оценки систематических и случайных погрешностей используют многочисленные, различные по условиям применения математические модели. Можно выделить несколько условно самостоятельных областей геологоразведочных исследований, где экспериментальная оценка качества информации является необходимым мероприятием, осуществляемым согласно действующим методическим указаниям, рекомендациям и т.п. Это прежде всего область аналитических работ, направленных на определение химического состава минерального сырья, лежащего в основе всего многообразия минералов и слагаемых ими горных пород. Затем можно выделить области геохимических исследований, геофизических измерений количества и качества минерального сырья в условиях естественного залегания руд без отбора геологических проб и, наконец, геологического опробования и разведки.

Несмотря на четкость сформулированной задачи (оценка систематических и случайных погрешностей), методические указания и рекомендации довольно неопределенны и расплывчаты. Предлагаемые в них математические модели обработки экспериментальных данных иногда совпадают, но чаще отличаются. Так, при геохимических исследованиях обычно используют математические модели, выведенные из условий логнормальной функции распределения погрешностей, а в аналитике и разведочном деле, как правило, применяют классические модели, основанные на допущении гипотезы о нормальном законе их распределения. Основная цель наших исследований — развитие теории экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и унификация математических методов ее обеспечения.

Это возможно на основании выявления причин многообразия применяемых математических моделей и разработки единой системы аксиоматизации, формализации, а следовательно, и математизации теории. Математическое обеспечение такой системы базируется на допущении гипотезы о трехпараметрическом логнормальном законе распределения погрешностей измерений в геологии, что позволяет учесть асимметрию в распределениях случайных погрешностей разного знака и зависимость погрешностей от уровня измеряемых свойств и параметров.

Большое внимание в работе уделено вопросу практического использования оценок погрешностей при интерпретации геологоразведочной информации и решении методических проблем, связанных с развитием научно обоснованной стандартизации методов поисков и разведки месторождений полезных ископаемых, направленной на интенсификацию геологоразведочных работ.

ОБЩЕЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ПУТИ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ

Коротко остановимся на содержании основных понятий, непосредственно связанных с рассматриваемой проблемой экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации. В процессе геологоразведочных исследований накапливается большой объем информации о морфологии, вещественном составе, структурно-текстурных особенностях, физических и других свойствах геологических объектов в пунктах наблюдения (первичная информация) и данных графоаналитического обобщения этого вида информации (вторичная информация). Эти два условно выделяемых типа информации следует рассматривать раздельно, так как их погрешности часто обусловлены разными причинами.

Источником первичной информации служат результаты наблюдений и измерений, получаемые с помощью геологической документации, разнообразных видов и способов опробования. Вторичная геологоразведочная информация — результат линейной, площадной и объемной интерпретации данных первичной информации. Соподчиненность этих понятий очевидна.

Под *точностью геологоразведочной информации* мы условились понимать достоверность локальных замеров и точечных оценок средних показателей в ограниченных объемах недр. Оценку точности геологоразведочной информации осуществляют путем организации специальных экспериментальных исследований, при которых выполняются условия воспроизводимости наблюдений или повторных измерений так называемых эталонов. В качестве эталонов обычно используют детально изученные ранее объекты и их признаки, истинные значения измеряемых параметров или результаты их измерений наиболее точными (прецизионными) методами. Эксперимент заключается в многократном и многовариантном сравнении результатов контролируемого метода наблюдений (измерений) с эталоном, в результате чего делают заключение о надежности получаемой с помощью этого метода информации.

В философском аспекте [8] *эксперимент* — это сложное активное наблюдение (опыт). Его результаты обычно служат эмпирической базой развития теоретических представлений. История всего естествознания свидетельствует о том, что экспериментальные исследования — это необходимое условие всего процесса познания. Эксперимент предварительно требует создания какого-либо теоретического или вещественного эталона, изучением основных свойств которого он и занимается. Особенность эксперимента заключается

в возможности его многократного повторения (воспроизводимости), в результате чего появляются научные факты, фальсифицирующие или верифицирующие проверяемые теоретические представления, детальное рассмотрение и обобщение которых приводит к развитию теории. Обычно эксперимент выполняет две функции:

1. Оценку выдвигаемых гипотез и теоретических представлений, их апробацию экспериментальным опытом. (Соотношение эмпирического и теоретического уровня познания.)

2. Разработку методик решения конкретных практических задач.

При экспериментальных исследованиях накапливается большой объем информации. Поэтому важными условиями современного эксперимента являются разработка его теоретических основ и математизация. Современные экспериментальные исследования характеризуют следующие особенности:

1. Высокая техническая оснащенность и коллективный характер исследовательских работ. Тенденция к „индустриальным” масштабам эксперимента сопровождается широким использованием быстродействующих ЭВМ при обработке экспериментальных данных.

2. Быстрый переход от чисто исследовательской деятельности к производственной.

3. Возрастающие роли статистических методов при обработке экспериментальных данных.

Все эти особенности современных экспериментальных исследований и предъявляемые к ним требования полностью распространяются на эксперименты по оценке точности геологической информации.

Контроль за качеством геологической информации, которую мы получаем, используя те или иные методы, может быть осуществлен на уровне качественных и количественных оценок.

Современный уровень развития естествознания, в том числе и геологии, требует количественной оценки точности геологоразведочной информации с привлечением математического анализа. Рассмотрим некоторые методические аспекты этого вопроса. Допустим, нам известны точные значения исследуемого параметра (объекта) Z_1, \dots, Z_n , а его оценки, полученные одним из частных методов, равны соответственно Z'_1, \dots, Z'_n . Тогда общие абсолютные погрешности составят $\Delta_1 = Z_1 - Z'_1, \dots, \Delta_i = Z_i - Z'_i; \dots, \Delta_n = Z_n - Z'_n$. Чем меньше эти погрешности, тем надежнее результаты оцениваемого метода. Следуя формальной логике, очевидно, мы будем удовлетворены, если среднее значение оценок окажется близким среднему значению точных определений, иначе будут минимизированы систематические смещения. Это так называемое требование несмещенности статистических оценок. Кроме того, желательно, чтобы значения погрешностей Δ были минимальными. В терминах математической статистики это означает выполнение требования эф-

фективности оценок, когда распределение погрешностей характеризуется наименьшей дисперсией. Очевидно, метод получения информации (измерения), в большей степени минимизирующий общие и систематические погрешности по сравнению с другими методами, и является более качественным в отношении точности получаемой информации. Оценками Z' могут быть результаты химических, физических и других видов анализа геологических проб, данные того или иного способа их отбора, результаты вычисления средних по разведочным выборкам (реализациям) с помощью различных математических моделей (среднее арифметическое, среднее взвешенное, с учетом ураганных проб, аппарата Крайгинга), результаты оконтуривания площадей минерализации или структур геологических неоднородностей с использованием тех или иных приемов оконтуривания.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ

Теория ошибок измерений [9, 46, 47] рассматривает измерение (прямое, косвенное) как процесс познания, при котором на основании эксперимента получают информацию о численном значении измеряемой величины. Одно измерение как единичный факт само по себе ничего не значит. Оно имеет смысл лишь при многократном повторении, т.е. когда результат измерения предстает как некоторое множество. Во множестве результатов повторных измерений исследуемого объекта эти результаты обычно не совпадают. Таким образом, возникает проблема точности измерений. Необходимость воспроизводимости (повтора) измерений свидетельствует о том, что при оценке их точности должны осуществляться специальные экспериментальные исследования, при которых обычно проводят повторные многократные измерения эталонов тем или иным контролируемым методом.

Точность измерений характеризуется близостью их результатов к эталонному значению измеряемой величины. Подчиненными понятиями точности выступают правильность и воспроизводимость измерений.

Правильность метода измерения обычно характеризуется отклонением среднего результата большого числа измерений от эталонного. Ее количественной оценкой служит систематическая погрешность. Чем меньше систематическая погрешность, тем правильнее метод измерения. Систематическая погрешность остается постоянной либо изменяется в зависимости от изменения определенного неслучайного фактора. Систематические погрешности подразделяют на две группы: 1. Погрешности известного происхождения, величина которых может быть точно определена до опыта (поправки). 2. Погрешности известного происхождения, но неизвестной величины.

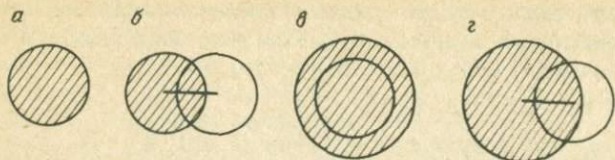


Рис. 1. Схема распределения результатов измерений относительно „истинного“ значения измеряемой величины эталона.

Измерения с хорошей воспроизводимостью: *а* — правильные, *б* — неправильные; с плохой воспроизводимостью: *в* — правильные, *г* — неправильные. Заштрихована область распределения результатов измерения; сплошной линией показано систематическое смещение

Воспроизводимость метода измерения характеризуется теснотой полученных результатов измерений. Ее количественной оценкой служат случайные погрешности измерений. Чем уже рассеяние результатов измерений, тем меньше случайная погрешность и, следовательно, лучше воспроизводимость метода измерения. В связи с этим результаты измерений подразделяют на равноточные и неравноточные по воспроизводимости. Случайная погрешность изменяется от измерения к измерению; она вызывается различными факторами, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено.

Таким образом, точность любого измерения — мера общей его погрешности, т.е. воспроизводимости и правильности метода измерения. Высокая точность измерения предполагает, что оно практически не зависит от влияния на результат измерения индивидуальных особенностей наблюдателя, прибора, приема измерения и случайных обстоятельств, в которых протекает измерительный процесс. На рис. 1 приведена графическая иллюстрация возможных взаимоотношений погрешностей измерения.

Основные задачи теории ошибок измерений сводятся к оценке случайных погрешностей, выявлению и исключению систематических и так называемых „грубых“ ошибок или промахов.

Для оценки систематических и случайных погрешностей методов измерения организуют специальные экспериментальные исследования. При этом возможны различные схемы экспериментов от простых, например многократные измерения эталона (см. рис. 1), до весьма сложных (многоступенчатых). Все они могут быть сведены к двум основным типам:

1. Испытания на одном уровне значений признака (многократные измерения эталона).

2. Испытания на многих уровнях значений признака (однократный выборочный контроль, многократный выборочный контроль).

Математическая модель измерения зависит от схемы и условий экспериментальных исследований. При многократных измерениях эталона она имеет следующий вид (см. рис. 1):

$$X_k = Y + \Delta_k \{X\} + \Delta_c \{X\}, \quad (1)$$

где X_k — частный результат измерения ($k = 1, 2, \dots, n$); Y — истинное (эталонное) значение измеряемой величины; $\Delta_k \{X\}$ — случайная погрешность, искажающая результат; $\Delta_c \{X\}$ — постоянное систематическое смещение.

Общая модель измерения при многократном выборочном контроле и испытаниях на многих уровнях принимает такой вид:

$$X_{jk} = Y_j + \Delta_{jk} \{X\} + \Delta_{cj} \{X\}, \quad (2)$$

где X_{jk} — частный результат измерения, полученный на j -м уровне ($j = 1, 2, \dots, q$; $k = 1, 2, \dots, n_j$); Y_j — истинное (эталонное) значение измеряемой величины j -го уровня; $\Delta_{jk} \{X\}$ — случайная погрешность, искажающая результат; $\Delta_{cj} \{X\}$ — систематическое смещение.

Модель измерения при однократном выборочном контроле, когда эталоны разных уровней измеряют по одному разу, имеет следующий вид:

$$X_j = Y_j + \Delta_j \{X\} + \Delta_{cj} \{X\}, \quad (3)$$

где X_j — частный результат измерения, полученный на j -м уровне; Y_j — эталонное значение измеряемой величины на j -м уровне; $\Delta_j \{X\}$ — случайная погрешность на j -м уровне; $\Delta_{cj} \{X\}$ — систематическое смещение на j -м уровне.

Математические модели количественной оценки систематических и случайных погрешностей всецело зависят от условий и схемы экспериментов, особенностей объекта измерения, методик измерения и интерпретации полученных результатов, а также тех теоретических представлений, на которых базируется теория ошибок измерений.

Рассмотрим схему многократного измерения эталона [формула (1)]. Генеральная совокупность X — это множество возможных значений измерений ($k \rightarrow \infty$). Разность между измеренными значениями X_k и истинными Y называют истинной общей погрешностью измерения,

$$\Delta_{k\text{ист}} \{X\} = X_k - Y. \quad (4)$$

Все множество значений $\Delta_{k\text{ист}} \{X\}$ также является генеральной совокупностью. Из выражения (1) имеем $\Delta_{k\text{ист}} \{X\} = \Delta_k \{X\} + \Delta_c \{X\}$, т.е. истинная погрешность состоит из случайной и систематической составляющих.

Классическая теория ошибок строится на предположении о том, что случайные погрешности результатов измерений какой-либо физической величины распределены по нормальному закону с мате-

математическим ожиданием, равным нулю, т.е. эта величина может быть охарактеризована одним параметром — средним квадратическим отклонением σ . Эту величину часто называют средней квадратической ошибкой измерения. Она позволяет определять абсолютные погрешности измерения заданной вероятности P :

$$P\{|\Delta| \leq \sigma\} = 0,68; \quad P\{|\Delta| \leq 2\sigma\} = 0,95; \quad P\{|\Delta| \leq 3\sigma\} = 0,99.$$

Таким образом, при нормальном законе распределения абсолютная величина случайной погрешности практически не превышает утроенной квадратической ошибки. Предполагается также, что систематическая погрешность постоянна по модулю и знаку. Из теории вероятностей известно, что дисперсия суммы постоянной и случайной величин (при их независимости) равна дисперсии случайной величины. Отсюда $\sigma^2\{\Delta_{\text{ист}}\} = \sigma^2$ и общая погрешность, как и случайная, подчиняется нормальному закону, только со смещенным центром распределения. Согласно заданным условиям можно записать, что $E(\Delta_k\{X\}) = 0$; $E(\Delta_k^2\{X\}) = \sigma^2$; $\Delta_c\{X\} = \text{const}$; $Y = \text{const}$, где E — оператор математического ожидания.

Применим к выражению (1) оператор математического ожидания: $E(X_k) = E(Y) + E(\Delta_k\{X\}) + E(\Delta_c\{X\})$, отсюда систематическое смещение может быть оценено по формуле

$$\Delta_c\{X\} = E(X_k) - Y, \quad (5)$$

а дисперсия случайной погрешности — из выражения

$$\sigma^2 = E((X_k - \Delta_c\{X\}) - Y)^2 = E((X_k - E(X_k))^2). \quad (6)$$

Рассмотрим модель измерения для схемы однократного выборочного контроля по выражению (3). Снова зададимся общеизвестными из теории ошибок измерений условиями, т.е. будем считать, что случайные погрешности подчиняются нормальному закону с нулевым центром, их дисперсия постоянна и не зависит от уровня j измеряемых свойств, систематическая погрешность — величина постоянная по модулю и знаку во всем диапазоне изменения признака. Исходя из этих условий, можно записать, что $E(\Delta_j\{X\}) = 0$; $E(\Delta_j^2\{X\}) = \sigma^2$; $K(\sigma^2, Y_j) = 0$; $K(\Delta_{cj}\{X\}, Y_j) = 0$, где K — оператор корреляционного момента. Принимая во внимание, что все три правых члена выражения (3) являются независимыми величинами, и применяя к этому выражению оператор математического ожидания, имеем $E(X_j) = E(Y_j) + E(\Delta_j\{X\}) + E(\Delta_{cj}\{X\})$, откуда

$$\Delta_c\{X\} = E(X_j) - E(Y_j) = E(X_j - Y_j). \quad (7)$$

Дисперсию случайной погрешности определим из выражения

$$\sigma^2 = E((X_j - \Delta_c\{X\}) - Y_j)^2. \quad (8)$$

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПУТИ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИХ ОЦЕНОК

Оценке точности геологоразведочной информации в настоящее время уделяется особое внимание, вызванное необходимостью решать широкий круг задач, связанных с методическими проблемами изучения геологических объектов и интерпретацией всей получаемой информации. Качество геологоразведочной информации, ее достоверность определяются погрешностями, которые накапливаются на всех этапах исследований. Рассматривая поток такой информации, можно выделить следующие отличающиеся по характеру этапы накопления погрешностей:

1. Первичную геологоразведочную информацию, т.е. информацию о свойствах исследуемого геологического объекта в пункте наблюдения. Источником такой информации служат результаты измерений, полученные с помощью разнообразных видов и способов опробования, данные геологической документации и т.д. Важнейшие свойства первичной информации — ее дискретность и частичная воспроизводимость. Возможность воспроизводимости позволяет организовать специальные экспериментальные исследования в целях оценки ее точности. Обычно погрешности, характеризующие точность первичной геологоразведочной информации, обусловлены особенностями геологического объекта измерения, способами отбора, обработки и испытания проб, методами измерения (их разрешающей способностью) и условиями интерпретации полученных результатов.

2. Вторичную геологоразведочную информацию — результат линейной, площадной и объемной интерпретации данных первичной геологоразведочной информации. Погрешности этого вида информации обусловлены точностью первичной информации, плотностью и геометрией сети ее наблюдения, надежностью теоретических представлений о закономерностях пространственного распределения геологоразведочных параметров, их изменчивостью, уровнем адекватности графоаналитических моделей описания вторичной геологоразведочной информации природе этой информации. В ряде случаев экспериментальным путем можно осуществить воспроизводимость такой информации, а следовательно, и оценку ее точности.

Итак, для оценки точности первичной и вторичной информации организуют специальные экспериментальные исследования. При этом возможны различные схемы экспериментов от простых, как, например, многократные измерения эталона, до весьма сложных (многоступенчатых), требующих применения регрессивного и дисперсионного анализов. Обработку результатов экспериментальных исследований проводят с помощью методов математической статис-

тики, базирующихся на теории вероятностей, в основу которой положен методологический принцип единства необходимого и случайного.

Математические модели количественной оценки систематических и случайных погрешностей всецело зависят от условий и схемы экспериментов, особенностей объекта измерения, методик измерения, интерпретации полученных результатов, а также тех теоретических представлений, на которых основывается теория ошибок измерений.

Оценка точности различных видов измерения при поисках и разведке месторождений полезных ископаемых (вид опробования, испытания, химический и спектральный анализы, геофизические измерения количественных и качественных показателей) является необходимым мероприятием при геологоразведочных исследованиях. Оно обычно сводится к организации специальных экспериментальных работ по выявлению и оценке случайных и систематических погрешностей тех или иных этапов опробования и видов измерения, исключению систематической составляющей из общей погрешности измерения, выяснению точности метода измерения на воспроизводимость и принятию решения по ее повышению. Обычно погрешности, характеризующие точность первичной геологоразведочной информации, называют техническими.

Ошибки, характеризующие воспроизводимость того или иного метода измерения, вызваны множеством причин (неоднородностью навески и реактивов при химическом анализе проб, точностью измерительной аппаратуры, человеческого глаза и т.п.). Каждое отклонение, взятое в отдельности, обусловлено определенными причинно-следственными связями, но последние настолько многочисленны и противоречивы, что отклонения, получаемые при одинаковых условиях эксперимента, принимают различные значения по модулю и знаку. Поэтому при их математической оценке используют аппарат математической статистики, применяемый для описания „случайных“ событий. Качественно воспроизводимость измерения характеризуется теснотой связи между результатами, выявленными последовательно при анализе однородного объекта в одинаковых условиях, а количественно она выражается через значение, ниже которого с заданной вероятностью могут быть встречены отклонения двух частных результатов измерения. Знание оценок случайных погрешностей позволяет обоснованно выделять полезные сигналы при интерпретации геологоразведочных данных, решать вопрос об однородности геологических объектов, помогает при выборе наиболее рациональных видов и методов измерения в зависимости от цели и задач проводимых исследований как чисто геологического, так и поисково-разведочного характера.

Правильность метода измерения оценивают по наличию или отсутствию систематических погрешностей, т.е. каких-либо смещений

от точного (истинного) значения измеряемого параметра, вызванных действием определенного неслучайного фактора (смещение нуля шкалы прибора, неточность градуировки, истирание зерна, изменение состава проб, реактивов при химическом анализе и т.д.). Систематическая погрешность в отличие от случайной постоянна по модулю и знаку при всех повторных измерениях одного и того же геологического объекта, но при измерениях разных объектов (пробы разного содержания исследуемого элемента) может изменяться от измерения к измерению соответственно по величине и знаку, подчиняясь при этом определенной закономерности. Количественно систематическое смещение оценивают с помощью функциональных математических моделей, позволяющих исключать систематические погрешности из результатов контролируемого метода измерений. Оценка правильности измерений приобретает наиболее важное значение при обосновании выводов, основывающихся на сравнении абсолютных значений измеряемых геологических параметров, и затрагивает большой круг чисто геологических и поисково-разведочных проблем. Если систематические погрешности того или иного метода измерения выявлены и их причины установлены, то результаты применения метода могут быть скорректированы. В случае когда причины систематических погрешностей не установлены, часто вообще отказываются использовать результаты контролируемого метода измерения. Так, можно осуществить контроль за правильностью аналитических методов оценки качества руд, применяемых как в стационарных лабораториях, так и в полевых условиях (без отбора геологических проб), проконтролировать с помощью заверочных шурфов надежность опробования разведочных скважин и т.п.

При поисках и разведке практически всех видов полезных ископаемых устанавливают нормативы допустимых случайных погрешностей аналитических определений (таблицы допустимых погрешностей), замеров мощности, объемной массы, зольности и т.п. Эти нормативы (стандарты) обычно более или менее обоснованы опытом поисков, разведки и эксплуатации месторождений полезных ископаемых. Однако любые установленные значения допустимых погрешностей оказываются бесполезными без научно обоснованной методики их экспериментальной оценки.

Количественная оценка точности первичной геологоразведочной информации позволяет:

— оценить систематические погрешности контролируемого метода и, если причины систематических смещений выявлены, а значимость их установлена, исключить эти погрешности из результатов контролируемого метода измерений;

— оценить точность контролируемого метода на воспроизводимость и при необходимости наметить соответствующие методические

кие и технические решения с целью снижения уровня случайных погрешностей;

— провести сравнение различных методов измерений, видов и способов опробования по их точности и на основании такого сравнения выбрать наиболее рациональный с учетом детальности геологоразведочных исследований и выдвигаемых при этом требований и экономических соображений;

— оценить погрешности различных этапов опробования (отбора, обработки и испытания проб) и на основании их сравнения разработать методические и технические рекомендации в целях повышения точности опробования.

Точность вторичной геологоразведочной информации зависит от технических погрешностей измерений в пунктах наблюдения, надежности теоретических представлений об условиях локализации и пространственного размещения исследуемых геологических свойств и от ошибок „аналогии” (распространения дискретных данных первичной информации на профиль, сечение и объем оцениваемого объекта). Ошибки „аналогии” зависят от системы наблюдений (формы и плотности сети), изменчивости пространственного распределения исследуемых геологических параметров, а также от способов графоаналитического моделирования.

При оценке точности вторичной геологоразведочной информации осуществляют контроль за достоверностью обобщенной информации о количественных и качественных показателях геологических объектов (средние значения параметров, площади минерализации, структурные неоднородности пространственного размещения геологических свойств, запасы руды и полезного компонента), получаемой в результате графоаналитического анализа данных геологоразведочных реализаций. Обычно эксперименты заключаются в сопоставлении поисковых и разведочных (эталон), разведочных и эксплуатационных (эталон) данных, в многократном и многовариантном моделировании различной плотности и конфигурации условной сети наблюдений на искусственных моделях или моделях, построенных по фактическим материалам разведки и опробования тел полезных ископаемых.

При обобщении данных дискретной первичной геологоразведочной информации для выявления структурных особенностей пространственного распределения того или иного геологического свойства (мощности, зольности, содержания элементов) часто прибегают к построению планов изолиний. Надежность таких планов в отношении объективного отражения природных закономерностей размещения геологических показателей зависит от выбранной величины интервалов (сечений) между изолиниями равных значений исследуемого параметра. Совершенно очевидно, что оптимальная величина сечения должна учитывать погрешности замеров парамет-

ров в точках наблюдения и расстояния между ними (погрешности экстра- и интерполяции). Решение данной проблемы необходимо при интерпретации геохимических и геофизических аномалий и оконтуривании промышленных руд по бортовому и минимальному промышленному содержанию.

Погрешности экстра- и интерполяции позволяют оценить роль случайной и систематической составляющих наблюдаемой изменчивости размещения геологических показателей и тем самым обосновать вид математических моделей ее описания, решить вопрос об оптимальной плотности опробования для выявления геологических неоднородностей.

Экспериментальная оценка точности вторичной геологоразведочной информации приобретает особое значение при решении проблемы достоверности результатов разведки, отчего зависит надежность промышленной оценки месторождения и определения эффективности разведочных работ. Прямые сопоставления данных разведки с данными эксплуатации в сочетании с методом разрежения разведочной сети позволяют экспериментально оценить погрешности подсчета количества запасов, средней мощности тел, средних содержаний полезных компонентов и площадных характеристик объектов разведки в зависимости от изменчивости геологических свойств, формы и плотности разведочной сети. По аналогии, используя результаты сопоставления данных разведки с данными эксплуатации, можно оценить надежность разведки однотипных объектов. Начиная с XX в. показателями достоверности результатов разведки выступают символы категорий запасов полезных ископаемых А, В, С₁ и С₂, характеризующихся допустимыми погрешностями. Результаты экспериментальных исследований могут способствовать более обоснованной оценке этих погрешностей. В настоящее время ведутся интенсивные поиски адекватных геологической природе математических моделей описания и оценки достоверности вторичной геологоразведочной информации. Предлагаемые модели многочисленны и противоречивы (классические формулы математической статистики, модели первых и вторых разностей, модели Крайгинга [10] и условных случайных функций [48], многочисленные методики учета ураганных проб, разнообразные приемы вычисления средних — среднего арифметического, среднего геометрического, среднего взвешенного и т.д.). В этом случае экспериментальные исследования позволяют осуществить оценку надежности тех или иных математических моделей описания вторичной геологоразведочной информации.

Количественная оценка точности вторичной геологоразведочной информации позволяет:

— оценить роль случайной и систематической составляющих наблюдаемой изменчивости пространственного распределения геологи-

ческих признаков и обосновать вид геолого-математической модели ее описания;

— в условиях горно-геометрического моделирования, при построении планов изолиний, отражающих структуру площадного размещения геологических параметров, определить оптимальный интервал (сечение) между изолиниями равных значений исследуемого признака;

— на основании результатов моделирования разведочной сети прогнозировать точность вторичной геологоразведочной информации (точность подсчета запасов, средних подсчетных параметров) по рудным объектам, аналогичным экспериментальным моделям;

— оценить надежность различных приемов геолого-математического моделирования, связанных с обобщением геологоразведочной информации (способы вычисления средних) и оценкой достоверности геологоразведочных данных.

ОБЗОР МЕТОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ИХ КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Системный подход к анализу методических решений

Основное направление наших исследований — развитие теории и стандартизации экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации. Для решения этой проблемы прежде всего необходимо проанализировать существующие методы экспериментальных работ данного направления, установить то общее, что их объединяет, внимательно отнестись к различиям и выявлению их причин. Все это позволит наметить наиболее эффективные пути дальнейших исследований, направленные на развитие теории и стандартизации экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации.

С методологической точки зрения обзор существующих методических решений наиболее целесообразно проводить на основе системного анализа. При этом выявляют основные системы, устанавливают их границы, выделяют части систем (подсистемы), тем или иным образом между собой связанные, исследуют результаты взаимодействия систем и подсистем.

Системный подход к рассматриваемой проблеме нашел свое отражение в блок-схеме понятийной модели исследований, направленных на развитие теории и стандартизации экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации (рис. 2). Здесь выделены две основные взаимодействующие системы: методика эксперимента I и область его воздействия II. В свою очередь, каждая

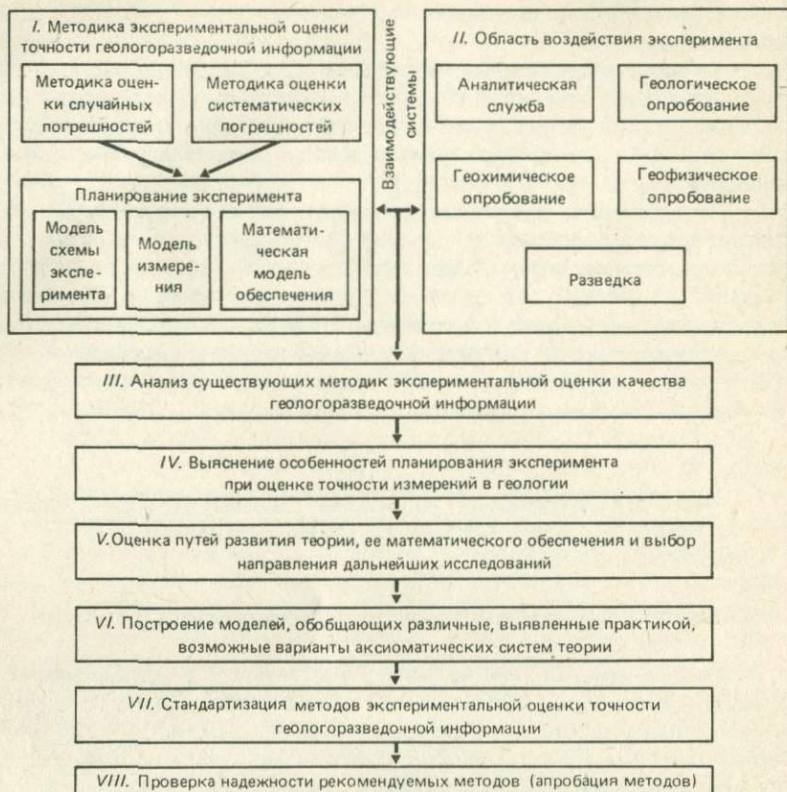


Рис. 2. Блок-схема понятийной модели исследований, направленных на развитие теории и стандартизации экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации

система состоит из взаимоувязанных между собой частей (под-систем).

Независимо от того, в какой области геологии (аналитическая служба, разведка) осуществляют эксперименты по оценке точности информации, всегда эти эксперименты проводят по определенным штампам (см. рис. 2, I), для каждого из которых выбирают свои схемы экспериментов, модели измерения и методы математической обработки экспериментальных данных. При их выборе учитывают не только основные положения теории ошибок измерений, но и характерные особенности условных областей геологии, где эти эксперименты осуществляются. Исследуя результаты взаимодействия двух основных систем, можно выявить причины многообразия часто

противоречивых методических решений экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и выбрать наиболее оптимальный путь дальнейших исследований, направленных на унификацию методов контроля качества геологоразведочной информации.

Анализ методов экспериментальной оценки точности первичной информации

При оценке точности первичной геологоразведочной информации выявляют технические погрешности методов и видов измерения количественных (мощность, объемная масса) и качественных (содержание минералов, химических элементов) показателей, определяют погрешности различных этапов опробования — отбора, обработки и анализа проб. Если, например, погрешности отбора проб $\Delta_{отб}$, обработки — $\Delta_{обр}$ и анализа — $\Delta_{ан}$, то общая погрешность опробования $\Delta_{опр}$ есть функция этих погрешностей: $\Delta_{опр} = f(\Delta_{отб}, \Delta_{обр}, \Delta_{ан})$. При этом важно выяснить, на каком этапе какие погрешности преобладают, и в целях повышения точности опробования принять соответствующие методические и технические решения.

На всех стадиях геологоразведочных работ осуществляют постоянный контроль погрешностей этапов опробования, химических, геофизических и других методов измерений путем организации специальных экспериментальных исследований. Проблеме проведения экспериментов по оценке точности первичной геологоразведочной информации и математическому описанию их результатов посвящено множество статей и монографий советских геологов. Наиболее детально этот вопрос рассмотрен в отношении оценки качества аналитических работ.

Аналитическая служба

Десятилетние исследования под руководством Научного совета по аналитическим методам (НСАМ), созданного в 1964 г. Министерством геологии СССР при Всесоюзном научно-исследовательском институте минерального сырья (ВИМС), позволили разработать методические указания, унифицирующие методы лабораторного контроля качества аналитических работ, выполняемых в стационарных лабораториях, что, бесспорно, способствовало на определенном этапе повышению эффективности геологоразведочных исследований.

Аналитическая служба геологической отрасли в настоящее время представляет собой разветвленную сеть лабораторий, размещенных по всей территории СССР. Аналитические определения базируются на химических и физических методах изучения состава веществ и их разнообразных смесей. Их подразделяют на химический, физико-химический, оптический, спектральный, рентгеноспектральный,

ядерно-физический, масс-спектральный виды анализа, характеризующиеся различной точностью определения химического состава проб. Химические и физико-химические методы анализа в настоящее время являются основным источником аналитической информации, определяя с высокой точностью более 50 элементов при их содержании от $n \cdot 10^{-6} \%$ до десятых долей процента. Физические методы анализов обычно обладают меньшей точностью, чем химические, особенно при повышенных концентрациях анализируемых элементов. Точность этих методов в большей степени зависит от состава проб, уровня содержания элементов и других побочных факторов.

Основой выявления достоверности результатов аналитических методов служит экспериментальная оценка их точности, т.е. объективная информация о метрологических характеристиках конкретных методик: предел обнаружения элемента; нижние и верхние пределы его количественного определения; воспроизводимость и правильность метода.

Случайные погрешности анализов проб подразделяют на два типа по воспроизводимости. Воспроизводимость *первого типа* качественно характеризуется теснотой (скупенностью) результатов измерений, выявленных последовательно при анализе однородного объекта (пробы) в одинаковых условиях (те же испытатель, аппарат измерения, та же лаборатория, небольшой промежуток времени). Оценку ошибок воспроизводимости первого типа осуществляют путем постоянного внутреннего контроля, она служит критерием качества работы лаборатории, зависящего от многих переменных факторов. Для этого проводят параллельный анализ проб. Без достаточно хорошей воспроизводимости параллельных анализов работа лаборатории не может быть признана качественной.

Воспроизводимость *второго типа* характеризуется теснотой связей между частными результатами анализа, полученными в одной и той же лаборатории при исследовании однородного объекта, но при различных условиях испытания (разные испытатели, аппаратура измерения, реактивы, разное время и т.п.). Этот вид внутреннего контроля (геологический) заключается в анализах зашифрованных дубликатов проб. Он служит для выявления ошибок воспроизводимости, зависящих от факторов, медленно меняющихся во времени. Оценка таких погрешностей особенно важна, а точнее необходима, для правильной интерпретации результатов геологоразведочных исследований при выявлении геологических неоднородностей. Для каждого периода разведки месторождения объем таких экспериментальных исследований обычно составляет 5–10 % от общего числа проб.

Систематические погрешности анализов проб характеризуют правильность измерений и оцениваются при помощи внешнего контроля. Внешний лабораторный контроль предназначен для выявле-

ния систематических погрешностей анализов, выполняемых в стационарных лабораториях. Его осуществляют в контролирующей лаборатории путем повторных анализов дубликатов тех аналитических проб, которые подвергались анализу в контролируемой (основной) лаборатории. Для этого некоторое число проб (обычно 10 % от общего их числа) направляют в арбитражную лабораторию для анализа более точным методом. В этом случае истинными считают результаты контрольного анализа. Правильность анализов оценивают по величине систематических расхождений между результатами основного и контрольного определений рядовых геологических проб. При этом возможны три случая: а) контрольные анализы отличаются от основных не только отсутствием систематических погрешностей, но и пренебрежительно малой дисперсией воспроизводимости; б) контрольные анализы при отсутствии систематических погрешностей имеют воспроизводимость, дисперсия которой существенно отличается от нуля; в) контрольные анализы сопровождаются случайными и систематическими погрешностями. Случай в) свидетельствует о некорректности мероприятий по организации внешнего контроля.

Следует отметить, что обычно сложно сделать уверенное заключение об отсутствии систематических погрешностей в работе контролирующей лаборатории. Поэтому инструкциями по контролю качества аналитических работ [26, 31, 33] рекомендуется лишь устанавливать наличие систематических отклонений между анализами основной и контрольной лабораторий, а не определять их количественно. Если в этом случае систематические смещения установлены, то, следовательно, анализы сопровождаются систематическими погрешностями. Правда, опять-таки, не всегда уверенно можно говорить о том, что эти погрешности присущи основной, а не контролирующей лаборатории. Действующие методические указания [25] для окончательного решения вопроса о наличии систематической погрешности рекомендуют пользоваться арбитражным контролем. Случай б) более надежен, он позволяет проводить качественную и количественную оценку систематического смещения. Этот случай и положен в основу инструкции [26], где предполагается отсутствие систематических погрешностей в контрольных анализах, а дисперсии ошибок воспроизводимости основной и контролирующей лабораторий известны и равны между собой. Последнее допущение, очевидно, не всегда выполняется, тогда разработка математического аппарата оценки систематических отклонений представляет определенные трудности. Случай а), требующий выполнения двух условий — отсутствия систематических погрешностей в контрольных определениях и близкой к нулю дисперсии их воспроизводимости, является наиболее корректным. Для выполнения указанных условий в настоящее время рекомендуется широкое внедрение в практи-

ку аналитических работ тщательно изученных „стандартов”, отвечающих по своему составу типичным горным породам и рудам*. Следует оговорить, что составление таких стандартов и эталонных проб — ответственная и сложная задача, что систематические погрешности могут быть различны при разной основе эталонных проб и разной концентрации в них основных и сопутствующих элементов. Но этот путь исследования систематических погрешностей все же наиболее надежен из всех предлагаемых.

Соотношение случайных и систематических погрешностей. Систематические погрешности характеризуются постоянным смещением от точного определения истинного содержания элемента в пробе, а случайные — всегда их сопровождают со средним значением, близким к нулю. Следовательно, оба вида погрешностей необходимо рассматривать во взаимозависимости. Понятия систематических и случайных погрешностей — относительные. При снижении уровня случайных погрешностей все более четко будут проявляться систематические отклонения и, наоборот, с ростом ошибок воспроизводимости случайные погрешности затушевывают незначительные систематические смещения, которые в этом случае как бы переходят в разряд случайных. Таким образом осуществляются взаимосвязь и взаимопереход этих погрешностей (воспроизводимость $\uparrow\downarrow$ правильность). Такое понятие, как систематическое отклонение, вообще исчезает, когда, например, исследуют полные межлабораторные (не менее 20 лабораторий) погрешности. В этом случае межлабораторные систематические отклонения образуют „статистический ансамбль” и оцениваются с помощью статистических моделей описания случайных величин.

Если же набор „стандартов” анализируют в одной лаборатории, то в этом случае ошибки воспроизводимости могут быть оценены с помощью статистических моделей, а систематические отклонения — функциональных математических моделей. Таким образом, все зависит от условий выполненного эксперимента. Совершенно очевидно, что математические модели оценки систематических и случайных погрешностей анализов проб должны учитывать органическую связь этих погрешностей, а также вид схемы экспериментальных исследований по их выявлению.

На примере методических указаний по контролю аналитических определений с учетом требований НСАМ [25, 26, 31, 33] попытаемся выяснить, как развивались наши теоретические представления и математические модели количественной оценки экспериментальных

* Первые в СССР стандарты веществ естественных горных пород — гранодиорит „Рыжик”, миаскит МИВ-1, диабаз ДИМ-1 и перидотит ПИМ-1 — были созданы Институтом геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии Академии наук СССР еще в 1966 — 1969 гг.

данных лабораторного и геологического контроля. В целях систематизации весь материал представлен в последовательности, соответствующей блок-схеме (см. рис. 2) (схемы экспериментов, решаемые задачи, математические модели). Рассмотрим статистические методы оценки точности аналитических определений для схемы однократного выборочного контроля и соответствующие им математические модели.

I. Оценка значимости систематической погрешности:

1. U-критерий [26, 33]

$$U = \frac{|\bar{d}_r| \sqrt{n}}{\sigma_r} \leq 0,7; \quad (9)$$

$$U = \frac{|\bar{d}_r| \sqrt{n}}{\sigma_r} \leq 1,96; \quad (10)$$

$$\bar{d}_r = \frac{\sum (C_o - C_k) \cdot 100}{n \cdot \bar{C}_k} \quad (11)$$

или

$$\bar{d}_r = \frac{100}{n} \sum \left(\frac{C_o}{C_k} - 1 \right). \quad (12)$$

2. t-критерий [25, 31, 33]

$$t = \frac{|\bar{d}_r| \sqrt{n}}{S_r} \leq t_T; \quad (13)$$

$$\bar{d}_r = \frac{100 \bar{d}}{C_k}; \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \sum d; \quad d = C_o - C_k;$$

$$S_r = \frac{S_d \cdot 100}{\bar{C}_k}; \quad \bar{C}_k = \frac{1}{n} \sum C_k; \quad S_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}}.$$

3. Критерий „ничтожной“ погрешности [25, 31]

$$\frac{|\bar{d}_r|}{\sigma_r} \leq 1/3; \quad (14)$$

$$\bar{d}'_r = \frac{\bar{d} \cdot 100}{\bar{C}_o}; \quad \bar{C}_o = \frac{1}{n} \sum C_o.$$

II. Оценка и исключение систематической погрешности [25]:

$$K = \frac{100 - \bar{d}'_r}{100}; \quad (15)$$

$$C'_o = KC_o. \quad (16)$$

III. Оценка случайных погрешностей [25, 31, 33]:

$$S'_r = \frac{S}{\bar{C}} 100; \quad (17)$$

$$S = \sqrt{\sum (C_1 - C_2)^2 / 2n} \quad (18)$$

или

$$S_r'' = 100 \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{2n}}; \quad (19)$$
$$X = C_1/C_2; \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum X \approx 1,$$

где n — число пар сопоставлений C_o и C_k — результатов основного и контрольного анализов; \bar{d}_r — относительные расхождения; \bar{C}_x — среднее арифметическое содержание по контрольным определениям; D — допустимое расхождение в относительных процентах для аналитических методов III категории точности; σ_r — допустимая относительная среднеквадратическая погрешность ($\sigma_r = D/2,8$); U и t — эмпирические значения критериев согласия; t_T — теоретическое значение критерия; S_d — ошибка воспроизводимости; \bar{d} — систематическое смещение; S_r и \bar{d}_r — соответствующие S_d и \bar{d} относительные величины; d_r' — относительные расхождения между основными и контрольными определениями; K — поправочный множитель; C_o' — исправленные значения содержаний основного анализа; C_1 и C_2 — двойные равноточные анализы i -й пробы; \bar{C} — среднее содержание по всем значениям C_1 и C_2 ; S — среднеквадратическая случайная погрешность анализов; S_r' — относительная среднеквадратическая случайная погрешность; S_r'' — относительная случайная погрешность при постоянстве относительных отклонений в диапазоне рассматриваемых концентраций.

Согласно методическим указаниям 1975 г. [26], в основу экспериментальных исследований положена схема однократного выборочного контроля. При внешнем лабораторном контроле, предназначенном для выяснения правильности аналитических работ, выполняемых в стационарных лабораториях геологической службы СССР, предлагается проводить ее оценку по значимости систематических расхождений между результатами основного и контрольного анализов рядовых геологических проб с помощью U -критерия. Вычисление этого критерия проводят по формуле (9), где относительные расхождения между основными и контрольными определениями соответствующего класса интервалов содержаний \bar{d}_r рассчитывают по разным формулам (11), (12) в зависимости от того, какие из погрешностей (относительные или абсолютные) остаются постоянными в диапазоне выбранного интервала концентрации. Если эмпирические значения критерия U оказываются меньше теоретических (0,7 и 1,96), то систематические смещения признают незначимыми. Никаких рекомендаций в отношении способов исключения систематических погрешностей не приводится. Что касается случайных погрешностей, то от партии проб рекомендуется отбирать контрольную выборку по каждому интервалу содержаний и повторно их анализировать. Затем вычисляют величины относительных расхождений

между основными и повторными результатами:

$$\Pi = \frac{2|P_1 - P_2|}{P_1 + P_2} \cdot 100, \quad (20)$$

где Π — относительное расхождение, %; P_1 и P_2 — результаты основного и контрольного анализов.

Величину расхождения Π каждой пробы и соответствующего интервала содержаний сравнивают с величиной допустимых расхождений D . Все результаты анализа партии проб считают принятыми, если при объеме выборки V число результатов, вышедших за границы допустимых расхождений, не превысит приемное число A . Другими словами, для оценки качества аналитических работ на воспроизводимость используют контрольные карты допустимых погрешностей D при заданной вероятности 0,95.

В методических указаниях 1977 г. [33] уже учтены все три возможные схемы экспериментов.

Многократный выборочный контроль на одном уровне. Рассматривают многократные измерения эталона $C_{эТ}$, т.е. стандартных образцов (СО) или контрольных проб (КП). Оценку значимости систематического смещения осуществляют на основании применения U - и t -критериев.

U-критерий:

$$U = |\bar{d}_r| \sqrt{m} / \sigma_r \leq 1,96, \quad (21)$$

где $\bar{d}_r = \frac{\Sigma (C - C_{эТ})}{m C_{эТ}} \cdot 100\%$ — относительное систематическое расхождение; m — число анализов СО; σ_r — допустимая относительная среднеквадратическая погрешность анализов III категории.

Если проверяют не химический, а физический метод анализа, то оперируют с относительными величинами $X = C/C_{эТ}$. Тогда

$\bar{d}_r = (\bar{X} - 1) \cdot 100\%$, где $\bar{X} = \frac{1}{m} \Sigma \frac{C}{C_{эТ}}$; C — результат i -го анализа; $C_{эТ}$ — паспортное („истинное“) содержание компонента в пробе СО и КП. U -критерий позволяет выяснить, значимо ли систематическое расхождение на фоне регламентируемых допусков σ_r .

t-критерий:

$$t = \frac{|\bar{d}_r| \sqrt{m}}{S_r} \leq t_T, \quad (22)$$

где $S_r = \frac{S_d}{C} \cdot 100$. Здесь $S_d = \sqrt{\frac{\Sigma (d - \bar{d})^2}{m - 1}}$; $d = C - C_{эТ}$; $C = \frac{1}{m} \Sigma C$; t_T — теоретическое значение критерия, зависящее от числа степеней свободы и заданного уровня значимости [7, 9].

При контроле физического метода S_r рекомендуют вычислять по формуле

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{C}{\bar{C}} - 1 \right)^2}{m - 1}} \cdot 100. \quad (23)$$

Если $U \leq 1,96$, а $t < t_r$, то систематические смещения признают незначимыми. Вычисления случайных погрешностей (абсолютных — S , относительных — S_r) предлагают проводить по формулам оценок среднеквадратического отклонения ($S = \sqrt{\frac{\sum (C - \bar{C})^2}{m - 1}}$, $S_r = \frac{S}{\bar{C}} \cdot 100$) или из выражения (23), если контролируют физический метод анализа. Запас точности метода определяют по формуле

$$Z = \frac{\sigma_r}{S_r}. \quad (24)$$

Если $Z < 0,7$, метод анализа не может быть отнесен к III категории. Чем больше величина Z , тем лучшей воспроизводимостью обладает метод.

Критический анализ приведенных формул свидетельствует о том, что попытки учесть в них особенности методов анализа (химический, физический) оказались формальными. Вычисления по исходным и преобразованным величинам дают одни и те же результаты, так как $\bar{C} = \text{const}$ и $C_{ЭТ} = \text{const}$.

Однократный выборочный контроль. В условиях однократного выборочного контроля, когда для конкретного интервала содержащий имеем n пар анализов, для оценки значимости систематического смещения предлагается использовать U - и t -критерии [см. формулы (10), (13)]. Нет рекомендаций в отношении исключения систематических погрешностей. Оценку относительных случайных погрешностей вычисляют по формулам (17), (19), а запас точности метода определяют из выражения (24). Здесь также предлагается использовать два типа переменных ($X_1 = C_1 - C_2$, $X_2 = C_1/C_2$) в зависимости от методов анализа (химический, физический). Отсутствуют какие-либо рекомендации в отношении оценки гипотез об однородности дисперсий случайных погрешностей и законе их распределения.

Многokратный выборочный контроль на многих уровнях. Эксперимент планируется следующим образом. Для интервала концентраций определяемого компонента, в котором еще сохраняется постоянство ошибок определения (абсолютной, относительной), берут $k \geq 8$ стандартных образцов (СО) или контрольных проб (КП). Каждую пробу делят на $m \geq 2$ частей. Пробы зашифровывают и двумя последовательными партиями направляют на анализ. Вторую партию, содержащую дубликаты проб первой, направляют на анализ после получения результатов по первой партии. Анализ контрольных проб состоит из $n \geq 2$ параллельных определений. В общем случае должно выполняться неравенство: $N = kmn \geq 20$. При такой схеме

планирования эксперимента S_{Σ}^2 дисперсия, характеризующая разброс экспериментальных данных S_{Σ}^2 , складывается из следующих составляющих:

$$S_{\Sigma}^2 = S_{\text{в}}^2 + S_{\text{т}}^2 + S_{\text{с}}^2; \quad S_{\text{вт}}^2 = S_{\text{в}}^2 + S_{\text{т}}^2,$$

где $S_{\text{в}}^2$ — оценка дисперсии, отражающей сходимость результатов параллельных определений одной и той же пробы; $S_{\text{т}}^2$ — оценка дисперсии, обусловленной неконтролируемыми факторами, медленно меняющимися во времени; $S_{\text{вт}}^2$ — оценка дисперсии, характеризующей уровень воспроизводимости результатов анализа; $S_{\text{с}}^2$ — оценка дисперсии, обусловленной влиянием неконтролируемых вариаций валового состава проб и неисключенных систематических отклонений результатов анализа.

Вычисление всех этих дисперсий проводят с помощью метода двухфакторного дисперсионного анализа [7], при котором значимость различия дисперсий оценивают по критерию Фишера F .

Для обеспечения однородности дисперсий, независимости погрешностей анализа от содержания определяемого компонента в рассматриваемом интервале концентраций, а также с целью нормализации распределения погрешностей, без чего дисперсионный анализ мало эффективен, рекомендуется пользоваться преобразованиями исходных переменных.

Первый тип преобразований: $X_{ij\gamma} = C_{ij\gamma} - C_{o\gamma}$. Применяют для широкого класса химических методов анализа при постоянстве абсолютных погрешностей в рассматриваемом интервале содержаний. Здесь $C_{ij\gamma}$ — результат i -го определения в j -й шифрованной пробе γ -й контрольной пробы; $C_{o\gamma}$ — установленное содержание определяемого компонента в γ -й контрольной пробе; $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$; $\gamma = 1, 2, \dots, k$.

Второй тип преобразований: $X_{ij\gamma} = \frac{C_{ij\gamma}}{C_{o\gamma}}$. Применяют, если в рассматриваемом интервале содержаний сохраняется постоянство относительной случайной составляющей погрешности. Для оценки значимости систематических смещений используют t -критерий:

$$t = \frac{|\bar{d}_r| \sqrt{N}}{S_{\Sigma, r}} \leq t_r; \quad (25)$$

$$\bar{d}_r = \frac{d \cdot 100}{C_{o\gamma}}; \quad \bar{d} = \frac{k}{\gamma=1} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (C_{ij\gamma} - C_{o\gamma}) / N$$

$$\text{или } \bar{d}_r = (X - 1) \cdot 100 \%, \quad \text{где } X = \frac{\sum_{\gamma=1}^k \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ij\gamma} / C_{o\gamma}}{N};$$

$S_{\Sigma, r}$ — случайная относительная погрешность без учета систематических смещений; $S_{\Sigma, r} = \sqrt{S_{\text{вт}, r}^2 + S_{\text{с}, r}^2}$.

При значимых систематических смещениях рекомендуется совершенствовать, дорабатывать контролируемую методику анализа, но не вводить какие-либо поправки. Оценку случайной погрешности проводят в зависимости от типа преобразования:

$$S_{\text{вТ}} = \sqrt{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m (X_{ij} - \bar{X})^2 / k(m-1)};$$

$$X_{ij} = C_{ij} - \bar{C}_j; \quad \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m X_{ij}}{km}; \quad S_{\text{вТ,р}} = 100S_{\text{вТ}}/\bar{X},$$

где C_{ij} — результат i -го измерения j -й пробы ($i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, k$); \bar{C}_j — средний результат на уровне j ; $S_{\text{вТ}}$ — стандарт абсолютной случайной погрешности воспроизводимости; $S_{\text{вТ,р}}$ — относительная среднеквадратическая погрешность воспроизводимости:

$$S_{\text{вТ,р}} = 100 \sqrt{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m (X_{ij} - \bar{X})^2 / k(m-1)};$$

$$X_{ij} = C_{ij} / \bar{C}_j; \quad \bar{C}_j = \frac{\sum_{i=1}^m C_{ij}}{m}; \quad \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^m X_{ij}}{km}.$$

Запас точности аналитического метода оценивают из выражения (24), где $S_r = S_{\text{вТ,р}}$ или $S_r = S_{\Sigma}$, при отсутствии систематических погрешностей.

Рекомендации отраслевого стандарта [31] во многом схожи с методическими указаниями [33]. Здесь также учитывают три возможные схемы экспериментов для оценки качества аналитических определений. При этом предлагают оценить случайную и систематическую составляющую погрешности результатов анализа следующими методами:

1. С помощью одного стандартного образца (многократный выборочный контроль эталона).
2. С помощью аттестованной методики (однократный выборочный контроль).
3. Методом дисперсионного анализа по набору стандартных образцов или контрольных проб (многократный выборочный контроль на уровнях).

Кроме t -критерия, с целью оценки значимости систематических погрешностей предложено пользоваться критерием „ничтожной“ погрешности [см. формулу (25)]. В условиях многократного выборочного контроля эталонов для оценки однородности дисперсий случайных погрешностей рекомендовано применять критерии Кочрана и Бартлетта [7], а гипотезу о нормальном законе распределения переменных — по значимости отличия от нуля коэффициентов асимметрии A и эксцесса E . По-прежнему указано на необходимость двух типов преобразования исходных переменных.

Методические указания 1982 г. [25] относительно методов геологического контроля аналитических работ свидетельствуют о желании авторов существенно упростить статистическую обработку экспериментальных данных. Здесь речь идет только об однократном выборочном контроле. Оценку значимости систематической погрешности предусмотрено проводить по t -критерию, критерию „ничтожной“ погрешности и критерию знаков, а также использовать для этого корреляционные графики. Предлагаемые математические модели основаны на допущении гипотезы о постоянстве абсолютных случайных погрешностей в рассматриваемом интервале содержаний и на априорном предположении о нормальном законе их распределения. Поэтому никаких преобразований исходных переменных не предусмотрено.

Впервые приведены рекомендации (при обязательном производстве арбитражного контроля) по способу оценки и исключению систематических погрешностей [см. формулы (15), (16)]. Правда, здесь наблюдается явное противоречие. С одной стороны, систематические смещения и их значимость оценивают через абсолютные разности ($C_o - C_k$), а исключение систематических погрешностей рекомендуется осуществлять посредством поправочного множителя K . Причем вычисления этого поправочного коэффициента можно существенно упростить: $K = \Sigma C_k / \Sigma C_o = \bar{C}_k / \bar{C}_o$.

Общий анализ рассмотренных методических документов позволяет сделать следующие выводы.

1. Во всех методических указаниях [25, 26, 31, 33] утверждается, что среднеквадратическое отклонение, которое характеризует погрешность анализа, зависит от определяемого содержания. Этим объясняется необходимость выделения таких интервалов содержаний, для которых сохраняется постоянство среднеквадратической погрешности (абсолютной или относительной).

2. Для оценки качества аналитических определений на воспроизводимость по контрольным выборкам вычисляют оценки среднеквадратических погрешностей, которые сравнивают с допустимыми их значениями для анализов III категории точности. Формулы их оценок зависят от постоянства в каждом классе содержаний абсолютных или относительных погрешностей.

3. Для выявления и оценки систематических погрешностей используют различные критерии (U, t, \dots), учитывающие оба типа преобразования.

4. Обычно отсутствуют рекомендации, за исключением методических указаний [25], по способам оценки и исключения систематических погрешностей из результатов контролируемого метода.

5. Заметно стремление к одновременной оценке систематических и случайных погрешностей с использованием эталонов СО и КП на основе дисперсионного анализа.

6. Из всех возможных схем экспериментов наибольшей популярностью пользуется схема однократного выборочного контроля.

Геологическое опробование

Геологическое опробование — одна из важнейших операций геологоразведочных работ. Оно заключается в отборе, обработке и анализе материала проб с целью получения достоверных данных о среднем содержании полезных и вредных компонентов в исследуемом объеме недр (месторождении, отдельном рудном теле, участке, блоке). На основе данных такого опробования устанавливают границы рудных тел, контуры промышленного оруденения и в конечном итоге осуществляют подсчет запасов основных и попутных компонентов. Геологическое опробование — это основной источник информации о концентрации и особенностях пространственного размещения изучаемых геологоразведочных параметров, позволяющей геометризовать недра при подсчете запасов.

В настоящее время основной объем при геологическом опробовании приходится на долю линейных и реже объемных проб. Первые — это рядовые геологические пробы малых объемов, отбираемые при сплошном (сквозном) опробовании руд и вмещающих пород в разведочных горных выработках и скважинах. Вторые — это пробы больших объемов (например, валовые), которые используют как основной вид опробования (россыпи золота, алмазов) и как контрольные (эталонные) пробы. Ведущим способом для отбора линейных проб в горных выработках является борздовой. Его надежность апробирована практикой разведки и большим объемом экспериментальных работ. Линейный характер и прямоугольное сечение борозды позволяют ориентировать ее так, чтобы рудные тела пересекались по линии наибольшей изменчивости оруденения, что способствует повышению представительности проб. При сложном внутреннем строении минерализованных зон или отсутствии четких геологических границ проводят секционное опробование. Способ имеет и ряд недостатков: возможность появления систематических погрешностей опробования за счет избирательного выкрашивания материала пробы при нестрогом сохранении постоянства сечения борозды; большая трудоемкость и низкая производительность труда при ручном отборе проб; отбор борздовых проб требует проходки дорогостоящих горных выработок.

В настоящее время для повышения качества борздового опробования в практику геологоразведочных работ широко внедряют пробоотборники режущего типа. При этом сводится до минимума избирательное выкрашивание материала, растет производительность труда, уменьшается влияние субъективных факторов на результаты опробования.

Ведущим способом отбора линейных проб в скважинах является отбор керна при колонковом бурении. Колонковое бурение — это основное средство разведки месторождений твердых полезных ископаемых. Объем механического колонкового бурения за 1976—1980 гг. составил 87 % от объема всех видов бурения (шнекового, ударно-канатного, пневмоударного, шарошечного). При колонковом бурении материалом для проб служат керн, керн и шлам или только шлам. Наиболее достоверные результаты получают по данным опробования керна.

С методической точки зрения колонковое бурение — самое мобильное, экономичное и удобное средство разведки, но и оно не лишено недостатков, основные из них следующие: относительно небольшой диаметр керна, низкий его выход, что может способствовать избирательному истиранию материала пробы; сложность точной пространственной привязки места отбора пробы; на ряде сложных геологоразведочных объектов применение только колонкового бурения не дает положительных результатов. В этих условиях обычно применяют горно-буровой вариант разведки.

Для повышения выхода керна, обеспечивающего более высокую надежность опробования, в зависимости от геологических особенностей месторождений используют ряд технических средств: снаряды с обратной промывкой (эжекторные, эрлифтные); различные конструкции двойных и тройных колонковых труб; съемные керноприемники и т.п. В связи с тем что надежность геологических проб в целом определяет оценку разведываемого месторождения, все операции опробования необходимо контролировать. Контроль за качеством опробования проводят систематически непосредственно в ходе всего процесса геологоразведочных работ. При этом необходимо контролировать:

1. Представительность отбора проб, а именно, соответствие расположения проб по отношению к залеганию, морфологии, строению, изменчивости рудных тел, соблюдение их сечений и соответствие фактической массы отбираемой пробы их теоретической массе, равномерность отбора материала по всей длине линейных проб.
2. Сохранность проб при их транспортировке от места отбора до лаборатории.
3. Правильность обработки проб в лаборатории и соблюдение условий, исключающих возможность загрязнения проб в процессе их обработки.
4. Соблюдение правил отбора и хранения дубликатов проб.
5. Качество анализа проб.

Погрешности обработки и анализа проб поддаются прямому эмпирическому контролю. Как это делается в отношении анализов проб, мы уже знаем. Что же касается погрешностей обработки проб,

то для их выявления также организуют специальные экспериментальные исследования [1, 15, 35].

Наиболее точные результаты обработки проб получают в том случае, если весь материал исходной пробы измельчают до требуемой крупности и путем тщательного квартования отбирают соответствующую навеску для анализа. Это более надежный, но энерго- и материалоемкий способ, исключаяющий (снижающий) возможные потери материала и погрешности при его просеивании, перемешивании и сокращении, возникающие при обработке проб по стадиям. При стадийной обработке проб, особенно валовых, возможны существенные как случайные, так и систематические погрешности. При отборе проб массой до 15 кг надежность получаемых результатов достигается тщательностью работ, определением оптимального значения коэффициента неоднородности или дроблением всей начальной массы проб до необходимой крупности. Наиболее четкий контроль процесса обработки проб возможен путем систематического опробования всех отходов, которые получают при сокращении пробы по стадиям [1].

Контроль пробоотбора для выявления его точности — операция достаточно сложная, так как в лучшем случае можно говорить лишь о „псевдовоспроизводимости” контрольных замеров (проб). В основе прямого выявления надежности проб лежит заверка основных способов их отбора более надежными, принятыми при экспериментальных работах за эталон. Наиболее широкое распространение получили способы заверки бороздовых и керновых проб массового производства валовыми, задирковыми и бороздовыми (большого сечения) пробами.

При проведении экспериментальных разведочных работ необходимо соблюдать ряд условий, вытекающих из научных основ экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и практики геологоразведочного процесса:

равномерное размещение контрольных проб по всему разведываемому объекту;

максимальное сопряжение заверяемых и контрольных проб;

получение достаточного количества результатов сопоставления, позволяющих делать на основе их анализа и обработки методами математической статистики надежные выводы (обычно 50—60 пар сопоставления);

оперативный контроль опробования необходимо осуществлять на всех даже самых ранних, стадиях геологоразведочного процесса;

одновременный отбор контролируемых и заверяющих проб; проведение обработки и анализа проб в одной и той же лаборатории при неизменной технологии работ.

Причины возникновения погрешностей отбора проб зависят от

многих факторов [11, 12], которые могут быть разбиты на три группы: горно-геологические (физико-механические свойства пород и руд, их текстурно-структурные особенности, изменчивость внутреннего строения рудного тела); технические (поперечное сечение борозды, диаметр бурения, ориентировка проб по отношению к максимальной изменчивости рудных тел, глубина бурения); технологические и организационные (выбор техники опробования, профессиональная подготовка кадров и т.д.).

Количественными показателями точности опробования являются случайные и систематические погрешности. Даже незначительные систематические погрешности опробования могут в случае низкого содержания полезного компонента оказать негативное влияние на оценку разведываемого объекта. Систематические погрешности устраняют путем введения в подсчет запасов поправочных коэффициентов, которые определяют на основании сопоставления основного и контрольного (эталонного) опробования. Они обычно зависят от содержания полезных компонентов в руде. Поэтому их устанавливают для разных классов содержаний, интервалы которых согласовывают с кондициями, принятыми для подсчета запасов. Оценку случайных погрешностей производят равноточными, выполненными по одной методике и в одинаковых условиях измерениями. Это могут быть анализы вторых половинок керна, сопряженных борозд равной геометрии и т.д. Выявленные таким образом случайные погрешности (при всех остальных равных условиях) отражают не случайные погрешности пробоотбора, а случайную составляющую наблюдаемой изменчивости пространственного распределения содержаний в условиях сплошного (сквозного) опробования рудных тел (учитывается принцип „неповторимости“ локальных замеров). Количественные оценки случайной составляющей могут служить характеристиками сложности строения геологических объектов при соблюдении условия равной представительности проб. Их величины также следует учитывать при оценке числа необходимых пар сопоставления для выявления систематических погрешностей, так как по мере снижения уровня случайных погрешностей более четко проявляются систематические.

Существует множество вариантов экспериментальной оценки точности геологического опробования, но все их можно разбить на три группы методов: лабораторные, прямые, косвенные.

Лабораторные методы заключаются в искусственном истирании керновых и штучных проб на экспериментальных установках. Многочисленные эксперименты по выявлению избирательного истирания проведены в лаборатории опробования САИГИМСа на станках марок РИ-02 и ЛИС-03 [12], в научно-исследовательском горно-металлургическом институте г. Еревана на установке ЛИК (лабораторный

истиратель зерна) и др. Достоинство этого способа — быстрота исполнения и возможность осуществления в лабораторных условиях. Недостаток можно сформулировать так: даже самый корректный эксперимент на стендовых установках не может определить величину избирательного истирания и вывести поправочные коэффициенты, учитывающие систематические погрешности.

Прямые методы контроля осуществляют путем прямого сопоставления данных основного опробования с результатами контрольного опробования в смежных (0,3 — 0,5 м, реже 5 м) или сопряженных местах отбора проб. При этом имеет место множество вариантов сопоставления (борозда — борозда, борозда — вал, kern — kern, kern — борозда, kern — kern + шлам + муть и т.п.). О необходимости такого контроля можно судить по результатам рассмотрения многочисленных материалов разведки и подсчета запасов месторождений твердых полезных ископаемых, прошедших утверждение в ГКЗ СССР. Практически во всех случаях имеют место замечания комиссии об отсутствии необходимых опытных работ по выяснению достоверности опробования или о недостаточном их объеме, не позволяющем, например, установить величину систематического занижения содержания элементов при том или ином способе массового отбора проб.

Косвенные методы основаны, главным образом, на сопоставлении результатов контролируемого опробования с данными эксплуатации. Этот вариант заверки опробования на стадиях предварительной и детальной разведки практически неосуществим, за исключением тех случаев, когда проводится опытная эксплуатация. Этот вид контроля скорее соответствует контролю точности вторичной геологоразведочной информации, так как контролируется качество не отдельной пробы (локального замера), а совокупности проб, отобранных в известном объеме недр. Косвенные методы хороши тем, что они не требуют получения дополнительной (избыточной) информации посредством отбора контрольных проб, но этот вариант контроля оторван от самого процесса разведки по времени.

Называют и иные косвенные методы, не требующие специальных затрат. Например, сравнение теоретических и фактических масс зерна или объемных показателей его выхода. К косвенным методам контроля правильности отбора зерновых проб часто относят вариант сопоставления двух половинок зерна. Этот вариант контроля действительно можно отнести к косвенным методам, выявить же наличие систематических погрешностей он не способен ввиду отсутствия эталона при сопоставлениях. Основные выводы можно свести к следующему:

1. Прямой метод контроля качества опробования является основным в практике геологоразведочных работ. При достаточном количестве заверочных работ он позволяет однозначно решать во-

прос о точности опробования и в случае необходимости определять поправочные коэффициенты к данным основного опробования.

2. Обычно эксперименты организуют по схеме однократного выборочного контроля (борозда — борозда, керн — борозда и т.д.).

3. Слабо разработан вопрос математической обработки экспериментальных данных с целью количественной оценки систематических и случайных погрешностей опробования.

Остановимся более подробно на математическом обеспечении экспериментов по оценке точности геологического опробования. Для однократного выборочного контроля материалы систематизированы в соответствии с решаемыми задачами.

I. Оценка значимости систематического смещения [35, 40]:

$$t(B) = \frac{|\bar{X}_O - \bar{X}_K|}{\sqrt{S_O^2 + S_K^2 - 2S_O S_K r_{O,K}}} \leq 2; \quad (26)$$

$$t = \frac{|\bar{\Delta}_c|}{S_{\bar{\Delta}}} \leq 1,96; \quad (27)$$

$$S_{\bar{\Delta}}^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum (\Delta_c - \bar{\Delta})^2; \quad \bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum \Delta_c; \quad \Delta_c = X_O - X_K;$$

критерий знаков [40]

$$t = \frac{|\bar{X}_O - \bar{X}_K|}{\sqrt{S_O^2/n_O - S_K^2/n_K}} \leq t_T; \quad (28)$$

регрессионный анализ. Проверка гипотез $H_0: b = 1$, $H_0: a = 0$ в уравнении $X'_O = a + bX_O$.

II. Оценка и исключение систематической погрешности [35, 40]:

$$K = \bar{X}_K / \bar{X}_O; \quad (29)$$

$$X'_O = KX_O; \quad (30)$$

$$\bar{\Delta}_c = \bar{X}_K - \bar{X}_O; \quad (31)$$

$$X'_O = X_O + \bar{\Delta}_c; \quad (32)$$

$$X'_O = a + bX_O. \quad (33)$$

III. Оценка случайной погрешности [21, 35]:

$$S = \sqrt{\sum (X_1 - X_2)^2 / 2n}; \quad (34)$$

$$|\bar{\Delta}| = \frac{1}{n} \sum |X_1 - X_2|; \quad (35)$$

$$S_r = \sqrt{\frac{2}{n} \sum \left(\frac{X_1 - X_2}{X_1 + X_2} \right)^2} \cdot 100, \quad (36)$$

где X_O и X_K — основные и контрольные определения; \bar{X}_O и \bar{X}_K — средние арифметические их значения; n — число пар сопоставления; S_O^2 и S_K^2 — дисперсии распределений X_O и X_K ; $r_{O,K}$ — коэффициент корреляции между X_O и X_K ; Δ_c — абсолютное систематическое смещение; $\bar{\Delta}$ — среднее значение систематического смещения; $S_{\bar{\Delta}}^2$ — дисперсия случайных отклонений; n_O и n_K — число значений соответ-

венно X_0 и X_K ; a и b — коэффициенты линейной регрессии; K — поправочный коэффициент; X'_0 — исправленные значения результатов основных определений; X_1 и X_2 — пары равнозначных измерений; $\bar{\Delta}_c$ — среднее абсолютное систематическое смещение; S — стандарт случайной погрешности; $|\bar{\Delta}|$ — абсолютная случайная погрешность; S_r — относительное среднее квадратическое отклонение с учетом постоянства случайных относительных погрешностей в рассматриваемом интервале значений признака.

При оценке результатов экспериментального заверочного опробования следует учитывать, что расхождения в значениях признака по сопряженным заверяемым и контрольным пробам тем больше, чем выше природная изменчивость в размещении исследуемого параметра. Поэтому показатели различий по отдельным парам проб не могут характеризовать надежность заверяемого вида опробования. Для объективного решения вопроса о наличии систематических погрешностей основного вида опробования необходимо сопоставление достаточно большого числа пар контрольных и контролируемых проб (не менее 50—60).

Для оценки значимости систематической погрешности применяют различные критерии, основанные на сравнении средних, полученных по основным X_0 и контрольным X_K пробам (замерам). Н.В. Барышев еще в 1948 г. для этой цели применял выражение (26), аналогичное модели критерия t (Стьюдента), используемой для оценки зависимости отличия средних двух выборок с попарно сопряженными нормально распределенными случайными величинами, но коррелируемыми между собой. Н.В. Барышев предлагал систематическую погрешность считать значимой, если $t(B) > 2$. Более правильно сравнивать эмпирическое значение с теоретическим его значением t_T для заданного уровня значимости и соответствующего числа степеней свободы [7].

Д.А. Родионов [40] в 1964 г. предложил выяснять наличие систематической погрешности по критерию t (27). К табличным значениям t_T Д.А. Родионов также не обращается. Формула (27) близка по смыслу выражению (13).

Некоторые геологи в целях оценки значимости систематических погрешностей предлагают использовать критерий знаков (Б.И. Галкин, П.Л. Каллистов и др.). Этот критерий хорош не только предельной простотой, но и тем, что не требует никаких предположений о законе распределения погрешностей. Он основан на допущении, что в подавляющем большинстве случаев при наличии систематической погрешности наблюдается явное преобладание одних знаков (X_0 — X_K), указывающее на наличие этой ошибки. Это — непараметрический критерий, разработанный Ван дер Варденом в 1960 г., для которого требуется знание лишь числа положительных и отрицательных отклонений.

В ряде случаев (Г.П. Воларович, 1986) для оценки значимости систематических расхождений ($\bar{X}_o - \bar{X}_k$) используют выражение (28), соответствующее критерию t (Стьюдента) при сравнении двух средних нормальных генеральных совокупностей с известными дисперсиями (независимые выборки) [7]. Дело в том, что при больших объемах выборочных данных ($n > 50$) средние арифметические распределены приближенно нормально, независимо от распределений исходных переменных, а выборочные дисперсии оказываются достаточно хорошими оценками генеральных дисперсий. Дисперсии двух выборок сравнивают по критерию Фишера (F), а отличие эмпирических распределений ($X_o - X_k$) от функции нормального распределения устанавливают путем оценки гипотезы о равенстве нулю коэффициентов асимметрии и эксцесса.

В.И. Раевский и Ю.В. Шурубов в 1958 г. предложили в качестве критерия значимости систематических смещений между X_o и X_k использовать проверку гипотез $H_o: b = 1$ и $H_o: a = 0$ в уравнении линейной регрессии (38). Ю.А. Ткачев [40] поддерживает это предложение.

Что касается способов введения поправок в результаты основного вида опробования (анализа), то Н.В. Барышев (1948), а затем А.П. Прокофьев и В.И. Смирнов (1960) предлагают умножать результаты основных определений на коэффициент, определяемый по формуле (29). При этом вычисление поправочных коэффициентов предполагается проводить раздельно для разных классов содержаний и типов руд. Д.А. Родионов считает, что введение такой поправки исказит дисперсию исследуемых концентраций. Он предлагает определять систематическое смещение по формуле (31), а исключать систематические погрешности по формуле (32). В 1951 г. Б.Я. Юфа выдвинул предложение об исключении систематических погрешностей из ряда основных анализов (результатов опробования) с помощью уравнения линейной регрессии по формуле (33). При этом учитываются постоянная и пропорциональная составляющие систематических погрешностей. В настоящее время многие геологи это предложение широко пропагандируют [35].

Оценку случайных погрешностей рекомендуется осуществлять по формуле, предложенной Н.В. Барышевым, или по формуле А.П. Прокофьева, которая в принципе ошибочна, так как при двойных равноточных измерениях средняя абсолютная погрешность $\bar{\Delta} = 1/\sqrt{2n} (\sum |X_1 - X_2|)$. Кроме того, эта оценка случайных погрешностей менее эффективна, чем среднее квадратическое отклонение S . В работе [21] среднее квадратическое случайных относительных погрешностей предлагается вычислять по формуле (36).

Совершенно очевидно, что от правильного выбора тех или иных математических моделей обработки экспериментальных данных во многом зависит надежность наших выводов о наличии и величине

систематических погрешностей, способов их исключения, а также оценок случайных погрешностей. Это особенно важно потому, что ошибки опробования сказываются не только на качественной и количественной характеристике оруденения, правильном оконтуривании промышленных руд и непосредственно подсчете запасов, но и в значительной мере определяют в целом общую геолого-экономическую эффективность результатов геологоразведочных работ.

Недооценка важности проведения экспериментальных работ по выяснению надежности результатов опробования, выбора рациональной их методики как в отношении соответствующих схем экспериментов, так и методов математической обработки экспериментальных данных может привести к значительным ошибкам. Так, при завышении содержания полезных компонентов в процессе разведки или слабой изученности качества руд горные предприятия несут убытки за счет невыполнения плана по выдаче металла и за счет несоответствия качественной характеристики руд технологической схеме их переработки. Занижение содержаний, как правило, не позволяет полностью использовать возможности месторождения, что создает условия для бесконтрольных потерь полезного ископаемого при добыче и переработке руд.

Геохимическое опробование

На всех стадиях геологоразведочных работ, связанных с прогнозированием, поисками и разведкой месторождений полезных ископаемых, все шире применяют геохимические методы исследований. Результаты обобщения данных металлометрической съемки, гидрохимических и биохимических исследований, оценки первичных и вторичных ореолов рудных скоплений свидетельствуют о больших возможностях геохимических методов поисков и разведки месторождений полезных ископаемых. Исходя из опыта работ в Советском Союзе и за рубежом [2, 3] и учитывая перспективы развития науки, можно перечислить следующие задачи, в решении которых важную роль могут играть геохимические методы.

1. Мелкомасштабное и обзорное региональное металлогеническое районирование и прогнозирование — выявление потенциально рудоносных поясов, провинций и областей.

2. Среднемасштабное региональное прогнозирование с выделением конкретных локальных площадей (потенциально рудоносных структурно-металлогенических зон, районов и узлов) для постановки специализированного крупномасштабного геологического картирования и поисков месторождений.

3. Крупномасштабное прогнозирование и поиски полезных ископаемых с выделением прямых поисковых признаков месторожде-

ний — геохимических ореолов и потоков рассеяния, зон околорудных изменений и т.п.

4. Детальные поиски в пределах локальных площадей с целью выявления отдельных рудных тел на разведываемых и эксплуатируемых месторождениях.

В основе всех геохимических методов лежит геохимическое опробование. От надежности его результатов зависит и надежность выводов любых геохимических исследований. Как отмечает А.И. Гавришин, систематические и случайные погрешности, возникающие на всех этапах геохимических исследований, нередко вносят существенные искажения в распределения концентраций химических элементов, и статистически обоснованные выводы могут оказаться ложными, если указанные погрешности не учтены [5]. Такие погрешности связаны с выполнением некоторого комплекса мероприятий (отбор, обработка и анализ геохимических проб), в результате которого значения оцениваемых концентраций иногда включают технические погрешности первичной геохимической информации. Кроме того, если погрешности отбора и обработки, геохимических проб малого объема (до 0,5 кг) обычно незначительны, то погрешности анализа проб часто довольно существенны. Последнее объясняется тем обстоятельством, что массовый характер геохимического опробования требует применения таких аналитических методов анализа, которые отличаются высокой производительностью, низкой стоимостью и большим набором одновременно анализируемых элементов или их соединений. Таким методом является приближенно-количественный метод эмиссионного спектрального анализа. В основном этот метод отвечает всем перечисленным выше требованиям, и только в ряде случаев не удовлетворяет его недостаточно высокая воспроизводимость. Для решения некоторых специальных задач анализа приходится проводить высокоточными методами (количественный эмиссионный спектральный, флуоресцентный рентгеноспектральный, атомно-абсорбционный анализы и др.).

Каждый метод анализа характеризуется набором определяемых элементов, пределом их обнаружения (чувствительностью) и воспроизводимостью измерений, т.е. метрологическими характеристиками. Недостаточная чувствительность и низкая воспроизводимость того или иного метода анализов могут привести к таким результатам геохимического опробования, которые вообще поставят под сомнение возможность использования геохимических методов при решении тех или иных задач практической геохимии. Часто в этих же условиях даже небольшое повышение чувствительности и точности анализов позволяет получить положительные результаты. Таких примеров в практике геохимических исследований достаточно. Но всегда ли следует пользоваться высокоточными методами анализов?

Правильность и воспроизводимость анализа являются важными характеристиками метода, но всякий переход на количественные (более точные) методы приводит к резкому увеличению стоимости анализа и уменьшению производительности. Поэтому во всех случаях необходим выбор рационального комплекса аналитических методов, точность которых должна быть достаточной для решения конкретной геологической задачи. Все это свидетельствует о том, что оценка качества геохимического опробования и анализов проб — актуальная проблема современной геохимии.

Контроль геохимического опробования осуществляют для оперативного управления качеством первичной геохимической информации, оценки погрешностей и их дальнейшего учета при анализе геохимических данных. При литохимических поисках точность геохимического опробования контролируют повторным отбором проб (смежных, сопряженных с учетом принципа „неповторимости“) в объеме 3 % [14]. По данным первичного и контрольного опробования оценивают погрешность работы, которую следует учитывать при определении величины геохимического фона и выделении геохимических аномалий. Дело в том, что эта погрешность может существенно исказить характеристики природной изменчивости исследуемых химических элементов. Можно привести немало примеров, когда характер эмпирического распределения, особенно в области фона, того или иного компонента в основном зависит от распределения, например, аналитических погрешностей. Поэтому при обобщении данных геохимического опробования нельзя пренебрегать результатами не только контрольного опробования, но и результатами лабораторного контроля качества аналитических определений. Рассмотрим статистические методы оценки точности геохимического опробования для однократного выборочного контроля.

I. Оценка значимости систематической погрешности [5, 14, 39] :

$$\delta_c \leq 1,1; \quad (37)$$

$$|\bar{\Delta}_c| \leq \frac{S_1}{0,5\sqrt{n}}; \quad (38)$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{2(n-1)} \sum (\Delta_c - \bar{\Delta}_c)^2}; \quad \Delta_c = C_o - C_k.$$

II. Оценка и исключение систематической погрешности [5, 13, 14, 30, 40] :

$$\bar{\Delta}_c = \frac{1}{n} \sum (C_o - C_k); \quad (39)$$

$$C'_o = C_o - \bar{\Delta}_c; \quad (40)$$

$$\delta = 100 \bar{\Delta}_c / \bar{C}; \quad (41)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{2n} \sum (C_o + C_k);$$

$$\delta' = \frac{100}{n} \sum \frac{C_o - C_k}{C}; \quad (42)$$

$$C = \frac{1}{2} (C_o + C_k);$$

$$\bar{\Delta}'_c = \frac{1}{n} \sum (\lg C_o - \lg C_k); \quad (43)$$

$$\delta_c = \text{ant}(\bar{\Delta}'_c); \quad (44)$$

$$C''_o = C_o / \delta_c; \quad (45)$$

$$\delta'_c = (\delta_c - 1) \cdot 100. \quad (46)$$

III. Оценка случайной погрешности [5, 13, 14] :

$$S = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum (C_1 - C_2)^2}; \quad (47)$$

$$S_r = 100S/\bar{C}; \quad (48)$$

$$S'_r = 100 \sqrt{\frac{2}{n} \sum \left(\frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \right)^2}; \quad (49)$$

$$S_{lg} = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum (\lg C_1 - \lg C_2)^2}; \quad (50)$$

$$S''_r = 100 \sqrt{10^{2 \cdot 3} S_{lg}^2 - 1}; \quad (51)$$

$$\delta_{cл} = \text{ant}(S_{lg}); \quad (52)$$

$$\delta'_{cл} = (\delta_{cл} - 1) \cdot 100; \quad (53)$$

$$\bar{\Delta}'_{cл} = \frac{1}{\sqrt{2n}} \sum |\lg C_1 - \lg C_2|; \quad (54)$$

$$\delta''_{cл} = \text{ant}(\bar{\Delta}'_{cл}), \quad (55)$$

где C_o и C_k — результаты основного и контрольного определений; n — число парных сопоставлений; δ_c — относительное систематическое расхождение для логарифмически преобразованных величин; $\bar{\Delta}'_c$ — среднее систематическое расхождение для исходных переменных; S_1 — стандартная случайная погрешность для исходных переменных при равнозначных по воспроизводимости анализов C_o и C_k ; C''_o — исправленное значение основного определения в условиях постоянства абсолютных систематических смещений; δ — относительное систематическое расхождение; δ' — среднее относительное систематическое расхождение при постоянстве последних в рассматриваемом классе содержаний; $\bar{\Delta}'_c$ — среднее абсолютное систематическое расхождение для логарифмически преобразованных величин; δ'_c — относительное систематическое расхождение для логарифмически преобразованных величин; C''_o — исправленное значение основного анализа в условиях логарифмических преобразований исходных переменных; δ'_c — относительная систематическая погрешность, учитывающая логарифмические преобразования исходных переменных; S — абсолютная среднеквадратическая случайная погрешность; S_r — относительная среднеквадратическая случайная погрешность; S'_r — относительная стандартная

случайная погрешность при постоянстве относительных случайных отклонений для рассматриваемого интервала концентраций; S_{lg} — стандартная случайная погрешность логарифмов концентраций; S_r — относительная стандартная случайная погрешность с учетом логарифмических преобразований исходных переменных; $\delta_{сл}$ — относительное случайное отклонение логарифмов концентраций; $\delta'_{сл}$ — относительное случайное отклонение, %; $\bar{\Delta}_{сл}$ — средняя абсолютная случайная погрешность логарифмов концентраций; $\sigma''_{сл}$ — случайное среднее относительное отклонение концентраций; C_1 и C_2 — пары равноточных анализов.

Контроль геохимического опробования основан на допущении гипотезы о логнормальном законе распределения погрешностей и заключается в вычислении систематических и случайных погрешностей [14, 39]. Систематическую погрешность определяют из выражения (43).

Антилогарифм систематической погрешности дает систематическое относительное расхождение самих концентраций (44), показывающее, во сколько раз первые результаты больше вторых. Если $\delta_c > 1,1$ (37), то систематическое расхождение подлежит исключению, для чего $\bar{\Delta}'_c$ алгебраически вычитают из всех $lg C_o$ или вычисляют исправленные значения C''_o по формуле (45). При отсутствии систематических смещений вычисляют среднюю случайную погрешность по формуле (54). Антилогарифм $\bar{\Delta}_{сл}$ дает случайное среднее относительное отклонение самих концентраций (55). Оно показывает, во сколько раз в среднем полученные значения концентраций больше или меньше истинных, т.е. соответствующие им по надежности истинные значения лежат в пределах, вычисляемых умножением значений, полученных при анализе проб, на $(\delta''_{сл})^{\pm 1}$. По инструкции [14] величина $\delta''_{сл}$ не должна превышать 1,6 при отборе проб рыхлых образований и растений и 2,0 — в случае опробования коренных пород. Математические формулы (43), (44), (45), (54), (55) рекомендуется использовать и при оценке качества всех видов анализа геохимических проб.

Описанные математические модели — отражение современного состояния проблемы оценки точности первичной геохимической информации. К сожалению, в этой области нет единства мнений по многим принципиальным вопросам. Попытаемся выяснить причины такого положения. Приведенные формулы основаны на допущении гипотезы о том, что погрешности геохимического опробования и спектрального анализа подчиняются логнормальному закону распределения. Часто говорят, что результаты измерений концентраций при спектральном анализе подчиняются логарифмически нормальному распределению, при котором нормальному закону следуют не сами значения концентраций, а их логарифмы [13, 30, 39]. Этому же закону подчиняются погрешности анализов геохимических проб.

Объяснение находят в следующем. В условиях количественного спектрального анализа плотность почернения или просто почернение фотографической эмульсии S определяется логарифмом отношения интенсивности i_0 света, прошедшего через почернение незасвеченной части фотоэмульсии, и интенсивности i света, прошедшего через почернение измеряемой спектральной линии [30]: $S = \lg(i_0/i)$. Таким образом, почернение представляет собой функцию логарифма пропускания, что и приводит к логнормальному распределению концентраций и их погрешностей, связанному с условиями спектрального анализа и способами интерпретации спектрограмм.

Более популярно этот феномен объясняет Р.И. Дубов [13]. Он отмечает, что содержание, например, олова 0,001 % легко отличается по спектрограмме от 0,003 % при рядовой методике. Отличить же 0,101 % от 0,103 % гораздо труднее, хотя абсолютное различие здесь то же самое — 0,002 %. Таким образом, средняя абсолютная ошибка растет с увеличением содержаний элементов в пробах. При этом, как отмечает Р.И. Дубов, распределение ошибок не может быть симметричным, а следовательно, и нормальным. Основываясь на такого рода высказываниях, можно предположить, что распределения анализов по величине определяемой концентрации и их погрешностей должны быть преимущественно логарифмически нормальными.

Некоторые исследователи [13, 30] отмечают, что в условиях логнормального закона распределения лучшей оценкой математического ожидания ξ выступает выборочная медиана X . При этом доверительные границы для математического ожидания предлагается определять по неравенству $\tilde{X}/\delta_{\text{с.л}} \leq \xi \leq \tilde{X}\delta_{\text{с.л}}$,

где $\delta_{\text{с.л}}$ — относительные случайные отклонения значений X от истинных значений в сторону завышения или занижения, определенные потенцированием выражения $\delta_{\text{с.л}} = \text{ant}(\delta)$; $\delta = US_{\lg}/m$ и соответствующие величине S_{\lg} , заданной вероятности и числу анализов, по которому вычислялось выборочное значение медианы по формуле

среднего геометрического: $\tilde{X} = \sqrt[m]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_m} = \text{ant}\left(\frac{1}{m} \sum \lg x\right)$,

где U — коэффициент вероятности; S_{\lg} — среднее квадратическое отклонение новой переменной, $S_{\lg} = \sqrt{\frac{\sum (\lg x - \lg \bar{x})^2}{(m-1)}}$; m — число анализов.

И все же в настоящее время большинство исследователей приходят к мысли о том, что погрешности анализов геохимических проб в определенных пределах концентраций могут подчиняться и нормальному закону распределения [5]. Известны и сложные случаи, когда распределения погрешностей спектроаналитических результатов не являются ни логнормальными, ни близкими к нормальным [30]. Все это существенным образом усложняет выбор математического аппарата обеспечения экспериментальных исследований

по оценке качества измерений, что нашло свое отражение в монографии А.И. Гавришина [5]. Математические модели, рассматриваемые в этой работе, соответствуют двум схемам экспериментов.

Многократный выборочный контроль эталона (пробы). Среднюю систематическую погрешность метода Δ вычисляют по формуле

$$\Delta = \frac{1}{m} \sum (x - \xi) = \bar{x} - \xi,$$

где x — результат единичного определения концентрации элемента; ξ — действительная концентрация элемента в стандартной пробе; m — число единичных определений; \bar{x} — среднее арифметическое единичных определений.

Относительную среднюю систематическую погрешность δ в процентах определяют по формуле $\delta = \frac{\Delta}{\xi} \cdot 100\%$. Если распределение погрешностей описывает логарифмически нормальная модель, то все расчеты ведут для логарифмов концентраций: $\Delta_{lg} = \frac{1}{m} \sum (\lg x - \lg \xi) = \overline{\lg x} - \lg \xi$. Значение Δ_{lg} может быть преобразовано в относительную систематическую погрешность $\delta = \text{ant}(\Delta_{lg})$ или $\delta = (10^{\Delta_{lg}} - 1) \cdot 100\%$.

Значимость средней систематической погрешности оценивают с помощью критерия Стьюдента $t = \frac{|\Delta| \sqrt{m}}{S} \leq t_T$, где S — средняя квадратическая погрешность. При уровне значимости 0,05 и числе определений $m > 20$ $t_T = t_{0,05} \approx 2$, тогда условие значимости систематической погрешности может быть записано в следующем виде: $|\Delta| \leq S/0,5\sqrt{m}$.

Среднюю квадратическую случайную погрешность S определяют на основании результатов многократных анализов одних и тех же образцов (проб) по формуле

$$S = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum (x - \bar{x})^2},$$

а относительную среднюю квадратическую случайную погрешность (коэффициент вариации) вычисляют так:

$$S_r = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Для логарифмически нормального распределения погрешностей все вычисления стандарта проводят с логарифмами концентраций по выражению $S_{lg} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum (\lg x - \overline{\lg x})^2}$,

относительную же стандартную погрешность определяют по формуле

$$S_r = \sqrt{10^{2,3} S_{lg}^2 - 1} \cdot 100\%.$$

Однократный выборочный контроль. По схеме однократного выборочного контроля сопоставляют пары измерений одних и тех же проб. Анализы могут проводить равноточными и разноточными

методами. Оценку систематических и случайных погрешностей, выявление значимости систематических отклонений и их исключение рекомендуется осуществлять, используя математические модели [см. формулы (38) — (55)]. Здесь наряду с логарифмическими преобразованиями предлагается применять абсолютные (38), (39), (40), (47) и относительные величины погрешностей (42), (49). Для выяснения закона распределения концентраций и их погрешностей используют оценку значимости отличия коэффициентов асимметрии и эксцесса от нуля для исходных и преобразованных переменных.

Многие авторы [5, 13, 30] утверждают, что логарифмическая форма описания погрешностей необходима при контроле приближенно-количественных методов анализа, так как прямая зависимость между величиной случайной погрешности и содержанием элемента требует такого математического выражения погрешностей, при котором отклонение по абсолютной величине больше в сторону завышения, чем в сторону занижения, а это возможно только при использовании логарифмически нормальной модели описания распределения случайных погрешностей. Формула (49) относительной (процентной) формы выражения погрешностей, не учитывающая величину относительных погрешностей разного знака, в этом случае непригодна.

Невозможность выражения случайных погрешностей полуколичественного и приближенно-количественного спектральных анализов геохимических проб в относительных процентах показана Р.И. Дубовым [13]. Действительно, случайная относительная погрешность может составить 150%. Завысить измеряемую концентрацию элемента на 150% можно, но занижить нельзя, так как концентрация не может быть отрицательной. В то же время эквивалентная ей погрешность 2,5 имеет разумный физический смысл, и концентрация может быть как завышена в 2,5 раза, так и занижена. Логарифмическая форма позволяет выразить такую погрешность.

Геофизическое опробование

В последнее время в практику поисково-разведочных работ широко внедряют приемы оценки количественных и качественных показателей полезных ископаемых без отбора геологических проб, с использованием для этого геофизических методов (магнитной восприимчивости, ядерно-физические и др.). Примеры опробования руд в их естественном залегании или искусственных обнажениях без отбора проб уже широко известны в применении к большой группе полезных ископаемых [28]. С этой целью создают и полевую геофизическую аппаратуру („Минерал-4“, „Гагара“, „Берилл-3“, МАК-1 и многие другие). Эти методы уже переросли рамки лабораторных

экспериментальных исследований и в настоящее время являются важной составной частью геофизических методов поисков и разведки. Преимущество такой оценки количества и качества минерального сырья очевидно и объясняется прежде всего возможностью быстрого получения результатов измерения.

При геофизических методах опробования чаще проводят измерения каких-либо физических свойств, коррелируемых с прямыми геологическими параметрами. Поэтому встает вопрос о выявлении (графическом, аналитическом) этой связи. На основании сопоставления эталонных значений измеряемых геологических свойств с результатами геофизических измерений эталонов строят градуировочные графики, т.е. проводят специальное экспериментальное исследование, позволяющее обосновать математическую модель оценки геологических признаков по результатам косвенных геофизических измерений.

Для оценки точности геофизического опробования обычно организуют экспериментальные исследования, сопоставляя результаты применения геофизических методов с результатами контрольного метода опробования. Точность геофизического опробования при оценке качества руд колеблется от 5 до 25 относительных процентов. Она зависит от разрешающей способности геофизической аппаратуры, условий ее использования, особенностей геологического объекта измерения, точности градуировочного графика и других факторов. Далее приводим наиболее распространенные математические модели выявления и оценки систематических и случайных погрешностей в условиях однократного выборочного контроля.

I. Оценка значимости систематической погрешности [21, 24, 32] :

Оценка статистических гипотез $H_0 : a = 0, H_0 : b = 1$ уравнения прямой $y = a + bx$;

t-критерий

$$t = \frac{\bar{m}\sqrt{n}}{S_m} \leq t_T; \quad (56)$$

$$m = x - y; \quad \bar{m} = \frac{1}{n} \sum m;$$

$$S_m = \sqrt{\sum (m - \bar{m})^2 / (n - 1)};$$

$$t = \frac{|\bar{x} - \bar{y}| \sqrt{n}}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2}} \leq 2. \quad (57)$$

II. Оценка случайных погрешностей [21, 24, 32] :

$$S = \sqrt{\sum (x - y)^2 / 2n}; \quad (58)$$

$$S_r = \sqrt{\frac{2}{n} \sum \left(\frac{x - y}{x + y}\right)^2}; \quad (59)$$

$$V_r = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum \left(\frac{x-y}{\bar{x}_1} \right)^2} \cdot 100, \quad (60)$$

$$\bar{x}_1 = (x+y)/2.$$

III. Оценка гипотезы о нормальном законе распределения погрешностей [24, 32]:

$$\frac{A \{x-y\}}{\sqrt{6/n}} \leq 3; \quad \frac{E \{x-y\}}{2\sqrt{6/n}} \leq 3; \quad (61)$$

критерий Пирсона κ^2 для значений $(x-y)$.

IV. Оценка независимости погрешностей от уровня концентраций [32]:

Выявление зависимости между значениями $Z = |x-y|$ и $(x+y)$.

V. Оценка статистической однородности выборки [32]:

Статистика Смирнова

$$\xi = \max \frac{(Z - \bar{Z})}{S}; \quad (62)$$

$$Z = x-y \text{ или } Z = \frac{2(x-y)}{x+y};$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (Z - \bar{Z})^2}; \quad \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum (x-y),$$

где x и y — единичные результаты основного и контрольного методов; a и b — коэффициенты уравнения прямой; t , $t_{\bar{x}}$ — эмпирические и теоретические значения критерия Стьюдента; \bar{x} и \bar{y} — средние арифметические значения x и y ; n — число пар сопоставления x и y ; S_x^2 и S_y^2 — дисперсии x и y ; S — среднее квадратическое случайной погрешности; S_r — относительная случайная погрешность; V_r — относительное среднее квадратическое расхождение на единичном интервале опробования; $A \{ \bar{x} - y \}$, $E \{ x - y \}$ — коэффициенты асимметрии и эксцесса; ξ — статистика Смирнова, определяемая расчетным путем по специальным таблицам [32]. Рассмотрим подробнее особенности применения наиболее распространенных способов геофизического опробования и методов оценки их качества.

Магнитометрические способы опробования применяют на месторождениях, руды которых обладают высокой магнитной восприимчивостью. Например, их давно и широко используют при опробовании железистых кварцитов КМА, Кривого Рога, а также других месторождений железистых кварцитов Советского Союза. На всех этих рудных объектах особенно успешно применяют каротаж магнитной восприимчивости (КМВ), основанный на корреляционной связи магнитной восприимчивости руды с содержанием в ней железа магнетитового. К настоящему времени накоплен большой опыт по применению КМВ при разведке и оценке запасов железистых кварцитов [24]. Метод экономичен, молибден, позволяет опре-

делять содержание в рудах железа магнетитового от 7 до 40 % со средней относительной погрешностью 3 % [24]. Для систематического контроля работы аппаратуры используют контрольно-градировочные скважины (КГС). Данные КМВ по скважинам, фазовые и химические анализы по керну учитывают при построении корреляционной зависимости содержания железа магнетитового от κ . Полученная в результате корреляционного анализа зависимость $Fe_{м. КМВ} = f(\kappa)$ систематически проверяются независимыми данными химического опробования ($Fe_{м. хим}$). Объем контрольных выборок обычно составляет 50—60 проб. При отсутствии систематических погрешностей КМВ зависимость $Fe_{м. КМВ}$ от $Fe_{м. хим}$ имеет линейный вид: $\tilde{y} = a + bx$, где $a = 0$; $b = 1$; x и y — содержания железа магнетитового по фазовому анализу и КМВ соответственно. Значение отклонения a от нуля и b от единицы устанавливают при проверке нулевых статистических гипотез $H_0 : a = 0$ и $H_0 : b = 1$ [9, 30], значение расхождений ($x - y$) может быть оценено и по критерию Стьюдента (56).

Среднюю квадратическую погрешность парных измерений (S) вычисляют по формуле (58), она не должна превышать значение

$$\sigma_{хим. КМВ} = \sqrt{\sigma_{хим}^2 + \sigma_{КМВ}^2},$$

где $\sigma_{хим}$ — погрешность химического опробования керна, включающая ошибки анализа, отбора и обработки проб; $\sigma_{хим}$ определяют в результате специальных опытно-методических работ сопоставлением двух половинок керна; $\sigma_{КМВ}$ — погрешность метода КМВ.

Из опыта работ следует, что обычно $\sigma_{хим. КМВ}$ составляет (2,1 — 2,3) % абсолютного содержания железа магнетитового. При соблюдении условия $S \leq (2,1 - 2,3) \%$ и при отсутствии систематических погрешностей случайные расхождения между x и y считают допустимыми. Для оценки гипотезы о нормальном законе распределения расхождений ($x - y$) методические указания [24] рекомендуют использовать приведенные равенства (61).

Ядерно-геофизические способы опробования делятся на две большие группы — радиометрические и ядерно-физические. Первые основаны на измерении ионизирующих излучений естественных радиоактивных элементов, вторые — на измерении ионизирующих излучений, возникающих в результате взаимодействия внешнего возбуждающего источника излучений с ядрами или с электронными оболочками атомов элементов, входящих в состав горных пород, руд и минералов.

Радиометрические методы наиболее успешно применяют на урановых месторождениях и при разведке калийных солей. К разведочным радиометрическим способам опробования относят: радиометрическое профилирование горных выработок; гамма-опробова-

ние рудных тел по стенкам и по шпурам в горных выработках; гамма-каротаж скважин; гамма-опробование горнорудной массы в транспортных емкостях.

С каждым годом повышаются требования к стабильности работы радиометрической аппаратуры и качеству интерпретации полученных результатов. Наиболее ответственной операцией при подготовке приборов к работе является градуировка радиометров с помощью эталонов. Контроль радиометрического опробования проводят регулярно с целью выявления и оценки систематических и случайных погрешностей сопоставлением результатов его применения с данными геологического опробования, принимаемого за эталон.

Ядерно-физические способы опробования получили широкое развитие в последние 15—20 лет. Как и радиометрические, их применяют на всех стадиях геологоразведочных работ для определения вещественного состава горных пород и руд. Особенно широко применяют гамма- и нейтронные методы. Опробование скважин осуществляют методами количественного ядерно-физического каротажа, а опробование стенок горных выработок — линейным измерением наведенных гамма- или нейтронных полей. Большинство этих методов обладает небольшой глубиной — от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров. В настоящее время наиболее широко используют следующие ядерно-физические методы:

1. Гамма-гамма-опробование (ГГМ) в каротажном и подземном вариантах для опробования однокомпонентных месторождений железа, свинца, ртути, вольфрама, сурьмы, бария и т.п.

2. Метод ядерного гамма-резонанса (ЯГР) для опробования оловосодержащих руд с помощью прибора МАК-1 путем регистрации рассеянного γ -излучения.

3. Рентгенорадиометрическое опробование (РРО) производят установками „Минерал-4”, „Минерал-5”, БРА-6, „Гагара”, ими определяют наличие элементов с порядковым номером более 20 (свинец, цинк, молибден, сурьма, ртуть, барий, висмут и т.д.).

4. Каротаж наведенной активности (НАК) для опробования месторождений меди, бокситов, марганца, флюорита, золота.

5. Гамма-нейтронный (фотонейтронный) метод в каротажном и подземном вариантах для опробования бериллиевых месторождений.

Во всех перечисленных случаях градуировку аппаратуры производят с помощью рудных эталонов (моделей) с известной концентрацией интересующих нас элементов или соединений.

В методических рекомендациях [32] регламентированы состав работ и единые приемы сопоставления результатов ядерно-геофизических и геологических методов опробования с целью оценки качества геофизических измерений. Указывается, что оценку точности данных ядерно-геофизического каротажа и опробования, как прави-

ло, следует проводить уже на стадии предварительной разведки и подтверждать на всех последующих стадиях. В качестве контрольного метода рекомендуется использовать геологическое опробование. При этом необходимо иметь результаты определения параметров рудных интервалов (мощность, содержание или метропроцент) в рудных пересечениях, полученные по данным ядерно-геофизического опробования (ЯО) и контрольного геологического опробования (ГО), а также результаты повторных определений тех же параметров каждым из сопоставляемых методов. Сопоставления необходимо проводить отдельно для каждого типа руд месторождения, а также по классам содержаний (забалансовые руды, балансовые, рядовые, богатые) с использованием для этого таблиц допустимых погрешностей методических указаний [31]. В пределах выделенных групп и классов с помощью критерия Стьюдента рекомендуется оценивать статистическую значимость расхождений между единичными результатами основного x и контрольного y методов ($n \geq 30$).

В случае использования метропроцентов $m = \frac{2(x - y)}{x + y}$, т.е. предполагается, что от уровня содержаний в выбранном интервале концентраций независимы уже не абсолютные значения разностей $(x - y)$, а их относительные величины. При числе сопоставляемых пар $n > 50$ предлагается проверить гипотезу о нормальном распределении разностей результатов $(x - y)$ по критерию Пирсона κ^2 .

В случае большого диапазона изменений параметров рудных интервалов для оценки значимости систематических смещений дополнительно рекомендуется построить уравнение связи между x и y и проверить гипотезы $H_0 : a = 0$ и $H_0 : b = 1$ в уравнении регрессии $y = a + bx$.

Оценку статистической однородности выборки предлагается производить с помощью статистики Смирнова сравнением ее с критическим значением ξ для соответствующей доверительной вероятности числа степеней свободы, определенным по специальным таблицам [32]. Если $\xi > \xi_T$, то соответствующее значение $Z = x - y$ следует отбросить. Перед вычислением случайных погрешностей предлагается проверить независимость разностей $(x - y)$ от уровня значений исследуемого признака. Если независимость нарушена, то число классов увеличивают.

При оценке случайных погрешностей сравнивают результаты основного x и контрольного y опробования, произведенного тем же методом (равноточные измерения). Следует подчеркнуть, что при геологическом опробовании типа борозда—борозда, две половинки керна и других, действует эффект неповторимости. При повторном геофизическом опробовании стенок горных выработок по одному и тому же профилю дважды исследуется один и тот же объем недр, следовательно эффект „неповторимости” отсутствует.

Случайные погрешности рекомендуется оценивать [32] по величинам средних квадратических расхождений между данными: $S_{\text{я-г}}$ — ядерно-геофизического и геологического опробований; $S_{\text{г-г}}$ — основного и повторного геологических опробований; $S_{\text{я-я}}$ — основного и повторного геофизических измерений.

Результаты применения ядерно-геофизических методов опробования признают достоверными, если они не имеют статистически значимых систематических расхождений по сравнению с данными контрольного (геологического) опробования, а значения их случайных погрешностей не превышают значений случайных погрешностей контрольного (геологического) опробования. Это требует выполнения следующих условий:

$$S_{\text{я-я}}^2 \leq S_{\text{г-г}}^2; \quad S_{\text{я-г}}^2 \leq 2S_{\text{г-г}}^2. \quad (63)$$

Для более жесткой проверки этих условий можно воспользоваться критерием Фишера (F).

Случайные погрешности для мощности и содержания рекомендуется вычислять по формуле (58), а для метропроцента — по формуле (59). Формула для метропроцента, очевидно, предполагает постоянство относительных случайных погрешностей в диапазоне класса рассматриваемых концентраций.

Методические рекомендации [32] несовершенны. Во-первых, ряд формул и неравенств не объяснены (59), (63), во-вторых, много предложений по использованию сложного математического аппарата для решения поставленных задач (желательны упрощенные решения), в-третьих, нет конкретных примеров.

В монографии [21] также отмечено, что оценку точности и достоверности ядерно-геофизических методов опробования, в отличие от ядерно-геофизических методов анализа проб, нельзя проводить прямым сопоставлением их данных с результатами химического анализа сопряженных геологических проб. Считается, что если случайные расхождения данных ядерно-геофизического метода и результатов химических анализов геологических проб не превышают расхождений по совмещенным или сопряженным борзодовым или керновым пробам, то ядерно-геофизический метод приравнивают по точности к геологическому опробованию с химическим анализом проб. При

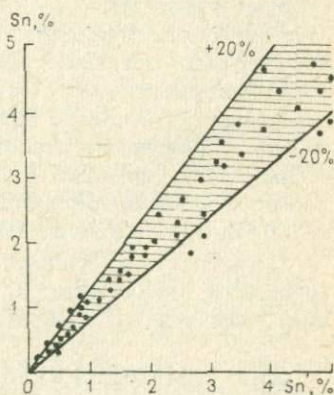


Рис. 3. Сопоставление данных рентгенорадиометрического (S_n) и борзодового (S_n') опробования горных выработок на олово [21]

Таблица 1

Данные по сопоставлению результатов РРК
и геологического опробования олова [6]

Класс содержания, %	Число сопоставлений	Средняя квадратическая погрешность, %	Среднее содержание, %		Коэффициент вариации, %
			по бурению	по РРК	
0,05—0,25	40	0,06	0,17	0,17	33,9
0,26—1,00	54	0,14	0,48	0,47	29,2
> 1	18	0,29	1,33	1,29	22,2

этом средние квадратические расхождения (абсолютные, относительные) геологического опробования рассматривают как нормы допустимых расхождений для ядерно-геофизического опробования. Случайные погрешности вычисляют по формулам (58), (60). Здесь следует заметить, что формулы (59) и (60) идентичны и применимы в условиях постоянства относительных отклонений и их независимости от уровня рассматриваемого признака.

Статистическую значимость систематического расхождения между x и y предлагается устанавливать при выполнении неравенства (57), где вероятность принимают равной 0,95, $n \geq 30$ ($t_T \approx 2$).

Рекомендации работ [21, 32] основаны главным образом на предположении, что во всем диапазоне концентраций относительные погрешности как геологического, так и ядерно-геофизического опробования практически постоянны. Такое положение часто иллюстрируют графиками сопоставления результатов геофизического и геологического опробования (рис. 3). Но, во-первых, выражение относительных погрешностей, вычисляемых по формулам (59), (60), некорректно, так как в этом случае могут появляться отрицательные погрешности более 100 %, а во-вторых, есть свидетельства, что абсолютные и относительные погрешности зависят от уровня исследуемого признака. В табл. 1 представлены обобщенные данные по сопоставлению результатов РРК и геологического опробования в 112 рудных интервалах 16 скважин.

Согласно этим данным, абсолютные среднеквадратические погрешности увеличиваются, а относительные (коэффициент вариации) уменьшаются с ростом уровня концентраций SnO_2 .

Анализ методов экспериментальной оценки точности вторичной (разведочной) информации

Выбор рациональных методов оценки достоверности вторичной геологоразведочной информации интересует всех специалистов, связанных с поисками, разведкой и эксплуатацией месторождений

полезных ископаемых. Особенно остро эта проблема обсуждается при оценке разведочных данных.

Оценка достоверности разведочной информации, в том числе точности подсчета средних качественных показателей, мощности рудных тел, минерализованных площадей, запасов руды по выборочным разведочным реализациям, — актуальнейшая проблема современной геологии и горно-рудного производства, так как от правильности ее решения зависит надежность оценки промышленной значимости разведываемых месторождений полезных ископаемых и уровня детальности их изучения. Исследования по этой проблеме ведут в двух направлениях.

1. Разработка математических методов оценки достоверности подсчета запасов и средних подсчетных параметров, основанная на логико-математических построениях теории [10, 18, 22 и др.]

2. Разработка методов экспериментального моделирования разведочной сети наблюдений разной геометрии и плотности на моделях-аналогах, позволяющих эмпирическим путем оценить достоверность разведочной информации [4, 20, 23 и др.]

Оба эти направления обогащают и дополняют друг друга. Экспериментальное моделирование позволяет:

выявить и количественно оценить эмпирические зависимости погрешностей от различных, в том числе и геологических, факторов и тем самым разработать в первом приближении методику оценки достоверности геологоразведочной информации;

оценить надежность многочисленных математических методов и приемов, предлагаемых для обработки геологоразведочных данных и определения их достоверности.

В свою очередь, экспериментальное моделирование невозможно без применения математических методов обобщения экспериментальных данных. Поэтому необходима разработка теории экспериментов и математического аппарата ее обеспечения.

Обычно экспериментальное моделирование заключается в сопоставлении данных разведки с данными эксплуатации, в многовариантном разрежении разведочных (условных) сеток на моделях искусственных или построенных по фактическим материалам эксплуатационного опробования тел полезных ископаемых. О необходимости таких работ свидетельствует следующее замечание академика В.И. Смирнова: „Опыт определения рациональной сети разведочных выработок на различных моделях тел полезных ископаемых, к сожалению, не получил должного развития ни у нас, ни за рубежом”.

Экспериментальные исследования этого направления широко практикуются уже начиная с 30-х годов двадцатого столетия, а пики исследований попадают на 1950, 1980 гг. Обширный опыт по экспериментальной оценке точности разведочной информации уже имеется, но интерес к этой проблеме не ослабевает и в наше время. Так,

почти каждая третья публикация, согласно реферативным журналам, касающаяся разведки и опробования, отражает результаты такого рода экспериментальных исследований.

Результаты исследований, проведенных на высоком научном уровне, обычно являются основой при создании методических указаний и рекомендаций [23, 29, 36], способствующих развитию стандартизации методов экспериментальной оценки точности вторичной геологоразведочной информации. С целью дальнейшей унификации этих методов ниже приведен критический анализ результатов многолетних экспериментальных исследований, проводимых в двух наших научно-исследовательских институтах — ВИМС и ВИЭСМ.

Традиционно геологи-практики стараются увязать эксперименты с определенными системами разведки. Так возникли „буровой” и „горный” варианты эксперимента (ВИЭСМ). Для определения достоверности результатов „бурового” варианта разведки используют методику многовариантного разрежения разведочной (условной) сети на моделях-аналогах. Достоверность „горного” варианта определяется многовариантной экстра- и интерполяцией результатов опробования горных выработок на блоки различных размеров, с разным числом оконтуривающих выработок и меняющейся плотностью их опробования.

„Буровой” вариант разведки. Обычно в результате применения методов многовариантного разрежения разведочных пересечений (аналог „буровой” разведки) оценивают погрешности определения площадей промышленной минерализации, средних содержаний, мощностей и запасов и выявляют их эмпирические зависимости от факторов, влияющих на достоверность разведочной информации.

Предметом исследования в экспериментах выступает модель-аналог. Существует два вида таких моделей — искусственные модели и модели, построенные на основании фактических материалов разведки и опробования рудных тел. В первом случае выводы, основанные на результатах экспериментов, не всегда достаточно надежны, так как обстановка опытов может существенно отличаться от природных условий. Во втором случае модели-аналоги отражают геологическую природу и особенности размещения геологических параметров месторождений. При их построении используют материалы разведки и эксплуатации (эксплуатационное опробование) месторождений различных полезных ископаемых. Например, в качестве объектов экспериментальных исследований геологами ВИЭСМ были рассмотрены рудные тела жильных месторождений олова, вольфрама, золота (32 месторождения) и многие другие объекты различных генетических и промышленных типов (никель, медь, свинец, цинк), отличающиеся характером и степенью изменчивости геологоразведочных параметров. В основном модели-аналоги строились по данным эксплуатационного опробования (сеть наблюдений 3х3,

10x10 м). Они представляют собой планы, на которые вынесены все значения интересующего нас параметра, отражающие результаты эксплуатационного опробования соответствующей плотности наблюдений (до 5 тыс. точек на плане модели).

Метод разрежения, который применяют при исследованиях моделей-аналогов, относят к группе эмпирических методов обоснования рациональной разведочной сети. Его широко применяют в геолого-разведочной практике, так как на объективность результатов его применения не оказывают отрицательного влияния ни закономерности пространственного размещения исследуемых признаков, ни форма статистической кривой их распределения. Один из существенных недостатков метода разрежения — его трудоемкость, связанная с необходимостью проведения большого объема вычислений по многочисленным вариантам наложения сети наблюдений различной плотности и конфигурации на модели-аналоги. Широкое применение ЭВМ позволяет намного повысить эффективность метода, придает ему и качественно новые особенности. Эти особенности настолько существенны, что в работе [23] предлагается к машинному варианту метода разрежения применять термин „метод моделирования разведочной сети”. В этом случае разрежение выполняют на цифровых моделях. Из модели-аналога отбирают все возможные непесекающиеся варианты выборки объема N , характеризующиеся постоянной геометрией и плотностью сети наблюдений. По каждому варианту вычисляют исследуемые показатели (оценки средних содержаний и мощности, площадей минерализации, запасов руды и металла) и сравнивают с эталонными их значениями. Затем изменяют объем выборки N , а следовательно, и плотность сети наблюдений и повторяют вычисления. Таким образом, можно проследить, как величина отклонений исследуемых параметров зависит от геометрии разведочной сети, ее плотности и объема выборки. Легко понять, что по одному или нескольким вариантам выборки объема N получить исчерпывающую информацию невозможно. Поэтому машинный вариант метода разрежения, способный перебрать теоретически неограниченное число вариантов, повышает надежность выводов, основанных на результатах моделирования условной разведочной сети.

К настоящему времени накоплен значительный опыт по экспериментальному моделированию разведочной сети на ЭВМ [20, 23, 29, 36], что позволяет выявить основные направления практического использования этого метода.

1. Разработку инженерных решений оценки достоверности подсчета запасов и их основных параметров по разведочным данным для различных промышленных типов месторождений полезных ископаемых и обоснование рациональной геометрии и плотности сети наблюдений [23, 29, 36].

2. Оценку надежности математических решений, предлагаемых для определения достоверности подсчета запасов и его параметров [23, 29].

3. Оценку точности определения средних, вычисляемых различными способами (среднее арифметическое, средневзвешенное, среднее с учетом ураганных проб и т.д.) [20].

Критический анализ существующих методов моделирования разведочной сети свидетельствует о том, что во всех случаях фактически практикуется достаточно простая схема экспериментов — многократный выборочный контроль эталона (модели-аналога). При этом каждый из многочисленных вариантов выборки характеризуется одинаковыми формой и плотностью сети наблюдений ($N = \text{const}$), что соответствует конкретному масштабу разрежения. Во всех вариантах разрежения применяют единый выбранный способ оценки средних параметров и площадей минерализации. Затем при сохранении вышеописанных условий вновь осуществляют контроль эталона, но уже при другом масштабе разрежения — изменяются N и плотность сети наблюдений. В конечном итоге такая схема эксперимента позволяет выявить зависимость погрешности различных оценок исследуемых параметров от геометрии и плотности разведочной сети. Модель измерения для каждого масштаба разрежения, фактически применяемая при экспериментальном моделировании, имеет следующий вид:

$$X_k = Y + \Delta_k \{X\}, \quad (64)$$

где X_k — результат измерения (оценка среднего параметра, площади) по k -му варианту сети наблюдений; Y — истинное (эталонное) значение параметра модели; $\Delta_k \{X\}$ — абсолютная погрешность определения X_k .

Отсюда $\Delta_k \{X\} = X_k - Y$. По этой формуле вычисляют частные оценки абсолютных погрешностей по каждому возможному варианту расположения однотипной сети наблюдений относительно модели-аналога. Эта многочисленная экспериментальная информация требует дальнейшей статистической обработки, которая должна учитывать вид модели измерения и особенности распределения абсолютных погрешностей.

Анализ методов математического обобщения позволил выявить две основные модификации статистического моделирования. В основу первой модификации легло предположение о том, что абсолютные погрешности $\Delta_k \{X\}$ подчиняются нормальному закону распределения [23]. В этом случае исчерпывающей характеристикой погрешности является среднее квадратическое отклонение, вычисляемое по формуле

$$S\{\Delta\} = \left[\frac{1}{q-1} \sum_{k=1}^q (X_k - Y)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (65)$$

где $S\{\Delta\}$ — среднее квадратическое отклонение погрешностей $\Delta_k\{X\}$ для конкретного масштаба разрежения; q — число непересекающихся вариантов сети наблюдений ($N = \text{const}, k = 1, 2, 3, \dots, q$).

В работе [23] приведен алгоритм программы, предназначенной для нахождения среднеквадратических погрешностей определения запасов, средней мощности, содержания, средневзвешенного содержания, площади и определения относительных среднеквадратических погрешностей

$$\tilde{V} = 100S\{\Delta\}/Y. \quad (66)$$

Одновременно с оценкой эмпирических погрешностей среднего содержания и мощности алгоритмом программы предусмотрено вычисление относительных теоретических погрешностей по классической формуле математической статистики:

$$\hat{V} = \frac{S\{X\}}{\bar{x}\sqrt{N}} \cdot 100, \quad (67)$$

где \hat{V} — относительная погрешность; \bar{x} — среднее арифметическое значение признака по выборке объема N , $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x$; $S\{X\}$ — среднеквадратическое отклонение, $S\{X\} = \left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$.

Для каждого масштаба разрежения ($N \approx \text{const}$) определяют \tilde{V} и \hat{V} и строят графики их зависимости от объема выборки N или плотности сети наблюдений. Сопоставление таких графиков в ряде случаев позволяет выявить связь между \tilde{V} и \hat{V} . Затем вычисляют поправочные коэффициенты β как отношение \tilde{V} к \hat{V} , которые в дальнейшем вводят в формулу (67) с целью приближения расчетных погрешностей к их истинным значениям. Согласно принятой гипотезе, расчетные и опытные погрешности соответствуют вероятности $P = 0,68$ ($U = 1$). Для вычисления погрешностей другой заданной вероятности в числителе формул (66), (67) вводят значения коэффициентов вероятности U , соответствующие нормальному интегралу вероятностей.

В работе [23] отмечается, что „при применении данного метода моделирования основным требованием является лишь нормальность распределения показателей $\Delta_k\{X\}$, что необходимо для расчета по полученным в процессе моделирования среднеквадратическим ошибкам соответствующих доверительных интервалов”. Заметим, что такое требование выполняется при нормальном или близком к нему законе распределения исследуемых переменных либо при значительных объемах N выборок. Согласно центральной предельной теореме, при увеличении N распределения погрешностей $\Delta_k\{X\}$ и \tilde{V} стремятся к нормальному закону. Как показывает опыт разрежения на моделях-аналогах, отражающих распределение мощности рудных тел и содержания полезных компонентов, характеризующихся

высокой степенью изменчивости, даже при больших значениях N ($N \leq 50$) эмпирические погрешности не подчиняются нормальному закону в связи с резкой положительной асимметрией распределения исходных переменных [29, 36].

В основу второй модификации статистической обработки первичной информации легла гипотеза о возможной несогласованности распределений погрешностей с нормальной функцией распределения [20, 29, 36]. Здесь элементами эксперимента выступают относительные погрешности, вычисляемые по формуле

$$\Delta_{ok}\{X\} = \frac{X_k - Y}{Y} \cdot 100. \quad (68)$$

Для каждого масштаба разрежения определяют погрешности (положительные, отрицательные) заданной вероятности и оценивают их зависимость от объема выборки N . Опыт таких работ свидетельствует о том, что форма зависимости обычно близка к гиперболе. Это служит основанием для сопоставления эмпирических и теоретических данных, рассчитанных по формуле (67). В результате таких сопоставлений определяют эмпирические коэффициенты, позволяющие скорректировать вычисления, проведенные по данной формуле. Эти коэффициенты (отдельно для положительных и отрицательных погрешностей) зависят от коэффициентов вариации V и асимметрии A распределений исследуемых параметров (мощность, содержание), а также от числа наблюдений N и заданной вероятности. К недостаткам подобных экспериментальных исследований [29, 36] следует отнести некоторую неопределенность оценки погрешностей заданной вероятности. Их определяют как средние арифметические (раздельно для положительных и отрицательных) в предположении, что их вероятность равна 0,58, или вычисляют погрешности заданной вероятности без учета знака погрешности. Отсутствует достаточно надежная теория обобщения экспериментальных данных. Так, неизвестен вид общей математической модели зависимости относительных погрешностей разного знака среднего арифметического от степени изменчивости, асимметрии распределений исходных переменных, заданной вероятности и числа наблюдений. Такая математическая модель позволила бы повысить надежность результатов обобщения данных экспериментального моделирования по каждой модели-аналогу.

„Горный” вариант разведки. Эксперименты при „горном” варианте разведки свидетельствуют о том [29, 36], что погрешности в определении рудной площади в блоке, средней мощности и запасов руды часто имеют близкие к нормальному закону симметричные распределения, а среднего содержания элементов — асимметричные. При этом степень асимметрии и уровень погрешностей зависят от числа проб и плотности опробования выработок, оконтуривающих блок, его длины и высоты, характера и степени изменчивости

содержания, числа одновременно участвующих в подсчете блоков и т.д. Наибольшие величины погрешностей отмечены при разведке блока одним горизонтом горных выработок. Они существенно снижаются с увеличением длины оцениваемого блока и при проходке второго горизонта выработок. Вычисление средних значений подсчетных параметров и запасов по сумме блоков уменьшает погрешности особенно при суммировании 3–10 блоков. Дальнейшее увеличение числа блоков практически не сказывается на величинах погрешностей.

В результате исследований оценивают эмпирические зависимости погрешностей от различных факторов и строят соответствующие номограммы их определения на стадии разведки. Для построения номограмм используются функции: $P_{cw} = f(h, l, V_{cm}, \Delta, n)$, где P_c — погрешность определения среднего содержания; P_w — погрешность запаса; h — высота блока; l — его длина; V_{cm} — коэффициент вариации по содержанию или мощности; Δ — расстояние между пунктами опробования в горных выработках; n — число выработок, оконтуривающих блок.

При этом варианте экспериментального моделирования разведочной сети частные относительные погрешности параметра вычисляют по формуле

$$\Delta_o \{l, h\} = \left(\frac{Z' \{l, h\}}{Z \{l, h\}} - 1 \right) \cdot 100, \quad (69)$$

где $\Delta_o \{l, h\}$ — частная относительная погрешность, %; $Z' \{l, h\}$ — оценка параметра по выбранному варианту разведки блока; $Z \{l, h\}$ — эталонное значение параметра, определяемое по данным эксплуатационного опробования блока конкретной формы и размеров.

Обобщение массивов частных погрешностей (Δ_o) проводят путем вычисления средних и вероятных погрешностей определения истинных параметров в блоке данного размера и формы. При такой обработке экспериментальных данных не учитывают фактическую схему экспериментов (однократный выборочный контроль), которая требует оценить зависимости погрешностей от уровня измеряемых параметров и одновременно оценить систематические и случайные погрешности.

Анализируя методы экспериментальной оценки точности разведки и результаты их применения, установили, что:

1. Запасы полезного ископаемого и параметры его подсчета по данным разведки устанавливаются со значительными погрешностями, априорное определение которых затруднительно из-за выборочного метода обследования, несовершенства графоаналитических приемов обобщения геологоразведочной информации и оценки ее достоверности. Использование результатов экспериментального моделирования затруднено необходимостью применять метод аналогии, т.е. надежной типизации рудных тел месторождений по сложности их

разведки (инструктивные документы), что практически осуществить сложно, так как в природе нет совершенно одинаковых месторождений. В пределах каждого генетического или промышленного типа всегда существуют объекты, различные между собой. Поэтому задача нахождения способов определения достоверности результатов разведки актуальна и в настоящее время. Для этого необходимы интенсивные поиски адекватных предмету исследования математических приемов оценки точности результатов разведки в сочетании с экспериментальным моделированием, позволяющим разработать предварительные рекомендации по определению достоверности разведки типизированных по аналогии объектов.

2. Необходимо учитывать зависимости погрешностей от характера и степени изменчивости геологических параметров, формы и плотности сети наблюдений, количества наблюдений, технических погрешностей опробования и измерений в пунктах наблюдения, а также тех аналитических и геометрических приемов, которые используются при обобщении геологоразведочных данных.

3. Методика экспериментального моделирования по оценке достоверности разведочной информации далека от совершенства, так как не разработаны единая теория и математический аппарат обработки экспериментальных данных.

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ЕЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ

ОСОБЕННОСТИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ В ГЕОЛОГИИ

Критический обзор существующих методов экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации свидетельствует о том, что планирование экспериментов, т.е. выбор схемы соответствующей модели измерения и математического обеспечения широко практикуется в области аналитических определений, в меньшей степени при контроле геологического, геофизического и геохимического опробования и совершенно игнорируется при экспериментальной оценке точности разведочной информации. Поскольку планирование экспериментов должно быть тесно увязано с современными теоретическими представлениями, положенными в основу экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации, и решаемыми задачами, то ниже остановимся подробнее на некоторых особенностях выбора схем экспериментов, моделей измерения и математических методов обработки экспериментальных данных.

Схемы экспериментов и модели измерения

Обычно используют схемы, основанные на теории ошибок измерения. Это многократные измерения на одном уровне, а также однократные и многократные на многих уровнях значений геологических параметров. В зависимости от решаемых задач схемы могут существенно видоизменяться и усложняться, но все они сводятся к одному общему виду, отраженному в табл. 2.

Особенно сложные схемы экспериментов используют при контроле точности аналитических определений, когда для оценки экспериментальных данных применяют дисперсионный и регрессионный анализы. При этом, в зависимости от решаемых задач, применяют различные комбинации $L_i M_j$. Рассмотрим некоторые из них.

Допустим, в p лабораториях многократно анализировали дубликаты одной и той же пробы, что соответствует комбинации M (L_1, \dots, L_p). Предполагают, что внутрилабораторные и межлабораторные погрешности подчиняются нормальному закону распределения и одинаковы (однородны) для всех лабораторий. Соответствующую такой гипотезе модель измерения можно записать в следующем виде: $x_{ik} = m + b_i + l_{ik}$, где x_{ik} — результат k -го анализа пробы в лаборатории i ; m — истинное значение содержания элемента в пробе;

Таблица 2

Общая схема экспериментов

Метод измерений	Уровни измеряемых параметров				
	M_1	...	M_j	...	M_q
L_1		
...					
L_i			$n_{ij}; x_{ijk}$		
...					
L_p					

Примечание. M_j — постоянный уровень измеряемой величины (контрольная проба, СО, КП, модель-аналог при разрежении, сопоставлении данных разведки с данными эксплуатации и т.п.); q — число уровней ($j = 1, 2, \dots, q$); L_i — однотипный метод измерения (прибор и условия измерения, одна лаборатория, конкретный масштаб разрежения с оценкой средних по принятому способу и т.д.); p — число разных методов ($i = 1, 2, \dots, p$); x_{ijk} — k -й результат, полученный при измерении методом L_i на уровне M_j ; i — номер метода; j — номер уровня, k — номер измерения ($k = 1, 2, \dots, n_{ij}$); n_{ij} — число повторных измерений на уровне M_j методом L_i .

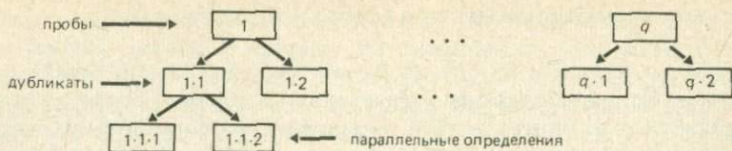


Рис. 4. Схема эксперимента при контроле аналитических определений с использованием эталонов СО и КП

b_i — межлабораторные отклонения анализов; l_{ik} — внутрिलाбораторные (случайные) отклонения; $E(b_i) = 0$; $E(b_i^2) = \sigma_Z^2$ — дисперсия межлабораторных отклонений; $E(l_{ik}) = 0$; $E(l_{ik}^2) = \sigma_r^2$ — дисперсия внутрिलाбораторных отклонений.

Общая дисперсия погрешностей $\sigma_R^2 = \sigma_Z^2 + \sigma_r^2$.

Если S_r^2 и S_R^2 — оценки истинных значений дисперсий σ_r^2 и σ_R^2 , то можно определить размах возможных вероятных внутрिलाбораторных и общих отклонений, характерных для данного метода анализа. При заданной вероятности 0,95 они вычисляются по формулам $r = 2,8 \sqrt{S_r^2}$; $R = 2,8 \sqrt{S_R^2}$.

Экспериментальные работы такого плана проводили в нашей стране В.Г. Хитров, Р.В. Кортман, за рубежом Х.У. Ферберн, А.Весеро. Они показали что межлабораторные погрешности обычно значительны и существенно влияют на общую погрешность метода анализа, так что точность определения элементов ($10^{-1} - 10^{-4} \%$) в горных породах количественными и полуколичественными аналитическими методами в ряде случаев расценивают как одинаковую, если учитывать полные межлабораторные ошибки. Причем для количественных методов их величины практически целиком зависят от отклонений, обусловленных выполнением работ разными лабораториями. Полные же ошибки полуколичественного спектрального метода зависят от ошибок воспроизводимости каждой лаборатории.

Совершенно по другой схеме (рис. 4) рекомендуют оценивать точность аналитического метода в методических указаниях [см. формулы (31), (33)]. Здесь комбинация $L_i M_j$ выглядит следующим образом: $L_{1j}; L_{2j}(M_1), \dots, M_j, \dots, M_q$, где M_j — значения СО и КП разных уровней содержания ($j = 1, 2, \dots, q$); L_{1i} — двойные анализы эталонных проб; L_{2i} — параллельные анализы дубликатов. Наличие эталонов позволяет одновременно выявлять и оценивать как случайные, так и систематические погрешности. Но при такой схеме эксперимента приходится учитывать зависимость погрешностей от уровня j , прибегая к преобразованиям исходной переменной.

Какими бы сложными ни были схемы экспериментов, их всегда можно расчленить на более простые. Так, например, в большинстве случаев используют схему однократного выборочного контроля

($n_{ij} = 2$), если оценивают погрешности измерений на разных уровнях исследуемого признака. Эта схема обеспечивает минимум затрат и проста в организационном отношении. Кроме того, к ней легко свести и все возможные комбинации $L_i M_j$. Поэтому в дальнейшем особое внимание будет уделено методам выявления и оценки погрешностей при однократном выборочном контроле.

При экспериментальной оценке качества разведочной информации не рассматривают ни схемы экспериментов, ни модели измерения, но их подразумевают. Так, при моделировании разведочной сети на моделях-аналогах комбинация $L_i M_j$ выглядит следующим образом: $M(L_1, L_2, \dots, L_p)$, где M — истинное значение параметра модели-аналога; L_i — метод, характеризующийся постоянной геометрией и размерами условной разведочной выборки с постоянным числом наблюдений ($N = \text{const}$), т.е. одним масштабом разрежения. Он много раз анализирует модель-аналог путем многократного наложения вариантов выборки постоянного объема (N_i) и вычисления для каждого k -го варианта экспериментальных оценок исследуемого параметра x_{ik} ($k = 1, 2, \dots, n_i$) по стандартной методике. Соответствующая общая схема таких исследований показана на рис. 5.

Обычно модель измерения при конкретном масштабе разрежения соответствует выражению (64), т.е. предполагает отсутствие систематических погрешностей. При этом частные относительные погрешности вычисляют по формуле (68). В действительности же следовало бы рассмотреть более общую модель [см. формулу (1)].

Эксперименты при „горном” варианте разведки часто отвечают иной комбинации $L_i M_j$, а именно $L(M_1, \dots, M_j, \dots, M_q)$, где L_i — метод разведки одинаковых по размерам блоков, характеризующийся постоянством системы их опробования и способа определения средних показателей; M_j — эталонные значения геологических показателей разных уровней j , вычисляемые по данным эксплуатационного опробования.

В этих условиях схема эксперимента соответствует однократному выборочному контролю (рис. 6). Принятая на практике модель измерения соответствует выражению (3), но без разделения общей погрешности на систематическую и случайную. Тогда частную относительную погрешность вычисляют по формуле (69).

Проводят эксперименты и по более сложным схемам. Например, эталоны разного уровня контролируют различными методами (с изменением числа выработок, оконтуривающих блок, плотности их опробования, с применением различных способов вычисления средних параметров и т.п.). Но как уже отмечалось, практически всегда возможно упрощение сложных схем экспериментов с переходом к схеме однократного выборочного контроля.

Модели измерения и соответствующие им математические методы обработки экспериментальных данных существенно зависят от



Рис. 5. Схема моделирования условной разведочной сети на модели-аналоге при многократных измерениях эталона:

N_i — объем выборки; n_i — число непересекающихся вариантов выборки; Z_i — метод измерения



Рис. 6. Схема однократного выборочного контроля при сопоставлении данных разведки с данными эксплуатации

условий экспериментов и теоретических представлений. Например, в условиях однократного выборочного контроля эталонов модель измерения принимает вид, выраженный формулой (3), что позволяет раздельно оценивать систематические и случайные погрешности. Теперь изменим условия эксперимента, проводя двойные равноточные измерения каких-либо величин уровня j . В этом случае можно записать следующую систему равенств для каждого из замеров:

$$\begin{cases} x_{j1} = y_j + \Delta_{cf}\{x\} + \Delta\{x_{j1}\}, \\ x_{j2} = y_j + \Delta_{cf}\{x\} + \Delta\{x_{j2}\}. \end{cases}$$

Допуская, что систематическое смещение $\Delta_{cf}\{x\}$ на уровне постоянно, как и неизвестное истинное значение y_j измеряемого параметра, можно записать:

$$x_{j1} - x_{j2} = \Delta\{x_{j1}\} - \Delta\{x_{j2}\} \quad (70)$$

т.е. разность равноточных замеров на уровне j соответствует разности их случайных погрешностей.

Введем еще некоторые допущения. Пусть случайные погрешности не зависят от уровня j и их распределения подчиняются нормальному закону с нулевым центром. Возведя в квадраты правую и левую части равенства (70) и применяя к ним оператор математического ожидания, получим

$$D\{\Delta\} = \frac{1}{2} E(x_{j1} - x_{j2})^2. \quad (71)$$

где $D\{\Delta\}$ — дисперсия случайных погрешностей.

Таким образом, при данных условиях эксперимента и принятых гипотезах оценка случайных погрешностей измерений возможна лишь по формуле (71). Так, условия экспериментов и теоретические представления влияют на выбор модели измерения, решаемые задачи и математические методы обобщения экспериментальных данных.

Следует особо подчеркнуть роль эталонов при экспериментальной оценке точности геологоразведочной информации. Только при их наличии можно оценить систематические погрешности. Как упоминалось ранее, создание эталонов — ответственная операция. Практически всегда возникают сомнения в отношении их точности. Что касается области аналитических определений, то в распоряжении исследователя редко бывает такой набор стандартных образцов состава (СОС), который охватывал бы весь диапазон содержаний компонента, характерный для разрабатываемого метода. Поэтому изготавливают контрольные пробы на основе имеющихся СОС. Условия их приготовления приводят в методических указаниях [31, 33].

Более остро вопрос о точности эталонов обсуждают при контроле тех или иных видов опробования (геологическое, геохимическое, геофизическое), моделировании условной разведочной сети на моделях-аналогах, сопоставлении данных разведки с данными эксплуатации.

Отсутствие надежных эталонов при контроле тех или иных способов опробования, связанное с действием принципа неповторимости, сужает круг решаемых задач. В этих условиях удается в лучшем случае установить наличие систематических смещений. Оценка случайных погрешностей опробования часто практически невозможна, за исключением некоторых геофизических способов.

Оценивать точность разведочных данных можно двумя способами. Первый — сравнить с эталоном, полученным по результатам эксплуатационного опробования; второй — сравнить с результатами работы обогатительной фабрики. Первый способ предпочтительнее, так как густая сеть эксплуатационного опробования позволяет получить надежные контуры рудных тел и их средние параметры. Сравнить с данными работы фабрики можно только в том случае, когда на горном предприятии хорошо поставлен учет потерь и разубоживания руды на всем ее пути — от отбойки до поступления на фабрику. В противном случае данные фабрики нельзя признать надежным эталоном.

Для повышения надежности результатов применения метода разрежения модели-аналоги строят, главным образом, на основании данных эксплуатационного опробования.

Споры в отношении надежности (точности) эталонов решают только на уровне философских абстракций. Не существует абсолютно точных эталонов, как не существует абсолютно точных измерений. Понятие абсолютной точности измерений неотрывно от понятия бесконечного, но оно вполне правомерно и отражает бесконечно продолжаемое с развитием науки и техники уточнение значения величины. Для нас важным является тот факт, что точность измерения эталона — понятие относительное, и бессмысленно требовать привлечения совершенно точных эталонов при экспериментальной оценке качества геологоразведочной информации.

Математические методы оценки систематических и случайных погрешностей

Математические методы обработки экспериментальных данных всецело зависят от принятой модели измерения и теоретических представлений, которые положены в основу экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации (см. Краткие сведения из теории ошибок измерений).

Опираясь на установленные зависимости между условиями экспериментов, теоретическими представлениями, моделями измерений и математическими приемами выявления и оценки погрешностей, попытаемся обобщить математические методы оценки точности геологоразведочной информации, приведенные в обзоре методических решений экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации с учетом схем экспериментов.

Многokратный выборочный контроль на одном уровне. Для оценки значимости систематических погрешностей в области аналитических определений предлагают использовать U - и t -критерии [см. формулы (21), (22)], которые применимы в условиях постоянства абсолютной или относительной систематической погрешности и подчинения случайных погрешностей (абсолютных или относительных) нормальному закону.

В области геохимического опробования используют t -критерий, часто трансформированный с учетом логнормального закона распределения погрешностей, так как в ряде случаев (химические, физические методы анализов) ожидается неподчинение абсолютных погрешностей нормальному закону распределения. Особенно четко это проявляется по результатам моделирования условной сети наблюдений на моделях-аналогах, характеризующихся крайне неравномерным распределением исследуемых параметров (ВИЭМС).

Отсюда следует, что погрешности измерений при геологических исследованиях могут не подчиняться нормальному закону даже в случае многократного измерения одних и тех же величин.

Однократный выборочный контроль. В области аналитических определений значимость систематических смещений оценивают с помощью U - и t -критериев [см. формулы (11), (12)], учитывающих постоянство либо абсолютных, либо относительных систематических погрешностей. То же относится и к оценкам случайных погрешностей [см. формулы (17), (18), (19)].

При оценке качества геологического и геофизического опробования пользуются преобразованиями исходных переменных согласно формулам (34), (36), (58) — (60). При контроле геохимического опробования дополнительно к названным формулам (39), (47), (49) рекомендуют пользоваться логарифмическими трансформациями исходных переменных [см. формулы (43) — (50)]. В усло-

виях сопоставления данных разведки с данными эксплуатации вычисляют только относительные погрешности по формуле (69), предполагая, что они не зависят от уровня измеряемых параметров. Преобразования исходных переменных связаны с желанием учесть зависимость погрешностей от уровня измеряемых свойств.

Многokратный выборочный контроль на многих уровнях. Для оценки качества аналитических определений, используя при обработке экспериментальных данных аппарат дисперсионного анализа, необходимо выполнять следующие условия: соответствие распределений погрешностей нормальной функции: независимость погрешностей анализа от содержаний определяемого компонента в рассматриваемом интервале.

Для соблюдения последнего условия трансформируют исходные переменные. Как показал опыт их преобразование приближает распределения погрешностей новых переменных к нормальному закону, т.е. выполняется и первое условие. Изложенное свидетельствует о том, что абсолютные погрешности часто зависят от уровня измеряемых параметров и не подчиняются нормальному закону распределения.

Для нормализации погрешностей и исключения их зависимости от уровня измеряемых свойств преобразуют переменные. Обычно используют только относительную или логарифмическую форму трансформации исходных переменных, а этого недостаточно.

Поэтому, если при выборе схем экспериментов и обосновании моделей измерения особых трудностей не возникает, то весьма актуальным остается вопрос обоснования оптимальных математических моделей оценки систематических и случайных погрешностей геологоразведочной информации.

ПУТИ РАЗВИТИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Развитие современных научных знаний постоянно выявляет противоречие между принятым научным методом и предметом исследования, таким образом осуществляется поступательный процесс познания. Если есть сложившаяся научная теория, основные принципы которой сформулированы и эмпирически обоснованы, то возможен экстенсивный путь развития науки. При этом принятая научная теория используется на практике для объяснения и оценки многих явлений. Если на экстенсивном пути развития науки возникает противоречие сложившегося теоретического уровня знания с эмпирическим, то необходимо их разрешить, построив новую теоретическую систему. Развитие теории в этом случае происходит интенсивно.

Противоречие выражается в появлении научных фактов, наблюдаемых или полученных экспериментально и характеризующихся инвариантностью (воспроизводимостью). Средство выявления ин-

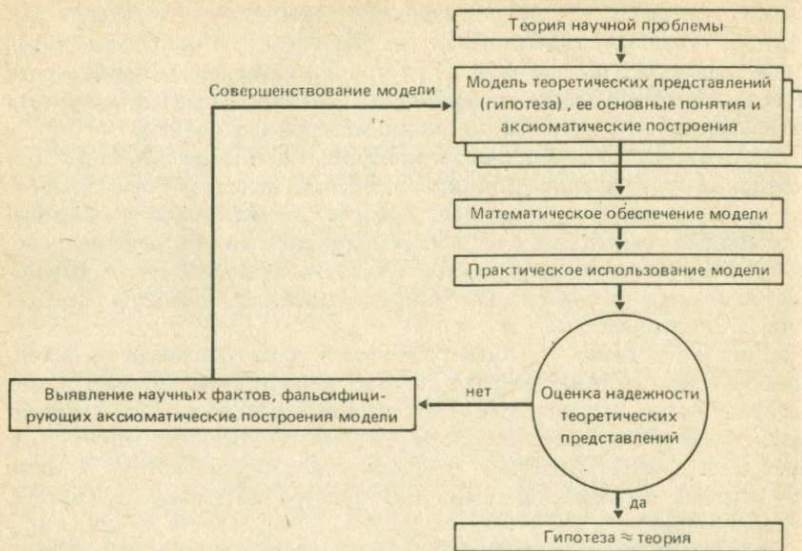


Рис. 7. Блок-схема понятийной модели развития теоретических представлений

вариантности факта — это большее число его появления в экспериментах, поставленных в различных странах и разными исследователями. Инвариантный научный факт несет в системе теории по крайней мере две функции. По отношению к данной теории он может либо верифицировать, либо фальсифицировать ее. В последнем случае обобщение таких научных фактов, их сопоставление с существующей теорией приводят к возникновению новых идей, на основании которых перестраивают теоретические представления, уточняют содержания основных понятий теории и аксиоматические ее построения с последующей формализацией и математизацией новой (совершенной) модели (гипотезы) теоретических построений. В этом случае математика (ее аппарат) служит тем объединяющим принципом, который позволяет усмотреть целостность теоретических представлений, увидеть внутренние структурные связи, предсказать те или иные события и явления.

На рис. 7 приведена блок-схема понятийной модели совершенствования теоретических представлений. Она построена с учетом непрерывности процесса познания, но на новом витке спирали развития. Существует, по крайней мере, два пути интенсивного развития науки: выбор между конкурирующими гипотезами на основании критериев истинности теории и разработка более общей теории, включающей в себя, как частный случай, старую теорию. Этот путь

преимственности, очевидно, является наиболее обоснованным с методологической точки зрения.

Развитие теории и стандартизации экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации может быть осуществлено только на основе марксистско-ленинской теории познания с учетом тех инвариантных научных фактов, которые не укладываются в рамки классической теории ошибок измерений.

С целью выявления научных фактов, фальсифицирующих существующие теоретические представления, в предыдущей главе на основе системного анализа (см. рис. 2) были рассмотрены многочисленные методы оценки точности геологоразведочной информации в различных, условно самостоятельных областях геологических исследований (аналитическая служба, геологическое, геохимическое и геофизическое опробование, разведка). Их критический анализ позволил прийти к следующим выводам.

1. Для обработки экспериментальных данных, с целью выявления и оценки систематических и случайных погрешностей, привлекают математические модели, основанные на теории ошибок измерений и математической статистике, обычно учитывающие вид схемы экспериментальных работ и соответствующие им модели измерения. При этом предлагают многочисленные часто совпадающие, реже противоречивые математические методы оценки систематических и случайных погрешностей.

2. Разнообразие предлагаемых математических решений при оценке точности геологоразведочной информации обусловлено варьированием представлений о систематических и случайных погрешностях, смыслом, которой вкладывается в содержание этих понятий. Одни исследователи считают, что случайные погрешности подчинены нормальному закону распределения, их абсолютные значения не зависят от уровня измеряемых параметров, а систематические погрешности постоянны по модулю и знаку. Другие исходят из предположения, что случайные погрешности могут не подчиняться нормальному закону, что их абсолютные значения часто зависят от уровня исследуемого признака, а систематические погрешности не постоянны по модулю и знаку во всем диапазоне измеряемых величин.

3. При разработке математических методов оценки систематических и случайных погрешностей обычно основываются на допущении гипотезы о постоянстве либо абсолютных, либо относительных погрешностей и пользуются соответствующими преобразованиями исходных переменных ($Z' - Z$, $Z'/Z - 1$, $\lg Z' - \lg Z$). Последнее сказывается на модификациях регрессионного и дисперсионного анализов, применяемых для оценки точности геологической информации и учитывающих эти преобразования. Очевидно, в действительности мы чаще имеем дело с целой гаммой промежуточных случаев, когда

и абсолютные, и относительные погрешности зависят от уровня измеряемых параметров. Таким образом, требуется дальнейшее развитие теории экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и математических моделей ее обеспечения.

Необходимость и возможные пути развития теоретических представлений в этой области основаны на следующем:

1. К настоящему времени не создана общепризнанная система контроля качества геологоразведочной информации. Предлагаемые для оценки систематических и случайных погрешностей математические модели многочисленны, а иногда и противоречивы. Это объясняется тем, что не разработана единая теория и соответствующая ей методика математической обработки результатов экспериментальных исследований по оценке точности геологоразведочной информации. Необходимо развитие теории ошибок измерений в геологии, уточнение ее основных понятий, что обусловлено запросами практики — появлением таких научных фактов, которые уже не укладываются в рамки старых теоретических построений.

2. Инвариантными научными фактами, которые следует учитывать при развитии теории ошибок измерений в геологии, выступают эффект относительности, смысл которого заключается в часто наблюдаемой зависимости погрешностей измерения от уровня измеряемых свойств, и асимметричность в распределениях случайных погрешностей.

3. Создание общей теории экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и унификация методик математического ее обеспечения теоретически возможны на основании учета фактора единства и противоположности систематических и случайных погрешностей (их взаимозависимости), разработки единой системы аксиоматизации, формализации, а следовательно, и математизации теории.

4. Для создания единой теории экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и ее математического обеспечения необходимы поиск различных (выявленных практикой) аксиоматических систем основных понятий теории ошибок измерений и исследование их взаимоотношений, что послужит средством развития теории. Например, аксиоматика классической теории ошибок измерений предполагает обязательное выполнение следующих условий: случайные погрешности подчиняются нормальному закону распределения и не зависят от значения измеряемой величины, систематические погрешности постоянны по модулю и знаку во всем диапазоне ее изменения. Такая жесткая система аксиоматизации теории позволяет довольно просто осуществить ее формализацию, разработать надежный математический аппарат оценки систематических и случайных погрешностей.

В качестве наиболее гибкой аксиоматической системы можно

было бы предложить следующую: случайные погрешности подчиняются теоретическому закону распределения неизвестного вида и зависят от уровня измеряемого свойства, а систематические связаны со значениями этих уровней. Математическая формализация такого аксиоматического построения практически невыполнима. В этом случае приходится вводить ряд дополнительных допущений, т.е. новых гипотез, позволяющих осуществить формализацию теории. Допустить, например, что зависимость случайных и систематических погрешностей от уровня значений измеряемых параметров прямолинейная или другого известного вида, а случайные погрешности подчиняются одному из известных статистических законов. При этих условиях формализация и математизация теории представляются достаточно реальными.

Таким образом, развитие теории экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации предполагает необходимость выявления различных аксиоматических систем теоретических представлений, не противоречащих практике, их анализ и обобщение. С этой целью дальнейшие исследования будут строить по схеме (см. рис. 2, блоки IV—VIII) понятийной модели развития теории и стандартизации экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

При многократных испытаниях на одном уровне случайные погрешности измерений зависят от того, какому статистическому закону подчиняются значения многократных измерений одной и той же величины.

Классическая система аксиоматических построений. Допустим, что систематические погрешности метода измерения отсутствуют, а случайные подчиняются нормальному закону распределения со средним, равным нулю. Модель, соответствующая этой гипотезе, будет выглядеть следующим образом: $X_k = Y + \Delta_k \{X\}$, где X_k — результат конкретного измерения ($k = 1, 2, \dots, n$); Y — истинное значение измеряемой величины; $\Delta_k \{X\}$ — случайная погрешность.

Согласно принятым условиям распределение $\Delta_k \{X\}$ описывается нормальным законом с математическим ожиданием, равным нулю: $E(\Delta_k \{X\}) = 0$. Характеристикой воспроизводимости метода будет служить дисперсия, определяемая как математическое ожидание квадратов разностей $(X_k - Y)$. Оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия, определяемая из выражения

$$S^2 \{ \Delta X \} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2, \quad (72)$$

где \bar{x} — среднее арифметическое; n — количество повторных измерений (x_k).

Иногда для оценки ошибок воспроизводимости пользуются абсолютной погрешностью:

$$|\bar{\Delta}| = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x_k - \bar{x}|. \quad (73)$$

В технике измерений принято различать абсолютные и относительные погрешности заданной вероятности. Абсолютную погрешность измерения выражают в единицах измеряемой величины и определяют по формуле

$$M_a = \pm US \{ \Delta X \}, \quad (74)$$

где M_a — абсолютная погрешность заданной вероятности (P); U — коэффициент вероятности, соответствующий нормальному интегралу вероятностей; $S \{ \Delta X \}$ — стандарт ошибок воспроизводимости.

Относительная погрешность — это отношение абсолютной погрешности к номинальному значению. Она выражается или в долях единицы, или в процентах. При многократных измерениях одной и той же величины и подчинении случайных ошибок нормальному закону за номинальное значение принимается \bar{x} . Тогда относительную погрешность (в %) единичного замера определяют из выражения

$$M_o = 100 US \{ \Delta X \} / \bar{x}. \quad (75)$$

Знание абсолютных и относительных погрешностей позволяет определять те возможные вероятные пределы (интервальные оценки), в которых заключено истинное значение Y , оцененное через выборочное среднее арифметическое \bar{x} (точечная оценка):

$$P \left\{ \bar{x} - \frac{1}{\sqrt{n}} US \{ \Delta X \} \leq Y \leq \bar{x} + \frac{1}{\sqrt{n}} US \{ \Delta X \} \right\} = 1 - \alpha, \quad (76)$$

где P — заданная вероятность; α — степень риска.

Отсюда абсолютную погрешность среднего арифметического определим из выражения

$$M_a \{ \bar{x} \} = \pm US \{ \Delta X \} / \sqrt{n}, \quad (77)$$

а относительную вычисляем по формуле

$$M_o \{ \bar{x} \} = \pm US \{ \Delta X \} / (\bar{x} \sqrt{n}) = UV / \sqrt{n}, \quad (78)$$

где V — коэффициент вариации (относительная характеристика изменчивости результатов измерений).

Формулы (72) — (78) достаточно эффективны, если выполняется гипотеза, согласно которой распределения случайных погрешностей надежно описывают нормальным законом. Для проверки такой гипотезы применяют различные статистические критерии Пирсона, Колмогорова и некоторые другие, широко освещенные в литературе по статистике [7, 9, 47]. В качестве достаточно надежного и просто-

го численного критерия часто упоминается критерий, основанный на свойствах нормальной функции распределения. Известно, что при нормальном законе распределения случайной величины коэффициенты асимметрии и эксцесса равны нулю. Если известны погрешности определения этих коэффициентов, то появляется возможность оценить значимость их отличия от нуля. Для этого вычисляют следующие статистики:

$$A = \frac{\sum (x - \bar{x})^3}{n S_x^3}; \quad (79)$$

$$E = \frac{\sum (x - \bar{x})^4}{n S_x^4} - 3; \quad (80)$$

$$S_A = \sqrt{\frac{6}{n}} \text{ или } S_A = \sqrt{\frac{6}{n+3}}; \quad S_E = \sqrt{\frac{24}{n}} \text{ или } S_E = 2\sqrt{\frac{6}{n+5}};$$

$$Q_A = |A|/S_A; \quad Q_E = |E|/S_E, \quad (81)$$

где x — результат конкретного измерения; S_x — среднее квадратическое отклонение x ; A — коэффициент асимметрии; E — коэффициент эксцесса; S_A и S_E — среднеквадратические ошибки оценок коэффициентов асимметрии и эксцесса; Q_A и Q_E — нормированные значения коэффициентов A и E .

Если $Q_A \leq 3$ и $Q_E \leq 3$, то гипотеза о нормальном законе распределения случайных погрешностей не отвергается.

Если результаты применения критериев положительны, т.е. можно допустить, что ошибки воспроизводимости подчиняются нормальному закону, то для их количественных оценок применимы формулы (72) — (78).

В противном случае можно предположить, что допущены грубые ошибки, когда отдельные результаты измерений по тем или иным причинам существенно отличаются по модулю от совокупности всех результатов, рекомендуется эти значения исключить и снова применить критерий. Если исключение выдающихся значений не приводит к нормализации в распределении погрешностей или вызывает цепную реакцию и приходится последовательно исключать многие исходные данные ($> 10\%$), то следует критически пересмотреть условия эксперимента и, возможно, констатировать, что распределение ошибок воспроизводимости не описывается нормальным законом.

Допустим, мы определили ошибки воспроизводимости метода испытаний при измерении исследуемого параметра, а используя проверочные критерии, убедились, что случайные ошибки подчиняются нормальному закону. В этом случае можно:

учитывая правила трех сигм, оценить предельные значения, выше которых результаты измерений следует относить к грубым ошибкам (выбросам): $\bar{x} \pm 3 \cdot S\{\Delta X\}$;

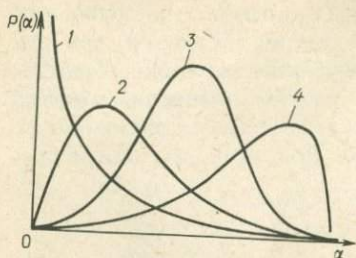


Рис. 8. Типы кривых распределения вероятностей содержания компонентов в месторождениях различных видов полезных ископаемых:

1 — гиперболовидная; 2 — логнормальная; 3 — нормальная; 4 — „зеркальный” аналог логнормальной кривой

вычислить погрешность среднего арифметического \bar{x} заданной вероятности [см. формулы (77), (78)];

сравнить по точности на воспроизводимость измерения различными методами. Метод, обладающий меньшей дисперсией случайных ошибок, и является более точным. Такие сравнения обычно проводят с помощью критерия Фишера (F).

Обобщенная система аксиоматических построений. Как показывают опыт измерений и результаты критического анализа методических решений по экспериментальной оценке точности геологоразведочной информации, распределения случайных погрешностей не всегда подчиняются нормальному закону, могут быть асимметричными, что связано с асимметричностью распределений самих результатов замеров. В этих условиях дисперсия погрешностей измерений, вычисленная по формуле (72), не надежна в оценке случайных погрешностей, а следовательно, не применимы выражения (74) — (78) в качестве характеристик абсолютных и относительных погрешностей.

Согласно блок-схеме (см. рис. 2), дальнейшие исследования были направлены на выявление основных возможных моделей статистических распределений многократных замеров величины одного уровня и выяснение причин их появления.

Рассмотрим возможные типы кривых распределения вероятностей содержания полезных компонентов на месторождениях, обобщенные В.В. Богацким и В.Ф. Мягковым (рис. 8). Их форма зависит от уровня концентрации полезного компонента в исследуемом объекте и массы пробы. При низком уровне (золото, олово, уран и т.д.) появляется левая асимметрия. При высоком уровне и увеличении массы геологической пробы — симметричные распределения. Если средний уровень приближается к содержанию полезного компонента в чистом рудном минерале — правоасимметричные распределения (железо). Выявленные закономерности имеют место не только при геологическом опробовании, но и в лабораторных условиях. Форма кривых распределения результатов анализа точечных

навесок ($\approx 0,1$ г) рядовой пробы (40—50 г) также зависит от массы точечной навески и уровня концентрации полезного компонента в пробе [19].

Широкое использование в практике геологоразведочных работ среднего арифметического в качестве оценки генерального среднего требует углубленного экспериментального и теоретического анализа точности этой оценки в условиях выявленных моделей распределения полезных компонентов (см. рис. 8).

Не удовлетворяя условию максимальной эффективности при асимметричных распределениях, средняя арифметическая независимо от вида функции распределения случайной величины в пределе приближается к истинному значению среднего при числе наблюдений, стремящихся к бесконечности. Таким образом, средняя арифметическая является несмещенной и состоятельной оценкой среднего независимо от закона распределения случайной величины. В условиях нормального закона распределения признака она является помимо вышесказанного наиболее эффективной оценкой математического ожидания.

Пусть x_1, x_2, \dots, x_n — случайные выборки объема ($n \geq 30$) из совокупности со средним $M(\xi)$ и дисперсией σ^2 . По данным этих выборок получены средние арифметические $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$. Если теперь, используя значения средних, построить частотную гистограмму, то окажется, что независимо от вида функции распределения случайной величины полученное распределение будет близким к нормальному со средним $M(\xi)$ и дисперсией σ^2/n . Этот результат центральной предельной теоремы имеет большое практическое значение, так как при достаточно больших значениях n распределение среднего арифметического, вычисленного по выборке из совокупности с произвольным распределением, будет приближаться к нормальному, когда вероятности отклонений разного знака стремятся к $1/2$, а их абсолютные значения уравниваются. Относительные погрешности среднего арифметического в этом случае могут быть вычислены по формуле (78). При этом предполагают, что отрицательные и положительные погрешности ($n = \text{const}$), равные по абсолютной величине, равновероятны.

Если же объем выборки ограничен ($n < 30$), а распределения изучаемых геологических параметров в той или иной степени асимметричны, то относительные погрешности разного знака и одинаковые по абсолютной величине окажутся неравновероятными. При положительной асимметрии вероятность занижения среднего арифметического будет больше, чем вероятность завышения, т.е. чаще встречаются отрицательные, чем положительные абсолютные и относительные погрешности, но размах положительных окажется больше, чем отрицательных. Обратную картину наблюдают для правосторонних распределений.

Различия в вероятностях проявления положительных и отрицательных погрешностей не являются следствием систематических отклонений, а зависят от асимметричности распределений исследуемых параметров, когда, например, большая вероятность занижения компенсируется меньшей в среднем величиной занижения по сравнению с завышением (левоасимметричные распределения). При увеличении числа наблюдений в выборке, по которой вычисляют среднее арифметическое, отклонения между абсолютными значениями равновероятных погрешностей разного знака будут уменьшаться и стремиться к нулю.

В практике геологических исследований очень часто ставят задачу оценки точности среднего арифметического по малым выборкам ($n < 30$). Ее решение возможно, если условия прямых наблюдений или экспериментов позволяют рассматривать значения измеряемых параметров как независимые одно от другого, т.е. как случайные величины. Для этого, прежде всего, необходимо теоретически обосновать вид математических моделей, отражающих зависимость погрешностей среднего арифметического от заданной вероятности, количества наблюдений в выборке и изменчивости исследуемого свойства. Известно, что самой универсальной характеристикой изменчивости случайной величины является теоретическая функция ее распределения.

В настоящее время для описания эмпирических распределений геологических свойств предлагают различные модели теоретических распределений (нормальная функция, логнормальное и трехпараметрическое логнормальное распределения, гамма- и бета-распределения, экспоненциальное распределение, функция Вейбулла и др.). Такое разнообразие математических моделей закона распределения объясняется многообразием их форм от симметричных до существенно асимметричных с положительной и отрицательной асимметрией (см. рис. 8).

Установление теоретического закона распределения позволяет (в этом случае) сформулировать и решить значительно точнее некоторые задачи, связанные с дисперсионным, корреляционным и регрессионным анализами, с оценкой средних и изменчивости исследуемых геологических свойств, с проблемой выявления и учета ураганных проб и т.п.

Попытки геологического обоснования частных форм теоретических моделей распределения геологических параметров (содержаний) многочисленны (Д.А. Родионов, М.И. Толстой и И.М. Остафийчук, Ж. Матерон и др.), но мало убедительны, так как форма статистических распределений зависит не только от природных факторов, но и от методики наблюдений. Например, В.В. Богацкий, Д.А. Зенков, Л.И. Четвериков и другие отмечают, что увеличение объема проб, в которых определяют содержание различных элементов, при-

ближает распределения содержаний от асимметричных к симметричным (нормальным) с одновременным уменьшением дисперсий. Поэтому подбор соответствующих теоретических функций является операцией в какой-то мере искусственной, а следовательно, не требующей неукоснительного соответствия эмпирических распределений заданному изначально теоретическому закону, непосредственно связанному с геологическими факторами. В этих условиях появляется необходимость в выявлении и обосновании такой модели теоретической функции распределения, при которой выполнялись бы следующие требования: функция должна описывать всю гамму эмпирических распределений (см. рис. 8) и быть максимально простой, т.е. с наименьшим числом параметров. Этим требованиям хорошо удовлетворяет трехпараметрическая логнормальная функция. Многие исследователи (Д.А. Родионов, Д.Г. Криге, Ш. Сишел) отмечают широкие возможности этой функции. Она выступает общей моделью, включающей в себя нормальную и логнормальную функции и позволяет описывать правоасимметричные распределения.

Выполнению условия как можно большей сходимости теоретически представленных вероятностей с эмпирическими частотами хорошо удовлетворяет трехпараметрическая логнормальная функция, когда исходные величины X случайной переменной ξ предварительно трансформируют и приводят к виду $y = \ln(x + c)$ или $y = \ln(c - x)$, где y — новая переменная множества η , распределение которой хорошо аппроксимируется нормальной функцией, а c — постоянная величина, определяемая в каждом конкретном случае. При этом случайная величина может быть представлена как

$$A. \xi = \eta - c;$$

$$B. \xi = c - \eta.$$

Вычисление интервальных оценок среднего арифметического, тесты сравнения средних и дисперсий различных распределений осуществляются легко, когда изучаемая переменная подчиняется нормальному закону. Если же распределения исходных переменных асимметричны, то их можно преобразовать [$y = 1/x$; $y = \sqrt{x}$; $y = \ln(x)$]; что позволит нормализовать распределения, использовать классические модели для оценки параметров новых переменных и затем провести опосредованную оценку параметров распределения исходных величин. Последнее практически осуществляется, если удастся установить зависимости между параметрами распределений исходной и преобразованной переменных. Трехпараметрическая логнормальная функция относится именно к такому классу нормализующих функций.

Для случая А можно записать следующую цепочку равенств: $P(\xi \leq x) = P(\xi + c \leq x + c) = P(\eta \leq x + c) = \Lambda(x + c; \mu, \sigma^2)$, где $c = \text{const}$; η — случайная величина, распределенная логнормально с

параметрами μ , σ^2 ; Λ — логнормальная функция. В этом случае функция плотности вероятностей будет иметь следующий вид:

$$T(X+c; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(x+c)-\mu]^2}{2\sigma^2}},$$

где $c > 0$ или $c < 0$, но при этом $|c| < X$.

Если постоянная $c = 0$, то эта функция трансформируется в логнормальную, а при $c \rightarrow \infty$ к логнормальной стремится и нормально распределенная случайная величина.

В первом случае говорят о логнормальном распределении случайной величины ξ , наблюдаемые значения которой X подчинены логнормальному закону с математическим ожиданием m_x и дисперсией σ_x^2 . Несмещенные точечные оценки m_x и σ_x^2 , вычисленные на базе n наблюдений, находят по формулам

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Согласно условию, переменная $y = \ln(x)$ распределена нормально с математическим ожиданием m_y и дисперсией σ_y^2 . Точечные оценки m_y и σ_y^2 определяют из выражений

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i; \quad S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

Между всеми этими параметрами есть следующие зависимости:

$$m_x = e^{m_y + \sigma_y^2/2}, \quad (82)$$

$$\sigma_x^2 = e^{2(m_y + \sigma_y^2/2)} (e^{\sigma_y^2} - 1); \quad (83)$$

$$m_y = \ln \frac{m_x}{\sqrt{1 + V_x^2}}; \quad (84)$$

$$q_y^2 = \ln(1 + V_x^2), \quad (85)$$

где V_x — коэффициент вариации значений исходной переменной X ,

$$V_x = \sigma_x/m_x, \quad V_x = [e^{\sigma_y^2} - 1] \frac{1}{2}.$$

Пределы интервальных оценок среднего арифметического новой переменной Y вычисляются достаточно просто, но в этом случае воздерживаются говорить, как полученные результаты можно использовать для оценки исходной переменной X .

Допустим, что пределы интервальных оценок среднего арифметического параметра Y будут L_i и L_S . Какие же пределы L'_i и L'_S будут соответствовать среднеарифметическому X ?

Если σ_y оценивать через S_y , то имеем $L_i = \bar{y} + \frac{US_y}{\sqrt{n}}$, $L_S =$

$= \bar{y} - \frac{US_y}{\sqrt{n}}$ и пределы интервальных оценок среднего определяются выражением

$$P\left\{m_y \in (L_i, L_S)\right\} = P\left\{L_S \leq m_y \leq L_i\right\} = 1 - \alpha, \quad (86)$$

где P — заданная вероятность; U — коэффициент вероятности, зависящий от P ; α — степень риска.

Используя выражения (86) и (84), можно записать

$$P\left\{e^{LS} \leq \frac{m_x}{\sqrt{1+V_x^2}} \leq e^{Li}\right\} = 1 - \alpha. \quad (87)$$

Отсюда интервальные оценки m_x будут несимметричны и стремятся к таковым с уменьшением коэффициента вариации.

Преобразуем выражение (87), допуская, что $\bar{y} \approx \ln \frac{\bar{x}}{\sqrt{1+V_x^2}}$.

Тогда имеем

$$P\left\{\bar{x} \exp\left(-\frac{US_y}{\sqrt{n}}\right) \leq m_x \leq \bar{x} \exp\left(\frac{US_y}{\sqrt{n}}\right)\right\} = 1 - \alpha. \quad (88)$$

Из этого следует, что при логнормальном законе распределения исходной переменной X пределы интервальных оценок ее математического ожидания m_x , когда оценками последнего выступают средние арифметические значения \bar{x} , зависят от заданной вероятности P , числа наблюдений в выборке n и асимметрии распределения исходной переменной.

Чем больше число наблюдений в выборке n и меньше асимметрия распределений исходных переменных, а следовательно, меньше дисперсия S_y^2 , тем уже и симметричнее становятся пределы интервальных оценок генерального среднего.

Используя выражение (88), можно вывести формулу оценки относительной погрешности среднего арифметического $M_o\{x\}$ (в %) для условий логнормального закона распределения:

$$M_o\left\{\frac{\bar{x}}{x}\right\} = \left(\exp\left(\pm \frac{US_y}{\sqrt{n}}\right) - 1\right) \cdot 100. \quad (89)$$

На рис. 9 отражена зависимость относительных погрешностей M_o от числа наблюдений n , вычисленных по формулам (78) и (89), при логнормальном распределении X с параметрами $\sigma_y = 1$, $U = 1$, $V_x = 1,31$. Этот рисунок свидетельствует о том, что при небольшом числе наблюдений оценка погрешностей по формуле (78) мало эффективна и даже невозможна (отрицательные погрешности более 100%). Относительные же погрешности, вычисленные по формуле (89), учитывают асимметрию распределения и при $n \rightarrow \infty$ асимптотически приближаются к погрешностям, рассчитанным по формуле (78), что не противоречит центральной предельной теореме.

В условиях трехпараметрического логнормального закона распределения случайных величин, когда удастся нормализовать эмпи-

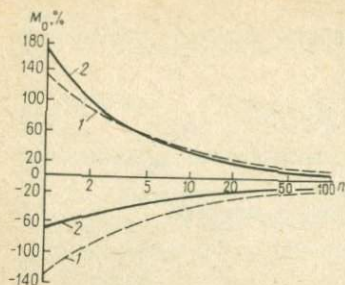


Рис. 9. Зависимость относительных погрешностей среднего арифметического от числа наблюдений при логнормальном законе распределения случайной величины с параметрами $\sigma_y = 1$, $V_x = 1,31$ и при заданной вероятности $P = 0,68/U = 1$:

1 — погрешности, вычисленные по классической формуле $M_0\{\bar{x}\} = 100UV_x\sqrt{n}$; 2 — погрешности, вычисленные по формуле $M_0\{\bar{x}\} = 100(e^{\frac{U \cdot \sigma_y}{\sqrt{n}}} - 1)$

рические распределения, используя функцию $y = \ln(x + c)$, имеем следующие соотношения между параметрами исходной и преобразованной переменных:

$$m_x = e^{m_y + \sigma_y^2/2} - c; \quad (90)$$

$$\sigma_x^2 = e^{2(m_y + \sigma_y^2/2)} (e^{\sigma_y^2} - 1); \quad (91)$$

$$m_y = \ln \frac{m_x + c}{\sqrt{1 + V_x^2}}; \quad (92)$$

$$\sigma_y^2 = \ln(1 + V_x^2), \quad (93)$$

где $V_x = \sigma_x / (m_x + c)$, $V_x = [e^{\sigma_y^2} - 1]^{\frac{1}{2}}$.

Точечные оценки m_y и σ_y^2 определяют из выражений

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i + c); \quad S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

При этом выражение (88), учитывая модели (90), (92), (93), связывающие параметры m_x , m_y , μ , примет следующий вид:

$$P \left\{ (\bar{x} + c) \exp\left(-\frac{US_y}{\sqrt{n}}\right) - c \leq m_x \leq (\bar{x} + c) \exp\left(\frac{US_y}{\sqrt{n}}\right) - c \right\} = 1 - \alpha. \quad (94)$$

Отсюда относительная погрешность среднего арифметического заданной вероятности (в %) может быть вычислена по формуле

$$M_0\{\bar{x}\} = K \left(\exp\left(\pm \frac{US_y}{\sqrt{n}}\right) - 1 \right) \cdot 100, \quad (95)$$

где K — масштабный множитель, $K = (\bar{x} + c) / \bar{x}$.

Для случая Б ($\xi = c - \eta$) можно записать

$$P\{\xi \leq x\} = P\{c - \xi \geq c - x\} = 1 - P\{c - \xi \leq c - x\} = 1 - \Lambda(c - x; \mu, \sigma^2),$$

где $c = \text{const}$; η — случайная величина, распределенная нормально с параметрами μ и σ^2 ; Λ — логарифмическая функция. Функция плот-

ности вероятностей записывается в следующем виде:

$$T(c-x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(c-x)-\mu]^2}{2\sigma^2}}$$

где $c > 0, c > X$.

Согласно заданным условиям, переменная $y = \ln(c-x)$ распределена нормально с математическим ожиданием m_y и дисперсией σ_y^2 . Точечные оценки параметров определяют из выражений

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(c-x_i); \quad S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

Соотношения между параметрами исходной и преобразованной переменных в этом случае следующие:

$$m_x = c - e^{m_y + \sigma_y^2/2}; \quad (96)$$

$$\sigma_x^2 = e^{2(m_y + \sigma_y^2/2)} (e^{\sigma_y^2} - 1); \quad (97)$$

$$m_y = \ln \frac{c - m_x}{\sqrt{1 + V_x^2}}; \quad (98)$$

$$\sigma_y^2 = \ln(1 + V_x^2), \quad (99)$$

где $V_x = \sigma_x / (c - m_x)$, $V_x = [e^{\sigma_y^2} - 1] \frac{1}{2}$.

Пределы интервальных оценок среднего определяют выражением

$$P \left\{ c - (c - \bar{x}) \exp \left(-\frac{U S_y}{\sqrt{n}} \right) \geq m_x \geq c - (c - \bar{x}) \exp \left(\frac{U S_y}{\sqrt{n}} \right) \right\} = 1 - \alpha, \quad (100)$$

а относительные погрешности среднего арифметического заданной вероятности вычисляют по формуле

$$M_o \left\{ \bar{x} \right\} = K \left(1 - \exp \left(\pm \frac{U S_y}{\sqrt{n}} \right) \right) 100 \%, \quad (101)$$

где K — масштабный множитель, $K = (c - \bar{x}) / \bar{x}$.

Модель (100) учитывает отрицательную асимметрию исследуемых распределений исходных переменных. При этом, если $n < 30$, размах положительных погрешностей меньше, чем отрицательных. При $n \rightarrow \infty$ модули погрешностей заданной вероятности уравниваются.

На рис. 10 отражена зависимость относительных погрешностей M_o среднего арифметического, вычисленных по формулам (78) и (101), от объема выборки n . Исходными данными при построении графиков послужили результаты химических анализов на железо магнетитовое рядовых керновых проб неокисленных железистых кварцитов главной залежи Стойло-Лебединского месторождения. Предварительно было выяснено, что закономерности пространствен-

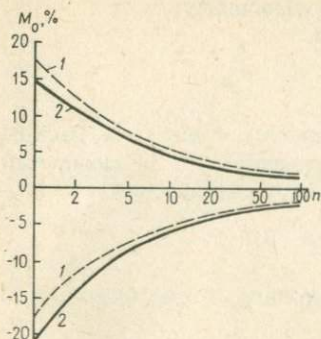


Рис. 10. Зависимость относительных погрешностей среднего арифметического от числа наблюдений при трехпараметрическом логнормальном законе распределения случайной величины (правоасимметричное распределение) с параметрами $\bar{x} = 29,68$; $V_x = 17,4\%$; $S_y = 0,34$; $c = 45$; $K = 0,515$ и заданной вероятности $P = 0,68$ ($U = 1$):

1 — погрешности, вычисленные по классической формуле $M_o\{\bar{x}\} = UV_x/\sqrt{n}$; 2 — погрешности, вычисленные по формуле $M_o\{x\} = K(1 - \exp(\pm US_y/\sqrt{n})) 100$

ного размещения железа магнетитового в залежи практически отсутствуют. Это послужило основанием оценки точности подсчета средних содержаний по формулам (78) и (101). Статистическое распределение железа магнетитового, составленное по достаточно представительной выборке ($n = 120$), характеризуется следующими параметрами: $\bar{x} = 29,68$; $S_x = 5,17$; $U = 1$; $V_x = 17,4\%$; $A_x = -0,64$; $E_x = 0,23$, где A_x — коэффициент асимметрии; E_x — коэффициент эксцесса. Судя по отрицательной асимметрии, это — правоасимметричные распределения, для которых нормализация осуществляется путем преобразования исходных переменных типа $y = \ln(c - x)$.

В результате вычислений была оценена постоянная $c = 45$. Параметры распределения новой переменной $\bar{y} = 2,69$; $S_y = 0,34$; $A_y = -0,147$; $E_y = -0,27$ свидетельствуют о том, что удалось добиться значительной „нормализации” распределения по сравнению с исходным. Используя значения \bar{x} ; V_x ; S_y ; c , по формулам (78) и (101) вычисляли относительные погрешности средних содержаний железа магнетитового в зависимости от числа керновых проб развальной выборки (см. рис. 10).

Из выражений (94), (100) легко получить общую формулу для вычисления абсолютной погрешности среднего арифметического

$$M_a\{\bar{x}\} = (\bar{x} + c) \left[\exp\left(\pm \frac{US_y}{\sqrt{n}}\right) - 1 \right], \quad (102)$$

тогда относительную погрешность определим из выражения

$$M_o\{\bar{x}\} = 100 M_a\{\bar{x}\} / \bar{x}, \quad (103)$$

где $M_a\{\bar{x}\}$ и $M_o\{\bar{x}\}$ — абсолютные и относительные погрешности заданной вероятности; S_y — стандарт логарифмически преобразованной исходной переменной, учитывающий постоянную c ; \bar{x} — среднее арифметическое исходной переменной; n — число наблюдений (измерений).

В этих условиях абсолютные и относительные погрешности единичного замера ($n = 1$) вычислим по формулам

$$M_o = (\bar{x} + c) [\exp(\pm US_y) - 1]; \quad (104)$$

$$M_o = 100 M_a / \bar{x}. \quad (105)$$

Практические приложения: 1. Интервальные оценки единичных замеров в границах заданной вероятности определяют из выражения

$$L_{1,2} = \bar{x} + (\bar{x} + c) [\exp(\pm US_y) - 1]. \quad (106)$$

Если при $U = 3$ те или иные значения не попадают в область интервальных оценок, то их можно рассматривать как случайные.

2. Оценить погрешности среднего арифметического следует по формулам (102), (103).

3. Сравнить методы по точности измерений можно по формулам (104), (105).

При однократном выборочном контроле для оценки случайных погрешностей проводят по два равнозначных измерения величин разного уровня (x_{j1} и x_{j2}). Число таких уровней (q) должно быть не менее 20 ($j = 1, 2, \dots, q$). При этом создаются такие условия эксперимента, которые позволяют исключить влияние систематических смещений на оценку случайных погрешностей. Тогда частными оценками ошибок воспроизводимости будут разности ($x_{j1} - x_{j2}$). Модель измерения [см. формулу (70)] мы уже рассматривали. От того, какому статистическому закону подчиняются распределения этих разностей и связаны ли их значения с уровнем измеряемых величин, зависит выбор тех или иных математических моделей оценки случайных погрешностей. Ниже будут рассмотрены некоторые наиболее известные аксиоматические системы, учитывающие различные варианты.

Классическая система аксиоматических построений основана на допущении следующих гипотез: случайные погрешности подчиняются нормальному закону, однородны на уровнях и от последних не зависят.

Пусть x_{j1} и x_{j2} — результаты измерений, полученные на уровне j ($j = 1, 2, \dots, q$). Тогда $\Delta_j = x_{j1} - x_{j2}$ и оценку дисперсии на уровне j определим из выражения $S_y^2 = \Delta_j^2/2$. Согласно заданным условиям, Δ_j не зависят от уровня j и подчинены нормальному закону. Отсюда стандарт ошибок воспроизводимости может быть вычислен

$$S_a = \sqrt{\frac{1}{2q} \sum_{j=1}^q (x_{j1} - x_{j2})^2}. \quad (107)$$

При этом количественными оценками ошибок воспроизводимости служат абсолютные (M_a) и относительные (M_o) погрешности:

$$M_a = \pm US_a; \quad (108)$$

$$M_o = 100 M_a / \bar{x}_j, \quad (109)$$

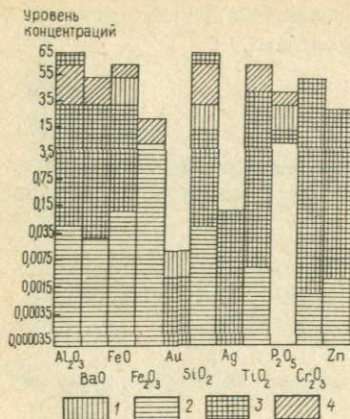


Рис. 11. Диаграмма соотношений σ_a и σ_r погрешностей анализов проб III категории точности:

1 - 4 - варианты соотношений σ_a и σ_r с увеличением содержаний (1 - $\sigma_a = \text{const}$, σ_r уменьшается; 2 - σ_a увеличивается, $\sigma_r = \text{const}$; 3 - σ_a увеличивается, σ_r уменьшается; 4 - σ_a уменьшается, σ_r уменьшается)

где S_a - среднее квадратическое отклонение; U - коэффициент вероятности, соответствующий нормальному интегралу вероятностей; \tilde{x}_j - номинальное значение рассматриваемого уровня.

Таким образом, абсолютная погрешность не зависит от значений уровня и является величиной постоянной при заданной вероятности P , тогда как относительная погрешность прямо пропорциональна обратной величине уровня ($1/\tilde{x}_j$).

На рис. 11, 12, 1 представлена диаграмма сопоставления результатов двойных измерений величин различного уровня j , характеризующая воспроизводимость измерений. Разброс точек от линии равенства $x_{j1} = x_{j2}$ определяет дисперсию ошибок воспроизводимости, а следовательно, и абсолютную случайную погрешность. Границы доверительных интервалов для каждого конкретного уровня описываются следующим выражением:

$$P\{L_{1j} \leq \tilde{x}_j \leq L_{2j}\} = 1 - \alpha, \quad (110)$$

где P - заданная вероятность доверительных интервалов; α - степень риска; L_{1j} и L_{2j} - пределы доверительных интервалов: $L_{1j} = \tilde{x}_j - M_a$, $L_{2j} = \tilde{x}_j + M_a$. Подобные диаграммы (см. рис. 12, 1) называют контрольными картами качества воспроизводимости измерений.

Частными характеристиками абсолютных погрешностей являются разности $(x_{j1} - x_{j2})$. Обозначим через x_{ji} уровень измеряемой величины, где $i = 1$ при $x_{j2} > x_{j1}$ и $i = 2$ при $x_{j2} < x_{j1}$. Тогда можно записать, что $K(|x_{j1} - x_{j2}|, x_{ji}) = 0$, т.е. случайные отклонения не зависят от уровня $M_a = \text{const}$.

Частными характеристиками относительных погрешностей при двойных измерениях на уровне служат отношения $|x_{j1} - x_{j2}| / x$

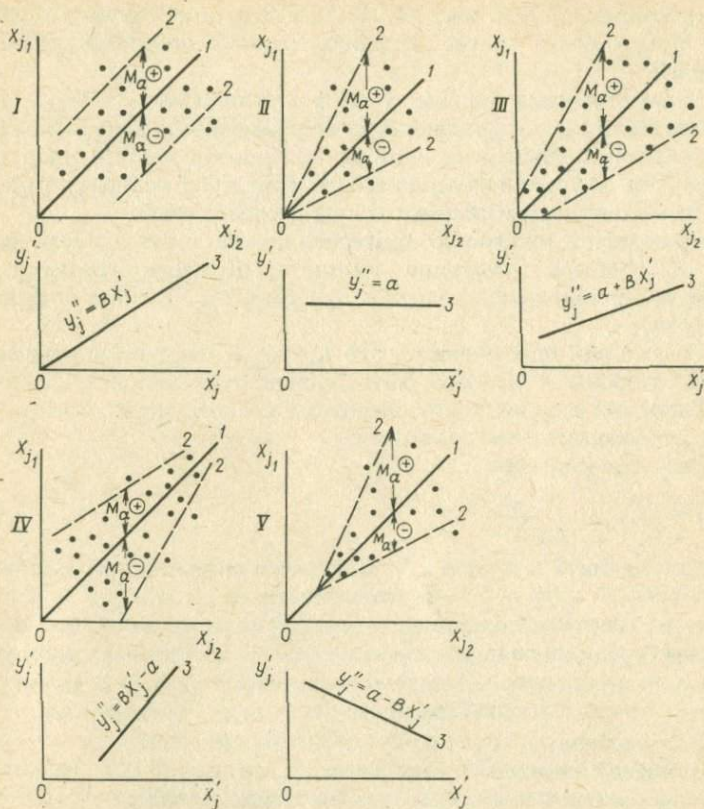


Рис. 12. Графоаналитические модели-аналоги зависимости абсолютных и относительных случайных погрешностей от уровня измеряемых параметров:

I-IV — модели, соответствующие вариантам 1-4 соотношения σ_a и σ_r ; V — модель возможного варианта (σ_a и σ_r увеличиваются); 1 — линия равенства ($X_{j1} = X_{j2}$); 2 — границы доверительных интервалов ошибок воспроизводимости; 3 — линейная зависимость Y'_j от X'_j ; X_{j1} и X_{j2} — парные измерения на j -м уровне; $(X_{j1} - X_{j2})$ — частная оценка абсолютной погрешности; M_{α} — абсолютная погрешность заданной вероятности; $Y'_j = |X_{j1} - X_{j2}| / \min(X_{j1}, X_{j2})$ — частная оценка относительной погрешности; $X'_j = 1 / \min(X_{j1}, X_{j2})$ — обратное значение уровня измеряемой величины; a и B — постоянные коэффициенты уравнения прямой

номинальному значению x_{ji} . При этом $K(y'_j, x'_j) > 0$, где $y'_j = |x_{j1} - x_{j2}| / x_{ji}$, а $x'_j = 1/x_{ji}$.

Статистическую зависимость описывают линейным уравнением регрессии типа $y'_j = B \cdot x'_j$, т.е. прямая уравнения проходит через

центр координат (см. рис. 12, I). Только в этом случае относительные погрешности прямо пропорциональны обратным значениям уровней.

Математические модели [см. формулы (107), (108), (109)] оценки ошибок воспроизводимости применимы, если справедливы три гипотезы: дисперсии ошибок воспроизводимости однородны, не зависят от уровня измеряемой величины, а случайные погрешности подчиняются нормальному закону распределения.

Существует множество критериев оценки однородности дисперсии S_j^2 (Фишера—Снедекора, Бартлетта, Кочрана, Артлея и др.). Ниже мы остановимся на одном из наиболее простых — критерии Кочрана.

Из условий применения этого критерия следует, что число степеней свободы k должно быть одинаковым для всех дисперсий S_j^2 . Гипотезы однородности оценивают по следующей схеме. Пусть $S_{j \max}^2$ — максимальная дисперсия.

Значение критерия

$$q = S_{\max}^2 / \sum_{j=1}^q S_j^2. \quad (111)$$

В приложении 8 к работе [7] приведены значения критерия g_T для вероятностей 0,95 и 0,99 в зависимости от $l = q$ и $k = 1$. Если $g \leq g_T$, то гипотеза однородности дисперсий на уровнях принимается с известной степенью риска, зависящей от заданной вероятности. При $g < g_{0,05}$ гипотеза принимается полностью. При $g_{0,05} < g < g_{0,01}$ может быть принята, но если $g > g_{0,01}$ — отвергается.

В последнем случае следует учитывать, что если:

наблюдаются выдающиеся значения дисперсий (S_j^2), то рекомендуется их исключить и снова применить оценочный критерий;

исключение выдающихся значений S_j^2 и последующая проверка гипотезы однородности дисперсий вызывает цепную реакцию, когда последовательно приходится исключать многие значения S_j^2 ($> 10\%$), то следует критически пересмотреть условия эксперимента.

Для проверки гипотезы о независимости дисперсий ошибок воспроизводимости от уровня используем результаты регрессионного анализа. Если корреляционная связь между y_j' и x_j' значима ($r \neq 0$), то судить о независимости дисперсий от уровня можно по значимости отличия от нуля постоянного коэффициента a в уравнении регрессии $y_j'' = a + \hat{B}x_j'$.

Для этого вычисляются следующие статистики:

$$r = \frac{\sum xy - q\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\sum x^2 - q\bar{x}^2)(\sum y^2 - q\bar{y}^2)}}; \quad (112)$$

$$t_r = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{q-2}; \quad (113)$$

$$a = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma xy \Sigma x}{q \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}; \quad (114)$$

$$\hat{B} = \frac{q \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{q \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}; \quad (115)$$

$$S_{ag}^2 = \frac{\Sigma y^2 - \hat{a} \Sigma y - \hat{B} \Sigma xy}{q-2}; \quad (116)$$

$$S_a^2 = \frac{S_{ag}^2 \Sigma x^2}{q \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}; \quad (117)$$

$$S_B^2 = \frac{q S_{ag}^2}{q \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}; \quad (118)$$

$$t_a = \frac{|\hat{a}|}{S_a}; \quad (119)$$

$$t_B = \frac{|\hat{B} - 1|}{S_B}, \quad (120)$$

где $y = y'$; $x = x'$; r — коэффициент корреляции; \hat{a}, \hat{B} — постоянные уравнения прямой $y_j'' = \hat{a} + \hat{B}x_j'$; S_{ag}^2 — дисперсия отклонений расчетных данных от экспериментальных (дисперсия адекватности); S_a^2, S_B^2 — дисперсии погрешностей определения \hat{a} и \hat{B} ; t_r, t_a и t_b — наблюдаемые значения критерия Стьюдента.

В приложении 6 работы [7] приведены табличные значения критерия Стьюдента в зависимости от заданной вероятности P и числа степеней свободы k . При $t_r > t_{0,05}$ можно допустить, что $r \neq 0$ и $\hat{B} \neq 0$, а при $t_a < t_{0,05}$ и $t_b < t_{0,05}$ коэффициент \hat{a} незначимо отличается от нуля ($\hat{a} = 0$) и \hat{B} от единицы ($\hat{B} = 1$).

Если при использовании приведенных критериев убеждаемся, что оценки дисперсий S_j^2 однородны и не зависят от уровня, то их можно суммировать и вычислить общую среднеквадратическую погрешность по формуле (107), а затем проверить гипотезы о нормальном законе распределения ошибок воспроизводимости. Для решения этой проблемы также применяют многочисленные статистические критерии.

Дополнительно приведем критерий Ван дер Вардена, основанный на оценке значимости отличия от нуля коэффициентов асимметрии A и эксцесса E :

$$A = \frac{\sqrt{n(n-1)} \Sigma (x - \bar{x})^3}{n(n-2) \left[\frac{1}{n} \Sigma (x - \bar{x})^2 \right]^{3/2}}; \quad (121)$$

$$E = \frac{n-1}{(n-2)(n-3)} \left\{ (n+1) \left(\frac{\frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2 \right)^2} - 3 \right) + 6 \right\}; \quad (122)$$

$$t_A = |A| \sqrt{\frac{(n-2)(n+1)(n+3)}{6n(n-1)}}; \quad (123)$$

$$t_E = |E| \sqrt{\frac{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}{24n(n-1)^2}}; \quad (124)$$

Если t_A и t_E больше квантиля нормального распределения $U_\alpha = 1,96$ для уровня значимости $\alpha = 0,05$, то A и E значимо отличаются от нуля и распределение отлично от нормального и наоборот. В наших конкретных условиях $x = x_{j_1} - x_{j_2} = \Delta_j, n = q$.

Допустим, что все три проверяемые гипотезы приняты. Тогда для количественной оценки случайных погрешностей могут быть использованы формулы (107), (108), (109). При этом возможно решение различных практических задач. Например, по разности результатов измерений тех или иных свойств исследуемых объектов можно судить об их однородности. Если значение разности больше, чем $2,8 S_a$, то два объекта признаются значимо неоднородными по исследуемым свойствам ($P = 0,95$).

При многократном измерении объекта возникает вопрос, с какой точностью по отношению к истинному вычислено среднее арифметическое \bar{x} оцениваемого признака. Для этого определяют абсолютную погрешность среднего $M_a = US_a/\sqrt{n}$, где n — число измерений. Чтобы сравнить методы измерения по их точности на воспроизводимость, достаточно с помощью критерия Фишера (F) сопоставить дисперсии их случайных погрешностей. Метод, обладающий меньшей дисперсией воспроизводимости, и будет наиболее точным.

Обобщенная система аксиоматических построений. Накопленный опыт экспериментальных исследований по оценке точности геолого-разведочной информации свидетельствует о том, что аксиоматические построения классической теории ошибок измерений довольно часто не соответствуют реальности. Так, многие исследователи пришли к выводу, что, если эксперимент по выявлению ошибок воспроизводимости анализа осуществляют над пробами с широким диапазоном концентраций, то дисперсия абсолютных случайных погрешностей увеличивается с ростом концентраций (Р.И. Дубов [13], Ю.А. Ткачев [40], А. Вессеро [50], А.И. Гавришин [5] и др.). Причиной этого могут быть как особенности распределения химических элементов в пробах, так и технические возможности методов измерения, а также условия интерпретации их результатов.

Ю.А. Ткачев отмечает, что некоторые аналитические методы анализа дают ошибку воспроизводимости, зависящую от концентраций

определяемого компонента. Еще в 1960 г. Р. Мюрард приводил пример сопоставления повторного отбора и анализа проб при разведке золоторудной жилы. Он указывал, в частности, что средняя квадратическая разностей $(x_{j1} - x_{j2})$ для различных классов содержания золота есть возрастающая функция от уровня концентраций золота в пробах. Можно привести множество подобных примеров из области аналитики и геологического опробования, но особенно четко данный факт прослеживается при критическом анализе методов экспериментальной оценки точности аналитических определений. Во всех методических указаниях отмечено, что погрешности анализов зависят от определяемого содержания. Подобную картину наблюдают при геохимическом и геофизическом опробовании (см. рис. 3, табл. 1).

Цель наших исследований — выявить модели-аналоги возможных зависимостей абсолютных и относительных случайных погрешностей от уровня измеряемых параметров и математически их обобщить (см. рис. 2). Для этого проанализируем результаты двадцатилетних исследований НСАМ, направленные на стандартизацию методов контроля качества аналитических работ. Согласно ОСТ 41—08—205—81, для оценки качества аналитических определений на воспроизводимость анализов вычисляют фактические значения относительной среднеквадратической погрешности результатов анализа S_r и сравнивают с допустимыми σ_r . Таблицы допустимых погрешностей — результат обобщения обширного экспериментального материала, поэтому они достоверно отражают весь накопленный опыт по экспериментальной оценке точности аналитических определений. Их рассмотрение может способствовать выявлению основных видов зависимости относительных σ_r и абсолютных σ_a погрешностей от уровня исследуемых содержаний. С этой целью, по данным фрагмента табл. 7 из работы [31], была построена диаграмма, отражающая соотношения допустимых абсолютных и относительных среднеквадратических погрешностей в зависимости от уровня концентраций. Диаграмма (см. рис. 11) выявляет четыре основных варианта соотношений. Графоаналитические модели-аналоги этих вариантов см. на рис. 12. В действительности возможны и комбинации моделей. Сопряженными вариантами обычно являются варианты 2 и 3, 1 и 4, реже 3 и 4. Варианты-антиподы — 1 и 2, 2 и 4.

Таким образом, ошибки воспроизводимости (абсолютные и относительные) часто зависят от уровня содержаний химических элементов или их оксидов. При этом выявлены пять основных моделей такой зависимости (см. рис. 12):

Первая модель (I). Абсолютная погрешность постоянна и не зависит от уровня концентраций, а относительная уменьшается пропорционально росту этого уровня.

Вторая модель (II). Относительная погрешность остается пос-

тоянной, а абсолютная увеличивается пропорционально росту уровня концентраций.

Третья модель (III). С ростом уровня концентраций абсолютная погрешность растет, а относительная уменьшается.

Четвертая модель (IV). С увеличением концентраций абсолютные и относительные погрешности уменьшаются.

Пятая модель (V). С ростом уровня концентраций увеличиваются и относительные, и абсолютные погрешности. Эта модель не выявлена (см. рис. 11), но возможна.

Преобразующая функция типа $W(x) = \ln(x + c)$, где $c = \text{const}$, позволяет логико-математически обобщить графические модели-аналоги (см. рис. 12). Использование этой функции позволяет все рассмотренные модели (I-V) привести к типу I. При этом для модели I $c \rightarrow \infty$, для II $c = 0$, для III $c > 0$, для IV $c < 0$, $|c| < X$, для V $c < 0$, $|c| > X$. Таким образом, трехпараметрическая логнормальная функция и в этом случае выступает как общая теоретическая модель, описывающая случайные погрешности измерений, но уже в зависимости не только от закона их распределения на каком-либо конкретном уровне, но и от значений этого уровня.

Так как распределение новой переменной приводит к виду модели I, то не возникает трудностей при вычислении дисперсии ее ошибок воспроизводимости в условиях сравнения двух равноточных измерений (x_{j1} и x_{j2}):

$$S^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q (\ln|x_{j1} + c| - \ln|x_{j2} + c|)^2. \quad (125)$$

Если сравнивают эталонные значения признака с результатами их замеров, предполагая отсутствие систематических смещений, то дисперсия случайных погрешностей рассчитывается уже по другой формуле:

$$S^2 = \frac{1}{q-1} \sum_{j=1}^q (\ln|x_j + c| - \ln|y_j + c|)^2. \quad (126)$$

Проверка гипотез однородности этих дисперсий, их независимости от уровня и при нормальном законе распределения разностей новой переменной может быть осуществлена с помощью уже рассмотренных ранее критериев [см. формулы (111) — (124)].

При положительном результате такой проверки абсолютные M_a и относительные M_o погрешности заданной вероятности определяем из выражений

$$M_{aj} = (\tilde{x} + c) [\exp(\pm US) - 1]; \quad (127)$$

$$M_{oj} = 100 M_{aj} / \tilde{x}_j, \quad (128)$$

где q — число пар сопоставления; \tilde{x}_j — номинальный уровень при-

нака; U — квантиль нормального распределения, соответствующий заданной вероятности погрешности; S — стандарт новой переменной; M_{aj} и M_{oj} — абсолютные и относительные погрешности j -го уровня.

При выводе формул (127), (128) использовали функцию, обратную преобразующей, как и при обосновании выражений (89), (95), (101), (102), (104). Формулы (127), (128) учитывают зависимости абсолютных и относительных случайных погрешностей от уровня измеряемых величин \bar{x}_j и асимметрию погрешностей разного знака. При $c = 0$ постоянны относительные погрешности, а при $c \rightarrow \infty$ — абсолютные. Объективность результатов вычисления погрешностей во многом зависит от надежности оценки постоянной c . Для определения этого параметра могут быть использованы различные приемы. Например, известно, что значения y'_j — частные опытные оценки относительных погрешностей M_{oj} . Между y'_j и x'_j есть статистическая связь, которую описывает линейное уравнение регрессии типа $y'_j = \hat{a} + \hat{b}x'_j$. В этом случае значения y'_j — прямые оценки M_{oj} . Отсюда $c = \hat{b}/\hat{a}$. Коэффициенты \hat{a} и \hat{b} определяют с помощью метода наименьших квадратов по формулам (114), (115).

Значения наблюдаемых статистик t_r и t_a в выражениях (113), (119) служат критериями оценки значимости этих параметров. Если a незначимо отличается от нуля ($t_a < t_{0,05}$), то это — область действия первой модели ($c \rightarrow \pm \infty$). При \hat{b} , равном нулю ($t_r < t_{0,05}$), — второй. Если же \hat{a} и \hat{b} значимо отличаются от нуля, то это — третья, четвертая и пятая модели ($c_1 = \hat{b}/\hat{a}$). Другой способ оценки постоянной c : Пусть $A_j = \max(x_{j1}; x_{j2})$, а $B_j = \min(x_{j1}; x_{j2})$. Если случайные погрешности не зависят от уровня измеряемых признаков, то $r \{(A_j - B_j), B_j\} = 0$. Проверить такую гипотезу можно с помощью критерия t_r [в формуле 113]. При отрицательном результате проверки $c_2 = a/\hat{b}$, где \hat{a} и \hat{b} — коэффициенты уравнения прямой $A_j - B_j = a + \hat{b}B_j$, вычисляемые по формулам (114), (115).

В качестве критерия надежности определяемого значения c примем условие $-r \{\ln(A_j + c_0)/(B_j + c_0), B_j\} \leq 0,01$. Допустим, что вычисленные c_1 и c_2 не удовлетворяют этому условию. Тогда более надежное его значение может быть получено из выражения

$$c_3 = r_1 - \frac{r_1}{x}, \quad (129)$$

где $x = (r_1 - r_2)/(c_1 - c_2)$.

Вычисления следует продолжать до тех пор, пока не будет найдено c_0 .

Практические приложения: 1. Пользуясь формулой (127), можно построить односторонние или двусторонние контрольные карты, отражающие область распределения абсолютных отклонений ($x_{j1} - x_{j2}$) в границах заданной вероятности (0,68, 0,95 и т.д.). Их границы вычисляют из выражения

$$L_{1,2} = \tilde{x}_j + (\tilde{x}_j + c) [\exp(\pm \sqrt{2}US) - 1]. \quad (130)$$

2. Оценки случайных погрешностей могут быть объективным критерием при выяснении однородности объектов измерения. Два объекта считаются однородными по исследуемому свойству, если разность между их замерами меньше, чем случайные погрешности. Такое условие можно оценить с помощью математического выражения

$$x_{i+1} \leq (x_i + c) \cdot \exp(\sqrt{2}US) - c, \quad (131)$$

где $x_{i+1} > x_i$ — результаты измерения двух объектов.

3. Оценки абсолютных и относительных погрешностей среднего арифметического, определенного по ряду измерений одного уровня, могут быть получены по формулам

$$M_a \left\{ \bar{x} \right\} = (\bar{x} + c) [\exp(\pm US/\sqrt{n}) - 1]; \quad (132)$$

$$M_o \left\{ \bar{x} \right\} = 100 M_a \left\{ \bar{x} \right\} / \bar{x}. \quad (133)$$

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Условия экспериментов по выявлению и оценке систематических погрешностей, позволяющие осуществлять определение этих погрешностей, уже рассматривались.

Выбор тех или иных математических моделей количественной оценки систематических погрешностей контролируемого метода измерения, в общем случае, зависит от схемы экспериментов, модели измерения, особенностей систематических и случайных погрешностей метода, их взаимоотношений. Поэтому необходимо рассмотреть различные выявленные практикой аксиоматические системы теории, провести их анализ и обобщить в условиях различных экспериментальных схем.

Многократные испытания на одном уровне. Систематическая погрешность на конкретном уровне той или иной измеряемой величины может быть выявлена и оценена только в том случае, если ее рассматривать как постоянную по модулю и знаку. Значимость систематического смещения должна оцениваться с учетом закона распределения случайных погрешностей контролируемого метода измерений, поскольку оба вида погрешностей взаимосвязаны.

Классическая система аксиоматических построений. Предполагается, что случайные погрешности метода подчинены нормальному закону с нулевым центром, а систематическое смещение постоянно по модулю и знаку. Этой системе аксиоматических построений соответствует модель измерения [см. формулу (1)]. Систематическое смещение и дисперсия случайных погрешностей в этом случае определяются выражениями (5), (6). С учетом выборочного контроля

имеем оценки параметров, вычисляемые по формулам

$$\Delta_c = \bar{x} - Y; S^2 \{ \Delta X \} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_k - \bar{x})^2,$$

где Δ_c — оценка систематического смещения; Y — эталонное значение измеряемой величины; \bar{x} — среднее арифметическое из k измерений, $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum x_k$; $S^2 \{ \Delta X \}$ — оценка дисперсии случайных погрешностей; m — число замеров.

При оценке значимости Δ_c можно воспользоваться U - и t -критериями в условиях сравнения выборочного среднего с гипотетическим [9]. Модели этих критериев мы уже приводили [см. выражения (21), (22)]. Последние отличаются тем, что в них рассматривают относительные величины погрешностей. Поэтому выражение критерия в формуле (22) может быть заменено известным в статистике [7]:

$$t = \frac{|\bar{x} - Y| \sqrt{m}}{S \{ \Delta X \}} \leq t_T. \quad (134)$$

Выполнение этого неравенства при 5 %-ном уровне значимости свидетельствует об отсутствии систематических погрешностей метода измерения. В противном случае значимое систематическое смещение исключают из результатов контролируемого метода по формуле

$$x'_k = x_k + \Delta_c. \quad (135)$$

При оценке значимости систематического смещения неравенство (134) может быть заменено определением вероятных пределов, в которых находят истинное среднее m_x :

$$P \left\{ \bar{x} \right\} - \frac{1}{\sqrt{m}} t S \{ \Delta X \} \leq m_x \leq \bar{x} + \frac{1}{\sqrt{m}} t S \{ \Delta X \} = 1 - \alpha, \quad (136)$$

где $\alpha = 0,05$; $P = 0,95$; t — коэффициент Стьюдента, зависящий от числа степеней свободы ($m-1$) и уровня значимости α .

Если значение Y попадает в эти пределы, то выборочное среднее фактически не отличается от Y , т.е. систематические погрешности отсутствуют, и наоборот.

Обобщенная система аксиоматических построений. Допустим, что случайные погрешности не подчиняются нормальному закону. По-прежнему исправления результатов контролируемого метода будут проводить по формуле (135), но модель оценки значимости систематических погрешностей должна учитывать вид функции распределения случайных погрешностей. Если в роли ее может быть принята трехпараметрическая логнормальная функция, то выражение (136) принимает вид [см. формулы (94), (100)], где коэффициент U заменяют коэффициентом Стьюдента t . Если в эти несимметричные пределы (при $\alpha = 0,05$) гипотетическое значение Y не попадает, то систематическое смещение признают значимым и наоборот.

Однократный выборочный контроль. Имеем сопряженные парные значения x_j и y_j различных уровней j , где x_j — результаты контролируемого метода измерения, y_j — результаты точного измерения (эталоны).

Выбор тех или иных математических моделей количественной оценки систематических погрешностей контролируемого метода измерения в этих условиях зависит от особенностей его систематических и случайных погрешностей, т.е. от их взаимоотношения между собой и с уровнем измеряемых параметров. Поэтому здесь необходимо рассмотреть различные аксиоматические системы теории, проанализировать их и обобщить.

Классическая система аксиоматических построений. Эта система основана на допущении следующих гипотез: случайные абсолютные погрешности не зависят от уровня исследуемых величин и подчинены нормальному закону с нулевым центром распределения, а систематические смещения постоянны по модулю и знаку во всем диапазоне изменения признака. Такой системе аксиоматических построений соответствуют модель измерения, выраженная формулой (3), и модели описания систематических и случайных погрешностей по формулам (7), (8). В условиях выборочных данных имеем оценки этих погрешностей:

$$\Delta_c = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q (x_j - y_j); \quad (137)$$

$$S^2 = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q (x_j - \Delta_c - y_j)^2. \quad (138)$$

Согласно заданным условиям, общая погрешность $\Delta_j = x_j - y_j$ также подчинена нормальному закону, однородна на уровнях и от последних не зависит, что проверяется с помощью критерия Кочрана по формуле (111), результатов регрессионного анализа в выражениях (112)–(120) и оценок значимости коэффициентов асимметрии и эксцесса — в (121) — (124).

Если проверка нулевых гипотез дала положительные результаты, то следует оценить значимость систематического смещения. Воспользуемся для этого критерием Стьюдента [7] в условиях сравнения двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями (зависимые выборки). В практике контроля геологоразведочной информации этот критерий нашел наиболее широкое применение [см. выражения (13), (27), (56)]. Так как обычно $x_j \neq y_j$, то необходимо установить, значимо ли различаются пары этих значений. Введем следующие обозначения: $d_j = x_j - y_j$; $\bar{d} = \sum d_j / q$. Вычислим „исправленное“ среднее квадратическое отклонение

$$S_d = \left[\frac{\sum d_j^2 - |\sum d_j|^2 / q}{q - 1} \right]^{1/2}. \quad (139)$$

В качестве проверки нулевой гипотезы $E(x_j - y_j) = 0$ принимают случайные величины

$$t_n = \bar{d} \sqrt{q/S_d}. \quad (140)$$

По табл. 6 работы Стьюдента [7] при заданном уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = q - 1$ находят теоретическое значение критерия $t_{0,05}$. Если $t_n < t_{0,05}$, то нет основания отвергать нулевую гипотезу. В противном случае результаты x_j и y_j различаются значимо и мы имеем систематическое смещение. Вычитая постоянную Δ_c из результатов контролируемого метода измерений, можно найти исправленные значения.

Обобщенная система аксиоматических построений. Анализ методических решений выявления и оценки систематических погрешностей показал, что в различных областях геологии используют различные математические модели. В области аналитики, геологического и геофизического опробования применяют формулы (11), (12), (15), (29), (31), с помощью которых оценивают систематические погрешности в зависимости от постоянства в диапазоне рассматриваемых значений признака абсолютных либо относительных погрешностей. Критерии оценки значимости систематических смещений [см. формулы (9), (10), (26), (27), (28), (56), (57)] также учитывают эти условия. При контроле геохимического опробования наряду с известными [см. выражение (39)] широко используют модели оценки систематических погрешностей [см. формулу (43)], выведенные из условий логнормальной функции распределения, когда наблюдается постоянство разностей преобразованных переменных $(\ln C_o - \ln C_k)$, что свидетельствует и о постоянстве относительных отклонений. Таким образом, предполагают, что абсолютная систематическая погрешность всегда имеет свой знак отклонения от истинного (или принимаемого за истинное) значения. Она может быть зависимой или независимой от измеряемой величины. Если систематическая погрешность постоянна по абсолютной величине, она называется аддитивной, а по относительной величине — мультипликативной. Но возможны и промежуточные случаи, когда систематические смещения одного знака, но абсолютные и относительные их величины зависят от уровня измеряемых параметров. Такое определение систематических погрешностей можно признать наиболее общим.

Однако практика оценки качества аналитических определений и опробования показала, что систематическая погрешность в определении содержания металла при различных количествах его в пробах может менять свой знак. Изменяющиеся по определенному закону систематические погрешности могут остаться незамеченными только потому, что способ учета этих погрешностей, основанный на сравнении средних или числа противоположных знаков, если не ранжиро-

ваны значения x_j , не дает возможности их заметить. В этих условиях математические модели оценки систематических погрешностей должны учитывать и модули, и знаки этих погрешностей. При этом содержание понятия систематическая погрешность усложняется. Так, А.И. Гавришин [5] и другие отмечают, что систематическая погрешность может быть переменной, например, зависеть от концентрации элемента: положительные значения на низких концентрациях (завышение) и отрицательные на высоких (занижение) и наоборот. Таким образом, допускают смену знака и изменение величины систематического смещения по модулю. Поэтому в настоящее время для оценки систематических смещений и их значимости часто используют результаты регрессионного анализа, [формула (33)]. Например, если между x_j и y_j связь прямолинейна, то исправленные значения измерений контролируемого метода определяют по уравнению регрессии $x'_j = \hat{a} + \hat{b}x_j$, а значимость систематического смещения — по результатам статистической проверки гипотез о равенстве коэффициента \hat{a} нулю и \hat{b} — единице с помощью формул (112) — (118).

Проанализируем возможности линейной регрессии как модели выявления и оценки систематических погрешностей [49]. Модель линейной регрессии $y_j = \hat{b}x_j + \hat{a} + \epsilon_j$, где y_j и x_j — наблюдаемые переменные на j -м уровне; ϵ_j — случайное отклонение от модели на этом же уровне.

Параметры \hat{a} и \hat{b} , вычисляемые с помощью метода наименьших квадратов, — это статистические оценки истинных значений a и b . Говорят, что \hat{a} есть несмещенная оценка a : $E(\hat{a}) = a$, и дисперсия \hat{a} стремится к нулю при $q \rightarrow \infty$. То же самое относится и к \hat{b} . Для соблюдения этих условий необходимо выполнение нескольких гипотез:

1. Математическое ожидание случайных отклонений ϵ_j на отрезках любых интервалов уровня j должно быть равным нулю.

2. Статистический закон распределения отклонений ϵ_j не зависит от переменной x_j .

3. Отсутствует корреляция между смежными случайными отклонениями: $E(\epsilon_j \epsilon_{j+1}) = 0$, т.е. знание ϵ_j не позволяет прогнозировать ϵ_{j+1} .

4. Дисперсия случайных отклонений $\sigma^2\{\epsilon_j\}$ не зависит от уровня j .

5. Нормальный закон распределения случайных отклонений: $\epsilon_j \rightarrow N(0, \sigma\{\epsilon_j\})$.

Проверка выполнения всех названных гипотез весьма желательна при использовании математического аппарата линейной регрессии, так как несоблюдение хотя бы одной из них может привести к ошибочным выводам.

В случае когда систематическая погрешность разнозначна, весь исследуемый интервал рассматриваемого признака следует разбивать на подынтервалы, в пределах которых систематическая погрешность однозначна, а систематические смещения в подынтервалах

оценивать с учетом зависимости их абсолютных и относительных величин от уровня измеряемых свойств. В этих условиях будет сохранено важное свойство систематических погрешностей — постоянство их знака.

Подынтервалы наглядней всего выявляют путем ранжировки значений x_j или построения корреляционных диаграмм, на которых по горизонтальной оси откладывают в определенном масштабе значения по контролируемым определениям (x), а по вертикальной в том же масштабе — по контрольным (y). Из начала координат под углом в 45° к каждой оси прочерчивают диагональную прямую, отвечающую равенству $x = y$. По значениям y и x как по координатам наносят на эту диаграмму в виде точек все парные значения. При отсутствии систематических расхождений и грубых ошибок все экспериментальные точки на диаграмме располагают более или менее симметрично диагонали. Количество точек, находящихся выше и ниже ее, приблизительно одинаково как для малых, так и для больших значений x и y . Если такая симметричность нарушена, делаем вывод о наличии систематических расхождений.

Вернемся к исходному аксиоматическому построению. Математические модели [см. формулы (137) — (140)] базируются на предположении о нормальном законе распределения ошибок воспроизводимости, их независимости от уровня значений измеряемых величин и постоянстве по модулю и знаку систематических смещений. Такая жесткая аксиоматическая система не всегда может быть принята. Как мы уже выяснили, случайные погрешности довольно часто зависят от исследуемых уровней (модели $I-V$, см. рис. 12), а систематические смещения при этом могут быть непостоянными по модулю. В этих условиях представляется возможным при оценке систематических погрешностей пользоваться моделями трехпараметрической логнормальной функции. Систематическое смещение новой переменной определяют из выражения

$$\Delta'_c = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q (\ln|y_j + c| - \ln|x_j + c|), \quad (141)$$

а значимость смещения может быть установлена по критерию Стьюдента (140).

Используя функцию, обратную симметризирующей, нетрудно вывести математическую модель оценки исправленных значений x'_j контролируемого метода измерений:

$$x'_j = \mu + \gamma x_j, \quad (142)$$

где μ и γ — постоянные коэффициенты уравнения прямой, $\gamma = \exp(\Delta'_c)$, $\mu = c(\gamma - 1)$.

Таким образом выявляют отдельно постоянную и пропорциональную составляющие систематической погрешности, где μ — постоянная величина, которую следует прибавлять, γ — постоянная,

на которую нужно умножать результаты контролируемого метода измерений.

Выведенные модели применимы только в том случае, если разности $(\ln|y_j + c| - \ln|x_j + c|)$ однородны на уровнях, подчинены нормальному закону распределения и установлена значимость систематического смещения Δ'_c . Проверки таких гипотез осуществляют с помощью уже рассмотренных статистических критериев по формулам (111) — (120), (123), (124), (140).

Объективность результатов оценки систематических погрешностей во многом зависит от надежности определения постоянной c . При постоянстве систематического смещения по знаку ее можно определить по методике, применяемой при оценке случайных погрешностей, с обязательной при этом проверкой выполнения следующего условия: $r \left\{ \left| \ln \frac{y+c}{x+c} \right|, x \right\} \leq 0,01$.

Выбор тех или иных математических моделей исключения систематических погрешностей — ответственная и часто неразрешимая задача даже в условиях достоверных эталонов y . Во-первых, это связано с ограниченностью объемов экспериментальных выборок, а во-вторых — с отсутствием дополнительных сведений о взаимоотношениях случайных и систематических погрешностей между собой и с уровнем измеряемого параметра, что обусловлено особенностями экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации, когда удается установить значимость систематических отклонений и лишь приблизительно оценить математическую модель их исключения. Если значимость систематических отклонений установлена, то обычно рекомендуют совершенствовать методику геологоразведочных исследований, применять такие организационные и технические решения, которые позволяют исключить возможность появления систематических погрешностей.

ОБЛАСТИ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ

В этом разделе с учетом различных практических ситуаций проиллюстрированы возможности предлагаемых методов статистической обработки результатов экспериментальных исследований, направленных на оценку точности геологоразведочной информации.

Приведенные здесь примеры математической обработки экспериментальных данных позволяют выявить преимущества разработанных методов по сравнению с методами, регламентированными различными методическими указаниями и нашедшими широкое применение в практике геологоразведочных работ.

Вычисления проводились главным образом на ЕС-ЭВМ по программе „Статика” (406 операторов). Кроме того, был создан блок программ, составленный для микрокалькулятора БЗ-34.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПЕРВИЧНОЙ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

При оценке точности первичной информации основное внимание было уделено примерам контроля за качеством аналитических определений как наиболее важной области геологических исследований.

Пример 1. Обработка данных внутреннего геологического контроля рядовых анализов на P_2O_5 , в %. В табл. 3 приведены результаты эксперимента.

Таблица 3

Данные внутреннего контроля химического анализа на P_2O_5 , %

N	x_{j1}	x_{j2}	N	x_{j1}	x_{j2}	N	x_{j1}	x_{j2}	N	x_{j1}	x_{j2}
1	16,20	15,69	8	15,96	16,22	15	22,59	22,30	22	11,09	11,35
2	17,93	18,06	9	18,05	18,14	16	22,14	22,90	23	17,35	16,79
3	24,33	24,31	10	6,59	6,89	17	12,62	12,56	24	25,56	25,02
4	14,83	14,55	11	15,36	15,25	18	9,57	9,32	25	5,46	4,80
5	17,33	16,99	12	17,06	16,99	19	4,94	4,64	26	16,50	15,72
6	24,42	24,47	13	6,04	5,77	20	25,31	24,91	27	3,46	3,77
7	23,25	23,25	14	24,66	24,66	21	24,70	25,32	28	7,32	7,29

Примечание. x_{j1} и x_{j2} — содержания в пробах основного и контрольного анализов, число пар сопоставления равно 28.

Оценка случайных погрешностей:

1. Классическая система аксиоматических построений.

1. Оценка однородности дисперсий [см. формулу (111) по критерию Кочрана]: $g = 0,156$; $g_{0,05} = 0,29$; $g < g_{0,05}$ — дисперсии однородны.

2. Оценка независимости дисперсий от j -го уровня [см. формулы (112) — (120)]:

$y_j = 0,35x_j - 0,0038$; $r\{y', x'\} = 0,74$; $t_r = 5,6$; $t_a = 0,6$; $t_B = 10,9$; $t_{0,05} = 2,05$, т.е. $B \neq 0$, $B \neq 1$, $a = 0$ — абсолютные случайные погрешности не зависят от j -го уровня. Об этом же свидетельствует значительное отличие от нуля коэффициента корреляции между значениями $(A - B)$ и B : $r\{(A - B), B\} = -0,025$; $t_r = 0,3$, $t_{0,05} = 2,05$, где $A = \max(x_{j1}, x_{j2})$; $B = \min(x_{j1}, x_{j2})$.

3. Оценка отличия распределения отклонений $(x_{j1} - x_{j2})$ от нормального закона [см. формулы (121) — (124)]:

$$A\{x_{j1} - x_{j2}\} = 0,316; t_A = 0,72; U_{0,05} = 1,96; t_A < U_{0,05};$$

$$E\{x_{j1} - x_{j2}\} = 0,021; t_E = 0,025; U_{0,05} = 1,96; t_E < U_{0,05}.$$

Следовательно, погрешности подчиняются нормальному закону распределения.

4. Оценка стандарта случайных погрешностей и границ доверительных интервалов заданной вероятности. Среднее квадратическое отклонение вычисляли по формуле (107): $S_a = 0,264$, а абсолютные и относительные погрешности — из выражений (108), (109). На диаграмме контрольной карты случайных от-

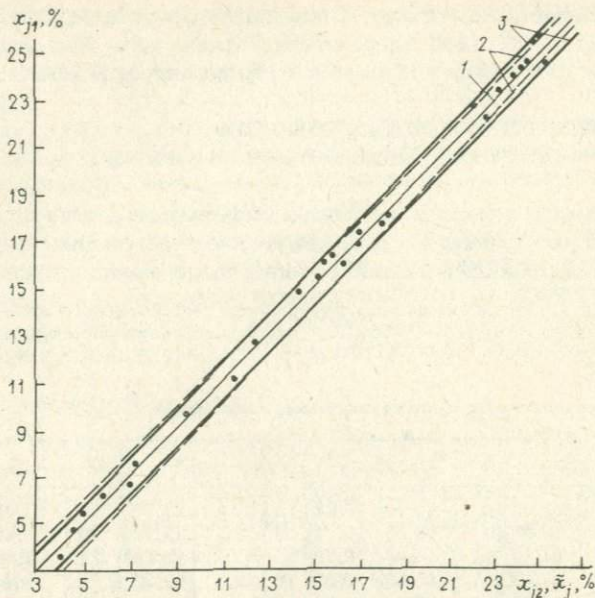


Рис. 13. Диаграммы контрольных карт случайных отклонений, построенные по данным внутреннего геологического контроля рядовых анализов проб на P_2O_5 ;

1 — линия равенства ($x_{j1} = x_{j2}$); 2 — границы доверительных интервалов вероятности 0,95, определенные из выражения $L_{1,2} = \tilde{x}_j \pm 2,8S_a$; 3 — границы доверительных интервалов вероятности 0,95, вычисленные по формуле $L_{1,2} = \tilde{x}_j + (\tilde{x}_j + c) [\text{ant}(\pm 2,8S) - 1]$; x_{j1} — основное содержание P_2O_5 ; x_{j2} — контрольное содержание P_2O_5 ; \tilde{x}_j — номинальный уровень содержания

клонений (рис. 13) выделена область их распределения при заданной вероятности 0,95, границы доверительных интервалов вычислены по формуле $L_{1,2} = \tilde{x}_j \pm 2,8S_a$, где \tilde{x}_j — номинальное значение рассматриваемого уровня.

II. Обобщенная система аксиоматических построений.

Вспользуемся параметрами трехпараметрической логнормальной функции: $c = -365$; $a_j = \lg(x_{j1} + c)$; $\beta_j = \lg(x_{j2} + c)$.

1. Оценка однородности дисперсий новой переменной ($\beta - a$): $g = 0,015$; $g_{0,05} = 0,29$; $g < g_{0,05}$, т.е. дисперсии однородны.

2. Оценка независимости дисперсий от j -го уровня:

$$r\{\beta - a, \alpha\} = -0,018; t_r = 0,09; t_{0,05} = 2,05;$$

$$r\{\beta - a, \beta\} = -0,009; t_r = 0,0048.$$

Таким образом, дисперсия новой переменной не зависит от j -го уровня.

3. Оценка отличия распределения отклонений ($\beta - a$) от нормального закона: $A\{\beta - a\} = 0,35$; $t_A = 0,8 < 1,96$; $E\{\beta - a\} = 0,092$; $t_E = 0,107 < 1,96$, т.е. распределение не отличается от нормального закона.

4. Оценка стандарта новой переменной, погрешностей исходной переменной и границ доверительных интервалов заданной вероятности. Дисперсию отклонений новой переменной вычисляют по формуле (125), а абсолютные и относительные погрешности для исходной переменной — по (127), (128): $\Sigma(\alpha - \beta)^2 = 6,059 \cdot 10^{-6}$; $S = 0,00033$.

Область случайных отклонений (см. рис. 13) при заданной вероятности 0,95. Границы области вычисляли по формуле (130): $L_{1,2} = \tilde{x}_j + (\tilde{x}_j + c)$ [ant $(\pm 2,8S) - 1$].

Диаграммы контрольных карт случайных отклонений результатов анализа x_{j1} и x_{j2} на P_2O_5 для двух случаев (нормальный закон распределения ошибок воспроизводимости и трехпараметрический логнормальный закон распределения случайных погрешностей) приведены также на рис. 13. Мы видим, что границы доверительных интервалов практически совпадают. Следовательно, трехпараметрическая логнормальная функция, ее математические модели обладают широкой областью действия, включая в себя как частные случаи модели нормальной и логнормальной функций. Об этом свидетельствует и сравнение относительных погрешностей анализа заданной вероятности 0,68 ($U = 1$), вычисленных для двух названных случаев (табл. 4).

Таблица 4

Результаты оценки качества анализов на P_2O_5 , %

Класс содержания P_2O_5	Середина класса	Допустимая относительная погрешность, σ_r	Расчетные относительные погрешности, вычисленные по формулам	
			(109)	(128)
			$S_{a,r}$	S_r
5—10	7,5	3,2	3,50	3,62
10—20	15,0	2,7	1,76	1,77
20—30	25,0	1,6	1,06	1,03

Таким образом, оба способа расчета показали, что для первого класса погрешности анализов превышают допустимые. Правда, такой вывод может оказаться и преждевременным, так как статистически обрабатывалась вся экспериментальная выборка без разбивки на классы содержаний P_2O_5 .

Пример 2. Рассмотрим пример обработки внутреннего геологического контроля анализов на медь (класс содержаний — 0,5—0,99 %), приведенный в методических указаниях [25]. Здесь заранее предполагается, что систематические погрешности отсутствуют, а случайные подчиняются нормальному закону и не зависят от уровня содержаний в выбранном интервале концентраций. Поэтому стандарт случайных погрешностей вычисляют по формуле (108): $S_a = 0,04$ %; $S_{a,r} = 100 S_a/x$, где $x = \Sigma(x_{j1} + x_{j2})/2q = 0,68$ %; $S_{a,r} = 5,9$ %; $q = 43$.

Предельное значение среднеквадратической погрешности, установленное Инструкцией ГКЗ для данного класса содержаний, составляет $\sigma_r = 7,0$ %, следовательно, воспроизводимость результатов анализа на медь удовлетворительна. Проверим надежность такого вывода, используя более строгий математический аппарат.

Оценка случайных погрешностей:

I. Классическая система аксиоматических построений.

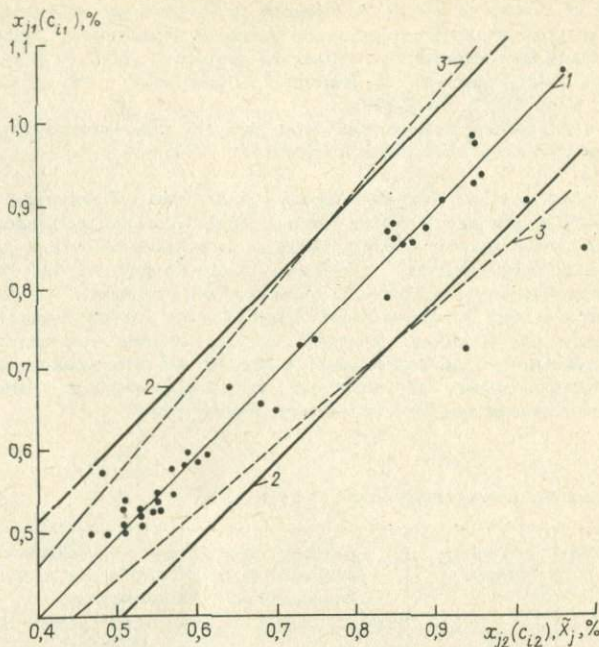


Рис. 14. Диаграммы контрольных карт случайных отклонений, построенных по данным внутреннего геологического контроля рядовых анализов проб на медь:

1 — линия равенства ($x_{j1} = x_{j2}$); 2, 3 — границы доверительных интервалов вероятности 0,95, вычисленные согласно принятой методике (2) и с помощью моделей трехпараметрической логнормальной функции (3); $x_{j1}(c_{j1})$ — основное содержание Cu; $x_{j2}(c_{j2})$ — контрольные содержание Cu; x_j — номинальный уровень содержания

1. Оценка однородности дисперсий: $g = 0,398$; $g_{0,05} = 0,237$; $g > g_{0,05}$, следовательно, есть отклонения, которые существенно отличаются по модулю от всей совокупности отклонений ($x_{j1} - x_{j2}$).

2. Оценка независимости дисперсий от j -го уровня: $r\{(A - B), B\} = 0,19$; $t_r = 1,25$; $t_{0,05} = 2,0$ — погрешности не зависят от j -го уровня.

3. Оценка отличия распределения погрешностей от нормальной функции: $A\{x_{j1} - x_{j2}\} = -2,46$; $t_A = 6,81 > 1,96$; $E\{x_{j1} - x_{j2}\} = 3,35$; $t_E = 11,8 > 1,96$.

Распределение погрешностей отличается от нормальной, так как наблюдаются отклонения, резко отличные от выборочной совокупности.

На рис. 14 приведена диаграмма контрольной карты случайных отклонений ($x_{j1} - x_{j2}$) для вероятности 0,95. Она свидетельствует о том, что по крайней мере два отклонения следовало бы рассматривать как нехарактерные для данной экспериментальной выборки. Границы вероятности 0,95 вычисляли по формуле $L_{1,2} = x_j \pm 2,8S_d$.

II. Обобщенная система аксиоматических построений:

$$c = -0,1131; \alpha_j = \lg(x_{j1} + c); \beta_j = \lg(x_{j2} + c).$$

1. Оценка однородности дисперсий новой переменной: $g = 0,613$; $g_{0,05} = 0,237$; $g > g_{0,05}$, т.е. не все дисперсии на уровнях однородны.

2. Оценка независимости дисперсий от j -го уровня: $r \left\{ \left| \beta - \alpha \right|, \alpha \right\} = 0,065$; $t_r = 0,42$; $t_{0,05} = 2,0$; $t_r < t_{0,05}$, следовательно, дисперсии не зависят от уровня.

3. Оценка отличия распределения отклонений новой переменной от нормального закона: $A \left\{ \beta - \alpha \right\} = 0,91$; $t_A = 2,5 > 1,96$; $E \left\{ \beta - \alpha \right\} = 5,05$; $t_E = 7,1 > 1,96$, следовательно, распределение отличается от нормального.

4. Оценка стандарта новой переменной, погрешностей исходной переменной и границ доверительных интервалов заданной вероятности (см. пример 1).

Границы доверительных интервалов для $P = 0,95$ (см. рис. 14) вычисляли по формуле (130), среднее квадратическое отклонение новой переменной определяли по формуле (125): $S = 0,0265$. Относительная погрешность вероятности 0,68 для уровня концентраций $x_j = 0,68\%$ получилась равной 5,2%. Она не выходит за пределы допустимой (7,0%).

Таким образом, обе методики расчета показали, что анализы на медь являются качественными, соответствующими точности анализов III категории. Точность анализов будет высокой и уровень случайных погрешностей снизится, если убрать два исключительных отклонения.

На следующем этапе в качестве рассматриваемых уровней возьмем предельные значения классового интервала содержаний. Тогда $\bar{x}_{j1} = 0,5\%$ и $\bar{x}_{j2} = 1,0\%$. Для этих уровней соответственно по классической методике оценки погрешностей имеем: $S_{a,r} = 8,2\%$ (отн.) $> \sigma_r$; $S_{a,r} = 4,1\%$ $< \sigma_r$, т.е. для низких содержаний анализы не удовлетворяют допускам. По предлагаемой методике для тех же уровней имеем: $S_r = 4,96\%$ $< \sigma_r$; $S_r = 5,6\%$ $< \sigma_r$. Таким образом, без учета зависимости погрешностей от уровня содержаний исследуемых компонентов существующая методика расчета не позволяет надежно оценить случайные погрешности даже в области выбранных классов содержаний.

Пример 3. Обработка данных внешнего геологического контроля анализов рядовых проб на медь (класс содержаний 0,40–0,99%).

Результаты такой обработки нашли отражение в методических указаниях [25]. Всего сопоставляли 36 пар основных $x_j \{c_o\}$ и контрольных $y_j \{c_k\}$ определений. С помощью критерия Стьюдента t_H осуществляли оценку значимости систематических расхождений между рядами x_j и y_j . Для этого вычисляли:

$$\text{среднее содержание по классу } \bar{x} = \frac{1}{q} \sum x_j = 0,68\%;$$

$$\text{абсолютное систематическое расхождение } d = \frac{1}{q} \sum (x_j - y_j) = -0,03\%;$$

$$\text{относительное систематическое расхождение } d'_r = 100 \frac{d}{\bar{x}} = -3,8\%;$$

$$\text{выборочное среднее квадратическое отклонение } S_d = \sqrt{\frac{\sum (d_j - \bar{d})^2}{(q-1)}} = 0,04, \text{ где } d_j = x_j - y_j;$$

критерий значимости систематического расхождения между рядами x_j и y_j — $t_H = |d| \sqrt{q/S_d} = 3,9$; $t_{0,05} = 2,02$; $t_H > t_{0,05}$.

Таким образом, систематическое смещение признается значимым. Результаты, освобожденные от систематических погрешностей, вычисляли по формуле $x'_j = Kx_j$, где $K = (100 - d'_r)/100 = 1,038$. Этот коэффициент можно вычислить и более простым способом: $K = \sum y_j / \sum x_j$, но при использовании его в целях исключения систематической погрешности возникает понятное сомнение. Так, значимость систематических отклонений оценивали по их абсолютным значениям ($d_j = x_j - y_j$), тогда как погрешность исключали с помощью множителя K , а не по формуле (32).

Рассмотрим классическую систему аксиоматических построений. Преды-

дущий пример позволяет предполагать независимость случайных погрешностей анализов в рассматриваемом интервале концентраций. Если общая погрешность $\Delta_j = y_j - x_j$ однородна, подчиняется нормальному закону и не зависит от j -го уровня, то все требования классической системы аксиоматических построений будут выполнены. Проверим эти гипотезы:

1. Оценка однородности Δ_j по критерию Кочрана: $g = 0,1245$; $g_{0,05} = 0,25$; $g < g_{0,05}$.

2. Оценка отличия распределения Δ_j от нормального: $A\{y - x\} = 0,18$; $t_A = 0,45 < 1,96$; $E\{y - x\} = -0,77$; $t_E = 1,01 < 1,96$.

3. Проверка независимости Δ_j от уровня концентраций: $r\{(y - x), x\} = -0,36$; $t_r = 2,31$; $t_{0,05} = 2,02$; $t_r > t_{0,05}$.

Оценка значимости систематических отклонений с помощью критерия Стьюдента t_N произведена выше. Таким образом, установлено, что Δ_j однородны, подчиняются нормальному закону, систематическое смещение между рядами x_j и y_j есть, но оно непостоянно и зависит от j -го уровня. Последнее не позволяет использовать классические модели оценки и исключения систематических погрешностей (32).

В методических указаниях [25] систематические погрешности рекомендуется исключать по формуле $x_j = 1,038x_j$. Очевидно, при этом предполагается независимость относительных отклонений от уровня содержания меди, т.е. $r\{|y/x - 1|, x\} = 0$. В действительности же по экспериментальной выборке имеем $r\{|y/x - 1|, x\} = -0,605$. Следовательно, рекомендации методических указаний неприменимы. Таким образом, мы имеем дело с промежуточным случаем, когда абсолютные и относительные систематические погрешности зависят от уровня содержания.

Корреляционная диаграмма (рис. 15) свидетельствует о том, что в диапазоне рассматриваемых содержаний может быть абсолютное систематическое смещение, постоянное по знаку, но зависящее от уровня концентраций. Поэтому для оценки систематической погрешности воспользуемся моделями трехпараметрической логнормальной функции: $c = -1,24$; $a_j = \lg|x_j + c|$; $\beta_j = \lg|y_j + c|$.

1. Оценка однородности дисперсий новой переменной ($\Delta_j = \beta_j - a_j$): $g = 0,11$; $g_{0,05} = 0,25$; $g < g_{0,05}$.

2. Оценка независимости новой переменной от j -го уровня: $r\{|\beta_j - a_j|, a_j\} = -0,019$; $t_r = 0,11$; $t_{0,05} = 2,02$; $t_r < t_{0,05}$; $r\{|\beta_j - a_j|, x_j\} < 0,01$.

3. Оценка отличия распределения отклонений новой переменной от нормального: $A\{\beta_j - a_j\} = 0,38$; $t_A = 0,97 < 1,96$; $E\{\beta_j - a_j\} = -0,03$; $t_E = 0,04 < 1,96$.

Таким образом, установлены однородность разностей Δ_j , нормальный закон распределения и их независимость от уровня концентраций. В этих условиях для оценки значимости систематических погрешностей целесообразно пользоваться критерием t_N Стьюдента: $t_N = 3,401$; $t_{0,05} = 2,02$; $t_N > t_{0,05}$. Следовательно, гипотеза об отсутствии систематического смещения отвергается и его следует исключить. Для этого воспользуемся формулами (141), (142):

$$\Delta_c = (1/q) \sum (\beta - a) = -0,0189; \gamma = \text{ant}(\Delta_c) = 0,957; \mu = c(\gamma - 1) = 0,053; x'_j = 0,957 x_j + 0,053.$$

При преобразовании исходных переменных использовалось значение постоянной $c = -1,24$, при котором абсолютные значения относительных отклонений $|(y + c)/(x + c) - 1|$ практически не зависят от уровня $\tilde{x}_j - r\{(y - 1,24)/(x - 1,24) - 1|, x\} = 0,05$. Отсюда можно записать следующее равенство: $(y + c)/(x + c) = K$, где $K = (1/q) \sum [(y + c)/(x + c)] = 0,9595$.

Тогда исправленные значения x'_j определятся из выражения $x'_j = 0,9595 x_j + 0,05$. Эта модель исключения систематических погрешностей по параметрам близка предыдущей.

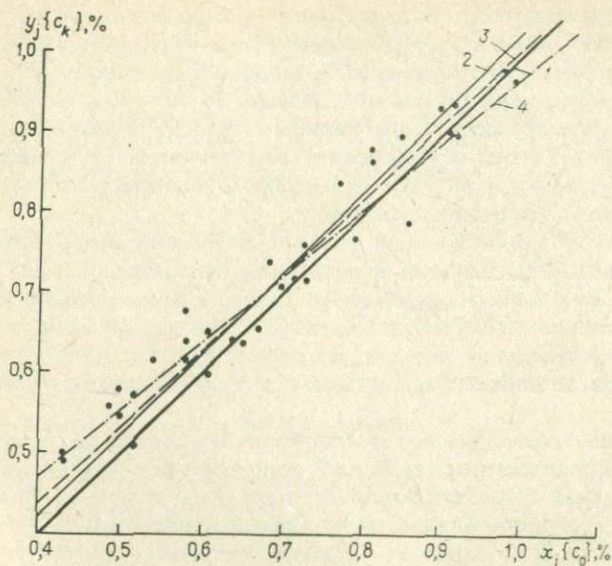


Рис. 15. Корреляционная диаграмма, построенная по данным внешнего геологического контроля рядовых анализов проб на медь:

1 — линия равенства ($y_j = x_j$); 2 — прямая уравнения для исключения систематических погрешностей, рекомендованного методическими указаниями [25]; 3 — прямая уравнения, выведенного из условий трехпараметрической логнормальной функции; 4 — прямая линейного уравнения регрессии для исправления рядовых анализов; $y\{c_k\}$ — содержание Cu; $x\{c_0\}$ — содержание Cu

Чтобы оценить и исключить систематические погрешности, можно воспользоваться и регрессионным анализом, допуская, что связь между x и y линейна, а систематические смещения непостоянны по модулю и знаку в диапазоне рассматриваемых концентраций. Тогда мы имеем: $x_j = 0,857 x_j + 0,12$; $r\{y, x\} = 0,94$; $t_r = 16,8$; $t_a = 4,79$; $t_B = 0,857$; $t_{0,05} = 2,02$, т.е. $a \neq 0$, $B \neq 1$, $B \neq 0$.

В этих условиях для содержания меди выше и ниже значения 0,84 систематические погрешности меняют не только свой модуль, но и знак.

Как уже отмечалось ранее, выбор модели исключения установленных систематических погрешностей часто оказывается довольно сложной задачей, что связано с ограниченностью объемов экспериментальных выборок и отсутствием дополнительных сведений о взаимоотношениях систематических и случайных погрешностей между собой и с уровнем измеряемых параметров. Поэтому если систематические смещения оцениваются как значимые, то следует осуществлять такие организационные методические и технические решения, которые позволят исключить возможность появления систематических смещений.

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ ИЗОЛИНИЙ

Для выяснения характера распределения любого геологического признака часто используют метод изолиний — один из основных ме-

тодов геометризации. Он заключается в том, что на планах опробования (вертикальных, горизонтальных) по числовым значениям исследуемого показателя через выбранный определенным образом интервал строят изолинии равных значений этого показателя аналогично тому, как по высотным отметкам проводят горизонтали земной поверхности. Планы в изолиниях геометрически представляют характер изменения показателя, т.е. фиксируют пространственную закономерность его распределения.

Метод изолиний в ряде случаев позволяет установить связь структуры с оруденением, решать такие практически очень важные вопросы, как выбор направления главных вскрывающих выработок, выяснение наиболее рациональной методики разведки и обработки месторождений и ряд других вопросов. От точности построения планов изолиний зависит надежность принимаемых проектных решений.

Большое практическое и теоретическое значение оценки точности изображения формы залежи полезного ископаемого и распределения в ней ценных компонентов неоднократно подчеркивалось многими исследователями (П.К. Соболевский, Д.А. Казаковский, А.И. Осецкий, Е.И. Попов, Р.И. Дубов).

В связи с этим встает вопрос о применении достаточно надежных численных методов определения интервалов (сечений) между изолиниями, так как их произвольный выбор нередко является причиной нагромождения изолиний на планах, увеличения затрат труда на их построение, а главное, создает ложное представление о высокой точности таких планов.

В работе [42] на основании обобщения различных многочисленных методических рекомендаций для обоснования величины интервала предложено пользоваться моделями нормального и логнормального законов распределения. При этом наблюдаемую изменчивость размещения геологических признаков рассматривают как состоящую из двух составляющих — закономерного уровня (тренда) и случайных от него отклонений. При сгущении сети наблюдений все четче проявляется закономерная составляющая наблюдаемой изменчивости, а уровень случайной составляющей уменьшается, стремясь к уровню технических погрешностей опробования в точках наблюдений. Таким образом, разности смежных замеров выступают частными оценками случайной составляющей изменчивости. Статистическое обобщение достаточно большого числа таких разностей позволяет оценить среднее квадратическое отклонение случайной изменчивости и обосновать оптимальный интервал между изолиниями разных значений геологических признаков. Этот интервал или интервалы можно вычислять по формуле (131), учитывающей возможные зависимости случайной составляющей изменчивости от уровня исследуемых геологических признаков (см. рис. 12, модели I-V).

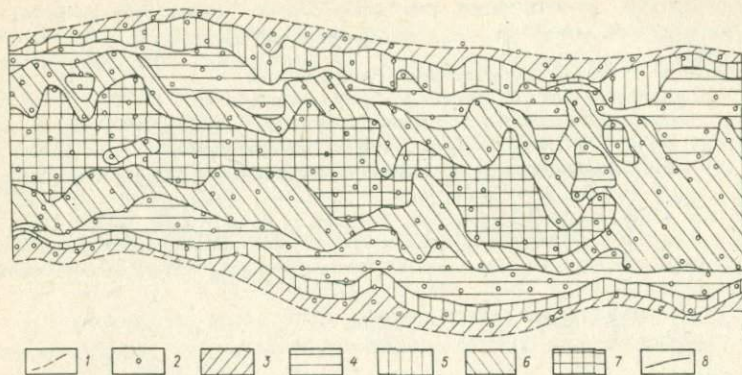
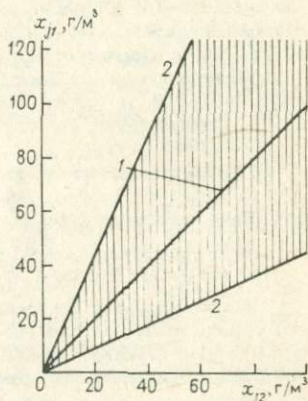


Рис. 16. Фрагмент плана эксплуатационного опробования россыпи золота:

1 — граница россыпи; 2 — место отбора сквозной пробы; 3 — содержание золота (в $\text{г}/\text{м}^3$): 3 — до 2; 4 — 2—7; 5 — 7—20; 6 — 20—63; 7 — более 63; 8 — изолинии равных содержаний

Рис. 17. Диаграмма контрольной карты распределения отклонений содержания золота ($x_{j1} - x_{j2}$) в границах заданной вероятности 0,7:

x_{j1} и x_{j2} — содержания в смежных пробах эксплуатационного опробования; 1 — линия равенства ($x_{j1} = x_{j2}$); 2 — границы доверительных интервалов ($P = 0,7, U = 1, S = 0,2505$);



В качестве примера рассмотрим план эксплуатационного опробования россыпи золота, которая прослеживается непрерывной струей на протяжении 2,3 км и является типичным аллювиальным образованием. Продуктивный пласт (пески) приурочен к границе рыхлых отложений с коренными породами. Мощность промышленного пласта колеблется от 0,6 до 3,0 м. К настоящему времени россыпь полностью отработана, но сохранились планы эксплуатационного опробования очистных забоев. Очистное пространство опробовалось по примерно равномерной сети с шагом 3—10 м. На рис. 16 приведен фрагмент плана эксплуатационного опробования россыпи. Закономерности в характере распределения золота можно выявить путем построения плана изоконцентрат. Для оценки случайной составляющей изменчивости содержания золота по сквозным пробам было проведено сопоставление 300 пар смежных содержаний, установленных в пробах, отобранных на расстояниях не далее 3—5 м друг от

друга вкрест простирания россыпи. Ниже приведены результаты статистической обработки смежных замеров x_{j1} и x_{j2} .

Оценка случайной составляющей изменчивости:

I. Классическая система аксиоматических построений.

1. Оценка однородности дисперсий по формуле (111) разностей x_{j1} и x_{j2} : $g = 0,099$; $g_{0,05} = 0,0998$; $g < g_{0,05}$ — дисперсии однородны.

2. Оценка независимости случайных отклонений от j -го уровня: $r\{|x_{j2} - x_{j1}|, x_{j1}\} = 0,64$; $t_r = 14,38$; $t_{0,05} = 1,96$; $t_r > t_{0,05}$; $y_j'' = 1,31 + 0,17x_j'$; $r\{y_j'', x_j'\} = 0,41$; $t_r = 7,7$; $t_a = 4,3$; $t_B = 36,7$; $t_{0,05} = 1,96$ (112 — 120), т.е. абсолютные и относительные случайные отклонения зависят от j -го уровня.

3. Оценка отличия распределения отклонений ($x_{j1} - x_{j2}$) от нормального (121) — (124):

$$A\{x_{j2} - x_{j1}\} = 0,37; t_A = 2,46 > 1,96;$$

$$E\{x_{j2} - x_{j1}\} = 11,2; t_E = 40,1 > 1,96.$$

Следовательно, погрешности не подчиняются нормальному закону распределения. Итак, отклонения однородны, не подчиняются нормальному закону и зависят от уровня.

II. Обобщенная система аксиоматических построений.

Вспользуемся параметрами трехпараметрической логнормальной функции: $c = 0,1328$; $a_j = \lg(x_{j1} + c)$; $\beta_j = \lg(x_{j2} + c)$.

1. Оценка однородности дисперсий новой переменной ($\beta - a$): $g = 0,043$; $g_{0,05} = 0,0998$; $g < g_{0,05}$.

2. Оценка независимости отклонений от j -го уровня: $r\{|\beta - a|, a\} = 0,058$; $t_r = 1,01$; $t_{0,05} = 1,96$; $t_r < t_{0,05}$.

Оценка отличия распределения отклонений ($\beta - a$) от нормального:

$$A\{\beta - a\} = 0,11; t_A = 0,77 < 1,96;$$

$$E\{\beta - a\} = 0,73; t_E = 1,6 < 1,96.$$

Таким образом, дисперсии новой переменной однородны, не зависят от j -го уровня и отклонения ($\beta - a$), подчиняются нормальному закону. На основании этого стандарт новой переменной вычисляли по формуле (125) $S = 0,2505$, а границы доверительных интервалов — из выражения (130).

На рис. 17 приведена диаграмма контрольной карты распределения случайных отклонений ($x_{j1} - x_{j2}$) в границах заданной вероятности 0,7 ($U = 1$). График свидетельствует о том, что абсолютные отклонения существенно зависят от уровня содержания золота, а следовательно, и интервалы между изоконцентрами, связанные с оценками случайной составляющей изменчивости, также будут увеличиваться с ростом уровня концентраций. Для их оценки использовалось неравенство (131), где $U = 1,96$ ($P = 0,95$). Если нулевая изоконцентра проведена по значению бортового содержания золота, равного 2 г/м^3 , то последовательность изолиний равных концентраций выразится примерно следующим рядом: 2, 7, 20, 63 г/м^3 . В этом случае надежность планов изоконцентрат характеризуется достаточно высокой вероятностью — 0,95. Планы изоконцентрат (см. рис. 16) объективно отражают особенности строения россыпи золота. Так, распределение содержаний золота в россыпи неравномерное, обычно оно струйчатое, реже — гнездообразное. Заметно снижение содержаний от осевой части россыпи к ее бортам. Четко

проявляется анизотропия в распределении золота. Наибольшая изменчивость наблюдается вкрест простирания россыпи, а наименьшая — по ее оси.

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИНФОРМАЦИИ О СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЯХ ИССЛЕДУЕМЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И ПАРАМЕТРОВ

Метод моделирования сети наблюдений (разрежение)

Особенности и недостатки применяемых модификаций метода разрежения мы уже рассмотрели. Основные из них сводятся к следующим:

1. Общепринятая модель измерения, выраженная формулой (64), не соответствует условиям и схеме экспериментов. Для каждого масштаба разрежения следует в качестве оптимальной принять схему многократного выборочного контроля эталона (модели-аналога) и соответствующую модель измерения по формуле (1): $X_k = Y + \Delta_k \{X\} + \Delta_c \{X\}$, где X_k — результат измерения; Y — значение эталона; $\Delta_k \{X\}$ — случайная погрешность; $\Delta_c \{X\}$ — систематическое смещение.

Применяя к выражению (1) оператор математического ожидания и учитывая, что $\Delta_c \{X\} = \text{const}$, а $\Delta_k \{X\} = 0$, имеем $\bar{X}_k = Y + \Delta_c \{X\}$, откуда $\Delta_c \{X\} = X_k - Y$ или $\Delta_c \{X\} = \sum_{k=1}^q (X_k - Y) / q$. Независимо от статистического закона распределения разностей ($x_k - Y$) при отсутствии систематических смещений их сумма будет равна нулю как сумма случайных погрешностей. При наличии же систематической погрешности она будет значительно отличаться от нуля. Все это полностью применимо и к относительным погрешностям выражения (68). Известно, что оценка x_k , вычисленная как средняя арифметическая, является несмещенной по отношению к математическому ожиданию независимо от вида функции распределения случайной величины. Но если применяются иные способы вычисления x_k (среднее взвешенное, с учетом ураганных проб), то возникает необходимость оценки возможных систематических смещений от генерального среднего.

2. Исторически сложилась практика сопоставления экспериментальных данных с результатами применения классической формулы математической статистики (67) с целью выявления и оценки поправочных коэффициентов. Следует заметить, что эта формула не способна учесть ни форму статистической кривой распределения случайных погрешностей, отличающуюся от нормальной, ни влияние на эти погрешности закономерностей пространственного размещения исследуемых геологических параметров. Поэтому необходимо совершенствовать теорию обработки экспериментальных данных,

выявляя такие математические зависимости погрешностей от названных факторов, которые будут способствовать повышению надежности результатов обобщения данных моделирования разведочной сети.

Принимая во внимание все изложенное, на рассмотрение геологов предлагается еще одна модификация статистического обобщения первичных результатов моделирования разведочной сети, учитывающая зависимость случайных погрешностей среднего арифметического от степени изменчивости и асимметрии распределений исследуемых геологических параметров, заданной вероятности погрешностей и числа наблюдений N . Модель этой зависимости имеет следующий вид, полученный из выражения (95):

$$M_0 \left\{ \bar{x} \right\} = K \left(\text{ant} \pm \left(\frac{U S_y}{\sqrt{N}} \right) - 1 \right) 100 \%,$$

где $M_0 \left\{ \bar{x} \right\}$ — относительная погрешность заданной вероятности; K — масштабный множитель, учитывающий уровень погрешностей; S_y — параметр, зависящий от асимметрии в распределении погрешностей разного знака; U — коэффициент вероятности; N — объем выборки конкретного масштаба разрежения.

Вывод формулы (95) основан на допущении гипотезы о трехпараметрическом логнормальном законе распределения случайных погрешностей.

Использование данной модели ограничено условием независимости исследуемых переменных. Она полезна, когда случайная составляющая наблюдаемой изменчивости пространственного размещения геологических параметров (мощность, содержание) существенно превышает закономерную.

Приведем пример, иллюстрирующий применение предлагаемой методики обработки первичной информации экспериментального моделирования разведочной сети на цифровых моделях. Первичная информация заимствована из работы [20], где отражены результаты моделирования сети наблюдений на модели размещения содержаний одного из полезных компонентов редкометального месторождения, характеризующегося высокой степенью изменчивости ($V = 191 \%$) и резко выраженной асимметрией. На объекте встречаются пробы с содержанием, превышающим среднее в блоке в 50–100 раз.

В табл. 5 показаны классы относительных погрешностей среднего арифметического объема выборки N и относительные частоты встречаемости погрешностей каждого класса. Эта первичная информация служит базой для определения погрешностей заданной вероятности (0,68; 0,80; 0,90) и соответствующего ей коэффициента U (1,0; 1,28; 1,65) для каждого масштаба разрежения. Их значения (M_+ , M_-) приведены в табл. 6, 7, 8, 9 и на рис. 18, где дано сравнение экспериментальных и теоретических данных. Дальнейшая статистическая обработка экспериментальных данных сводится к выяснению наличия систематических смещений в оценках генерального среднего для каждого масштаба разрежения (табл. 10) и нахождению параметров K и S_y теоретической модели по выражению (95). Порядок расчетов следующий:

1. Определение наличия систематических смещений в оценках среднего и особенностей распределения относительных погрешностей (см. табл. 10). По

Рис. 18. Экспериментальные кривые зависимости погрешностей заданной вероятности Δ_0 от объема выборок N :

Кривые: 1 — экспериментальные; 2 — теоретические, вычисленные по формуле (146); I и VI при $P = 0,90$; II и V — $P = 0,80$; III и IV — $P = 0,68$.

изменению частоты положительных и отрицательных погрешностей (см. табл. 5) можно сделать вывод, что с ростом объема выработок N вероятности проявления тех и других погрешностей стремятся к $1/2$ (см. табл. 10, строки 1, 3). Отношение суммы положительных погрешностей к сумме отрицательных близка к единице для всех трех масштабов разрежения, что свидетельствует о несмещенности среднего арифметического в условиях асимметричного распределения содержаний (см. табл. 10, строка 5).

II. Определение параметров S_y и K модели по формуле (95).

1. Определение параметра $S_{y(+, -)}$ математической модели. Для нахождения $S_{y(+, -)}$ используем формулу

$$S_{y(+, -)} = \lg(B_p) \sqrt{N}/U,$$

где B_p — отношение абсолютных значений опытных положительных M_+ и отрицательных M_- погрешностей заданной вероятности (результаты вычислений см. в табл. 6).

2. Определение параметра $\bar{S}_{y(+)}$ с учетом только положительных погрешностей по формуле

$$S_{y(+)} = \lg\left(\frac{M_+}{100} + 1\right) \sqrt{N}/U. \quad (144)$$

(Результаты вычислений см. в табл. 7).

3. Определение параметра $\bar{S}_{y(-)}$ с учетом только отрицательных погрешностей по формуле

$$S_{y(-)} = \lg\left|\left(\frac{M_-}{100} - 1\right)\right| \sqrt{N}/U. \quad (145)$$

(Результаты вычислений см. в табл. 8).

При $\bar{S}_{y(+)} \approx \bar{S}_{y(-)}$ искомое $S_y \approx \bar{S}_{y(+)} \approx \bar{S}_{y(-)}$; при $\bar{S}_{y(+)} > \bar{S}_{y(-)}$ искомое $S_y > \bar{S}_{y(+)}$, $S_y \approx \bar{S}_{y(+, -)}$; при $\bar{S}_{y(+)} < \bar{S}_{y(-)}$ искомое $S_y < \bar{S}_{y(+)}$, $S_y \approx \bar{S}_{y(+, -)}$.

Вычисления, приведенные в табл. 6, 7, 8, свидетельствуют о том, что $\bar{S}_{y(+)} > \bar{S}_{y(-)}$, и, следовательно, S_y принимаем равным 1,0.

4. Определение параметра K математической модели (95) при условии $S_y = 1,0$. Вычисляют значения K для каждого масштаба разрежения и заданной вероятности как среднее из K_1 и K_2 ($K_1 = M_+/M_{0+}$; $K_2 = M_-/M_{0-}$), где M_0 определяют по формуле (95) при известных U , N и $S_y = 1,0$. Согласно табл. 9 принимаем $K = 0,58$.

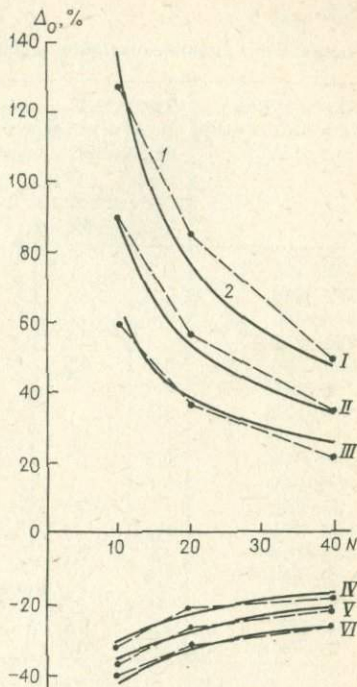


Таблица 5

Первичная экспериментальная информация

Класс относительных погрешностей Δ_o , %	Частота $\Delta_{ok}(m_k)$ (в %) в зависимости от объема выработки (N)			Класс относительных погрешностей Δ_o , %	Частота $\Delta_{ok}(m_k)$ (в %) в зависимости от объема выборки (N)		
	10	20	40		10	20	40
460-450	0,2			70-60	0,5	1,5	
390-380	0,2			60-50	2,0	1,5	2,0
310-300	0,3			50-40	1,7	1,5	3,0
220-210		0,5		40-30	2,8	4,5	3,0
200-190	0,3	0,5		30-20	2,2	6,5	5,0
190-180	0,5			20-10	4,5	6,5	13,0
180-170	0,5			10-0	6,8	6,0	15,0
160-150	0,2			От -10 до 0	13,0	17,0	13,0
150-140	0,3			От -20 до -10	16,8	27,5	31,0
140-130		0,5		От -30 до -20	16,2	14,0	11,0
130-120	1,2			От -40 до -30	17,7	5,5	
120-110	0,3	0,5		От -50 до -40	4,8	1,0	
110-100	0,5			От -60 до -50	1,2	1,0	1,0
100-90	1,2	0,5	1,0	От -70 до -60	0,8	1,0	1,0
90-80	1,3	1,5	1,0	От -80 до -70			
80-70	2,0	0,5		От -90 до -80		0,5	

Таблица 6

Значения параметра $S_y(+, -)$, вычисленные по формуле (143), в зависимости от M_o

Объем выборки N	Вероятность погрешности M_o			$S_y(+, -)$
	0,68	0,80	0,90	
10	0,90 (1,93)	0,98 (2,51)	0,96 (3,17)	0,95
20	1,09 (1,76)	1,14 (2,61)	1,17 (2,70)	1,13
40	0,55 (1,22)	1,03 (1,61)	1,05 (1,88)	0,88
$S_y(+, -)$	0,85	1,05	1,06	1,00

Примечание. В скобках даны значения V_p .

По формуле

$$M_o = 0,58 [\text{ant}(\pm 1,0U/\sqrt{N}) - 1] 100 \dots \dots \dots (146)$$

вычислили теоретические погрешности среднего арифметического и построили кривые их зависимости от заданных U , N и выявленных значений параметров K и S_y (см. рис. 18). Сравнение эмпирических и теоретических данных указывает на их достаточно хорошую сходимость. Таким образом, для условий исследованной модели-аналога, используя формулу (146) и задавая различные значе-

Таблица 7

Значения параметра $S_{y(+)}$, вычисленные по формуле (144), в зависимости от M_0

Объем выборки N	Вероятность погрешности M_0			$S_{y(+)}$
	0,68	0,80	0,90	
10	0,64 (0,60)	0,69 (90,0)	0,68 (126,6)	0,67
20	0,61 (36,9)	0,68 (56,7)	0,73 (85,3)	0,67
40	0,55 (22,4)	0,64 (34,7)	0,67 (50,0)	0,62
$S_{y(+)}$	0,60	0,67	0,69	<u>0,65</u>

Примечание. В скобках даны значения M_+ .

Таблица 8

Значения параметра $S_{y(-)}$, вычисленные по формуле (145) в зависимости от M_-

Объем выборки N	Вероятность погрешности M_0			$\bar{S}_{y(-)}$
	0,68	0,80	0,90	
10	0,51 (31,1)	0,48 (35,9)	0,43 (40,0)	0,47
20	0,46 (21,0)	0,47 (26,8)	0,45 (31,6)	0,46
40	0,55 (18,3)	0,52 (21,5)	0,51 (26,6)	0,52
$S_{y(-)}$	0,50	0,49	0,46	<u>0,48</u>

Примечание. В скобках даны значения M_- .

ния U и N , можно оценить относительные погрешности заданной вероятности для любого объема выборки N . Можно решить и обратную задачу — определить необходимый объем выборки N , обеспечивающий погрешность среднего арифметического, не превосходящую заданной.

Пусть, например, среднее содержание вычислено по 20 пересечениям, равномерно расположенным в пределах площади рудного объекта, аналогичного рассмотренному в эксперименте по условиям разведки (вид опробования, разведочная сеть и т.п.), степени изменчивости содержания полезного компонента, и необходимо предсказать погрешности среднего арифметического содержания при вероятности 0,9. По формуле (146) можно вычислить относительные погрешности среднего арифметического при $N = 20$, $U = 1,65$ и выяснить, что истинное среднее содержание $X_{ист}$ с вероятностью 0,9 находится в интервале $\bar{x} - 0,33 \bar{x} \leq X_{ист} \leq \bar{x} + 0,77 \bar{x}$.

Таблица 9

Значения параметра K , вычисленные в зависимости от M_0

Объем выборки N	Вероятность погрешности M_0			K
	0,68	0,80	0,90	
10	0,58	0,59	0,56	0,58
20	0,54	0,58	0,57	0,57
40	0,56	0,58	0,60	0,58
K	0,56	0,58	0,59	0,58

Таблица 10

Данные для оценки наличия систематических смещений

Оцениваемые параметры	Объем выборки N		
	10	20	40
Сумма положительных:			
частостей $\Delta_0(+)$ ($m(+)$), %	29,5	32,5	43,0
погрешностей $\sum \Delta_{0k}(+) m_k$	1657,5	1237,5	925,0
Сумма отрицательных:			
частостей $\Delta_0(-)$ ($m(-)$), %	70,5	67,5	57,0
погрешностей $\sum \Delta_{0k}(-) m_k$	1675,5	1247,5	925,0
$\sum \Delta_{0k}(+) m_k / \sum \Delta_{0k}(-) m_k$	1,01	1,01	1,00
$m(+)/m(-)$	0,42	0,48	0,75

Предлагаемую методику статистической обработки результатов моделирования разведочной сети целесообразно применять, используя многочисленные материалы первичной экспериментальной информации, полученные разными авторами и в разное время. В этом случае статистическими характеристиками каждой модели-аналога будут значения K и S_y модели (95), позволяющие учесть зависимость положительных и отрицательных погрешностей от объема разведочных выборок. Обобщение данных по многим цифровым моделям, характеризующимся различными степенью изменчивости и закономерностями пространственного размещения исследуемых геологоразведочных параметров, позволит на более высоком теоретическом уровне решать проблему оптимизации разведочной сети и сети опробования для объектов, аналогичных рассмотренным в экспериментах.

Метод сопоставления данных разведки с данными эксплуатации

Предположим, что в процессе оценки истинного (неизвестного) содержания Z в разведочном блоке мы определили среднее Z' в пробах, отобранных в этом блоке. Ошибка оценки ($Z' - Z$) имеет совершенно определенное, но неизвестное значение. Чтобы сделать эту ошибку пространственной переменной, рассматривают оцениваемый блок как часть очень большого воображаемого месторождения.

С этих позиций представим себе жильное месторождение, разведанное штреками и восстающими.

Значение дисперсии оценки $\sigma^2\{Z' - Z\}$ эксплуатационного блока определяют экспериментальным путем, когда известны значения среднего арифметического по бороздовым пробам, оконтуривающим блок Z' , и истинное значение среднего по блоку Z . Для определения дисперсии достаточно рассчитать ошибку вычисления генерального среднего Z как разность ($Z' - Z$), придать вероятностный смысл этой ошибке, т.е. вычислить по многочисленным эксплуатационным блокам месторождения, а затем определить экспериментальное значение $\sigma^2\{Z' - Z\}$ единичного блока.

При этом методика статистической обработки экспериментальных данных должна учитывать условия эксперимента, его схему и модель измерения.

Критический анализ и обобщение существующих методов нашли отражение в предыдущих разделах при описании так называемого „горного” варианта разведки. Обычно статистическая обработка результатов экспериментального моделирования не учитывает фактическую схему экспериментов (однократный выборочный контроль) и соответствующую ей модель измерения [см. формулу (3)], а следовательно, и зависимость погрешностей от уровня измеряемых параметров.

Рассмотрим результаты сопоставления данных разведки с данными эксплуатации, проведенные по жилам одного из месторождений вольфрама. Месторождение приурочено к тектонически ослабленной зоне. Из всех известных вольфрамовых жил около 90 % залегают в кварцевых диоритах и в них же заключены все запасы промышленных руд рассматриваемого морфологического типа. Кварцево-рудные жилы приурочены в преобладающем большинстве (около 90 %) к трещинам скола относительно пологого залегания — от 45 до 60°. Длина рудных жил по простиранию колеблется от первых десятков до 300 — 500 м, иногда до 700 и 1350 м. По форме рудные тела являются жилами выполнения открытых тектонических полостей, мощность которых колеблется от 0,2 до 5 м. На месторождении выявлено более 200 жил, однако основные запасы сосредоточены в единичных, наиболее крупных жилах, главным образом кварц-гюбнеритовых.

Уровни рудных тел разведывались штреками и восстающими. Размеры детально разведанных блоков колебались от 20×30 м до 40×60 м. По контуру каждого блока отбиралось от 50 до 100 борздовых проб (данные разведки)

с расстоянием 2—4 м между ними. В период эксплуатации каждый блок обрабатываемых жил опробовался с отбором проб по квадратной сети 3x3 или 5x5 м. Количество проб в очистных забоях изменялось от 50 до 120 проб на блок в зависимости от его площади (данные эксплуатации).

Планы эксплуатационного опробования обработанных участков жил послужили моделями-аналогами эксперимента. Условный разведочный блок размерами 40x40 м с соответствующей ему сетью опробования контуров (3—4 м) перемещали на планах в различных направлениях. Таким образом, для конкретного варианта разведки было получено множество значений Z' и соответствующих им Z . В нашу экспериментальную выборку попало 89 таких пар.

Оценка общей погрешности определения содержания WO_3 по данным разведки одиночного блока выбранной геометрии и размеров:

I. Классическая система аксиоматических построений.

1. Оценка однородности дисперсий $(y_j \{Z\} - x_j \{Z'\})$: $g = 0,107$; $g_{0,05} = 0,1368$; $g < g_{0,05}$.

2. Оценка отличия распределения разностей $(y_j - x_j)$ от нормального закона: $A \{y_j - x_j\} = 0,098$; $t_A = 0,386$; $E \{y_j - x_j\} = 0,606$; $t_E = 1,2$; $U_{0,05} = 1,96$; $t_A < U_{0,05}$; $t_E < U_{0,05}$.

3. Оценка зависимости отклонений $(y_j - x_j)$ от j -го уровня $r \{ (y_j - x_j), x_j \} = 0,399$; $t_r = 4,06$; $t_{0,05} = 1,99$; $t_r > t_{0,05}$.

Таким образом, дисперсии разностей исходных переменных $(y_j - x_j)$ однородны, сами разности подчиняются нормальному закону, но есть зависимость отклонений от j -го уровня. Поэтому классическими моделями оценки точности разведки в данных условиях пользоваться не рекомендуется.

II. Обобщенная система аксиоматических построений.

Основные параметры трехпараметрической логнормальной функции: $c = 0$; $\alpha_j = \lg(x_j)$; $\beta_j = \lg(y_j)$.

1. Оценка однородности дисперсий $(\beta_j - \alpha_j)$ по Кочрану: $g = 0,0492$; $g_{0,05} = 0,1368$; $g < g_{0,05}$.

2. Оценка отличия от нормального закона распределения разностей $(\beta_j - \alpha_j)$: $A \{ \beta_j - \alpha_j \} = -0,077$; $t_A = 0,30 < 1,96$; $E \{ \beta_j - \alpha_j \} = -0,5$; $t_E = 1,0 < 1,96$;

3. Оценка зависимости отклонений $(\beta_j - \alpha_j)$ от j -го уровня: $r \{ (\beta_j - \alpha_j), \alpha_j \} = 0,086$; $t_r = 0,81$; $t_{0,05} = 1,99$; $t_r < t_{0,05}$.

4. Оценка значимости систематического смещения между рядами β_j и α_j по критерию Стьюдента:

$t_H = 0,99$; $t_{0,05} = 1,99$; $t_H < 1,99$.

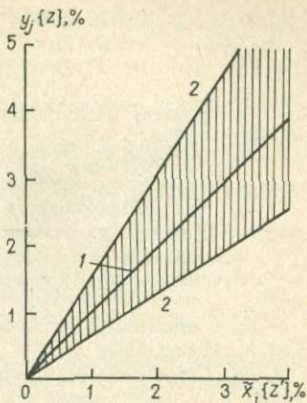
Расчеты показали, что дисперсии новой переменной однородны, не зависят от j -го уровня, отклонения $(\beta_j - \alpha_j)$ подчиняются нормальному закону и нет систематических смещений между рядами β_j и α_j . Все это позволяет по формуле (126) вычислить стандартное отклонение случайной погрешности новой переменной — $S = 0,096$, а абсолютные и относительные погрешности исходных переменных определять (в %) из выражений (127, 128):

$$M_{aj} = \tilde{x}_j [\text{ant}(\pm US) - 1]; \quad M_0 = [\text{ant}(\pm US) - 1] \cdot 100.$$

Таким образом, с ростом уровня содержаний WO_3 в разведочных блоках абсолютные погрешности определения их истинных значений y_j растут, а относительные постоянны. Об этом же свидетельствует график рис. 19, на котором ограничена область распределения отклонений $(Z_j - Z_j)$ при заданной вероятности 0,95. Границы дове-

Рис. 19. Диаграмма распределения случайных отклонений между данными разведки эксплуатационных блоков и результатами их эксплуатации Z на содержание WO_3 при заданной вероятности 0,95:

1 — линия равенства ($Z' = Z$); 2 — границы доверительных интервалов ($C = 0$, $S = 0,096$, $P = 0,95$)



рительных интервалов вычисляли по формуле (130): $L_{1,2} = x_j + x_j [\text{ant}(\pm US) - 1]$, где $U = 2$; $S = 0,096$.

При заданной вероятности относительные погрешности составляют для положительных — 55 %, а для отрицательных — 36 %, т.е., по разведочным данным, содержание WO_3 в блоке может быть завышено на 55 % и занижено на 36 %.

Погрешности оценки средних содержаний WO_3 по группе блоков будут соответственно снижаться. Они могут быть вычислены по формулам (132), (133): $M_{aj} \{ \bar{x} \} = \bar{x} [\text{ant}(\pm US/\sqrt{N}) - 1]$; $M_{oj} \{ \bar{x} \} = 100 M_{aj} \{ \bar{x} \} / \bar{x}$, где \bar{x} — среднее арифметическое содержание WO_3 по совокупности блоков; N — число блоков. Если известно минимальное промышленное содержание WO_3 (\tilde{x}_j), то по формуле (130) можно вычислить границы его доверительных интервалов заданной вероятности и тем самым выявить зону неопределенности, позволяющую уверенно относить блоки к балансовым или забалансовым по содержанию в них WO_3 .

Расчеты по формулам (132), (133) с учетом разведочных данных различных вариантов сочетания блоков возможной одновременной отработки, позволяют осуществить процесс усреднения руд при их добыче. Таким образом, использование предлагаемой методики на действующих горных предприятиях будет способствовать повышению надежности принимаемых инженерных решений, направленных на интенсификацию горно-рудного производства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альбов М.Н. Опробование месторождений полезных ископаемых. М., Недра, 1975.
2. Барсуков В.А., Григорян С.В., Овчинников Л.Н. Геохимические методы поисков рудных месторождений. М., Наука, 1981.
3. Беус А.А., Григорян С.В. Геохимические методы поисков и разведки месторождений твердых полезных ископаемых. М., Недра, 1975.
4. Бирюков В.И., Королев Б.Н., Петров В.А. Определение оптимальной сети предварительной разведки пластообразных месторождений. М., Недра, 1972.
5. Гавришин А.И. Оценка и контроль качества геохимической информации. М., Недра, 1980.
6. Гамма-методы в рудной геологии /Под ред. А.П. Очкура. Л., Недра, 1976.
7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 1977.
8. Груза В.В. Методологические проблемы геологии. Л., Недра, 1977.
9. Гусейнзаде М.А., Калинина Э.В., Добкина М.В. Методы математической статистики в нефтяной и газовой промышленности. М., Недра, 1979.
10. Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л., Недра, 1980.
11. Денисов М.А., Каулин В.А. Классификация факторов кернообразования по степени их влияния на выход керна при геологоразведочном бурении. — В кн.: Методика и техника разведки. Л., 1980, с. 37—49.
12. Денисов С.А., Калинин Д.А. Методические рекомендации по производству контрольных экспериментальных работ для оценки представительности и достоверности данных опробования рудных месторождений, используемых при подсчете запасов. Ташкент, САИГИМС, 1982.
13. Дубов Р.И. Количественные исследования геохимических полей для поисков рудных месторождений. Новосибирск, Наука, 1974.
14. Инструкция по геохимическим методам поисков рудных месторождений. М., Недра, 1983.
15. Каждан А.Б. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. Научные основы поисков и разведки полезных ископаемых М., Недра, 1984.
16. Каждан А.Б. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых (производство геологоразведочных работ). М., Недра, 1985.
17. Коган И.Д. Подсчет запасов и геолого-промышленная оценка рудных месторождений. М., Недра, 1974.
18. Коган Р.И. Интервальные оценки запасов полезных ископаемых. М., Недра, 1974.
19. Козин В.З. Опробование и контроль технологических процессов обогащения. М., Недра, 1985.
20. Кудряшов П.И., Кузьмин В.И. Геометризация и учет запасов месторождений твердых полезных ископаемых. М., Недра, 1981.
21. Леман Е.П. Рентгено-радиометрический метод опробования месторождений цветных и редких металлов. Л., Недра, 1978.
22. Марголин А.М. Оценка запасов минерального сырья. Математические методы. М., Недра, 1974.
23. Методические рекомендации по применению алгоритмов и программ для расчета разведочных сетей /Савинский И.Д., Грудев А.П., Рабинович С.Г., Петрова А.А. М., ВИМС, 1979.

24. *Методические указания по применению каротажа магнитной восприимчивости для определения содержания железа магнетитового при разведке и оценке запасов на месторождениях железистых кварцитов.* Л., Научно-производственное объединение „Геофизика”, 1979.

25. *Методы геологического контроля аналитической работы (методические указания).* М., ВИМС, 1982.

26. *Методы лабораторного контроля качества аналитических работ (методические указания).* М., ВИМС, 1975.

27. *Мяжков В.Ф.* Влияние на результаты корреляции масштаба измерений. — *Геология и геофизика*, 1971, № 5, с. 118—123.

28. *Нагля В.В., Овчинников Л.И.* Радиометрические и ядерно-физические методы разведки. М., Недра, 1982.

29. *Определение достоверности запаса полезного ископаемого по данным разведки (методические указания).* М., ВИЭМС, 1982.

30. *Орлов А.Г.* Методы расчета в количественном спектральном анализе. Л., Недра, 1977.

31. *Отраслевой стандарт. Управление качеством аналитической работы. Порядок и содержание работы по аттестации методик количественного анализа минерального сырья. ОСТ 41-08-205-81.* М., ВИМС, 1982.

32. *Оценка достоверности данных ядерно-геофизических методов опробования на месторождениях твердых полезных ископаемых (методические рекомендации).* М., Институт ядерной геофизики и геохимии, 1983.

33. *Первичная статистическая обработка аналитических данных (методические указания).* М., ВИМС, 1977.

34. *Петров В.А., Иванов М.Н.* Эволюция погрешности определения запасов и подсчетных параметров при сгущении разведочной сети. — В кн.: *Методы разведки месторождений твердых полезных ископаемых.* М., 1974, с. 105—120.

35. *Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых /Е.О. Погребницкий, С.В. Парадеев, С.Г. Поротов и др. 2-е изд.* М., Недра, 1977.

36. *Рациональная сеть предварительной разведки /В.И. Бирюков, М.Н. Денисов, Е.К. Казаков и др. М., Недра, 1978.*

37. *Родионов Д.А.* Статистические решения в геологии. М., Недра, 1981.

38. *Семенов К.Л.* Морфометрия тел полезных ископаемых. М., Недра, 1985.

39. *Соловов А.П., Матвеев А.А., Ряховский В.М.* Геохимические методы поисков рудных месторождений. М., МГУ, 1978.

40. *Ткачев Ю.А., Юдович Я.Э.* Статистическая обработка геохимических данных. Л., Наука, 1975.

41. *Усиков Ю.Т.* Математические методы оценки точности измерений в геологии. Обзор, ОНТИ ВИЭМС, 1983.

42. *Усиков Ю.Т.* Построение планов изоконцентрат с помощью статистических методов. М., ВЗПИ, 1970.

43. *Усиков Ю.Т.* Экспериментальная оценка точности геологической информации. Изв. вузов. Геология и разведка, 1986, № 2, с. 73—80.

44. *Францкий И.В., Базанов Г.А.* Математическая статистика и геометризация месторождений. Иркутский политехнический институт, 1975.

45. *Четвериков Л.И.* Теоретические основы разведки недр. М., Недра, 1984.

46. *Шаранов И.П.* Применение математической статистики в геологии. М., Недра, 1971.

47. *Шторм Р.* Теория вероятностей, математическая статистика, статистический контроль качества. М., Мир, 1970.

48. *Шурыгин А.М.* Статистика при подсчете запасов месторождений. Изд-во МГУ, 1978.

49. *Christian Labrousse.* Statistique exercices corrigés. Tome 3. DUNOD, Paris, 1972.

50. *A. Vessereau.* Essais interlaboratoires pour l'estimation de la fidélité des méthodes d'essais. Revue de statistique appliquée, 1974, v. XXII, N 1.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Общее состояние проблемы	6
Основные понятия и пути решения проблемы	6
Краткие сведения из теории ошибок измерений	8
Погрешности измерений при геологоразведочных исследованиях и пути практического использования их оценок	12
Обзор методических решений экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и их критический анализ	17
Системный подход к анализу методических решений	17
Анализ методов экспериментальной оценки точности первичной информации	19
Анализ методов экспериментальной оценки точности вторичной (разведочной) информации	52
Развитие теории экспериментальной оценки точности геологоразведочной информации и математического аппарата ее обеспечения	60
Особенности планирования экспериментов при оценке точности измерений в геологии	60
Схемы экспериментов и модели измерения	61
Математические методы оценки систематических и случайных погрешностей	66
Пути развития теоретических представлений	67
Методика оценки случайных погрешностей	71
Методика оценки систематических погрешностей	92
Области практического применения разработанных методов	98
Количественная оценка точности первичной геологоразведочной информации	99
Построение планов изолиний	105
Оценка точности информации о средних значениях исследуемых геологических свойств и параметров	109
Метод моделирования сети наблюдений (разрежение)	109
Метод сопоставления данных разведки с данными эксплуатации	115
Список литературы	118

ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ИЗДАНИЕ

Юрий Трофимович Усиков

ДОСТОВЕРНОСТЬ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Редакторы издательства *Дворникова Н.К.*,

Приклонская О.Ф.

Обложка художника *Чучканова А.Е.*

Художественный редактор *Юрчевская Г.Н.*

ИБ № 7125

Технический редактор *Фомина Л.Н.*

Корректор *Крымова В.П.*

Оператор *Карабанова О.М.*

Подписано в печать 14.09.87. Т — 02033

Набор выполнен на наборно-пишущей машине.

Усл.печ.л. 7,35.

Усл.кр.-отт. 7,60.

Заказ 6274/1310-1

Формат 60x88¹/₁₆. Бумага офсетная № 2.

Гарнитура „Сензури“. Печать офсетная.

Уч.-изд.л. 8,30.

Тираж 3720 экз.

Цена 40 коп.

Ордена „Знак Почета“ издательство „Недра“, 125047, Москва, пл. Белорусского вокзала, 3.
Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО „Первая Образцовая типография имени А.А. Жданова“ Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.

113054, Москва, Вадовая, 28.

40 коп.

м-с 2001

7р

4с

ск 3

4991

НЕДРА