

**ПРИЛОЖЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ
К
АНАЛИЗУ
ЭКОЛОГО-
ЭКОНОМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ**

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ВОСТОЧНО-СИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ

51: 330.115

ПРИЛОЖЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ
К АНАЛИЗУ
ЭКОЛОГО-
ЭКОНОМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ

4915

Ответственные редакторы
канд. геогр. наук И. А. Башалханов
канд. физ.-мат. наук В. А. Батурин



НОВОСИБИРСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1988



Приложение математических моделей к анализу эколого-экономических систем/Брусиловский П. М., Гурман В. И., Дроздовский Э. Е. и др.—Новосибирск: Наука, 1988.

Монография посвящена математическому моделированию в исследованиях взаимодействия в природных и природно-экономических системах при решении проблем прогнозирования и рационального природопользования. Обсуждаются методики экспериментального и математического обеспечения процедур оптимального управления и нормирования антропогенного воздействия в региональной эколого-экономической модели.

Для специалистов, работающих в области моделирования эколого-экономических систем, математиков, экологов, биологов, экономистов.

Авторы: П. М. Брусиловский, В. И. Гурман, Э. Е. Дроздовский, Н. В. Аносова, И. П. Багинов, П. А. Башалханов, Б. М. Буряков, И. В. Буфал, В. Б. Головченко, Р. И. Григорьева, В. А. Дыхта, Б. Р. Жидиханов, Ю. Я. Залкинд, Л. И. Иванова, Н. Ф. Кашина, А. В. Кулагин, С. В. Медвежонков, С. И. Носков, Т. Т. Орлова, Ю. Ф. Палкин, Д. М. Розенраух, Л. В. Русакова, В. А. Татарников, А. М. Фридлянд, Н. А. Шинкин, А. С. Щербатюк, Л. С. Янькова.

Рецензенты *В. В. Буфал, Г. Н. Константинов*

П $\frac{1603000000-804}{042(02)-88}$ 94-88-I

© Издательство «Наука», 1988 г.

ISBN 5-02-029062-9

ПРЕДИСЛОВИЕ

Опережающее развитие производительных сил регионов к востоку от Урала, определенное Основными направлениями экономического и социального развития СССР на 1986—1990 годы и на период до 2000 года и другими материалами XXVII съезда КПСС, требует неослабного внимания к проблемам взаимодействия природы и общества в ходе освоения природных богатств Сибири. Темпы такого освоения предполагают всестороннее совершенствование научных основ рационального природопользования.

Важной особенностью современного этапа развития производительных сил является то, что использование результатов научно-технического прогресса позволяет резко усилить работу по созданию и внедрению ресурсосберегающих технологий, в том числе основанных на почти замкнутых циклах использования природных ресурсов и их комплексной глубокой переработке. В конечном счете это приведет к расширению средозащитных и природоохранных функций каждого звена технологической переработки природного ресурса, когда так называемые «отходы» одного производственного цикла станут исходным сырьем других производств.

В методическом плане использование моделей региональных эколого-экономических систем (ЭЭС) дает возможность находить пути и средства оптимизации использования природных ресурсов, цель которой — равновесное развитие природы и хозяйства региона.

Важным инструментом при этом могут служить математические модели, применение которых особенно эффективно при исследовании и прогнозировании динамики сложных территориальных систем, состоящих из природных, социальных и экономических подсистем, во всем многообразии их взаимодействия.

В основе всякой формализованной модели системы лежат разноплановые модели-представления, модели-концепции, вскрывающие сущность взаимосвязей системы и главные закономерности ее динамики. Обобщение и математическое описание последних — традиционный путь системного анализа изучаемого объекта.

При решении на основе ЭЭС многочисленных задач, связанных с природопользованием, нельзя ограничиться построением одной агрегированной универсальной модели. Для учета разнообразных свойств ЭЭС необходим комплекс математических моделей, описывающих конкретные аспекты функционирования рассматриваемой системы. При этом возникает потребность в решении новых проблем, связанных с моделированием и анализом эколого-экономических систем, что выражается в формировании новых подходов, трактовок, взглядов на ранее исследовавшиеся объекты, в поиске объектов, детализирующих или раскрывающих новые грани функционирования изучаемой системы, в разработке методов описания ее элементов, обеспечивающих информацией, которую нельзя получить традиционными приемами.

Все это приводит к необходимости прогнозирования динамики изучаемых объектов и обоснования неотложных мер, позволяющих избежать ожидаемых негативных ситуаций, с последующим внедрением их в практику долгосрочного планирования развития региональных систем и принятия соответствующих решений.

В предлагаемой книге рассматриваются приложения математических моделей к анализу эколого-экономических систем и результаты их использования. Основные аспекты построения моделей ЭЭС, а также составляющих их подсистем и их информационного наполнения рассматривались ранее в монографиях «Модели природных систем» [1978], «Оптимальное управление природно-экологическими системами» [1980], «Модели управления природными ресурсами» [1981], «Взаимодействие природы и хозяйства Байкальского региона» [1981], «Планирование и прогнозирование природно-экологических систем» [1984].

Наряду с возрастанием разнообразия методологических подходов к моделированию региональных ЭЭС происходит их взаимообогащение и взаимопроникновение, что дает новый импульс для развития междисциплинарных исследований на таких моделях. При этом важное значение имеют построение и использование иерархических систем, включающих в себя эконометрические, статистические и другие типы моделей.

Тем самым современный этап моделирования ЭЭС характеризуется несколькими направлениями в применении математических методов и моделей к анализу функционирования ЭЭС, каждое из которых стимулируется быстро расширяющимся кругом практических задач, связанных с развитием конкретных региональных эколого-экономических систем.

В первой главе изложены подходы к решению проблем природопользования в регионе. Дается постановка задачи моделирования рационального природопользования, формулируются цели и этапы ее решения.

Вторая глава посвящена моделям подсистем регионального комплекса областного уровня. Рассмотрены эконометрические модели развития промышленности, населения и социального комплекса области. Приведены экономико-математическая мо-

дель и расчеты экономической эффективности использования техники в сельском хозяйстве. Изложены общие принципы информационного обеспечения при построении природно-экономической системы моделей Томской области.

В третьей главе рассматриваются результаты приложения математических методов и моделей антропогенного воздействия к изучению эколого-экономической системы Байкальского региона.

Четвертая глава представляет собой изложение применения специального класса статистических моделей в экологическом прогнозировании.

В последней, пятой главе приводятся модели объектов, раскрывающие новые аспекты функционирования эколого-экономических систем.

Представленные материалы обсуждались на семинарах и заседаниях совета по анализу и моделированию эколого-экономических систем Восточно-Сибирского филиала СО АН СССР, и предлагаемая книга продолжает ряд трудов этого совета.

И. А. Башалханов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ

Формирование в Сибири бурно развивающихся мощных промышленных производств сопровождается образованием и выносом в окружающую природную среду огромной массы загрязняющих ее веществ (в газообразном, твердом и жидком состоянии), оказывающих воздействие на компоненты природной среды и на человека. В то же время недоиспользование вовлеченной в производство массы природных ресурсов снижает эффективность формируемых ТПК, вызывает негативные реакции геосистем и усиливает давление (загрязнение) на природную среду.

В данной главе предлагаются некоторые подходы к рационализации природопользования.

1.1. КОНЦЕПЦИЯ РЕСУРСНЫХ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ БАЛАНСОВ — ОСНОВА РАЦИОНАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ

В современной теории и практике народнохозяйственного планирования межотраслевые балансы (МОБ) стали одним из важнейших методов. При огромных масштабах хозяйства только посредством МОБ достигается достаточно сбалансированное распределение произведенной продукции между отраслями промышленности и народного хозяйства, регионами. Эти балансы можно квалифицировать как продуктовые. Вместе с тем как стоимостные, так и материальные современные балансы, отражая производство предметов труда и их потребление, не характеризуют движения именно массы материальных ресурсов в общественном производстве. В действительности физическая масса произведенной продукции оказывается значительно меньше массы потраченных исходных ресурсов. Однако разницу между первичной ресурсной массой и физической массой продукции проследить практически затруднительно, поскольку полного учета массы и состава вовлеченных в оборот первичных ресурсов, а затем потребляемой их массы на сегодня пока не осуществляется. Фактическое потребление также больше статистически учтенного, видимо, в связи с разного рода потерями на различных стадиях производства, переработки и потребления ресурсов и продуктов.

С другой стороны, при производстве продукции, а точнее, потреблении предметов труда их масса неэффективно расходуется: в связи со значительными плюсовыми размерными и весовыми допусками на изделия, завышенными запасами прочности готовых изделий, вызывающими значительное против оптимума повышение их материалоемкости, нерациональным использованием ресурсов, не учитываемыми или осязаемыми их потерями в форме не утилизируемых внутри производства отходов и т. д. Таким образом, фактически общество непосредственно на удовлетворение своих нужд потребляет существенно меньше материальных ресурсов, чем это находит отражение в балансах.

Отходы, способные потенциально служить исходным сырьем для производства продукции, отражаются в разрабатываемых межотраслевых балансах только в тех количествах, в которых уже стали или запланированы стать продуктом, товаром. Но объем этих вторичных материальных ресурсов по отдельным массовым видам отходов составляет лишь незначительную долю от подлинных объемов их образования в общественном производстве.

Таким образом, в межотраслевых балансах не находит отражения в полной физической и компонентной структуре вся масса ресурсов: первичных природных, подвергшихся в той или иной степени переработке в производстве; многочисленных отходов производства, вторичных материальных ресурсов (ВМР). Более того, сегодня в экономике нет организованной системы, которая могла бы хотя бы ориентировочно, приближенно дать количественную оценку полного ресурсного потенциала общественного производства, структуры и динамики материального потенциала народного хозяйства в целом.

В то же время очевидно, что рационализация использования ресурсного потенциала должна быть направлена на максимизацию получаемой из ресурсов продукции.

При этом должно соблюдаться условие минимизации ресурсоемкости и материалоемкости создаваемой в процессе производства продукции на единицу ее потребительной стоимости.

В хозяйственной практике величина образования отходов зависит от накопленного материального фонда и текущего потребления. В перспективе первая составляющая значительно превзойдет вторую, ибо выход продукции будет расти, а отходы производства как таковые — сокращаться в связи с углублением комплексности и полноты использования ресурсов, хотя текущее потребление, безусловно, будет увеличиваться.

На отдельном предприятии при заданном объеме производства величина образования отходов должна стремиться к минимуму, а в идеальных случаях — к нулю. Это означает, что образующиеся отходы утилизируются в рамках одного диверсифицированного производства, т. е. происходит высокоорганизованное и технологически совершенное внутреннее оборотное использование отходов. Вообще нулевой выход отходов может иметь место только в отдельных производствах, в масштабе же хозяйства

района, а тем более региона это невозможно. Отходы будут образовываться, но они должны максимально снова вводиться в оборот. Осуществлять же минимизацию образования отходов и максимизацию их использования необходимо, поскольку природные ресурсы ограничены и, естественно, величина вовлекаемых первичных ресурсов хотя и должна непрерывно возрастать, в конечном счете будет стремиться к некоему пределу. Это подтверждают современные прогнозы. Следовательно, проблема заключается в обеспечении наиболее полного материального кругооборота ресурсов с минимальными потерями их в общественных циклах. Формирование такого кругооборота возможно, если будут количественно и качественно контролироваться все материальные элементы при их движении по этапам, переделам сферы материального и нематериального производства, т. е. при наличии ресурсных межотраслевых балансов (РМБ) совокупности первичных ресурсов и всех отходов деятельности общества.

В данном случае речь идет не об абсолютизации какой-то новой специальной формы баланса и не о математической унификации, хотя в принципе математическое моделирование подразумевается, а о системе полного отражения структуры и движения всей материальной ресурсной массы по межотраслевым комплексам. Разработка и практическое применение РМБ могут осуществляться параллельно с МОБ или предшествовать им для последующего подключения в МОБ тех или иных результатов по ресурсным блокам, полученных при решении задач в процессе построения РМБ.

В настоящее время вовлекаемые в эксплуатацию природные ресурсы пока еще оцениваются, рассматриваются и принимаются на производственный баланс не комплексно по всей натурально-вещественной структуре их массы, т. е. не как полиресурсы с учетом всех составляющих компонентов, а чаще всего (условно) как моноресурсы (учитываются только отдельные главные компоненты химического состава). В частности, финансирование геолого-разведочных работ осуществляется главным образом на конкретный компонент (элемент) или моноресурс.

Если же в природном объекте заключено несколько компонентов, но они не являются (даже при наличии промышленных концентраций в условиях современного уровня научно-технического прогресса) профилирующими по отношению к отрасли, которая должна эксплуатировать данный ресурс с целью извлечения и использования одной-двух его составляющих, то непрофилирующие субстраты не берутся на баланс, на их извлечение часто не рассчитывается разрабатываемая технология, а следовательно, в дальнейшем не обеспечиваются необходимые ассигнования. В итоге они попадают в различного рода отвалы в чужеродной окружающей среде форме.

Производства же, ориентируемые на такое использование ресурсов, вводятся в эксплуатацию не приспособленными для извлечения тех или иных побочных компонентов. Последующая

перестройка таких производств оказывается связанной со значительными трудностями и дополнительными издержками, большими, чем если бы соответствующая технология была заложена в осуществленный начальный проектный вариант производства. В то же время эквивалентные количества аналогичных веществ и компонентов в целевых производствах, для которых они являются профилирующими, добываются и извлекаются при затратах значительно больших, чем когда их получают попутно в первоначальном цикле эксплуатации тех или иных природных сырьевых ресурсов.

Кроме того, если говорить о минеральных ресурсах, то организация их поисков и разведки, а также геолого-экономическая оценка должны проводиться не по отдельным ресурсам и месторождениям, а комплексно по районам, рудным алломерациям, с тем чтобы эксплуатационную оценку можно было давать одновременно по группе (совокупности) месторождений одного вида ресурсов или разных ресурсов для последующего комплексного освоения природных богатств района.

Наряду с этим при разработке проектов-обоснований освоения ресурсов или группы ресурсов и месторождений необходимо обязательно рассматривать во взаимосвязи их совокупность, т. е., к примеру, минеральные и биологические, оценивая обоюдные возможные потери и выигрыши при осуществлении того или иного хозяйственного решения по их эксплуатации.

Таким образом, ресурсные балансы необходимо иметь по району, региону и стране в целом как по отдельным видам первичных природных ресурсов отраслевого профиля, так и по взаимозаменяемым видам ресурсов (включая всевозможные отходы). В межотраслевом разрезе должна планироваться замена определенной доли целевых первичных ресурсов отходами и побочными продуктами для расширения объемов производства соответствующей продукции из промышленных и иных отходов. Следовательно, задача состоит в том, чтобы с соответствующей оценкой потребительской ценности учесть балансами всю физическую массу материальных ресурсов, фактически вовлекаемых в общественное производство.

Такую оценку нужно получать по минеральным и по всем биологическим ресурсам. По биологическим ресурсам необходимо определять полную их биомассу. При этом следует установить объемы и пропорции используемых и неиспользуемых частей вовлеченной в эксплуатацию биомассы, как, например, древесины и зеленая масса, корнеплоды и ботва, а также устанавливать объемы и направления потерь произведенной (выращенной) сельскохозяйственной продукции, в частности овощей и фруктов в период созревания, при сборе, последующем хранении и т. п.

В разработке ресурсных межотраслевых балансов (РМБ) следует рассматривать два направления: изучение и балансовый учет образования и использования природных (первичных) ре-

сурсов; мобилизацию и использование отходов производственно-го и конечного потребления (вторичных материальных ресурсов).

Одной из серьезных проблем является формирование баланса отходов и вторичных материальных ресурсов как таковых в полном объеме и номенклатуре, особенно в территориальном разрезе, для последующей организации их заготовки и переработки. Вторичные материальные ресурсы, особенно в системе коммунально-бытового хозяйства, как правило, рассредоточены, и их переработка осуществляется не на месте образования, в отличие от переработки большинства отходов и побочных продуктов, образующихся при эксплуатации первичных природных ресурсов, а на объектах, часто удаленных на значительное расстояние.

Таким образом, для разработки РМБ вторичных материальных ресурсов необходимо иметь в качестве инструмента нормативные данные об их образовании и в отраслевом, и в географическом разрезе. При этом требуется отдельная разработка нормативной базы для производственной и непромышленной сфер.

Разработка нормативов образования вторичных ресурсов в производстве должна проводиться с одновременным пересмотром стандартов на производимую продукцию, а также оценкой возможностей замены материалов на менее дефицитные и менее трудоемкие.

Для формирования плановых ресурсных балансов и планирования ресурсопотребления необходимо в каждом регионе иметь ресурсный информационный банк коллективного пользования, который должен состоять из трех блоков — пакетов информации. Первый пакет отражает производственное потребление первичных ресурсов с нормативами образования и объемами накопления отходов как в текущих производственных процессах, так и из материалофонда. Второй содержит нормативы образования и накопления отходов в конечном потреблении. Третий показывает соответствующее потреблению исходных первичных ресурсов производства нормативно возможное компенсирующее потребление отходов и вторичных материальных ресурсов.

Методологически построение РМБ в своей основе должно базироваться на принципах и методах построения применяемых в народнохозяйственном планировании межотраслевых балансов. Существенной разницей между ними является предмет РМБ: если в традиционных балансах таковым является создаваемый продукт, то в ресурсных балансах это исходные для производства продукции ресурсы (первичные и отходы). Кроме того, в ресурсных балансах должна отражаться множественность, т. е. альтернативность, обеспечения той или иной народнохозяйственной потребности в материальных ресурсах. Это резко увеличивает размерность ставящихся задач, поэтому реально при имеющейся вычислительной технике для региона или даже для района (области, края) невозможно ставить сразу в целом по всему хозяйственному комплексу полную многоресурсную задачу. Объективно представляется возможным сначала решать поблоч-

но задачи «продукт — ресурсы» или «ресурс — продукты», а затем уже более общие задачи с введением полученных частных результатов, включая средозащитные в региональных природно-хозяйственных комплексах.

Цель разработки и применения РМБ — дать оценку потенциальных возможностей общественного производства в создании дополнительного количества конечных потребительских стоимостей на базе повышения уровня полноты и комплексности использования исходного сырья и неиспользуемых отходов производства и конечного потребления. С введением в практику планирования ресурсных межотраслевых балансов появится возможность оптимизации производственной отраслевой структуры народного хозяйства применительно к функциям эколого-экономических систем.

Применение РМБ позволит оптимально распределять и перераспределять капитальные вложения и основные фонды, высвобождая их из целевых профилирующих добывающих и перерабатывающих отраслей для производства продукции из отходов и попутных продуктов в отраслях, для которых данная продукция не является профильной, как, например, производство строительных материалов из шлаков и золы металлургической и энергетической отраслей промышленности соответственно в составе производственных структур крупных теплоэлектростанций и металлургических предприятий и т. п.

Анализ РМБ покажет главные направления нерационального использования и потерь труда в отраслях промышленности, поскольку в неиспользуемой массе первичных и вторичных ресурсов аккумулировано значительное количество вложенного труда. Мобилизовав эту массу, общество как бы увеличивает свою производительную силу при тех же фактических ресурсах рабочей силы.

Реализация в хозяйственной практике ресурсных взаимосвязей и соотношений, выполняемых ресурсными балансами, создаст реальные условия для формирования замкнутых по ресурсам производственно-хозяйственных систем с предельно возможным кругооборотом в них материальных ресурсов. Только у таких систем может быть обеспечена и «нейтральность» по отношению к окружающей природной среде, и максимально достижимая воспроизводственная цикличность по возобновляемым ресурсам, и только в таких системах могут быть созданы условия для нормального долговременного глобального метаболизма между обществом и природой.

Для обеспечения требуемого в современных условиях кругооборота материальных ресурсов в общественном производстве необходимы серьезная перестройка ряда производств, разработка новых, нетрадиционных технологических и технических решений, определенный пересмотр направленности научно-технического прогресса. Пока еще существует несоответствие между требованиями защиты окружающей среды от вредного воздействия

современной технологии, интересами комплексного использования сырьевых ресурсов, с одной стороны, и практикой осуществления новых технических и технологических решений — с другой. Научно-техническая революция порождает массу изделий, машин, аппаратов, приборов, а также усложняющихся по химическому составу и физической структуре материальных композиций (биоматериалы и другие многоэлементные структуры) — основы изготовления средств производства и предметов потребления. Однако при создании новых композиций материалов, новых средств труда практически не учитывается необходимость последующей утилизации их материального субстрата по выходе из целевого обращения.

Подобная ситуация диктует необходимость параллельной, одновременной разработки процессов производства новых материалов и процессов их утилизации при вторичной переработке, а также обязательной паспортизации вещественного состава товарной продукции (машин, аппаратов и т. д.), чтобы на выходе ее из сферы эксплуатации в сферу вторичной переработки можно было предельно эффективно контролировать и использовать все материальное содержание конкретных вторичных ресурсов.

Конечным результатом и целью указанного процесса должно стать формирование всеобщего, максимально возможного на основе достижений научно-технического прогресса и экономически целесообразного кругооборота материальных ресурсов в общественном производстве. Сам принцип кругооборота материальных ресурсов в общественном производстве, в определенной мере реально проявляющегося уже сегодня, следует рассматривать как один из важнейших факторов расширенного воспроизводства как во внешней к общественному производству среде (реализующийся при создании нормальных условий для естественного воспроизводства возобновляемых природных ресурсов), так и внутри его. Второй аспект заключается в том, что при минимизации совокупных трудовых затрат на производство материальных ресурсов в процессе компенсации или, точнее, замещения части требуемых обществом первичных ресурсов вторичными в каждом новом цикле их использования создаются все более высокого порядка потребительные стоимости из тождественного потребленному на предыдущем этапе количества материального ресурса.

В этой связи каждый сохраненный во «вторичном» состоянии и пущенный в оборот килограмм меди, пластмассы, железа, химического вещества, волокнистого и другого дефицитного материала будет непосредственно нести в себе расширенный потребительский потенциал. Такая трансформация происходит вследствие самого существа научно-технического прогресса, когда новый прибор, аппарат, станок, агрегат при том же материальном их насыщении вызывают или влекут за собой более высокий уровень производительности общественного труда.

Показанное явление предельного кругооборота должно приобрести в ближайшие одно-два десятилетия всеобщий, массовый характер, а реализовываться в полной мере оно сможет только в рамках структур «эталонных» производств, на проекты которых необходимо ориентировать как новые, так и старые действующие предприятия.

Одной из проблем при разработке РМБ будет обеспечение их достоверной количественной информацией о ресурсах. По потребляемым минеральным ресурсам эта задача может быть решена при незначительных дополнительных методических усложнениях, потому что Государственный комитет по запасам (ГКЗ) СССР ведет контроль запасов и ежегодно составляет суммирующие поэлементные балансы по районам. Здесь необходимо будет расширить вещественную и поэлементную оценку структуры ресурсов по эксплуатируемым их источникам и составлять по отраслям, районам, отдельным ресурсам отчетные и плановые балансы поступления в производственный цикл первичных ресурсов.

Аналогично можно систематизировать балансовый учет создаваемой биологической массы в сельском хозяйстве, для чего необходимо разработать и применять вещественную структуру биомассы, по элементам которой должен осуществляться учет.

Более сложной задачей (и методически, и организационно) являются оценка и учет образования отходов производственного и конечного потребления в динамике. Первое, что требуется для этого, — введение паспортов материалосодержания на каждый вид продукции. Под этим подразумевается документальное оформление номенклатуры и фактического количества содержащихся в данном виде продукции материалов или химических компонентов. Такие паспорта должны быть обязательным атрибутом любой продукции наряду с техническим паспортом.

Целесообразность и необходимость разработки и введения таких паспортов обуславливается в первую очередь двумя факторами. Во-первых, при их наличии можно будет с большей достоверностью количественно оценивать вещественное содержание материалофонда страны, особенно в части активных производственных и непроизводственных фондов и предметов длительного пользования личного потребления, что важно для выявления и планирования объемов образования вторичных материальных ресурсов. Во-вторых, при мобилизации на вторичную переработку вышедших из употребления материальных субстратов этих фондов можно будет организовать извлечение содержащихся в них ценных компонентов с высокой степенью полноты и селективности, применяя при этом технологии, нейтральные к окружающей среде.

В настоящее время полностью амортизированная и вышедшая из употребления часть материалофонда, если она вообще мобилизована, в подавляющей своей массе перерабатывается в однотипных агрегатах и технологических процессах с утилиза-

цией только лишь некоторой доли составляющих ее компонентов и не по полной номенклатуре. А на практике большая доля подлежащих мобилизации вторичных материальных ресурсов из-за неудовлетворительной организации системы их заготовки вообще выпадает из последующего материалообращения, в значительной мере из-за незнания величины, структуры и размещения самого материалофонда.

В этой связи возникает вопрос о правомерности планирования предприятиям потребностей в материальных ресурсах по валовым нормам расхода сырья и материалов. Планировать необходимо материалоёмкость продукции, а нормы расхода уже функционально должны зависеть от норм материалоёмкости и применяемой технологии. При этом предприятиям и отраслям промышленности материалоёмкость продукции и отходы производства необходимо планировать отдельно, с одновременным введением статистического учета по этим двум направлениям в масштабе всего народного хозяйства. При такой системе появляется возможность планировать и, главное, контролировать величину и ассортимент образования отходов производства и вторичных материальных ресурсов.

Наряду с текущим отхообразованием, другим источником вторичных материальных ресурсов является материалофонд страны, главной составной частью которого являются основные фонды народного хозяйства. В связи с ежегодным ростом объемов капитальных вложений, а следовательно, затрат материальных ресурсов, формирующих материалофонд, возрастает величина материальной массы, содержащейся в выбывающих из эксплуатации фондах.

Однако, чтобы с большей или меньшей точностью рассчитать объемы образования ВМР (текущие и на перспективу), необходимо знать по отраслям и по районам наличный материалофонд и детальную его структуру, а также качественную сторону использования новых материальных ресурсов в народном хозяйстве. Но имеющийся материалофонд страны в территориально-отраслевом разрезе кардинально ни по одному из материалов, за исключением рассчитывавшегося в разрезе отраслей в целом по стране металлофонда черных металлов, до сих пор не изучался и не рассчитывался, а по количественным закономерностям текущего образования отходов и лома имеются весьма отрывочные сведения. Для расчета материалофонда необходимо иметь достаточно емкую многоэлементную систему исходных данных за длительный период.

Сегодня динамику многих требующихся элементов системно проследить не представляется возможным, так как в отчетной документации они не учитывались ни в разрезе отдельных объектов и районов, ни по отраслям промышленности, ни в масштабе государства, в то время как такая информация должна служить инструментом для прогнозирования заготовки и переработки амортизированных материальных ресурсов, основной ча-

сти ВМР, а также оптимизации будущей технологической и организационной структуры отраслей промышленности, в том числе в территориальном разрезе.

Сегодня же сведения о материалофонде народного хозяйства страны можно получить только путем проведения детальной, глубокой, массовой и повсеместной государственной переписи, в результате которой можно достаточно достоверно оценить существующую базу ресурсов лома цветных, черных металлов, пластмасс, других материалов и текущего отхообразованиия, определить концентрацию неиспользуемых, неперерабатываемых видов лома и отходов, а также потери металлов и материалов в ломе и отходах по территории страны.

В данный момент проведение общегосударственной переписи материального фонда представляется весьма сложной задачей, требующей большой и тщательной подготовки, поэтому, наряду с методической и организационной подготовкой такой переписи, представляется целесообразным и реальным проводить оценку объемов возможного образования ВМР как на текущий период, так и на перспективу расчетным методом.

В основе расчетов по такому методу должно лежать предварительное изучение основных фондов и технологических процессов на типичных для той или иной отрасли (подотрасли) предприятиях. В результате подобного изучения для каждой отрасли промышленности и народного хозяйства, а точнее, для групп однотипных предприятий должны быть получены характерные величины четырех коэффициентов: материалоемкости товарного выпуска продукции, кг/1000 руб.; материалоемкости основных фондов, кг/1000 руб.; образования отходов; образования лома и боя, % от материалофонда. Расчеты с применением таких коэффициентов могут дать объективные результаты по величине материалофонда по каждому виду материалов, группе сплавов, а следовательно, и по объемам образования ВМР в различных районах страны, что очень важно для их мобилизации.

В производственной сфере при решении вопросов мобилизации и переработки отходов должны рассматриваться параллельно несколько аспектов.

Во-первых, главным направлением в технической политике на любом производстве должно быть предельно достижимое сокращение выхода отходов при потреблении сырья, материальных ресурсов — предметов труда.

Во-вторых, в случае неизбежности образования отходов в связи со спецификой производства следует осуществлять, опять же на предельно достижимом уровне, внутрипроизводственный оборот отходов, т. е. замкнутые технологические циклы. В этом случае имеет место, как правило, наиболее рациональное использование текущих отходов, ибо они используются в том же производстве и на те же цели, что и в первичной форме.

С переходом предприятий металлопотребляющих отраслей на замкнутый баланс поставка отходов в металлургической отрасли

соответственно уменьшится. Таким образом, реализация в полной мере сформулированных направлений не только по металлическим, но и по ряду других материальных ресурсов существенно сократит в целом образование отходов в промышленности, сняв нагрузку с мощностей соответствующих «вторичных» отраслей и высвободив их для тщательной обработки и переработки более сложной по физическому и химическому составу части вторичных ресурсов (лома и боя).

Это тем более важно в связи с тем, что с увеличением объемов накопления и потребления материальных ресурсов при росте масштабов общественного производства удельный вес ВМР в общем объеме потребляемых материальных ресурсов и абсолютная величина ВМР, а в них лома и отходов смешанного состава будут возрастать.

Наконец, третий аспект проблемы заключается в том, чтобы отходы вообще были мобилизованы полностью и, самое главное, селективно, чтобы при вторичной переработке с наименьшими потерями извлекать и использовать все ценные компоненты, содержащиеся в них. Для организации эффективной мобилизации производственных отходов, являющихся часто сырьем более высокого качества и более эффективным, чем рудное или иное, подобное ему, важна нормативная база их образования по отраслям, подотраслям, группам и отдельным видам производства. Подобные нормативы должны стать исходной базой при построении межотраслевых ресурсных балансов по вторичным материальным ресурсам. Вместе с тем необходима разработка национальной программы мобилизации и использования отходов и ВМР.

Проведенный по различным видам ресурсов (древесине, строительным материалам, металлам, биологическим ресурсам и т. д.) глубокий анализ обширной информации по научно-техническому прогрессу в области использования различных видов сырья, материалов и отходов показал практически неограниченные на ближайший период времени (два-три десятилетия), при современных масштабах и уровне развития общественного производства, возможности для рационализации ресурсопотребления посредством компенсации первичных сырья и материалов отходами и прямой утилизации отходов для удовлетворения потребностей общества. Следовательно, техника и технология в этом процессе ограничителями не являются.

Таким образом, чтобы народнохозяйственный комплекс и экономика каждого региона и страны в целом развивались более эффективно, в направлении приближения к оптимуму, отрасли хозяйства и составляющие их промышленные и агропромышленные комплексы должны составлять некие системы, одним из главных принципов функционирования которых будет замкнутое ресурсопотребление. Это предполагает тесное переплетение, взаимоувязку и взаимообусловленность между отраслями региона потоков первичных ресурсов и отходов производства.

1.2. О НЕКОТОРЫХ ПРИНЦИПАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ В ХОДЕ ХОЗЯЙСТВЕННОГО ОСВОЕНИЯ РЕГИОНА

Совершенствование научных основ охраны окружающей среды и использования природных ресурсов требует формирования территориальных схем рационального природопользования в регионе. Отсутствие таких схем приводит, в частности, к несбалансированности и низкой эффективности природоохранных мероприятий, осуществляемых в промышленных узлах и районах. Выполненные на локальном уровне мероприятия не приносят ожидаемого эффекта, поскольку в смежных (по результирующей переноса загрязнений) районах средозащитная деятельность осуществляется с большой затратой средств и сил [Взаимодействие..., 1981].

Все это делает необходимым формирование региональных схем природопользования, так как только тогда эффективность названных мероприятий на взаимовлияющих территориях будет соответствовать требованиям сохранения и улучшения окружающей природной среды.

Исследования по моделированию рационального природопользования с целью создания региональных схем использования природных ресурсов должны проводиться по единой программе, реализация которой позволит: 1) дать количественный прогноз изменений природной среды под влиянием хозяйственной деятельности; 2) разработать рекомендации по принятию мер, предупреждающих или нейтрализующих ожидаемые острые реакции компонентов природной среды на антропогенное воздействие; 3) сравнить альтернативные по экономической эффективности варианты развития региона с точки зрения влияния на природную среду и здоровье людей; 4) осуществить поиск оптимальных схем развития природопользования по критериям, связывающим эффективность экономики, качество среды и здоровье населения. Методологической основой научного обеспечения такой программы должна служить взаимообусловленность тенденций изменения качества окружающей природной среды, состояния здоровья населения и развития хозяйственной системы.

Разработка этой основы позволит создать методику комплексного прогнозирования изменений состояний геосистем под влиянием развития ТПК и в конечном счете предложить действенные меры по сохранению природной среды и оптимизации природопользования в регионе.

Применительно к моделированию природопользования в регионе перечисленные этапы можно охарактеризовать следующим образом.

Прежде всего, под рациональным природопользованием [Природа и хозяйство..., 1983] в условиях развития ТПК будем понимать:

1) комплексное и малоотходное производство и использование сырья;

2) оптимизацию на этой основе структуры производства и расселения с учетом ограничительных факторов природной среды;

3) защиту среды от техногенных нагрузок;

4) активное регулирование природных и связанных с ними общественных процессов.

Изучение современного состояния природы, хозяйства и населения в регионе, схем ожидаемого развития в нем производств и системы расселения с учетом ограничительных факторов природной среды даст возможность принять в качестве составляющих цели рационального природопользования в пределах выбранной территории ТПК следующие:

экономическую эффективность существующих и создаваемых производств, обусловленную оптимальным использованием природных ресурсов;

сохранение и возможное улучшение природной среды;

создание наилучших условий для сохранения здоровья человека и его жизнедеятельности.

Представление о цели, согласно Н. Н. Моисееву [1982], возникает в процессе анализа функционирования системы, для проведения которого необходима информация о состоянии системы, о ее отношениях с другими системами, о факторах, способных вывести систему из устойчивого состояния в другое, и т. д. Такой анализ — необходимая предпосылка «объективизации» цели, т. е. приближения субъективного представления о целях к объективным потребностям и целям системы.

Естественно, на выбор цели и процесс приближения влияют действия и состояние систем более высокого ранга. Это влияние носит характер обратных связей и определяется, в частности, совокупностью правовых норм, соотношением меры прав и ответственности.

Для достижения некоторого оптимального соотношения составляющих этой выбранной цели необходимо наметить программу исследований по построению математической модели рационального природопользования, подразумевающей определение некоторой последовательности мероприятий, обеспечивающих наиболее приемлемое использование средств для достижения поставленной цели. При этом определяются как условия, при которых она достигается, так и основные укрупненные показатели изучаемой системы и необходимость установления допустимых диапазонов изменения этих показателей.

В целом предстоит осуществить:

1) анализ и адаптацию существующих методов построения моделей территориальных систем для целей регионального природопользования;

2) при построении моделей отдельных блоков использовать имеющуюся информацию о современном состоянии системы «природа — хозяйство — население»;

3) разработать схему: а) проведения ландшафтно-географиче-

ских и экспериментальных исследований антропогенного, в том числе и техногенного, воздействия на геосистемы и на агроэко-системы с целью усовершенствования, а в дальнейшем и проверки созданных математических моделей; б) сбора экономико-географической и медико-географической информации и проведения ее анализа с целью характеристики динамики и развития производств, сельского хозяйства, систем расселения, демографических процессов и уровня здоровья населения;

4) использовать на основе полученной информации для описания динамики и развития изучаемых элементов ТПК существующие методы и модели (или разработать новые). Осуществить синтез моделей в единую модель природопользования;

5) провести анализ результатов математических расчетов по оценке функционирования динамики и развития системы «природа — хозяйство — население» для выработки мероприятий в границах региона и пространственно-временных условий их проведения при достижении поставленной цели.

В ходе реализации программы важным звеном является согласование планов и схем исследований (для каждого временного интервала) с обязательной оценкой информации по каждой подсистеме и стыковкой ее для формирования структуры взаимосвязей между элементами изучаемой системы. Это согласование достигается следующим образом.

На первом этапе (итерации) формируются концепции и цели исследований, совокупность представлений о формировании и динамике объекта, стыковка этих представлений в единую систему, отображающую изучаемый объект-комплекс.

На втором этапе идет детализация субмоделей представлений (концептуальных моделей) в рамках структуры связей единой модели, происходит выбор укрупненных показателей для каждого элемента подсистемы с целью облегчения их увязки в систему показателей, характеризующих объект как целое.

На третьем этапе идут расшифровка укрупненных показателей, оценка их взаимосвязей при анализе детального представления (логической модели) подсистемы, выбор наиболее значимых показателей в данный момент или в какой-либо другой. Это позволит развернуть представление о совокупности взаимосвязей между подсистемами во времени и показать динамику структуры системы-объекта.

Тогда представление о состоянии системы, изменении взаимосвязей между элементами, обуславливающим динамiku ее структуры, совокупность выбранных значимых показателей дадут возможность подойти к математическому описанию системы-объекта и оценки коэффициентов модели путем количественных расчетов на основе соблюдения балансовых соотношений в природном, производственном и социально-демографическом блоках изучаемой системы с учетом ограничительных факторов природной среды в условиях снижающегося потенциала самовоспроизводства возобновимых природных ресурсов.

Важным пунктом исследований является комплексное географическое обеспечение основных этапов реализации моделирования природопользования, позволяющего в сжатые сроки решать узловые междисциплинарные задачи. Такое обеспечение приведет, как ранее отмечалось, к углублению и усовершенствованию научных основ региональных прогнозов изменений природной среды и их последствий под влиянием народнохозяйственных мероприятий и в конечном итоге к оптимизации с помощью этих прогнозов территориальной структуры природопользования с учетом его программных требований и целей.

В связи с исследованиями по моделированию рационального использования природных ресурсов при функционировании и развитии системы «природа — хозяйство — население» региона узловой междисциплинарной задачей является всесторонняя оценка техногенного влияния на производственный процесс в геосистемах и на уровень здоровья человека, так как в производственном процессе происходит интеграция природных режимов в природном комплексе, а уровень здоровья человека служит обобщенным показателем социально-экономического развития региона.

В сферу географического обеспечения входит характеристика развития системы «природа — хозяйство — население», в частности пространственного размещения как предприятий и поселений, так и сочетаний ландшафтных образований региона. При характеристике необходимы формирование структуры показателей, обеспечение их информацией о состоянии и функционировании производственной и социально-демографической подсистем, проведение ландшафтного анализа современного состояния пространственной мозаики, отображающей существенное разнообразие типов геосистем и их динамики при антропогенном и техногенном воздействии, определение совокупности ограничений, накладываемых природной средой и основанных на географической оценке динамических состояний, устойчивости компонентов природных комплексов, выявлении потенциальных возможностей последних к обратной трансформации, т. е. к возвращению в исходные состояния.

При анализе спектра взаимодействий в системе «общество — природа» целесообразно выделить специальный класс взаимоотношений «компонент природной среды — природный ресурс». Кроме того, необходимо осуществить ландшафтно-географическое и экспериментальное обеспечение исследований по моделированию регионального природопользования и сформулировать предложения по использованию и внедрению в практику полученных результатов.

Сформулированный подход позволяет обобщить его реализацию в достаточно эффективном виде — математической модели. Покажем ее логическую структуру.

На рис. 1 расшифровываются структура природных ресурсов, потребляемых какой-либо отраслью (например, энергетикой). Показано распределение продукции производства, в том числе

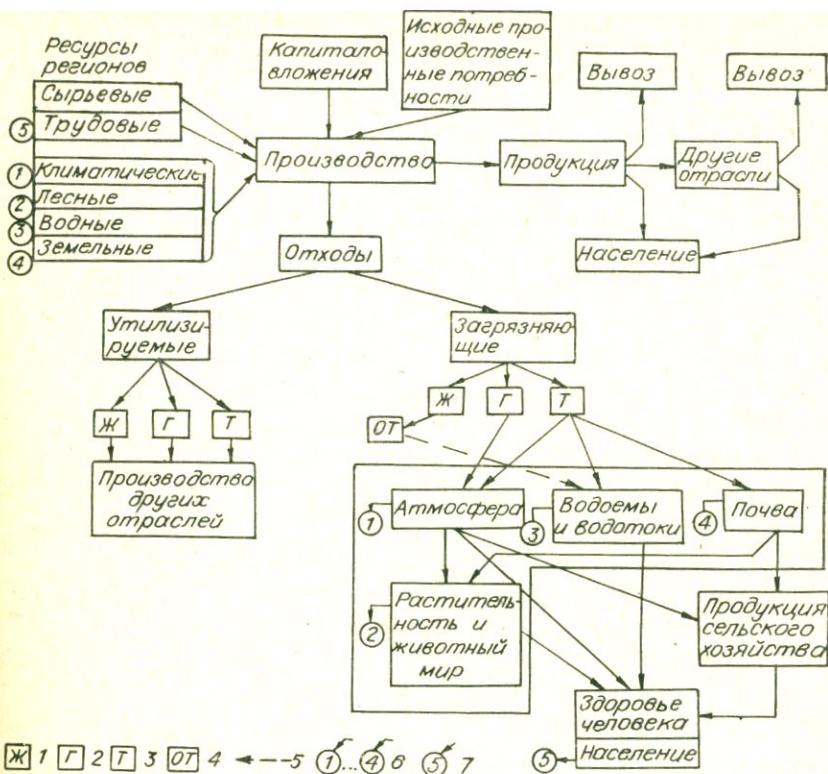


Рис. 1. Структурно-функциональная схема модели природопользования. .
 1, 2, 3 — отходы жидкие, газообразные и твердые соответственно; 4 — отстойники для жидких отходов; 5 — направление воздействия содержимого отстойников на водный компонент геосистемы; 6, 7 — отношения «компонент геосистемы — природный ресурс» и «население — трудовые ресурсы» соответственно.

в ходе осуществления средоохранительных мероприятий. Отражено воздействие загрязнений на компоненты природной среды, а через них — на здоровье человека. Намечены отношения «компоненты геосистем — природные ресурсы».

Входом в модель блока «Хозяйство» служит информация о потребности в ресурсах, капитальных вложениях, исходных производственных потребностях и их притоке из других районов; выходом — информация о структуре продукции, ее распределении, данные о структуре и объеме загрязнений, поступающих в природную среду.

Входами в модель блока «Природа» служат данные о природных режимах, свойственных данной геосистеме, о структуре и объеме загрязнений. Выходом — данные о трансформации и аккумуляции части загрязняющих веществ в подсистемах и блоках геосистем, об объеме загрязнений, влияющих на человека и сельское хозяйство (например, количество вредных веществ, посту-

пающих в пищевую цепь человека через сельскохозяйственную продукцию), а также информация о выносе загрязнений в другие районы, об изменении состояния и устойчивости компонентов ландшафта, в частности представляющих потребляемые производством природные ресурсы.

Входом в модель блока «Население и здоровье человека» служат информация о состоянии природной среды, структуре и объеме загрязнений, влияющих на функционирование организма и в целом на жизнедеятельность человека, а также данные, связанные с уровнем обеспечения населения медицинским обслуживанием, продуктами питания, жильем и т. п., материалы о структуре и объеме потока мигрантов, прибывших из других районов. Выходом — информация об изменении уровня здоровья населения, влиянии этого изменения на формирование трудовых ресурсов, приживаемости прибывших мигрантов и оттока людей в другие районы.

Критерием оценки взаимодействия между перечисленными блоками и подсистемами может служить значение интегрального показателя, составляющие которого могут иметь следующий смысл:

- экономическая эффективность производства и использования природных ресурсов;

- отклонение показателя состояния природных ресурсов от принятого в качестве приемлемого (например, существующего до вмешательства человека или невозмущенного);

- отклонение показателей здоровья населения от нормы.

Наполнение блоков модели информацией с выбранным шагом по каждому ареалу региона позволит описать основные воздействия ТПК на природную среду в целом.

Покажем структуру некоторой общей модели природопользования для региона, где формируется крупный топливно-энергетический комплекс (ТЭК). Она должна состоять из моделей природной и социально-экономической подсистем. Эти модели, в свою очередь, должны синтезировать субмодели, описывающие процессы, которые протекают в компонентах системы «природа — хозяйство — население».

Так, модель природной подсистемы должна состоять из субмоделей, описывающих:

- перенос вещества на соседние и более отдаленные геосистемы;

- техногенное загрязнение воздуха;

- техногенное влияние на продуктивность компонентов растительных сообществ, накопление ими вредных для человека веществ;

- динамику, трансформацию и миграции почвенно-геохимических элементов, в том числе элементов минерального питания, при антропогенном воздействии;

- процессы эрозии почв, интенсивность и глубину трансформации микроорганизмами органического вещества в почве при разных уровнях техногенного воздействия;

структуру потоков влаги, результирующий водный баланс геосистем.

Модель социально-экономической подсистемы должна содержать:

1) субмодель хозяйственного развития, которая описывает размещение производств, например предприятий и базы стройиндустрии; развитие транспортных систем, освоение месторождений (образование угольных разрезов и отвалов, подлежащих рекультивации), формирование ГРЭС, водохранилищ, ЛЭП, динамику земельных ресурсов (в частности, изъятие и трансформацию земель) и структуры сельскохозяйственных и лесных угодий, реконструкцию сельского хозяйства;

2) субмодель динамики населения, описывающую изменение системы расселения, демографические процессы, интенсивность миграции;

3) субмодель влияния медико-географических факторов на жизнедеятельность населения, отображающую влияние климата на тепловое состояние организма человека, воздействие изменчивости биогеохимических процессов на возникновение заболеваний, динамику степени природно-очаговой опасности и частоты заболеваний, негативное влияние вредных выбросов на здоровье населения (в частности, появление новых форм заболеваний) и интенсивность миграционных процессов;

4) субмодель воздействия техногенных факторов на технологические процессы действующих предприятий и водохозяйственных систем.

Все это делает возможным на основе взаимоувязки показателей в единую систему количественно учесть суммарный результат влияния комплекса (ТЭК) на природные и социально-экономические объекты в целом, а именно определить:

изменение структуры, связей, путей миграции вещества и энергии в геосистеме и продуктивности ее биоты;

нарушение устойчивости геосистем, изменение урожайности агрокультур, снижение качества продуктов;

нежелательное влияние на состояние здоровья людей и связанную с этим интенсивность их оттока из региона;

снижение рекреационной ценности ландшафта;

воздействие техногенных факторов на технологические процессы действующих предприятий.

Модель, обобщая полученную информацию по каждому ареалу, должна описывать динамику регионального природопользования на основе раскрытия взаимодействия подсистем (блоков) «Природа», «Хозяйство», «Население» с учетом последовательного улучшения эффективности производства, состояния природной среды и ее ресурсов и здоровья человека. В дальнейшем модель позволит подойти к решению задач:

1) прогнозирования развития природных, геотехнических и агроэкосистем на основе познания закономерностей их функционирования;

2) оценки устойчивости геосистем, а для геосистем, испы-

тывающих антропогенные нагрузки, наметить пути восстановления равновесия с окружающей средой;

3) оценки глобальных последствий воздействия ТЭКа;

4) создания синтетических карт-сценариев и прогнозно-картографических документов изменения окружающей среды в процессе формирования ТПК, в том числе медико-географических карт динамики условий жизнедеятельности населения.

Модель, многовариантная по своим параметрам, позволит «вписать» ТПК в специфические условия территории так, чтобы выполнялись требования рационального природопользования.

Таким образом, логическая модель позволяет разобраться в сложном и многообразном взаимодействии природы и общества, определяет целесообразность применения методов системного анализа посредством выделения систем для их рассмотрения и формального описания.

Изложим основные этапы реализации программы по сбору и анализу географической информации.

На первом этапе должны быть проведены инвентаризация полученной ранее информации, создание паспорта элементов изучаемой системы «природа — хозяйство — население» и оценка принятых показателей на основе известных данных.

Например, в паспорте должны быть указаны [Рациональное использование..., 1981] следующие компоненты:

1) не меняющиеся во времени;

2) меняющиеся в случае смены стратегии освоения территории (изменение структуры и размещения производств);

3) незначительно меняющиеся на каждом шаге t для верхнего уровня (миграция населения, повторяемость общих заболеваний, изменение транспортной сети и др.);

4) значительно меняющиеся на каждом шаге t для верхнего уровня (добыча угля, строительство жилья, изменения в землепользовании и т. п., масса техногенных веществ, повторяемость отдельных групп заболеваний);

5) мало меняющиеся на каждом шаге t для природной системы (структура растительных сообществ, запасы почвенно-геохимических веществ и т. п.);

6) меняющиеся на каждом шаге t для природной системы (запасы влаги в почве, температурный режим, запасы зеленой фитомассы и др.);

7) входные и выходные;

8) внешние факторы для социально-экономических, хозяйственных и природных подсистем.

Этот этап позволит оценить материалы для комплексной характеристики изучаемых объектов и возможностей их математического описания, разделить материалы, на которых будет строиться модель и которые будут использоваться для проверки модели.

На втором этапе, анализируя структуру показателей, относящихся к характеристике блоков «Хозяйство» и «Население», можно наметить следующие исследования.

1. Сформировать паспорт для изучаемых объектов. Проанализировать с позиций комплексной характеристики документы технико-экономических обоснований развития отраслевых производств, изменения структуры землепользования и сельского хозяйства, систем расселения, по формированию средозащитных мероприятий, мероприятий по утилизации отходов, данные по объему и видам загрязнений.

В случае отсутствия части данных необходимо организовать работы по их сбору и анализу.

2. По ряду показателей, согласно разработанному паспорту, провести повторный сбор данных в необходимом объеме для обновления материалов с целью выявления тенденций и закономерностей, которые ранее невозможно было обнаружить или которые были просто упущены из виду.

3. Провести обобщение материалов и построение модели, сравнение с результатами моделирования, взаимное выявление ошибок, оценку их влияния на формирование вычислительных прогнозов.

Необходимо отдельно остановиться на материалах, характеризующих подблок «Здоровье человека». Сбор материалов осуществляется путем опроса по специально разработанной анкете, где в развернутой форме даны показатели состояния здоровья человека. Далее полученный массив анкет по конкретной вычислительной программе обрабатывается с целью получения определенного набора таблиц, характеризующих связь показателей здоровья с половозрастной, профессиональной структурой и т. д. Затем находится связь этих показателей с условиями природной среды, в том числе подверженной загрязнению.

Обнаруженные отношения подлежат математическому описанию в модели подблока «Здоровье человека». Последняя может быть проверена по данным о миграции населения, связанной с ухудшением здоровья, и с привлечением других материалов.

При наполнении модели информацией необходимо использовать данные, полученные при разработке, исследовании и совершенствовании систем защиты атмосферы от твердых и газообразных вредных выбросов ГРЭС, а также методов охраны водного и воздушного бассейна и утилизации отходов и побочных продуктов предприятий.

Реализация исследований, связанных с изучением динамики природных объектов, на втором этапе имеет следующий вид.

Большая часть экспериментальных работ должна ориентироваться на оценку влияния различных загрязнений, в том числе техногенного воздействия, на компоненты ландшафтов. При этом необходимо выбрать типичные биогеоценозы (БГЦ) в зоне действия предприятий ТПК и в фоновых условиях. Методами активного эксперимента исследовать в биогеоценозах изменения природных режимов при разной интенсивности ожидаемого техногенного воздействия. Полученная информация позволит оценить с последующим их математическим описанием взаимосвязи между компонентами БГЦ и их показателями и сформировать

модель геосистем, подверженных техногенному воздействию различной интенсивности.

Далее на основе обобщения динамики показателей, зависимости их поведения от антропогенного воздействия необходимо установить структуру взаимосвязей в системе «компонент геосистемы — природный ресурс». Это позволит достаточно полно увязать блок «Природа» с блоками «Хозяйство» и «Население». Данные по техногенному воздействию на природную среду дадут возможность провести проверку компонентных моделей и общих моделей геосистем.

В дальнейшем необходима также проверка модельно-вычислительных ресурсов прогнозов с помощью материалов, обобщающих результаты специального активного экспериментирования.

Все это даст возможность создания и проверки комплексной модели природопользования, осуществления ее прогнозно-вычислительного исследования, разработки серии формализованных прогнозно-картографических документов (как тематических, так и синтетических) регионального природопользования.

При реализации программы необходимо сформулировать условия достижения цели, обоснование показателей системы и допустимый диапазон их изменений. Одним из таких условий служит следующее.

Моделирование весьма чувствительно к недостатку комплексности информации для оценки взаимосвязей между элементами системы. Снижение комплексности означает развал и угасание исследований по математическому описанию систем, так как отсутствие специалиста-географа и эколога означает отсутствие правильных представлений и информации о том или ином субблоке системы, незамкнутость которой приводит к невозможности достижения намеченной цели. Следовательно, чем выше комплексность исследований, тем выше значимость их результатов и прогнозов. Точнее, чем четче пространственно-временная структурированность комплексной информации, тем выше качество и практическая эффективность результатов исследований и прогнозов.

Таким образом, системность исследований определяет их качество, практическую эффективность результатов и прикладную значимость прогнозов.

Существенную роль играют выбор показателей, характеризующих систему, отграничивающих в своей совокупности ее от других систем, и синтез показателей в некоторые интегральные для целостного описания или оценки важных свойств изучаемых объектов. Реализация программы позволит построить модели регионального природопользования и с ее помощью обобщить информацию о состоянии системы «природа — хозяйство — население», показать динамику развития последней, в итоге дать оценку состояниям геосистем на изучаемой территории и предложить схему рационального использования природных ресурсов на основе региональных прогнозов воздействия ТПК на окружающую среду.

МОДЕЛИ ПОДСИСТЕМ РЕГИОНАЛЬНОГО КОМПЛЕКСА — ОБЛАСТИ

Материал настоящей главы представляет одну из попыток описания функционирования и развития социальной и хозяйственной подсистем региона на уровне административной области специальными экономическими и экономико-математическими методами. При этом затрагиваются вопросы разработки информационного обеспечения развития природно-экономического комплекса области для целей оценки соизмеримости масштабов хозяйственной деятельности с процессами самовосстановления природных ресурсов.

2.1. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ПРОМЫШЛЕННОСТИ АДМИНИСТРАТИВНОЙ ОБЛАСТИ

Разрабатываемая система математических динамических моделей функционирования и развития административных краев и областей в условиях Сибири призвана стать необходимым инструментом при подготовке научно обоснованных предложений для принятия решений по крупномасштабным проблемам развития народного хозяйства руководящими органами области. Изложим основные принципы моделирования промышленности административной области, составляющей вместе со строительством, сельским хозяйством и транспортом ее народнохозяйственный комплекс.

Начальным в моделировании любой сложной социально-экономической системы является этап выявления ее внутренней структуры, отражающей сложившуюся в ходе функционирования и развития иерархию составляющих объект исследования элементов. При построении системы моделей промышленности административной области были выделены два уровня ее описания [Матросов и др., 1984]:

промышленность административной области как совокупность межотраслевых комплексов;

межотраслевой комплекс как совокупность ведомственных отраслей.

Представляется, что в значительной степени универсальной для промышленности административных краев и областей Сибири является следующая совокупность межотраслевых комплексов:

топливно-энергетический комплекс (электроэнергетика, угольная, топливная, нефтеперерабатывающая отрасли);

комплекс производства средств производства (тяжелое машиностроение, станкостроение, автомобильная, электротехническая отрасли);

комплекс производства предметов труда (черная и цветная металлургия, лесная и деревообрабатывающая, химическая отрасли, производство строительных материалов);

комплекс производства продовольственных товаров народного потребления (пищевая, мясомолочная, рыбная, мукомольно-крупяная, микробиологическая отрасли);

комплекс производства промышленных товаров народного потребления (легкая, текстильная отрасли, местная промышленность).

Состав отраслей, входящих в межотраслевые комплексы, может быть и иным, в зависимости от специфики каждой конкретной административной области (края).

Известно, что самым распространенным подходом к моделированию региональных систем является подход, основанный на методе межотраслевого баланса (см. § 1.1) и представляющий собой, пожалуй, наиболее разработанный инструмент исследования закономерностей развития сложных, с множеством внутренних взаимосвязей экономических образований. Однако ограниченность метода межотраслевого баланса при решении задач прогнозирования, что неоднократно отмечалось в литературе (см., например: [Кольцов, 1981; Клименко, Мелещенко, 1981]), сдерживает его применение для моделирования промышленности области.

Альтернативой методу межотраслевого баланса при моделировании региональных систем, в частности промышленности области, является эконометрический подход, основанный на использовании методов современного прикладного статистического анализа и позволяющий решать широкий круг проблем, связанных с прогнозированием развития моделируемых объектов. Модели, разработанные на основе этого подхода, достаточно информативны и требуют при их построении гораздо меньших затрат различных ресурсов по сравнению с межотраслевыми балансовыми моделями. В настоящее время эконометрический подход широко применяется при моделировании народного хозяйства социалистических стран [Коллек, Шуян, 1978], союзных республик [Емельянов, Куширский, 1974; Казакевич, 1983] и экономических районов [Анализ..., 1984]. В развитых капиталистических странах уже разработаны и активно используются эконометрические модели штатов, графств, округов, метрополитенских ареалов, кантонов и других территориально-административных образований [Гликман, 1980; Прогнозирование..., 1981].

Применение эконометрического подхода к моделированию промышленности административной области вследствие значительно большей «открытости» этой системы, чем экономики страны или союзной республики, предполагает необходимость решения ряда проблем, являющихся следствием:

крайней неустойчивости динамики ряда определяющих показателей;

существенного влияния внешних факторов;

наличия процессов стохастической природы; трудностей сбора и частой недостаточности необходимой статистической информации.

В соответствии с эконометрическим подходом функционирование промышленности области рассматривается на уровне ее основных показателей, динамика которых определяется действием внутренних и внешних механизмов, часто находящихся отражение в эконометрических моделях в неявном виде.

Как показали результаты численных экспериментов, оправданной является следующая спецификация общей схемы модели:

$$\begin{aligned}
 x_j(t) &= f_j^1(t, x_j(t-1), K_j(t), L_j(t), M_j(t), E_j(t), R_j(t)), \\
 K_j(t) &= f_j^2(K_j(t-1), I_j(t), I_j(t-1), \dots, I_j(t-\tau_j)), \\
 L_j(t) &= f_j^3(t, L_j(t-1), L_j(t-2), Z_j(t-1), N(t)), \\
 M_j(t) &= f_j^4(M_j(t-1), x_j(t-1), x_{j1}(t), \dots, x_{ja}(t)), \\
 E_j(t) &= f_j^5(E_j(t-1), x_j(t-1), X^\partial(t)), \\
 Z_j(t) &= f_j^6(Z_j(t-1), L_j(t)), \\
 D_j(t) &= f_j^7(D_j(t-1), K_j(t)), \quad j = \overline{1, n}.
 \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

Здесь t — время (номер года), j — номер отрасли, n — число отраслей, x_j — производство продукции в отрасли j в натуральном или стоимостном выражении, K_j — среднегодовая стоимость основных производственных фондов, L_j — численность промышленно-производственного персонала, M_j — стоимость затрат на сырье и материалы, E_j — затраты электроэнергии, I_j — объем капитальных вложений, x_{ji} — производство продукции в i -й отрасли, являющейся «поставщиком» сырья и материалов для отрасли j , D_j — величина амортизационного фонда, Z_j — фонд заработной платы, N — численность трудоспособного населения области, X^∂ — производство электроэнергии в области, R_j — показатель, характеризующий внешние временные воздействия, например состояние природной среды. Экзогенными в модели являются переменные I_j, R_j, N , остальные переменные эндогенные.

Помимо (2.1.1), модель промышленности области содержит различные балансовые ограничения. Так, вся используемая в промышленности области электроэнергия не должна превышать общей ее выработки с учетом экспорта и импорта. Поэтому естественным является ограничение

$$\sum_{j=1}^n E_j(t) \leq X^\partial(t) - X_{\text{exp}}^\partial(t) + X_{\text{imp}}^\partial(t) \tag{2.1.2}$$

для каждого года t . Здесь X_{exp}^∂ и X_{imp}^∂ — величины экспорта и импорта электроэнергии соответственно, которые для отдельных областей могут принимать нулевые значения. Вводится также

ограничение на общую численность промышленно-производственного персонала

$$\sum_{j=1}^n L_j(t) = k(t) N(t), \quad 0 < k(t) < 1, \quad (2.1.3)$$

где $k(t)$ — коэффициент занятости в промышленности трудоспособного населения области.

Модель промышленности области может включать и другие аналогичные (2.1.2), (2.1.3) ограничения, которые выполняют функцию очерчивания границ изменения агрегированных показателей и связывают переменные моделей отдельных отраслей в единую модель. Связь между моделями отраслей осуществляется также посредством включения в правые части функций f_j^4 объемов выпуска продукции ряда других отраслей в области, которые поставляют сырье или промежуточные продукты для отрасли j , а в правые части функций f_j^5 — общего производства электроэнергии в области.

Конкретизация общей модельной схемы (2.1.1) для каждой отдельной отрасли промышленности в области имеет специфический характер, что бывает вызвано наличием ряда технологических, организационных и других особенностей того или иного производства. Так, производственные функции моделей отраслей с невысокой электроемкостью не содержат переменную E . В то же время в моделях отраслей, выпуск продукции которых во многом определяется обеспеченностью электроэнергией (например, в цветной металлургии при производстве алюминия), значимость переменной E довольно высока. В производственные функции моделей отраслей, которые в прошлом не испытывали дефицита трудовых ресурсов, как правило, не удается включить переменную L ввиду ее статистической незначимости. Не вызывает, тем не менее, сомнения существенная зависимость объема выпуска продукции от обеспеченности кадрами для любого производства. Поэтому иногда приходится переходить к комбинированным переменным вида $K \cdot L$, $M \cdot L$, $E \cdot L$ и т. д., чтобы добиться корректного включения показателя L в число аргументов функций f_j^1 . Часто в моделях отраслей переменные R_j , $j = \overline{1, n}$, несут различную смысловую нагрузку. Так, в модель электроэнергетики тех областей, в которых велик процент выработки электроэнергии на ГЭС в общем ее объеме, следует в качестве R_j включать показатели, характеризующие приточность водохранилищ и задаваемые экзогенно. В модели угольной промышленности области целесообразно в качестве R_j использовать соотношение между запасами угля, подлежащего добыче открытым и закрытым способом, что положительно отразится на адекватности модели.

Помимо различий в составе переменных модели отраслей промышленности области включают в себя в общем случае различные виды аппроксимирующих функций f^i , $i = \overline{1, 7}$.

Как показывает опыт, построение производственных функций отраслей промышленности области, приемлемых по своим качественным свойствам для адекватного описания моделируемых процессов, представляет собой серьезную проблему по причинам, указанным выше. Классические виды таких функций — линейная, Кобба — Дугласа, с постоянной эластичностью замещения — часто оказываются недостаточно гибкими для отражения фактической динамики важнейших отраслевых региональных показателей в базовом ретроспективном периоде. Это обстоятельство приводит к необходимости разработки и использования других видов зависимостей, позволяющих часто значительно более точно, чем традиционные, аппроксимировать реальные множественные связи между показателями. К таким зависимостям могут быть отнесены регрессионные, основанные на различных преобразованиях выходной и объясняющих переменных [Носков, 1986а], включающие в качестве идентифицируемых параметров дискретные числовые функции времени, а также линейно-степенная регрессия [Носков, 1986б]. В том случае, если построенная линейная или квазилинейная производственная функция обладает удовлетворительными свойствами описания динамики производства продукции в той или иной отрасли, допускающими ее практическое использование, не следует стремиться получить более адекватную зависимость сложного вида, так как трудности оценки ее параметров и применения могут нивелировать достигнутую большую точность аппроксимации.

Функции f_j^2 имеют, как правило, линейный вид. Но иногда для того чтобы повысить качество уравнения, описывающего динамику показателя K_j , полезно переходить от исходных независимых переменных $I_j(t)$, ..., $I_j(t - \tau_j)$ к переменным вида

$$\bar{I}_j^k = \prod_{i=0}^{\tau_j} I(t-i)^{c_i^k}, \quad k = \overline{1, r_j}, \quad (2.1.4)$$

где r_j — число таких переменных, а степени c_i^k , $i = \overline{0, \tau_j}$, $k = \overline{1, r_j}$, принимают значение 0 или 1. Преобразование (2.1.4) позволяет значительно увеличить информативность переменных, не нарушая линейности по параметрам функций f_j^2 и не уменьшая числа степеней свободы соответствующих уравнений.

Построение уравнения для $L_j(t)$ не всегда приводит к приемлемой линейной зависимости, что предопределяет необходимость поиска более адекватных, нелинейных форм связи, например вида

$$L_j(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 \frac{L_j(t-1)}{L_j(t-2)} + \alpha_3 N(t),$$

$$L_j(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{Z_j(t-1)}{L_j(t-1)} + \alpha_2 L_j(t-2) + \alpha_3 N(t)$$

или

$$L_j(t) = \frac{\alpha_2 N(t)}{\alpha_0 + \alpha_1 e^{-t} \frac{L_j(t-1)}{L_j(t-2)}}.$$

Могут быть использованы и другие виды функциональной зависимости между переменной $L_j(t)$ и влияющими на нее факторами.

Остальные уравнения в (2.1.1) чаще всего линейны. В том случае, когда возникает необходимость в улучшении их аппроксимирующих свойств, эффективным может оказаться переход к переменным

$$M_j(t-1)/x_j(t-1), \quad E_j(t-1)/x_j(t-1) \text{ и т. д.}$$

Конкретизацию модельной системы (2.1.1) для каждой отрасли целесообразно проводить таким образом, чтобы ее модель принимала вид рекурсивной системы уравнений, что избавило бы исследователя от трудоемких операций оценки параметров модели и использования ее для решения различных практических задач. В случае, если модель окажется нерекурсивной, ее идентификацию следует проводить с помощью методов одновременного оценивания параметров систем регрессионных уравнений (двух- и трехшагового методов наименьших квадратов), что при наличии нелинейных форм связи является сложной проблемой.

При оценке параметров каждого уравнения модели отрасли в отдельности наиболее часто используется обычный метод наименьших квадратов, обладающий при соблюдении предпосылок его применения хорошими статистическими свойствами и приводящий к простой вычислительной процедуре, легко реализуемой на ЭВМ. Однако часто возникает ситуация, когда динамические ряды наблюдений для тех или иных показателей содержат выбросы, т. е. наблюдения, плохо согласующиеся со всей выборкой. В этом случае более эффективными оказываются так называемые робастные методы оценивания [Хьюбер, 1984], позволяющие получать оценки параметров, устойчивые к резким колебаниям в исходных данных. Часто при определении параметров того или иного уравнения заранее бывает неизвестно, какой именно метод оценивания окажется лучшим. Поэтому целесообразным может оказаться применение метода, являющегося в определенном смысле самым «компромиссным» из всех, имеющихся в арсенале исследователя [Носков, 1986а]. Кроме того, существуют различные процедуры выбора метода оценивания, позволяющие получать оценки с некоторыми заданными свойствами, например соответствующие минимуму прогнозной ошибки [Носков, Павлинская, 1985].

Для оценки качества описания динамики того или иного показателя с помощью построенного уравнения в эконометрике используется система традиционных критериев [Винн, Холден, 1981]: коэффициенты Дарбина — Уотсона, Тейла и множествен-

ной детерминации, оценка среднеквадратичного отклонения, средние относительные ошибки прогноза по обучающей и экзаменующей выборкам, F -критерий Фишера, t -статистика и т. д. Одним из основных критериев оценки качества уравнения является его соответствие экономическому смыслу входящих в него показателей. Наиболее жесткие требования при этом предъявляются к производственным функциям, вид которых не должен противоречить основным экономическим законам. Обычно проверка сохранения экономического смысла показателей в уравнении сводится к установлению правильности знаков соответствующих коэффициентов.

На основе изложенной методологии была разработана эконометрическая модель функционирования и развития промышленности некоторой конкретной области, исследование свойств которой выявило адекватность построенной модели и возможность ее успешного использования для решения следующих задач:

- прогнозирования ежегодных основных отчетных показателей функционирования промышленности области;

- выявления тенденций развития отраслей промышленности области;

- оценки сценариев экономического развития области при изменении существующих тенденций в политике освоения капитальных вложений;

- поиска наиболее эффективных способов достижения народнохозяйственных целей.

Результаты решения этих задач использовались при выработке предплановых рекомендаций по развитию отраслей промышленности области в двенадцатой пятилетке и на период до 2005 г.

В дальнейшем при моделировании промышленности административной области предполагается введение еще одного уровня ее описания, а именно представления отрасли как совокупности объединений и крупных предприятий, что приведет к ряду новых задач, в частности к необходимости учета динамики натуральных показателей в достаточно широкой номенклатуре и значительному повышению информативности модели.

2.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ НАРОДОНАСЕЛЕНИЯ И СОЦИАЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ОБЛАСТИ

При моделировании народонаселения области его следует рассматривать как источник трудовых ресурсов, необходимых для функционирования народного хозяйства. Исходя из этого в модель необходимо включить показатели, характеризующие демографическую структуру населения, уровень образования, профессиональную подготовленность и квалификацию различных групп. С другой стороны, так как основной задачей социалистического

общества является наиболее полное удовлетворение материальных и духовных потребностей советских людей, модель должна содержать показатели, отражающие благосостояние и уровень жизни населения. И наконец, поскольку степень удовлетворения потребностей людей определяется уровнем развития здравоохранения, социального обеспечения, коммунального хозяйства и т. д., а также торговли, общественного питания и бытового обслуживания, обеспеченностью учреждениями культуры, т. е. социального комплекса области в целом, модель должна включать показатели функционирования и развития этого комплекса.

Структурная схема модели народонаселения и социального комплекса, построенная с учетом приведенных соображений, представлена на рис. 2. Взаимосвязь блоков модели, изображенная на схеме посредством стрелок, выражается в том, что выходные показатели одних блоков служат входными показателями (факторами, управляющими воздействиями и т. д.) других. При этом нетрудно заметить, что граф связей блоков модели содержит циклы, и это вносит дополнительные затруднения при согласовании моделей отдельных блоков.

При выборе типов моделей отдельных блоков важным обстоятельством является их функциональная совместимость, которую проще всего обеспечить выбором однотипных моделей. Содержательный анализ демографических и социально-экономических процессов, лежащих в основе развития народонаселения и социального комплекса области, и анализ опубликованных результатов исследований по математическому моделированию такого рода процессов позволили ограничиться двумя типами моделей — динамическими балансовыми для блоков 1.1 и 2.1—2.6 и эконометрическими для 3.1—3.6, 4.1—4.3 (показатели блоков 1.2, 1.3 очевидным образом определяются через показатели перечисленных блоков).

С использованием балансовых и эконометрических зависимостей была построена модель народонаселения и социального комплекса, модели ряда блоков идентифицированы на статистическом материале конкретной области, и проведены соответствующие прогнозные расчеты. Ниже обсуждаются наиболее принципиальные моменты выполненного исследования и некоторые из полученных результатов прогнозирования.

Модель динамики социально-демографических показателей (блок 1.1) построена в виде балансовых соотношений для численностей групп населения, выделенных по социальным и демографическим признакам, существенным для той или иной задачи моделирования:

$$\begin{aligned}
 N_i(t+1) &= \sum_j A_{ij}(t) N_j(t) - B_i(t) N_i(t) + \\
 &+ \sum_j C_{ij}(t) N_j(t) + L(t) - M_i(t) \quad (2.2.1) \\
 (i, j &= \overline{1, m}; \quad t = 0, 1, 2, \dots).
 \end{aligned}$$

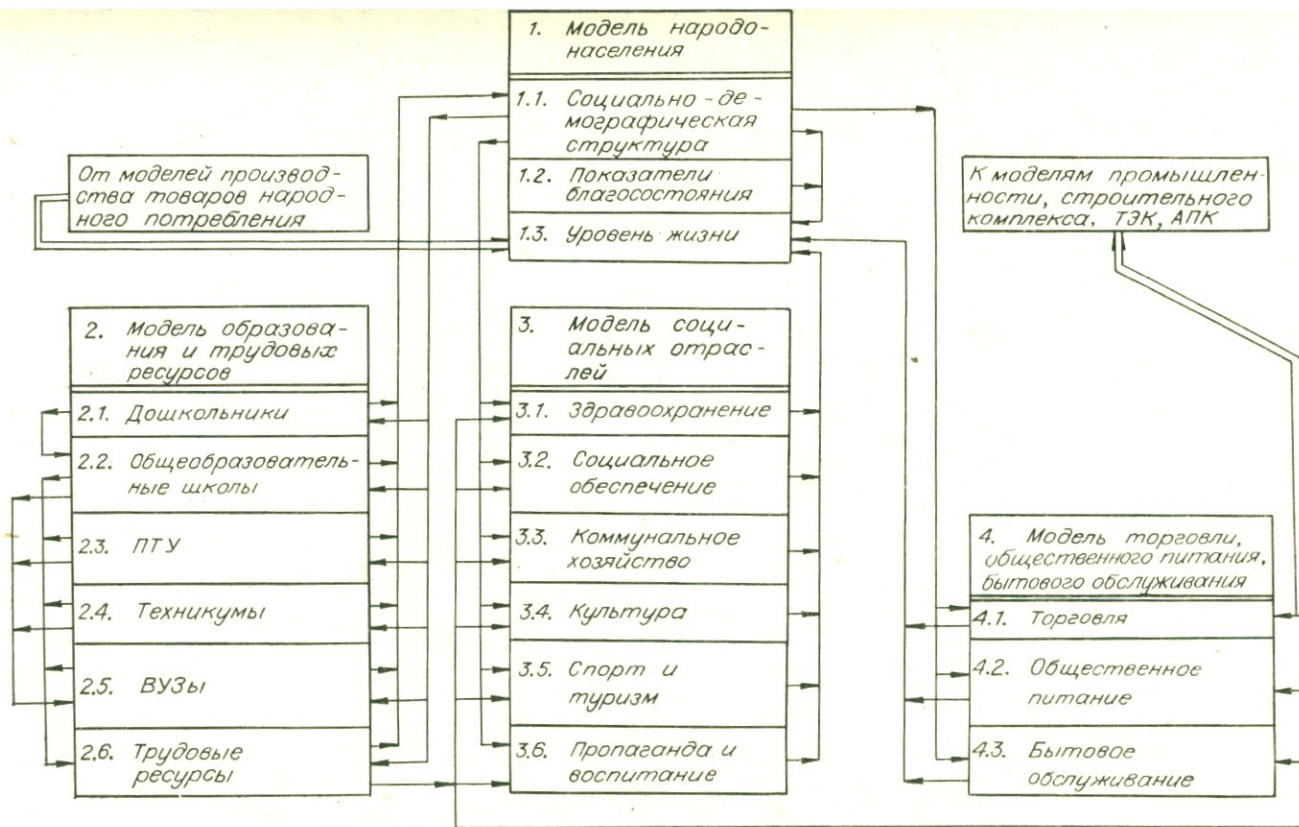


Рис. 2. Структурно-функциональная схема моделей народонаселения и социального комплекса области.

Здесь $N_i(t)$ — численность i -й группы на начало t -го года, $A_{ij}(t)$ — интенсивность рождаемости индивидов j -й группы от индивидов i -й группы в t -м году, $B_i(t)$ — интенсивность смертности индивидов i -й группы в t -м году, $C_{ij}(t)$ — интенсивность переходов индивидов из j -й в i -ю группу в t -м году, $L_i(t)$ и $M_i(t)$ — интенсивность иммиграции и эмиграции индивидов i -й группы в t -м году.

Модель (2.2.1) основана на концепции социальных и демографических признаков [Гаврилец, 1977] и естественным образом отражает движение населения. Аналогичные модели в различных вариантах описаны в ряде работ (например, [Староверов, 1979; Тихомиров, 1984; Басалаева, 1978]), однако в отличие от полученных там результатов в настоящей работе основное внимание уделялось исследованию возможностей применения модели (2.2.1) для прогнозирования социально-демографических процессов в области, в связи с чем исследованы различные схемы экстраполяции функций интенсивности A, B, C, L, M в зависимости от времени при различных уровнях полноты статистической информации. Оказалось, что приемлемую точность могут обеспечить авторегрессионные модели 2—3-го порядка.

Наиболее полно изучался частный случай модели (2.2.1) применительно к прогнозированию половозрастной структуры населения. Помимо теоретического интереса, который представляет изучение половозрастной структуры и трансформации ее во времени, появляется возможность выделить такие социальные группы, как трудоспособное население, население дошкольного и школьного возраста, население пенсионного возраста. Предсказание изменения численности этих групп во времени важно для надежного прогнозирования состояния трудовых ресурсов в народном хозяйстве области, развития образования, здравоохранения, социального обеспечения. Выделение в отдельную группу женщин фертильного возраста позволяет уточнить прогноз динамики рождаемости и, таким образом, повысить точность прогноза общей численности населения. Кроме того, при прогнозировании общей численности появляется возможность учитывать смертность в различных половозрастных группах, что также может повысить точность прогноза.

На основе общей модели (2.2.1) составляется система рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} N_{m, k}(t+1) &= N_{m, k}(t) - b_{m, k-1}(t) + Q_{m, k-1}(t), \\ N_{ж, k}(t+1) &= N_{ж, k}(t) - b_{ж, k-1}(t) + Q_{ж, k-1}(t), \\ N_{m, 0}(t+1) &= a_m(t), \quad N_{ж, 0}(t+1) = a_ж(t), \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

позволяющая выполнить передвижку половозрастной структуры населения на прогнозируемый период времени. Здесь $N_{m, k}(t)$ ($N_{ж, k}(t)$) — численность мужчин (женщин) в возрасте k лет на начало t -го года, $b_{m, k}(t)$ ($b_{ж, k}(t)$) — численность мужчин (женщин), умерших в возрасте k лет в t -м году, $Q_{m, k}(t)$ ($Q_{ж, k}(t)$) —

механический прирост мужчин (женщин) в возрасте k лет в t -м году, $N_{м,0}(t)$ ($N_{ж,0}(t)$) — численность мальчиков (девочек) в возрасте до 1 года на начало t -го года, $a_m(t)$ ($a_{ж}(t)$) — численность мальчиков (девочек), родившихся в t -м году.

Исходными статистическими данными для передвижки являются результаты переписи населения 1979 г. в виде численностей половозрастных групп

$$\langle N_{м,k}(1979) \rangle, \langle N_{ж,k}(1979) \rangle \quad (k = 0, 1, \dots, 99), \quad (2.2.3)$$

а также динамических рядов смертности

$$\langle b_{м,k}(1979), \dots, b_{м,k}(\tau) \rangle, \langle b_{ж,k}(1979), \dots, b_{ж,k}(\tau) \rangle \quad (2.2.4)$$

$$(k = 0 - 4, 5 - 9, \dots, 95 - 99),$$

рождаемости

$$\langle a_m(1979), \dots, a_m(\tau) \rangle, \langle a_{ж}(1979), \dots, a_{ж}(\tau) \rangle \quad (2.2.5)$$

$$(k = 0 - 4, 5 - 9, \dots)$$

и механического прироста населения

$$\langle Q_{м,k}(1979), \dots, Q_{м,k}(\tau) \rangle, \langle Q_{ж,k}(1979), \dots, Q_{ж,k}(\tau) \rangle \quad (2.2.6)$$

$$(k = 0, 1, \dots, 99),$$

где τ — последний год, для которого имеется статистическая информация.

С использованием этих статистических данных непосредственно по (2.2.2) выполняется передвижка половозрастной структуры населения с 1979-го на начало $(\tau + 1)$ -го года. Так как смертность представлена для возрастных групп с разбиением на пятилетние интервалы, а передвижка выполняется для возрастов с интервалом 1 год, произведен соответствующий пересчет рядов (2.2.4) посредством интерполяции.

Для передвижки с $(\tau + 1)$ -го до $(\tau + T)$ -го года необходим прогноз рождаемости a_m , $a_{ж}$, смертности $b_{м,k}$, $b_{ж,k}$ и механического прироста $Q_{м,k}$, $Q_{ж,k}$ по возрастным группам. На основе анализа статистических данных и результатов исследований [Кваша, 1974; Андреев, 1979; Борисов, 1975; Баркалов, 1984] при прогнозировании рождаемости, смертности и механического прироста населения были использованы следующие соображения.

1. Рождаемость мальчиков и девочек в среднем одинакова и определяется численностью женщин в возрасте 20—40 лет, т. е.

$$a_m(t) = a_{ж}(t) = A \sum_{h=20}^{40} N_{ж,h}(t),$$

где A — интенсивность рождаемости, принимаемая постоянной на весь период прогноза (существенно меньше длительности демо-

графического перехода [Баркалов, 1984]) и определяемая усреднением отношения

$$(a_m(t) + a_{ж}(t))/2 \sum_{h=20}^{40} N_{ж, h}(t)$$

за три последних года $t = \tau - 2, \tau - 1, \tau$. При этом численности $a_m, a_{ж}$ выбираются из рядов (2.2.5), а $N_{ж, h}$ — из результатов передвижки на указанные годы.

2. Смертность во всех половозрастных группах определяется численностью этих групп, т. е.

$$b_{м, h}(t) = B_{м, h} N_{м, h}(t), \quad b_{ж, h} = B_{ж, h} N_{ж, h}(t),$$

где $B_{м, h} (B_{ж, h})$ — интенсивность смертности мужчин (женщин), принимаемая постоянной на весь период прогноза и определяемая усреднением отношений

$$b_{м, h}(t)/N_{м, h}(t) \quad \text{и} \quad b_{ж, h}(t)/N_{ж, h}(t)$$

за три последних года $t = \tau - 2, \tau - 1, \tau$.

3. Прогнозирование механического прироста населения области возможно лишь на основе моделей внутренних и внешних по отношению к области миграционных процессов, построение которых в настоящее время затруднительно из-за отсутствия достаточно полной и надежной статистической информации. С другой стороны, для рассматриваемой конкретной области оказалось, что в последние годы сальдо миграции населения незначительно по величине, т. е. можно принять численности $Q_{м, h}, Q_{ж, h}$ в (2.2.2) при передвижке на $(\tau + 2)$ -й и последующие годы равными нулю.

В соответствии с изложенной схемой была выполнена передвижка половозрастной структуры с 1979-го по $(\tau + T)$ -й год включительно. По результатам передвижки для ряда лет были построены половозрастные пирамиды. По терминологии [Хагетт, 1973], эти пирамиды характеризуют изучаемое население как установившееся, стабильное, однако в каждой из пирамид имеются по три ярко выраженных провала в численностях мужчин и женщин, связанных с демографическими последствиями Великой Отечественной войны 1941—1945 гг. Наблюдается уменьшение глубины каждого последующего провала на 20—30% в сравнении с глубиной предыдущего, так что через несколько поколений деформация половозрастной структуры должна исчезнуть, однако на протяжении 2—3 десятилетий она еще будет существенно влиять на стабильность численности различных возрастных групп населения. Конечно, эта тенденция не будет проявляться в чистом виде, так как на изменение численности групп во времени будут оказывать влияние и другие факторы, однако циклический характер изменения численности возрастных групп населения, вызванный указанными причинами, по-видимому, будет преобладать.

Приведенные рассуждения относятся к долгосрочному и дальнесрочному прогнозам динамики численности населения области

и носят приближенный характер. Что касается краткосрочного и среднесрочного прогнозов численности населения в возрасте до 15 лет, населения трудоспособного и пенсионного возраста, то с использованием результатов выполненной передвижки были построены достаточно надежные оценки будущих численностей этих групп.

Дальнейшее развитие модели народонаселения должно идти в направлениях: а) более полного учета миграционных процессов при демографических расчетах; б) составления балансовых соотношений для социальных групп, выделенных по признакам уровня благосостояния, бытовых условий и т. д., и изучения на модели возможных путей развития этих групп; в) проведения вариантных расчетов для обоснования плана развития социальных отраслей.

Модель образования (блоки 2.1—2.6), как обычно [Басалаева, 1978], строится в виде динамических балансовых соотношений для численностей школьников, учащихся ПТУ и техникумов, студентов ВУЗов. Для численностей школьников балансовые соотношения имеют следующий вид:

$$N_i(t+1) = (1 - a_{i-1}(t) + b_{i-1}(t) - c_{i-1}(t) - d_{i-1}(t))N_{i-1}(t) + d_i(t)N_i(t) - k^{\text{ПТУ}}(t+1)M^{\text{ПТУ}}(t+1)|_{i=9} - k^T(t+1)M^T(t+1)|_{i=9}, \quad (2.2.7)$$

$$(i = \overline{2, 10}),$$

где $N_i(t)$ — численность школьников i -х классов общеобразовательных школ на начало $(t/t+1)$ -го учебного года; $a_i(t)$, $b_i(t)$ — коэффициенты смертности и миграции i -классников в $(t/t+1)$ -м учебном году; $d_i(t)$, $c_i(t)$ — коэффициенты, учитывающие i -классников, оставшихся на второй год и ушедших на производство в $(t/t+1)$ -м учебном году; $M^{\text{ПТУ}}$, $M^T(t)$ — планы приема в ПТУ и техникумы на базе 8 классов в $(t/t+1)$ -м учебном году; $k^{\text{ПТУ}}(t)$, $k^T(t)$ — коэффициенты, учитывающие долю зачисленных в ПТУ и техникумы в $(t/t+1)$ -м учебном году из числа окончивших школу в $(t-1/t)$ -м учебном году.

Балансовые соотношения для численностей учащихся ПТУ и техникумов и студентов ВУЗов имеют аналогичный вид. Модель динамики трудовых ресурсов (блок 2.6) носит несколько иной характер и может быть представлена как частный случай соотношения (2.2.1). Между блоками модели образования и трудовых ресурсов имеется очевидная связь, обусловленная социальным движением населения в возрасте до 25—30 лет.

При использовании модели образования и трудовых ресурсов в режиме прогнозирования проводилась предварительная идентификация и экстраполяция параметров a , b , c , d , k на начало периода упреждения прогнозирования. Анализ статистической информации за прошлые годы показал, что здесь достаточно ограничиться линейной экстраполяцией. Были использованы также прогнозы численности дошкольников, полученные на модели народонаселения, и планы приема в специальные учебные заведе-

ния. На модели (2.2.7) выполнен прогноз численности учащихся общеобразовательных школ области с разделением по классам. Проведены также прогнозные расчеты численности учащихся специальных учебных заведений области. Полученные результаты дают возможность научно обоснованно подходить к оценкам будущей численности трудовых ресурсов в области, требуемого фонда социального обеспечения, необходимой численности учителей и школьных площадей, а также более обоснованно планировать выпуск специальных учебных заведений.

Дальнейшее развитие модели образования и трудовых ресурсов должно идти по пути совершенствования информационного обеспечения модели с учетом проводимой в стране перестройки работы общеобразовательных школ и ПТУ, а также в направлении дифференцированного подхода к трудовым ресурсам и построения соответствующих балансовых соотношений типа (2.2.1), что обеспечит совместное функционирование всех блоков модели и в конечном счете позволит получить надежный прогноз динамики численности различных категорий трудовых ресурсов народного хозяйства области.

Модели комплекса социальных отраслей (блоки 3.1—3.6, 4.1—4.3) основаны на использовании эконометрического подхода и представляют собой для каждой отрасли одно или несколько регрессионных уравнений

$$y(t+1) = \alpha + \beta t + \sum_i \gamma_i x_i(t), \quad (2.2.8)$$

где y — показатель функционирования отрасли, x_i — влияющие на него факторы (значения y в прошлые годы, объемы капитальных вложений в прошлые годы, численность трудовых ресурсов в отрасли, численность различных групп населения и т. д.).

Оценивание параметров α , β , γ проводится наиболее распространенным методом наименьших квадратов на основе статистической информации о y и x_i за 10—15 лет.

Для ряда социальных отраслей конкретной области была выполнена идентификация параметров уравнения (2.2.8) на статистическом материале и проведены прогнозные расчеты развития этих отраслей. Анализ точности модели и прогнозов в целом свидетельствует в пользу выбранного типа моделей, однако для ряда отраслей (в частности, блоки 4.1—4.3) целесообразно перейти к более сложным нелинейным регрессионным уравнениям или вообще воспользоваться другим типом моделей для получения более надежных результатов.

Кроме расширения класса используемых зависимостей, развитие модели социальных отраслей должно идти в направлении более полного учета капитальных вложений в каждую отрасль и степени их освоения, а также по пути проведения вариантных расчетов, позволяющих получить оценку развития социальных отраслей при различных объемах капитальных вложений и обеспеченности трудовыми ресурсами.

В заключение заметим, что на основе изложенного подхода разрабатывается автоматизированная система моделирования, ориентированная на не подготовленного в области моделирования пользователя и предназначенная для проведения вариантных прогнозных расчетов, связанных с развитием народонаселения и социального комплекса области. Такая система при условии ее внедрения может стать эффективным инструментом при проведении предплановых расчетов в областных планирующих органах.

2.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНИКИ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Вопросы оценки экономической эффективности сельскохозяйственной техники включают задачи рационального комплектования и распределения техники по объектам с учетом возможного эффекта от ее потребления. От того, куда в первую очередь будет направлена новая техника, в значительной степени зависят эксплуатационные затраты и в конечном счете затраты на производство сельскохозяйственной продукции в регионе (области). Многообразие объективных факторов эксплуатации машин и необходимость их количественной оценки делают актуальной разработку научно обоснованной методики расчетов эффективности сельскохозяйственной техники на основе моделей оптимального планирования.

Если рассматривать сельскохозяйственную технику как ресурс, то для ее оценки применим метод, основанный на исчислении нормативного эффекта от эксплуатации ресурсов.

В экономических исследованиях, опирающихся на теорию оптимального планирования, широко используется положение, что действующие основные фонды должны обеспечить через некоторое время определенный экономический эффект (годовая норма этого эффекта называется нормой эффективности). Поэтому при построении математической модели для задачи приобретения и загрузки техники — модели оптимальной структуры машинно-тракторного парка (МТП) — для каждого рассматриваемого варианта использования техники нужно учитывать не только эксплуатационные затраты, но и капитальные затраты с определенным коэффициентом приведения (равным норме эффективности). Таким образом, в модели оптимальной структуры МТП в сельском хозяйстве области наряду с амортизационными отчислениями, входящими в себестоимость работ, будет учтен и нормальный экономический эффект от применения приобретаемой техники.

Оптимизационный подход к заказу технических средств на основе линейно-программных моделей позволяет не только решать задачи сбалансированности планов использования техники, выбора рациональных способов и сроков выполнения работ при достижении минимума приведенных затрат, но и одновременно

исчислять экономические показатели — объективно обусловленные оценки факторов.

В традиционной практике определение годового экономического эффекта многих вариантов новой техники основывается на сопоставлении базового варианта с новым. В методике определения экономической эффективности новой техники в народном хозяйстве за основу для сравнения принимаются показатели заменяемой техники, а также показатели лучшей техники, спроектированной или имеющейся в СССР.

Вопрос об эффективности новой техники не может решаться изолированно, вне той обстановки, в которой техника будет использоваться. Поэтому при расчете экономического эффекта следует учитывать не только прямой эффект от применения машин, но и косвенный, показывающий, как ее внедрение отразится на эффективности других машин в хозяйстве, какие при этом произойдут изменения в составе МТП, годовой загрузке тракторов и сельскохозяйственных машин и эксплуатационных издержках, т. е. при оценке новой техники необходим комплексный подход.

При выяснении вопроса об эффективности той или иной машины необходимо учитывать лимитированность факторов, с которыми сопряжено ее использование. Эти два момента наилучшим образом реализуются в рамках оптимальных моделей производственного планирования.

Задача приобретения и загрузки сельскохозяйственной техники достаточно точно может быть описана линейно-программной моделью. Решение этой модели позволяет определять не только оптимальную политику пополнения и использования МТП парка, но и оценки в единицах измерения целевой функции всех учитываемых в модели факторов, в том числе и используемых машин. Последние получили название прокатных оценок (термин введен Л. В. Канторовичем) и представляют собой плату за эксплуатацию машин в рассматриваемый период. Так как экономический смысл этого понятия проявляется лишь при рассмотрении оптимизационных математико-экономических моделей, то в работе будет уделено необходимое внимание теории линейного программирования (ЛП) и ее экономическим приложениям.

При решении любой задачи линейного программирования получается система экономических показателей, объективно обусловленных оценок, сопровождающих оптимальный план. Причем только при экономико-математическом анализе возможно построение и использование таких показателей, которые не возникают при традиционном подходе к планированию. Возможности экономико-математического анализа в большей мере определяются наличием двойственной задачи, связанной с данной линейно-программной задачей:

найти $\min CX$ при условиях

$$AX \geq B, \quad X \geq 0.$$

Двойственная задача записывается в виде:
найти $\max UB$ при условиях

$$UA \leq C, \quad U \geq 0.$$

При этом данная задача имеет решение одновременно с двойственной и их экстремумы совпадают. Для наличия экстремума достаточно, чтобы обе задачи имели допустимые решения.

Результаты исследований, связанных с понятием двойственности, представляют собой центральную часть теории линейного программирования. Из них вытекают многие другие результаты, как теоретические, так и практические, на них базируются основные эффективные методы решения задач ЛП.

В математических моделях производственного планирования в регионе учитываемые факторы принято называть ингредиентами. Таковыми могут служить используемые природные и энергетические ресурсы, капиталовложения, используемое оборудование и транспортные средства, различные виды сырья и материалов, конечные и промежуточные продукты, а также используемые трудовые ресурсы. В процессе производства некоторые из ингредиентов производятся, другие — затрачиваются. Основной характеристикой реализованного производственного процесса является так называемый балансовый вектор, компоненты которого указывают, в каком объеме произведен каждый из имеющихся ингредиентов. При этом для каждого ингредиента может быть своя единица измерения и отрицательный объем производства, естественно, трактуется как затраты соответствующего ингредиента.

Допустим, что в производстве участвуют m различных ингредиентов и имеется n технологических (производственных) способов. Каждый из производственных способов характеризуется m -мерным вектором

$$a^j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}), \quad j \in N = \{1, 2, \dots, n\}, \quad (2.3.1)$$

компоненты которого указывают объем производства различных ингредиентов при использовании данного способа с единичной интенсивностью. Производственный план определяется выбором вектора

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_j \geq 0, \quad j \in N. \quad (2.3.2)$$

Если предположить, что при использовании j -го технологического способа с интенсивностью x_j производство всех ингредиентов увеличивается в x_j раз по сравнению с единичной интенсивностью (гипотеза однородности), а результаты работы различных способов суммируются (гипотеза аддитивности), то итоги производства характеризуются балансовым вектором

$$a(x) = \sum_{j \in N} x_j a^j = \left(\sum_{j \in N} a_{1j} x_j, \sum_{j \in N} a_{2j} x_j, \dots, \sum_{j \in N} a_{mj} x_j \right). \quad (2.3.3)$$

Далее, предположим заданными вещественные числа

$$b_i, \quad i \in M = \{1, 2, \dots, m\}, \quad (2.3.4)$$

которые характеризуют имеющиеся ресурсы и требуемый ассортимент продукции по m ингредиентам. При этом допустимыми считаются такие производственные планы (2.3.2), при которых балансовый вектор (2.3.3) удовлетворяет условиям

$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i \in M. \quad (2.3.5)$$

Таким образом, относительно некоторых ингредиентов $b_i < 0$, $i \in M$ предполагается, что они будут поступать в рассматриваемый производственный комплекс извне и в заданных количествах $b_i = |b_i|$. Это обычно природные и энергетические ресурсы, капиталовложения, оборудование, транспортные средства, сырье и материалы, а также трудовые ресурсы. Часть ингредиентов представляет собой конечные продукты данного производства. По ним имеются определенные задания $b_i \geq 0$.

Наконец, предположим, что использование каждого способа связано с расходом одного из перечисленных ингредиентов или особо выделенного ингредиента в количестве c_j при единичной интенсивности способа a^j . В виде показателя качества производственного плана в рассматриваемой модели принимается суммарный расход этого ингредиента

$$\sum_{j \in N} c_j x_j. \quad (2.3.6)$$

Таким образом, мы приходим к следующей задаче линейного программирования в канонической форме: при заданных векторах (2.3.1) и вещественных числах (2.3.4) во множестве допустимых планов (2.3.2), удовлетворяющих условиям (2.3.5), определить оптимальный план, для которого достигает минимума величина (2.3.6). Или, объединив все условия:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in N} c_j x_j &\rightarrow \min, \\ \sum_{j \in N} a_{ij} x_j &\geq b_i, \quad i \in M, \\ x_j &\geq 0, \quad i \in N. \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Экономическая интерпретация решения двойственной задачи. Итак, математической моделью процесса технической обеспеченности производства оказалась задача линейного программирования (2.3.7). Ей может быть поставлена в соответствие двойственная задача

$$\begin{aligned} \sum_{i \in M} b_i y_i &\rightarrow \max, \\ \sum_{i \in M} a_{ij} y_i &\leq c_j, \quad j \in N, \\ y_i &\geq 0, \quad i \in M. \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

Компоненты вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ в двойственной задаче (2.3.8) трактуются как оценки ингредиентов модели, выраженные в единицах ингредиента, выделенного для измерения качества допустимых планов в задаче (2.3.7). Это означает, что оценка ингредиента принимается равной 1. Таким образом, решение задачи (2.3.8) порождает некоторую систему оценок ингредиентов, рассматриваемых в прямой задаче (2.3.7). Для установления некоторых свойств указанной системы оценок вспомним, что допустимые векторы $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ в прямой и двойственной задачах тогда и только тогда являются оптимальными, если они удовлетворяют соотношениям двойственности. Другими словами, допустимый производственный план в задаче (2.3.7) оптимален тогда и только тогда, когда найдется система оценок $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ для ингредиентов, рассматриваемых в этой задаче, обладающая свойствами:

- 1) $y_i \geq 0$;
- 2) $\sum_{i \in M} a_{ij} y_i \leq c_j, \quad j \in N$;
- 3) $\sum_{i \in M} a_{ij} y_i = c_j$, если $x_j > 0$;
- 4) $y_i = 0$, если $\sum_{j \in N} a_{ij} x_j > b_i$.

В экономической интерпретации эти свойства означают следующее.

1. Оценка каждого ингредиента не отрицательна.

2. Для каждого возможного производственного способа a^j получаемый эффект, который выражается алгебраической суммой оценок производственных и затраченных ингредиентов, не превосходит c_j — расхода, связанного с применением способа. Таким образом, в модели не существует сверхрентабельных способов.

3. В оптимальном производственном плане используются только рентабельные способы a^j , для которых суммарная оценка получаемой продукции равна расходу c_j .

4. Ингредиенты, не лимитирующие производство, т. е. такие, которые при оптимальном производственном плане могут производиться с избытком или недоиспользоваться, имеют нулевые оценки.

Роль оптимальных значений переменных двойственной задачи ЛП не ограничивается тем, что они могут трактоваться как оценки, позволяющие сопоставлять затраты с результатами. Они позволяют также оценивать степень влияния изменения правых частей ограничений задачи на величину оптимума. Когда задача решена, то, естественно, интересно и важно знать, как повлияет на величину оптимального значения целевой функции увеличение или уменьшение запаса того или иного ресурса. Оказывается, что если оптимальное значение целевой функции задачи (2.3.7) рассматривать как функцию правых частей огра-

ничений $\Phi(b_1, b_2, \dots, b_m)$, то имеет место равенство

$$\frac{\partial \Phi(b_1, b_2, \dots, b_m)}{\partial b_i} = y_i. \quad (2.3.9)$$

Таким образом, оценки характеризуют скорость изменения оптимального значения целевой функции в зависимости от изменения количества ресурсов: дополнительная единица i -го ингредиента позволяет сэкономить y_i единиц в затратах на производство.

Свойства двойственных оценок и их экономический смысл были глубоко проанализированы автором первых исследований по линейному программированию советским математиком Л. В. Канторовичем [Канторович, 1960]. Он назвал эти оценки объективно обусловленными. Объективная обусловленность оценок отражает тот факт, что они представляют объективно необходимые затраты на производство продукции в данных природных условиях. Оценки конкретны, связаны с конкретной обстановкой, но в то же время устойчивы, т. е. при небольших изменениях условий производства они сохраняют свои значения. Благодаря последнему обстоятельству оценки оказываются не только средством проверки качества (оптимальности) плана, учитывающим происходящие изменения и оценивающим эффективность отдельных производственных решений. Решения, принимаемые на основе оценок, автоматически согласуются с общим планом, не нарушают, а поддерживают его оптимальный характер.

В настоящей работе существенным образом используется то обстоятельство, что при расчете рассмотренной модели производственного планирования положительные объективно обусловленные оценки получают не только производимые и затрачиваемые продукты и используемые трудовые ресурсы, но также используемые природные ресурсы, арендуемое оборудование и транспортные средства, электроэнергия, капиталовложения и другие факторы. Объективно обусловленные оценки этих факторов могут служить базой для количественного определения различного рода рентных платежей, прокатных оценок, тарифов, платы за фонды, верхней границы цены на новую технику и т. п. Здесь в первую очередь нас будут интересовать прокатные оценки используемой в сельском хозяйстве техники в регионе и оценки проведенных сельскохозяйственных работ.

Оценки работ в оптимальном плане включают, кроме себестоимости, удельные капитальные затраты. Тем самым в них отражается использование ограниченных производственных ресурсов, которые приводятся к себестоимости с помощью нормы эффективности. Оценки для конкретного вида техники (прокатные оценки) отражают эффект от привлечения дополнительной машины в напряженный период и входят в оценки работ, выполняемых некоторым числом экземпляров этого вида сельскохозяйственных машин в пиковый период, т. е. в оценках работ отра-

жается «плата» за использование техники в напряженные периоды в размере оптимальных оценок. С помощью оптимальных оценок становится возможным определение экономического эффекта от использования новой техники. Известно, что от размера полученного эффекта в существенной степени зависит значение верхней границы цены на новую машину. Именно такой подход использовался при ориентировочном расчете верхней границы цены новой машины в условиях степной зоны Сибири в 1963—1965 гг. [Орлова, 1968].

Основой расчета послужили оценки тракторов, сельскохозяйственных машин по периодам и оценки комплекса работ, полученные при решении задач оптимизации структуры МТП для конкретных хозяйств Западной Сибири.

Методика расчетов экономической эффективности от использования техники в сельском хозяйстве (на примере трактора К-710). Ценообразование на новую продукцию машиностроения должно обеспечить относительное удешевление новой продукции для потребителя в расчете на единицу конечного полезного эффекта по сравнению с ранее освоенной. Применительно к тракторам понимается улучшение основных их свойств (производительности, мощности, долговечности, надежности и т. п.), совокушно проявляющееся в стоимостном выражении в экономическом эффекте.

Приведем формулу расчета лимитных цен и экономического эффекта при разработке новой продукции:

$$Ц_{л} \leq 0,85 \left(Ц_{б} \frac{B_1 \frac{1}{T_1} + E_n}{B_2 \frac{1}{T_2} + E_n} + \frac{И_1 - И_2}{T_2 + E_n} \cdot 0,9 \right), \quad (2.3.10)$$

где $Ц_{б}$ — базовая цена; $\frac{B_1}{B_2}$ — коэффициент учета роста производительности единицы нового изделия по сравнению с базовым; B_1, B_2 — годовые объемы продукции (работы), производимые при использовании единицы соответственно базового и нового изделий, в натуральных единицах;

$\frac{\frac{1}{T_1} + E_n}{\frac{1}{T_2} + E_n}$ — коэффициент учета изменения срока службы нового изделия по сравнению с базовым; T_1, T_2 — сроки службы соответственно базового и нового изделий с учетом морального износа; $И_1, И_2$ — годовые эксплуатационные издержки потребителя при использовании им базового и нового изделий в расчете на годовой объем продукции (работы), производимой с помощью нового изделия; E_n — нормативный коэффициент эффективности (0,15); 0,9 и 0,85 — коэффициенты относительного удешевления новой продукции,

гарантирующие снижение лимитных цен на единицу конечного полезного эффекта.

В основе лимитной цены лежит верхняя граница цены на новый вид изделия. Верхняя граница цены может быть исчислена на основе эффекта от использования нового изделия в потреблении.

Для расчета эффекта в потреблении нового трактора К-710 использовались издержки потребителя в сельском хозяйстве, которые исчисляются на основе оптимизационного подхода. Речь идет о сравнении двух машинных парков — базового состава МТП и нового состава МТП, рассчитанных при оптимизации их структуры. В оценку работ, выполняемых базовым составом МТП, входят, помимо текущих эксплуатационных затрат, капитальные затраты с коэффициентом приведения, равным нормативному коэффициенту эффективности, т. е. в формуле (2.3.10) в состав I_1 входят следующие компоненты: стоимость горючего, заработная плата, отчисления на текущий и капитальный ремонт и прочие.

Кроме того, учитываются отчисления на реновацию и нормативный экономический эффект от применения базового состава МТП:

$$\left(\frac{1}{T_1} + E_n\right) C_6. \quad (2.3.11)$$

Применительно к вышеуказанной методике рассмотрим наш метод определения годовых эксплуатационных издержек потребления при использовании новой техники на примере К-710. Преобразуем формулу (2.3.10):

$$C_{\text{л}} \left(\frac{1}{T_2} + E_n\right) \leq 0,85 \left\{ \left[C_6 \left(\frac{B_1}{B_2}\right) \left(\frac{1}{T_1} + E_n\right) + 0,9 I_1 \right] - 0,9 I_2 \right\}. \quad (2.3.12)$$

Обозначим $\frac{1}{T_1} + E_n$ через α_1 и $\frac{1}{T_2} + E_n$ через α_2 .

Пусть $C_6 \left(\frac{B_1}{B_2}\right) \alpha_1 + 0,9 I_1 = \Pi_6$ — приведенные затраты на выполнение комплекса работ базовым составом МТП, а $0,9 \times \times I_2 = \Pi'_n$ — часть приведенных затрат на выполнение комплекса работ новым составом МТП. Тогда формула (2.3.12) примет вид

$$\alpha_2 C_{\text{л}} \leq 0,85 (\Pi_6 - \Pi'_n), \quad C_{\text{л}} \leq \frac{0,85 (\Pi_6 - \Pi'_n)}{\alpha_2}. \quad (2.3.13)$$

Рассмотрим структуру затрат, входящих в Π'_n .

Поскольку цена нового изделия еще неизвестна, то неизвестны затраты на текущий и капитальный ремонт, определяемые в проектном варианте в зависимости от стоимости новой машины.

В Π'_H включаются заработная плата при выполнении работ, стоимость горючего, затраты на текущий ремонт и хранение сельскохозяйственных машин, отчисления на реновацию и приведенная стоимость сельскохозяйственных машин. Годовой эффект от применения нового трактора на фоне базового состава МТП определяется как сумма частных эффектов, дифференцированных по видам работ, способам и срокам их выполнения. Последнее справедливо, если затраты на выполнение работ связаны с потерями в урожайности в зависимости от сроков их исполнения. В нашем случае это разница между Π_6 , определенными на основе оценок работ в оптимальном плане, прокатных оценок сельскохозяйственных машин и Π'_H .

Схему расчета дадим ниже. Существенным является использование оценок оптимального плана, определенных в результате решения задачи оптимизации структуры МТП базовым составом тракторов и сельскохозяйственных машин. Это не исключает сравнение вновь проектируемого трактора с базовым трактором по технико-экономическим параметрам. Однако эффект от использования нового трактора должен исчисляться на основе комплексного подхода с учетом всех факторов, связанных с применением новой техники. Применительно к тракторам справедливо учитывать дополнительный набор приспособлений, которые расширяют технологические возможности его использования и повышают эффективность его применения. Но производство этого набора связано с дополнительными издержками, которые также необходимо учитывать при исчислении эффекта от использования новой машины.

В условиях работы агропромышленного комплекса необходимо также учитывать затраты, связанные с инженерно-технологическим обслуживанием на селе сложных видов сельскохозяйственной техники, так называемые сопряженные затраты. Их необходимо вычитать из экономии приведенных затрат по новому изделию.

При определении экономии по заработной плате в связи с абсолютным высвобождением рабочих дополнительно должны учитываться выплаты из фондов общественного потребления в размере 40% фонда заработной платы. В нашем случае этот момент учитывается при определении оптимального варианта комплектования МТП базовым составом в условиях острого дефицита рабочей силы и возможностей привлечения работников со стороны (за счет отвлечения из других сфер общественного производства). В затраты на привлечение включаются затраты на обустройство работников в сельскохозяйственной сфере, а также в качестве затрат могут быть учтены выплаты из фондов общественного потребления.

Тогда формула (2.3.13) примет вид

$$\Pi_{\text{л}} = \frac{0,85 (\Pi_6 - \Pi'_H - Z_{\text{тр}} - Z_{\text{об}})}{\alpha_2}, \quad (2.3.14)$$

где $Z_{тр}$ — затраты, связанные с привлечением труда, $Z_{об}$ — сопряженные затраты, связанные с эксплуатацией МТП.

Исходным моментом является гипотеза устойчивости оценок и возможности корректировки с их помощью плана использования машин без его пересчета в целом.

Введем обозначения. Пусть L — эффект от использования трактора, C — цена на новый трактор, f и α — соответственно амортизационные отчисления и норма эффективности капитальных вложений. Суммарный годовой эффект от использования нового трактора L определяется как сумма максимальных эффектов по периодам возможного использования трактора в течение года. Следовательно, для его исчисления должны быть известны работы, которые может выполнять новый трактор, и параметры соответствующих агрегатов. Эффект от работы трактора за расчетный период зависит от выработки агрегата, оптимальных оценок работ, оценок машин, включенных в агрегат, и части эксплуатационных затрат трактора.

Верхняя граница цены на трактор определяется (сх. 1) как частное от деления годового эффекта на амортизационные отчисления и норму эффективности капитальных вложений, исчисленных как доля от стоимости нового трактора.

Оптимальный план комплектования и использования МТП

Система объективно обусловленных оценок работ и сельскохозяйственных машин по периодам

Технико-экономические показатели нового трактора. Набор технологических способов использования нового трактора на работах

Эффективность всех технологических способов (j, s) использования трактора в каждый период (t)

$$\max_{j,s} U_{jt}^s = U'_t$$

Суммарный годовой эффект

$$\sum_{t=1}^T U'_t = L$$

Цена нового трактора C
 $C \leq L/(\alpha + f)$

Схема 1. Расчет верхней границы цены нового трактора (машины).

Оценку эффективности трактора К-710 предполагается вести, принимая во внимание дополнительные факторы, не учтенные ранее, а именно:

а) уменьшение затрат, связанных с привлечением постоянных механизаторов и временных работников, с учетом коэффициента эффективности использования трудовых ресурсов по зонам страны и затрат, связанных с обустройством и профессиональной подготовкой механизаторских кадров;

б) изменение сопутствующих капитальных вложений, рассчитанных за весь срок службы нового трактора.

Методика расчета эффекта от применения трактора в степной зоне. При обосновании целесообразности производства новой продукции важное значение имеет размер экономического эффекта, который можно получить при ее использовании. На основе этого эффекта рассчитывается предельно допустимая верхняя граница цены на каждое новое изделие.

Известно, что лимитная цена нового трактора — цена, при которой приведенные затраты системы машин с данным трактором и системы машин с базовым трактором одинаковы. Таким образом, определение лимитной цены сводится к определению разности между приведенными затратами системы машин сравниваемого и нового трактора, т. е. в данном случае исходим из предположения, что уровень затрат при производстве работ новым трактором должен быть не выше уровня затрат при производстве работ на старом базисе.

Прежде чем приступить к доказательству эффективности новой техники, следует сначала оптимизировать план производства и применения старой. Только в этом случае величина экономического эффекта покажет действительные преимущества новой техники, не связанные с недоучетом возможностей использования уже имеющейся в базисном плане. Такой подход в максимальной степени устраняет субъективизм при выборе базы для сравнения.

Количественным измерителем эффективности нового трактора будет разность целевых функций базисного и нового плана.

При оптимизационном подходе мы учитываем, таким образом, два обстоятельства:

а) работы выполняются на уровне затрат, объективно обусловленных для данного хозяйства;

б) для трактора оцениваемой марки всегда найдется фронт работ (во всяком случае, ожидаемый эффект от использования трактора должен корректироваться по фактическому уровню использования трактора в хозяйстве).

При таком подходе отпадает проблема выбора базы для сравнения, так как новая машина может быть оценена в комплексе наиболее рациональных машин, уже существующих в сельском хозяйстве.

Важным специфическим показателем является показатель высвобождения рабочей силы, обусловленный внедрением в сельское хозяйство новых машин, а также возросшим дефицитом механизаторов в сельском хозяйстве и затратами, связанными с привлечением работников из других районов, областей и отраслей народного хозяйства. В наших расчетах затраты на привлечение дефицитных специальностей (механизаторов) и создание соответствующей инфраструктуры взяты в размере 5000 руб. в год (эта цифра в дальнейшем должна быть уточнена).

Необходимо учитывать также сопряженные затраты, связанные с созданием материально-технической базы обслуживания новых тракторов. Известно, что на каждый рубль, вложенный в

тракторный парк, необходимо вкладывать в материально-техническую базу обслуживания 0,77—1,15 руб.

В сельском хозяйстве главное — своевременное выполнение работ. Из-за недостатка техники затягиваются сроки проведения многих сельхозработ. В результате наблюдается большой недобор фактического урожая. В то же время нельзя не учитывать влияние мощных тракторов на почву и связанное с этим некоторое падение урожайности. Влияние этих двух обстоятельств, таким образом, в наших расчетах взаимно компенсируется.

Необходимо отметить, что при расчетах оптимальной структуры МТП в условиях Северного Казахстана в начальные условия закладывались крайне сжатые сроки проведения сельскохозяйственных работ: закрытие влаги проводится за 3 дня, посев — за 6 дней, скашивание и подбор зерновых — за 8—10 дней, уборка и транспортировка соломы — за 15—20 дней, транспортировка зерна от комбайнов — за 14 дней. Именно в этих условиях была определена оптимальная структура МТП для типичного хозяйства рассматриваемого региона с почвами, подверженными ветровой эрозии, и полосным размещением культур в полях севооборота.

Рассмотрим порядок определения верхней границы цены. Предположим, что известны данные по какому-то хозяйству, имеющему определенную структуру посевных площадей, типичную для рассматриваемой зоны, набор сельскохозяйственных машин, который может быть полезен для хозяйства в этой зоне, цены на сельскохозяйственные машины, эксплуатационные затраты, связанные с производством работ в хозяйстве; тогда в этих условиях можно определить оптимальный план комплектования и применения сельскохозяйственной техники в хозяйстве, график использования машин по периодам, оценки сельскохозяйственных работ и прокатные оценки тракторов по периодам.

Относительно нового трактора должны быть известны также его технические характеристики, набор агрегируемых с ним сельскохозяйственных машин и часть эксплуатационных затрат, не зависящая от стоимости нового трактора. Сюда включаются заработная плата при работе агрегата за смену, стоимость горючего, затраты на текущий ремонт и хранение сельскохозяйственных машин, отчисления на реновацию и приведенные затраты на производство сельскохозяйственных машин. В этом случае максимальный эффект от использования нового трактора в период t определяется как разность

$$\max_{j,s} \left\{ a_{jt}^s e_j - \sum_{i=1}^I \lambda_{ij}^s e_i^t - \sum_{m=1}^N a_{mj}^s \tilde{e}_m^t - q_{jt}^s \right\} = I'_t.$$

Суммарный годовой эффект от применения нового трактора определяется как $\sum_{t=1}^T I'_t = L$, где a_{jt}^s — производительность трак-

тора; λ_{ij}^s — количество машин в агрегате; a_{mj}^s — количество обслуживающего персонала; $e_j, e_i^t, \tilde{e}_m^t$ — оптимальные оценки факторов; q_{jt}^s — часть эксплуатационных затрат.

Обозначим неизвестную цену на новый трактор через C . Пусть α — норма эффективности капитальных вложений, f — норма отчислений на реновацию, капитальный, текущий ремонт и технические уходы за новым трактором, а также сопряженные затраты, связанные с его использованием. Зная годовой экономический эффект от использования нового трактора L , нормативные коэффициенты α и f , сопряженные затраты, можно определить границу цены на новый трактор:

$$C(\alpha + f) \leq L, \quad (\alpha + f) > 0,$$

откуда

$$C \leq L / (\alpha + f).$$

Для определения экономической эффективности нового трактора К-710 необходимо знать технико-экономические показатели использования его на различных работах, в частности набор машин для выполнения различных работ, производительность и эксплуатационные затраты агрегатов, а также оценки работ в оптимальном плане.

Зная оценки работ в оптимальном плане и характеристики нового трактора, можно подсчитать эффективность трактора на различных работах в течение года при условии, что в парк добавляется лишь один трактор этого типа. При возрастании в парке удельного веса тракторов рассматриваемого типа эффективность их использования, по всей вероятности, будет падать (табл. 1).

По данным об эффективности трактора на различных работах в течение года строится годовой план загрузки машин, обеспечивающий использование его с максимально возможным в условиях данного хозяйства или зоны эффектом.

На основе табл. 1 (последнего столбца) строится график «условной экономической эффективности» К-710 на различных работах в течение года. Далее строится план загрузки этого трактора на различных работах в течение года, обеспечивающий наибольший экономический эффект от его применения. Исходя из плана загрузки определяется система машин для К-710.

Зная затраты на приобретение и содержание системы сельскохозяйственных машин для данного трактора (отчисления на реновацию, на текущий ремонт и норму эффективности), можно определить ориентировочную стоимость последнего, при которой его включение в план комплектования МТП будет еще оправданным. «Условная экономия» от использования К-710 за вычетом затрат на сельскохозяйственные машины, а также затрат на создание материально-технической базы обслуживания и объекты социально-бытового сектора должна равняться его ориентировочной стоимости:

Эффективность трактора К-710 на различных работах в течение года, руб

Название работ и календарные сроки выполнения работ в оптимальном плане	Эффект работы по оценкам оптимального плана за 1 день	Эксплуатационные затраты за день	Условная экономия на работе за день
Снегозадержание первое по непаровым предшественникам (декабрь, 30 дн.)	111,12	30,93	80,19
Снегозадержание второе по непаровым предшественникам (январь, 30 дн.)	74,73	30,93	43,80
Закрытие влаги пл. мн. тр.* (5—6 см) (15.IV, 3 дн.)	298,50	95,09	203,41
Закрытие влаги по непаровым предшественникам (5—6 см) (15.IV, 3 дн.)	379,68	109,34	270,34
Первая обработка пл. мн. тр. (7—10 см) (18.VI, 10 дн.)	288,27	131,79	156,48
Вторая обработка пл. мн. тр. (7—10 см) (15.VII, 10 дн.)	236,96	131,79	105,17
Обработка пл. мн. тр. плоскорезом-глубококорыхлителем (20—22 см) (I. IX, 10 дн.)	543,42	140,79	402,63
Первая обработка пара (5—6 см) (25.V, 10 дн.)	282,70	140,59	142,11
Вторая обработка пара (8—10 см) (15.VI, 10 дн.)	279,15	120,84	158,31
Третья обработка пара с одновременным посевом кулис (6—8 см) (7.VII, 10 дн.)	318,87	140,88	177,99
Четвертая обработка пара (8—10 см) (25.VII, 10 дн.)	279,15	120,84	158,31
Обработка пара плоскорезом-глубококорыхлителем-удобрителем (20—22 см)	302,62	140,83	161,79

* пл. мн. тр.— пласт многолетних трав.

$$55692,14 = x (0,57 + 0,154 + 0,4) + 14141,32,$$

$$41550,82 = 1,124x,$$

$$x = 37098.$$

Здесь первое слагаемое (0,57) включает в себя в том числе и отчисления на реновацию и капитальный ремонт трактора в размере 0,195 и отчисления на текущий ремонт в размере 0,225. Второе (0,154) получено от перемножения удельного размера затрат на материально-техническую базу обслуживания парка, исчисленного на каждый рубль затрат, вложенных в тракторный парк, в размере 0,77 руб., на норму эффективности капиталовложений. Третье (0,4) получено от перемножения удельных затрат на объекты социально-бытового сектора, приходя-

щихся на каждую единицу тракторного парка в размере 2,0 руб., на норму эффективности капиталовложений.

Результаты расчета показывают, что использование трактора К-710 на таких работах, как обработка пара, посев, снегозадержание, транспортные, обеспечивает его равномерную загрузку в течение года. Нормы на работы, выполняемые такой машиной, брались на основе заводской документации, а также получались экспертным путем.

В план комплектования МТП совхоза включался один трактор К-710.

При заданных технико-экономических показателях этого вида техники на рассмотренных выше работах обеспечивается ее высокая технико-экономическая эффективность. Однако указанная загрузка, при которой использование данного трактора эффективно, может быть реализована лишь при небольшой доле этих тракторов в структуре машинно-тракторного парка. Годовая загрузка трактора К-710 в рассматриваемых природных условиях составит 1946 часов за год (т. е. 154 дня), а средний коэффициент сменности будет равен 1,8.

Более широкое использование этого трактора возможно только при его догрузке другими работами, где его применение менее эффективно. В этих условиях применение трактора К-710 окажется эффективным лишь при дальнейшем снижении себестоимости его производства.

2.4. ИНФОРМАЦИЯ В СИСТЕМЕ МОДЕЛЕЙ РЕСУРСОВ ПРИРОДНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ

Систему моделей ресурсов природно-экономического комплекса Томской области (СМПЭК «Область») следует рассматривать как автоматизированную подсистему информационного обеспечения охраны природы и рационального природопользования, имеющую перспективу в связи с развитием третьей очереди АСУ «Томская область».

Теоретической основой построения СМПЭК является развитие представлений об административном подразделении «Область» как системе, включающей социальные, экономические и природные структуры различных рангов. Противоречивость во взаимодействии структур порождает проблемные ситуации, комплексы природоохранных задач, решение которых возможно при условии реализации принципов соответствия и актуализации функций. В первом случае это означает соизмеримость масштабов хозяйственной деятельности с процессами самовосстановления ресурсов, во втором — развитие природоохранных организационных структур отраслевых, межотраслевых и территориальных подразделений с постоянным совершенствованием их информационного обеспечения.

На уровне области в информационном обеспечении различаются традиционный и программно-целевой подходы. При тради-

ционном подходе для решения природоохранных задач используется около 10 тыс. показателей. Из них основу составляют 1500 показателей (по литосфере — 745, атмосфере — 176, гидросфере — 150, биосфере — 315, природоохранительной деятельности — 78, общих показателей — 27). В годовом плане охраны природы и рационального использования природных ресурсов Томской области (ТО) насчитывается до 300 показателей. При программно-целевом планировании больше внимания уделяется нормативным (их насчитывается около 500) показателям и показателям средств реализации мероприятий (программы информационного, организационного, материально-технического, финансового, кадрового, идеологического обеспечения).

Представленные системы показателей отражают прежде всего отраслевой характер природопользования. Они включают данные о наличии и составе ресурсов, количественном и качественном состоянии компонентов окружающей среды, о многогранной природоохранной деятельности человека. Иная ситуация с показателями, характеризующими взаимодействие ресурсов (компонентов природы) между собой, с отраслями экономики и населением. Они становятся необходимыми при решении комплексных задач, при моделировании эколого-экономических систем. В системе моделей ресурсов это проявляется в виде расчетных коэффициентов матриц взаимодействия, которые составляют более 10% общего числа данных. Система показателей, обеспечивающая модели, основывается на данных об окружающей среде и информации, находящейся в управлениях облисполкома и научно-исследовательских подразделениях г. Томска:

1. Численность населения информационной ячейки (административного района, группы районов)
2. Реальный годовой доход на душу населения
3. Количество твердых отходов на душу населения
4. Выбросы твердых отходов от населенных пунктов
5. Площадь территории района
6. Площадь сельхозугодий
7. Общая площадь отторгаемых земель
8. Площадь земель, отторгаемых под сельхозугодья из лесного фонда
9. Площадь земель, отторгаемых под сооружения хозяйственных объектов
10. Протяженность всех видов дорог
11. Размеры полос отчуждения земель вдоль линейных сооружений.
12. Площадь земель, занятая свалками
13. Средняя высота свалки
14. Бонитет почв района
15. Предельно возможный уровень бонитета почв района
16. Бонитет почв, соответствующий рассматриваемым годам (t_1 , t_2 и т. д.)
17. Относительная скорость восстановления бонитета до невозмущенного состояния
18. Совокупный средний прирост бонитета на 1 га
19. Нормативный прирост бонитета почв
20. Изменение бонитета почв, выраженное в потерях сельхозпродукции
21. Потери бонитета в процессе эксплуатации земель
22. Средняя урожайность пашни в районе
23. Потери урожайности с 1 га
24. Вынос азота с 1 га

25. Закупочная цена зерна
26. Годовой валовый выпуск продукции предприятием, воздействующим на сельское хозяйство
27. Цена одного балла бонитета
28. Доля сельхозугодий во всей площади района
29. Год начального измерения бонитета почв района
30. Год последнего измерения бонитета почв района
31. Временной интервал учета качества почв района
32. Плотность массы отходов на свалках
33. Структурный коэффициент отрасли, отражающий вклад в накопление отходов на свалках
34. Коэффициент влияния перерабатывающей промышленности на изменение площади сельхозугодий.
35. Коэффициент влияния транспортной отрасли на изменение площади сельхозугодий
36. Коэффициент влияния населения на отторжение земель

Информационное обеспечение СМПЭК «Область» связано с решением проблемы выделения информационных ячеек, которые представляют пространственную разнородность территории области, создают реальные возможности для сбора, обработки и хранения информации. Информационные системы, создаваемые в США, Великобритании, ФРГ, Швеции, Чехословакии и в других странах, используют метод построения правильных решеток. Его применение расширяет возможности математической обработки и сопоставления результатов. В пределах ТО метод решеток применяется в управлении лесного хозяйства, где информация о лесе привязана к квартальной сетке, т. е. к решеткам с размерами 2×4 км. Около 90% площади покрыто квартальной сеткой. Информация, получаемая по квартальной сетке, может быть использована при создании подсистемы «Лесной фонд ТО». Слабая освоенность и заселенность территории не позволяет использовать метод решеток для природоохранного районирования. Не дает ожидаемых результатов и «бассейновый подход», который реализуется Верхнеобским бассейновым управлением и Госкомгидрометом. Собираемая и обрабатываемая информация по бассейнам рек недостаточна для решения комплексных задач охраны природы. К тому же административное деление области, а следовательно, и управление охраной природы не следуют бассейновому принципу.

Более реальным представляется административно-хозяйственный принцип деления территории. Поскольку СМПЭК «Область» создается для принятия управленческих решений, то правомерно ставить вопрос об «объединении» природы и хозяйства в рамках административных границ, или о выделении природно-экономических комплексов (ПЭК) в границах административно-хозяйственных подразделений. ПЭК может выступать в качестве объекта информации. Он включает участок земной поверхности, закрепленный в законодательном порядке за землепользователями, входящими в единицу административного районирования (область, район, совхоз, лесхоз и др.). В пользу выбора ПЭК как информационной ячейки свидетельствует возможность использования накопленной в подразделениях информации, дающей наиболее полное представление о моделируемом объекте.

На уровне административного района возможен следующий вариант развития информационного обеспечения. Информация поступает в районный информационный центр (информационно-вычислительная станция или статотдел) от землепользователей, различных хозяйственных предприятий и природоохранных служб в виде паспортов-классификаторов показателей о состоянии природных ресурсов и окружающей природной среды.

Информация, поступающая на районную информационно-вычислительную станцию (РИВС), должна подвергнуться предварительной переработке специалистами. Необходимо ввести эколога в районную плановую комиссию. Часть информации используется плановой комиссией по разработке районных планов охраны природы. Дальнейший анализ и использование информации осуществляются на уровне области. Идея комплексности реализуется в процессе составления целевых программ охраны природы и создания системы моделей ресурсов.

Для целей моделирования Томская область разделена на 3 ячейки, каждая из которых представляет соответственно нефтегазодобывающий, лесозаготовительный и агропромышленный ПЭК. Нефтегазодобывающий ПЭК включает Александровский, Каргасокский и Парабельский административные районы общей площадью 155 тыс. км². Лесоразработки составляют около 10 тыс. га, площадь нарушенных земель достигает 15 тыс. га. Сельскохозяйственное производство сосредоточено преимущественно в пойме р. Оби на площади 267,5 тыс. га.

Следует отметить, что антропогенному воздействию пока подвергается около 8% территории районов нефтегазодобычи. Однако темпы хозяйственного влияния возрастают, активно осваиваются Пудинская и Васюганская группы месторождений. Растет поток загрязнителей окружающей среды. В районах, где разрабатываются месторождения, отмечается повышенное содержание нефтепродуктов, углекислоты, окислов азота. Увеличиваются площади земель, нуждающихся в рекультивации. Негативное влияние освоения на природные ресурсы в целом имеет локальный характер, хотя возможно увеличение влияния нефтедобычи на природу севера Томской области.

Лесопромышленный ПЭК включает Верхнекетский, Молчановский, Колпашевский, Чаинский, Первомайский, Тегульдетский, Асиновский районы общей площадью 106,3 тыс. км². На этой площади лесоразработки ведут 5 министерств и ведомств. Всего в лесопромышленных районах области в 1983 г. на площади в 44,5 тыс. га было заготовлено более 7 млн. м³ древесины. По состоянию на 1 января 1980 г. погибшие леса, гари и сплошные вырубki составляли 747 тыс. га. Искусственное лесоразведение осуществлялось на 20% площадей, свободных от леса. Остальная территория обеспечена естественным лесовосстановлением. Существенный вред лесам наносят пожары. От молний возникает до 45% пожаров, около 32% пожаров происходит по вине населения.

Молевой сплав осуществляется на 12 реках. Имеет место загрязнение водоемов от вымокания древесины, однако этот процесс совершенно не изучен. В состав управления лесного хозяйства входят 22 лесхоза, лесомелиоративная станция, выполняющая работы по повышению продуктивности лесов. Обслуживание лесного хозяйства осуществляется Томской базой авиаохранны лесов, зональной лесосеменной станцией Гослесхоза СССР в г. Красноярске, аэрофотоустроительной экспедицией, которая ведет лесоустроительные работы. Перспективы ПЭК связаны с развитием лесопромышленных предприятий в городах Асино, Томске и созданием комплексных лесопромышленных хозяйств.

Сельскохозяйственная освоенность территории относительно невелика. Наибольшие площади сельхозугодий имеются в Асиновском районе, наименьшие — в Верхнекетском районе.

Агропромышленный ПЭК включает Томский, Кожевниковский, Шегарский, Бакчарский, Кривошеинский и Зыряновский районы площадью 52,7 тыс. км². Сельскохозяйственные предприятия комплекса специализируются по животноводству, на долю которого приходится более 70% валовой продукции сельского хозяйства области. Значительно медленнее развивается растениеводство. Молочное направление имеет ряд специализированных предприятий. Хорошо развит агропромышленный пояс вокруг г. Томска. Расширением и улучшением пашни, лугов и пастбищ занимается «Союзтомскмелиорация».

В промышленном центре (г. Томск) основная продукция выпускается предприятиями машиностроения и металлообработки. Развивается промышленность стройматериалов на местном сырье. Бурными темпами наращивают мощности нефтехимическая и химическая промышленность. В СМПЭК «Область» территория области рассматривается как самостоятельная, четвертая, информационная ячейка.

Принятое районирование не отличается универсальностью, однако оно удовлетворяет условиям моделирования. Административно-хозяйственный подход упрощает сбор и обработку информации и отражает характер использования основных природных ресурсов области.

2.5. СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ

ПРИРОДНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА «ОБЛАСТЬ» КАК ИНСТРУМЕНТ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Назначение и состав СМПЭК «Область». Система моделей природно-экономического комплекса (СМПЭК) «Область» представляет собой совокупность математических соотношений, описывающих динамику сильно агрегированных небиологических и биологических ресурсов Томской области, зависящих от воздействий экономики и человека. Организационно СМПЭК состоит из следующих функциональных блоков моделей: межотраслевого баланса (МОБ), динамики природных ресурсов (ДПР), поиска

Отрасли экономики и показатели среды и ресурсов

Отрасли экономики	Показатели среды и ресурсов
1. Добывающая промышленность	1. Суммарная приведенная концентрация примесей в воде
2. Перерабатывающая	2. Концентрация характерной примеси в воде
3. Сельское хозяйство	3. Суммарная приведенная концентрация примесей в воздухе
4. Транспорт	4. Концентрация характерной примеси в воздухе
5. Капитальное строительство	5. Бонитет почвы
6. Энергетика	6. Площадь сельскохозяйственных земель
7. Пищевая промышленность	7. Запас деловой древесины
8. Машиностроение и металлообработка	8. Лесопокрытая площадь
9. Легкая промышленность	9. Приведенный запас минеральных ресурсов
10. Лесопереработка и целлюлозно-бумажная промышленность	10. Приведенный запас биологических ресурсов
11. Промышленность стройматериалов	
12. Прочие	
13. Рекреация	

невозмущенных состояний (ПНС), генерирования рядов абсолютных запасов (ГРАЗ) ресурсов, принятия управленческих решений (ПУР).

Глобальной целью разрабатываемой СМПЭК является устранение проблемных ситуаций, возникающих в связи с принятием решений, эффективных с точки зрения сегодняшнего дня, но неэффективных для будущего. Данная процедура представляет собой последовательную работу (в диалоговом режиме) машинно-реализованных блоков моделей ГРАЗ, ПНС, МОБ, ДПР и ПУР.

Блок МОБ представлен тринадцатипромышленной (табл. 2) моделью леонтьевского типа и модифицирован в соответствии с [Взаимодействие..., 1981]:

$$\bar{v} = \bar{A}\bar{v} + \bar{B}\bar{u} + \bar{A}^{(z)}\bar{z} + \bar{B}^{(z)}\bar{w} + \bar{p} + \bar{v}^0 - \bar{v}^n, \quad (0 \leq \bar{v} \leq \bar{V}, 0 \leq \bar{z} \leq \bar{Z}), \quad (2.5.1)$$

где \bar{v} , \bar{v}^0 , \bar{v}^n — соответственно векторы стоимостей выпуска валовой продукции чистых отраслей МОБ (число отраслей МОБ равно тринадцати (см. табл. 2)), экспорта и импорта продукции, тыс. руб.; \bar{u} , \bar{w} — соответственно векторы скоростей капитальных вложений в основные и ресурсовосстановительные фонды, тыс. руб.; \bar{z} , \bar{Z} — соответственно векторы валовых затрат на восстановление природных ресурсов и мощности природовосстановительных отраслей, тыс. руб.; \bar{p} — вектор конечного произ-

водственного потребления, тыс. руб.; \bar{V} — вектор производственных мощностей отраслей, тыс. руб.;

\bar{A} , $\bar{A}^{(z)}$ — соответственно матрицы прямых удельных производственных и ресурсных затрат, безразмерные; \bar{B} , $\bar{B}^{(z)}$ — соответственно матрицы фондообразующих производственных и ресурсных затрат, безразмерные.

Векторы \bar{u} , \bar{v} , \bar{V} , \bar{z} , \bar{Z}_x , \bar{p} являются векторами выходных переменных блока МОБ, используемых в качестве экзогенных в блоке ДПР, который представлен следующей системой однородных дифференциальных уравнений [Модели... , 1981]:

$$\frac{d\bar{R}}{dt} = \bar{Q}(\bar{R} - \bar{R}^*) - (\bar{C}\bar{v} + \bar{D}\bar{u}) - \bar{F}\bar{p} - \bar{D}^{(z)}\bar{w} + \\ + \bar{I}\bar{z} + \bar{\alpha}N + \bar{r}^o - \bar{r}^n \quad (\bar{R}_{\min} \leq \bar{R} \leq \bar{R}_{\max}), \quad (2.5.2)$$

где \bar{R} , \bar{R}^* — соответственно векторы значений природных ресурсов в возмущенном и невозмущенном (т. е. без учета влияния экономики и человека) состоянии; \bar{R}_{\max} , \bar{R}_{\min} — соответственно векторы наибольших и наименьших значений ресурсов; \bar{Q} — матрица скоростей самовосстановления и взаимовлияния ресурсов; \bar{C} — матрица, учитывающая эффективность изъятия ресурса, необходимого для производства единицы продукции (матрица удельных ресурсных затрат); \bar{D} , $\bar{D}^{(z)}$ — соответственно матрицы удельных производственных и ресурсовосстанавливающих фондообразующих затрат; \bar{F} — матрица удельных затрат ресурсов на непроектное потребление отраслями региона; \bar{I} — диагональная матрица (индикатор роста биологических ресурсов); $\bar{\alpha}$ — вектор влияния населения региона на естественные ресурсы; N — численность населения рассматриваемого региона; \bar{r}^o , \bar{r}^n — соответственно векторы величин потоков ресурсов (экспорт, импорт) между выделенными районами.

Для моделирования региональных особенностей, связанных с пространственным распределением труда, проводилось предварительное районирование Томской области, результатом которого явилось выделение четырех ячеек: области в целом, северного нефтегазодобывающего промышленного района, центрального лесозаготовительного и деревообрабатывающего промышленного района и южного аграрно-промышленного района. Будем отображать этот факт в модели посредством использования у переменных верхнего индекса m ($m = \overline{1, 4}$).

В блоке ДПР используется следующая структура агрегированных природных ресурсов: R_1^m, R_2^m — соответственно удельные концентрации приведенного и характерного загрязнителей воды (участка реки Оби) m -го района, безразмерные; R_3^m, R_4^m — соответственно удельные концентрации приведенного и характерного загрязнителей воздуха m -го района, безразмерные; R_5^m — средний бонитет почв m -го района в баллах, безразмерный;

R_6^m — площадь сельскохозяйственных угодий m -го региона, тыс. га; R_7^m — площадь лесопокрытой зоны m -го района, тыс. га; R_8^m — общая продуктивность леса m -го района, тыс. $\text{м}^3/\text{тыс. га}$; R_9^m — запасы нефти, тыс. т; R_{10}^m — приведенные запасы биологического ресурса, тыс. руб.

В модели могут быть использованы как агрегированный биологический ресурс в приведенной стоимостной форме, так и отдельные виды важных промысловых ресурсов в стоимостном и натуральном выражении.

Блок поиска невозмущенных состояний (ПНС) предназначен для анализа временных рядов запасов ресурсов и их поиска на основе множества не возмущенных действиями экономики и человека состояний ресурсов, число которых выбирается равным числу анализируемых временных рядов.

Блок ПУР предназначен для анализа результатов прогнозирования каждого природного ресурса и выбора на основе экономического векторного критерия некоторого множества приемлемых вариантов (сценариев) развития природно-экономического комплекса, содержащего оптимальный по заданному экономическому критерию вариант.

Функцией блока ГРАЗ является воспроизведение временного ряда запасов (по любому из ресурсов) на базе информации о промысле и учетах, в котором затем устраняются аномальные значения и производится сглаживание [Горелик, 1983].

В блоке ПНС производится выбор невозмущенного состояния по каждому из ресурсов R_j^m ($j = 1, 10$; $m = 1, 4$). Под невозмущенным состоянием запаса j -го ресурса m -го района понимается некоторое его естественное состояние в среде, изолированной от влияния антропогенных факторов. При этом рост запаса данного ресурса асимптотически стремится к некоторому предельному значению $R_j^{*(m)}$. На практике очень трудно определить момент времени $t_{ис}$, соответствующий началу невозмущенного состояния, которое в идеальных условиях может длиться сколь угодно долго. Однако в реальных условиях, связанных с деятельностью общества и человека, время нахождения ресурса в невозмущенном состоянии зависит от баланса воздействия на его рост со стороны окружающей среды.

За невозмущенное состояние ресурсов, характеризующих загрязнение среды ($R_1^m, R_2^m, R_3^m, R_4^m$), принимаются, в зависимости от каждого конкретного случая, нулевые, фоновые или минимальные за всю историю наблюдений значения. Невозмущенные состояния ресурсов R_6^m, R_7^m оцениваются экспертно, с учетом исторически сложившегося баланса покрытых и посевных площадей на территории. За невозмущенное состояние ресурса R_5^m принимается наибольший бонитет почв конкретного типа, которыми характеризуется m -й район. За невозмущенные состояния ресурсов R_8^m, R_9^m, R_{10}^m принимаются такие состояния, которые

характеризуются максимальными запасами за анализируемый период. Таблица значений запасов ресурсов в невозмущенном состоянии приведена ниже.

Декомпозиция дерева целей СМПЭК. Глобальная цель, направленная на устранение проблемной ситуации, может быть декомпозирована таким образом. На первом уровне можно выделить следующие две основные цели СМПЭК: Ц1 — анализ развития агрегированного биологического ресурса в зависимости от действия антропогенных и природных факторов; Ц2 — анализ развития лесных ресурсов в зависимости от действия антропогенных и природных факторов.

На втором уровне возможна следующая декомпозиция цели Ц1: Ц1.1 — анализ развития запасов соболя; Ц1.2 — белки; Ц1.3 — ценных промысловых пушных зверей; Ц1.4 — лося; Ц1.5 — осетровых рыб; Ц1.6 — сиговых рыб; Ц1.9 — рябчика; Ц1.10 — промысловой боровой дичи; Ц1.11 — водоплавающей птицы.

Декомпозиция цели Ц2 на первом уровне выглядит следующим образом: Ц2.1 — анализ развития кедрового леса в зависимости от влияния антропогенных и природных факторов; Ц2.2 — хвойного леса; Ц2.3 — смешанного леса; Ц2.4 — лиственного леса.

В зависимости от конкретизации цели используются различные альтернативные виды СМПЭК, позволяющие реализовать целое дерево функций системы. Каждый альтернативный вид представляет собой частично дезагрегированную по какому-либо ресурсу модель (ЧДАМ), которая может быть использована для изучения динамики данного ресурса. В настоящее время наряду с агрегированной моделью разрабатываются следующие разновидности модели «Область»: ЧДАМ «Соболь», ЧДАМ «Пушнина», ЧДАМ «Осетровые», ЧДАМ «Ценная рыба», которые дадут возможность прогнозировать ценные и характерные для Томской области ресурсы.

Использование СМПЭК «Область» для принятия природоохранных решений. Областью применения СМПЭК и альтернативного множества ЧДАМ является процедура принятия управленческих природоохранных решений, которая реализуется для компетентного административного органа (облсполком, райисполком) с целью выработки системы эффективных мероприятий, направленных на предотвращение загрязнения окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов. Блок МОБ используется как источник следующих переменных: производственного потребления — p_i , валового выпуска — v_i , производственной мощности — V_i , мощности ресурсовосстановительной отрасли — Z_i ($i = \overline{1,13}$), которые затем используются в качестве входных экзогенных, управляющих переменных блока ДПР (уравнение 2.5.2). Более детальное описание МОБ выходит за рамки данного исследования и поэтому в настоящей работе приводиться не будет.

Блок ДПР является ядром СМПЭК «Область», в котором под действием векторов управляющих воздействий экономики (выделена отдельная, тринадцатая, отрасль — «рекреация») $\bar{p}, \bar{v}, \bar{V}, \bar{z}$ происходит прогнозирование на заданный интервал времени значений ресурсов. Это достигается интегрированием системы дифференциальных моделей (2.5.2) по методу Эйлера с автоматическим выбором шага дискретизации. Методика определения параметров системы (2.5.2) приведена в следующем разделе.

Блок ПУР производит контроль каждого прогнозируемого в момент времени t значения j -го ресурса m -го региона, сравнивая его со значением ресурса в невозмущенном состоянии. В результате этого для каждого j -го ресурса m -го региона на всем интервале прогнозирования $[t_{k+1}, T]$, где t_k и T — моменты времени, соответствующие концам временного ряда $\{R_{jt}^m\}$ и интервала прогнозирования, вычисляется величина

$$\varepsilon_j^m = \left| \sqrt{\sum_{t=t_{k+1}}^T (R_{jt}^m - R_j^{*(m)})^2 / (T - t_k)} \right|, \quad j = \overline{1, 10}. \quad (2.5.3)$$

Вектор среднеквадратических отклонений прогноза от невозмущенного состояния ε^m , сформированный для всего множества ресурсов R_j^m m -го района, сравнивается с вектором некоторых эталонных значений $\bar{\varepsilon}^{*(m)}$, которые определяют минимальные границы варьирования прогнозов каждого из ресурсов вокруг его значения в невозмущенном состоянии.

Далее проводится вычисление следующей оценки:

$$F^m = \sum_{j=1}^{10} \omega_j (\varepsilon_j^m - \varepsilon_j^{*(m)})^2, \quad (2.5.4)$$

где ω_j — введенный экспертно вес j -го ресурса, характеризующий его народнохозяйственную важность ($\omega_j < 1, \sum \omega_j = 1$). Критерием формирования множества допустимых решений является $F_l^m > F^{*(m)}$ ($F^{*(m)}$ — некоторое критическое значение, а F_l^m — оценка l -го варианта прогноза для m -го региона).

Окончательный выбор приемлемого варианта развития природно-экономического комплекса осуществляется по критерию минимума суммарной мощности ресурсовосстановительных отраслей

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^{10} Z_j^l \right\}, \quad (2.5.5)$$

где Z_j^l — производственная мощность ресурсовосстановительных отраслей в l -м варианте развития, исчисляется в стоимостной форме.

Идентификация системы моделей природно-экономического комплекса «Область». В настоящем разделе рассматриваются вопросы идентификации системы моделей природно-экономиче-

ского комплекса «Область», которая заключается в определении параметров на базе использования экономической и экологической информации. Предлагается единая методика определения параметров, которая является обобщением ряда работ [Модели..., 1981; Моделирование..., 1982; Взаимодействие..., 1981; Грон, 1979; и др.], посвященных решению аналогичной проблемы.

Пусть система моделей природно-экономического комплекса (СМПЭК) «Область», используемая для принятия природоохраненных решений на областном уровне, представлена в виде уравнений (2.5.1) и (2.5.2). Необходимо произвести расчеты элементов исходных матриц \bar{Q} , \bar{C} , \bar{D} , \bar{F} , $\bar{D}^{(2)}$, $\bar{\alpha}$, \bar{I} и определить значения векторов перетоков \bar{r}^a , \bar{r}^n . Исходную информацию для идентификации параметров будем считать заданной в виде матрицы временных рядов.

Общая методология идентификации параметров СМПЭК «Область». Целью настоящего раздела является разработка общей методологии, позволяющей с единых позиций проводить идентификацию как всей системы моделей природно-экономического комплекса (СМПЭК) «Область», так и отдельных частично деагрегированных моделей (ЧДАМ). Идентифицируемые векторы-параметры локализованы в блоке динамики природных ресурсов (ДПР), детальное описание которого приводилось выше.

Проблемная ситуация, возникающая перед исследователем при идентификации, заключается в отсутствии строгих междисциплинарных подходов, которые позволяли бы однозначно и с достаточной точностью определять значения векторов-параметров блока ДПР, что в конечном итоге приводит к формированию целого множества принципиально различных по структуре (а следовательно, и по результатам прогнозов) систем типа СМПЭК «Область».

Инструментарием, позволяющим ликвидировать проблемную ситуацию, является совокупность подходов (способов) получения информации, необходимой для идентификации (табл. 3). Идентификация проводится тем надежнее, чем большей будет сумма нормированных весов используемых в ней показателей (см. графу 5 табл. 3).

Методология основывается на использовании временных рядов запасов ресурсов (если они имеются в наличии) или постулировании некоторых гипотетических законов роста (чаще экспоненциальных) запасов этих ресурсов. В случае, если исходная информация о запасах какого-либо ресурса отсутствует, она должна быть синтезирована на базе совместного анализа сведений о его добыче и учете. Основные подходы к предварительному оцениванию запасов ресурсов будут приведены ниже.

При анализе взаимного влияния конкретных ресурсов друг на друга нами предложена формула (см. ниже (2.5.10)), полученная теоретическим путем и использующая статистическую информацию на отрезке наблюдения $[t_n, t_n]$. Если на данном отрезке имеется достаточное количество (более десяти) наблюдений значений ряда, то производится интерполяция данного ряда кри-

Эмпирические оценки надежности способов получения информации для задач идентификации

Способы получения информации	Код	Эмпирические веса способов		
		Обозначение	Значение	Нормированное значение
Лабораторные и полевые эксперименты	01	ω_1^H	0,7	0,22
Материалы и документы статистической отчетности организаций и ведомств	02	ω_2^H	0,6	0,18
Теоретические расчеты на базе фундаментальных законов	03	ω_3^H	0,5	0,15
Расчеты на базе эмпирических методов	04	ω_4^H	0,3	0,09
Займствование из литературных источников	05	ω_5^H	0,2	0,06
Метод аналогий	06	ω_6^H	0,2	0,06
Экспертные оценивания	07	ω_7^H	0,2	0,06
Пространственные усреднения	08	ω_8^H	0,2	0,06
Временные усреднения	09	ω_9^H	0,2	0,06
Выбор нижней или верхней границы значений	10	ω_{10}^H	0,2	0,06
Итого . . .		$\sum_{i=1}^{10} \omega_i^H$	3,2	1

вой, дающей минимальную погрешность. Если на интервале $[t_n, t_k]$ ряд представлен малым числом (меньше десяти), то производится гипотетическая интерполяция, при которой динамика ряда описывается некоторой заранее постулированной кривой.

В приводимой ниже обобщенной методике идентификации используется приоритетность способа получения информации согласно табл. 3. Если вес способа (см. табл. 3) меньше, чем 0,09, то вместо него используется расчет по формуле (2.5.10). Расчет по предложенной формуле проводится и для ситуации, когда у исследователя нет альтернативных способов учета взаимного влияния ресурсов.

Важным в идеологии построения модели «Область» является понятие невозмущенного состояния, которое трактуется как некоторое динамическое равновесие ресурса, асимптотически устойчивое, длящееся в идеальных условиях бесконечно долго и нару-

шающееся под воздействием внешних по отношению к данному ресурсу факторов. Иначе говоря, будем считать, что ресурс $R_j^m(t)$ находится в невозмущенном состоянии $R_j^{*(m)}$, если для сколь угодно малого $\varepsilon > 0$ на отрезке $[t_{nc}, t_{nc} + \tau]$ выполняется следующее условие:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} |R_j^{*(m)} - R_j^m(t_{nc} + \tau)| < \varepsilon, \quad (2.5.6)$$

где t_{nc} , τ — момент времени, соответствующий началу интервала, характеризующего невозмущенное состояние j -го ресурса m -го района, и длина данного интервала; $R_j^{*(m)}$ — значение j -го ресурса m -го района в невозмущенном состоянии.

Условие (2.5.6) справедливо для невозмущенного состояния с верхней асимптотой. Аналогично записывается условие невозмущенного состояния в случае наличия нижней асимптоты. В частном случае асимптотой может быть и ось абсцисс.

Существенной является гипотеза о постоянстве тенденции изменения ресурса на интервале прогнозирования, гарантирующая на некотором (минимальном среди прочих интервалов прогнозирования) постоянство коэффициентов матрицы \bar{Q} .

Для каждого ресурса постулируются принципы миграционно-го обмена и производится расчет сальдо миграции. Таким образом, основными рабочими гипотезами обобщенной задачи идентификации модели «Область» являются следующие:

- а) о невозмущенном состоянии j -го ресурса m -го района;
- б) о динамике изменения j -го ресурса m -го района на интервале наблюдения $[t_n, t_k]$;
- в) о сохранении тенденции в динамике j -го ресурса m -го района на интервале прогнозирования $[t_{n+1}, T]$;
- г) о принципах миграции j -го ресурса в m -м районе на интервале наблюдения $[t_n, t_k]$.

Основными этапами реализации обобщенной методики идентификации моделей типа «Область» являются следующие:

- а) формирование временных рядов запасов по выбранной системе ресурсов на базе исходной информации;
- б) устранение аномальных значений построенных временных рядов;
- в) индексная (ценовая) коррекция временных рядов с устраненными аномальными значениями (если ряды запасов представлены в стоимостном исчислении);
- г) сглаживание скорректированных временных рядов с устраненными аномальными значениями;
- д) постулирование гипотезы о невозмущенном состоянии и выбор значения запаса каждого из ресурсов в невозмущенном состоянии;
- е) агрегирование некоторого подмножества ресурсов в единый;
- ж) выбор интервала наблюдения (желательно по более актуальным данным);

- з) постулирование гипотезы о динамике изменения запаса j -го ресурса m -го района на интервале наблюдения $[t_n, t_k]$;
- и) расчет диагональных элементов матрицы параметров \bar{Q} по формуле (2.5.9);
- к) анализ взаимодействия ресурсов и расчет внедиагональных элементов матрицы \bar{Q} ;
- л) анализ и расчет миграционных перетоков $r_j^{(m)и}, r_j^{(m)а}$ j -го ресурса из m -го района и обратно;
- м) расчет элементов прочих матриц ресурсного блока, отображающих процессы взаимодействия экономики и общества с природой (в разрезе каждого ресурса).

Предварительная статистическая обработка исходной информации. Предварительная статистическая обработка включает в себя первые четыре этапа обобщенной методики.

Для каждого ряда $\{R_{jt}^m\}$ производится поиск аномальных значений, вызванных ошибками учета либо случайной реакцией ресурса данного типа на флуктуации внешней среды. Для этого пользуемся одновременно известным правилом трех сигм и методом Ирвина. Если какой-либо член ряда является аномальным по обоим критериям, то его значение подвергается корректировке (заменяется предыдущим). В противном случае данный член ряда не корректируется.

Если рассматривается ряд запаса ресурса, представленный в стоимостном исчислении, то он подвергается корректировке индексами цен, построенных относительно последней действующей цены. После выполнения указанных выше процедур производится обработка скорректированного ряда методами экспоненциального сглаживания с целью выделения основной тенденции его изменения во времени.

О выборе невозмущенного состояния. Выбор невозмущенного состояния представляет собой многоаспектную процедуру принятия решений, основанную на реализации следующих подходов:

- а) историко-хронологического;
- б) статистического;
- в) аналитического;
- г) экспертного.

Первый подход основан на историческом анализе состояния ресурса и ретроспективном переносе в те моменты времени, когда запасы этого ресурса были бы экстремальны, а воздействия со стороны экономики и общества полностью отсутствовали.

Статистический подход имеет главной целью восстановление запаса ресурса по информации о его добыче и учете. Решаемые им задачи аналогичны задачам нахождения генеральной совокупности по двум независимым выборкам. На восстановленном ряде запаса ресурсов в соответствии с природой данного ресурса и историческими аспектами его существования выбирается некоторое экстремальное значение.

При аналитическом подходе к выбору невозмущенного состояния ряд аппроксимируется (либо постулируется) некоторой

Система критериев выбора невозмущенного состояния модели «Область»

Наименование ресурса	Обозначение	Критерий невозмущенного состояния
Приведенная концентрация примесей в воде в t -й момент времени	R_{1t}^m	См. формулу (2.5.7)
Концентрация характерной примеси в воде	R_{2t}^m	$R_{2t}^{*(m)} = 0$
Приведенная концентрация примесей в воздухе	R_{3t}^m	См. формулу (2.5.7)
Концентрация характерной примеси в воздухе	R_{4t}^m	$R_{4t}^{*(m)} = C_{хз}^{\Phi} / \text{ПДК}_{хз}$
Бонитет сельскохозяйственных угодий	R_{5t}^m	$R_{5s}^{*(m)} = 85$
Площадь сельскохозяйственных угодий	R_{6t}^m	$R_{6t}^{*(m)} = 0$
Запас древесины	R_{7t}^m	$R_{7t}^{*(m)} = \max \{R_{7t}^m\}, (t = \overline{1,86})$
Лесопокрытая площадь	R_{8t}^m	$R_{8t}^{*(m)} = \max \{R_{8t}^m\}, (t = \overline{1,56})$
Минеральный ресурс	R_{9t}^m	$R_{9t}^{*(m)} = R_9^{\max}$
Биологический ресурс (рыбы туводные)	$R_{10t}^{m(\text{тр})}$	$R_{10t}^{*(m(\text{тр}))} = \max \{R_{10t}^{m(\text{тр})}\}, (t = \overline{1,19})$
Биологический ресурс (рыбы полупроходные)	$R_{10t}^{m(\text{пр})}$	$R_{10t}^{*(m(\text{пр}))} = \max \{R_{10t}^{m(\text{пр})}\}$
Биологические ресурсы (промысловые пушные звери)	$R_{10t}^{m(\text{пз})}$	$R_{10t}^{*(m(\text{пз}))} = \max \{R_{10t}^{*(m(\text{пз}))}\}$
Биологические ресурсы (дичь боровая)	$R_{10t}^{m(\text{дб})}$	$R_{10t}^{*(m(\text{дб}))} = \max \{R_{10t}^{m(\text{дб})}\}, (t = \overline{1,15})$

Примечание. m — номер района.

кривой, для которой ищется некоторое экстремальное значение с учетом природы и истории ресурса. При наличии существенной неопределенности в динамике изменения ресурса предпочтительнее использование экспертов (специалистов в области конкретных ресурсов), которые могут оценить значение в невозмущенном состоянии.

Реально значения запасов ресурсов в невозмущенном состоянии могут быть следующими: нулевыми (если данный ресурс — продукт деятельности человека); критическими или фоновыми (если речь идет о загрязняющих ресурсах); экстремальными в заданных интервалах наблюдения.

Для ресурсов модели «Область» использованы следующие критерии выбора невозмущенных состояний (табл. 4). В ряде случаев приходится использовать агрегированные ресурсы (R_1, R_2, R_3, R_4 и т. д.), для которых необходимо определить невозмущенные состояния и значения.

В качестве значения концентрации приведенной примеси в невозмущенном состоянии принимается следующее:

$$R_1 = \left(\sum_{i=1}^m [C_i^\Phi \omega_i^n / \text{ПДК}_i] \right) / m, \quad (2.5.7)$$

где m — число ингредиентов загрязнения воды; C_i^Φ , ПДК_i — соответственно фоновая и предельно допустимая концентрации i -го загрязнителя воды; ω_i^n — весовой коэффициент i -го загрязнителя.

Величина ω_i^n вычисляется следующим образом:

$$\omega_i^n = \bar{C}_i / \sum_{j=1}^m C_j, \quad (2.5.8)$$

где \bar{C}_i — среднее значение концентрации i -го ингредиента приведенного загрязнителя.

В общем случае фоновая концентрация i -го ингредиента приведенной примеси C_i^Φ может быть как больше соответствующего ПДК_i , так и меньше его. Если $\text{ПДК}_i \leq C_i^\Phi$, то в качестве невозмущенных значений концентрации i -го ингредиента C_i^* принимается $C_i^* = \text{ПДК}_i$, в противном случае $C_i^* = C_i^\Phi$ (в случае характерного загрязнителя ($i = \text{хз}$): $C_{\text{хз}}^* = \text{ПДК}_{\text{хз}}$, если $\text{ПДК}_{\text{хз}} \leq C_{\text{хз}}^\Phi$, иначе $C_{\text{хз}}^* = C_{\text{хз}}^\Phi$). Для ресурсов R_3 и R_4 подход к определению невозмущенного состояния аналогичен приведенному выше.

Возможно использование запаса ресурса, исчисляемого в стоимостном выражении (в действующих оптовых заготовительных ценах). Если весь период наблюдения $[t_0, T]$ разбит на целое число интервалов некоторой заданной длины, на которых определена и действует собственная цена Π_i ($i = \overline{1, 4}$), то переход к запасам ресурса может осуществляться при помощи следующей процедуры: если член ряда запаса в стоимостной форме Y_t принадлежит i -му интервалу действия цены Π_i , то t -му члену ряда запасов R_t присваивается значение $R_t = Y_t / \Pi_i$, в противном случае осуществляется переход к новому интервалу действия цены Π_{i+1} , где продельваем те же операции. После восстановления запаса ресурса необходимо воспользоваться одним из критериев табл. 4.

Алгоритм идентификации параметров матрицы СМПЭК «Область». Идентификация модели «Область» основана на использовании статистического материала (временных рядов ресурсов и вспомогательных переменных), сочетающегося с гипотетическими закономерностями, постулируемыми в моделях «Регион».

Нами предлагается осуществлять идентификацию по следующему общему алгоритму.

Шаг 1. Вычисляются диагональные элементы q_{ii}^m матрицы Q по следующему общему правилу:

$$q_{ii}^m = \ln (|R_i^m(t_{\text{к}}) - R_i^{*(m)}| / |R_i^m(t_{\text{н}}) - R_i^{*(m)}|) / (t_{\text{к}} - t_{\text{н}}), \quad (2.5.9)$$

где q_{ii}^m — скорость самовосстановления (распада) i -го ($i = 1, 10$) ресурса m -го района; R_i^m — значение i -го ресурса в m -м районе. Заметим, что результаты расчетов используются и на последующих этапах.

Шаг 2. По временным рядам для каждого i -го ресурса формируется паспорт, включающий в себя следующие показатели: скорость самовосстановления, начальный член ряда $R_i^m(t_0)$ (где t_0 — начальный момент времени), $R_i^m(t_k)$ (где t_k — конец интервала наблюдения), $R_i^m(t_n)$ (где t_n — начало интервала наблюдения), $R_i^{*(m)}$ — значение i -го ресурса в невозмущенном состоянии, R_i^{\max} — максимальное значение i -го ресурса, R_i^{\min} — минимальное значение i -го ресурса. Паспорт i -го ресурса является его исчерпывающей модельной характеристикой.

Шаг 3. Если имеется достаточно убедительный алгоритм прямого расчета внедиагонального элемента q_{ij}^m матрицы \bar{Q} на языке той предметной области, к которой принадлежат i -й и (или) j -й ресурсы, то производим расчет по данному алгоритму (в случае, если между i -м и j -м ресурсами априорно предполагалось взаимовлияние). Если исследователю не известен такой алгоритм, то вычисление производится по следующей формуле:

$$q_{ij}^m = [R_i^m(t_k) - R_i^m(t_n)] / \left[\int_{t_n}^{t_k} R_j^m(t) dt - R_j^{*(m)} \cdot (t_k - t_n) \right]. \quad (2.5.10)$$

Если в интервал наблюдения $[t_n, t_k]$ не попадает ни одна точка (либо их мало), то постулируется следующая гипотетическая зависимость:

$$R_j^m(t) = R_j^m(t_0) \cdot \exp(qt), \quad (2.5.11)$$

где q — скорость роста ресурса (выбирается $q = q_{ii}$, если имеет место рост во времени, и $q = -q_{ii}$, если убыль). В этом случае вычисление проводится по формуле

$$q_{ij}^m = q_{ij}^m [R_i^m(t_k) - R_i^m(t_n)] / \left[R_j^m(t_0) (e^{q_{jj}^m \cdot t_k} - e^{q_{jj}^m \cdot t_n}) - q_{jj}^m \cdot R_j^{*(m)} \cdot (t_k - t_n) \right]. \quad (2.5.12)$$

Если в интервале наблюдения много статистических точек, достаточных для проведения аппроксимации ресурса функцией времени $f(t)$, то q_{ij}^m вычисляется по формуле (2.5.10) и данным табл. 4 с предварительной заменой $R_j^m(t)$ на $f(t)$, что существенно сокращает вычисления.

Если априорно влияние j -го ресурса на i -й ресурс не предполагается, то $q_{ij}^m = 0$.

Алгоритм идентификации прочих матриц-параметров модели «Область». Данный алгоритм основан на использовании эксперт-

ной информации о влиянии отраслей экономики на конкретный вид ресурса.

Балансовое уравнение i -го ресурса в m -м районе выглядит следующим образом:

$$R_{it+1}^m = R_{it}^m + R_{it}^m \cdot e^{q_{ii}^m} - (g_i^m + g_i^{m(\text{нас})}) R_{it}^m + g_i^{m(\text{мигр})} \cdot R_{it}^m, \quad (2.5.13)$$

где q_{ii}^m — скорость естественного самовосстановления i -го ресурса в m -м районе; g_i^m — средняя доля изъятия i -го ресурса экономикой m -го района; $g_i^{m(\text{мигр})}$ — средняя доля сальдо миграции i -го ресурса в m -м районе; $g_i^{m(\text{нас})}$ — средняя доля изъятия i -го ресурса населением m -го района ($g_i^{m(\text{нас})} \neq 0$).

Если миграция ресурса сбалансирована (либо отсутствует), то, проводя усреднение в интервале наблюдения, можно записать:

$$\overline{\Delta R}_i^m = \overline{R}_i^m (e^{q_{ii}^m} - g_i^m - g_i^{m(\text{нас})}), \quad (2.5.14)$$

где $\overline{\Delta R}_i^m$, \overline{R}_i^m — соответственно среднее прироста и абсолютного значения i -го ресурса в m -м регионе. Отсюда

$$g_i^m = (\overline{R}_i^m \cdot e^{q_{ii}^m} - \overline{R}_i^m \cdot g_i^{m(\text{нас})} - \overline{\Delta R}_i^m) / \overline{R}_i^m. \quad (2.5.15)$$

Если по i -му ресурсу отсутствует динамический ряд, то значения задаются экспертно.

Нами используется следующая гипотеза: потребление i -го ресурса, изъятая экономикой, производится пропорционально весу ω_j^m (j — номер потребляющей отрасли), который рассчитывается следующим образом:

$$\omega_j^m = v_j^m / \sum_{j=1}^{13} v_j^m, \quad (2.5.16)$$

где v_j^m — валовой выпуск j -й отрасли в m -м районе.

Факт использования i -го ресурса j -й отраслью в процессе производства отображается в модели булевой переменной ε_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й ресурс потребляется } j\text{-й} \\ & \text{отраслью;} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2.5.17)$$

Матрица элементов ε_{ij} ($i = \overline{1, 10}$; $j = \overline{1, 13}$) является индикаторной, причем потребление ресурса понимается в более широком смысле, чем затраты, так как включает в себя как чистое потребление ресурса, так и косвенное (при обустройствах, закладках производственных мощностей и т. д.).

Алгоритм расчета элементов матриц ресурсно-экономического блока строится следующим образом.

Шаг 1. Рассчитываются элементы C_{ij}^m матрицы \bar{C} для m -го района по следующей формуле:

$$C_{ij}^m = \overline{\Delta R}_i^m \cdot g_i^m \cdot \omega_j^m \cdot \varepsilon_{ij} / \bar{v}_j^m, \quad (2.5.18)$$

где \bar{v}_j^m — средний за время наблюдения валовой выпуск j -й отрасли.

Шаг 2. Рассчитываются элементы $d_{ij}^m \in \bar{D}$ для m -го района следующим образом:

$$d_{ij}^m = \overline{\Delta R}_i^m \cdot g_i^m \cdot \omega_j^m \cdot \varepsilon_{ij} / \overline{\Delta V}_j^m, \quad (2.5.19)$$

где $\overline{\Delta V}_j^m$ — средний за время наблюдения прирост производственных мощностей отраслей ($j = \overline{1, 13}$).

Шаг 3. Рассчитываются элементы $I_{ij}^m \in \bar{I}$ по следующему правилу:

$$I_{ij}^m = \begin{cases} 1, & \text{если затраты на восстановление ресурса } R_i \\ & \text{приводят к его увеличению;} \\ -1 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2.5.20)$$

Шаг 4. Рассчитываются элементы $d_{ij}^{(z)m} \in \bar{D}^{(z)}$ следующим образом:

$$d_{ij}^{(z)m} = \overline{\Delta R}_i^m g_i^{(z)} \cdot \omega_j^{(z)m} \cdot \varepsilon_{ij}^{(z)} / \overline{\Delta Z}^m. \quad (2.5.21)$$

При расчете нами использовались следующие рабочие гипотезы:

а) восстановление ресурса равно его ущербу;

б) восстановление ресурса конкретной отраслью пропорционально ее ресурсно-восстановительным мощностям \bar{Z} .

Индикатором ресурсно-восстановительной отрасли является булева переменная $\varepsilon_{ij}^{(z)}$:

$$\varepsilon_{ij}^{(z)} = \begin{cases} 1, & \text{если отрасль } j \text{ — ресурсовосстанавливающая} \\ & \text{по отношению к } i\text{-му ресурсу;} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2.5.22)$$

Веса $\omega_j^{(z)m}$ определяются следующим образом:

$$\omega_j^{(z)m} = Z_j^m / \sum_{j=1}^{13} Z_j^m. \quad (2.5.23)$$

Прирост ресурсовосстановительных мощностей усредняется на интервале наблюдения.

Шаг 5. Рассчитываются элементы $\alpha_i^m \in \bar{\alpha}$ для m -го района следующим образом:

$$\alpha_i^m = \overline{\Delta R}_i^m \cdot g_i^{m(\text{нас})} / \bar{N}^m, \quad (2.5.24)$$

где \bar{N}^m — среднее за время наблюдения значение населения в m -м

районе; $g_i^{m(\text{нас})}$ — средняя доля прироста (в алгебраическом смысле) i -го ресурса m -го района в результате деятельности населения данного района (оценивается экспертно).

Шаг 6. Рассчитываются элементы $f_{ij}^m \in \bar{F}$ для m -го района по следующей формуле:

$$f_{ij}^m = \bar{\Delta R}_i^m g_{ij}^{(F)m} \cdot \omega_j^{(F)m} \cdot \varepsilon_{ij}^{(F)} / \bar{p}_j^m, \quad (2.5.25)$$

где $g_{ij}^{(F)m}$ — средняя доля i -го ресурса, идущего на непроизводственное потребление j -й отрасли m -го района; $\omega_j^{(F)m}$ — вес j -й отрасли в экономике m -го района в смысле объемов непроизводственного потребления; $\varepsilon_{ij}^{(F)}$ — булева переменная, имеющая следующий вид:

$$\varepsilon_{ij}^{(F)} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й ресурс идет на непроизводственное} \\ & \text{потребление } j\text{-й отрасли;} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2.5.26)$$

Величина \bar{p}_j^m есть среднее за период наблюдения значение объемов непроизводственного потребления j -й отрасли m -го района.

Шаг 7. Если имеет место межрайонная миграция ресурсов, то для каждого i -го ресурса рассчитываются векторы миграционных перетоков \bar{r}^a и \bar{r}^b . Поскольку невозможно предложить единую методику расчета элементов этих векторов, то эта процедура производится по частным алгоритмам, изложенным в описании соответствующих методик по каждому из ресурсов.

Примечание. Практическое использование приведенного выше алгоритма осуществляется следующим образом. Если имеется возможность использования детализированных расчетов, отображающих динамику параметров эколого-экономического блока на языке его предметной области, то применяются эти системы расчетов. В противном случае используется приведенный выше алгоритм, реализующий последовательность шагов 1—7 и основанный на использовании статистической информации.

Корректировка структуры и размерностей фазовых переменных модели «Область». В работе [Взаимодействие..., 1981] приведена модель, которая взята за основу СМПЭЖ «Область» с точностью до наполнения блоков ресурсов, о котором говорилось выше. Для того чтобы избежать использования в модели переменных, имеющих разную размерность, воспользуемся коррекцией первого типа. С этой целью вместо переменной R_i^m будем использовать переменную $R_i^m / \max \{R_i^m\}$ ($i = 1, 10$), а вместо значения ресурса в невозмущенном состоянии R_i^* — величину $R_i^* / \max \{R_i^m\}$. При этом величина параметра q_{ij}^m заменяется величиной $q_{ij}^{m(\max)}$:

$$q_{ij}^{m(\max)} = q_{ij}^m \cdot \max \{R_i^m\} / \max \{R_j^m\}. \quad (2.5.27)$$

Доказана следующая лемма о коррекции первого типа.

Лемма 1. Коррекция первого типа, осуществляемая над системой уравнений ресурсно-экономического блока СМПЭК «Область», является эквивалентным (не меняющим решение) преобразованием.

При анализе природно-хозяйственных объектов зачастую приходится оперировать не абсолютными запасами ресурсов, а информацией об их добыче, представленной динамическими рядами. Коррекцией модели «Область» второго типа назовем такое преобразование переменных U_j^m и U_i^m , характеризующих добычу j -го и i -го ресурсов в m -м районе, которое заключается в реализации следующих операций:

$$q_{ii}^{m(\text{корр})} = q_{ii}^m; \quad q_{ij}^{m(\text{корр})} = q_{ij}^m \cdot \rho_j / \rho_i; \quad R_i^m = U_i^m / \rho_i; \quad (2.5.28)$$

$$R_i^{*(m)} = U_i^{*(m)} / \rho_i; \quad R_j^m = U_j^m / \rho_j; \quad R_j^{*(m)} = U_j^{*(m)} / \rho_j; \quad (\rho_i, \rho_j \leq 1), \quad (2.5.29)$$

где ρ_i, ρ_j — соответственно среднегодовые доли добычи U_i и U_j ресурсов от их соответствующих запасов, имеющих одинаковые размерности (значения ρ_j и ρ_i предварительно рассчитываются либо берутся из паспорта ресурса).

Лемма 2. Коррекция второго типа, осуществляемая над системой уравнений ресурсно-экономического блока СМПЭК «Область», является эквивалентным преобразованием.

Следствие 1. Из лемм 2 и 1 следует, что последовательная реализация коррекций второго и первого типов является эквивалентным преобразованием.

Часто информация о запасах i -го и j -го ресурсов R_i^m и R_j^m представлена в виде временных рядов Y_i^m и Y_j^m , исчисленных в стоимостном выражении. Коррекцией третьего типа назовем следующее преобразование:

$$q_{ii}^{m(\text{корр})} = q_{ii}^m; \quad q_{ij}^{m(\text{корр})} = q_{ij}^m \cdot \Pi_j / \Pi_i; \quad R_i^m = Y_i^m / \Pi_i; \quad (2.5.30)$$

$$R_i^{*(m)} = Y_i^{*(m)} / \Pi_i; \quad R_j^m = Y_j^m / \Pi_j; \quad R_j^{*(m)} = Y_j^{*(m)} / \Pi_j, \quad (2.5.31)$$

где Π_i и Π_j — действующие цены на интервале наблюдения $[t_n, t_k]$ для ресурсов R_i^m и R_j^m .

Лемма 3. Коррекция третьего типа, осуществляемая над системой уравнений ресурсно-экономического блока, является эквивалентным преобразованием тогда и только тогда, когда цены ресурсов Π_i и Π_j постоянны или колеблются в малых пределах вокруг некоторого среднего значения.

Следствие 2. Из лемм 3 и 1 следует, что последовательная реализация коррекций третьего и первого типов является эквивалентным преобразованием в случае постоянных или слабо меняющихся цен.

Следствие 3. Из лемм 3 и 2 следует, что последовательная реализация коррекций третьего и второго типов является

эквивалентным преобразованием в случае постоянных или слабо меняющихся цен.

На основании изложенных выше лемм и следствий при анализе и идентификации можно использовать неоднородные временные ряды. Искажения, вносимые в значения параметров неоднородностью временных рядов при идентификации, устраняются эквивалентными коррекциями уже после их вычисления, что позволяет существенно сократить объем вычислительных операций и использовать единую схему расчетов.

Основные результаты идентификации параметров с учетом их коррекций составляют часть общего информационного обеспечения. Для каждого параметра в уравнениях ресурсно-экономического блока производится расчет оценки надежности вычислений по следующему принципу: надежность параметра тем выше, чем точнее метод его получения. Если он может быть получен разными методами, то в качестве меры надежности берется $\max\{\omega_{ij}^H\}$ из табл. 3, где ω_{ij}^H — вес j -го способа получения i -го показателя.

В качестве оценки надежности расчета i -го ресурса по соответствующему ему уравнению может быть принят средний по числу параметров вес $\bar{\omega}_i^H$. Информационная надежность всего ресурсно-экономического блока СМПЭК «Область» оценивается следующим образом:

$$\omega = \sum_{i=1}^{10} \bar{\omega}_i^H \cdot \sigma_i / \sum_{i=1}^{10} \sigma_i, \quad (2.5.32)$$

где σ_i — оценка важности i -го ресурса в процессе принятия решения (исчисляется по стобалльной шкале).

В предложенной методике идентификации сочетаются различные способы получения информации и расчета параметров, причем приоритет остается за методами, традиционными для той предметной области, к которой относится рассматриваемый ресурс.

Статистические методы используются только в том случае, когда затруднено или неэффективно применение традиционных. Для этого случая производится модификация процедуры расчета параметров, при которой идентификация осуществляется на базе временных рядов с использованием паспортов ресурсов. При этом постулируются гипотезы о невозмущенном состоянии ресурса, о динамике поведения его в интервале наблюдения, о механизмах его межрайонных и внутрирайонных перетоков.

Рассчитанные параметры подвергаются корректировкам, являющимся эквивалентными преобразованиями уравнений ресурсов. Эти корректировки выравнивают размерности ресурсов, устраняют влияние цен, позволяют оправдать использование замены информации о запасах информацией о добыче ресурсов.

Для каждого варианта идентификации рассчитывается суммарный вес методологической надежности результатов вычислений. Вариант с максимальным весом соответствует наиболее надежному способу идентификации.

ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ В АНАЛИЗЕ АНТРОПОГЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ

Уровень развития вычислительной техники, методов исследования операций и моделирования, с одной стороны, способствовал широкому проникновению математических методов в экономику. Еще в шестидесятые годы сформировалась концепция оптимального функционирования социалистической экономики, в рамках которой формализовались многообразные задачи управления и планирования народного хозяйства [Федоренко, 1968; Пугачев, 1968; Аганбегян, 1968; Аганбегян и др., 1972]. С другой стороны, сложность и разнообразие и в силу этого весьма слабая изученность взаимосвязей в природной системе не позволяют со всей глубиной описать математическими средствами протекающие в ней процессы. Приходится выбирать уровень и общие позиции рассмотрения взаимодействия природы и общества для разработки научных основ осуществления рационального природопользования на региональном уровне.

Приводимые в главе материалы свидетельствуют об эффективности поиска таких позиций и подходов для достижения поставленной цели.

3.1. МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ЭЛЕМЕНТАМИ ЭКОСИСТЕМЫ ОЗЕРА БАЙКАЛ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНТРОПОГЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В настоящее время невозможно дать всестороннее математическое описание всех разнообразных процессов в экосистеме водоема. Однако с общих позиций системного анализа и теории управления реально строить модель отклонения экосистемы от естественного состояния, где любые процессы описываются на одном языке, а их различие отражается количественными характеристиками, определенными экспериментально.

Обоснование математической модели. В качестве исходного принимается следующее описание процесса взаимодействия в экосистеме:

$$\frac{\partial R^i}{\partial t} = \Omega^i(R) + \operatorname{div}(-vR^i + D^i \operatorname{grad} R^i + R^i \kappa^i \operatorname{grad} R^i), \quad (3.1.4)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; R — n -мерный вектор состояния экосистемы; $\Omega^i(R)$ — функция взаимодействия и самовосстановления компонент; $v = (v_1, v_2, v_3)$ — вектор скорости среды; D^i — коэффициенты диффузии; κ^i — коэффициенты миграции.

Линеаризация этой полной модели относительно невозмущенного состояния при допущении о независимости v , D , κ от R дает

$$\frac{\partial Z^i}{\partial t} = \sum_j Q_{ij} Z^j + \operatorname{div} [(\kappa^i \operatorname{grad} R_*^i - v) Z^i + (D^i + R_*^i \kappa^i) \operatorname{grad} Z^i], \quad (3.1.2)$$

где $Q_{ij} = \Omega_{R^j}^i(R_*)$, $Z = R - R_*$.

Всю акваторию водоема разобьем на N камер с учетом естественных особенностей (впадин, мелководий, заливов). Запишем дискретную по пространству модель, соответствующую (3.1.2) в предположении, что вектор Z , матрица Q не зависят в каждой камере объема V от координат и матрица Q постоянна. Имеем:

$$1) \int_{V_k} \frac{\partial Z^i}{\partial t} dV = \frac{\partial Z_k^i}{\partial t} V_k; \quad 2) \int_{V_k} QZ dV = QZ_k V_k;$$

$$3) L = \int_{V_h} \operatorname{div} [(\kappa^i \operatorname{grad} R_*^i - v) Z^i + (D^i + R_*^i \kappa^i) \operatorname{grad} Z^i] \times \quad (3.1.3)$$

$$\times dV = \oint_{S_h} [(\kappa^i \operatorname{grad} R_*^i - v) Z^i + (D^i + R_*^i \kappa^i) \operatorname{grad} Z^i, \nu] dS,$$

где ν — нормаль к поверхности, разделяющей ячейки.

Состояние на границе k -й ячейки совпадает с состоянием в соседней l -й ячейке, если переток направлен из l -й ячейки в k -ю:

$$L = \sum_l Z_l^i \int_{S_{kl}} [(\kappa^i \operatorname{grad} R_*^i - v), \nu] dS + \sum_l (Z_l^i - Z_k^i) \times$$

$$\times \int_{S_{kl}} (D^i + R_*^i \kappa^i) \frac{dS}{\rho_{kl}} = \sum_l [A_{kl}^i Z_l^i + B_{kl}^i (Z_l^i - Z_k^i)].$$

Здесь ρ_{kl} — проекция расстояния между центрами соседних с k -й ячеек на нормаль к поверхности, разделяющей камеры,

$$A_{kl}^i = \int_{S_{kl}} [(\kappa^i \operatorname{grad} R_*^i - v), \nu] dS, \quad (3.1.4)$$

$$B_{kl}^i = \int_{S_{kl}} (D^i + R_*^i \kappa^i) \frac{dS}{\rho_{kl}}. \quad (3.1.5)$$

Состояние на границе k -й ячейки совпадает с состоянием в ней самой, если переток направлен из k -й ячейки в l -ю:

$$L = Z_k^i \sum_l ((\kappa^i \operatorname{grad} R_*^i - v), \nu) dS + \sum_l (Z_l^i - Z_k^i) \times$$

$$\times \int_{S_{kl}} (D^i + R_*^i \kappa^i) \frac{dS}{\rho_{kl}} = Z_k^i \sum_l A_{kl}^i + \sum_l (Z_l^i - Z_k^i) B_{kl}^i.$$

Таким образом, дискретная по пространству модель запишется в виде

$$\frac{dZ_h^i}{dt} = \sum_{j=1}^n Q_{ij} Z_h^j + \frac{1}{V_h} \left[\sum_l A_{hl}^i Z_l^i - A_{lh}^i Z_h^i + B_{hl}^i (Z_l^i - Z_h^i) \right], \quad (3.1.6)$$

где коэффициенты A_{hl}^i , A_{lh}^i , B_{hl}^i вычисляются по формулам (3.1.4), (3.1.5).

Из вида модели (3.1.6) легко понять смысл коэффициентов Q_{ij} . Они характеризуют чувствительность объекта к изменениям показателей состояния равновесия, а именно: величины Q_{ij} показывают, насколько изменится в единицу времени показатель Z^i при изменении только Z^j при отсутствии диффузии, перетоков, миграций: $Q_{ij} = \frac{Z^i}{Z^j \cdot \Delta t}$.

Если возможен эксперимент, в котором отсутствуют миграции и наблюдается одна из компонент Z^i , а остальные отклонения поддерживаются равными нулю, то из уравнения (3.1.6) следует

$$\frac{dZ^i}{dt} = Q_{ii} Z^i, \quad Q_{ii} = \frac{1}{t_K - t_H} \ln \left| \frac{Z^i(t_K)}{Z^i(t_H)} \right|.$$

После определения диагональных элементов могут быть найдены внедиагональные элементы. Все компоненты, кроме двух: Z^i , Z^j , поддерживаются нулевыми, \bar{Z}^j поддерживаются постоянными: $\bar{Z}^j \neq 0$. Тогда

$$\frac{dZ^i}{dt} = Q_{ij} \bar{Z}^j + Q_{ii} Z^i, \\ Q_{ij} = \left[Z^j(t_K) - e^{Q_{ii}(t_K - t_H)} Z^j(t_H) \right] / \left[\bar{Z}^j(t_K) (e^{Q_{ii}(t_K - t_H)} - 1) \right].$$

Условия проведения многокомпонентного эксперимента не требуют поддержания компонент выделенного блока $Q^{(k)}$ матрицы Q на определенном уровне, а налагают только требования на точность снимаемых данных и продолжительность эксперимента.

Пусть $Y = (y^1, \dots, y^k) = (Z^1, \dots, Z^k)$ — подвектор Z и $\frac{dY}{dt} = \tilde{Q}^{(k)} Y$.

Зададим в качестве начального состояния следующий вектор:

$$Y_H = (y_H^1, \dots, y_H^1, \dots, y_H^k) = (0, 0, \dots, y_H^1 = 1, 0, \dots, 0) = y_H^{(1)}.$$

Через некоторый промежуток времени в момент t_K произведем замер компонент и получим некоторый вектор $Y_{\text{кон}}$. Проведя k таких экспериментов, получим набор данных:

$$F_H^{(Y)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} = E, \quad F_{\text{кон}}^{(Y)} = \begin{bmatrix} y_{\text{кон}}^{11} & \dots & y_{\text{кон}}^{1k} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ y_{\text{кон}}^{k1} & \dots & y_{\text{кон}}^{kk} \end{bmatrix}.$$

Они связаны между собой матрицей перехода $F_{\text{кон}}^{(Y)} = B_{\text{пер}}^{(k)} \cdot F_{\text{н}}^{(Y)}$. В силу построения $\det |F_{\text{н}}^{(Y)}| \neq 0$, следовательно, $\det |F_{\text{кон}}^{(Y)}| \neq 0$, и тогда

$$B_{\text{пер}}^{(k)} = F_{\text{кон}}^{(Y)} | F_{\text{н}}^{(Y)} |^{-1}.$$

При проведении всякого l -го эксперимента можно делать промежуточные замеры на интервале $[t_{\text{н}}, t_{\text{к}}]$. Возникший избыток информации позволит точнее вычислить переходную матрицу: $B_{\text{пер}}^{(k)} = B_{\text{ср}}^{(k)}$.

Известно, что $B_{\text{пер}}^{(k)} = \tilde{e}^{Q^{(k)}} - E$. Отсюда

$$\tilde{Q}^{(k)} = \ln (B_{\text{пер}}^{(k)} + E),$$

и тем самым получим искомую матрицу $\tilde{Q}^{(k)}$, поскольку $B_{\text{пер}}^{(k)}$ — неособенная матрица. В пределе при $k = n$ получается обычный идентификационный эксперимент над всем объектом в целом: $\tilde{Q}^{(k)} = \tilde{Q}$.

Отметим, что при вычислении матрицы Q для конкретного водоема возникают вопросы, которые необходимо рассмотреть до практической постановки экспериментов. Во-первых, нужно выявить слабые связи, что позволит соответствующую часть матрицы Q заполнить нулями, а количество проводимых экспериментов уменьшить. Необходимо также выявить в экосистеме процессы быстротекущие и медленные и при проведении экспериментов замеры характеристик быстротекущих процессов делать соответственно чаще, считая медленные компоненты на этих промежуточных константах.

При воспроизведении экспериментов по выявлению взаимосвязей между элементами сложного объекта неизбежны всевозможные ошибки, отклонения от условий их взаимодействия в составе сложного объекта. Эти отклонения можно трактовать как случайные, нерегулируемые воздействия на моделируемый объект. Их влияние может быть уменьшено с помощью фонового эксперимента. Пусть речь идет о некотором многокомпонентном эксперименте с подвектором Y вектора Z в условиях аддитивного шума: $\dot{Y} = QY + \xi$. Тогда соответствующий фоновый эксперимент описывается моделью

$$\dot{Y}_{\phi} = QY_{\phi} + \xi, \quad Y(t_{\text{н}}) = 0$$

(в нем нет начальных отклонений показателей). Обозначим $x = Y - Y_{\phi}$. Тогда $\dot{x} = Qx$, т. е. получается модель без случайного воздействия, аналогичная рассмотренной ранее. Поэтому наряду с каждым обычным многокомпонентным экспериментом необходимо проводить соответствующий фоновый эксперимент. Вся серия экспериментов должна проводиться независимо в каждой ячейке пространственного разбиения водоема, поскольку условия в ячейках различаются. На первом этапе коэффициенты считаются постоянными или функциями времени, при дальнейшем уточнении может быть учтена их возможная зависимость от состояния ячейки.

Выбор показателей (на примере Байкала). Для разных целей выбор показателей может быть различным. При большом числе показателей матрица Q становится непомерно большой (размера n^2 , где n — число показателей). В этом случае предусмотрен переход к двухуровневому или многоуровневому представлению. Двухуровневое описание будет состоять из модели (3.1.1) и моделей отдельных компонент на другом уровне.

Специфичность байкальской воды, как известно, в первую очередь обусловлена большой глубиной озера. Вследствие огромной массы воды, сочетающейся с относительно низкими значениями параметров поверхностного и берегового входов, а также интенсивными процессами перемешивания, временная изменчивость гидрологических и гидрохимических показателей на большей части акватории ограничена узким диапазоном. С выделенным свойством связаны и особенности биологии оз. Байкал.

При общем видовом богатстве флоры и фауны в пелагиали озера — экосистеме, где создается значительная доля биологической продукции, — обитает лишь несколько массово представленных видов. Эти виды характеризуются развитой системой адаптации к существованию в условиях байкальских вод, для которых, как мы отметили, свойственна высокая стабильность гидрологического и гидрохимического режимов. Почти все формы встречающихся здесь представителей живых организмов на разных трофических уровнях относятся к эндемикам. В этом смысле обоснованно говорить об эндемизме трофической цепи, в чем проявляется уникальность биологической структуры пелагиали Байкала.

Глубокий эндемизм сопряжен с выраженной консервативностью и простотой функциональной системы сообщества. Признаком данной особенности является то, что не развиты, если не говорить отсутствием, альтернативные пути биологической трансформации вещества и потоков энергии. Это выражается в подчиненной роли видов, дублирующих функции доминантов, их немногочисленности. Структура комплекса литорали и закрытых частей гораздо сложнее. Однако его вклад в общую биологическую продуктивность озера существенно ниже.

Характерной особенностью озера Байкал является система постоянных течений, основные из которых замкнуты внутри районов, соответствующих трем котловинам [Вотинцев, 1961]. Вместе с широтной изменчивостью климатических условий это обуславливает крупномасштабную неоднородность акватории. Она проявляется на уровне сообщества в том, что основные районы озера различаются по срокам наступления сезонных явлений, интенсивности биологических процессов. Некоторые различия существуют и в видовом составе, соотношении массовых форм. Поэтому идентификация модели должна производиться с обязательным учетом пространственной изменчивости экосистемы.

На рис. 3 представлена схема экосистемы озера, отражающая эти особенности. Схема основана на следующих принципах разбиения биоты на компоненты:

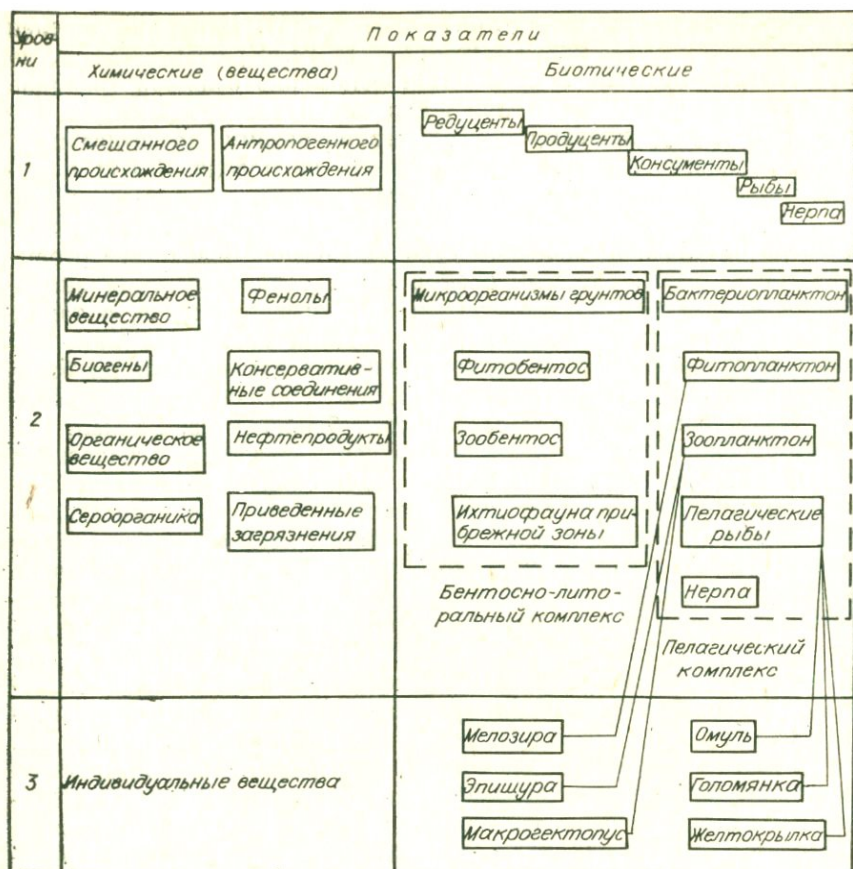


Рис. 3. Уровни модельного представления экосистемы оз. Байкал.

первый уровень — положение в цепи биологической передачи энергии (предполагаемые реакции на возмущение — уменьшение количества вещества, вовлекаемого в полный круговорот, снижение уровня потока энергии, потеря устойчивости на верхних трофических уровнях, увеличение вероятности их исчезновения);

второй уровень — трофоэкологический статус (изменение соотношения видов в пользу не эндемиков, возрастание стохастичности в динамике трофоэкологических групп, ослабление вещество-энергетических связей между бентосно-литоральными и пелагическими комплексами);

третий уровень — популяции видов-эндемиков и промыслового вида (снижение продуктивности популяций, утрата адаптационных свойств, связанных с природным химизмом вод, изменение структуры популяций).

Первый уровень разбиения на показатели соответствует укрупненному представлению экосистемы. Он отражает трофиче-

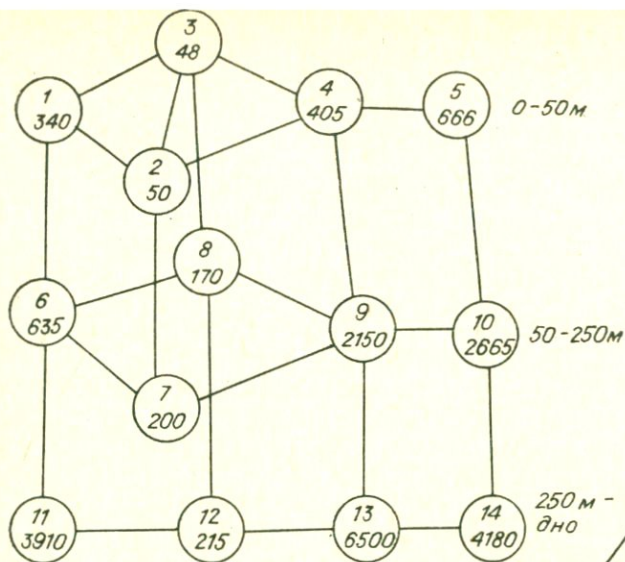
ский порядок членов сообщества в интегрированном виде, оставляя без внимания структурированность биотопа. Прямые связи между компонентами однонаправленны.

На втором уровне рассматривается развернутая система показателей, применяемая для традиционного описания компонентов водной экосистемы. Важно отметить, что здесь представлены комплексы, приуроченные к разным биотопам. Хотя между ними и имеет место обмен, его величиной можно пренебречь, поскольку он мал по сравнению с энергетическими потоками внутри этих комплексов. Поэтому последние допустимо трактовать как автономные части экосистемы. К этому же допущению склоняет и то обстоятельство, что выделенные две области акватории и соответствующие им комплексы находятся в разном отношении к загрязнению. В пелагиали действие загрязняющих веществ рассеяно (дисперсно) вследствие быстро протекающих процессов перемешивания: в прибрежной же зоне, особенно на мелководьях перед устьями крупных рек и в местах сбросов сточных вод, действие на биоту импактно.

Использование надвидовых показателей, как это предлагается для второго уровня, объясняется, во-первых, стремлением добиться оптимальной структуры модели, а во-вторых, высокой интегрированностью отдельных трофоэкологических группировок. Вместе с тем выраженная доминантность ряда видов, их преобладающее участие в функционировании экосистемы указывают на необходимость отдельно моделировать реакции этих видов на воздействия. Поэтому создается третий уровень показателей (моделей).

С учетом изложенного рассматриваются следующие уровни детализации описаний в соответствии с тремя уровнями показателей:

Показатели верхнего уровня	Показатели среднего и нижнего уровней
1. Приведенные загрязнения	1. Минеральные вещества 2. Органические вещества 3. Нефтепродукты 4. Фенолы 5. Сероорганика 6. Консервативные загрязнения (соли тяжелых металлов) 7. Приведенные загрязнения (сумма долей ПДК)
2. Редуценты	1. Бактериопланктон 2. Микроорганизмы грунтов
3. Продуценты	1. Фитопланктон 2. Фитобентос
4. Консументы	1. Эпিশура 2. Макрогектопус 3. Зообентос
5. Рыбы	1. Омуль 2. Голомянка 3. Желтокрылка 4. Ихтиофауна
6. Нерпа	1. Нерпа



5
666

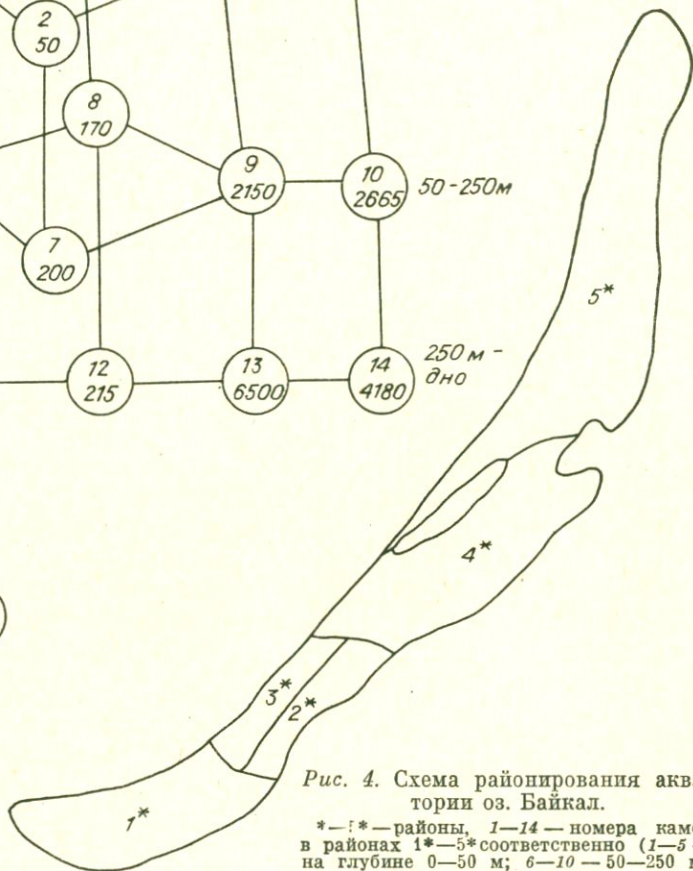


Рис. 4. Схема районирования акватории оз. Байкал.

-; — районы, 1-14 — номера камер в районах 1*-5* соответственно (1-5 — на глубине 0-50 м; 6-10 — 50-250 м; 11-14 — 250 м — дно), 48, ..., 6500 — объем камер, л.

Районирование акватории. Возможны различные схемы районирования в зависимости от целей исследования, характера имеющейся информации. Для дальнейших экспериментальных экосистемных исследований предлагается схема районирования (рис. 4), составленная с учетом информации о водообмене [Вотинцев, 1961]. Для гидрологических исследований и вычислительных экспериментов с моделью будут использованы также другие схемы, учитывающие требования точности и особенности гидрологических составляющих. Связь между различными схемами устанавливается формальным пересчетом.

Определение миграционных коэффициентов. Для водных примесей и организмов, не способных к самостоятельному передви-

жению, коэффициенты матриц A_{hl}^i и C_{hl}^i подсчитываются по формуле, отражающей перенос и диффузию:

$$A_{hl}^i = \int_{S_{hl}} (-v_*^i, v) dS = -v_*^i \int_{S_{hl}} (1, v) dS,$$

$$C_{kl}^i = \int_{S_{hl}} D^i \frac{dS}{\rho_{kl}}.$$
(3.1.7)

Для некоторых компонент коэффициент A_{kl}^i подсчитывается по формуле (3.1.7), где в качестве v берется скорость естественной миграции соответствующего компонента (средняя для данной камеры).

Эксперимент по определению C_{kl}^i можно представить следующим образом. Берется протяженный аквариум и делится условно на две камеры. В одной из камер задается отклонение одной из компонент от стационарного состояния. Остальные компоненты в данной камере и все компоненты во второй поддерживаются в стационарном состоянии. Через некоторые промежутки времени производятся замеры в данной камере. По этим результатам производится подсчет.

Методика определения опорного состояния. Опорное состояние экосистемы Байкала может быть определено на основе исследований компонентов экосистемы. Для этого используются данные по режимным наблюдениям и сезонным сборам, которые опубликованы в сводках Лимнологического института СО АН СССР и НИИБ при Иркутском университете. В таких сводках содержится информация о динамике количественных показателей планктона и бентоса. Особое значение для определения характеристик планктона имеют данные ежедневных сборов в точке № 1 (вблизи поселка Бол. Коты). Представление о динамике показателей, соответствующей опорному состоянию, получается посредством осреднения многолетних данных с последующим согласованием окончательных результатов со специалистом-экспертом. При необходимости могут быть выделены варианты опорных состояний (например, у фитопланктона — мелозирный и немелозирный), для которых оговаривается периодичность их смены.

Для районов, представленных недостаточной для статистической обработки совокупностью данных, определение опорного состояния можно получать на основе следующего предположения. В первом приближении считается, что характер динамики планктона в Байкале мало зависит от рассматриваемого района (вариации касаются, как правило, сроков наступления и величины максимума). Тогда по количественному представлению процессов в Южном Байкале (точка № 1) и отрывочной, неполной информации по другим районам можно восстановить динамику в этих районах. Уточнение показателей опорного состояния достигается анализом проб, отобранных в ходе экспериментов из водных масс, окружающих экспериментальные емкости. Оценка состояний нек-

тонных форм осуществляется на основе данных, приведенных в литературе.

6. **Примеры постановки реальных экспериментов.** Реальные эксперименты необходимо проводить в условиях, максимально приближенных к байкальским, а в оптимальном варианте — в самом Байкале. Исходя из поставленных задач, на наш взгляд, целесообразно использовать методы, приобретшие в последнее время широкий размах, которые, по мнению многих авторов, позволяют давать более точный экологический прогноз последствий антропогенных воздействий. Их нередко называют экотестированием [Виноградов, 1984] или экологическими экспериментами [Андрушайтис, 1984]. Они весьма различаются по техническому решению, но среди них особого внимания заслуживают опыты в контролируемых изолированных экосистемах с использованием больших полиэтиленовых мешков объемом 1—1,5 м³, а также исследования динамики бентосных организмов в ограждениях, установленных в озере, или под пластиковыми колпаками на дне. Использование изолированных экологических систем в гидробиологических исследованиях позволило выявить закономерности первичной продукции морских и пресноводных водоемов, лимитирующее действие концентрации биогенных солей [Davies *et al.*, 1975; Goldman, 1962; McAllister, 1961], изучить воздействие тяжелых металлов, пестицидов и антропогенной эвтрофикации на водные сообщества. В 1973—1974 гг. под руководством Г. Г. Винберга этим методом было исследовано влияние сточных вод целлюлозного комбината на планктон оз. Байкал [Бульон, 1976]. Изолированные системы успешно использовались для изучения влияния кадмия, меди, нефтепродуктов на фито- и зоопланктон и молодь рыб [Мартин, 1979; Патин, 1979; Kremling *et al.*, 1978].

Как изолирующий материалы в экотоксикологических экспериментах применяются преимущественно полиэтиленовую пленку и органическое стекло.

При постановке экспериментов предварительно следует оценить степень соответствия условий внутри замкнутого объема условиям в озере. Затем, заполнив полиэтиленовую емкость природной водой, содержащей бактерио-, фито- и зоопланктон, внести туда в определенной концентрации фенольные соединения (нефтепродукты, сероорганику и т. д.) и экспонировать эту систему на выбранной глубине, определять в течение некоторого времени концентрацию фенолов в системе, сравнивая с экспонирующимися в тех же условиях мешками, содержащими профильтрованную природную воду с фенолами и природную воду без фенолов. Длительность эксперимента зависит от объема полиэтиленового мешка. При его объеме до 50 л наблюдение целесообразно проводить в течение 4—7 дней, при увеличении объема до 1500 л время эксперимента увеличивается до месяца [Гельфонд и др., 1976; Андрушайтис, 1984].

Эти методы привлекательны тем, что позволяют в зависимости от целей исследования проводить опыты в условиях озера

с различными вариациями. Так, для определения скорости восстановления бактериопланктона можно провести эксперимент в следующих условиях: отфильтровав некоторый объем воды (например, 10 л) и простерилизовав его, помещаем в мешки вместе с отфильтрованным фито- и зоопланктоном. Затем через определенные промежутки времени отбираем пробы для определения общей численности микроорганизмов. Получив зависимость численности микроорганизмов от времени, можно рассчитать скорость самовосстановления бактериопланктона.

Коэффициенты самовосстановления популяций бентоса можно определять, помещая на дно озера на различной глубине лотки с грунтом, взятым на том же месте, и вынимая их через определенные промежутки времени для измерения биомассы.

По данным схемам можно ставить опыты с токсикантами, внося их в достаточно высоких концентрациях в мешки, содержащие гидробионты, и под пластиковые колпаки, изолирующие участки дна с его населением. В пробах, забираемых из мешков и из-под колпаков, будут определяться концентрации токсикантов и гидробионтов в течение 4—7 дней опыта. Для сравнения можно также вносить токсиканты и исследовать динамику гидробионтов в стерильной воде. Определяя, как описано выше, скорость распада фенольных соединений, мы можем одновременно регистрировать изменение численности бактерио-, фито- и зоопланктона, а определяя скорость восстановления численности бактерий, одновременно выяснить, как уменьшение концентрации бактерий скажется на зоо- и фитопланктоне.

В замкнутых контролируемых экосистемах, помещенных в воду оз. Байкал, можно изучить влияние изменения содержания биогенных веществ в воде на гидробионтов, оценить взаимодействие биокomпонентов экосистемы и токсикантов и т. п.

Естественно, что методики работы будут различаться при решении различных задач. Так, если при изучении динамики бактерио- и фитопланктона в течение суток можно ограничиться склянками объемом в несколько литров, то уже кратковременные эксперименты с зоопланктоном требуют использования полиэтиленовых мешков объемом в десятки литров, а если эти опыты длятся более 4—7 дней, то объемы замкнутых экосистем возрастают до нескольких кубических метров. При оценке действия каких-то химических факторов (фенольных соединений, нефтепродуктов, сероорганики) на элементы экосистемы мы должны изолировать модельный объем пленкой, а при оценке взаимодействия достаточно крупных организмов опытные условия можно приблизить к озерным, используя изоляцию с помощью газа. При работе с бентосными сообществами целесообразно применять полиэтиленовые или газовые полусферы, частично заглубленные в грунт (колпаки), или достаточно высокие, для исключения возможности миграций бентосов, цилиндрические емкости, открытые сверху для того, чтобы не перекрывать поступления продукции планктона на дно.

При постановке экспериментов с нефтепродуктами, учитывая важную роль поверхностных процессов их деструкции, необходимо использовать емкости, открытые сверху и находящиеся непосредственно на поверхности воды.

Многие коэффициенты было бы гораздо удобнее определять, используя многосекционные резервуары (объемом от 50 до 100 л) для различных компонентов экосистемы с проточным, но замкнутым режимом. Такие системы в настоящее время используются для длительного (до нескольких месяцев) и точного моделирования конкретных процессов в экосистеме [Виноградов, 1984; Белецкий и др., 1982].

При таком подходе к установлению коэффициентов взаимодействия компонентов экосистемы необходимо учитывать, что коэффициенты матрицы Q далеко не все будут константами. Многие из них будут варьировать в зависимости от времени года, а также отличаться друг от друга в разных глубинных слоях или районах. Следовательно, опыты по их установлению необходимо проводить в разных точках озера, на разных глубинах и в течение всего года. Ряд коэффициентов будет изменяться также еще и в зависимости от имеющейся плотности (концентрации) данного компонента, т. е. будет представлять собой функцию нескольких переменных. Кроме того, процессы взаимодействия гидробионтов с токсикантами будут зависеть как от плотности первых и концентрации последних, так и от гидрохимических параметров, не говоря уже о температуре воды, световом факторе, присутствии других токсикантов.

При проведении экотоксикологических экспериментов целесообразно использовать пороговую концентрацию или предельно допустимую концентрацию (ПДК) вредных веществ, действующих на организмы. Но для выявления эффекта действия загрязнителей водоема на организмы с целью прогнозирования целесообразно изучить их действие в концентрациях, превышающих ПДК в 2, 3, ..., 10 раз. Так, для фенольных соединений (пирокатехина, гидрохинола, резорцина, пирогаллола) ПДК по общесанитарным и органолептическим показателям соответствует 0,1—0,2 мг/л, следовательно, при постановке опытов нам необходимо устанавливать их концентрацию в пределах от 100 до 1000 мкг/л.

Таким же образом будет установлен диапазон концентраций для нефтепродуктов, сероорганических соединений.

Для примера наиболее подробно можно рассмотреть постановку экспериментов по изучению влияния токсикантов на бактерио-, зоо- и фитопланктон.

Методика изоляции, погружения и размещения экспериментальных мешков подробно изложена в статьях А. Г. Андрушайтиса [Андрушайтис и др., 1982; Андрушайтис, 1984] и В. В. Бульона [1976].

Экспериментальную работу на оз. Байкал осложняет отсутствие хороших укрытий от ветрового волнения, хотя постановка

экотоксикологических экспериментов предполагается в различных районах озера: в районе открытого Байкала (район Бол. Котов), в сорных зонах Байкала (Посольский сор), в заливах Малого моря (залив Мухор), а также в районе сброса сточных вод БЦБК.

В мешки, специально сконструированные и изготовленные из полиэтиленовой пленки, вносим определенный объем воды, в котором создаем определенные концентрации, например, фенольных соединений (пирокатехина, гидрохинона, резорцина). Одновременно мы можем поставить экспериментальные мешки с различным содержанием фенольных соединений (100, 300, 500, 1000 мкг/л). Параллельно устанавливаются мешки с природной байкальской водой без добавок токсиканта. В качестве второго контрольного опыта можно использовать отфильтрованную от зоо- и фитопланктона природную воду с добавками тех же количеств фенольных соединений.

Методика определения средних гидрологических характеристик пресноводного водоема. В предыдущих разделах данного параграфа показано, что применение методик проведения экспериментов возможно только с учетом среднего состояния характеристик водоема в разных глубинных слоях выделенных районов акватории.

Для многих водоемов по данным гидрологических наблюдений рассчитан ряд укрупненных схем водообмена, одна из которых для оз. Байкал представлена на рис. 4 и содержит информацию о среднегодовых перетоках между крупными камерами. Однако для описания в модели (3.1.6) сравнительно быстротекущих процессов таких данных недостаточно. Дополнительная информация может быть получена в ходе статистических вычислительных экспериментов с достаточно простой гидродинамической моделью с учетом статистики внешних воздействий — ветра, радиации, атмосферного давления, речного стока. При реализации таких массовых вычислительных экспериментов для пресноводного водоема предлагается упрощенная камерная гидродинамическая модель, построенная на основе известной системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движение воды и распространение тепла в водоеме с учетом граничных условий [Саркисян, 1977]:

$$\frac{du}{dt} = fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta u + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (3.1.8)$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta v + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v} \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (3.1.9)$$

$$\frac{dT}{dt} = \mu_1 \Delta T + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}_1 \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (3.1.10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3.1.11)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = g\rho, \quad (3.1.12)$$

$$\rho = \rho(T, z), \quad (3.1.13)$$

где u, v, w — составляющие скорости в направлении осей Ox, Oy (горизонтальных), Oz (направлена вертикально вниз); P — давление; T — температура воды; t — время; ρ — плотность воды; ρ_0 — плотность воды при давлении 0 бар; μ, ν — коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости; μ_1, ν_1 — коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии тепла; f — параметр Кориолиса; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$.

Граничные условия:

на свободной поверхности при $z = -\xi(x, y, t)$

$$P = P^a, \quad \nu \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho_0}, \quad \nu \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho_0}, \quad (3.1.14)$$

$$\nu_1 \frac{\partial T}{\partial z} = Q, \quad w|_{z=-\xi(x,y,t)} = 0;$$

на дне при $z = H(x, y)$

$$u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0; \quad (3.1.15)$$

на твердых боковых границах

$$u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial N} = 0. \quad (3.1.16)$$

На границе, примыкающей к рекам, задаются нормальная к границе составляющая вектора скорости $U_N = (u_N, v_N, w_N)$ и поток тепла Q_N по нормали к границе.

При $t = t_0$, $u_0 = u(t_0)$, $v_0 = v(t_0)$, $T_0 = T(t_0)$. Здесь ξ — возвышение свободной поверхности; τ_x, τ_y — составляющие касательного трения ветра; P^a — атмосферное давление; n — нормаль к дну водоема; N — нормаль к боковой границе; $H(x, y)$ — глубина водоема в данной точке; Q — поток тепла на поверхности. В уравнении состояния (3.1.13) давление P заменено по гидростатическому закону глубиной z [Цветова, 1980].

Произведем дискретизацию по пространству системы (3.1.8) — (3.1.16). Для этого разобьем водоем на m камер и используем формулу Гаусса — Остроградского. Для уравнения (3.1.11)

$$\int_{V_k} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} + \frac{\partial w_k}{\partial z} \right) dV = \int_{S_k} (u_{S_k} \cos \alpha_k + v_{S_k} \cos \beta_k + w_{S_k} \cos \gamma_k) dS =$$

$$= \sum_l \int_{S_{kl}} (u_{kl} \cos \alpha_{kl} + v_{kl} \cos \beta_{kl} + w_{kl} \cos \gamma_{kl}) dS. \quad (3.1.17)$$

Далее, с учетом выражения

$$\begin{aligned} \frac{\partial (u^2)}{\partial x} + \frac{\partial (u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial (u \cdot w)}{\partial z} &= u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \\ &+ u \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

будем иметь для левой части (3.1.8)

$$\begin{aligned} \int_{V_k} \frac{du_k}{dt} dV &= \int_{V_k} \left(\frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial u_k}{\partial y} + w_k \frac{\partial u_k}{\partial z} \right) dV = \int_{V_k} \frac{\partial u_k}{\partial t} dV + \\ &+ \int_{V_k} \left(\frac{\partial (u_k^2)}{\partial x} + \frac{\partial (u_k v_k)}{\partial y} + \frac{\partial (u_k w_k)}{\partial z} \right) dV = \int_{V_k} \frac{\partial u_k}{\partial t} dV + \int_{S_k} (u_{S_k} (u_{S_k} \cos \alpha_k + \\ &+ v_{S_k} \cos \beta_k + w_{S_k} \cos \gamma_k)) dS = \int_{V_k} \frac{\partial u_k}{\partial t} dV + \sum_l \int_{S_{kl}} u_{kl} (u_{kl} \cos \alpha_{kl} + \\ &+ v_{kl} \cos \beta_{kl} + w_{kl} \cos \gamma_{kl}) dS, \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

а для правой

$$\begin{aligned} \int_{V_k} \left(f v_k - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_k}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial u_k}{\partial z} \right) dV = \\ = \int_V f v_k dV - \frac{1}{\rho_0} \int_{S_k} P_{S_k} \cos \alpha_k dS + \int_{S_k} \left(\mu \left(\frac{\partial u_{S_k}}{\partial x} \cos \alpha_k + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial u_{S_k}}{\partial y} \cos \beta_k + v \frac{\partial u_{S_k}}{\partial z} \cos \gamma_k \right) dS = f \cdot \int_{V_k} v_k dV - \right. \\ \left. - \frac{1}{\rho_0} \sum_l \int_{S_{kl}} P_{S_{kl}} \cos \alpha_{kl} dS + \sum_l \int_{S_{kl}} \delta_{kl} \frac{\partial u_{kl}}{\partial n_{kl}} dS. \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

Аналогичные операции проводятся для уравнений (3.1.9), (3.1.10).

Здесь V_k — объем камеры k ; S_k — замкнутая поверхность, ограничивающая камеру k ; S_{kl} — поверхность, являющаяся границей между камерой k и соседней с ней камерой l ; u_{S_k} , v_{S_k} , w_{S_k} , T_{S_k} — составляющие скорости и температура на поверхности S_k ; u_{kl} , v_{kl} , w_{kl} , T_{kl} — составляющие скорости и температура на поверхности S_{kl} ; α_k , β_k , γ_k — углы между нормалью к поверхности S_k и осями Ox , Oy , Oz соответственно; P_{S_k} , $P_{S_{kl}}$ — давления на поверхностях S_k и S_{kl} соответственно; P_k — давление в камере k ; δ_{kl} — коэффициенты турбулентного обмена по нормальям n_{kl} ; \sum_l — сумма по камерам l , соседним с камерой k ; u_k , v_k , w_k — составляющие скорости течения в камере k .

Интегрируя уравнение (3.1.12) от свободной поверхности до некоторой глубины z_k , получаем давление в некоторой камере k :

$$P_k = P_k^a + g \xi_k \rho_0 + g \int_0^{z_k} \rho_k dz.$$

Разобьем интеграл от плотности на сумму интегралов по некоторым глубинам, находящимся между нулем и глубиной z_k :

$$\begin{aligned} P_k &= P_k^a + g \xi_k \rho_0 + g \left(\int_{z_{M-1}}^{z_M=z_k} \rho_k^M dz + \dots + \int_{z_0=0}^{z_1} \rho_k^1 dz \right) = \\ &= P_k^a + g \xi_k \rho_0 + g \sum_{s=0}^{M-1} \int_{z_s}^{z_{s+1}} \rho_k^{s+1} dz. \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

Здесь P_k^a , ξ_k — атмосферное давление и свободная поверхность над камерой k ; z_s — некоторые глубины между 0 и z_k , $s = \overline{1, M-1}$; $z_M = z_k$, $z_0 = 0$; ρ_k^{s+1} — плотность на глубинах от z_{s+1} до z_s , $s = \overline{0, M-2}$; $\rho_k^M = \rho_k$ — плотность в камере k на глубине z_k . Положим u, v, w, T, P, ρ постоянными внутри камеры k . Тогда с учетом (3.1.17) — (3.1.20) запишем камерную модель:

$$\begin{aligned} \frac{du_k}{dt} &= fv_k - \sum_l u_{kl} (a_{kl} u_{kl} + b_{kl} v_{kl} + c_{kl} w_{kl}) + \\ &+ \sum_l (u_l - u_k) d_{kl} - \frac{1}{\rho_0} \sum_l P_l a_{kl}, \end{aligned} \quad (3.1.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_k}{dt} &= -fu_k - \sum_l v_{kl} (a_{kl} u_{kl} + b_{kl} v_{kl} + c_{kl} w_{kl}) + \\ &+ \sum_l (v_l - v_k) d_{kl} - \frac{1}{\rho_0} \sum_l P_l b_{kl}, \end{aligned} \quad (3.1.22)$$

$$\frac{dT_k}{dt} = - \sum_l T_{kl} (a_{kl} u_{kl} + b_{kl} v_{kl} + c_{kl} w_{kl}) + \sum_l (T_l - T_k) h_{kl}, \quad (3.1.23)$$

$$\sum_l (a_{kl} u_{kl} + b_{kl} v_{kl} + c_{kl} w_{kl}) = 0, \quad (3.1.24)$$

$$P_l = P_l^a + g \xi_l \rho_0 + g \sum_{s=0}^{M-1} \rho_l^{s+1} \zeta_l^{s+1}, \quad (3.1.25)$$

$$\rho_l = \rho(T_l). \quad (3.1.26)$$

Здесь u_l, v_l, T_l — составляющие скорости и температура в камере l , соседней с камерой k ; u_{kl}, v_{kl}, w_{kl} — составляющие скорости и температура на границе между камерами; P_l, ρ_l — давление и плотность в камере l , $\rho_l^M = \rho_l$; ρ_l^{s+1} — плотность в камерах, лежащих над камерой l , $s = \overline{0, M-2}$; ζ_l^M — половина вертикаль-

ного размера камеры l ; a_{kl} , b_{kl} , c_{kl} , d_{kl} , h_{kl} — неизвестные коэффициенты, в первом приближении берущиеся равными

$$\begin{aligned}
 a_{kl} &= \frac{1}{V_k} \int_{S_{kl}} \cos \alpha_{kl} dS, & b_{kl} &= \frac{1}{V_k} \int_{S_{kl}} \cos \beta_{kl} dS, \\
 c_{kl} &= \frac{1}{V_k} \int_{S_{kl}} \cos \gamma_{kl} dS, & d_{kl} &= \frac{1}{V_k} \int_{S_{kl}} \delta_{kl} \frac{dS}{r_{kl}}, \\
 h_{kl} &= \frac{1}{V_k} \int_{S_{kl}} \delta_{kl}^1 \frac{dS}{r_{kl}},
 \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

где δ_{kl}^1 — коэффициенты турбулентного обмена по нормальям n_{kl} ; r_{kl} — проекция расстояния между центрами соседних камер на нормаль к границе между этими камерами.

Учет граничных условий будет осуществляться следующим образом. Если камера примыкает к поверхности, то в уравнение (3.1.24) войдут слагаемые $\int_S v dS$, а в уравнения (3.1.21) — (3.1.23) $\int_S -\frac{\tau_x}{\rho_0} dS$; $\int_S -\frac{\tau_y}{\rho_0} dS$; $\int_S Q dS$ и $\int_S Q_N dS$ соответственно.

Камерная модель (3.1.21) — (3.1.26) подобна модели, предложенной Т. И. Власовой [1980]. Отличия заключаются в выборе уравнения состояния в форме [Chen e. a., 1977] и уравнения для описания давления P в виде (3.1.25). Коэффициенты a_{kl} , b_{kl} , c_{kl} , d_{kl} , h_{kl} принимаются неизвестными, в первом приближении определяющимися из (3.1.27). Выбор этих коэффициентов в качестве неизвестных констант происходит оттого, что модель (3.1.21) — (3.1.26) необходимо приблизить в некотором смысле к системе (3.1.8) — (3.1.16), т. е. сделать, чтобы среднеквадратическое отклонение решений системы (3.1.21) — (3.1.26) от решений системы (3.1.8) — (3.1.16) было минимальным. Эти коэффициенты определяются путем идентификации относительно точно решения, за которое принимается решение системы (3.1.8) — (3.1.16).

Вопросы о выборе числа камер в модели (3.1.21) — (3.1.26) и тех значениях составляющих скорости и температуры, которые берутся на границах между камерами в модели (3.1.21) — (3.1.26), также решаются при наличии решения системы (3.1.8) — (3.1.16).

3.2. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ЗАГРЯЗНЕНИЕ И ОЦЕНКА ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ

Оптимальное планирование и экономическая оценка природных ресурсов и производственных факторов. Последние два десятилетия обнажили новые проблемы — под все возрастающим

антропогенным воздействием «забастовала» природная среда, способности которой к саморегуляции оказались небеспредельны. Стала ясна и относительность справедливости тезиса о неисчерпаемости богатств природы. Все это заставило по-новому взглянуть на экономику, начать рассматривать ее не в отрыве от природной среды, а как единую природно-экономическую систему и решать вопросы планирования с учетом экологических факторов и ограниченности природных ресурсов.

Для того чтобы иметь возможность сопоставления различных плановых вариантов, методов природопользования с учетом указанных факторов, нужно принять некоторую количественную шкалу, на основе которой производится соизмерение эффективности альтернативных вариантов. В теории и практике экономики традиционной размерностью такой шкалы является стоимостная. Отсюда и вытекает необходимость денежной, т. е. экономической, оценки природных ресурсов, а также факторов производства и показателей состояния природной среды.

Остановимся на некоторых методических аспектах определения экономической оценки природных ресурсов.

Из анализа следует, что при всех различиях подходов к проблеме объединяющим является следующее: на определенном этапе рассмотрения вопроса о сопоставлении альтернативных вариантов хозяйствования появляется некий эталонный вариант (или набор вариантов), характеризующийся определенными показателями экономической эффективности (величиной прибыли, затрат на реализацию и т. д.). Явно или неявно появление этого эталонного варианта связано с фиксацией некоторого критерия эффективности, в смысле которого предъявляемый вариант обладает экстремальным свойством. Степень формализации соответствующей оптимизационной задачи может быть различной: либо эта задача ставится и решается непосредственно в математических терминах, либо ее постановка не акцентируется, а решение предъявляется на основе содержательного анализа. Тем самым происходит сплетение задач определения экономических оценок ресурсов и оптимального планирования, а собственно оценки «настраиваются» по наилучшему варианту (в смысле рассматриваемого критерия). Поэтому, если учесть сложность задач оптимального планирования, становится естественным широкое применение математических моделей различной направленности. Использование моделей позволяет более четко ставить задачи планирования и пользоваться для их решения соответствующим математическим обеспечением.

Рассмотрим более подробно вопрос о том, какой инструментарий, полезный для определения оценок природных ресурсов, предлагают математические методы. Наиболее известным и ставшим для экономистов «своим» методом является линейное программирование. Его популярности способствовал ряд фундаментальных положений этого раздела оптимизации, связанных с двойственностью и зависимостью оптимального значения крите-

рия от параметров задачи [Канторович, 1960; Гейл, 1963; Юдин, Гольштейн, 1969; Ицкович, 1976; Еремин, Астафьев, 1976].

Если, несколько огрубленно, под экономической оценкой ресурсов понимать выраженный в стоимостном измерении ущерб общества от потери единицы данного ресурса, а линейное программирование указывает способ подсчета этих потерь относительно рассматриваемого функционала, то становится очевидной возможность применения этого способа для анализа величины экономической оценки ресурсов: она, как известно, совпадает со значением соответствующей объективно обусловленной оценки — двойственной переменной — компонентой вектора решений двойственной задачи. Тот же способ годится и для оценки любых факторов (производственных или социальных), нашедших отражение в постановке задачи. Некоторая двусмысленность, возникающая при этом в термине «оценка ресурса», проистекает от классических задач линейного программирования, в которых условия оптимизации выступали именно как ограничения по имеющимся в распоряжении объемам ресурсов. Иными словами, лучше говорить о двойственных переменных (множителях Лагранжа) по соответствующим ограничениям задачи, а затем, исходя из содержательного смысла каждого конкретного ограничения, решить, оценкой какого конкретного фактора является соответствующий множитель.

Хотелось бы остановиться на одном обстоятельстве, в силу которого экономические оценки, полученные в результате оптимизации, подвергаются критике. Речь идет о возможности появления нулевых оценок по некоторым видам ресурсов, заведомо имеющим полезную ценность. Здесь нужно учитывать, во-первых, тот факт, что степень доверия к объективно обусловленным оценкам зависит от точности применяемой модели и полноты постановки задачи, а во-вторых, в практике оптимального планирования часто игнорируется теоретически известный факт, что множители Лагранжа дают лишь первое приближение к истинной экономической оценке того или иного фактора — оно получается из рассмотрения линейного разложения оптимального значения критерия качества управления, характеризующего его зависимость от исходных данных задачи (коэффициентов и параметров, регулирующих «жесткость» тех или иных ограничений задачи). Это связано, по-видимому, с тем, что более точное вычисление истинной оценки на современном уровне развития вычислительных методов оптимизации и характеристик ЭВМ возможно лишь в исключительных случаях, а часто и не оправдано из-за неточности применяемой модели.

В этой связи уместно отметить, что уровень разработанности вычислительных методов оптимизации довольно сильно ограничивает класс моделей природно-экономических систем, к которым может быть применима методика определения экономической оценки и производственных факторов, основанная на концепции оптимального планирования. Как правило, возникаю-

щие при этом задачи имеют большое число разнообразных ограничений и многомерны, что само по себе делает оптимизационную задачу сложной для решения. А ведь для целей определения оценок по существу требуется решить две задачи — исходную и двойственную, имеющие примерно равный уровень сложности. Лишь хорошо отработанные методы линейного программирования, реализованные в различных пакетах, удовлетворительно справляются с указанными трудностями. В нелинейных — пусть даже выпуклых и конечномерных — задачах оптимизации дело обстоит гораздо сложнее. По этим причинам отнюдь не все разработанные к настоящему времени эколого-экономические модели приспособлены для решения задач оптимального планирования.

На сегодняшний день наиболее актуальным и интересным является получение экономических оценок сочетаний природных ресурсов на глобальном и региональном уровнях, с учетом многоцелевого использования ресурсов в различных отраслях экономики [Мкртчян, 1984]. Для этих целей наиболее подходят эколого-экономические модели с равным представительством экономики и экологии, уровень сложности которых, структура и размерность допускают возможность решения оптимизационных задач. Нам кажется, что модель «Регион», идентифицированная применительно к Байкальскому региону [Оптимальное управление..., 1980; Моделирование..., 1982; Взаимодействие..., 1981], в достаточной степени удовлетворяет нужным требованиям и вместе с тем имеет типовый характер.

Остановимся на вопросе о непосредственном, практическом использовании экономических оценок в народном хозяйстве. Он естественно возникает независимо от того, какой подход для их определения предлагается разработчиками соответствующей методики. Какова, например, логика рассуждений, приводящая к концепции определения оценок в рамках математического моделирования и оптимального планирования? Первоначально возникает мысль о замене реальной природно-экономической системы некоторой моделью, на которой можно экспериментально исследовать реакцию рассматриваемой системы на те или иные виды воздействий.

Необходимость обращения к модели диктуется невозможностью экспериментирования с реальным объектом, сложностью количественного анализа происходящих в нем процессов при сугубо содержательном, неформализованном исследовании. Затем, когда модель объекта создана, выясняется, что собственно модели недостаточно, чтобы на основе реализации в ней наборов сценариев сделать заключение о целесообразности выбора того или иного варианта управления системой — слишком ограничен запас поддающихся формированию в виде сценариев вариантов, а качественно приемлемых альтернативных способов управления может быть много. Здесь возникает задача генерирования «хороших» вариантов управления системой и сравнения их по экономической эффективности.

Переход к оптимизационным задачам, с одной стороны, делает задачу поиска вариантов целенаправленной, а с другой — дает возможность сопроводить решение набором количественных показателей, характеризующих эффективность использования ресурсов и других факторов на образцовом, оптимальном варианте. Он уже может рекомендоваться к обсуждению и внедрению соответствующими плановыми органами. А как поступать с выбором оценок? Обычно их использование связано с введением рентных платежей за использование факторов производства и ресурсов и в конечном итоге внедрением новой системы цен. В последние годы в практику народного хозяйства такие платежи (в том числе по природным ресурсам) внедрены (см.: Справочник по ценообразованию [1985]) — конечно, благодаря не только выводам, которые сделаны в экономико-математических исследованиях. Однако ожидаемых результатов по усилению хозрасчета и повышению эффективности производства пока не получено, хотя введение платежей оказало очевидное влияние на рост цен. Так, плата за природные ресурсы в основном коснулась сырьевых отраслей — наименее рентабельных и трудоемких, а организация компенсирующих для них финансовых поступлений из обрабатывающих отраслей оказалась весьма сложной. По этим причинам Госкомцен СССР в настоящее время не поддерживает предложений по расширению платности ресурсов. Здесь, по-видимому, нужно искать новые пути, более глубоко прорабатывать в теоретическом плане систему платы за ресурсы и, возможно, провести, хотя бы локальные, экономические эксперименты.

Возмущение задач планирования и оценочные свойства двойственных переменных. Здесь попытаемся пояснить, в силу каких свойств двойственные переменные — множители Лагранжа, возникающие при формализации задач оптимального планирования в природно-экономических системах, — исполняют функцию оценки производственных и экологических факторов. При этом рассмотрим сначала случай, когда задача планирования полностью определена в том смысле, что имеется возможность ее рассмотрения в рамках данной математической модели, а социально-экономические цели управления (планирования) точно указаны и могут быть формализованы в виде условий задачи — набора ограничений, характеризующих метод хозяйствования, осуществляемый планирующими органами, и набора критериев качества, по которым происходит отбор наиболее эффективного варианта.

Рассмотрим природно-экономическую систему, которая характеризуется векторами экономических показателей x , экологических показателей R и управлений u , принимающими значения в соответствующих множествах X , \mathcal{R} , U . В приложениях обычно эти множества — некоторые конечномерные или функциональные пространства. Тройку (x, R, u) будем для краткости обозначать w , а прямое произведение $X \times \mathcal{R} \times U$ — через W .

Пусть причинно-следственные связи между составляющими вектора $w = (x, R, u)$ формализованы в виде математической модели, которую в символической форме представим включением

$$w \triangleq (x, R, u) \in W_\tau, \quad W_\tau \subseteq W. \quad (3.2.1)$$

В соотношения (3.2.1) включаются лишь непренебрежимые зависимости, обусловленные физическими законами, технологическими связями, балансом расходов выпуска продукции, сырья и т. д. Назовем ограничения такого сорта естественно-технологическими, а всякий набор w , ему удовлетворяющий,— доступным планом или вариантом управления.

Однако не всякий доступный вариант управления приемлем с точки зрения социально-экономических требований, отражающих общественные интересы и реализуемых плановыми органами. Эти требования формализуются в виде дополнительных по отношению к математической модели условий задачи планирования

$$w = (x, R, u) \in W_v, \quad W_v \subset W. \quad (3.2.2)$$

В числе соотношений, включенных в (3.2.2), могут быть экономические ограничения по выполнению установленных плановых заданий, экологические ограничения по уровням загрязнений, интенсивностям антропогенного влияния на природную среду и т. д. Подчеркнем еще раз, что наличие или отсутствие некоторой части подобных условий в (3.2.2), а также их «жесткость» диктуются осуществляемой политикой хозяйствования. Назовем условия задачи планирования (3.2.2) нормативными ограничениями, а доступный план w , им удовлетворяющий,— допустимым. Таким образом, для каждого допустимого плана (варианта) выполнены естественно-технологические ограничения (3.2.1) и нормативные (3.2.2). Множество допустимых планов w обозначим через D .

Обсудим теперь цели управления природно-экономической системой. Частично они могут найти отражение в нормативных ограничениях (3.2.2). Тем не менее обычно соотношения (3.2.1)—(3.2.2) не определяют единственно возможного допустимого плана, т. е. множество D состоит более чем из одного варианта. Поэтому будем считать, что народнохозяйственная эффективность каждого допустимого плана характеризуется набором количественных показателей $J_0(w), \dots, J_N(w)$ —функционалов, определенных на D . Причем каждый из них мы хотели бы оптимизировать выбором допустимого плана. Поскольку постановка вопроса об одновременной оптимизации векторного критерия $(J_0, \dots, J_N)(w)$ интуитивна и, за исключением специальных случаев, противоречива, то понятие оптимальности плана w_* должно быть уточнено. При его строгой формализации любым из известных способов (по Слейтеру, Парето, Нэнну, в лексикографическом смысле и др.) на множестве допустимых планов вво-

дится отношение предпочтения посредством некоторой функции $\varphi (J_0(w), \dots, J_N(w)) \triangleq \varphi(w)$, не обязательно принимающей скалярные значения и дающей возможность для любых планов w' , w'' выявить, что, например, план w' не хуже w'' в смысле φ (или в смысле φ -правила). Условная запись $w' \overset{\varphi}{\leq} w''$ означает, что $\varphi(w') \leq \varphi(w'')$ в определенном смысле — обычно в смысле отношения порядка, задаваемого некоторым конусом K , так что в уточненной записи $\varphi(w') \overset{K}{\leq} \varphi(w'')$. При этом к сравнению по φ -правилу допускаются, вообще говоря, не все планы — даже допустимые, а часть из них, удовлетворяющая дополнительным связям вида

$$w = (x, R, u) \in W_\varphi, \quad W_\varphi \subset W, \quad (3.2.3)$$

носящим нормативный характер, но обусловленным выбором φ -правила. Тем самым цель управления рассматриваемой системой сводится к следующей задаче: на множестве D_φ планов, удовлетворяющих ограничениям (3.2.1)–(3.2.3) (такие планы назовем φ -допустимыми), требуется найти φ -оптимальный план $w_* \subset D_\varphi$, характеризующийся соотношением

$$\varphi(w_*) \overset{K}{\leq} \varphi(w), \quad \forall w \in D_\varphi \left(\sim w_* \overset{\varphi}{\leq} w, \quad \forall w \in D_\varphi \right). \quad (3.2.4)$$

По естественным соображениям сформулированную задачу кратко можно записать в виде

$$\varphi(w) \overset{K}{\rightarrow} \min, \quad w \in D_\varphi. \quad (3.2.5)$$

Практически при любом выборе φ -правила задача (3.2.5) сводится к решению одной или серии задач — скалярной оптимизации, но мы не будем останавливаться на стандартных результатах такого рода.

В описанной ситуации задача оптимального планирования в природно-экономической системе оказывается полностью определенной. Ее формализация дает правило сравнения вариантов, а значение

$$\mu = \varphi(w_*) \quad (3.2.6)$$

естественно называть оптимальной оценкой совокупности описываемых моделью экономических и экологических факторов в рамках заданных условий планирования. При этом потери на любом допустимом варианте характеризуются величиной $\varphi(w) - \mu$ (где разность понимается в смысле правила сравнения значений φ , которое выше обозначалось через K).

Обратимся теперь к учету некоторых реальных моментов, вносящих в задачу неопределенность, даже при таком, как только что описанный, детерминированном характере постановки задачи планирования. Эти моменты обусловлены неточностью ряда входных данных, присутствующих в математической модели объ-

екта, в ограничениях и показателях качества управления. Эти входные данные целесообразно разбить на три группы: параметры, регулирующие жесткость нормативных ограничений,— их совокупность сведем в вектор v ; параметры, определяющие жесткость естественно-технологических ограничений,— вектор τ ; параметры типа коэффициентов, входящих в модель, ограничения, критерии, определенные по неточным данным или с элементами субъективизма (удельные сырьевые и фондообразующие затраты, цены на продукцию и т. д.). Совокупность параметров этого типа обозначим через π и положим $\omega = (\tau, v, \pi)$. Тем самым введенные объекты — множества $W_\tau, W_v, D, D_\varphi$, набор критериев $\{J_k\}_{k=1, \overline{N}}$, функции φ и оценка μ оказываются зависящими от вектора ω , а постановка задачи (3.2.5) отнесена к некоторому фиксированному значению $\omega_0 = (\tau_0, v_0, \pi_0)$ вектора ω , который назовем возмущением (символ « \rightarrow » здесь означает замену):

$$\begin{aligned} W_\tau &\rightarrow W_\tau(\omega), & W_\tau(\omega_0) &= W_\tau; \\ W_v &\rightarrow W_v(\omega), & W_v(\omega_0) &= W_v; \\ D &\rightarrow D(\omega), & D(\omega_0) &= D; \\ D_\varphi &\rightarrow D_\varphi(\omega), & D_\varphi(\omega_0) &= D_\varphi; \\ J_k &\rightarrow J_k(w, \omega), & J_k(w, \omega_0) &= J_k(w), \quad k = \overline{1, N}; \\ \varphi &\rightarrow \mu(\omega), & \mu(\omega_0) &= \mu; \\ \varphi &\rightarrow \varphi(w, \omega), & \varphi(w, \omega_0) &= \varphi(w). \end{aligned}$$

Вместо задачи (3.2.5) возникает семейство задач (при каждом векторе ω из некоторого множества Ω имеем задачу вида (3.2.5)):

$$\varphi(w, \omega) \xrightarrow{K} \min; \quad w \in D_\varphi(\omega). \quad (3.2.7)$$

Семейство задач (3.2.7) назовем возмущением исходной задачи оптимального планирования, а функцию $\mu(\omega)$ — оптимальную оценку экономических и экологических факторов — функцией Беллмана задачи (3.2.5). Таким образом, по определению

$$\mu(\omega) = \min_{D_\varphi(\omega)}^K \varphi(w, \omega) \quad (\omega \in \Omega). \quad (3.2.8)$$

Решить серию задач (3.2.8) в диапазоне Ω изменения вектора возмущения для определения оптимальной оценочной функции $\mu(\omega)$ практически неосуществимо. Поэтому поставим более узкую задачу приближенного определения функции Беллмана по решению невозмущенной задачи (3.2.5). Для этого естественно рассмотреть тейлоровское разложение функций $\mu(\omega)$ (если, конечно, постановка вопроса о таком разложении математически законна). Предположим, что нам удалось обосновать возмож-

ность разложения вида (символ «К» опускаем):

$$\begin{aligned} \mu(\omega) &= \mu(\omega_0) + \langle \lambda, \omega - \omega_0 \rangle + O(\|\omega - \omega_0\|) = \mu(\omega_0) + \\ &+ \langle \lambda_\tau, \tau - \tau_0 \rangle + \langle \lambda_\nu, \nu - \nu_0 \rangle + \langle \lambda_\pi, \pi - \pi_0 \rangle + O(\|\omega - \omega_0\|); \\ \lambda &= (\lambda_\tau, \lambda_\nu, \lambda_\pi). \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Разложение (3.2.9), если оно имеет место, даст информацию об изменении функции совокупного эффекта μ того же характера, какую можно получить относительно свойств дифференцируемой функции через ее градиент. Во-первых, величина

$$\tilde{\mu}(\omega) \triangleq \mu(\omega_0) + \langle \lambda, \omega - \omega_0 \rangle \quad (3.2.10)$$

может служить приближенным значением оптимальной оценки рассматриваемой совокупности природно-экономических факторов при достаточно малых отклонениях ω от ω_0 , причем в практических расчетах сферу действия приближенной оценки $\tilde{\mu}(\omega)$ часто глобализируют (лишь в линейных задачах это можно обосновать). Иными словами, появляется возможность оценить устойчивость оценки $\mu(\omega_0)$, которая получается из расчетов по задаче (3.2.5), по отношению к неточно заданной входной информации.

Во-вторых, разложение (3.2.9) может быть использовано для оценки не только допустимых вариантов, но и приближенно допустимых. Поясним это обстоятельство. Практически часто возникает задача оценить вариант $\bar{\omega}$, не удовлетворяющий условиям допустимости в исходной задаче (3.2.5) (т. е. нормативным ограничениям (3.2.2)). Этому варианту можно сопоставить вектор возмущений $\bar{\omega}$, с возможно меньшей нормой $\|\bar{\omega} - \omega_0\|$ и такой, что $\bar{\omega} \in D_\varphi(\bar{\omega})$. Главным образом это достигается ослаблением ограничения (3.2.2) путем изменения вектора (τ, ν) , «отвечающего» за жесткость ограничений (3.2.2). Если при этом оказалось, что величина $\|\bar{\omega} - \omega_0\|$ действительно достаточно мала, то вариант $\bar{\omega}$, будучи приближенно допустимым, может быть допущен к процедуре отбора и оказаться конкурентоспособным. Его эффективность по сравнению со всеми вариантами из множества $D_\varphi(\bar{\omega}) \supset D_\varphi(\omega_0)$ оценивается по разности $\varphi(\bar{w}, \bar{\omega}) - \mu(\bar{\omega}) = \delta$ ($\mu(\bar{\omega})$ определяется из (3.2.10) при $\omega = \bar{\omega}$). При малых $\|\delta\|$ вариант $\bar{\omega}$ должен быть подвергнут дальнейшему детальному анализу.

Наконец, разложение (3.2.9) показывает, как реагирует совокупная оптимальная оценка $\mu(\omega)$ на малые изменения параметров возмущения. Например, если ν — скаляр, $\lambda_\nu > 0$, то при увеличении ν оптимальный эффект падает (ибо μ возрастает по ν , так как $\partial\mu/\partial\nu > 0$, а мы рассматриваем задачу минимизации).

Обозначение « λ », выбранное для «коэффициента» линейной части разложения функции Беллмана возмущенной задачи оптимального планирования, не случайно. Оказывается, что в си-

туации достаточно общей разложение типа (3.2.9) действительно имеет место, причем векторы $\lambda_\tau, \lambda_v, \lambda_\pi$ определяются через множители Лагранжа невозмущенной задачи (3.2.5). Более точно имеет место следующее дифференциальное разложение:

$$\mu(\omega) = \mu(\omega_0) + \inf_{\mathfrak{M}(\omega_*)} \sup_{\lambda \in \Lambda(w_*)} \langle \mathcal{L}_\omega(w_*, \lambda, \omega_*), \omega - \omega_* \rangle + 0(\|\omega - \omega_*\|), \quad (3.2.11)$$

где для симметрии положено $\omega_* = \omega_0$, $\mathcal{L}(w, \lambda, \omega)$ — функция Лагранжа задачи (3.2.7); $\mathfrak{M}(\omega_*) = \mathfrak{M}(\omega_0)$ — множество решений исходной задачи (3.2.5); \mathcal{L}_ω — производная (в общем случае Фреше) функции Лагранжа, а $\Lambda(w_*)$ — множество наборов множителей Лагранжа для точки w_* в исходной задаче (3.2.5). Мы видим, что разложение (3.2.11), будучи более общим, нежели (3.2.9), учитывает два обстоятельства: во-первых, неединственность решения задачи (3.2.5) и, во-вторых, неоднозначность наборов Лагранжа в точке w_* , являющейся одним из решений этой задачи. В практических расчетах используют, как правило, разложение (3.2.9), справедливое, если множества $\mathfrak{M}(\omega_*)$ и $\Lambda(w_*)$ одноточечные.

Для пояснения оценочных функций наборов Лагранжа мы взяли за основу концепцию возмущения задачи оптимального планирования. Хотя она носит локальный характер, у нее есть одно преимущество — универсальность, ибо результаты теории возмущений применимы в общем нелинейном невыпуклом случае. Если же ограничиться линейно-выпуклыми задачами планирования, то за основу можно было бы взять теорию двойственности таких задач — она привела бы к тем же результатам, ибо в этом классе задач эти две теории, по существу, смыкаются.

Постановка региональной задачи оптимального управления. Приведем результаты расчетов по серии задач оптимального планирования и экономической оценки природных ресурсов для конкретного региона — Байкальского. Все расчеты проведены с использованием типовой модели «Регион» [Оптимальное управление..., 1980; Моделирование..., 1982; Взаимодействие..., 1981], точнее, комплекса из четырех моделей этого типа, каждая из которых идентифицирована по определенному району с учетом принятого деления всего региона. При моделировании весь регион был разбит на четыре крупных района: Северобайкальский (бассейн р. Верхняя Ангара), Баргузинский (бассейн р. Баргузин), Селенгинский (бассейн р. Селенги) и Южнобайкальский (южное и западное побережье оз. Байкал). Ввиду существенных различий в этих районах параметры моделей определялись индивидуально по специально разработанным методикам [Взаимодействие..., 1981]. Для решения задач оптимального планирования (по каждому району на 3 года и отдельно по двум крупнейшим районам — на 5 лет) была использована редукция динамической задачи оптимального управления к статической задаче

линейного программирования с последующим применением пакета прикладных программ ППП ЛП АСУ — одного из самых эффективных в нашей стране специализированных пакетов по линейному программированию.

При моделировании и постановке задач планирования будем считать выполненными следующие предположения:

- а) поставки всех видов продукции извне, а также межрайонные перевозки не сопровождаются транспортными расходами;
- б) в каждом районе региона имеется одна технология производства и восстановления ресурсов;
- в) отсутствует дефицит рабочей силы, и численность населения не оказывает существенного влияния на природную среду;
- г) состояние ресурсов не оказывает влияния на нормативы удельных затрат продукции и ресурсов при производстве.

В этих предположениях для каждого района будем рассматривать следующую модель «Регион»:

$$\dot{V} = u, \quad \dot{Z} = w, \quad V(0) = V^0, \quad Z(0) = Z^0; \quad (3.2.12)$$

$$\dot{R} = Q(R - R_*) - Du - D^1w - Cz + Iz - Fp, \quad R(0) = R^0; \quad (3.2.13)$$

$$Mu + M^1w + Nz + \theta p \leq V, \quad 0 \leq z \leq Z; \quad (3.2.14)$$

$$u, w \geq 0, \quad p \geq p_0. \quad (3.2.15)$$

В этих соотношениях:

V — вектор производственных мощностей (основных фондов);

Z — вектор восстановительных мощностей для природных ресурсов;

R — вектор природных ресурсов ($\dim Z = \dim R$);

R_* — невозмущенное состояние ресурсов (в отсутствии экономики);

u — капиталовложения в производственные отрасли;

z — вектор выпуска восстановительных отраслей;

p — вектор условного конечного потребления с учетом ввоза-вывоза продукции, т. е. $p = \widehat{p} + v^0 - v^n$, где \widehat{p} — истинное конечное потребление в районе, v^0 — вывоз, а v^n — ввоз продукции в район;

Q — матрица взаимных влияний природных ресурсов;

D — матрица полных ресурсоемкостей производственных отраслей;

D^1 — матрица полных ресурсоемкостей восстановительных отраслей; F — матрица полных затрат ресурсов на конечное потребление;

M — матрица полных фондоемкостей производственных отраслей;

C — матрица полных ресурсных затрат восстановительных отраслей;

I — диагональная матрица: ресурсам, имеющим положительную полезность, отвечает диагональный элемент «+1», а отрицательную — «-1»;

M^1 — матрица полных фондоёмкостей восстановительных отраслей;

N — матрица полных сырьевых затрат восстановительных отраслей;

θ — матрица полных сырьевых затрат производительных отраслей;

Уравнения (3.2.12) — (3.2.13) определяют динамику мощностей производительных и восстановительных отраслей и природных ресурсов; (3.2.14) — естественно-технологические ограничения по мощности; p_0 в (3.2.15) — минимально возможный уровень конечного потребления. Таким образом, в модели V, Z, R — фазовые переменные; u, w, z, p — управления.

Выделим в составе вектора природных ресурсов подвектор R^- , состоящий из компонент типа загрязнения (увеличение которых нежелательно), зададим нормативное ограничение

$$R^-(t) \leq R_{\max}^-, \quad t \in [0, T] \quad (3.2.16)$$

и рассмотрим задачу максимизации функционала

$$J = \int_0^T (c, p(t)) dt, \quad (3.2.17)$$

в котором c — вектор цен конечной продукции при ограничениях (3.2.12) — (3.2.17).

Обсудим содержательный аспект поставленной задачи. Очевидно, что она имеет явный «крен» в пользу экономики по сравнению с требованиями экологического характера, которые представлены, по существу, минимальными нормативными ограничениями по загрязнениям (3.2.16). Критерий качества в задаче также сугубо экономический, он не стимулирует проявление «заботы» о состоянии природной среды. Понятно также, что при отсутствии ограничения (3.2.16) природные ресурсы выступали бы в роли «бесплатного» источника. Уравнение (3.2.13) в такой задаче оптимизации не играет роли, а капиталовложения и выпуск восстановительных отраслей на оптимальном решении нужно ожидать нулевыми. Таким образом, лишь в силу наличия ограничений (3.2.16) можно ожидать ненулевых экономических оценок ресурсов по данному критерию — по крайней мере если ориентироваться на оценки I порядка, дающиеся двойственными переменными задачи.

Чтобы облегчить трактовку результатов расчетов по задачам вида (3.2.12) — (3.2.17), проанализируем признак оптимальности данной задачи. К сожалению, даже в такой содержательно довольно простой постановке она относится к классу сложных задач оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями. Общие условия оптимальности для нее формулируются сложным образом [Дубовицкий, Милютин, 1976]. Мы же будем рассчитывать на возможность отнесения данной задачи к классу регулярных, для которых имеет место стационарный

принцип максимума [Дубовицкий, Милютин, 1976; Тер-Криков, 1977; Дюкалов, 1983] (хотя предположения, в которых он справедлив, проверить очень сложно).

Итак, обозначим через

$$\lambda = (\psi_V(t), \psi_Z(t), \psi_R(t), \mu(t), m(t), \beta(t)) \quad (3.2.18)$$

набор множителей Лагранжа по ограничениям (3.2.12) — (3.2.14), (3.2.16) соответственно. Тогда необходимые и достаточные условия оптимальности допустимого набора функций

$$w \triangleq (V(t), Z(t), R(t), u(t), w(t), z(t), p(t)) \quad (3.2.19)$$

будут состоять в следующем: найдется набор множителей λ вида (3.2.18) такой, что выполнены условия:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_V(t) &= \mu(t), & \psi_V(T) &= 0, \\ \dot{\psi}_Z(t) &= m(t), & \psi_Z(T) &= 0, \end{aligned} \quad (3.2.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_R(t) &= -Q\psi_R - \bar{\beta}(t), & \psi_R(T) &= 0, \\ \dot{\bar{\beta}}(t) &= (\beta(t), 0); \end{aligned}$$

$$\mu(t), m(t), \beta(t) \geq 0,$$

$$\langle \mu(t), Mu(t) + M^1w(t) + Nz(t) + \theta p(t) - V(t) \rangle = 0, \quad (3.2.21)$$

$$\langle m(t), z(t) - Z(t) \rangle = 0,$$

$$\langle \beta(t), R^-(t) - R_{\max}^- \rangle = 0;$$

$$u(t) = \arg \min_{u \geq 0} \langle \psi_V(t) - D\psi_R(t) + M\mu(t), u \rangle,$$

$$w(t) = \arg \min_{w \geq 0} \langle \psi_Z(t) - D^1\psi_R(t) + M^1\mu(t), w \rangle, \quad (3.2.22)$$

$$z(t) = \arg \min_{z \geq 0} \langle (I - C)\psi_R(t) + N\mu(t) + m(t), z \rangle,$$

$$p(t) = \arg \min_{p \geq p_0} \langle -F\psi_R(t) + \theta\mu(t) - c, p \rangle.$$

В (3.2.20) $\dim \bar{\beta} = \dim R$, $\dim \beta = \dim R^-$, нулевые компоненты $\bar{\beta}$ соответствуют дополнительным к R^- компонентам R^+ вектора R , поскольку ограничение (3.2.16) накладывается лишь на часть переменных.

Обратимся к экономическому содержанию признака оптимальности (3.2.20) — (3.2.22). Пусть в регионе в централизованном порядке установлены платежи в бюджет: за использование единицы основных фондов производительных и восстановительных отраслей $\psi_V(t)$, $\psi_Z(t)$; за расход единицы природных ресурсов или образование единицы загрязнений $\psi_R(t)$; за использование единицы мощности производительных отраслей $\mu(t)$ и восстановительных отраслей $m(t)$. Тогда из соотношений (3.2.22) следует, что в каждый момент времени оптимальное решение w характеризуется нулевыми суммарными платежами по всем

видам используемых факторов производства, причем конечное потребление $p_k(t)$ превосходит минимально возможный уровень P_{k_0} , если стоимость единицы конечного продукта c_k совпадает с суммой платежей за ресурсы и мощности: $u_i > 0$, $w_j > 0$, т. е. отрасли с номерами i и j развиваются, если соответствующие платежи нулевые. Заметим также, что из (3.2.20), (3.2.21) следуют неравенства $\psi_V(t) \leq 0$, $\psi_Z(t) \leq 0$, показывающие, что в действительности i -я производительная и j -я восстановительная отрасли получают отчисления в размере ψ_{V_i} , ψ_{Z_j} за «содержание» единицы основных фондов и использование их в хозяйственной деятельности.

Заметим, что формальная запись признака оптимальности допускает некоторый произвол (связанный с записью ограничений-неравенств в виде $g \leq 0$ либо $g \geq 0$ и соответствующих условий) для знака множителей. Так, например, в рассматриваемой задаче можно в соотношениях (3.2.20) — (3.2.22) сделать замену $m' = -m$, $\mu' = -\mu$, $\beta' = -\beta$, и тогда, очевидно, оценки m' , μ' , β' , ψ_V , ψ_Z будут неположительны на оптимальном решении. Именно для такой формы признака оптимальности приводятся далее результаты численного решения задач. Приведенная трактовка условий оптимальности при этом сохраняется с естественными изменениями.

Отметим, что используемый нами термин «конечное потребление» условен в том смысле, что он берется с учетом баланса ввоза-вывоза продукции отраслей, а поэтому может принимать и отрицательные значения. В этой связи уместно отметить, что, хотя все задачи решаются в предположении а) отсутствия транспортных затрат, сама задача максимизации функционала (3.2.17) в определенной степени ограничивает объемы ввоза в районы и регион. Тем самым решение поставленной оптимизационной задачи должно давать представление о возможности удовлетворить ограничения по загрязнениям (3.2.16) при умеренных внешних поставках.

В проводившихся расчетах использовалась агрегированная структура экономики в каждом из четырех районов, состоящая из 13 отраслей.

Перечень районов, отраслей экономики и природных ресурсов в модели «Регион»

Р а й о н ы

- I — Северобайкальский (бассейн р. Верхняя Ангара)
- II — Баргузинский (бассейн р. Баргузин)
- III — Селенгинский (бассейн р. Селенга)
- IV — Южнобайкальский (южное, а также западное побережье оз. Байкал)

О т р а с л и э к о н о м и к и

1. Добывающая
2. Перерабатывающая
3. Сельское хозяйство
4. Транспорт

5. Капитальное строительство
6. Энергетика
7. Пищевая
8. Машиностроение и металлообработка
9. Легкая промышленность
10. Лесопереработка и целлюлозно-бумажная промышленность
11. Промышленность стройматериалов
12. Прочие
13. Рекреация

Ресурсы

1. Приведенная концентрация примесей в воде
2. Приведенная концентрация фенола в воде
3. Приведенная концентрация примесей в воздухе
4. Приведенная концентрация сернистого газа в воздухе
5. Бонитет сельхозугодий
6. Площадь сельхозугодий
7. Запас древесины
8. Лесопокрытая площадь
9. Приведенный минеральный ресурс
10. Приведенный биологический ресурс (омуль)

Выпуски и капиталовложения по каждой из отраслей измерялись в стоимостном выражении.

Природная среда характеризовалась шестью категориями ресурсов: вода, воздух, сельскохозяйственные земельные угодья, лес, минеральные и биологические ресурсы, а состояние природной среды — десятью компонентами:

- 1) R_1 — приведенная концентрация примесей в воде

$$R_1 = \sum_{i=1}^{13} \frac{c_i}{\text{ПДК}_i},$$

где c_i — фактическая концентрация i -й примеси, общее число которых равно 13 (единица измерения — сумма долей ПДК);

- 2) R_2 — приведенная концентрация характерной примеси в воде — фенола

$$R_2 = \frac{c}{\text{ПДК}};$$

- 3) R_3 — приведенная концентрация примесей в воздухе (по 14 ингредиентам)

$$R_3 = \sum_{i=1}^{14} \frac{c_i}{\text{ПДК}_i};$$

- 4) R_4 — приведенная концентрация характерной примеси в воздухе — сернистого газа (доля ПДК);

- 5) R_5 — бонитет сельхозугодий по 85-балльной шкале;

- 6) R_6 — площадь сельхозугодий (включая неиспользуемую в настоящее время, но находящуюся в ведении колхозов, совхозов), тыс. га;

- 7) R_7 — запас древесины, м³/га;

- 8) R_8 — лесопокрытая площадь, тыс. га;

9) R_9 — приведенный минеральный ресурс

$$R_9 = \sum_i c_i q_i,$$

где c_i — оптовые цены; q_i — запас i -го ресурса, млн. руб.;

10) R_{10} — приведенный биологический ресурс — запас омуля в оптовых ценах, тыс. руб.

При такой конкретизации оптимизационная задача (3.2.12) — (3.2.17) содержит 33 фазовых переменных (V, Z, R) и 46 управляющих (u, w, z, p), причем вектор R^- имеет компоненты $R_1 - R_i$.

Анализ численного решения оптимизационных задач. Поставленная выше задача оптимального планирования была решена для всех районов Байкальского региона на период времени в 3 года, а по Селенгинскому (III) и Южнобайкальскому (IV) — и на 5 лет. Основные характеристики соответствующих оптимальных решений представлены в табл. 5—16 и рис. 5—7.

Сейчас мы остановимся на некоторых особенностях численной реализации метода и анализа оптимальных решений.

Начнем с естественного вопроса о недостаточной длительности периода планирования. Даже принимая во внимание стационарный характер используемой модели, неучет в ней факторов технического прогресса и обратного влияния состояния природной среды на значения нормативных параметров (матриц M, M^1, \dots), промежуток планирования должен быть порядка 15—20 лет. Здесь имеется ряд причин. Первая из них очевидна — довольно высокая размерность динамической задачи, которая при дискретизации лавинообразно нарастает с ростом периода планирования. Однако она не является основной — использование ряда специальных приемов формирования редуцированной конечномерной задачи, направленных на экономию оперативной памяти, а также возможности пакета ЛП позволяют решать «нормальные» задачи данной размерности по крайней мере на 10 лет. Однако все решенные задачи нельзя отнести к классу

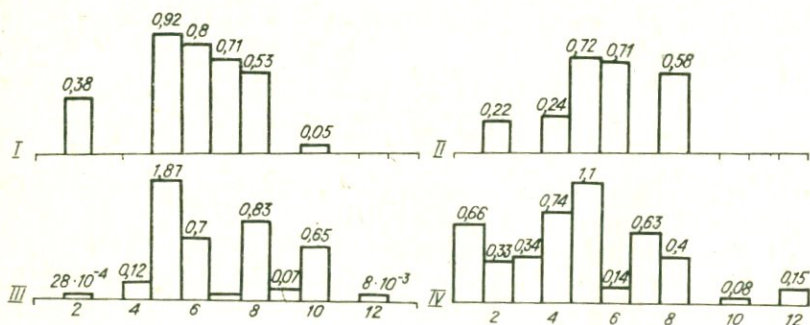


Рис. 5. Структура капитальных вложений в производительные отрасли (млн. руб.), $T = 3$ года.

«нормальных», под которым здесь понимается множество задач, не имеющих патологических, скрытых особенностей, не обязательно в сугубо оптимизационном аспекте. Речь идет прежде всего о наличии «быстрых» фазовых переменных в модели — показателей загрязнения $R_1—R_4$.

Достаточно сказать, что в отсутствие экономики траектория ресурсов по этим компонентам выходит на квазистационарный режим за период порядка нескольких суток, а по остальным — за несколько лет. Иначе говоря, система уравнений для природных ресурсов оказывается в неуправляемом режиме сингулярно [Васильева, Бутузов, 1973] возмущенной, причем эта сингулярность обусловлена значениями констант распада загрязнителей — элементов матрицы взаимных влияний ресурсов Q . Это свойство, естественно, проявляется и при решении задач оптимизации.

При шаге дискретизации $h \geq 0,01$ в ходе решения оптимизационной задачи наблюдается следующая картина: из-за слишком большой для «быстрых» переменных величины шага дискретизации и возникающих из-за этого ошибок интегрирования компоненты $R_1—R_4$ в начале процесса счета имеют четкую тенденцию попадания в область отрицательных значений. Но в силу естественного ограничения $0 \leq R$, присутствующего в задаче, эта тенденция парируется чрезвычайно крупными внешними капиталовложениями (ввозом) в экономику, максимально возможные выпуски отраслей резко возрастают и интенсивность поступления загрязнений в результате функционирования экономики оказывается достаточной для выдерживания ограничения $0 \leq R_i \leq R_{i \max}$ ($i = \overline{1, 4}$). В последующем капиталовложения практически отсутствуют, но и в результате уже свершившихся капиталовложений основные фонды отраслей возрастают в несколько раз в сравнении с начальными. Причины столь нереалистического решения выявились в результате скрупулезного анализа задачи, тем более затруднительного, что в тестовых примерах такая ситуация не возникала.

Для преодоления трудностей имелось две возможности. Первая, естественно, состояла в значительном уменьшении шага дискретизации. Но эта мера, будучи применимой ко всем дифференциальным уравнениям модели, делала проблематичной возможность решения оптимизационной задачи на период, равный году. Чтобы несколько погасить эффект разрастания размерности, измельчение дискретной сети можно производить лишь по отношению к быстрым переменным $R_1—R_4$. Второй путь, опирающийся на теорему А. Н. Тихонова [Васильева, Бутузов, 1973], состоял в переходе от сингулярной дифференциальной подсистемы для ресурсов к соответствующей вырожденной, переформулировке задачи (3.2.12) — (3.2.17) только в терминах медленных фазовых переменных, в которой затем используется редукция к конечномерной задаче ЛП. Этот путь — теоретически достаточно обоснованный — представляется предпочтительнее первого и в настоящее время реализуется. Что же касается представленных расче-

тов, то они получены первым из указанных способов, чем и объясняется малый промежуток планирования.

Отметим, что время решения задачи с трехлетним периодом планирования на машине ЕС-1022 колебалось в пределах 40—50 мин, на ЕС-1033 — 17—25, а в пятилетнем варианте на ЕС-1033 — 50—70 мин.

Во всех рассмотренных задачах оптимального планирования структура экономики районов не претерпевает существенных изменений по сравнению со сложившейся на начальный момент времени. В то же время обращает на себя внимание процесс развития перерабатывающей и машиностроительных отраслей в Северобайкальском и Баргузинском районах, вышедших по мощностям на выпуск в 1,5 млн руб. и более. Кроме того, перерабатывающая отрасль получает развитие и в Южнобайкальском районе (порядка 1 млн руб. в год), а в Северобайкальском — легкая промышленность. Все эти отрасли в указанных районах практически не обладали заметным потенциалом на момент начала планирования. Во всех районах и в регионе в целом подавляющая часть капиталовложений направляется в 5, 6, 8-ю отрасли (капитальное строительство, энергетика, машиностроение), а также в 10-ю (лесопереработка). В то же время не получают сколько-нибудь заметного развития 11—13-я отрасли, а также 1-я и 3-я (за исключением района IV — Южнобайкальского). Суммарные капиталовложения в экономику и их структура показаны в табл. 5, 6 и рис. 5, 7. Отметим, что во всех вариантах капиталовложения распределялись неравномерно по периоду — их значительная часть приходится на первые 1—2 года. Однако это не обязательно является следствием сингулярности дифференциального уравнения природных ресурсов — такое распределение затрат диктуется и самой постановкой оптимальной задачи.

О дефицитных и избыточных для районов видах продукции при оптимальном решении дают представление данные конечного потребления (табл. 6 и 7). Наибольшими возможностями вывоза продукции обладает капитальное строительство (от 4 до 5,7 млн руб. в год по отдельным районам), а также пищевая и

Таблица 5

Капиталовложения в производственные отрасли на оптимальном решении ($T = 3$), млн руб.

Номер отрасли	Районы				Номер отрасли	Районы			
	I	II	III	IV		I	II	III	IV
1	0	0	0	0,66	8	0,53	0,58	0,83	0,4
2	0,38	0,22	$0,28 \cdot 10^{-2}$	0,33	9	0	0	0,07	0
3	0	0	0	0,34	10	0,05	0	0,65	0,08
4	0	0,24	0,12	0,74	11	0	0	0	0
5	0,92	0,72	1,87	1,1	12	0	0	$0,8 \cdot 10^{-2}$	0,15
6	0,8	0,71	0,7	0,14	13	0	0	0	0
7	0,71	0	$0,25 \cdot 10^{-2}$	0,63					

Капиталовложения и конечное потребление на оптимальном решении
($T = 5$), млн руб.

Номер отрасли	Капиталовложения в основные отрасли		Среднегодовой объем потребления	
	Районы		Районы	
	III	IV	III	IV
1	0,09	0,33	-1,03	-1,01
2	0,03	0,25	-0,17	-0,17
3	0,04	0	-0,13	-0,13
4	0,12	0,78	0	0,65
5	1,83	1,49	22,2	4,89
6	0,77	1,12	1,3	1,45
7	0,9·10 ⁻²	0,24	0,66	1,64
8	0,85	0,68	2,58	1,03
9	0,08	0,7·10 ⁻³	-0,25	-0,25
10	0,65	0,6	-0,17	-0,17
11	0,1	0	-0,64	-0,64
12	0,7·10 ⁻²	0	-0,8·10 ⁻²	-0,8·10 ⁻²
13	0	0	0	0

машиностроительная отрасли (по 0,5—1 млн руб. каждая в отдельных районах), наибольшим дефицитом — 1-я, 6-я отрасли (добывающая и энергетика) и, как ни странно, лесоперерабатывающая отрасль — в Северобайкальском и Селенгинском районах. В первом из них он вполне объясним — эта отрасль в нем слаба и не может обеспечить потребности развивающихся в районе отраслей. Что же касается Селенгинского района, в котором расположен крупнейший целлюлозно-картонный комбинат, то здесь, возможно, сказывается сингулярность уравнения ресурсов: будучи высокоразвитой, 10-я отрасль

Среднегодовой объем конечного потребления на оптимальном решении
($T = 3$), млн руб.

Номер отрасли	Районы				Номер отрасли	Районы			
	I	II	III	IV		I	II	III	IV
1	-0,16	-0,5	-0,62	-0,62	8	0,23	0,37	1,55	1,12
2	0,17	-0,09	-0,07	-0,1	9	-0,07	-0,13	-0,15	-0,14
3	-0,008	-0,02	-0,08	-0,08	10	-0,92	-0,1	-0,67	-0,1
4	0,29	0	0,01	0	11	-0,33	-0,36	-0,38	-0,38
5	4,33	5,7	3,9	4,38	12	-0,03	-0,01	-0,05	-0,05
6	-0,93	-0,23	0,88	0,56	13	0	0	0	0
7	0,55	0,03	0,13	1,07					

Состояние природных ресурсов на оптимальном решении ($T = 3$)

Номер ресур- са	Конечное состояние природных ресурсов											
	Начальное состояние природных ресурсов					Районы						
	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1	8,5	11,9	14	9,5	12,2	0	12,93	0	12,93	0	0	0
2	0,533	0,267	10^{-3}	0,6	1	0,5	0,477	0,721	0,477	0,721	0	0,721
3	0,145	0,145	0,145	0,3	0,3	0,3	0,3	0	0,3	0,3	0	0
4	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	0	0	0	0	0	0	0	0
5	26	26	42	42	48,9	55,4	49,16	44,63	49,16	44,63	44,63	44,63
6	10 300	$1,5 \cdot 10^5$	$19 \cdot 10^5$	0	2600	10^5	$175 \cdot 10^4$	0	$175 \cdot 10^4$	0	0	0
7	117,5	117,5	117,5	117,5	118	118,7	117,87	117,5	117,87	117,5	117,5	117,5
8	$298 \cdot 10^4$	$175 \cdot 10^4$	$93,5 \cdot 10^5$	$1,044 \cdot 10^6$	$299 \cdot 10^4$	$123 \cdot 10^4$	$96 \cdot 10^5$	10^6	$96 \cdot 10^5$	10^6	10^6	10^6
9	$118 \cdot 10^4$	$19 \cdot 10^3$	$27 \cdot 10^6$	$36 \cdot 10^4$	$118 \cdot 10^4$	18 950	$27 \cdot 10^6$	35 993	$27 \cdot 10^6$	35 993	35 993	35 993
10	48 800	48 800	$188 \cdot 10^3$	24 400	51 100	49 014	$188 \cdot 10^3$	27 500	$188 \cdot 10^3$	27 500	27 500	27 500

является вместе с тем источником загрязнений, что обуславливает ее интенсивное воздействие в процессе гашения недопустимого изменения быстрых показателей загрязнения. Однако не исключена и возможность крупных капиталовложений по более естественной причине — необходимости затрат на природоохранные цели в этой отрасли. Взаимодействие этих двух факторов слишком сложно, чтобы дать сейчас определенный ответ, — нужны дополнительные расчеты и исследования.

Охарактеризуем состояние природных ресурсов и развитие восстановительных отраслей, ответственных за природоохранные мероприятия, на оптимальном решении. Начнем с загрязнений (см. табл. 8, 9).

Во всех районах и вариантах, за исключением IV (Южнобайкальского) в трехгодичном варианте, наблюдается увеличение загрязнений фенола в воде и примесей в воздухе (ресурсы 2, 3) в 1,5—2 раза. В указанном исключительном случае загрязнения практически остаются на начальном уровне. По этим видам загрязнений ограничения (3.2.16) являются особенно жесткими и

Состояние природных ресурсов на оптимальном решении ($T = 5$)

Номер ресурса	Начальное состояние природных ресурсов		Конечное состояние природных ресурсов	
	Районы			
	III	IV	III	IV
1	14	9,5	3,5	0,4
2	10^{-3}	0,6	1,8	0,9
3	0,145	0,145	0,3	0,3
4	10^{-5}	10^{-5}	0,45	2,0
5	42	42	42,6	49
6	$19 \cdot 10^6$	0	$18 \cdot 10^6$	0
7	117,5	117,5	117,63	117,5
8	$0,935 \cdot 10^7$	$1,044 \cdot 10^6$	$0,102 \cdot 10^7$	$0,29 \cdot 10^6$
9	$27 \cdot 10^6$	$36 \cdot 10^4$	$27 \cdot 10^6$	35 992
10	$188 \cdot 10^3$	24 400	$189 \cdot 10^3$	26 800

показатели состояния выходят на предельно возможный уровень загрязнений (табл. 10).

В то же время при оптимизации на трехлетний период во всех районах загрязнение воздуха сернистым газом падает до фонового уровня, а в Баргузинском и Южнобайкальском районах такая же картина наблюдается по приведенному загрязнению воды. При рассмотрении задачи на пятилетку снижение уровня загрязнений до фонового уровня в III и IV районах уже не наблюдается (см. табл. 9). Показатели 5, 6 земельных ресурсов на оптимальном решении ведут себя следующим образом: бонитет сельскохозяйственных угодий возрастает — особенно в I и II районах (в 2 раза), что может быть связано с переходом к эксплуатации земель, имеющих высокую балльность; что же касается площади сельхозугодий, то она, естественно, снижается, причем в I и II районах значительно — в 5 и 1,5 раза соответственно. В оптимизационной задаче на 5 лет по III, IV районам тенденция к снижению не наблюдается.

Показатели лесных ресурсов — запас леса на гектаре и лесопокрытая площадь — на оптимальном решении по всем районам при трехлетнем периоде планирования меняются незначительно в сравнении с начальным. Однако в пятилетнем варианте по Северобайкальскому и Южнобайкальскому районам ситуация уже

Т а б л и ц а 10

Максимально возможные уровни загрязнений ($R_{i \max}$)

Номер ресурса	Районы			
	I	II	III	IV
1	20	20	26	20
2	1	0,5	5	1
3	0,3	0,3	0,3	0,3
4	3	4	1	2

Капиталовложения в восстановительные отрасли на оптимальном решении ($T = 3$), млн руб.

Номер отрасли	Районы			
	I	II	III	IV
1	0	0	$0,36 \cdot 10^{-3}$	$0,26 \cdot 10^{-4}$
2	0	$0,4 \cdot 10^{-3}$	0	$0,55 \cdot 10^{-3}$
3	0	0	$0,47 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$
4	0	0	0	$0,6 \cdot 10^{-3}$
5	0	0	0	0
6	$0,5 \cdot 10^{-3}$	0,61	0,17	0
7	0	0	0	0
8	0,54	0,43	0,19	0,31
9	0	0	10^{-3}	0
10	0	0	0	0

иная — запас на гектаре практически стабилен, но лесопокрытая площадь к концу периода планирования резко падает — в сравнении с начальным состоянием по III району в 9, а по IV в 3,5 раза. С точки зрения оптимизационной задачи ситуация вполне понятна: с одной стороны, ее постановка не принимает во внимание необходимость хозяйственной деятельности за плановым промежутком, а с другой — имеющиеся мощности достаточно велики, чтобы на заключительном этапе планирования значительно увеличить критерий качества. Ясно, что в последующих расчетах это обстоятельство должно нивелироваться введением ограничения типа $R_8(T) \geq R_{s, \min}$, учитывающего интересы будущего хозяйствования.

Запас минеральных ресурсов, естественно, снизился, причем в I и III районах на пренебрежимую величину, а во II и IV — на величину порядка 50 и 70 млн руб. соответственно. Характерен незначительный рост биологического ресурса омуля во всех вариантах.

Природоохранные восстановительные отрасли в начальный момент имели нулевые мощности (основные фонды) во всех районах. На оптимальном решении некоторые из них получают развитие (табл. 11, рис. 6 и 7). В сравнительно слабо развитом I районе капиталовложения направляются в 6-ю и 8-ю восстановительные отрасли, причем в последнюю порядка 0,5 млн руб. В индустриально более развитых районах Байкальского региона набирают мощности отрасли с номерами 1—4, осуществляющие охрану среды от загрязнения. В целом по региону опережающее развитие получают 6-я и 8-я природоохранные отрасли (по площади сельхозугодий и леса), поглощающие львиную долю капиталовложений. Доля затрат на природоохранные мероприятия от

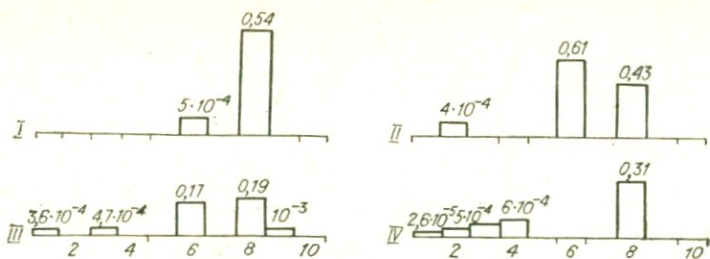


Рис. 6. Структура капитальных вложений в восстановительные отрасли (млн руб.), $T=3$ года.

всех капиталовложений колеблется по районам от 9 до 21%, составляя в среднем по региону весомую величину порядка 15% (табл. 12).

Перейдем к обсуждению экономических оценок производственных и природных ресурсов, которые сопровождают оптимальное решение.

Рассмотрим функционал (3.2.17) как функцию от начальных условий $V_0 = V(0)$, $Z_0 = Z(0)$, $R_0 = R(0)$ и параметра R_{\max}^- , регулирующего жесткость нормативного ограничения (3.2.16) по загрязнениям. Положив

$$\omega = (V, Z_0, R_0, R_{\max}^-),$$

$$w = (u(t), w(t), z(t), p(t)),$$

будем иметь $J = J(\omega, w)$.

Пусть $\mu(\omega)$ — функционал от ω максимального значения функционала, т. е.

$$\mu(\omega) = \sup J(\omega, w),$$

где точная верхняя грань берется по всем допустимым управлениям w при конкретном значении параметров ω . Тогда при из-

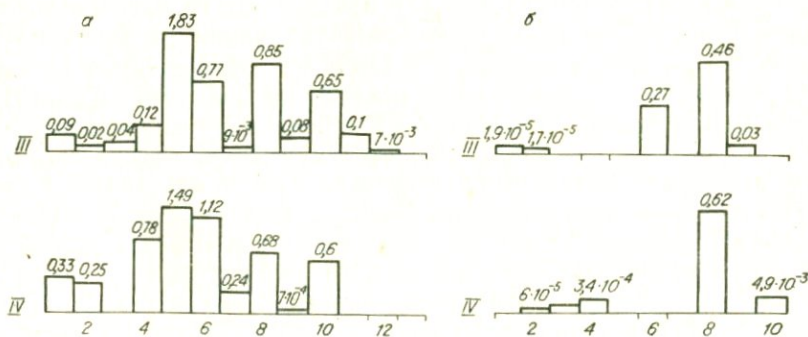


Рис. 7. Структура капитальных вложений (млн руб.): а — в экономику, б — в восстановительные отрасли, $T = 5$ лет.

Соотношение капиталовложений на развитие экономики и охрану ресурсов на оптимальном решении, % к суммарным капиталовложениям

Капиталовложения	T=3				T=5		
	Районы				Регион	Районы	
	I	II	III	IV		III	IV
На развитие экономики	86	79	91	85	85	85	88
На природоохранные мероприятия	14	21	9	15	15	15	12

вестных предположениях, гарантирующих справедливость основных результатов теории возмущений, будем иметь в данном случае:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu(\omega)}{\partial V_0} &= -\psi_V(0), & \frac{\partial \mu(\omega)}{\partial Z_0} &= -\psi_Z(0), \\ \frac{\partial \mu(\omega)}{\partial R_0} &= -\psi_R(0), & \frac{\partial \mu(\omega)}{\partial R_{\max}^-} &= \int_0^T \beta(t) dt. \end{aligned} \quad (3.2.23)$$

Двойственные переменные $\mu(t)$, $m(t)$ носят вспомогательный характер в рассматриваемой ситуации, ибо в роли параметров, регулирующих жесткость ограничений по мощности, выступают основные фонды $V(t)$, $Z(t)$, которые сами являются функцией V_0 и Z_0 соответственно. Все это находит отражение в сопряженных уравнениях (3.2.20), в которые входят $\mu(t)$, $m(t)$. Сказанное справедливо и в отношении $\beta(t)$ — она восстанавливается по известным $\psi_R(t)$, но выписана из методических соображений. Таким образом, в значениях сопряженных переменных аккумулируется вся информация о влиянии на оптимальное значение критерия набора ω , причем влияние параметра R_{\max}^- на $\mu(\omega)$ содержит в себе $\psi_R(0)$ (естественно, речь идет о влиянии в первом приближении). Формула (3.2.23) показывает, на сколько возрастает или убывает $\mu(\omega)$ при бесконечно малом увеличении V_0 , Z_0 , R_0 , R_{\max}^- , или, переходя, как это обычно делается, от локальной трактовки к глобальной, можно сказать, что $(-\psi_V(0))$, $(-\psi_Z(0))$, $(-\psi_R(0))$ представляют собой оценку единицы начальных основных фондов $V(0)$, $Z(0)$ и состояния ресурсов, причем $\psi_R(0)$ одновременно характеризует потери, связанные с увеличением нормативного параметра R_{\max}^- , на единицу (последнее особенно наглядно видно, если вспомнить, что при отсутствии ограничения по загрязнению (3.2.16) $\psi_R(t) \equiv 0$). Отметим, что из (3.2.23) следует, что в рассматриваемой задаче не все оценки выражены в стоимостной форме, так как часть переменных состояния имеет натуральную единицу измерения. Например, оценки ψ_V , ψ_Z , ψ_R , ψ_{R_0} — безразмерные, а оценки остальных ре-

Экономические оценки производственных факторов ($T = 3$)

Номер отрасли	Основные фонды				Мощности			
	Районы							
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1	-0,6	-0,7	-2,8	-1,637	-0,6	-0,7	-2,78	-1,638
2	-0,6	-1,5	-0,6	-1,238	-0,6	-1,5	-0,63	-1,238
3	-0,3	-0,2	-0,3	-2,546	-0,3	-0,2	-0,3	-2,546
4	-2,6	-1,5	-0,5	-2,137	-2,6	-1,5	-0,48	-2,137
5	-0,2	-0,3	0	0	-0,2	-0,3	0	0
6	-1,09	-0,4	-0,1	-1,646	-1,08	-0,4	-0,1	-1,646
7	-0,3	-0,9	0	0	-0,3	-0,9	0	0
8	-0,02	-0,3	0	-0,069	-0,02	-0,3	0	-0,069
9	0	-0,1	0	-0,11	0	-0,1	0	-0,11
10	0	0	-1,2	-1,3	0	0	-1,24	-1,3
11	0	0	0	0	0	0	0	0
12	-0,3	-0,3	0	0	-0,3	-0,3	0	0
13	-0,2	-0,3	0	0	-0,2	-0,3	0	0

сурсов — стоимостные. Однако частные приращения функции $\mu(\omega)$, скажем $\Delta_V \mu(\omega) \approx -\psi_V \Delta V$, всегда имеют стоимостную форму.

Проанализируем теперь численные показатели экономических оценок оптимальных решений (табл. 13—16). Отметим, что в табл. 5—12 даны именно значения сопряженных переменных в начальный момент времени, а также средние за период значения множителей по мощностным ограничениям задачи (3.2.12) — (3.2.17).

Естественно, что в рассматриваемой постановке задачи особый интерес представляют оценки загрязнителей. Характерно, что во всех районах и вариантах задачи абсолютные значения этих оценок значительно превышают оценки остальных факторов и ресурсов. Как показывают приведенные данные, наибольшие экономические потери в расчете на единицу ПДК составляют (млн руб.)

Район	
Северобайкальский	13
Баргузинский	49,7
Селенгинский	81,4 (при $T = 3$) и 68 (при $T = 5$)
Южнобайкальский	31,3 (при $T = 3$) и 56,4 (при $T = 5$)

Вторым по значимости является приведенное загрязнение воздуха, по которому аналогичным образом исчислимы потери колеблются от 1 до 7 млн руб., а оценки ущерба от загрязнения воздуха и воды соединениями серы примерно равнозначны. Отметим также отсутствие нулевых оценок основных фондов и мощностей восстановительных отраслей, соответствующих ресур-

Экономические оценки природных ресурсов и основных фондов восстановительных отраслей ($T = 3$)

Номер ресурса	Ресурсы				Фонды восстановительных отраслей			
	Районы							
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1	0,21	0,65	6,43	1,01	-0,72	-1,40	-6,4	-3,33
2	13,27	49,73	81,37	31,3	-0,65	-1,3	-6,4	-2,85
3	6,71	1,16	7,25	1,32	-4,42	-0,95	-13,3	-1,08
4	6,32	2,96	3,1	0,69	-0,72	-3,33	-3,34	-1,0
5	0	-0,03	-0,09	0	-0,23	0	0	0
6	-0,06	-0,01	-0,91	0	0	0	0	0
7	-0,09	-0,03	0	-0,03	-0,24	0	0	-0,33
8	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	-0,01	0	0	0
10	0	0	0	0	-0,07	0	-0,04	0

сам загрязнителям, и наоборот — нулевые оценки 8—10-го ресурсов во всех вариантах решенных задач.

Ясно, что полученные результаты — лишь первый этап в решении задачи экономической оценки сочетания природных ресурсов Байкальского региона. Его развитие предполагает исследование по ряду направлений. Во-первых, подлежит большей детализации исходная постановка задачи планирования, а именно: необходимо ввести факторы технического прогресса; подвергнуть несколько большей степени дезагрегирования экономику и показатели природной среды; отработать стыковку с моделью экосистемы оз. Байкал и поставить задачу оптимизации в расширенной постановке. Во-вторых, необходимо развивать алгоритмическое обеспечение для оптимизационных моделей рассматриваемого класса с большим числом переменных — обеспечение, которое позволяло бы решать задачи с большим горизонтом плани-

Таблица 15

Экономические оценки основных фондов и мощностей в производительных отраслях ($T = 5$)

Номер отрасли	Основные фонды		Мощности		Номер отрасли	Основные фонды		Мощности	
	Районы					Районы			
	III	IV	III	IV		III	IV	III	IV
1	-2,8	-2,8	-2,2	-0,85	8	-0,03	-0,03	-0,037	-0,18
2	-0,58	-1,9	-0,58	-0,83	9	0	-0,03	0	-0,4
3	-0,31	-0,95	-0,3	-0,95	10	-1,37	-1,43	-1,37	-0,4
4	-2,3	-2,9	-2,3	-0,6	11	0	0	0	0
5	0	-0,3	0	0	12	0	0	0	0
6	-0,33	-1,75	-0,34	-1,4	13	0	0	0	0
7	0	-0,58	0	0					

Таблица 1

Экономические оценки природных ресурсов и характеристики восстановительных отраслей ($T = 5$)

Номер ресурса	Ресурсы		Фонды восстановительных отраслей		Мощности восстановительных отраслей	
	Районы					
	III	IV	III	IV	III	IV
1	8,11	1,59	-1,8	-4,11	-7,9	-4,08
2	67,99	56,38	-21,7	-20,1	-8,8	-2,08
3	6,53	2,35	-15,2	-10,4	-3,96	-3,16
4	6,22	0,17	-18,1	-4,1	-1,81	-1,0
5	-0,72	0	-1,85	-1,0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	-0,14	0	-1,0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	-0,02	0	-0,03
10	0	0	-0,09	0	0	0

рования (порядка 15—20 непрерывной оптимизации и порядка 200 — последовательно-ступенчатой). В-третьих, важным является сервисное обеспечение, хотя бы для представления в обзорной форме результатов оптимизационных расчетов и соответствующих экономических характеристик. Наконец, безусловно важнейшим делом является укрепление общеметодологической базы оптимизационного подхода к проблемам оценки природных ресурсов, его большая увязка с практикой планирования и достижениями современной экономической науки.

Глава 4

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭКОЛОГИЧЕСКОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ

Моделирование природопользования в регионе предполагает разработку прогнозов изменений состояний экосистем региона, где реальные процессы часто носят статистический, вероятностный характер. Последнее обусловлено и слабой изученностью спектра взаимодействий между компонентами такой сложной системы, как природно-экономическая, и неполнотой, недоступностью сведений, характеризующих свойства ее элементов.

С другой стороны, необходимость в надежных прогнозах становится все острее, расширяется число их возможных потребителей. Проблема повышения надежности экологического прогнозирования в силу известных причин становится центральной проблемой современной экологии [Большаков, 1983]. Несмотря на

тотальную «моделизацию» экологии, успехи, достигнутые в решении этой проблемы, оказались достаточно скромными. Выход из создавшейся ситуации, по-видимому, состоит в совершенствовании методологии экологического прогнозирования, в поиске для каждой конкретной экосистемы удачного компромисса между временем упреждения прогноза, его детальностью и надежностью.

В главе предлагается методология статистического моделирования в экологическом прогнозировании, ориентированная на построение коллективом предикторов по имеющейся информации прогнозов состояния экосистемы максимально возможной надежности [Брусиловский, 1985а; Брусиловский, Насыров, 1985], когда при формировании прогноза экстремум показателя его качества ищется не только по параметрам отдельного предиктора и не только среди заданного набора отдельных предикторов, но и по всевозможным их суперпозициям.

Приложение этого подхода к предсказанию макросостояния планктона оз. Байкал учитывает специфику его поведения и реальные возможности экологического прогнозирования. Предсказание ожидаемого состояния основывается на следующем компромиссе: время упреждения прогноза должно равняться одному году (одному шагу), его детальность должна соответствовать дихотомии (урожайный — неурожайный для фитопланктона год).

Максимизация надежности таких прогнозов обеспечивается путем использования коллективов дихотомических предикторов [Брусиловский, 1985в]. В целом модели прогнозирования коллективом дихотомических предикторов предназначены для построения прогнозов повторяющихся экологических феноменов (например, всплеск численности некоторого вида) максимально возможной надежности. Они отвечают прежде всего на следующие вопросы: 1) какова конструкция оптимального в том или ином смысле предиктора-гибрида (правила формирования коллективного прогноза), построенного по заданным предикторам-индивидуумам; 2) когда качество предиктора-гибрида превосходит качество предикторов-индивидуумов; 3) когда добавление нового предиктора-индивидуума в коллектив приводит к улучшению качества предиктора-гибрида, и т. п. Отсюда видно, что прогнозирование коллективом предикторов представляет собой один из перспективных путей совершенствования существующей методологии экологического прогнозирования, приводящий к повышению надежности экологических прогнозов.

4.1. ДИХОТОМИЧЕСКИЕ ПРЕДИКТОРЫ-ГИБРИДЫ В ЭКОЛОГИЧЕСКОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ

Коллективы дихотомических предикторов. Изложим теорию прогнозирования коллективом дихотомических предикторов [Брусиловский, 1985а, г, в; Брусиловский, Насыров, 1983, 1985, 1986] и рассмотрим теоретические основы целого ряда алгоритмов формирования коллективного прогноза «состояния природы».

Пусть на вероятностном пространстве (Ω, \mathcal{F}, P) заданы предикторы $\theta_1, \dots, \theta_n$ события $A \in \mathcal{F}$, т. е. случайные величины, принимающие всего лишь два значения 0 и 1. Использование термина «предиктор» обусловлено интерпретацией этих значений: если $\theta_i = 1$, то будем говорить, что i -й предиктор предсказывает наступление события A ; в противном случае, т. е., когда $\theta_i = 0$, будем говорить, что i -й предиктор предсказывает наступление события $\bar{A} = \Omega \setminus A$. В роли предиктора могут выступать эксперт, модель или организация, формирующие прогноз наступления события A .

Требуется ответить на два взаимосвязанных вопроса: можно ли по предикторам $\theta_1, \dots, \theta_n$, $n \geq 2$, построить новый предиктор $\theta(n)$ события A , $0 < P(A) < 1$, обладающий более высоким по сравнению с исходными предикторами качеством, и если можно, то какова его конструкция?

Далее исходные предикторы $\theta_1, \dots, \theta_n$ будем называть предикторами-индивидуумами, а искомый предиктор $\theta(n)$ — предиктором-гибридом. Решение (прогноз) коллектива предикторов отождествляется с решением (прогнозом) предиктора-гибрида.

Для уточнения вопросов прежде всего необходимо ввести критерий качества предикторов. Это может быть сделано различными способами. Поэтому можно говорить о предикторе-гибриде, оптимальном в том или ином смысле.

1. Предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле.

Пусть

$$1_A(w) = \begin{cases} 1, & w \in A; \\ 0, & w \notin A \end{cases}$$

— индикатор события A . Случайная величина 1_A всегда точно предсказывает наступление события $A \in \mathcal{F}$. Поэтому ее назовем идеальным предиктором этого события. Качество произвольного предиктора θ будем оценивать величиной среднеквадратичной ошибки его прогнозов $E(1_A - \theta)^2$.

Введем в рассмотрение ряд объектов: $L^2(\Omega)$ — гильбертово пространство вещественнозначных случайных величин, заданных на (Ω, \mathcal{F}, P) , с конечным вторым моментом и скалярным произведением $(\xi, \eta) = E(\xi, \eta)$, $\xi \in L^2(\Omega)$, $\eta \in L^2(\Omega)$; $\mathcal{F}(\theta_1, \dots, \theta_n) = \mathcal{F}_n$ — σ -алгебра событий, порожденная предикторами-индивидуумами $\theta_1, \dots, \theta_n$; $\Pi(\theta_1, \dots, \theta_n) = \Pi(n)$ — класс всех предикторов события A , измеримых относительно σ -алгебры \mathcal{F}_n ; $K(\theta_1, \dots, \theta_n)$ — множество всех случайных величин из $L^2(\Omega)$ вида $\varphi(\theta_1, \dots, \theta_n)$, где φ — борелевская функция на R^n .

Предиктор-гибрид $\theta(n)$, построенный по предикторам-индивидуумам $\theta_1, \dots, \theta_n$, назовем оптимальным в среднеквадратичном смысле, если

$$\inf_{\theta \in \Pi(n)} E(1_A - \theta)^2 = E[1_A - \theta(n)]^2.$$

Нам понадобится один факт теории оценивания [Ширяев, 1980]. Пусть (ξ, η) — пара случайных величин, из которых ξ наблюдаема, а η наблюдению не подлежит. Как по результатам наблюдений над ξ оценить ненаблюдаемую компоненту η ?

Пусть $\varphi = \varphi(x)$ — борелевская функция. Случайную величину $\varphi(x)$ будем называть оценкой η по ξ , а величину $E[\eta - \varphi(\xi)]^2$ — среднеквадратичной ошибкой этой оценки. Оценку $\varphi^*(\xi)$ назовем оптимальной в среднеквадратичном смысле, если

$$E[\eta - \varphi^*(\xi)]^2 = \inf E[\eta - \varphi(\xi)]^2,$$

где \inf берется по классу всех борелевских функций $\varphi = \varphi(x)$. Оказывается, что если $E\eta^2 < \infty$, то оптимальная оценка $\varphi^*(\xi)$ существует и $\varphi^*(\xi) = E(\eta|\xi)$, где через $E(\eta|\xi)$ обозначено условное математическое ожидание случайной величины η при заданном ξ .

Отсюда

$$\inf_{\theta \in K(\theta_1, \dots, \theta_n)} E(\mathbf{1}_A - \theta)^2 = E(\mathbf{1}_A - \eta_n)^2, \quad (4.1.1)$$

$$\text{где} \quad \eta_n = E(\mathbf{1}_A | \theta_1, \dots, \theta_n) = E(\mathbf{1}_A | \mathcal{F}_n). \quad (4.1.2)$$

Однако случайная величина η_n может принимать значения, отличные от 0 и 1, и, следовательно, не является предиктором: $\eta_n \notin \Pi(n)$. Поэтому при конструировании оптимального предиктора-гибрида этим результатом теории оценивания непосредственно воспользоваться нельзя, и задача синтеза искомого предиктора-гибрида становится нетривиальной.

Утверждение 1. Предиктор-гибрид

$$\theta\left(\frac{1}{2}, n\right) = \begin{cases} 1, & \eta_n \geq \frac{1}{2}; \\ 0, & \eta_n < \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (4.1.3)$$

где

$$\eta_n = E(\mathbf{1}_A | \mathcal{F}_n),$$

оптимален в классе $\Pi(n)$, т. е.

$$\inf_{\theta \in \Pi(n)} E(\mathbf{1}_A - \theta)^2 = E(\mathbf{1}_A - \theta(n))^2. \quad (4.1.4)$$

Доказательство. В дальнейшем существенно используется понятие условного математического ожидания. Поэтому напомним его определение [Ширяев, 1980].

Пусть $\xi(\omega)$ — случайная величина, заданная на вероятностном пространстве (Ω, \mathcal{F}, P) , и \mathcal{A} — подалгебра алгебры \mathcal{F} : $\mathcal{A} \in \mathcal{F}$. Условное математическое ожидание $\eta = E(\xi | \mathcal{A})$ — это случайная величина, обладающая следующими двумя свойствами: η \mathcal{A} -измерима и $\int_B \eta dP = \int_B \xi dP$ для любого $B \in \mathcal{A}$.

Покажем, что для любого $B \in \mathcal{F}_n$

$$E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_B)^2 = E(\mathbf{1}_A - \eta_n)^2 + E(\eta_n - \mathbf{1}_B)^2. \quad (4.1.5)$$

Действительно,

$$\begin{aligned} E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_B)^2 &= E[\mathbf{1}_A - E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n) + E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n) - \mathbf{1}_B]^2 = \\ &= E[\mathbf{1}_A - E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)]^2 + E[E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n) - \mathbf{1}_B]^2 + \\ &\quad + 2E[(\mathbf{1}_A - E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n))(E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n) - \mathbf{1}_B)]. \end{aligned}$$

Обозначим последнее слагаемое через $2Z$. Очевидно,

$$Z = E[\mathbf{1}_A E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)] + E[\mathbf{1}_B E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)] - E[E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)]^2 - E(\mathbf{1}_A \mathbf{1}_B).$$

Так как $\mathbf{1}_B$ \mathcal{F}_n -измерима, то

$$E[\mathbf{1}_B E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)] = E[E(\mathbf{1}_A \cdot \mathbf{1}_B|\mathcal{F}_n)] = E(\mathbf{1}_A \mathbf{1}_B).$$

Отсюда $Z = E[\mathbf{1}_A E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)] - E[E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)]^2$.

Но η_n \mathcal{F}_n -измерима. Значит,

$$\begin{aligned} E[E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)]^2 &= E[E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n) \cdot E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)] = \\ &= E[E(\mathbf{1}_A E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)|\mathcal{F}_n)] = E[\mathbf{1}_A E(\mathbf{1}_A|\mathcal{F}_n)] \end{aligned}$$

и, следовательно, $Z = 0$. Таким образом, равенство (4.1.5) справедливо.

Первое слагаемое в правой части равенства (4.1.5) от B не зависит, и точная нижняя грань выражений $E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_B)^2$ и $E(\eta_n - \mathbf{1}_B)^2$ достигается на одном и том же множестве $B_0^n \in \mathcal{F}_n$. Раскрывая скобки, получаем:

$$\begin{aligned} E(\eta_n - \mathbf{1}_B)^2 &= \int_{\Omega} \eta_n^2 dP - 2 \int_{\Omega} \eta_n \mathbf{1}_B dP + \int_{\Omega} \mathbf{1}_B^2 dP = \\ &= E\eta_n^2 - 2 \int_B \eta_n dP + P(B). \end{aligned}$$

Учитывая второе свойство условного математического ожидания,

$$\int_B \eta_n dP = \int_B \mathbf{1}_A dP = P(AB).$$

Следовательно,

$$E(\eta_n - \mathbf{1}_B)^2 = E\eta_n^2 - 2P(AB) + P(B). \quad (4.1.6)$$

Слагаемое $E\eta_n^2$ в правой части последнего равенства от B не зависит. Поэтому нижняя грань в (4.1.4) достигается при таком предикторе $\theta = \mathbf{1}_{B_0^n}(w)$, для которого множество $B_0^n \in \mathcal{F}_n$ удовлетворяет условию

$$\inf_{B \in \mathcal{F}_n} [P(B) - 2P(AB)] = P(B_0^n) - 2P(AB_0^n). \quad (4.1.7)$$

Иногда множество B_0^n в (4.1.7) мы будем обозначать просто через B_0 .

Отметим, что структура σ -алгебры \mathcal{F}_n довольно проста. Пусть

$$B_i = \{w \in \Omega: \theta_i(w) = 1\}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Введем в рассмотрение множества

$$\begin{aligned}
 D_1 &= B_1 \cdot B_2 \cdot \dots \cdot B_n, \\
 D_2 &= \bar{B}_1 \cdot B_2 \cdot \dots \cdot B_n, \\
 &\dots \dots \dots \\
 D_k &= \bar{B}_1 \cdot \bar{B}_2 \cdot \dots \cdot \bar{B}_n, \\
 &\dots \dots \dots \\
 D_M &= B_1 \cdot B_2 \cdot \dots \cdot \bar{B}_n,
 \end{aligned}
 \tag{4.1.8}$$

где $\bar{B}_i = B_i$ или $\bar{B}_i = \bar{B}_i$, $M = 2^n$. Очевидно,

$$\bigcup_{k=1}^M D_k = \Omega, \quad D_i D_j = \emptyset, \quad i \neq j,$$

и, следовательно, множества D_k — атомы σ -алгебры \mathcal{F}_n .

Любое $B \in \mathcal{F}_n$ представляет собой объединение каких-то атомов D_k : $B = \sum_k D_k$. Поэтому построение искомого множества B_0 эквивалентно указанию, какие из D_k включать в B_0 , а какие нет. Получаем

$$\begin{aligned}
 P(B) - 2P(AB) &= P\left(\sum_k D_k\right) - 2P\left(A \sum_k D_k\right) = \\
 &= \sum_k [P(D_k) - 2P(AD_k)].
 \end{aligned}$$

Последняя сумма будет минимальная, если суммирование происходит по тем индексам k , для которых

$$\Delta_k = P(D_k) - 2P(AD_k) \leq 0.$$

Любое другое слагаемое D_i , включенное в множество B_0 , дает вклад

$$\Delta_i = P(D_i) - 2P(AD_i) > 0$$

и тем самым увеличивает среднеквадратичную ошибку.

Таким образом,

$$B_0 = \sum_{k: \Delta_k \leq 0} D_k$$

или

$$B_0 = \sum_{k: \frac{P(AD_k)}{P(D_k)} \geq \frac{1}{2}} D_k.
 \tag{4.1.9}$$

Но

$$\frac{P(A|D_k)}{P(D_k)} = P(A|D_k)
 \tag{4.1.10}$$

как раз и есть значение случайной величины η_n на атоме D_k .

Для справедливости равенства (4.1.10) требуется предположение о положительности всех вероятностей $P(D_k)$, $k = \bar{1}, \bar{M}$.

Если для какого-либо атома D_j вероятность $P(D_j) = 0$, исключим его из списка (4.1.8), и тогда $M < 2^n$. В дальнейшем всегда будем считать предположение $P(D_k) > 0$, $k = 1, M$, выполненным.

Итак,
$$B_0 = \left\{ w \in \Omega: \eta_n(w) \geq \frac{1}{2} \right\}, \quad (4.1.11)$$

и утверждение доказано.

Замечание 1. В итоге одного предсказания события A коллективом из n предикторов-индивидуумов получается реализация n -мерного бинарного вектора $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_n)$, который далее будем называть вектором прогнозов коллектива предикторов. Множество всех таких векторов состоит из 2^n различных элементов.

Каждому вектору прогнозов по правилу (4.1.8) ставится в соответствие некоторый атом, и это соответствие взаимно однозначное. Поэтому мы иногда не будем делать различия между вектором прогнозов коллектива предикторов и соответствующим ему атомом.

Пусть в итоге очередного предсказания коллективом предикторов реализовался атом D_k . Правило, с помощью которого предиктор-гибрид строит коллективные прогнозы, имеет вид:

$$\begin{array}{l} \text{предсказывается} \\ \text{наступление} \\ \text{события} \end{array} \begin{cases} A, & \text{если } D_k \in B_0; \\ \bar{A}, & \text{если } D_k \notin B_0. \end{cases} \quad (4.1.12)$$

Для предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right) = 1_{B_0}$ оно конкретизируется следующим образом:

$$\begin{array}{l} \text{предсказывается} \\ \text{наступление} \\ \text{события} \end{array} \begin{cases} A, & \text{если } P(D_k) - 2P(AD_k) \leq 0; \\ \bar{A} & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (4.1.13)$$

Как уже отмечалось, такое решение отождествляется с решением коллектива предикторов.

Замечание 2. (О неединственности предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$). Из доказательства утверждения 1 видно, что оптимальный предиктор-гибрид может оказаться неединственным. Действительно, пусть

$$S_0 = \{k: \Delta_k = 0\}, \quad S_- = \{k: \Delta_k < 0\}.$$

Когда S_0 — пустое множество, предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ определяется посредством (4.1.11) единственным образом. Если же S_0 — множество непустое, то на всяком $B_0 \in \mathcal{F}_n$, имеющем вид:

$$B_0 = \sum_{k \in S_-} D_k + \sum_{i \in S} D_i, \quad (4.1.14)$$

где S — любое подмножество S_0 , в (4.1.4) достигается одна и та

же нижняя грань. В связи с этим имеет смысл говорить о классе $\mathcal{F}_0 \subset \mathcal{F}_n$ оптимальных множеств B_0 вида (4.1.14). Каждому $B_0 \in \mathcal{F}_0$ соответствует свой оптимальный предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right) = \mathbf{1}_{B_0}$ с одной и той же наименьшей в классе $\Pi(n)$ среднеквадратичной ошибкой $\sigma_{\min}^2 = E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0})^2$. Очевидно, общее число различных предикторов-гибридов равно 2^l , где l — число элементов множества S_0 .

Замечание 3. Если $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset\}$, то предикторы-индивидуумы $\theta_1, \dots, \theta_n$ таковы, что

$$P(A|\theta_i) < \frac{1}{2}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.1.15)$$

Предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ в этом случае выдает формальные прогнозы «событие A не наступит», причем ошибка таких прогнозов

$$E\left[\mathbf{1}_A - \theta\left(\frac{1}{2}, n\right)\right]^2 = P(A).$$

Действительно, если класс \mathcal{F}_0 пуст, то все атомы D_k при таких $\theta_1, \dots, \theta_n$ удовлетворяют условию

$$\Delta_k = P(A) - 2P(AD_k) > 0, \quad k = \overline{1, M}.$$

Так как $B_i = \{w: \theta_i = 1\}$ представим в виде объединения каких-то атомов, то

$$P(B_i) - 2P(AB_i) = \sum_k [P(D_k) - 2P(AD_k)] > 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Значит,
$$\frac{P(AB_i)}{P(B_i)} < \frac{1}{2}, \quad i = \overline{1, n},$$

или $P(A|B_i) < \frac{1}{2}$, $i = \overline{1, n}$, что эквивалентно (4.1.15).

Предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ (см. (4.1.3)) всегда будет принимать значение, равное 0, что и означает: «событие A не наступит». Ошибка прогноза в этом случае

$$E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0})^2 - E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_\Phi)^2 = E\mathbf{1}_A^2 = P(A).$$

При любом другом правиле принятия решения

$$E(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_B)^2 = P(A) + P(B) - 2P(AB) > P(A),$$

так как $P(B) - 2P(AB) > 0$. Утверждение доказано.

Аналогично, если $\mathcal{F}_0 = \{\Omega\}$, то предикторы-индивидуумы $\theta_1, \dots, \theta_n$ таковы, что

$$P(A|\theta_i = 1) > \frac{1}{2}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.1.16)$$

Предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ в этом случае выдает формальный прогноз «событие A наступит», причем ошибка таких прогнозов

$$E(1_A - 1_{B_0})^2 = 1 - P(A).$$

Замечание 4. Обратные утверждения типа «если $P(A | \theta_i = 1) < \frac{1}{2}$, $i = \overline{1, n}$, то $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset\}$ » и «если $P(A | \theta_i = 1) > \frac{1}{2}$, $i = \overline{1, n}$, то $\mathcal{F}_0 = \{\Omega\}$ » неверны. Это видно из рис. 8. Очевидно, в схеме геометрических вероятностей

$$\frac{P(AB_1)}{P(B_1)} < \frac{1}{2}, \quad \frac{P(AB_2)}{P(B_2)} < \frac{1}{2}.$$

Но $D_1 = B_1 \cdot B_2$ таково, что

$$\Delta_1 = P(D_1) - 2P(AD_1) < 0.$$

Следовательно, $D_1 \in B_0$ и пустое множество не содержится в классе \mathcal{F}_0 .

Замечание 5. Обозначим через $\pi(A, \theta)$ вероятность правильного предсказания события A некоторым предиктором θ . Положим $B = \{w \in \Omega: \theta(w) = 1\}$. Тогда

$$\pi(A, \theta) = P(AB) + P(\overline{A}\overline{B})$$

или

$$\pi(A, \theta) = 1 - P(\overline{A}B) - P(A\overline{B}).$$

Следовательно,

$$E(1_A - \theta)^2 = 1 - \pi(A, \theta) \quad (4.1.17)$$

и предиктор-гибрид события A , оптимальный в смысле минимума среднеквадратичной ошибки, оказывается идентичным предиктору-гибриду, оптимальному в смысле максимума вероятности правильного предсказания этого события.

Замечание 6. (Смещенность предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$).

Предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ представляет собой оценку случайной величины 1_A . Поэтому имеют смысл вопросы о несмещенности, эффективности и состоятельности оценки $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$. В силу утверждения 1, $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ — эффективная оценка величины 1_A в классе $\Pi(n)$.

Оценку 1_B случайной величины 1_A назовем несмещенной, если $P(B) = P(A)$. В силу предыдущего замечания (когда множество S_0 не пустое), различные оптимальные

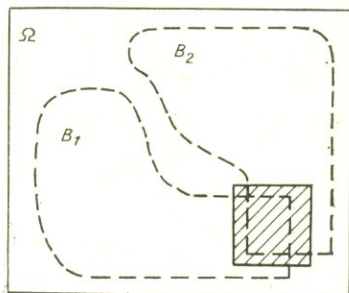


Рис. 8. Схема геометрических вероятностей. Штриховкой показано множество A .

множества B_0 являются одинаково «хорошими» в смысле среднеквадратичной ошибки (одинаково эффективными). Однако они могут отличаться по величине смещения $|P(B_0) - P(A)|$.

Атом $D_i, i \in S_0$ имеет смысл включать в B_0 , лишь если он уменьшает смещение оценки 1_{B_0} . Построение коллективного прогноза нужно осуществлять таким предиктором-гибридом $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right) = 1_{B_0^*}$, у которого множество $B_0^* \in \mathcal{F}_0$ доставляет величине смещения минимум:

$$|P(B_0^*) - P(A)| = \min_{B_0 \in \mathcal{F}_0} |P(A) - P(B_0)|. \quad (4.1.18)$$

Таким образом, в ситуации, когда множество $S_0 = \{k: \Delta_k = 0\}$ не пустое, задача синтеза предиктора-гибрида представляет собой задачу оптимизации с двумя последовательно применяемыми критериями: 1) среднеквадратичной ошибкой; 2) смещением.

Замечание 7. (О полной предсказуемости события A и состоятельности предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$). Когда с ростом n среднеквадратичная ошибка прогнозов события A , построенных с помощью предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$, стремится к нулю, событие A становится полностью предсказуемым.

Пусть $\{\theta_k\}_{k=1}^\infty$ — бесконечная последовательность предикторов-индивидуумов события A , и пусть

$$\mathcal{F}_\infty = \sigma\left(\bigcup_{k=1}^\infty \mathcal{F}_k\right)$$

— σ -алгебра, порожденная этой последовательностью.

Для полной предсказуемости события A и состоятельности предиктора-гибрида

$$\theta\left(\frac{1}{2}, n\right) = 1_{B_0^n}(w),$$

где $B_0^n = \left\{w \in \Omega: \eta_n(w) \geq \frac{1}{2}\right\}$,

достаточно выполнение условия

$$A \in \mathcal{F}_\infty. \quad (4.1.19)$$

Действительно, если (4.1.19) справедливо, то по теореме П. Леви [Ширяев, 1980, с. 499]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \eta_n(w) = 1_A(w) \quad \text{почти наверное} \quad (4.1.20)$$

и в метрике L^1 , т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E |1_A(w) - \eta_n(w)| = 0. \quad (4.1.21)$$

Покажем, что в этом случае и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{1}_{B_0^n}(w) = \mathbf{1}_A(w) \quad \text{почти наверное.} \quad (4.1.22)$$

Для этого положим

$$B^* = \{w \in \Omega: \lim_{n \rightarrow \infty} \eta_n(w) = \mathbf{1}_A(w)\}.$$

Тогда $P(B^*) = 1$ и равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{1}_{B_0^n}(w) = \mathbf{1}_A(w), \quad w \in B^* \quad (4.1.23)$$

эквивалентно (4.1.22). Вместе с тем

$$B^* = B^*A + B^*\bar{A}.$$

Если $w \in B^*A$, то $\mathbf{1}_A(w) = 1$ и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \eta_n(w) = \mathbf{1}_A(w) = 1.$$

При достаточно больших n отсюда следует, что $\eta_n(w) \geq \frac{1}{2}$, т. е.

$\mathbf{1}_{B_0^n}(w) = 1$, и, значит, равенство (4.1.23) справедливо.

Если же $w \in B^*\bar{A}$, то $\mathbf{1}_A(w) = 0$, и при достаточно больших n $\mathbf{1}_{B_0^n}(w) = 0$, т. е. равенство (4.1.23) снова справедливо.

Таким образом, для любого $w \in B^*$ при достаточно большом n (зависящем от w)

$$\mathbf{1}_{B_0^n}(w) = \mathbf{1}_A(w)$$

или

$$P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{1}_{B_0^n}(w) = \mathbf{1}_A(w)\right) = P(B^*) = 1.$$

Утверждение (4.1.23), а значит, и (4.1.22) доказано.

Из (4.1.22) и теоремы Лебега о предельном переходе под знаком интеграла [Ширяев, 1980] получаем важное равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \left| \mathbf{1}_{B_0^n}(w) - \mathbf{1}_A(w) \right| = 0. \quad (4.1.24)$$

Но
$$\sigma_n^2 = E \left(\mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right)^2 = E \left\{ \left| \mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right| \cdot \left| \mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right| \right\},$$

$$\left| \mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right| \leq \left| \mathbf{1}_A \right| + \left| \mathbf{1}_{B_0^n} \right| = 2.$$

Значит

$$\sigma_n^2 \leq 2E \left| \mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right|.$$

В силу неравенства Чебышева

$$P \left\{ \left| \mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right| > \varepsilon \right\} \leq \frac{E \left| \mathbf{1}_A - \mathbf{1}_{B_0^n} \right|}{\varepsilon}.$$

Отсюда и следуют полная предсказуемость события A и состоятельность его предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$.

Следствие 1. (Неухудшение качества коллективного прогноза.) В силу того, что $\theta_i \in \Pi(n)$, из равенства (4.1.4) вытекает соотношение

$$E \left[1_A - \theta \left(\frac{1}{2}, n \right) \right]^2 \leq \min_{1 \leq i \leq n} E (1_A - \theta_i)^2,$$

т. е. ошибка прогнозов предиктора-гибрида $\theta \left(\frac{1}{2}, n \right)$ не превосходит ошибку прогнозов любого из предикторов-индивидуумов $\theta_1, \dots, \theta_n$. Таким образом, качество коллективного прогноза не хуже качества прогноза любого отдельного члена коллектива.

Следствие 2. (Необходимое и достаточное условие улучшения качества коллективного прогноза.) Пусть θ_i — лучший из предикторов-индивидуумов $\theta_1, \dots, \theta_n$:

$$E (1_A - \theta_i)^2 \leq E (1_A - \theta_k)^2, \quad k = \overline{1, n}.$$

Как следует из конструкции предиктора-гибрида $\theta \left(\frac{1}{2}, n \right)$, строгое неравенство

$$E (1_A - \theta_i)^2 > E \left(1_A - \theta \left(\frac{1}{2}, n \right) \right)^2$$

имеет место тогда и только тогда, если множество

$$\{w \in \Omega : \theta(w) = 1\} = B_i \notin \mathcal{F}_0^n.$$

Следствие 3. (Необходимое и достаточное условие повышения качества предиктора-гибрида при добавлении в коллектив нового предиктора-индивидуума.) Пусть $\theta \left(\frac{1}{2}, n \right)$ — предиктор-гибрид, построенный по предикторам-индивидуумам $\theta_1, \dots, \theta_n$, а $\theta \left(\frac{1}{2}, n \right)$ — предиктор-гибрид, построенный по предикторам-индивидуумам $\theta_1, \dots, \theta_n, \theta_{n+1}$. Возникает вопрос: когда

$$\sigma_{n+1}^2 < \sigma_n^2, \quad (4.1.25)$$

где

$$\sigma_n^2 = E \left[1_A - \theta \left(\frac{1}{2}, n \right) \right]^2, \quad \sigma_{n+1}^2 = E \left[1_A - \theta \left(\frac{1}{2}, n+1 \right) \right]^2?$$

Обозначим «старые» атомы (т. е. атомы σ -алгебры \mathcal{F}_n) через $D_1^n, D_2^n, \dots, D_M^n$. При построении σ -алгебры \mathcal{F}_{n+1} из каждого старого атома D_k^n образуются два новых $D_{2k-1}^{n+1}, D_{2k}^{n+1}$,

$$D_{2k-1}^{n+1} = B_{n+1} \cdot D_k^n, \quad D_{2k}^{n+1} = \bar{B}_{n+1} \cdot D_k^n,$$

где

$$B_{n+1} = \{w \in \Omega : \theta_{n+1}(w) = 1\}.$$

Положим

$$\begin{aligned} \Delta_k^n &= P(D_k^n) - 2P(AD_k^n) = P(D_{2k-1}^{n+1} \cup D_{2k}^{n+1}) - \\ &\quad - 2P(AD_{2k-1}^{n+1} \cup AD_{2k}^{n+1}) = \Delta_{2k-1}^{n+1} + \Delta_{2k}^{n+1}. \end{aligned}$$

Для того чтобы $\sigma_{n+1}^2 < \sigma_n^2$, необходимо и достаточно выполнение хотя бы одного из следующих условий:

$$\begin{aligned} \text{а) } \exists l \in S_-^n: \max(\Delta_{2l-1}^{n+1}, \Delta_{2l}^{n+1}) > 0; \\ \text{б) } \exists m \in S_+^n: \min(\Delta_{2m-1}^{n+1}, \Delta_{2m}^{n+1}) < 0, \end{aligned} \quad (4.1.26)$$

где

$$S_-^n = \{k: \Delta_k^n \leq 0\}, \quad S_+^n = \{k: \Delta_k^n \geq 0\}.$$

Действительно, если оба условия (4.1.26) не выполняются, то

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1}^2 &= P(A) + \sum_{k \in S_-^{n+1}} \Delta_k^{n+1} = P(A) + \\ &+ \sum_{k \in S_-^n} [\Delta_{2k-1}^{n+1} + \Delta_{2k}^{n+1}] = P(A) + \sum_{k \in S_-^n} \Delta_k^n = \sigma_n^2 \end{aligned}$$

и необходимость доказана.

Пусть теперь выполняется, например, только первое из условий (4.1.26). Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= P(A) + \sum_{k \in S_-^n} \Delta_k^n = P(A) + \sum_{k \in S_-^n} [\Delta_{2k-1}^{n+1} + \Delta_{2k}^{n+1}] = \\ &= P(A) + \Delta_{2l-1}^{n+1} + \left(\sum_{\substack{k \in S_-^n \\ k \neq l}} [\Delta_{2k-1}^{n+1} + \Delta_{2k}^{n+1}] + \Delta_{2l}^{n+1} \right), \end{aligned}$$

где для определенности считается, что $\Delta_{2l-1}^{n+1} > 0$.

С другой стороны,

$$\sigma_{n+1}^2 = P(A) + \sum_{k \in S_-^{n+1}} \Delta_k^{n+1}.$$

В выражение для σ_n^2 входит положительное слагаемое Δ_{2l-1}^{n+1} , которое не входит в выражение для σ_{n+1}^2 . Отсюда и следует доказываемое соотношение $\sigma_{n+1}^2 < \sigma_n^2$.

Аналогичным способом доказывается достаточность и в ситуации, когда выполняется только второе из условий (4.1.26), или оба этих условия одновременно.

Атом, включаемый в оптимальное множество B_0 , назовем хорошим, а невключаемый — плохим.

Условие а) требует существования среди старых хороших атомов хотя бы одного такого, который при образовании новых атомов распался на один плохой и один хороший. Условие б) требует существования среди старых плохих атомов хотя бы одного такого, который при образовании новых атомов распался на один хороший и один плохой. Выполнение хотя бы одного из этих условий приведет к улучшению аппроксимации множества A множеством B_0^{n+1} по сравнению с множеством B_0^n .

2. Несмещенный предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле. В пункте 1 введено понятие несмещенного предиктора и выяснено, что предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ является смещенным. Здесь будет построен несмещенный предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле.

Пусть $\Pi_H(\theta_1, \dots, \theta_n) = \Pi_H(n)$ — класс всех несмещенных предикторов события A , построенных по $\theta_1, \dots, \theta_n$ и измеримых относительно σ -алгебры $\mathcal{F}(\theta_1, \dots, \theta_n) = \mathcal{F}_n$, т. е. таких \mathcal{F}_n -измеримых предикторов θ , для которых выполняется условие

$$P(\theta = 1) = P(A).$$

Как и прежде, через η_n обозначим условное математическое ожидание:

$$\eta_n = E(1_A | \theta_1, \dots, \theta_n) = E(1_A | \mathcal{F}_n).$$

Утверждение 2. Предиктор-гибрид

$$\theta(a_n, n) = \begin{cases} 1, & \eta_n \geq a_n; \\ 0, & \eta_n < a_n, \end{cases} \quad (4.1.27)$$

где вещественное число a_n выбирается следующим образом: если существует x такое, что

$$P(\eta_n \geq x) = P(A), \quad (4.1.28)$$

то полагаем $x = a_n$, иначе в качестве a_n возьмем любое из чисел x , минимизирующих выражение

$$|P(A) - P(\eta_n \geq x)|, \quad (4.1.28a)$$

оптимален в классе $\Pi_H(n)$, т. е.

$$\inf_{\theta \in \Pi_H(n)} E(1_A - \theta)^2 = E[1_A - \theta(a_n, n)]^2. \quad (4.1.29)$$

Доказательство. Пусть

$$1_B(w) \in \Pi_H(n).$$

Тогда справедливо равенство (4.1.4), и для доказательства теоремы достаточно построить множество $B_0 \in \mathcal{F}_n$ такое, что

$$P(B_0) = P(A)$$

и которое доставляет минимум второму слагаемому в (4.1.4). Но

$$\begin{aligned} E(\eta_n - 1_B)^2 &= \int_{\Omega} (\eta_n - 1_B)^2 dP = \\ &= \int_B (\eta_n - 1_B)^2 dP + \int_{\bar{B}} (\eta_n - 1_B)^2 dP. \end{aligned} \quad (4.1.30)$$

В первом интеграле правой части $1_B = 1$, а во втором $1_B = 0$. Сле-

довательно,

$$E(\eta_n - 1_B)^2 = \int_B (\eta_n - 1)^2 dP + \int_{\bar{B}} \eta_n^2 dP. \quad (4.1.31)$$

Покажем, что это выражение достигает минимума на множестве

$$B_0 = \{w \in \Omega: \eta_n(w) \geq a_n\}, \quad (4.1.32)$$

где a_n выбирается из условия (4.1.28).

Действительно, докажем, что для любого $B \in \mathcal{F}_n$, удовлетворяющего условию

$$P(B) = P(A),$$

справедливо неравенство

$$\int_B (\eta_n - 1)^2 dP + \int_{\bar{B}} \eta_n^2 dP \geq \int_{B_0} (\eta_n - 1)^2 dP + \int_{\bar{B}_0} \eta_n^2 dP. \quad (4.1.33)$$

Раскрыв скобки под знаком интеграла в обеих частях (4.1.33), получим равносильное неравенство

$$\int_{B_0} \eta_n dP \geq \int_B \eta_n dP. \quad (4.1.34)$$

Так как $B_0 = B_0 \cdot B \cup B_0 \cdot \bar{B}$, $B = B_0 \cdot B \cup \bar{B}_0 \cdot B$,

то (4.1.34), в свою очередь, равносильно неравенству

$$\int_{B_0 \cdot \bar{B}} \eta_n dP \geq \int_{\bar{B}_0 \cdot B} \eta_n dP. \quad (4.1.35)$$

На множестве $B_0 \cdot \bar{B}$ выполняется условие $\eta_n \geq a_n$, а на множестве $\bar{B}_0 \cdot B$ — условие $\eta_n < a_n$. Поэтому неравенство (4.1.35) справедливо, а вместе с ним — неравенство (4.1.33). Утверждение доказано.

Замечание 1. (Асимптотическая несмещенность предиктора-гибрида $\theta(a_n, n)$). Пусть задана бесконечная последовательность предикторов-индивидуумов $\{\theta_k\}_{k=1}^{\infty}$ и бесконечное число раз a_n выбирается из условия (4.1.28а). Для таких a_n

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} |P(A) - P(\eta_n \geq a_n)| = 0$$

и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E\theta(a_n, n) = E1_A,$$

т. е. предиктор-гибрид $\theta(a_n, n)$ — асимптотически несмещенная оценка идеального предиктора 1_A .

Замечание 2. (Состоятельность предиктора-гибрида $\theta(a_n, n)$). Пусть событие A измеримо относительно σ -алгебры, порожденной последовательностью предикторов $\{\theta_n\}_{n=1}^{\infty}$. В силу свойств

условного математического ожидания [Ширяев, 1980] с вероятностью 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \eta_n = 1_A.$$

Далее, из условия (4.1.28) следует, что

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \leq 1, \quad \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n \geq 0. \quad (4.1.36)$$

Действительно, предположим противное, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < 0. \quad (4.1.37)$$

Обозначим через $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ последовательность, реализующую нижний предел в (4.1.37). Тогда существует $\delta < 0$ такое, что, начиная с некоторого номера k_0 , все члены последовательности $\{n_k\}$ будут удовлетворять неравенству $a_{n_k} < \delta$.

С другой стороны, при каждом n с вероятностью 1 $\eta_n \geq 0$. Отсюда при $k > k_0$

$$P(\eta_{n_k} \geq a_{n_k}) = P(\eta_{n_k} \geq 0) = 1,$$

что противоречит (4.1.36). Аналогично доказывается и второе неравенство. Следовательно, если

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n < 1, \quad \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n > 0,$$

то с вероятностью 1

$$\lim \theta(a_n, n) = 1_A,$$

т. е. $\theta(a_n, n)$ — состоятельная в смысле сходимости с вероятностью 1 оценка идеального предиктора 1_A .

3. *Предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Неймана — Пирсона.* Обозначим через $\Pi_\alpha(n) = \Pi_\alpha(\theta_1, \dots, \theta_n)$ класс предикторов θ

$$\Pi_\alpha(n) \subset \Pi(n),$$

обладающих свойством

$$P(\bar{A} | \theta = 1) = \alpha,$$

где число (уровень) $\alpha \in (0, 1)$.

Задача, решаемая здесь, состоит в следующем: по заданным числу α и предикторам-индивидуумам $\theta_1, \dots, \theta_n$ события $A \notin \mathcal{F}_n$ требуется построить предиктор-гибрид того же события, с минимальной среднеквадратичной ошибкой прогнозов в классе $\Pi_\alpha(n)$.

Утверждение 3. Предиктор-гибрид

$$\theta(b_n, n) = \begin{cases} 1, & \eta_n \geq b_n; \\ 0, & \eta_n < b_n, \end{cases} \quad (4.1.38)$$

где b_n — число, выбираемое из условия

$$P(\bar{A} | \eta_n \geq b_n) = \alpha, \quad (4.1.39)$$

оптимальна в классе $\Pi_\alpha(n)$, т. е.

$$\inf_{\theta \in \Pi_\alpha(n)} E(1_A - \theta)^2 = E[1_A - \theta(b_n, n)]^2. \quad (4.1.40)$$

Доказательство. Для произвольного предиктора θ положим $B = \{w \in \Omega: \theta(w) = 1\}$,

тогда $\theta = 1_B$. Как было показано в пункте 1,

$$E(1_A - \theta)^2 = E(1_A - \eta_n)^2 + E(\eta_n - 1_B)^2.$$

Первое слагаемое в правой части здесь от B не зависит, второе после элементарных преобразований примет вид

$$E(\eta_n - 1_B)^2 = E\eta_n^2 + P(B) - 2P(AB).$$

Пусть $B_0 = \{w \in \Omega: \theta(b_n, n) = 1\}$.

Для справедливости утверждения нужно показать, что

$$\min [P(B) - 2P(AB)] = P(B_0) - 2P(AB_0), \quad (4.1.41)$$

где минимум берется по всем $B \in \mathcal{F}_n$ таким, что

$$P(A|B) = 1 - \alpha. \quad (4.1.42)$$

Выберем число β из условий:

$$\begin{cases} 2 - \beta > 0, \\ 1 - \beta + \alpha\beta > 0, \\ P(A|G_n) = 1 - \alpha, \end{cases}$$

где $G_n = \left\{ w \in \Omega: \eta_n(w) \geq \frac{1 - \beta + \alpha\beta}{2 - \beta} \right\}$,

В силу равенства (4.1.42)

$$\begin{aligned} P(B) - 2P(AB) &= P(B) \cdot [1 - \alpha + \alpha\beta - \alpha\beta + \alpha - 2P(A|B)] = \\ &= P(B) \cdot [\beta - \alpha\beta - \beta P(A|B) + (1 - \beta) + \alpha\beta - (2 - \beta)P(A|B)] = \\ &= P(B) [\beta(1 - \alpha - P(A|B)) + (1 - \beta + \alpha\beta) - (2 - \beta) \cdot P(A|B)] = \\ &= P(B) \cdot [(1 - \beta + \alpha\beta) - (2 - \beta)P(A|B)]. \end{aligned}$$

Атомы σ -алгебры \mathcal{F}_n , как и ранее, обозначим через D_k , $k = \overline{1, M}$. Тогда

$$P(B) - 2P(AB) = \sum_{D_k \in B} P(D_k) [(1 - \beta + \alpha\beta) - (2 - \beta)P(A|D_k)]$$

и минимум в (4.1.41) достигается на множестве $B_0 \in \mathcal{F}_n$, представляющем собой объединение только тех атомов D_k , для которых

$$(1 - \beta + \alpha\beta) - (2 - \beta)P(A|D_k) \leq 0$$

или $P(A|D_k) \geq \frac{1 - \beta + \alpha\beta}{2 - \beta}$.

Следовательно, положив

$$b_n = \frac{1 - \beta + \alpha\beta}{2 - \beta}.$$

получим

$$B_0 = \{w \in \Omega: \eta_n(w) \geq b_n\} = \{w: \theta(b_n, n) = 1\}.$$

Утверждение доказано.

Замечание 1. Покажем, что если

$$0 < \alpha < \frac{1}{2}, \quad (4.1.43)$$

$$P(A|B) > P(A), \quad (4.1.44)$$

то решенная выше задача эквивалентна следующей: для заданного α и множеств B_i ,

$$B_i = \{w \in \Omega: \theta_i = 1\},$$

найти множество $B_0 \in \mathcal{F}_n$, такое что

$$\begin{aligned} P(\bar{A}|B_0) &= \alpha, \\ P(A|B_0) &= \min_Q P(A|Q), \end{aligned} \quad (4.1.45)$$

где $Q \in \mathcal{F}_n$ и удовлетворяет условию

$$P(\bar{A}|Q) = \alpha. \quad (4.1.46)$$

Неравенство (4.1.43) — разумное ограничение на выбор уровня ошибки одного рода. Неравенство (4.1.44) означает, что предсказание, построенное с помощью предиктора θ , несет в себе полезную информацию об интересующем нас событии A . Требования, выражаемые этими неравенствами, естественны и необходимы для того, чтобы θ_i можно было назвать предикторами события A .

Перейдем к доказательству. Пусть $\theta \in \Pi_\alpha(n)$. Тогда

$$\begin{aligned} E(1_A - 1_B)^2 &= P(A) + P(B) - 2P(AB) = P(A) + P(B) - \\ &- 2P(B) \cdot [1 - P(\bar{A}|B)] = P(A) + P(B)(2\alpha - 1) \end{aligned}$$

и в предположении (4.1.43) выражение (4.1.40) эквивалентно следующему:

$$P(B_0) = \max_Q P(Q),$$

где по-прежнему $Q \in \mathcal{F}_n$ и удовлетворяет условию (4.1.46).

С другой стороны, для $\theta \in \Pi_\alpha(n)$

$$P(A|\bar{B}) = 1 - P(\bar{A}|B) = 1 - \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}.$$

Принимая во внимание равенства

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}), \\ P(\bar{A}|B) &= \alpha, \end{aligned}$$

будем иметь

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) - P(B)(1-\alpha)}{1 - P(B)} = (1-\alpha) - \frac{(1-\alpha) - P(A)}{1 - P(B)}. \quad (4.1.47)$$

Отсюда при соблюдении требований (4.1.43), (4.1.44) следует эквивалентность условий (4.1.45) и (4.1.47).

Таким образом, эквивалентность обсуждаемых задач доказана. Это дает право оптимальный в классе $\Pi_\alpha(n)$ предиктор-гибрид $\theta(b_n, n)$ называть оптимальным по критерию Неймана — Пирсона.

Замечание 2. Любое событие $Q \in \mathcal{F}_n$ представимо в виде объединения некоторых атомов D_k σ -алгебры \mathcal{F}_n : $Q = \sum_k D_k$. Учитывая этот факт, условие (4.1.39) или эквивалентное ему условие (4.1.46) можно переписать в следующем удобном для практического применения виде:

$$\begin{aligned} & \sum_{D_k \in Q: 1-\alpha \geq P(A|D_k)} P(D_k) [(1-\alpha) - P(A|D_k)] = \\ & = \sum_{D_k \in Q: 1-\alpha < P(A|D_k)} P(D_k) [P(A|D_k) - (1-\alpha)]. \end{aligned} \quad (4.1.48)$$

Действительно, по условию $P(\bar{A}|Q) = \alpha$ или

$$P(A|Q) \cdot P(Q) = (1-\alpha)P(Q).$$

Но $Q = \sum D_k$, следовательно,

$$\sum_{D_k \in Q} P(AD_k) = \sum_{D_k \in Q} (1-\alpha)P(D_k)$$

или

$$\sum P(D_k)[P(A|D_k) - (1-\alpha)] = 0.$$

Отсюда и получается (4.1.48).

4. *Предиктор-гибрид, обладающий наименьшей апостериорной вероятностью ошибки.* Задача, решаемая в данном разделе, состоит в следующем: по заданным числу β_1 и предикторам-индивидуумам $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ события A найти такой предиктор-гибрид $\theta(n)$ того же события, что

$$E[1_A - \theta(n)]^2 = \min_{\theta \in \Pi(n)} E[1_A - \theta]^2,$$

где θ подчиняются ограничению

$$P(\theta = 1, \bar{A}) = \beta_1, \quad 0 < \beta_1 < 1.$$

Иначе говоря, требуется построить предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле и имеющий заданную вероятность ошибки одного рода.

Условие

$$P(\theta = 1 | \bar{A}) = \beta, \quad (4.1.49)$$

где

$$\beta = \frac{\beta_1}{P(\bar{A})},$$

эквивалентно предыдущему. Для каждого числа β , $\beta \in (0, 1)$ обозначим через $\Pi_\beta(n) = \Pi_\beta(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ множество предикторов θ , обладающих свойством (4.1.49). Теперь решаемую задачу можно сформулировать так: по заданному числу β и предикторам-индивидуумам $\theta_1, \dots, \theta_n$ события A найти предиктор-гибрид $\theta(n)$ того же события, обладающий наименьшей среднеквадратичной ошибкой в классе $\Pi_\beta(n) \subset \Pi(n)$.

Утверждение 4. Предиктор-гибрид

$$\theta(c_n, n) = \begin{cases} 1, & \eta_n \geq c_n; \\ 0, & \eta_n < c_n, \end{cases} \quad (4.1.50)$$

где число c_n выбирается из условия

$$P(\eta_n \geq c_n \mid \bar{A}) = \beta, \quad (4.1.51)$$

оптимален в классе $\Pi_\beta(n)$, т. е.

$$E[1_A - \theta(c_n, n)]^2 = \min_{\theta \in \Pi_\beta(n)} E(1_A - \theta)^2. \quad (4.1.52)$$

Доказательство. Для любого вещественного числа q

$$\begin{aligned} E(1_A - 1_B)^2 &= P(A) + P(B) - 2P(AB) = \\ &= P(A) + P(B) - 2[P(B) - P(\bar{A}B)] = \\ &= P(A) + 2(1 - q)P(\bar{A}B) + 2qP(\bar{A}B) - P(B) = \\ &= P(A) + 2(1 - q)\beta P(\bar{A}) + 2qP(\bar{A}B) - P(B). \end{aligned}$$

Таким образом,

$$E(1_A - 1_B)^2 = \Delta_1(A) + \Delta_2(B), \quad (4.1.53)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1(A) &= P(A) + 2(1 - q)\beta P(\bar{A}), \\ \Delta_2(B) &= 2qP(\bar{A}B) - P(B). \end{aligned}$$

Как уже отмечалось, любое $B \in \mathcal{F}_n$ представимо в виде объединения некоторых атомов D_k . Отсюда

$$\begin{aligned} \Delta_2(B) &= \sum_{D_k \in B} [2qP(\bar{A}D_k) - P(D_k)] = \\ &= \sum_{D_k \in B} P(D_k) [(2q - 1) - 2qP(A \mid D_k)]. \end{aligned} \quad (4.1.54)$$

Первое слагаемое в правой части соотношения (4.1.53) от B не зависит, и, значит, минимум в выражениях (4.1.52) и для $\Delta_2(B)$ достигается на одном и том же множестве B_0 . При $P(A \mid D_k) \geq c_n$, где $c_n = 1 - \frac{1}{2q}$, все слагаемые в правой части (4.1.54) неположительны. Следовательно,

$$B_0 = \sum_{k: P(A \mid D_k) \geq c_n} D_k. \quad (4.1.55)$$

По вероятности $P(A | D_k)$ есть значение, принимаемое случайной величиной $\eta_n = E(\mathbf{1}_A | \mathcal{F}_n)$ на атоме D_k .

Отсюда

$$B_0 = \{w \in \Omega: \eta_n(w) \geq c_n\},$$

где число c_n выбирается из условия

$$P(\eta_n \geq c_n | \bar{A}) = \beta.$$

Итак, искомый предиктор-гибрид имеет вид

$$\theta(c_n, n) = \mathbf{1}(\eta_n \geq c_n).$$

Утверждение доказано.

Замечание. Решенная задача эквивалентна следующей: для заданных числа β и предикторов-индивидуумов $\theta_1, \dots, \theta_n$ найти предиктор-гибрид $\theta(n)$ такой, что

$$P[\theta(n) = 0 | A] = \min_{\theta \in \Pi_\beta(n)} P(\theta = 0 | A). \quad (4.1.56)$$

Действительно, для произвольного предиктора $\theta(w)$ введем в рассмотрение множество

$$G = \{w \in \Omega: \theta(w) = 1\}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} E(\mathbf{1}_A - \theta)^2 &= E\mathbf{1}_A^2 + E\mathbf{1}_G^2 - 2E(\mathbf{1}_A \cdot \mathbf{1}_G) = P(\bar{A}) \cdot P(G | \bar{A}) + \\ &+ P(A) \cdot P(\bar{G} | A). \end{aligned}$$

Если $\theta(w) \in \Pi_\beta(n)$, то $P(G | \bar{A}) = \beta$, откуда и следует эквивалентность обсуждаемых задач. Поэтому искомый предиктор можно называть предиктором-гибридом, обладающим наименьшей апостериорной вероятностью ошибки.

5. *Предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Обухова.* В практике прогнозирования в роли критерия качества предиктора часто используется и так называемый критерий Обухова [Жуковский, 1981]:

$$Q = 1 - P(\theta = 1 | \bar{A}) - P(\theta = 0 | A). \quad (4.1.57)$$

Чем больше величина Q , тем выше качество предиктора θ .

Возникает задача синтеза предиктора-гибрида, оптимального по критерию Обухова.

Утверждение 5. Предиктор-гибрид

$$\theta(p, n) = \begin{cases} 1, & \eta_n \geq p; \\ 0, & \eta_n < p, \end{cases} \quad (4.1.58)$$

где

$$p = P(A), \quad (4.1.59)$$

оптимален по критерию Обухова, т. е.

$$\begin{aligned} \sup_{\theta \in \Pi(n)} [1 - P(\theta = 1 | \bar{A}) - P(\theta = 0 | A)] &= 1 - P(\theta(p, n) = \\ &= 1 | \bar{A}) - P(\theta(p, n) = 0 | A). \end{aligned}$$

Доказательство. Пусть

$$B = \{w \in \Omega: \theta(w) = 1\}.$$

Тогда для доказательства теоремы требуется найти такое множество $B_0 \in \mathcal{F}_n$, что

$$\sup_{\theta \in \Pi(n)} [1 - P(B|\bar{A}) - P(\bar{B}|A)] = 1 - P(B_0|\bar{A}) - P(\bar{B}_0|A). \quad (4.1.60)$$

Очевидно,

$$K(A, B) = 1 - \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} - \frac{P(A\bar{B})}{P(A)}.$$

Воспользовавшись равенствами

$$P(B\bar{A}) = P(B) - P(BA),$$

$$P(\bar{B}A) = P(A) - P(BA),$$

легко показать, что критерий Обухова представим в виде

$$K(A, B) = k_A \cdot r(A, B), \quad (4.1.61)$$

где

$$r(A, B) = P(AB) - P(A) \cdot P(B)$$

— ковариация событий A и B ;

$$k_A = \frac{1}{P(A) \cdot P(\bar{A})} \quad (4.1.62)$$

— коэффициент, не зависящий от используемого предиктора θ .

Вспомним (см. пункт 1), что множество B представимо в виде объединения некоторых атомов D_k σ -алгебры \mathcal{F}_n : $B = \sum_k D_k$

получим:

$$\begin{aligned} K(A, B) &= k_A [P(A \sum D_k) - P(A)P(\sum D_k)] = \\ &= k_A \sum P(D_k) [P(A|D_k) - P(A)]. \end{aligned}$$

$K(A, B)$ окажется наибольшим, если в последней сумме будут фигурировать только те атомы D_k , для которых

$$P(A|D_k) - P(A) \geq 0.$$

Поэтому

$$B_0 = \sum_{k: P(A|D_k) \geq p} D_k.$$

Но $P(A|D_k)$ — значение случайной величины

$$\eta_n = E(\mathbf{1}_A | \mathcal{F}_n)$$

на атоме D_k . Итак,

$$B_0 = \{w \in \Omega: \eta_n \geq p\}. \quad (4.1.63)$$

Утверждение доказано.

Замечание 1. Из равенства (4.1.61) следует, что предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Обухова, эквивалентен пре-

диктору-гибриду, доставляющему максимум ковариации. Иначе говоря, критерии $K(A, B)$ и $r(A, B)$ достигают максимума на одном и том же множестве B_0 , определяемом по формуле (4.1.63).

Замечание 2. Сравнивая предикторы-гибриды $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ и $\theta(p, n)$ приходим к выводу: $\theta(p, n)$ является эффективным тогда и только тогда, если не существует атомов D_k^n , удовлетворяющих условию

$$p < P(A|D_k^n) < \frac{1}{2}, \quad \text{если } p < \frac{1}{2},$$

или
$$\frac{1}{2} < P(A|D_k^n) < p, \quad \text{если } p > \frac{1}{2},$$

где $p = P(A)$. В противном случае, чем больше атомов удовлетворяет одному из этих условий, тем сильнее предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Обухова, проигрывает в эффективности предиктору-гибриду, оптимальному в среднеквадратичном смысле.

Замечание 3. Предиктор-гибрид $\theta(p, n)$ так же, как и $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$, в общем случае оказывается смещенным. Смещение $\theta(p, n)$ можно уменьшить способом, изложенным в пункте 1 (замечание 6). Условие состоятельности предиктора-гибрида $\theta(p, n)$ идентично условию состоятельности предиктора-гибрида $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$. Для этих предикторов идентичным оказывается и необходимое и достаточное условие улучшения качества коллективного прогноза (4.1.26).

6. *Оптимальные предикторы-гибриды для предсказания нескольких событий.* Рассмотрим одно важное обобщение задачи синтеза коллективного прогноза [Брусилковский, Насыров, 1985].

Пусть одновременно предсказывается появление N различных событий A_1, A_2, \dots, A_N с помощью n N -мерных случайных векторов

$$\bar{\theta}_m^N = (\theta_m^1, \theta_m^2, \dots, \theta_m^i, \dots, \theta_m^N), \quad m = \overline{1, n}. \quad (4.1.64)$$

При фиксированном m предиктор-индивидуум θ_m^i , стоящий на i -м месте в (4.1.64), предсказывает появление события A_i , если $\theta_m^i = 1$, и события $\bar{A}_i = \Omega \setminus A_i$, если $\theta_m^i = 0$. Реализация вектора $\bar{\theta}_m^N$ при фиксированном m , $1 \leq m \leq n$, представляет собой один комплект из N прогнозов наступления N событий A_1, \dots, A_N .

При фиксированном i из (4.1.64) получаем n прогнозов наступления одного и того же события A_i , $1 \leq i \leq N$.

Случайный вектор $\bar{\theta}_m^N$ можно назвать m -м N -предиктором-индивидуумом, а вектор

$$1_A = (1_{A_1}, 1_{A_2}, \dots, 1_{A_N})$$

— идеальным N -предиктором событий A_1, \dots, A_N .

Качество предсказания вектора 1_A с помощью некоторого N -предиктора $\bar{\theta}^N$:

$$\bar{\theta}^N = (\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^N)$$

или

$$\bar{\theta}^N = (1_{B_1}, 1_{B_2}, \dots, 1_{B_N}),$$

где

$$B_i = \{w \in \Omega: \theta^i(w) = 1\},$$

будем оценивать величиной

$$\delta(\bar{\theta}^N) = \sum_{i=1}^N E(1_{A_i} - \theta^i)^2,$$

т. е. суммой ошибок предсказания координат идеального N -предиктора 1_A соответствующей координатой используемого для этой цели N -предиктора $\bar{\theta}^N$. N -предиктор $\bar{\theta}^N = (1_{B_1}, \dots, 1_{B_N})$ назовем несмещенным N -предиктором событий A_1, \dots, A_N , если 1_{B_i} — несмещенная оценка идеального предиктора 1_{A_i} для всех $i = \overline{1, N}$, т. е.

$$P(A_i) = P(B_i), \quad i = \overline{1, N}.$$

Пусть задан вектор

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N), \quad \alpha_i \in \left(0, \frac{1}{2}\right), \quad i = \overline{1, N},$$

и пусть $\mathcal{F}^i = \mathcal{F}^i(\bar{\theta}_1^N, \bar{\theta}_2^N, \dots, \bar{\theta}_n^N)$ — σ -алгебра событий, порожденная i -ми координатами всех n N -предикторов-индивидуумов $\bar{\theta}_1^N, \dots, \bar{\theta}_n^N$; $\Pi(n, N) = \Pi(\bar{\theta}_1^N, \dots, \bar{\theta}_n^N)$ — класс N -предикторов событий A_1, \dots, A_N , построенных по N -предикторам $\bar{\theta}_1^N, \dots, \bar{\theta}_n^N$, i -я координата которых измерима относительно соответствующей σ -алгебры \mathcal{F}^i при всех $i = \overline{1, N}$; $\Pi_H(n, N) = \Pi_H(\bar{\theta}_1^N, \dots, \bar{\theta}_n^N)$ — класс всех несмещенных N -предикторов событий A_1, \dots, A_N , $\Pi_H(n, N) \subset \Pi$; $\Pi_\alpha(n, N) = \Pi_\alpha(\bar{\theta}_1^N, \dots, \bar{\theta}_n^N) \subset \Pi$ — класс таких N -предикторов, i -я координата которых удовлетворяет условию $P(\bar{A}_i | \theta^i = 1) = \alpha_i$, $i = \overline{1, N}$; $\bar{\eta}_n(\eta_n^1, \eta_n^2, \dots, \eta_n^N)$ — вектор условных математических ожиданий, $\eta_n^i = E(1_{A_i} | \mathcal{F}^i)$, $i = \overline{1, N}$.

Если $\bar{\mu} = (\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^N)$ — N -мерный вектор, то неравенство $\eta_n \geq \bar{\mu}$ означает, что $\eta_n^i \geq \mu_i$ для всех $i = \overline{1, N}$. В частном случае, когда μ — число, $\eta_n \geq \mu$ понимается как совокупность неравенств $\eta_n^i \geq \mu$, $i = \overline{1, N}$.

Следующие утверждения являются простыми следствиями утверждений 1, 2, 3 соответственно.

Утверждение 6. N -предиктор-гибрид

$$\bar{\theta}^N\left(\frac{1}{2}, n\right) = \begin{cases} 1, & \bar{\eta}_n \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & \bar{\eta}_n < \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4.1.65)$$

оптимален в классе $\Pi(n, N)$, т. е.

$$\sum_{i=1}^N \inf_{\bar{\theta}^N \in \Pi(n, N)} E(1_{A_i} - 1_{B_i})^2 = \delta \left[\bar{\theta}^N \left(\frac{1}{2}, n \right) \right].$$

Утверждение 7. N -предиктор-гибрид

$$\bar{\theta}^N(\bar{a}_n, n) = \begin{cases} 1, & \bar{\eta}_n \geq \bar{a}_n, \\ 0, & \bar{\eta}_n < \bar{a}_n, \end{cases} \quad (4.1.66)$$

где

$$\bar{a}_n = (a_n^1, a_n^2, \dots, a_n^N)$$

— вектор, координаты которого a_n^i — числа, удовлетворяющие условию

$$P(\eta_n^i \geq a_n^i) = P(A_i), \quad i = \overline{1, N},$$

оптимален в классе $\Pi_{\Pi}(n, N)$, т. е.

$$\sum_{i=1}^N \inf_{\bar{\theta}^N \in \Pi_{\Pi}(n, N)} E(1_{A_i} - 1_{B_i})^2 = \delta [\bar{\theta}^N(\bar{a}_n, n)].$$

Утверждение 8. N -предиктор-гибрид

$$\bar{\theta}^N(b_n, n) = \begin{cases} 1, & \bar{\eta}_n \geq \bar{b}_n, \\ 0, & \bar{\eta}_n < \bar{b}_n, \end{cases} \quad (4.1.67)$$

где

$$\bar{b}_n = (b_n^1, b_n^2, \dots, b_n^N)$$

— вектор, координаты которого b_n^i — числа, удовлетворяющие условию

$$P(\bar{A} | \eta_n^i \geq b_n^i) = \alpha_i, \quad i = \overline{1, N},$$

оптимален в классе $\Pi_{\alpha}(n, N)$, т. е.

$$\sum_{i=1}^N \inf_{\bar{\theta}^N \in \Pi_{\alpha}(n, N)} E(1_{A_i} - 1_{B_i})^2 = \delta [\bar{\theta}^N(\bar{b}_n, n)].$$

Нетрудно показать, что N -предиктор-гибрид $\bar{\theta}^N(\bar{b}_n, n)$ оказывается оптимальным по критерию Неймана — Пирсона, т. е.

$$\begin{aligned} P(\bar{A}_i | \theta^i(b_n^i, n) = 1) &= \alpha_i, \\ P(A_i | \theta^i(b_n^i, n) = 0) &= \min P(A_i | D^i), \end{aligned}$$

где $D^i \in \mathcal{F}^i$ и удовлетворяют условию

$$P(\bar{A}_i | D^i) = \alpha_i, \quad i = \overline{1, N}.$$

Аналогичным образом на случай предсказания N событий обобщаются и утверждения 5, 6.

4.2. ПРЕДСКАЗАНИЕ МАКРОСОСТОЯНИЯ ПЛАНКТОНА ОЗ. БАЙКАЛ КОЛЛЕКТИВОМ ЭВОЛЮЦИОНИРУЮЩИХ АВТОМАТОВ

Существенной подсистемой, определяющей состояние всей экосистемы оз. Байкал в целом, является планктон. Среди планктонных популяций наибольший интерес представляют виды рода *Melosira* [Вотинцев и др., 1975; Ащепкова, Кожова, 1985]. Характерная особенность байкальского планктона состоит в значительных межгодовых колебаниях численности и биомассы мелозеры. Другие виды фитопланктона, каждый по своему, также следуют ритму колебаний мелозеры. Значительный размах колебаний численности планктонных популяций присущ, по-видимому, лишь экосистеме оз. Байкал. Причина этих колебаний до сих пор не установлена.

Познание масштабов продуцирования планктонного сообщества и, в частности, надежные прогнозы мелозирных лет играют значительную роль в оценке состояния всей экосистемы, величины ее первичной продукции, имеют важное значение для ихтиологов, метеорологов, гидрологов и т. д., а также используются для предсказаний вылова рыбы, антропогенного воздействия на оз. Байкал, т. е. обладают крупной народнохозяйственной значимостью.

В данном параграфе будет построен прогноз наступления очередного урожайного года (макросостояния) байкальского планктона коллективом эволюционирующих автоматов, который (коллектив) представляет собой одну из конкретных реализаций рассмотренного в предыдущем параграфе коллектива дихотомических предикторов.

1. Эволюционное моделирование и прогноз макросостояния. Экологическое прогнозирование — одно из наиболее интенсивно развивающихся научных направлений. Оно абсорбирует все новое, могущее хоть как-то оказаться полезным при построении прогнозов состояния экосистем. Так случилось и с эволюционным моделированием [Фогель и др., 1969; Букатова, 1979]. Впервые на возможность применения алгоритмов эволюционного моделирования в экологическом прогнозировании указывалось в работе В. Ф. Крапивина [1978]. Более конкретные обсуждения в этом направлении содержатся у П. М. Брусилковского и Г. С. Розенберга [1981], а в книге Г. С. Розенберга [1984] приведен первый конкретный пример применения эволюционного моделирования (в геоботанике). В роли элементарного алгоритма в эволюционном моделировании, как правило, выступает так называемый детерминированный автомат Мили. Каждый автомат Мили характеризуется структурой и функционированием. Под структурой автомата понимается набор его состояний и совокупность связей между ними, а под функционированием — правило преобразования входных символов в выходные.

При графическом представлении автоматов состояния изображаются кружочками, внутри которых стоит цифра — номер сос-

тояния, связи изображаются стрелками, входной символ отделяется от выходного вертикальной черточкой (см., например, рис. 9).

Работа существующих алгоритмов эволюционного моделирования, как уже говорилось, представима в виде двух чередующихся этапов. Первый — этап адаптации, на котором с помощью эволюционной поисковой процедуры синтезируется очередной автомат (механизм, порождающий входную последовательность символов). Второй — этап эксплуатации этого автомата (предсказание ряда новых символов с его помощью).

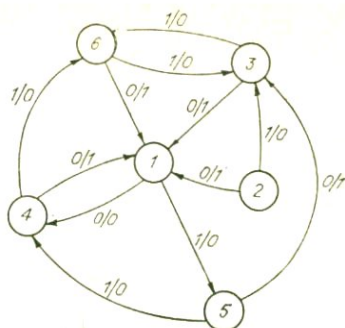


Рис. 9. Первый начальный автомат.

При построении очередного прогноза макросостояния планктона в нашем распоряжении, по существу, имеется лишь предыстория этих состояний [Брусиловский, 1985б, 1985г]:

$$100010010001001100100010010010101100100, \quad (4.2.1)$$

где первый символ отвечает 1946 г., последний — 1984 г. Символ «1» означает, что соответствующий год был мелозирным (урожайным), а символ «0» — немелозирным (неурожайным). Механизм, порождающий эту последовательность (т. е. «плоть» мелозирного фактора), до сих пор не известен [Ащепкова, Кожова, 1985].

Последовательность символов (4.2.1) построена по данным Научно-исследовательского института биологии при Иркутском университете [Кузеванова, 1986]. Эта последовательность случайна — гипотеза о ее случайности не противоречит имеющимся данным на 5%-м уровне значимости [Брусиловский, 1985б]. Поэтому задача надежного прогнозирования даже очередного символа в этой последовательности является нетривиальной.

Эволюционное моделирование представляет собой универсальный способ предсказания очередного символа в последовательности типа (4.2.1) без каких-либо предположений о механизме ее генерации, т. е. является, пожалуй, единственно приемлемым в настоящее время способом предсказания макросостояния байкальского планктона.

Для решения этой задачи здесь предлагается специально разработанный трехэтапный эволюционный предсказывающий алгоритм.

2. Трехэтапный эволюционный предсказывающий алгоритм.

Разработанные алгоритмы эволюционного моделирования [Фогель и др., 1969; Букатова, 1979] обладают одним существенным недостатком. Дело в том, что на этапе адаптации синтезируется одновременно несколько автоматов (моделей), но для этапа эксплуатации отбирается один лучший — «лидер», остальные же

просто отбрасываются. Но, как показывает практика, часто лидера просто не существует. Либо получается несколько различных, но примерно равных по качеству автоматов (в смысле выбранного критерия), либо один из автоматов предпочтительнее по одним критериям качества, а другой — по другим (при многокритериальном отборе лучших автоматов). В любом случае часть полезной информации об изучаемой системе, сосредоточенной в оставшихся автоматах, теряется.

Резерв повышения надежности предсказания заключается в использовании всей или большей части имеющейся информации, добытой на этапе адаптации путем оптимальной в определенном смысле организации отдельных автоматов в коллектив. Окончательный прогноз при этом получается более высокого качества и формируется на основе индивидуальных прогнозов отдельных автоматов, включенных в коллектив. Поэтому более адекватными задаче прогноза макросостояния байкальского планктона оказываются трехэтапные алгоритмы эволюционного моделирования [Брусиловский, 1984]. Теперь уже эволюционный алгоритм включает в себя этапы адаптации, коллективизации и эксплуатации.

На этапе адаптации синтезируется заданное число различных автоматов. Из них по векторному критерию отбирается совокупность самых лучших и самых непохожих между собой автоматов. Этап коллективизации заключается в построении оптимального в некотором смысле автомата-гибрида (коллективного решающего правила) по автоматам-индивидуумам, построенным и отобраным на этапе адаптации. Третий этап — эксплуатации — состоит в использовании построенного на предыдущих двух этапах автомата-гибрида для предсказания. Чем более непохожие автоматы включаются в коллектив и чем выше качество каждого из них, тем эффективнее работа трехэтапных алгоритмов эволюционного моделирования.

Трехэтапные алгоритмы эволюционного моделирования представляют собой одну из конкретных реализаций новой методологии экологического прогнозирования — прогнозирования коллективом дихотомических предикторов.

Эволюционный алгоритм, служащий для предсказания символов, называют эволюционным предсказывающим алгоритмом (ЭПА). Для работы трехэтапного ЭПА требуется: а) предыстория — последовательность символов вида (4.2.1); б) шаг упреждения прогнозов τ , $\tau \geq 1$ (если i -й символ предыстории является входным, то выходным будет $(i + \tau)$ -й символ); в) заданное число произвольных начальных автоматов (в обсуждаемых ниже машинных экспериментах это число всегда выбиралось равным трем). Таким образом, коллектив эволюционирующих автоматов в задаче прогноза макросостояния байкальского планктона состоял из трех членов.

Синтез новых автоматов осуществляется в итоге случайного поиска с эволюционной адаптацией в множестве всех автоматов

с числом состояний не более 20. Поиск происходит посредством случайного изменения (мутации) структуры имеющегося в настоящий момент автомата и последующей настройки его функционирования.

Каждая мутация имеющегося автомата представляет собой какую-либо комбинацию следующих трех возможных видов микромутаций: добавление нового состояния, удаление старого состояния, изменение связи между одной парой состояний. Например, мутация может быть такой: добавить два новых состояния и изменить одну связь в получившейся при этом структуре. В частном случае мутация может представлять собой одну из микромутаций.

Очередная мутация происходит следующим образом: сначала случайно выбирается ее кратность, т. е. число микромутаций, входящих в будущую мутацию. В описываемом трехэтапном ЭПА может быть выбрана 1-, 2- или 3-кратная мутация. Первоначально каждая кратность имеет одинаковую вероятность быть выбранной.

После выбора кратности k очередной мутации (например, $k = 2$) требуется указать еще и виды микромутаций, ее образующих (например, убрать одно состояние и изменить одну связь). Следовательно, необходимо еще определить комбинацию микромутаций, соответствующую выбранной кратности очередной мутации. Это также осуществляется случайно. Для трехкратной мутации, очевидно, общее число возможных комбинаций микромутаций равно 10, для двухкратной мутации — 6 и для однократной — 3. Первоначально каждой комбинации микромутаций соответствует одинаковая вероятность выбора в своем классе.

После осуществления мутации (синтеза очередного автомата) вычисляются и сравниваются критерии качества автомата-родителя и автомата-потомка. В используемом трехэтапном ЭПА таких критериев три. Все они хорошо зарекомендовали себя при оценке качества прогнозов в метеорологии [Жуковский, 1981].

1. Критерий Н. А. Багрова

$$H = \frac{P_{00} + P_{11} - P_0 P_0^* - P_1 P_1^*}{1 - P_0 P_0^* - P_1 P_1^*}. \quad (4.2.2)$$

2. Критерий А. М. Обухова

$$Q = 1 - \frac{P_{01}}{P_0} - \frac{P_{10}}{P_1}. \quad (4.2.3)$$

3. Коэффициент качественной корреляции

$$\rho = \frac{P_{00} P_{11} - P_{01} P_{10}}{\sqrt{P_0^* P_1 P_0 P_1^*}}. \quad (4.2.4)$$

Здесь p_{ij} — относительная частота (вероятность) предсказания рассматриваемым автоматом символа j при фактическом выход-

ном символе $i, j \in \{0, 1\}, i \in \{0, 1\}; p_i = p_{i0} + p_{i1}, p_i^* = p_{0i} + p_{1i}, i = 0, 1$. Каждый из указанных критериев оценивает качество автомата как предиктора в своем определенном ракурсе. Все эти критерии не превосходят 1. Но чем ближе к 1 значение данного критерия, тем выше качество автомата в смысле этого критерия.

Мутация считается удачной, если потомок превосходит родителя хотя бы по двум из указанных критериев. В этом случае потомок заменяет мутировавший автомат, а вероятность осуществленной мутации увеличивается на величину γ (в проводимых машинных экспериментах было положено $\gamma = 0,03$) за счет уменьшения вероятностей осуществления остальных мутаций на величину $\frac{\gamma}{v-1}$, где v — число различных мутаций выбранной кратности ($v = 10$, если $k = 3; v = 6$, если $k = 2$, и $v = 3$ для $k = 1$).

Если же некоторая мутация при ее использовании оказывается неудачной три раза, то вероятность ее осуществления уменьшается на γ , а вероятность использования остальных мутаций увеличивается на $\frac{\gamma}{v-1}$.

Описанная эволюционная процедура применялась параллельно для трех произвольно заданных начальных автоматов. В качестве коллективного решающего правила при формировании окончательного прогноза очередного макросостояния использовалось правило, минимизирующее среднеквадратичную ошибку прогнозов [Брусиловский, Насыров, 1985]. С целью увеличения длины временного ряда при помощи вербального предиктора [Ащепкова, Кожова, 1985] была осуществлена реконструкция прошлого с 1924 по 1945 г. В итоге получилась последовательность

$$1001100100010001001000, \quad (4.2.5)$$

в которой первый символ соответствует 1924 г., последний — 1945 г. Частота появления единицы в последовательности (4.2.5) на 5%-м уровне значимости не отличается от частоты появления единицы в последовательности (4.2.1). Так же, как в (4.2.1), в (4.2.5) отсутствуют серии символов из четырех и более нулей и трех и более единиц. Все это свидетельствует о правдоподобности реконструированного отрезка предыстории.

При построении искомых автоматов использовалась последовательность с 1924 по 1984 г., т. е. содержащая 61 символ. Она образована из (4.2.1) путем добавления слева последовательности (4.2.5), соответствующей реконструированному периоду. С помощью трехэтапного ЭПА удалось для такой новой последовательности синтезировать эволюционирующие автоматы приемлемого качества для прогноза макросостояния байкальского планктона.

Порядок построения прогнозов был таким. Сначала вся предыстория разбивалась на две подпоследовательности — обучающую, содержащую первые 45 точек (с 1924 по 1968 г.):

$$100110010001000100100010001001000100110010001, \quad (4.2.6)$$

и проверочную, содержащую 16 точек (с 1969 по 1984 г.):

0010010101100100.

(4.2.7).

На первой из них трехэтапным ЭПА для фиксированного времени упреждения τ , $\tau = 1, 2, 3$, строились различные коллективы эволюционирующих автоматов и подсчитывались все три критерия. Таким образом оценивалось их качество как моделей механизма, порождающего последовательность (4.2.6). На проверочной последовательности осуществляется подсчет процента правильных предсказаний.

Так оценивалось качество построенных по первой последовательности автоматов как предикторов. Коллектив, который зарекомендовал себя на проверочной последовательности лучше остальных, использовался для построения прогнозов с данным временем упреждения.

3. Машинные эксперименты и прогнозы. В качестве примера подробно опишем эксперименты по построению прогнозов макросостояния байкальского планктона на два года вперед, т. е. для $\tau = 2$.

Как уже отмечалось, эволюционный процесс совершался параллельно над тремя различными автоматами, выступающими в роли предикторов-индивидуумов. Первый начальный автомат имеет 6 состояний. Его структура и функционирование наглядно представляются графически (см. рис. 9). Стрелка соответствует переходу из одного состояния в другое. Слева от вертикальной черточки указан входной символ, справа — выходной. Например, если автомат находится в состоянии 4 и на вход подается символ 1, то он переходит в состояние 6 и выходным символом становится 0. Функционирует этот автомат чрезвычайно просто: при входном символе 1 на выходе всегда появляется 0, а при входном символе 0 на выходе в пяти состояниях из шести появляется 1. Второй и третий начальные автоматы изображены на рис. 10 и рис. 11 соответственно. Все они были взяты произвольно.

В табл. 17 приведены значения рассчитанных критериев качества всех начальных автоматов на обучающей последовательности. Третий автомат имеет чрезвычайно низкое значение всех критериев, и поэтому

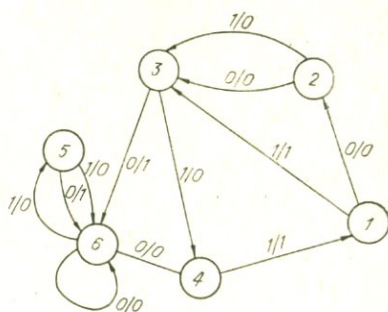
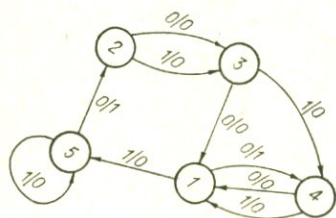


Рис. 10. Второй начальный автомат.

Рис. 11. Третий начальный автомат.

Таблица 17

Значение критериев качества начальных автоматов на обучающей последовательности

Критерий	Начальные автоматы и начальное состояние		
	I, 1	II, 2	III, 3
<i>H</i>	0,342	0,564	0,093
<i>Q</i>	0,381	0,543	0,086
ρ	0,356	0,568	0,095

Примечание. Римская цифра — номер автомата, арабская — начальное состояние.

можно сказать совершенно однозначно, что он не имеет ни малейшего отношения к механизму генерации мелозирных лет. Два других начальных автомата обладают также невысоким качеством.

Каждый из этих автоматов эволюционировал в соответствии с описанными выше правилами работы трехэтапного ЭПА. Все автоматы подвергались семи мутациям, после чего лучшие автоматы-потомки были включены в коллектив для формирования прогноза макросостояния планктона. При большем числе допустимых мутаций для описания эволюции одного автомата потребовалось бы значительно больше иллюстраций. Для обсуждения же свойств и возможностей предлагаемого способа прогноза макросостояния байкальского планктона семи мутаций вполне достаточно. При большем

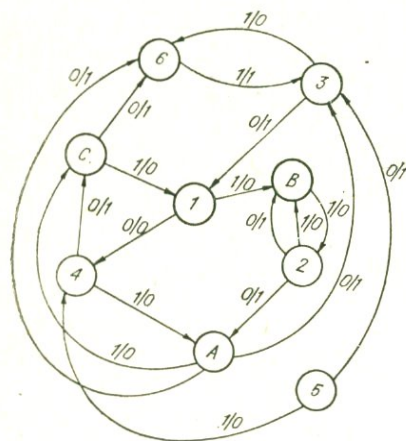


Рис. 12. Первый удачный автомат — потомок первоначального автомата. Удачная мутация — трехкратное добавление состояний.

Таблица 18

Значение критериев качества лучших потомков

Критерий	Лучший потомок		
	1-го потомка	2-го потомка	3-го потомка
<i>H</i>	0,524	0,718	0,342
<i>Q</i>	0,633	0,800	0,381
ρ	0,596	0,748	0,356

Примечание. Значения критериев рассчитывались на обучающей последовательности (4.2.6) для следующих начальных состояний: потомок 1-го автомата (см. рис. 13) — состояние 2; 2-го автомата (см. рис. 14) — состояние 1; 3-го (см. рис. 15) — состояние 6.

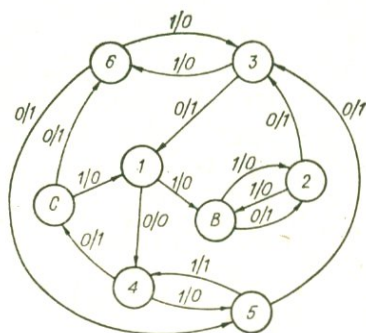


Рис. 13. Лучший потомок (второй) первого начального автомата.

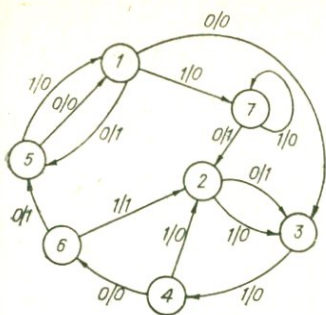


Рис. 14. Лучший потомок (второй) второго начального автомата.

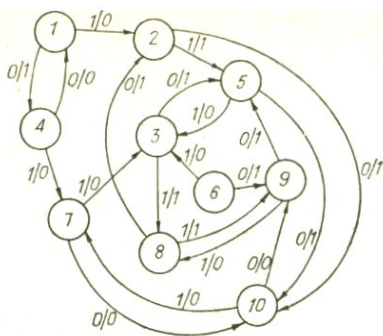


Рис. 15. Лучший потомок (третий) третьего начального автомата.

числе мутаций качество получаемых автоматов будет только улучшаться.

Для первого автомата удачными оказались 3-я и 5-я мутации, для второго — 4-я и 5-я, а для третьего — 3, 4 и 6-я. На рис. 12 приведен первый удачный потомок первого начального автомата. Критерии качества (4.2.2) — (4.2.4), рассчитанные на обучающей последовательности (4.2.6) для 4-го состояния этого потомка, получились такими: $H = 0,454$, $Q = 0,567$ и $\rho = 0,542$. Начальное состояние (в данном случае 4-е) выбирается перебором всех состояний испытываемого автомата по некоторому критерию (здесь — с точки зрения максимума процента правильных предсказаний).

После первой удачной мутации — трехкратное добавление состояния — были добавлены три новых состояния A, B, C (см. рис. 13). В итоге второй удачной мутации — однократное удаление состояния — состояние A было ликвидировано. Так был получен лучший потомок (второй) первого начального автомата (рис. 13). Лучшие потомки других автоматов приведены на рис. 14 и 15. Соответствующие значения критериев, рассчитанные на обучающей последовательности, собраны в табл. 18.

Сопоставляя критерии первого и второго потомков первого начального автомата, убеждаемся, что всего после семи мутаций, из которых только две оказались удачными, его (первого начального автомата) качество возросло более чем в полтора раза. Трех удачных мутаций для третьего автомата оказалось достаточным для существенного повышения его качества. Естественно, если бы число мутаций не было специально ограничено цифрой семь, то, увеличивая число мутаций, качество всех трех автоматов можно было бы сделать более высоким и примерно равным. Правда, и необходимое для этого машинное время также увеличилось.

Таким образом, коллектив эволюционирующих автоматов первоначально состоял из трех автоматов, изображенных на

Результаты совместного испытания всех лучших потомков на обучающей последовательности (условные частоты появления различных атомов)

Фактический символ	Прогноз коллектива автоматов (атомы D_k^3)							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0	15	4	0	0	3	2	2	4
1	0	0	0	0	0	0	4	10

рис. 9, 10, 11. В итоге эволюции (7 мутаций) они превратились в автоматы, изображенные на рис. 13, 14, 15 соответственно. Критерии качества (см. табл. 18) характеризуют эти автоматы как модели механизма, порождающего обучающую последовательность (4.2.6). Адаптация автоматов к обучающей последовательности — первый этап трехэтапного ЭПА — на этом завершается.

Результаты совместных испытаний трех лучших потомков на обучающей последовательности сведены в табл. 19. В ней приводятся частоты появления различных комбинаций «фактический символ — прогноз коллектива лучших потомков». Так, комбинация, когда фактический символ был «0» и коллектив автоматов выдал прогноз «010» (т. е. первый автомат предсказал 0, 2-й — 1, 3-й — 0), на обучающей последовательности не встретилась ни разу. Комбинация «фактический символ 1 и прогноз коллектива автоматов «110» встретилась 4 раза и т. д. Табл. 19 необходима для построения оптимального в среднеквадратичном смысле предиктора-гибрида по отдельным автоматам — членам коллектива. Предиктор-гибрид представляет собой решающее правило, абсорбирующее в себе лучшие свойства отдельных автоматов (предикторов-индивидуумов). Он предназначен для получения более надежных в смысле среднеквадратичной ошибки прогнозов. Коллективизация — второй этап трехэтапного ЭПА — с построением соответствующего предиктора-гибрида завершается.

Искомый предиктор-гибрид строился в соответствии с результатами предыдущего параграфа. В силу представления

$$\eta_n(w) = \sum_{D_k^n} 1_{D_k^n}(w) \cdot P(A|D_k^n) \quad (4.2.8)$$

[Ширяев, 1980] для конструирования предиктора-гибрида требуются оценки вероятностей $P(A|D_k^n)$. В нашем случае их можно легко получить по табл. 19. Так, если $D_k^3 = 110$, то

$$\tilde{P}(A|D_k^3) = \frac{4}{6} = 0,67,$$

а если $D_h^3 = 111$, то

$$\hat{P}(A|D_h^3) = \frac{10}{14} = 0,76,$$

и т. д. Как видно из табл. 19, атомы 010 и 011 на обучении не были реализованы ни разу. Поэтому для них оценки $\hat{P}(A|D_h^3)$ не известны. Для таких атомов будем считать, что $P(A|D_h^3)^h = 0$.

С учетом формул (4.1.3) и (4.1.12) предиктор-гибрид $\theta\left(\frac{1}{2}, n\right)$ (точнее, его оценка) макросостояния байкальского планктона, оптимальный в среднеквадратичном, приобретает вид:

$$\text{предсказывается символ } \begin{cases} 1, & \text{если } D_h^3 \in \{110, 111\}; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (4.2.9)$$

где D_h^3 — реализовавшийся атом в данном акте предсказания коллективом из трех автоматов (бинарный вектор, имеющий три компоненты). Все возможные значения D_h^3 перечислены в табл. 19. Предиктор-гибрид (4.2.9) является оптимальным: любое другое правило формирования прогноза будет иметь не меньшую среднеквадратичную ошибку. Подробное доказательство этого факта приведено в пункте 1 предыдущего параграфа.

Конечная цель разработки и использования трехэтапного ЭПА состоит в прогнозе макросостояния планктона коллективом эволюционирующих автоматов (последний отождествляется с предиктором-гибридом, построенным по отдельным автоматам — членам коллектива). Поэтому качество всех автоматов как предикторов оценивалось на проверочной последовательности (4.2.7) по критерию «процент правильных предсказаний». Результаты прогнозов и значения этого критерия сведены в табл. 20. Эти результаты легко получить и вручную по автоматам, представленным на рис. 13 — 15 соответственно. Например, используя первый автомат (см. рис. 14), «подаем» на вход его в первом состоянии первый символ проверочной последовательности — «0». Автомат переходит в 4-е состояние и выдает символ «0» — первый предсказанный символ на два шага вперед (напоминаем, $\tau = 2$). Затем на вход автомата, находящегося в 4-м состоянии, поступает второй символ проверочной последовательности — «1». Автомат переходит в 5-е состояние и выдает символ «0» — второй предсказанный символ и т. д. Таким способом получены последовательности прогнозов первых трех строк (см. табл. 20).

В итоге эксплуатации предиктора-гибрида (4.2.9) построены прогнозы макросостояния байкальского планктона на 1985 и 1986 гг. В соответствии с этими прогнозами оба эти года будут мелозирными. На проверочной последовательности (4.2.7) из 16 символов 87,5% из них предиктор-гибрид предсказал правильно. Качество предиктора-гибрида превышает качество лучшего из автоматов — членов коллектива, в данном случае — второго ав-

Прогнозы на два года вперед и их оценка на проверочной последовательности

Автомат	Число состояний	Начальное состояние	Прогнозы символов проверочной последовательности	Прогнозы на 1985—1986 гг.	Процент правильных предсказаний
1	8	1	0 0 1 1 * 0 1 1 * 0 * 1 * 1 1 0 0 1 1 0	1 1	68,7
2	7	1	1 * 0 1 0 0 1 1 * 0 * 0 1 1 0 0 1 0 0	1 1	81,2
3	10	6	1 * 0 1 1 * 0 0 * 0 0 * 1 * 1 1 0 0 1 1 * 0	0 0	62,5
Предиктор-гибрид			0 0 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 0	1 1	87,5

Проверочная последовательность 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0

* Ошибочный прогноз

томата. Можно надеяться, что прогнозы, полученные с помощью построенного предиктора-гибрида по рассмотренному коллективу трех эволюционирующих автоматов, на этапе эксплуатации также будут достаточно высокого качества.

Еще раз подчеркнем, что построить более качественные, чем приведенные в 4-й строке табл. 20, прогнозы макросостояния байкальского планктона, основываясь на индивидуальных прогнозах (первых трех строк той же таблицы и данных по сравнительному испытанию предикторов-индивидуумов табл. 19), в силу теоремы 1 (см. предыдущий параграф) невозможно принципиально.

Описанная методика использовалась для прогноза макросостояния байкальского планктона на 1985—1988 гг. В силу того что в момент написания данной работы было неясно, является ли 1985 г. мелозирным, были построены два условных прогноза: первый (I) для случая, если этот год окажется мелозирным, второй (II) — немелозирным:

Год	I	II
1986	0	1
1987	0	0
1988	0	0

Для всех $\tau = 1, 2, 3$ на проверочной последовательности удалось достигнуть достаточно высокого процента правильных предсказаний (82—90%).

4. **Предикторы-гибриды макросостояния планктона.** В предыдущем разделе был построен предиктор-гибрид (4.2.9) макросостояния байкальского планктона, оптимальный в среднеквадратичном смысле. Таблица сравнительных испытаний предикторов-индивидуумов, по которым он строился, оказалась вырожденной, и поэтому конструирование других предикторов-гибри-

Оценки вероятностей, необходимых для синтеза оптимальных предикторов-гибридов

Вероятности	Атомы							
	D_1^3 101	D_2^3 111	D_3^3 100	D_4^3 110	D_5^3 001	D_6^3 011	D_7^3 010	D_8^3 000
$P(D_k^3)$	0,04	0,11	0,02	0,07	0,03	0,01	0,04	0,68
$P(A D_k^3)$	1,00	0,96	0,87	0,62	0,56	0,37	0,08	0,06
$P(D_k^3/A)$	0,00	0,007	0,004	0,041	0,002	0,01	0,058	1,0

дов (теория которых была развита в предыдущем параграфе) на основе этой таблицы не представляет интереса.

С целью иллюстрации теории коллектива дихотомических предикторов построены различные оптимальные предикторы-гибриды макросостояния байкальского планктона. Для этого по выборке (4.2.1) осуществлена оценка вероятностных характеристик динамики макросостояния планктона и с их помощью сгенерирована последовательность, дополняющая (4.2.1) слева до 200 символов. Затем трехэтапным ЭПА, описанным ранее, был синтезирован коллектив из трех эволюционирующих автоматов (предикторов-индивидуумов). Результаты их совместного испытания (оценки вероятностей $P(D_k^3)$ и $P(A|D_k^3)$ на последних 50 символах) собраны в табл. 21.

Прежде чем перейти к построению предикторов-гибридов, отметим, что для удобства оценки вероятностей $P(A|D_k^3)$ расположены в этой таблице в порядке убывания.

В общем случае введем отношение упорядочения атомов D_k^n σ -алгебры \mathcal{F}_n следующим образом:

$$D_i^n < D_j^n, \text{ если } P(A|D_i^n) \leq P(A|D_j^n). \quad (4.2.10)$$

Перенумеруем все атомы σ -алгебры \mathcal{F}_n в соответствии с этой упорядоченностью (когда $D_i < D_j$ и $D_j < D_i$, нумеруем D_i и D_j произвольным образом):

$$D_1^n, D_2^n, \dots, D_M^n, \quad M \leq 2^n. \quad (4.2.11)$$

Нумерация атомов D_k^3 в табл. 21 осуществлена с помощью отношения упорядочения (4.2.10). Вероятности $P(D_k)$ и $P(A|D_k)$ оценивались по таблице, аналогичной 19, а элементы последней строки рассчитывались по формуле

$$P(D_k|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}|D_k) \cdot P(D_k)}{P(\bar{A})}.$$

В случае, когда коллектив состоит из трех предикторов-индивидуумов, представление (4.2.8) приобретает вид

$$\eta_3(w) = \sum_{k=1}^3 1_{D_k^3}(w) \cdot P(A | D_k^3). \quad (4.2.12)$$

Основываясь на результатах предыдущего параграфа, получаем:

$$\theta\left(\frac{1}{2}, \mathcal{Z}\right) = \begin{cases} 1, & \eta_3 \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & \eta_3 < \frac{1}{2} \end{cases}$$

— предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле;

$$\theta(a_3, \mathcal{Z}) = \begin{cases} 1, & \eta_3 \geq a_3; \\ 0, & \eta_3 < a_3, \end{cases}$$

где в качестве a_3 выбирается любое число x_0 , минимизирующее по x выражение

$$|P(A) - P(\eta_3 \geq x)|, \quad (4.2.13)$$

— несмещенный предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле;

$$\theta(b_3, \mathcal{Z}) = \begin{cases} 1, & \eta_3 \geq b_3; \\ 0, & \eta_3 < b_3, \end{cases}$$

где в качестве b_3 выбирается любое число x_0 , минимизирующее по x выражение

$$|P(\bar{A} | \eta_3 \geq x) - \alpha|, \quad (4.2.14)$$

— предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Неймана — Пирсона;

$$\theta(c_3, \mathcal{Z}) = \begin{cases} 1, & \eta_3 \geq c_3; \\ 0, & \eta_3 < c_3, \end{cases}$$

где в качестве c_3 выбирается любое число x_0 , минимизирующее по x выражение

$$|P(\eta_3 \geq x | \bar{A}) - \beta|, \quad (4.2.15)$$

— предиктор-гибрид, обладающий наименьшей апостериорной вероятностью ошибки;

$$\theta(p, \mathcal{Z}) = \begin{cases} 1, & \eta_3 \geq p; \\ 0, & \eta_3 < p, \end{cases}$$

где

$$p = P(A),$$

— предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Обухова.

В рассматриваемом нами случае A — событие «очередной год

окажется мелозирным», \bar{A} — событие «очередной год будет немелозирным»

$$P(A) = \frac{14}{39} = 0,36, \quad P(\bar{A}) = 0,64 \quad (4.2.16)$$

(см. последовательность (4.2.1));

$$\alpha = P(\bar{A} | \theta = 1)$$

— приемлемая априорная условная вероятность ошибки при предсказании предиктором θ очередного макросостояния планктона;

$$\beta = P(\theta = 1 | \bar{A})$$

— приемлемая апостериорная условная вероятность ошибки.

Основываясь на данных табл. 21 и представлении (4.2.12), получаем предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле:

$$\begin{array}{l} \text{предсказывается} \\ \text{наступление} \\ \text{события} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} A, \text{ если } D_h^3 \in \{101, 111, 100, 110, 001\}; \\ \bar{A}, \text{ если } D_h^3 \in \{011, 010, 000\}. \end{array} \right. \quad (4.2.17)$$

Из (4.2.13) и табл. 21 следует, что в роли a_3 может быть взято любое из чисел $x_0, x_0 \in [0,04, 0,08]$.

Несмещенный предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном смысле, принимает вид:

$$\begin{array}{l} \text{предсказывается} \\ \text{наступление} \\ \text{события} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} A, \text{ если } D_h^3 \in \{101, 111, 100, 110, 001, 011, 010\}; \\ \bar{A}, \text{ если } D_h^3 \in \{000\}. \end{array} \right. \quad (4.2.18)$$

Для построения оптимального по критерию Неймана — Пирсона предиктора-гибрида необходимо задаться допустимой вероятностью ошибки одного рода α . Положим для примера $\alpha = 0,05$. В силу замечания 2 к утверждению 3 в предыдущем параграфе вместо указанного условия (4.2.1) на практике более удобно другое, эквивалентное ему условие (4.1.48), приводящее непосредственно к оптимальному множеству V_0 . В соответствии с условием (4.1.48) выделим те атомы, для которых справедливо неравенство

$$P(A | D_h^3) \geq 1 - \alpha.$$

Очевидно, оно имеет место для атомов D_1^3 и D_2^3 . Подсчитаем для них правую часть выражения (4.1.48):

$$0,04(1 - 0,95) + 0,11(0,96 - 0,95) = 0,0031.$$

Для следующего атома D_3^3 левая часть выражения (4.1.48)

$$0,02(0,95 - 0,87) = 0,0016.$$

Разность между правой и левой частями этого выражения

$$0,0031 - 0,0016 = 0,0015.$$

Для очередного атома D_4^3

$$0,07(0,95 - 0,67) = 0,0196$$

и аналогичная разность по модулю лишь увеличится. Поэтому в искомое событие B_0 атом D_4^3 и все последующие уже не включены.

Таким образом,

$$\begin{array}{l} \text{предсказывается} \\ \text{наступление} \\ \text{события} \end{array} \begin{cases} A, \text{ если } D_k^3 \in \{101, 111, 100\}; \\ \bar{A}, \text{ если } D_k^3 \in \{110, 001, 011, 010, 000\} \end{cases} \quad (4.2.19)$$

— предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Неймана — Пирсона с заданной вероятностью ошибки $\alpha = 0,05$.

Для построения предиктора-гибрида, обладающего наименьшей апостериорной вероятностью ошибки, как и в предыдущем случае, требуется задаться допустимой вероятностью ошибки β . Для определенности положим $\beta = 0,05$. Тогда из равенства

$$P(\eta_3 \geq c_3 | \bar{A}) = \sum_{k: P(A|D_k^3) \geq c_3} P(D_k^3 | \bar{A})$$

и условия (4.2.15) получаем (см. табл. 21), что в роли c_3 может быть взято любое число $x_0 \in [0,62, 0,87]$.

Отсюда,

$$\begin{array}{l} \text{предсказывается} \\ \text{наступление} \\ \text{события} \end{array} \begin{cases} A, \text{ если } D_k^3 \in \{101, 111, 100\}; \\ \bar{A}, \text{ если } D_k^3 \in \{110, 001, 011, 010, 000\} \end{cases} \quad (4.2.20)$$

— предиктор-гибрид, обладающий наименьшей апостериорной вероятностью ошибки.

Наконец, учитывая, что $p = 0,36$, предиктор-гибрид, оптимальный по критерию Обухова, оказывается таким:

$$\begin{array}{l} \text{предсказыва-} \\ \text{ется наступ-} \\ \text{ление события} \end{array} \begin{cases} A, \text{ если } D_k^3 \in \{101, 111, 100, 110, 001, 011\}; \\ \bar{A}, \text{ если } D_k^3 \in \{010, 000\}. \end{cases} \quad (4.2.21)$$

Таким образом, мы рассмотрели несколько различных моделей синтеза коллективного прогноза макросостояния планктона. Каждая из этих моделей базируется на своем наборе допущений, требует различной исходной информации, формирует оптимальный в своем смысле коллективный прогноз с помощью своего оригинального алгоритма (предиктора-гибрида). Поэтому по-

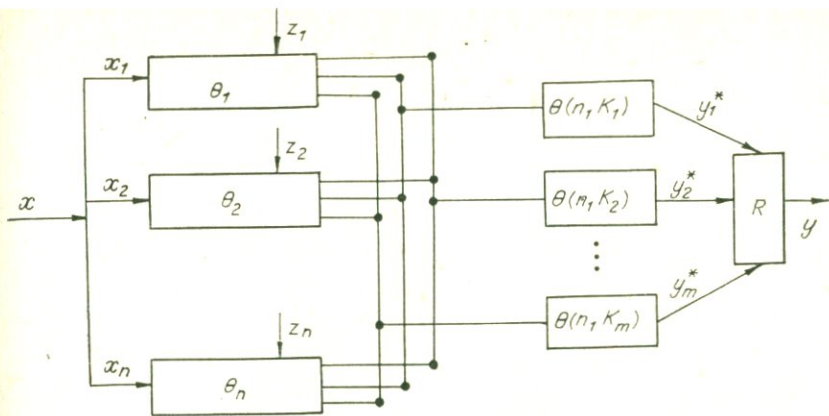


Рис. 16. Структура формирования окончательного прогноза в СПКП. $\theta(n_i K_i)$ — оптимальный в смысле критерия качества K_i предиктор-гибрид, построенный по предикторам-индивидуумам $\theta_1, \dots, \theta_n$; $i = \overline{1, m}$; y_i^* — прогноз, выдаваемый предиктор-гибридом $\theta(n_i K_i)$; R — алгоритм формирования окончательного прогноза в СПКП; y — окончательный прогноз. Остальные обозначения см. в тексте.

лучается, что коллективные прогнозы состояния природы, построенные в рамках различных моделей, будут отличаться между собой. Возникает вопрос: какой модели отдать предпочтение?

На этот вопрос обязан отвечать потребитель прогнозов, исходя из содержательных соображений. Очевидно, для различных потребителей ответы могут звучать по-разному. Если ответ на этот вопрос для некоторого потребителя затруднителен, то предлагается в СПКП использовать все модели формирования оптимального коллективного прогноза (естественно, если только нет явных противопоказаний к применению некоторых из них). При этом процедура формирования окончательного прогноза оказывается двухуровневой (рис. 16). На первом уровне по отдельным предикторам $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ синтезируется m оптимальных в смысле различных критериев K_1, K_2, \dots, K_m коллективных прогнозов (предикторов-гибридов) $\theta(n, K_1), \theta(n, K_2), \dots, \theta(n, K_m)$. На втором уровне последние могут использоваться для формирования окончательного прогноза. В простейшем случае такой прогноз может строиться путем голосования по правилу большинства.

Таким образом, задача синтеза надежных прогнозов макросостояния байкальского планктона имеет большое значение для решения проблемы надежного прогнозирования состояния экосистемы оз. Байкал. Она характеризуется предельной информативной неопределенностью — предыстория макросостояний планктона, по существу, представляет собой всю информацию, имеющуюся в нашем распоряжении. Поэтому традиционные способы описания динамики здесь малопригодны.

Разработанный специальный трехэтапный эволюционный предсказывающий алгоритм, в рамках которого решение о будущем макросостоянии планктона принимается коллективом эволюционирующих автоматов (предикторов-индивидуумов), позволяет решить данную задачу в несколько этапов.

Машинные эксперименты подтвердили эффективность трехэтапного эволюционного предсказывающего алгоритма в задаче прогноза макросостояния байкальского планктона. Даже после незначительного числа мутаций (семи) коллективом из трех эволюционирующих автоматов удалось построить надежные прогнозы макросостояния — процент правильных предсказаний на проверочной последовательности из 16 символов оказался достаточно высоким и составил в среднем более 85%.

Тем самым прогнозы макросостояния, построенные с помощью трехэтапного эволюционного предсказывающего алгоритма, обладают максимально возможной надежностью. Как уже отмечалось, этот алгоритм — одна из реализаций коллектива дихотомических предикторов, рассмотренного в предыдущем параграфе.

Организация отдельных предикторов в коллектив может явиться одной из основных функций банков моделей, необходимость создания которых отмечалась достаточно давно [Свирижев, 1977]. Методология прогнозирования коллективом предикторов повышает актуальность работ по формированию банков моделей экологических систем и увеличивает их (банков) прагматическую направленность.

4.3. КОЛЛЕКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПРОГНОЗОВ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

1. Постановка задачи. При исследованиях сложных систем в экономике, экологии и других областях знания одной из основных форм представления информации о функционировании системы являются временные ряды (ВР) — результаты измерения различных характеристик системы в фиксированные моменты времени $t = q\tau$, $q = \overline{1, n}$, где τ — интервал между измерениями, n — общее число анализируемых измерений. Имея ВР, сгенерированный изучаемой системой, исследователь может попытаться с помощью различных методов прогнозирования (МП) выявить механизм его генерации и предсказать поведение системы в будущем. Но при этом возникает ряд сложностей.

Во-первых, большинство ВР имеет малую длину ($n \leq 30$). Это не позволяет достоверно идентифицировать механизм генерации ВР; одни МП не работают в таких условиях вообще (например, спектральный анализ); другие же хотя и применимы, но в отдельности не обеспечивают приемлемой надежности выводов.

Во-вторых, для многих систем существует целый спектр элементарных механизмов функционирования, каждый из которых

реализуется только при определенных условиях. Смешиваясь друг с другом, они образуют реальный механизм генерации ВР. В предикторах (прогнозирующих моделях), построенных отдельными МП, как правило, отражаются лишь некоторые стороны функционирования изучаемой системы (элементарные механизмы генерации ВР).

В-третьих, традиционный подход к прогнозированию заключается в выборе единственного, лучшего в каком-либо смысле предиктора и его эксплуатации. Полезная информация об изучаемой системе, рассредоточенная по другим моделям, во внимание не принимается.

Преодоление перечисленных сложностей возможно лишь в случае отказа от практики прогнозирования ВР с помощью единственного предиктора (предиктора-индивидуума), построенного в рамках отдельного алгоритма или МП. Насущной необходимостью становится системный подход к прогнозированию: организация предикторов-индивидуумов (ПИ) в коллектив, формирование предиктора-гибрида (ПГ) — некоторой суперпозиции предикторов — членов коллектива и синтез на его основе коллективного прогноза. Это обеспечивает более высокую надежность коллективного прогноза по сравнению с прогнозами индивидуальными. Необходимо отметить, что гибридизация предикторов, полученных с помощью относительно простых алгоритмов прогнозирования ВР, часто оказывается более дешевой и менее рискованной (в смысле потери одного из возможных механизмов генерации ВР), чем построение единственного предиктора по сложному алгоритму.

Рассмотрим вопрос об оценке надежности (качества) отдельных предикторов. Предположим, что для ВР $Y = (F_1, \dots, F_n)$ построен предиктор PR, т. е. определена его структура (вид модели), найдены оценки всех параметров, входящих в модель, и вычислены расчетные значения $y = (R_1, \dots, R_n)$. Качество предиктора PR будем оценивать с помощью набора (вектора) из L критериев:

$$CR = CR(Y, y, V) = (CR_1, \dots, CR_L),$$

где V — совокупность точек ВР, на которой вычисляются значения критериев.

В дальнейшем будем считать, что:

а) $CR_s \geq 0$, $s = \overline{1, L}$, при любых Y, y, V ;

б) качество предиктора PR тем выше в смысле критерия CR_s , чем меньше значение этого критерия.

Векторная оценка качества предикторов, построенных по выбранному алгоритму или МП, позволяет сформировать множество Парето, состоящее из лучших по отдельным критериям и самых «непохожих» друг на друга (несравнимых по вектору CR) предикторов. При этом иногда обнаруживается предиктор-лидер (множество Парето состоит из одного предиктора).

Сформулируем в общем виде задачу построения коллективно-го прогноза. Пусть для изучаемого ВР построен набор из m ПИ — $\{PR_k\}_{k=1}^m$. Таким образом, считаются известными фактические значения ВР $Y = (F_1, \dots, F_n)$ и расчетные значения $y_k = (R_{k1}, \dots, R_{kn})$, полученные с помощью k -го ПИ, $k = \overline{1, m}$.

Предиктор-гибрид PR^G будем искать в виде

$$PR^G = \sum_{k=1}^m w_k PR_k, \quad (4.3.1)$$

где $W = (w_1, \dots, w_m)$ — набор (вектор) неизвестных весовых коэффициентов, на компоненты которого могут быть наложены ограничения

$$\sum_{k=1}^m w_k = 1 \quad (4.3.2)$$

$$\text{или (и)} \quad w_k \geq 0, \quad k = \overline{1, m}. \quad (4.3.3)$$

Расчетные значения $\hat{Y} = (G_1, \dots, G_n)$, полученные с помощью ПГ PR^G по формуле $\hat{Y} = \sum_{k=1}^m w_k y_k$, используются для оценки качества ПГ по вектору критериев CR .

Задача построения ПГ может быть сформулирована как задача поиска вектора W , удовлетворяющего заданным ограничениям и минимизирующего значение функционала

$$Z = Z(W) = \sum_{s=1}^L P_s CR_s(Y, \hat{Y}, V^G), \quad (4.3.4)$$

где P_s , $s = \overline{1, L}$, — приоритеты критериев, задаваемые исследователем (неотрицательные весовые коэффициенты, отражающие степень важности того или иного критерия); V^G — совокупность точек ВР, на которой оценивается качество ПГ, $\hat{Y} = \sum_{k=1}^m w_k y_k$.

В последнее время при оценке качества предикторов стал широко применяться подход, основанный на принципе внешнего дополнения Бира — Ивахненко [Брусиловский, Герцекович, 1983; Ивахненко, 1982; Кашьяп, Рао, 1983; Резников, 1982], согласно которому точки множества V^p , на котором происходит оценка качества ПИ, не должны использоваться при их построении. Д. А. Герцековичем [1980, 1981] этот подход используется и при оценке качества ПГ — линейной комбинации различных ПИ, построенных одним из алгоритмов метода группового учета аргументов (МГУА).

2. Алгоритмы гибридизации предикторов-индивидуумов. Дадим краткое описание основных алгоритмов построения ПГ.

Алгоритм простого усреднения. На вектор W наряду с (4.3.2) и (4.3.3) накладывается дополнительное условие равенства

между собой всех отличных от нуля коэффициентов w_k :

$$w_k = \frac{\theta_k}{\sum_{i=1}^m \theta_i}, \text{ где } \theta_k = \begin{cases} 0, & w_k = 0, \\ 1, & w_k > 0, \end{cases} \quad k = \overline{1, m}.$$

Минимум целевой функции (4.3.4) отыскивается по всем возможным векторам $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$.

Экспериментальные исследования [Newbold, Granger, 1974] свидетельствуют о высокой эффективности простого усреднения ПИ.

Алгоритм Дикинсона — Ершова. Алгоритм предложен независимо и одновременно Дж. Дикинсоном [Dickinson, 1975] и Ершовым [Ершов, 1973] при различных предположениях о ПИ, входящих в коллектив. Предназначен для построения ПГ, обладающего минимально возможной дисперсией ошибок на $V \equiv \{1, \dots, n\}$.

В дальнейшем будем обозначать:

$$e_k = (e_{k1}, \dots, e_{kn}) = Y - y_k - \text{вектор ошибок } k\text{-го ПИ,}$$

$$E = (E_1, \dots, E_n) = Y - \hat{Y} - \text{вектор ошибок ПГ.}$$

Целевая функция в данном случае имеет вид

$$Z = \frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (E_q)^2. \quad (4.3.5)$$

Считается, что вектор W удовлетворяет ограничению (4.3.2).

Тогда неизвестные весовые коэффициенты могут быть определены по формуле

$$w_k = \frac{\sum_{j=1}^m (S^{-1})_{kj}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (S^{-1})_{ij}},$$

где S — оценка ковариационной матрицы ошибок ПИ,

$$S_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n e_{iq} e_{jq}, \quad i, j = \overline{1, m}.$$

Алгоритм построения ПГ методами математического программирования. Задача построения ПГ вида (4.3.1) при ограничениях (4.3.2) и (4.3.3) на весовые коэффициенты может быть переформулирована как задача поиска минимума целевой функции (4.3.4) при ограничениях

$$R_{1q}w_1 + R_{2q}w_2 + \dots + R_{mq}w_m + \bar{d}_q^+ - \bar{d}_q^- = F_q, \quad q = \overline{1, n},$$

$$w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1,$$

$$w_R \geq 0, \quad k = \overline{1, m},$$

$$d_q^+ \geq 0, \quad q = \overline{1, n},$$

$$d_q^- \geq 0, \quad q = \overline{1, n},$$

$$\text{где } d_q^+ = \begin{cases} E_q, & E_q > 0 \\ 0, & E_q \leq 0 \end{cases}, \quad d_q^- = \begin{cases} 0, & E_q > 0, \\ -E_q, & E_q \leq 0, \end{cases} \quad q = \overline{1, n}.$$

Решение этой задачи методами математического программирования дает искомый вектор весовых коэффициентов W .

В частном случае линейности входящих в (4.3.4) критериев задача решается методами линейного программирования [Lawrence, Reeves, 1981].

Модельный штурм [Брусилковский, Розенберг, 1983]. С помощью метода структурного моделирования по выборкам наблюдений [Ивахненко, 1982] может быть построен ПГ вида

$$PR^G = \sum_{k=1}^M w_k \prod_{j=0}^m (PR_j)^{\gamma_{kj}}, \quad (4.3.6)$$

где M — максимально допустимое число ПИ в ПГ; PR_0 — единичный предиктор (он дает вектор расчетных значений $y_0 = (1, \dots, 1)$); γ_{kj} — целые неотрицательные числа.

Одной из основных характеристик алгоритма является величина $D = \max_{k=1, \dots, M} \sum_{j=0}^m \gamma_{kj}$ — максимально допустимая степень ПГ.

Задавая $D=1$, получим ПГ вида (4.3.4), при $D=2$ в (4.3.6) разрешается включать парные произведения и квадраты ПИ и т. д.

Никаких ограничений на вектор W не накладывается. Для отбора лучших ПГ применяются специальные критерии МГУА [Ивахненко, Степашко, 1985]: симметричной регулярности, симметричной стабильности, абсолютной помехоустойчивости, критерий минимума смещения по решениям или по коэффициентам, критерий регулярности на экзамене.

Один из них (по выбору пользователя) используется в качестве целевой функции.

Включение в ПГ всевозможных нелинейных суперпозиций ПИ обычно повышает качество коллективного прогноза (одновременно возрастает и время, затрачиваемое на построение ПГ).

Алгоритм Бейтса — Гренжера [Bates, Granger, 1969]. Алгоритм предназначен для построения из двух ПИ ПГ, обладающего минимально возможной дисперсией ошибок прогноза на $V \subseteq \subseteq (1, \dots, n)$. Таким образом, целевая функция имеет вид (4.3.5).

Вектор W удовлетворяет условию (4.3.2), поэтому ПГ имеет вид

$$PR^G = w \cdot PR_1 + (1 - w) \cdot PR_2. \quad (4.3.7)$$

В отличие от алгоритма Дикинсона — Ершова рассматриваемый алгоритм позволяет проводить адаптацию (подгонку) весо-

вых коэффициентов. Это делается одним из пяти способов вычисления очередного значения

$$1) w_q = \frac{B_2}{B_1 + B_2};$$

$$2) w_q = h \cdot w_{q-1} + (1-h) \frac{B_2}{B_1 + B_2};$$

$$3) w_q = \frac{S_2}{S_1 + S_2};$$

$$4) w_q = \frac{S_2 - C}{S_1 + S_2 - 2C};$$

$$5) w_q = h \cdot w_{q-1} + (1-h) \frac{|e_{2,q-1}|}{|e_{1,q-1}| + |e_{2,q-1}|},$$

$$\text{где } B_i = \sum_{p=q-v}^{q-1} (e_{ip})^2, \quad S_i = \sum_{p=1}^{q-1} u^p (e_{ip})^2, \quad i = 1, 2,$$

$$C = \sum_{p=1}^{q-1} u^p (e_{1p})(e_{2p}),$$

$$h \in (0, 1), \quad v \geq 1; \quad u > 1.$$

Варьируя величины h , v и u и задавая способ адаптации, можно определить значения w_q , $q = 2, n+1$ (w_1 полагается равным 0,5).

Если коллектив предикторов состоит из $m > 2$ ПИ, предлагается модификация алгоритма Бейтса — Гренжера. В этом случае:

а) определяется набор пар ПИ, для которых ПГ (4.3.7) дают наименьшие значения целевой функции (4.3.6). В случае нечетного m в качестве одного из ПГ берется оставшийся ПИ;

б) значения, рассчитанные по ПГ, построенном на шаге а), используются для построения ПГ по алгоритму «Модельный штурм».

Возможны и другие подходы к построению адаптивного ПГ при $m > 2$. В [Newbold, Granger, 1974] алгоритм Бейтса — Гренжера обобщен на случай произвольного m ; в [Майдуков, Каира, 1984] предлагается многоступенчатое применение алгоритма Бейтса — Гренжера.

Алгоритм факторного анализа [Горелик, Френкель, 1983]. Идея применения факторного анализа для синтеза ПГ основана на том, что ПИ, полученные по отдельным алгоритмам, могут быть представлены как различные модификации одного и того же предиктора — искомого ПГ. В этом случае прогнозы, полученные по отдельным ПИ, должны быть сильно коррелированы между собой.

При такой постановке задача синтеза ПГ сводится к задаче поиска одного генерального фактора, связанного с ПИ соотношениями

$$y_k = e_k \hat{Y} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, m},$$

где $y_k = (R_{k1}, \dots, R_{kn})$ — расчетные значения (прогнозы), полученные по k -му ПИ; $\hat{Y} = (G_1, \dots, G_n)$ — расчетные значения, полученные с помощью искомого ПГ; e_k — нагрузка (вес) ПГ на k -ый ПИ; ε_k — остаток (характерный показатель), определяющий ту часть прогнозов по k -му ПИ, изменение которой вызвано действием случайных причин.

После определения одним из методов факторного анализа неизвестных нагрузок e_k , $k = \overline{1, m}$, можно с помощью метода наименьших квадратов найти оценку генерального фактора (ПГ) в виде (4.3.1). Мерой качества этой оценки может служить

коэффициент множественной корреляции $R = \sqrt{\sum_{k=1}^m e_k w_k}$.

Алгоритмы Лукашина [Лукашин, 1979]. Ю. П. Лукашин описывает два алгоритма синтеза ПГ вида (4.3.1) с пошаговой адаптацией весовых коэффициентов. Оба алгоритма предполагают параллельное вычисление очередных значений ВР по всем ПИ, входящим в коллектив. Расчетные значения для ПГ — $\hat{Y} = (G_1, \dots, G_n)$ — определяются по формуле $G_q = \sum_{k=1}^m w_{kq} R_{kq}$. Алгоритмы отличаются способом формирования весовых коэффициентов.

При использовании первого алгоритма G_q совпадает с одним из R_{kq} :

$$w_{kq} = \begin{cases} 1, & k = k_q; \\ 0, & k \neq k_q, \end{cases}$$

где k_q определяется по одному из следующих правил:

а) k_q — номер ПИ, имеющего лучший критерий на $V = \{q - K, \dots, q - 1\}$, где K — фиксировано (лучший прогноз на последних K точках);

б) k_q — номер ПИ, для которого минимально значение экспоненциально сглаженного квадрата ошибки прогнозирования:

$$B_{k,q} = (1 - \alpha) B_{k,q-1} + \alpha \cdot e_v^2(q - v),$$

где $0 < \alpha \leq 1$ — параметр сглаживания; $e_v(q - v)$ — ошибка прогноза, сделанного в момент $q - v$ на v шагов вперед.

Очевидно, что при $\alpha = 1$ правило б) совпадает с правилом а) при $K = 1$.

Согласно второму алгоритму весовые коэффициенты вычисляются по формуле

$$w_{k,q} = \frac{q_q}{B_{k,q}},$$

Некоторые характеристики алгоритмов гибридизации

Алгоритм	Целевая функция	Адаптивность весовых коэф- фициентов
Простое усреднение Дикинсона — Ершова	Произвольная Дисперсия ошибок прогнозов	— —
Математическое програм- мирование	Произвольная	—
Модельный штурм Бейтса — Гренжера	» Дисперсия ошибок прогнозов	— +
Бейтса — Гренжера (мо- дифицированный)	Произвольная	+
Факторный анализ	Дисперсия ошибок прогнозов	—
Лукашина	Произвольная	+

где q_i — коэффициент пропорциональности, определяемый из условия (4.3.2).

Таким образом, если построенный по первому алгоритму ПГ осуществляет переключение с одного ПИ, входящего в коллектив, на другой, то ПГ, образованный по второму алгоритму, реализует целый спектр возможных комбинаций ПИ, входящих в коллектив предикторов.

Характеристики алгоритмов гибридизации сведены в табл. 22.

3. Пакет прикладных программ «СОПР». Программное обеспечение прогнозирования ВР сконцентрировано большей частью в проблемно-ориентированных пакетах прикладных программ (ППП) [Лукас, Янкаускас, 1981; Пакет..., 1984; Семенов, 1984]. Основным недостатком этих ППП является отсутствие в них программ, реализующих описанный выше системный подход к прогнозированию. Стремление к повышению надежности прогнозирования ВР диктует необходимость создания ППП для анализа и прогноза временных рядов коллективом предикторов. Такой ППП создан на кафедре вычислительной математики и кибернетики Уфимского ордена Ленина авиационного института и получил название «СОПР» [Брусиловский и др., 1984]. Схема функционирования первой версии этого пакета имеет следующий вид.

1. Определяется класс исследуемого ВР и с учетом его длины набор алгоритмов (A_1, \dots, A_r), которые могут быть использованы для построения ПИ. При этом используется классификация ВР [Кашьяп, Рао, 1983]:

- псевдопериодические ряды без видимого роста (тренда);
- приближенно периодические ряды с ростом;
- временные ряды с ростом, но без периодической или почти периодической компоненты;

г) ряды без периодической составляющей и роста.

2. С помощью алгоритма A_i синтезируется некоторое множество π_i лучших в некотором смысле предикторов-индивидуумов. Число ПИ в множестве π_i , а также критерии их отбора в общем случае свои для каждого алгоритма A_i , $i = 1, r$.

3. Если в распоряжении пользователя имеются предикторы и прогнозы, построенные по алгоритмам, отсутствующим в ППП (например, взятые из литературных источников, полученные экспертным путем или с помощью специального имитационного предиктора), то из них формируется множество π_0 . В противном случае $\pi_0 = \emptyset$.

4. Задается вектор CR^p из L^p критериев, а также V^p — совокупность точек BP , на которой оценивается качество всех ПИ.

Из ПИ, входящих в множество $\pi = \bigcup_{i=0}^r \pi_i$, формируется коллектив предикторов — множество Парето по вектору CR^p .

5. С помощью имеющегося в ППП набора алгоритмов гибридизации ($\Gamma_1, \dots, \Gamma_N$) из ПИ, входящих в коллектив, синтезируются ПГ. В общем случае по алгоритму Γ_i может быть построено более одного ПГ.

6. Задается вектор CR^g из L^g критериев, а также V^g (в общем случае L^g , V^g и CR^g отличны от L^p , V^p и CR^p соответственно). Из множества всех ПГ, построенных по различным алгоритмам гибридизации, формируется результирующий набор ПГ — множество Парето по вектору CR^g . Окончательный выбор ПГ из этого набора предоставляется пользователю.

В ППП «СОПР» включены следующие алгоритмы построения ПИ: алгоритм построения авторегрессионных предикторов; алгоритм адаптивной фильтрации; алгоритм Бокса — Дженкинса; полигармонический алгоритм МГУА; полиномиальный алгоритм МГУА.

ППП «СОПР» является открытым относительно включения новых алгоритмов построения ПИ и алгоритмов гибридизации.

В коллектив предикторов могут быть дополнительно включены предикторы вида $PR(-1), \dots, PR(-k)$, образованные из PR путем сдвига расчетных значений на $1, \dots, k$ интервалов назад. Таким образом производится дополнительный учет динамики BP .

Векторное оценивание ПГ позволяет отказаться от часто встречающегося при построении коллективного прогноза [Bates, Granger, 1969; Dickinson, 1975; Makridakis, Winkler, 1983] требования несмещенности ПИ: смещенные ПГ будут отвергнуты при оценке по CR^g (если только среди компонент этого вектора отсутствуют корреляционные критерии).

Необходимо подчеркнуть, что прогнозы, построенные в итоге применения ППП «СОПР», обладают максимально возможной надежностью (качеством). Построение более качественных прогнозов на основе той же эмпирической информации и того же набора ПИ невозможно принципиально.

Экспериментальные данные

Номер опыта	E. baicalensis	C. kolen-sis	M. baica-lensis	Номер опыта	E. baica-lensis	C. kolen-sis	M. baica-lensis
1	2,268	5,929	8,354	15	2,870	6,038	8,519
2	3,668	4,302	5,899	16	3,919	5,088	5,871
3	3,860	2,346	3,012	17	4,232	3,338	4,730
4	3,146	3,817	9,036	18	2,610	2,463	5,214
5	3,656	3,233	5,546	19	1,688	4,150	8,109
6	2,334	2,314	5,386	20	2,546	3,674	5,520
7	2,623	2,577	5,294	21	3,167	1,594	5,875
8	1,795	4,183	7,395	22	2,282	2,479	7,074
9	2,760	3,779	5,175	23	2,821	3,275	5,588
10	2,892	2,934	4,462	24	3,654	0,700	4,366
11	1,357	1,814	8,794	25	3,161	1,276	6,834
12	2,137	4,693	8,811	26	3,350	1,224	5,648
13	2,756	2,106	7,053	27	2,895	2,536	4,305
14	2,671	3,252	6,738	28	3,046	1,698	0,599

В качестве примера использования ППП «COPR» рассмотрим задачу разработки предикторов численности мелозеры — одного из доминантов байкальского фитопланктона [Ащепкова, Кожова, 1985].

Исходной информацией служили три временных ряда среднегодовой численности: N_1 — взрослых особей *Epischura baicalensis*; N_2 — взрослых особей *Cyclops kolensis*; N_3 — *Melosira baicalensis* с 1950—1977 г. (данные НИИ биологии при Иркутском госуниверситете).

В силу существенной негомогенности временных рядов численности байкальского планктона имеет смысл предварительно их прологарифмировать. Вся исходная информация представлена в табл. 23. Величины $x_1 = \ln(1 + N_1)$, $x_2 = \ln(1 + N_2)$ будем считать входными, а величину $Y = \ln(1 + N)$ выходной переменными.

Для построения ПИ использовались методы структурного моделирования по выборкам наблюдений (полиномиальный и полигармонический алгоритмы МГУА).

Было получено 4 группы моделей из различных классов:

1) в классе авторегрессионно-трендовых моделей $F_1 = \{Y_q = f(q, Y_{q-1}, Y_{q-2})\}$:

$$y_{1,q} = 2,857y_{1,q-2}^2 - 0,105y_{1,q-2}^3 + 0,009y_{1,q-2}^4,$$

$$y_{2,q} = 6,755 + 0,013y_{2,q-1}^2 - 0,064y_{2,q-1}y_{2,q-2} + 0,005y_{2,q-1}^2y_{2,q-2},$$

$$y_{3,q} = 6,759 + 0,004y_{3,q-2} + 0,013y_{3,q-1}^2 - 0,061y_{3,q-1} \cdot y_{3,q-2} + \\ + 0,004y_{3,q-1}^2 \cdot y_{3,q-2},$$

$$y_{4,q} = 6,768 + 0,013y_{4,q-1}^2 - 0,060y_{4,q-1} \cdot y_{4,q-2} + \\ + 0,004y_{4,q-1}^2y_{4,q-2};$$

2) в классе полигармонических моделей

$$F_2 = \left\{ Y_q = A_0 + \sum_{k=1}^9 (A_k \cos \omega_k q + B_k \sin \omega_k q) \right\};$$

$$y_{5,q} = 6,086 + 0,053 \cos 0,784q - 0,361 \sin 0,784q - \\ - 0,236 \cos 1,389q - 0,268 \sin 1,389q$$

3) в классе трендовых моделей $F_3 = \{Y_q = f(q)\}$:

$$y_{6,q} = 6,007 + 0,130q - 0,008q^2 + 0,00005q^3,$$

$$y_{7,q} = 6,278 + 0,068q - 0,004q^2 - 0,00003q^3,$$

$$y_{8,q} = 4,624 + 0,295q - 0,013q^2 + 0,00010q^3,$$

$$y_{9,q} = 4,018 + 0,374q - 0,015q^2 + 0,00012q^3,$$

$$y_{10,q} = 6,573 + 0,027q - 0,003q^2 - 0,00001q^3;$$

4) в классе регрессионных моделей $F_4 = \{Y_q = f(x_{1,q-1}, x_{1,q-2}, x_{2,q-1}, x_{2,q-2})\}$:

$$y_{11,q} = 1,625 + 3,324x_{2,q-2} - 0,471x_{2,q-2}^2 + 0,016x_{1,q-2}x_{2,q-2} - \\ - 0,060x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2} + 0,008x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2}^2,$$

$$y_{12,q} = 1,290 + 6,616x_{2,q-2} + 0,004x_{1,q-2}^2 - 0,513x_{2,q-2}^2 - \\ - 0,065x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2} + 0,009x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2}^2,$$

$$y_{13,q} = 1,330 + 3,733x_{2,q-2} - 0,529x_{2,q-2}^2 - 0,020x_{1,q-2}x_{2,q-1} - \\ - 0,067x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2} + 0,010x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2}^2,$$

$$y_{14,q} = 1,270 + 0,016x_{1,q-2} + 3,625x_{2,q-2} - 0,514x_{2,q-2}^2 - \\ - 0,066x_{1,q-1}x_{1,q-1}x_{2,q-2} + 0,009x_{1,q-1}x_{2,q-2}x_{2,q-2}^2,$$

$$y_{15,q} = 1,302 + 3,634x_{2,q-2} - 0,515x_{2,q-2}^2 - 0,066x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2} + \\ + 0,009x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2}^2,$$

$$y_{16,q} = 6,222 - 0,433x_{1,q-1} + 0,800x_{2,q-2} - 0,113x_{2,q-2}^2 - \\ - 0,014x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2} + 0,002x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2}^2,$$

$$y_{17,q} = 5,262 + 0,835x_{2,q-2} - 0,118x_{2,q-2}^2 - 0,040x_{1,q-1}x_{1,q-2} - \\ - 0,015x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2} + 0,002x_{1,q-1}x_{2,q-1}x_{2,q-2}^2.$$

Отбор лучших моделей для второго класса моделей производился по критерию регулярности [Ивахненко, 1982], для остальных классов — по критерию симметричной стабильности [Ивахненко, Стенашко, 1985]. Различие в числе отобранных моделей для разных классов объясняется тем, что модели, обладающие

Характеристики предикторов

Мо- дель	CR ₁	Ранг	CR ₂	Ранг	CR ₃	Ранг	CR ₄	Ранг	W ₁	W ₂
y ₁	5,523	17	0,303	13	1,382	11	0,954	13	0,41	
y ₂	5,325	14	0,262	15	1,453	17	0,965	14	7,85	
y ₃	5,367	16	0,256	16	1,452	15	0,967	15	600,4	
y ₄	5,365	15	0,255	17	1,453	16	0,967	16	-606,6	
y ₅	5,085	13	0,268	14	1,409	13	0,969	17	0,20	
y ₆	4,127	7	0,459	9	1,379	10	0,904	7	162,3	
y ₇	4,148	8	0,438	10	1,390	12	0,911	9	-55,17	
y ₈	4,479	9	0,535	6	1,345	9	0,899	6	-1278	
y ₉	4,623	10	0,467	8	1,337	8	0,911	8	944,0	
y ₁₀	4,007	5	0,391	12	1,412	14	0,922	10	224,6	
y ₁₁ *	4,010	6	0,569	1	1,234	1	0,822	1	18,98	2,02
y ₁₂ *	3,909	4	0,564	2	1,234	2	0,828	2	-76,15	44,1
y ₁₃ *	3,834	1	0,563	3	1,258	5	0,830	5	16,71	3,48
y ₁₄ *	3,902	3	0,563	4	1,236	3	0,828	3	289,8	-52,4
y ₁₅ *	3,891	2	0,562	5	1,239	4	0,829	4	-214,1	3,80
y ₁₆	5,072	12	0,428	11	1,315	6	0,922	11	-5,38	
y ₁₇	5,011	11	0,481	7	1,329	7	0,929	12	9,57	
\widehat{Y}_1	1,165		0,942		0,531		0,335			
\widehat{Y}_2	4,140		0,587		1,232		0,810			

одинаковой структурой (совпадающим набором вошедших в модель членов), у которых коэффициенты при соответствующих членах различаются не более чем на $0,5 \cdot 10^{-6}$, считаются одной моделью (берется та из таких моделей, которая обладает минимальным значением критерия отбора).

Качество построенных ПИ оценивалось на всем доступном ретроспективном материале, т. е. на $V = (3, 4, \dots, 28)$ (две точки заняты под обеспечение запаздывающих членов моделей) по вектору критериев $CR = (CR_1, CR_2, CR_3, CR_4)$, где CR_1 — максимальный модуль ошибки; CR_2 — коэффициент корреляции; CR_3 — средний модуль ошибки; CR_4 — критерий регулярности.

Результаты оценки качества ПИ и ранжирование моделей по каждому из критериев сведены в табл. 24 (ранжирование по коэффициенту корреляции производится в обратном порядке — по убыванию значений CR_2). ПИ, отмеченные звездочкой, образуют множество Парето по вектору CR на V (вместо CR_2 при паретизации использовалась величина $(-|CR_2|)$).

Построенные ПИ использовались затем для синтеза ПГ по алгоритму Дикинсона — Ершова:

$$Y_1 = \sum_{k=1}^{11} w_{1,k} y_k \text{ — на основе всех построенных ПИ;}$$

$$Y_2 = \sum_{k=11}^{15} w_{2,k} y_k \text{ — по ПИ, вошедшим в множество Парето.}$$

Значения компонент векторов $W_1 = (w_{1,1}, \dots, w_{1,17})$ и $W_2 = (w_{2,1}, \dots, w_{2,5})$ и критерии качества ПГ \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 также приведены в табл. 24. Сопоставляя критерии ПИ и построенных ПГ, приходим к выводу, что ПГ, построенный путем гибридизации ПИ-членов множества Парето (\hat{Y}_2), оказался в данном случае входящим в это множество, т. е. существенного приращения качества получить не удалось. Гибридизация же всех ПИ (\hat{Y}_1) позволила в несколько раз улучшить качество предикторов численности мезоэиры.

Таким образом, ППП «СОПР», ориентированный на построение прогнозов максимально возможной надежности для разнообразных временных рядов, позволяет решать специальный класс задач прогнозирования, встречающихся в практике рационального природопользования.

Глава 5

МОДЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОНКРЕТНЫХ ОБЪЕКТОВ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В главе рассматриваются модели, посвященные описанию конкретных объектов, функционирование которых отражает различные аспекты проблем природопользования в регионе.

В моделях динамики леса большое значение имеет учет разнообразия его видовой и возрастной структуры. Принципам математического описания функционирования древостоя диффузионного типа и посвящен первый параграф. В материалах следующих разделов приводятся результаты моделирования простых биоценозов (агрокультуры и промысловой популяции), относящихся к разным типам природных ресурсов, с имитацией хозяйственного регулирования.

В последнем параграфе особое внимание уделяется вопросам оценки загрязнения и расчету качества водной среды, в которой содержание вредных веществ зависит от способности самоочищения и поступления их в ходе антропогенной деятельности в регионе.

5.1. МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ДРЕВОСТОЯ ДИФФУЗИОННОГО ТИПА

Аппарат дифференциальных уравнений широко используется в описании динамики древостоя при моделировании природных систем и решении с помощью моделей различных прикладных задач. Это объясняется возможностью применения в процессе работы развитых математических методов, ориентированных на анализ систем дифференциальных уравнений, в частности теории оптимального управления. Однако работа с моделями этого типа, в частности с распределенной моделью динамики древостоя [Модели..., 1981], подразумевает знание поля скоростей в полном объеме, т. е. в идеале необходимо знать функцию скорости роста каждого конкретного дерева, что принципиально невозможно.

В связи с этим при решении конкретных прикладных задач в качестве пространственной точки принимается не площадь, занимаемая одним деревом, а некоторый район, выделенный в соответствии с биологическими и географическими представлениями, однородный по типу леса и условиям местообитания. Также предполагается, что деревья одного вида в пределах района не различаются по форме кривых роста. Подобная гипотеза является огрублением реальной ситуации, поскольку даже в сходных физико-географических условиях существует неопределенность, связанная с генетической неоднородностью даже конкретной группы деревьев. Кроме того, не существует реальной, т. е. достаточно протяженной в пространстве, территории, абсолютно однородной по всем параметрам физико-географической среды. Все это приводит к тому, что деревья одного размера из выделенной группы имеют вариацию скоростей роста, обусловленную случайной комбинацией климатических, почвенных и генетических факторов в естественных условиях.

Таким образом, можно сформулировать задачу прикладного моделирования в следующем виде: построить модель динамики древостоя, учитывающую вариацию скоростей роста деревьев одного вида, имеющих размер ρ и находящихся в одинаковых физико-географических условиях.

Введем следующие обозначения: $t \in [t_n, t_n]$ — текущее время, для удобства принимаем $t_n = 0$; $\rho \in [\Delta, \rho_m]$ — характерный размер, где Δ и ρ_m — соответственно минимальное и максимальное значение.

Выделим в момент t группу деревьев одного вида в сходных физико-географических условиях численностью $N = N(t)$ шт. С течением времени местоположение стволов не меняется, возрастают лишь их характерные размеры (высота, диаметр), поэтому рост дерева можно рассматривать как движение точки (частицы) в одномерном фазовом пространстве. Динамика древостоя при таком подходе аналогична эволюции совокупности частиц (континуума, среды), причем деревья одного вида являются

в данном представлении частицами одного сорта и различаются лишь скоростями движения.

Выделенная совокупность неоднородна по размеру, поэтому возникает необходимость определить величину линейной плотности:

$$n(\rho, t) = \lim_{\Delta\rho \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta\rho},$$

где ΔN — количество деревьев, имеющих в момент t размер из интервала $[\rho, \rho + \Delta\rho] \subset [\Delta, \rho_m]$.

Разобьем отрезок $[0, t_n]$ на равные интервалы τ так, что состояние системы будет определяться в моменты $t_n = n \cdot \tau$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Ось характерного размера разделим на интервалы точками $\hat{\rho}_{i+1} = \rho_i + \Delta\rho_i \cdot \tau$, $i = 0, 1, 2, \dots$; $\rho_0 = \Delta$; $\Delta\rho_i = \hat{v}(\rho_i, t_n) \cdot \tau$. Здесь $\hat{v}(\rho, t)$ — наибольшая в данных физико-географических условиях скорость роста деревьев рассматриваемого вида.

Пусть в моменты t_n все частицы находятся в узлах ρ_i так, что к ним относятся деревья, имеющие размер из интервала $[\rho_i - \frac{\Delta\rho_{i-1}}{2}, \rho_i + \frac{\Delta\rho_i}{2}]$.

Рассмотрим в произвольный момент $t_n = n \cdot \tau$ группу деревьев, имеющих размер ρ_i . За время τ вследствие процессов роста характерный размер каждого дерева изменится на величину $\Delta\rho^j$, $j = \overline{1, N}$. При этом из-за различия в скоростях роста они некоторым образом распределятся в интервале $[\rho_i, \rho_{i+1}]$ так, что часть из них, имеющих скорость $v^j \geq \frac{\hat{v}(\cdot)}{2}$, будет относиться к узлу ρ_{i+1} , а другая часть, со скоростью $v^j < \frac{\hat{v}(\cdot)}{2}$, останется в пределах узла ρ_i .

Вариация скорости роста деревьев, находящихся в сходных физико-географических условиях, не поддается учету и носит случайный характер, поэтому в рамках решения поставленной задачи динамика древостоя рассматривается как эволюция среды, движущейся под действием случайных сил, с преимущественным переходом в одном из направлений. В связи с этим для описания изменений размера совокупности деревьев за время τ можно применить схему случайного блуждания частиц [Зельдович, Мышкис, 1973].

Пусть α — вероятность того, что произвольная частица j из узла ρ_i имеет скорость $v^j \geq \frac{\hat{v}(\cdot)}{2}$ и, следовательно, за время τ перейдет в точку ρ_{i+1} , тогда β — вероятность того, что скорость частицы $v^j < \frac{\hat{v}(\cdot)}{2}$ и к моменту $(n+1) \cdot \tau$ она будет находиться в точке ρ_i . Естественно, что $\alpha + \beta = 1$, поскольку каждое дерево в течение времени τ всегда имеет некоторую скорость роста $v^j \in [0, \hat{v}(\cdot)]$.

Обозначим границу в точке $\rho_i + \frac{\Delta\rho_i}{2}$, тогда для потока через нее за время τ можно записать выражение:

$$q\left(\rho_i + \frac{\Delta\rho_i}{2}, t_n\right) = \frac{1}{\tau} (\alpha \cdot N(\rho_i, t_n) - \beta \cdot N(\rho_{i+1}, t_n)),$$

где $N(\rho_i, t_n)$ — количество частиц, находящихся в момент времени $t_n = n \cdot \tau$ в узле ρ_i . Переходя к непрерывному варианту, получим:

$$q(\rho_i, t_n) = \frac{\Delta\rho_i}{\tau} \left(\alpha \cdot n\left(\rho_i - \frac{\Delta\rho_i}{2}, t_n\right) - \beta \cdot n\left(\rho_i + \frac{\Delta\rho_i}{2}, t_n\right) \right).$$

Предположим, что существует непрерывная и дифференцируемая частная производная $n_\rho(\cdot)$ функции $n(\rho, t)$, тогда, разлагая в ряд Тейлора с точностью до малых первого порядка, получим равенство:

$$q(\rho_i, t_n) = \frac{\Delta\rho_i}{\tau} (\alpha - \beta) \cdot n(\rho_i, t_n) - \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \frac{\Delta\rho_i^2}{\tau} \cdot \frac{\partial n(\rho_i, t_n)}{\partial \rho}.$$

Обозначим $\frac{\Delta\rho_i^2}{2\tau} = \kappa(\rho_i, t_n)$, и тогда уравнение, описывающее процесс случайного блуждания, примет следующий вид:

$$q(\rho_i, t_n) = \frac{\Delta\rho_i}{\tau} (\alpha - \beta) \cdot n(\rho_i, t_n) - \kappa(\rho_i, t_n) \cdot \frac{\partial n(\rho_i, t_n)}{\partial \rho}. \quad (5.1.1)$$

Для того чтобы получить уравнение, описывающее непрерывный процесс, необходимо осуществить предельный переход при $\tau \rightarrow 0$ $\Delta\rho \rightarrow 0$ и соблюсти соответствие $\tau \propto \Delta\rho^2$, иначе произойдет вырождение процесса, т. е. величина коэффициента диффузии превратится в ∞ или 0.

Далее обратим внимание на первое слагаемое (5.1.1). Разность $\alpha - \beta$ показывает в рамках принятой схемы соотношение вероятностей перехода частиц за время τ в узлы ρ_{i+1} и ρ_i . Естественно, чем меньше $\Delta\rho$, тем меньше и разность $\alpha - \beta$, поэтому она имеет порядок $\Delta\rho$. Кроме того, она пропорциональна функции $F(\rho, t)$, характеризующей величину силы, «подгоняющей» группу частиц в определенном направлении. Поэтому можно записать следующее соотношение:

$$\alpha - \beta = \gamma \cdot \Delta\rho_i \cdot F(\rho_i, t_n), \quad (5.1.2)$$

где γ — коэффициент пропорциональности.

Теперь, определив условия для предельного перехода, устремим τ и $\Delta\rho$ к 0 и с учетом соотношения (5.1.2) из (5.1.1) получим следующее выражение:

$$q(\rho, t) = 2 \cdot \gamma \cdot \kappa(\rho, t) \cdot n(\rho, t) - \kappa(\rho, t) \cdot \frac{\partial n(\rho, t)}{\partial \rho}. \quad (5.1.3)$$

Таким образом, мы получили выражение для потока частиц, в которое входят два члена. Один из них диффузионный, а дру-

гой пропорционален как плотности, так и величине силы, «подгоняющей» группу частиц в определенном направлении. В связи с этим произведением $2 \cdot \gamma \cdot \kappa(\rho, t) \cdot F(\rho, t)$ можно трактовать как скорость течения области, в которой заключена группа диффундирующих частиц, и обозначить $v(\rho, t)$. Тогда уравнение (5.1.3) примет следующий вид:

$$q(\rho, t) = v(\rho, t) \cdot n(\rho, t) - \kappa(\rho, t) \cdot \frac{\partial n(\rho, t)}{\partial \rho}. \quad (5.1.4)$$

Имея явное выражение для потока частиц, можно составить уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения в данном процессе [Зельдович, Мышкис, 1973; Тихонов, Самарский, 1972]. Для этого выделим группу частиц, имеющих размер из произвольного интервала $[\rho_1, \rho_2] \subset [\Delta, \rho_m]$, и проследим за ее эволюцией в течение времени $[t_1, t_2]$. За этот период некоторое количество частиц войдет внутрь интервала и выйдет за его пределы. Кроме того, часть деревьев $d(\rho, t)$ отомрет. Следовательно, можно записать:

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} [n(\rho, t)_{t=t_2} - n(\rho, t)_{t=t_1}] d\rho = \int_{t_1}^{t_2} [q(\rho, t)_{\rho=\rho_1} - q(\rho, t)_{\rho=\rho_2}] dt - \int_{t_1}^{t_2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} d(\rho, t) \cdot n(\rho, t) d\rho dt. \quad (5.1.5)$$

Для преобразования выражения (5.1.5) к дифференциальному виду предположим, что функция $n(\rho, t)$ имеет непрерывные частные производные $n_{\rho\rho}(\cdot)$ и $n_t(\cdot)$, и воспользуемся теоремой о среднем. Тогда можем записать:

$$[n(\rho, t)_{t=t_2} - n(\rho, t)_{t=t_1}]_{\rho=\rho_3} \cdot \Delta\rho = [q(\rho, t)_{\rho=\rho_1} - q(\rho, t)_{\rho=\rho_2}]_{t=t_3} \cdot \Delta t - [d(\rho, t) \cdot n(\rho, t)]_{\rho=\rho_4} \cdot \Delta\rho \cdot \Delta t. \quad (5.1.6)$$

$t=t_4$

Здесь $\rho_3, \rho_4 \in [\rho_1, \rho_2]$; $t_3, t_4 \in [t_1, t_2]$.

Затем с помощью теоремы о конечных приращениях преобразуем равенство (5.1.6) к виду:

$$\left[\frac{\partial n(\rho, t)}{\partial t} \right]_{t=t_3} \cdot \Delta t \cdot \Delta\rho = - \left[\frac{\partial q(\rho, t)}{\partial \rho} \right]_{\rho=\rho_5} \cdot \Delta t \cdot \Delta\rho - [d(\rho, t) \cdot n(\rho, t)]_{\rho=\rho_4} \cdot \Delta\rho \cdot \Delta t, \quad (5.1.7)$$

$t=t_4$

где $t_5 \in [t_1, t_2]$; $\rho_5 \in [\rho_1, \rho_2]$.

Сократим (5.1.7) на произведение $\Delta\rho \cdot \Delta t$ и, поскольку все эти рассуждения справедливы для произвольных промежутков $[\rho_1, \rho_2] \subset [\Delta, \rho_m]$ и $[t_1, t_2] \subset [t_n, t_k]$, переходя к пределу при $\rho_1,$

$\rho_2 \rightarrow \rho, t_1, t_2 \rightarrow t$, получим уравнение:

$$\frac{\partial n(\rho, t)}{\partial t} = - \frac{\partial q(\rho, t)}{\partial \rho} - d(\rho, t) \cdot n(\rho, t). \quad (5.1.8)$$

Теперь подставим в него выражение (5.1.4) и в итоге получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(\rho, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\chi(\rho, t) \cdot \frac{\partial n(\rho, t)}{\partial \rho} \right) - \\ &- \frac{\partial}{\partial \rho} (v(\rho, t) \cdot n(\rho, t)) - d(\rho, t) \cdot n(\rho, t). \end{aligned} \quad (5.1.9)$$

Таким образом, для описания динамики одновидового древостоя в сходных физико-географических условиях получено уравнение параболического типа, аналогичное уравнению диффузии среды, система отсчета которой движется с некоторой скоростью $v(\rho, t)$ относительно неподвижной системы отсчета наблюдателя.

Согласно существующим биологическим представлениям, динамика элемента леса (совокупности деревьев одного вида в смешанном насаждении) аналогична динамике соответствующего одновидового насаждения. Исходя из этого, для описания развития смешанного древостоя можно использовать систему, состоящую из уравнений типа (5.1.9)

$$\begin{aligned} \frac{\partial n^i(\rho, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\chi^i(\rho, t) \frac{\partial n^i(\rho, t)}{\partial \rho} \right) - \frac{\partial}{\partial \rho} (v^i(\rho, t) \cdot n^i(\rho, t)) - \\ &- d^i(\rho, t) \cdot n^i(\rho, t), \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

где $i = \overline{1, i_m}$; i_m — число рассматриваемых пород.

Тем самым система (5.1.10) описывает динамику древостоя с учетом наблюдаемого в природе различия скоростей роста деревьев одного размера в сходных физико-географических условиях.

Для выделения единственного решения этой системы уравнений необходимо задать начально-краевые условия. Начальным условием для системы (5.1.10) является распределение стволов по диаметру в момент t_n :

$$n^i(\rho, t_n) = n_n^i(\rho), \quad i = \overline{1, i_m}; \quad \rho \in [\Delta, \rho_m^i], \quad (5.1.11)$$

где $n_n^i(\rho)$ — функция, описывающая начальное распределение.

Кроме этого, поскольку решение системы (5.1.10) ищется в замкнутом интервале $[\Delta, \rho_m^i]$, необходимо задать условия на его концах. Условие на левом конце характеризует интенсивность процесса возобновления леса в момент t . Зададим его в виде следующего уравнения:

$$n^i(\Delta, t) = f(t, n(\cdot), \xi), \quad t \in [t_n, t_k], \quad (5.1.12)$$

где $n(\cdot) = n^i(\rho, t)$, $i = \overline{1, i_m}$, — вектор-функция плотности древо-

стоя; ξ — переменная, характеризующая физико-географические условия; $f(\cdot)$ — некоторая функция, численно равная количеству всходов в момент t .

Условие на правом конце определяет судьбу деревьев, достигших размера ρ_m^i . Поскольку при достижении максимального размера деревья отмирают, естественно принять:

$$n^i(\rho_m^i, t) = 0, \quad t \in [t_n, t_k]; \quad i = \overline{1, i_m}. \quad (5.1.13)$$

Таким образом, условия (5.1.11) — (5.1.13), в предположении существования и единственности решения системы (5.1.10), позволяют решать прогнозные задачи для произвольных территорий со сходными физико-географическими условиями, занятых смешанным лесом. Если ввести в рассмотрение вектор-функцию $n_k(\rho, t) = n_k^i(\rho, t)$, где $i = \overline{1, i_m}$; $k = \overline{1, K}$; K — общее количество рассматриваемых районов, то можно моделировать динамику древостоя на любой территории, содержащей широкий спектр условий местообитания. В этом случае ее разбивают на районы со сходными физико-географическими условиями, являющиеся компонентами вектор-функции $n_k(\rho, t)$. Подобное расширение вида используемой функции позволяет ставить и решать конкретные задачи прогнозирования и управления лесными ресурсами.

5.2. МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ АГРОКУЛЬТУРЫ В РЕГУЛИРУЕМЫХ УСЛОВИЯХ

В ходе выполнения Продовольственной программы особую актуальность приобретает повышение продуктивности сельскохозяйственных культур, в том числе и овощных, выращиваемых в регулируемых условиях, например в теплицах.

Научной основой увеличения выхода продукции агрокультуры является программирование урожая. Оно предусматривает заблаговременное предопределение и направление процессов формирования запланированного урожая по ранее составленной программе с учетом физико-географических, почвенно-климатических факторов и биологических особенностей культивируемых растений [Шатилов, 1974].

На современном уровне развития естествознания функционирование растения — целостной биологической системы — рассматривается как результат взаимодействия составляющих ее элементов со средой. Всесторонний учет совокупного действия большого числа различных взаимосвязанных факторов возможен только лишь при помощи математической модели объекта изучения [Тооминг, 1977; Гильманов, 1978; Сиротенко, 1981; Галямин, 1981]. Такая модель позволит перейти от эмпирических принципов в исследованиях растительного организма и мер воздействия на него к точному расчету на основе вскрытых закономерностей течения процессов в изучаемой системе с ориентацией

на заданное значение какой-либо ее характеристики (например, урожая).

Программа создания модели должна предусматривать широкий спектр разномасштабных исследований по выявлению особенностей образования органического вещества и связанных с ним физиологических процессов — фотосинтеза, дыхания, транспирации, перераспределения ассимилятов, роста растений в зависимости от факторов среды, водоснабжения, уровня минерального питания и т. д. И если все эти процессы, определяющие накопление и расход органического вещества, найдут отражение в математической модели, то последняя становится основой программирования урожая. При этом конкретизируются и возможности математического моделирования, которые могут быть апробированы путем анализа различных ситуаций.

Ниже изложим математическую модель продукционного процесса огурца, выращиваемого в теплице.

Основные переменные модели: $y = y(t)$ — масса надземной части растения, включающей в себя листья, черешки, стебли, усы; $M = M(t)$ — масса корней; $S_1(t) = \max_z S(z, t)$ — максимум удельной листовой поверхности; $P_1 = P_1(t)$ — количество цветков на растении; $P = P(t)$ — масса плодов на растении; $H = H(t)$ — высота растения. Шаг по времени равен 1 сут.

Воздействие внешних условий на растения будет характеризоваться следующими переменными: $Q = Q(z, t)$ — фотосинтетически активная радиация (ФАР); $\theta = \theta(z, t)$ — температура воздуха в теплице.

Модель основана на балансовых соотношениях разных порядков. В ней введен блок перераспределения в растительном организме продуктов фотосинтеза, который учитывает на каждом шаге, сколько органического вещества поступает в структурные части растений (корни, листья и репродуктивные органы), сколько ими тратится на дыхание.

Основные уравнения модели запишем в следующем виде:

$$\frac{dy}{dt} = \kappa_0 \int_0^H \Phi S dz - \int_0^H R dz; \quad (5.2.1)$$

$$\Phi = \frac{\beta Q}{1 + \frac{\beta Q}{\nu \alpha x}}; \quad \alpha = \alpha_0(\theta) \times \alpha_1(\bar{\varphi}(t));$$

$$Q = Q_H(t) \times \exp\left(-\gamma \int_z^H S dz\right);$$

$$\gamma = 0,4 \times (1 + E(t)); \quad E(t) = \frac{\omega(t)}{\omega(T)};$$

$$\alpha_0(\theta) = \begin{cases} \exp\left(-\left(\frac{\theta - \theta_{\text{опт}}}{\theta_{\text{max}} - \theta_{\text{min}}}\right)^2\right) & \text{при } \theta < 32^\circ \text{C}, \\ -0,08 \times \theta + 3,56 & \text{при } \theta \geq 32^\circ \text{C}; \end{cases}$$

$$R = k_c \Phi S; \quad k_c = B_1 + B_2 E(t);$$

$$\theta = \theta_H(t) - \theta_1 \left(1 - \frac{z}{H}\right); \quad S = S_1(t) \left(1 - \frac{z}{H}\right);$$

$$\frac{dS_1}{dt} = \frac{A_1 \times 0,5}{H \times y(t-1)} \frac{dy(t-1)}{dt}; \quad (5.2.2)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{A_2 \times 0,5}{S_1 \times y(t-1)} \frac{dy(t-1)}{dt}; \quad (5.2.3)$$

$$\frac{dP_1}{dt} = \kappa_1 \lambda_1 \int_0^H \Phi S dz - b_1 P_1; \quad (5.2.4)$$

$$\frac{dP}{dt} = \kappa_2 \int_0^H \Phi S dz - b_2 P; \quad (5.2.5)$$

$$\frac{dM}{dt} = \kappa_3 \int_0^H \Phi S dz - b_3 M - b_4 M. \quad (5.2.6)$$

Начальные условия: $y(-1) = y(0) = y_0$; $S_1(0) = S_{00}$; $H(0) = H_0$; $P_1(t_n) = P_{10}$; $P(t_n) = P_0$; $M(0) = M_0$; $0 < t_n \leq t_n$, где t_n , t_n — даты появления цветов и плодов огурца, когда сумма активных температур ($\theta > 10^\circ\text{C}$) превысит соответственно 352 и 575°C .

Раскроем смысл обозначений, входящих в правую часть системы (5.2.1) — (5.2.6). Первое слагаемое в правой части уравнения (5.2.1) означает увеличение органического вещества за счет фотосинтеза, а второе — уменьшение продуктов фотосинтеза, расходуемых на функционирование растения. $\Phi = \Phi(z, t)$ — функция интенсивности газообмена; $R = R(z, t)$ — количество расходуемого на функционирование надземной части растений органического вещества, полученного при фотосинтезе; $S = S(z, t)$ — суммарная удельная листовая поверхность; β , ν — соответственно среднее значение угла наклона и плато световой кривой газообмена для растения; $Q_H(t)$ — ФАР на верхней границе растительного покрова $z = H$; γ — коэффициент, характеризующий густоту фитоценоза; x , $\alpha_0(\theta)$, $\alpha_1(\bar{\varphi}(t))$ — коэффициенты, соответственно описывающие влияние концентрации CO_2 , температуры θ , влажности почвы на газообмен в растительном покрове; $\omega(t)$, $\omega(T)$ — сумма активных температур, накопленных в момент t и за весь сезон вегетации; κ_0 — величина, показывающая, какая доля органического вещества идет на образование надземной фитомассы; $\theta_H(t)$ — задаваемая температура воздуха на высоте $z = H$; θ_1 — температурный коэффициент, изменение которого пропорционально изменению потока тепла из почвы.

Прирост высоты фитоценоза $H(t)$ и максимального значения удельной листовой поверхности $S_1(t)$ вычисляется по формулам (5.2.3) и (5.2.2), где A_1 и A_2 — эмпирические коэффициенты.

Изменение количества цветков $P_1(t)$ на растении определяется из уравнения (5.2.4). Первое слагаемое в нем означает увеличение числа цветков (а следовательно, их общей массы) при поступлении продуктов газообмена, а второе — убыль за счет образования плодов. Коэффициент κ_1 показывает, какая часть ассимилятов идет на увеличение числа и массы цветков, а b_1 — какая часть от общего числа цветков идет на образование плодов.

Прирост массы плодов $P(t)$ получаем из выражения (5.2.5), где первая составляющая в правой части представляет собой увеличение числа и массы плодов за счет поступления органического вещества, полученного путем фотосинтеза в фазе плодоношения; вторая — уменьшение общей массы плодов в ходе сбора урожая. Коэффициент κ_2 отражает, какая часть ассимилятов идет на увеличение массы плодов; b_2 характеризует интенсивность сбора плодов необходимого качества.

Прирост корневой массы $M(t)$ рассчитывается по уравнению (5.2.6). Первое слагаемое означает часть ассимилятов, идущих на образование органической массы корневой системы; второе — расходы продуктов газообмена на функционирование корневой системы; третье — отмирание корней. κ_3 , b_3 , b_4 — коэффициенты, характеризующие соответственно интенсивность прироста, затрат на функционирование и отмирание корней.

Значения коэффициентов и начальных условий определялись по материалам специально поставленных экспериментов в теплицах Сибирского института физиологии и биохимии растений (СИФИБР) СО АН СССР и литературных источников [Будыко, 1971; Принципы управления..., 1976; Башалханов, 1978; Бихеле и др., 1980; Сиротенко, 1981; Палкин и др., 1982; Овощеводство..., 1982].

Начальные условия для переменных модели приняли вид:

$$y_0 = 2,2 \text{ г/м}^2; \quad M_0 = 0,35 \text{ г/м}^2; \quad H_0 = 10 \text{ см}; \\ S_{00} = 0,008 \text{ см}^{-1}; \quad P_{10} = 4,64 \text{ шт/м}^2; \quad P_0 = 6,0 \text{ г/м}^2.$$

Для коэффициентов модели получены следующие оценки:

$$\beta = 0,35 \times 10^{-5} \text{ г/кал}; \quad \nu = 11,0 \text{ мг CO}_2/(\text{дм}^2 \cdot \text{ч}); \\ \theta_{\text{opt}} = 30^\circ\text{C}; \quad \theta_{\text{max}} = 35^\circ\text{C}; \quad \theta_{\text{min}} = 10^\circ\text{C}; \\ \theta_1 = 3,8; \quad B_1 = 0,1; \quad B_2 = 0,02.$$

Среднесуточная концентрация CO_2 в теплице считалась равной 0,031 об.%, и тогда x принималось равным 1. В экспериментах увлажненность почвы поддерживалась в оптимальном режиме для данной культуры, следовательно, $\alpha_1(\bar{\varphi}(t)) = 1$. Так как по уравнению (5.2.4) рассчитывается изменение количества цвет-

ков, то переводной коэффициент λ_1 определялся из экспериментальных данных. Поскольку средний удельный вес одного цветка равен 0,11 г, то, следовательно, $\lambda_1 = 9$ шт./г.

В модели при расчете массы плодов предполагалось $b_2 = 0$. Анализ экспериментального материала по динамике числа живых цветков, массы листьев, корней и плодов позволил определить предварительные значения коэффициентов κ_i ($i = \overline{0, 3}$), A_1 , A_2 , b_1 , b_3 и b_4 .

Для уточнения были использованы эвристические методы идентификации [Гильманов, 1978; Грон, 1979], в частности, κ_1 , κ_2 , κ_3 , A_1 , A_2 уточнялись методом случайного поиска [Грон, 1979], а b_1 , b_3 , b_4 были улучшены методом градиентного типа [Гурман, 1977] с учетом выполнения требования

$$I = \int_0^T \sum_{i=1}^6 [x_i(t) - x_i^3(t)]^2 dt \rightarrow \min,$$

где $x_i(t)$ и $x_i^3(t)$ — расчетные и фактические значения основных переменных модели: $x_1(t) = y(t)$, $x_2(t) = S_1(t)$, $x_3(t) = H(t)$, $x_4(t) = P_1(t)$, $x_5(t) = P(t)$, $x_6(t) = M(t)$.

В результате проведения идентификации были получены значения этих коэффициентов в виде следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \begin{cases} 0, & \omega(t) \leq \omega(t_{\Pi})_x \\ 0,045, & \omega(t) \geq \omega(t_{\Pi}); \end{cases} \\ \kappa_2 &= \begin{cases} 0, & \omega(t) < \omega(t_{\Pi})_x \\ 0,2 + 0,6(E(t))^2, & \omega(t) \geq \omega(t_{\Pi}); \end{cases} \\ \kappa_3 &= 0,1; \quad \kappa_0 = 1 - (\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3); \\ b_1 &= 0,12; \quad b_3 = 0,035; \quad b_4 = 0,009; \\ A_1 &= 0,1 + 1,9(E(t))^2; \\ A_2 &= 0,09 + 1,9(E(t))^2. \end{aligned}$$

С целью проверки модели было проведено сравнение результатов вычисления динамики свойств фитоценоза по модели при уточненных коэффициентах с эмпирическими данными о динамике этих показателей.

Анализ табл. 25 показывает удовлетворительное согласие общего хода модельных и экспериментальных кривых, где для количественной характеристики степени согласия расчетных и эмпирических значений были рассчитаны средняя относительная ошибка имитации

$$R_{\text{ср}} = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N \left| \frac{\bar{x}_i - x(t_i)}{x(t_i)} \right|$$

Значения переменных модели огурца ТСХА-77 (x_i, x_i^0 — расчетные и экспериментальные данные)

Дата	x_1	x_1^0	x_2	x_2^0	x_3	x_3^0	x_4	x_4^0	x_5	x_5^0	x_6	x_6^0
1978 г.												
26.V	4	6	0,08	0,08	12	12	—	—	—	—	0,75	0,75
9.VI	12	15	0,27	0,15	24	30	2,5	2,5	—	—	3,5	1,5
20.VI	33	40	0,60	0,67	68	66	4	3	—	—	10	7,5
29.VI	132	84	1,41	1,37	74	71	5	3,5	64	28	15	12,5
5.VII	164	121	1,93	1,80	92	95	4,9	4	68	40	18,5	16
19.VII	239	205	2,29	2,37	138	120	10,5	9	156	128	26,1	23,5
1.VIII	303	275	3,55	3,11	236	240	13	13	196	212	33	31,5
30.VIII	376	343	3,44	3,63	328	326	23	22	408	388	30,5	31
1979 г.												
30.V	3	2	0,05	0,10	14	14	—	—	—	—	0,1	0,1
12.VI	16	12	0,13	0,21	22	35	—	—	—	—	3,5	1,5
27.VI	124	78	0,79	0,90	93	69	2	6,5	—	—	11	8
8.VII	197	127	1,99	1,55	176	113	7,5	8,5	32	56	16,5	13
1.VIII	240	237	1,50	2,70	276	246	15	18,5	232	204	19	28,5
10.IX	312	306	2,76	2,86	392	326	19	26,5	648	600	27,5	37

и «коэффициент несовпадения» Тейла [Гильманов, 1978]

$$v = \frac{\sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N (\bar{x}_i - x(t_i))^2}}{\sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N \bar{x}_i^2} + \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N x(t_i)^2}}$$

для всех переменных модели. Отметим, что $v=0$ при полном совпадении экспериментальных и расчетных данных и $v=1$ при отсутствии такового.

Расчеты дают, что средняя относительная ошибка (R_{cp}) для надземной массы равна 13%, высоты — 7, цветков — 14, удельной листовой поверхности — 20, плода — 14% и не превосходит типичного для экологических измерений значения 25%, а коэффициенты v равны соответственно 0,03; 0,028; 0,052; 0,07; 0,06, что также свидетельствует об удовлетворительном состоянии расчетных и экспериментальных данных для этих переменных.

При исследовании модели проведено изучение зависимости решений системы уравнений от начальных условий, параметров и от различных видов входных воздействий для оценки корректности, т. е. существования и единственности решения; непрерывной зависимости последнего от начальных условий.

Для этого рассчитаем относительный коэффициент чувствительности [Гильманов, 1978] по следующей формуле:

$$u_i(t) = \frac{\frac{x_i(t) - \bar{x}_i(t)}{x_i(t)}}{\frac{x_i(0) - \bar{x}_i(0)}{x_i(0)}} \times 100\%.$$

Величины $u_i(t)$ показывают, на сколько процентов изменится значение переменной $x_i(t)$ при изменении начального условия на 1%.

Установлено, что небольшим изменениям начального условия соответствуют малые изменения траектории решений системы уравнений (5.2.1—5.2.6), что показывает их четкую зависимость от начальных условий.

В соответствии с расчетами уменьшение на протяжении всего периода (с 26 мая по 10 сентября 1978 г.—108 дней) $Q_H(t)$ на 5% влияет на продукционный процесс сильнее, чем уменьшение $Q_H(t)$ на эту же величину.

При увеличении (или уменьшении) $Q_H(t)$ на 20% в первые две декады относительный прирост $y(t)$ больше такового, чем при повышении (снижении) температуры воздуха на эту же величину в период с третьей по шестую декаду.

Влияние изменения формы распределения удельной листовой поверхности путем удаления половины от общего числа листьев, находящихся в нижнем ярусе фитоценоза (до $H = 100$ см) в момент $t = 55$, обусловило резкое снижение темпа прироста массы плодов в первую декаду после отчуждения с последующим его восстановлением.

Чувствительность решений системы (5.2.1)—(5.2.6) от параметров модели рассчитана по формуле

$$u_{ij} = \left(\frac{x_i - x_i^*}{x_i} \right) / \left(\frac{\delta_j - \delta_j^*}{\delta_j} \right),$$

где $x_i^* = \max_{0 < t < 108} x_i(t, \delta)$; $\delta_j^* = \delta_j + \Delta\delta$. Расчеты коэффициентов чувствительности при изменении δ на 1% показывают сильную зависимость всех переменных от κ_0 , $H(t)$ от κ_1 , A_1 и A_2 , а $M(t)$ от κ_1 .

Основные выводы из результатов исследования сводятся к следующему. Достижения теории продукционного процесса на современном этапе, развитие представлений о предмете исследования и накопленная информация являются основой для решения проблем повышения хозяйственной продуктивности овощных культур с применением методов математического моделирования.

Математическая модель продукционного процесса при выращивании огурца в теплицах реально отражает влияние факторов окружающей среды, таких как радиация, температура воз-

духа, на процессы распределения и накопления органического вещества растениями.

Для решения задачи идентификации наиболее эффективно сочетание эвристического метода с методами случайного поиска и улучшения градиентного типа. Проверка модели с помощью коэффициента Тейла ν и среднего относительного отклонения $R_{\text{ср}}$ позволила заключить, что она адекватна объекту. То же самое подтверждает сравнение экспериментальных и расчетных кривых.

Проведенное исследование модели показало непрерывную зависимость решения уравнений от начальных данных, чувствительность модели к внешним воздействиям и некоторым ее параметрам, которые нужно оценивать более точно, чем другие.

Результаты, полученные в ходе моделирования, показали, что требуется более полное рассмотрение направления и характера интеграции процессов, протекающих в биосистеме. Вместе с тем модель дает возможность упорядочить и обобщить информацию об агрокультурах, полученную биологическими методами, учесть и количественно оценить влияние ведущих факторов на динамику и функционирование растения огурца.

5.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПУЛЯЦИИ ТЕТЕРЕВА

По материалам, собранным в лесостепи Кемеровской области в разные сезоны 1960—1980 гг., создана модель элементарной популяции тетерева, где популяция рассматривается как система взаимодействующих внутривидовых факторов и факторов внешней среды (абиотических, биотических, антропогенных). Применялись методы системной динамики, предложенные Дж. Форрестером [1978]. Структура моделей включает 5 уровней: численность (T), емкость угодий (E), биотехнику (Z), отчуждение территории ($A1$) и охоту ($A2$). Каждый уровень увеличивается или уменьшается в зависимости от темпов изменения взаимодействующих факторов (рис. 17). В этой модели приняты следующие основные обозначения: T — число особей в популяции; TO — относительное число особей; E — емкость угодий; EO — относительная емкость; $A1$ — антропогенный фактор первого рода (отчуждение территории); $A2$ — антропогенный фактор второго рода (охота); $A10$ — относительная величина $A1$; $A2O$ — относительная величина $A2$; Z — биотехнические мероприятия (биотехния); ZO — относительная величина Z ; U — хищники; X — яйца; Y — цыплята; V — миграция; R — корма; D — степень доступности птиц при охоте; C — конкуренция между особями; F — физиологическое состояние птиц; G — плотность популяции; GO — относительная плотность; A — аридность; AO — относительная аридность.

Кроме того, используются множители зависимостей: UT — хищников от птиц; XT — количества яиц от птиц; XU — количество яиц от хищников; количества яиц от аридности — XAR ; числа цыплят от яиц — YX ; цыплят от хищников — YU ; числа

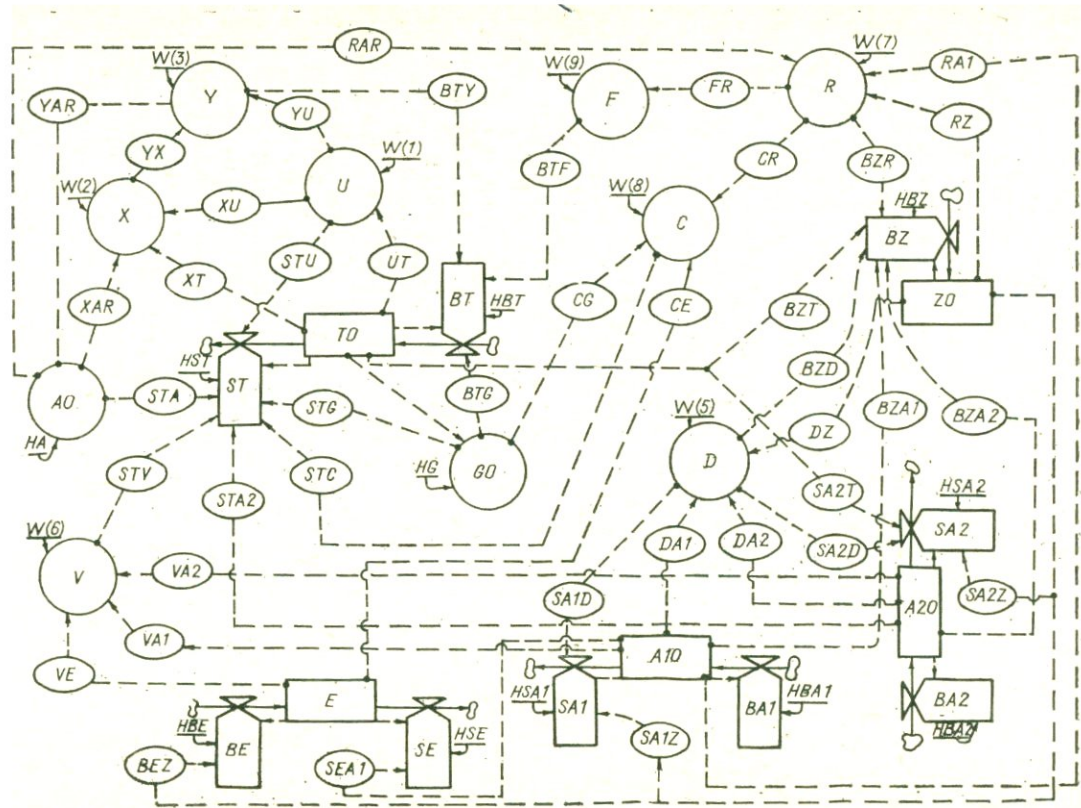


Рис. 17. Диаграмма модели «Элементарная популяция тундры».
 Обозначения см. в тексте.

цыплят от аридности — YAR ; недоступности птиц от емкости охотоугодий — DZ ; степени доступности птиц при охоте от антропогенного фактора первого рода — $DA1$; степени доступности птиц при охоте от антропогенного фактора второго рода — $DA2$; миграции от емкости угодий — VE ; миграции от антропогенного фактора второго рода — $VA2$; миграции от антропогенного фактора первого рода — $VA1$; кормов от антропогенного фактора первого рода — $RA1$; кормов от аридности — RAR ; кормов от биотехнии — RZ ; конкуренции от кормов — CR ; конкуренции от емкости — CE ; конкуренции от плотности — CG ; физиологического состояния птиц от кормов — FR ; темпа прироста численности популяции от плотности — BTG ; темпа прироста численности популяции от физиологического состояния птиц — BTF ; темпа прироста численности популяции от цыплят — BTY ; темпа роста смертности от охоты — $STA2$; темпа смертности от аридности — STA ; темпа смертности от миграции — STV ; темпа смертности от плотности — STG ; темпа смертности от хищников — STV ; темпа смертности от конкуренции — STC ; темпа прироста емкости угодий от биотехнии — BEZ ; темпа прироста емкости угодий от антропогенного фактора первого рода — $SEA1$; темпа снижения действия фактора $A1$ от недоступности птиц — $SA1D$; темпа снижения действия фактора $A1$ от биотехнии — $SA1Z$; темпа повышения затрат на биотехнию от антропогенного фактора второго рода — $BZA2$; темпа повышения затрат на биотехнию от недоступности птиц — BCD ; темпа повышения затрат на биотехнию от кормов — BZR ; темпа повышения затрат на биотехнию от числа птиц — BZT ; темпа снижения антропогенного фактора второго рода от числа особей в популяции — $SA2T$; темпа снижения антропогенного фактора второго рода от степени доступности птиц — $SA2D$; темпа снижения антропогенного фактора второго рода от биотехнии — $SA2Z$.

Остальные обозначения следующие: BT — темп прироста численности популяции; ST — темп смертности; BE — темп прироста емкости угодий; SE — темп снижения емкости угодий; $SA1$ — темп снижения действия фактора $A1$; BZ — темп повышения затрат на биотехнию; $SA2$ — темп снижения антропогенного фактора $A2$; $W(i)$ — вектор нормальных значений факторов; i — номер фактора ($i = 1, 10$); нормальное значение темпов: HBT , HST , HBE , HSE , $HBA1$, $HSA1$, $HBA2$, $HSA2$, HBZ ; HG — нормальная плотность; HA — нормальная аридность; SYM — вектор коэффициентов зимней гибели молодых птиц; STM — вектор коэффициентов зимней гибели птиц.

В нормальных условиях наблюдается нормальный темп прироста популяции. Ее численность в каждый последующий год определяется по формуле $T_i = T_0 + (BN - SN)T_i$, где T_0 — число особей весной этого года; T_i — число особей весной следующего года; BN , SN — соответственно множители темпов воспроизводства и смертности. При нормальных условиях множители, характеризующие факторы, равны 1, при благоприятных они больше 1 и при неблагоприятных — меньше 1. Суммарное действие фак-

торов на воспроизводство и смертность особей определяется результатом последовательно перемноженных множителей, которые находятся путем экспертных оценок.

Начальные значения для каждой переменной уровня определены по результатам работ 1965 г. [Шинкин, 1973]. Исходная численность популяции равнялась 32 особям, емкость территории составляла 160 особей на 10 км², затраты на биотехнику — 100 руб., отчуждение территории — 1 га, охота — 10 птиц.

Модель динамики популяции построена с использованием шести линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dT(t)}{dt} &= (a - bT(t)) - c(A2(t) + dZ(t) - fV(t)) \cdot T(t), \\ \frac{dA2(t)}{dt} &= (q + T(t) \cdot c - kZ(t)) \cdot A2(t), \\ \frac{dA1(t)}{dt} &= (e - mZ(t) + nE(t)) \cdot A1(t), \\ \frac{dZ(t)}{dt} &= (p - dT(t) + mA1(t) + kA2(t) - rE(t)) \cdot Z(t), \\ \frac{dU(t)}{dt} &= (fT(t) - SU(t)) \cdot U(t), \\ \frac{dE}{dt} &= (rZ(t) - nA1(t) - U(t)) \cdot E(t). \end{aligned} \tag{5.3.1}$$

Для проведения расчетов на ЭВМ необходимо данные уравнения привести к дискретному виду. Например, если непрерывная модель для численности особей $N(t)$ имеет вид $\frac{dN}{dt} = BN - SN$, то ее дискретный аналог выглядит следующим образом:

$$N(t + \Delta t) = N(t) + (BN - SN) \Delta t,$$

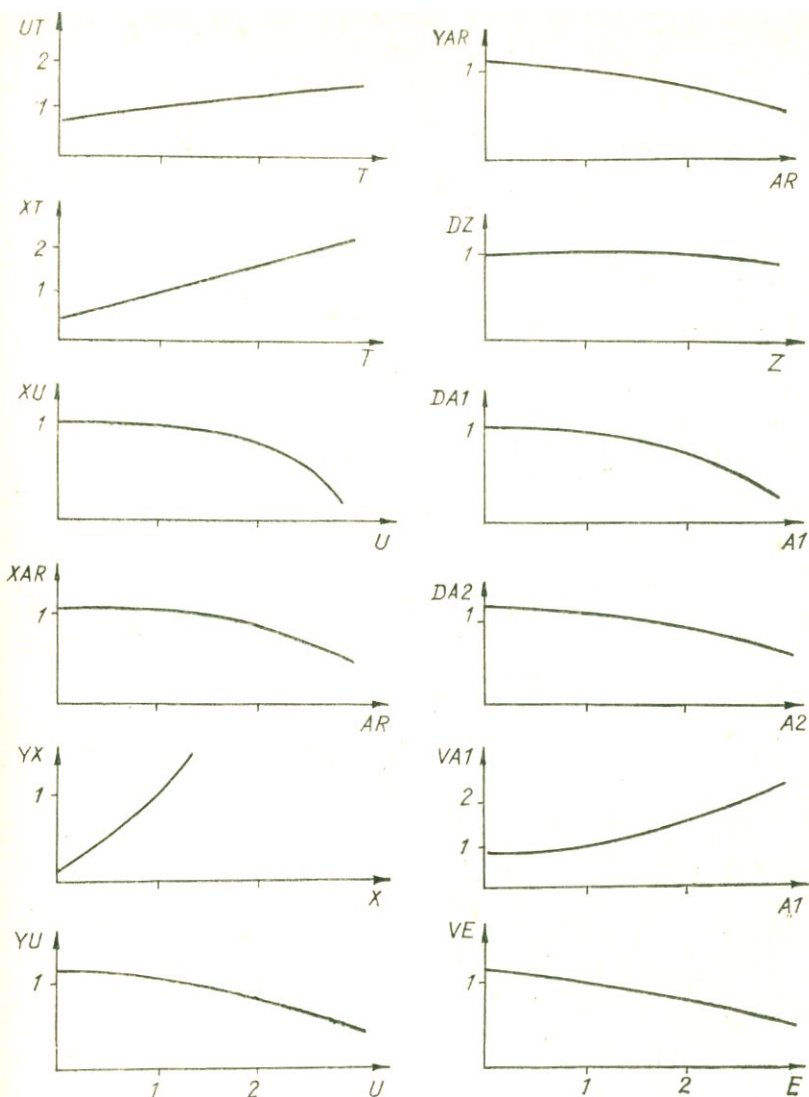
где Δt — временной шаг дискретизации.

Динамика системы (5.3.1) исследовалась с помощью программы решения линейных уравнений первого порядка методом Рунге — Кутты. Коэффициенты рассчитывались на основе кривых зависимостей переменных друг от друга по формуле

$$q = \frac{\ln N(t) \Big|_{t_H}^{t_K}}{\frac{t^2}{2} \Big|_{t_H}^{t_K}}.$$

Графики взаимозависимости факторов представлены на рис. 18.

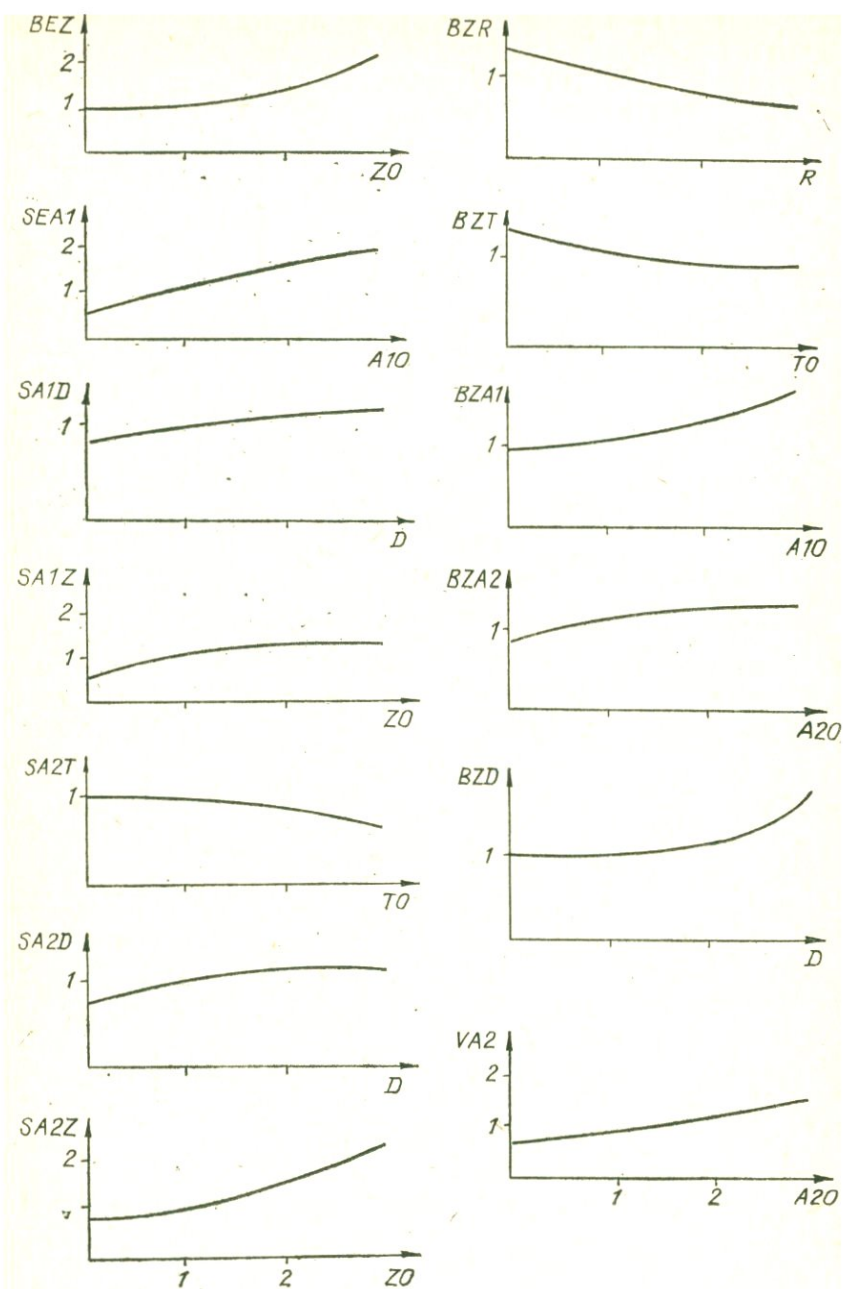
Алгоритм модели с шагом 1 год реализован на языке FORTRAN-IV ЭВМ ЕС-1022. Имитировалось развитие вида в течение 5 лет. Кривые развития показали, что в первые 3 года численность популяции непрерывно растет. Добыча птиц увеличивается с ростом численности. Финансирование биотехники происходит в соответствии со скоростью отчуждения территории под карьеры. Емкость угодий уменьшается, они становятся все менее



Начало рис. 18.

благоприятными для жизни птиц. На четвертом году развития происходит спад, который по истечении 5 лет достигает предела (рис. 19). Предполагается, что после нескольких повторений подъемов и спадов при существующих темпах изменения среды популяция прекратит существование на данной территории.

Увеличение темпов финансирования в 2 раза не приведет к положительным результатам, и лишь при увеличении финансирования в 5 раз состояние популяции нормализуется (рис. 20).



Продолжение рис. 18.

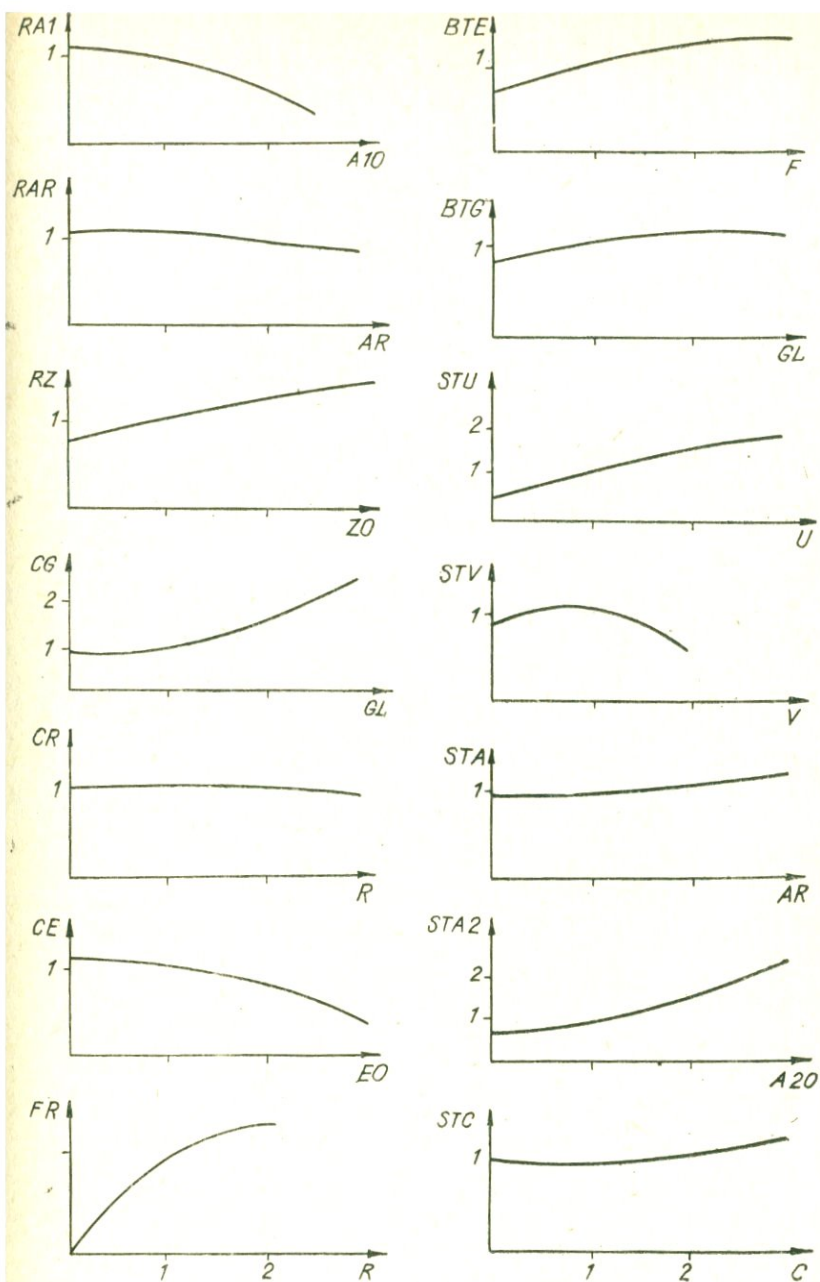


Рис. 18. Графики взаимозависимостей факторов.

Обозначения см. рис. 17. Множитель, показанный в координатах UT , TO , отражает зависимость числа хищников от числа тетеревов, а в координатах XT , TO — зависимость числа яиц тетеревов от числа птиц и т. д.

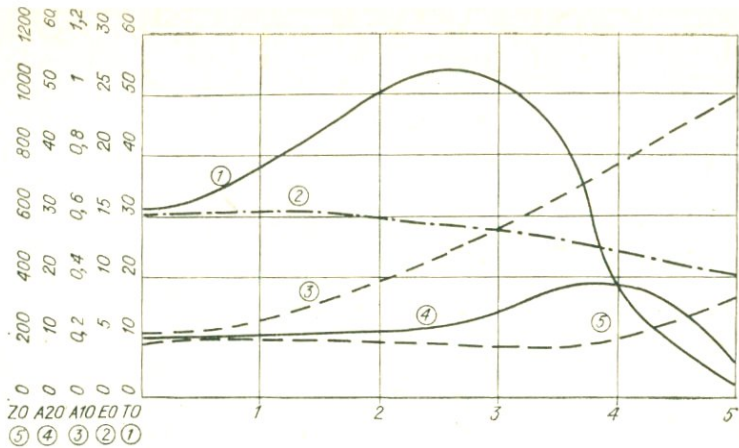


Рис. 19. Динамика показателей в системе «популяция», соответствующая реальной ситуации, когда развитие популяции идет без управляющего воздействия (обозначения см. рис. 17).

Однако финансовые затраты при этом становятся экономически не выгодны.

На предлагаемой модели можно проводить многочисленные эксперименты с целью получения ответов на разные вопросы. Можно имитировать принятие управленческих решений с одновременным анализом полученных результатов. Усовершенствованные модели позволят подойти к объяснению ряда вопросов, связанных с проблемой устойчивости, чувствительности популяции к отдельным и комбинированным воздействиям факторов.

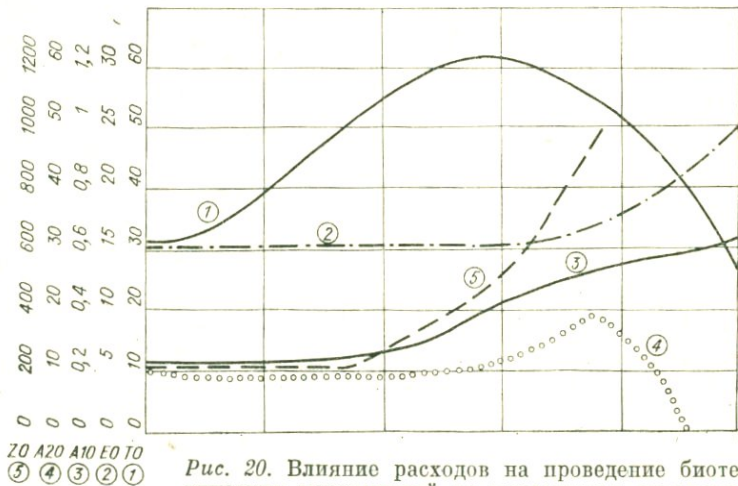


Рис. 20. Влияние расходов на проведение биотехнических мероприятий на численность популяции.

5.4. МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ НЕФТЯНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ В ПОЙМЕ р. ОБИ

Советское месторождение расположено на правобережной пойме р. Оби, характеризующейся равнинной, местами слабохолмистой и сильвозаболоченной поверхностью. Большинство нефтедобывающих скважин находится на затопляемой территории.

Процент допустимых потерь нефтепродуктов при промышленной добыче нефти равен 0,6—0,7%, с учетом аварийных выбросов он составляет фактически 2—3% от добычи, а при обустройстве месторождений достигает 10—15% [Региональный географический прогноз, 1970]. Высокие аккумулятивно-транспортные свойства Обской поймы, большая обводненность территории, суровый климат замедляют процессы самоочищения, создают условия для интенсивного загрязнения большой территории нефтепродуктами, значительные концентрации которых в природной среде способны вызвать: изменения ее физико-химических свойств (вплоть до нарушений термического режима вод, фильтрационных свойств почвогрунтов), гибель или обеднение рыбных ресурсов.

С использованием методов системной динамики [Форрестер, 1978] построена математическая модель, имитирующая динамику нефтяного загрязнения в пойме. Целями моделирования являются: имитация динамики гидрологического режима на территории месторождения с использованием ограниченного числа данных; имитация динамики нефтяного загрязнения в различных средах природной системы (внутригодовая, многолетняя); прогноз нефтяного загрязнения с учетом перспективной нефтедобычи; прогноз загрязнения с учетом критических ситуаций (залповые выбросы нефти, аварии).

По характеру стекания талых вод на площади речных заболоченных водосборов лесной зоны Западно-Сибирской равнины выделяются [Бураков, 1978] следующие зоны:

преимущественно фильтрационного стока в верхних горизонтах деятельного слоя — представляет собой верховой болотный массив;

временной аккумуляции талых вод и формирования руслового стока — полоса заболоченных лесов и полей;

развитого руслового стока — полоса, дренированная сетью рек.

Эта схема хорошо отражает характер стекания вод с территории Советского месторождения, расположенного на правобережной пойме р. Оби. На ее основе построена гидрологическая модель формирования речного стока — поддиаграмма «*GIDRO*» (рис. 21). Формирование стока с изучаемой территории рассмотрено в соответствии с уравнением водного баланса суши. В зонах фильтрационного стока (*VF*) и временной аккумуляции вод (*VA*) рассмотрены два высоких уровня аккумуляции, своеобразные по условиям водообмена и баланса. Обычно верхний уровень формирует быструю реакцию участка за счет поверхностного и подпо-

Подсистема «*GIDRO*»

$$VF = VF + DT(XF - EF - QGF - QBA), \quad (5.4.1)$$

$$VGF = VGF + DT(QGF - EGF), \quad (5.4.2)$$

$$VA = VA + DT(XA + QBA - EA - QFIL - OSK), \quad (5.4.3)$$

$$WL = WL + DT(QSK + XL + QB + QL - EL - QG - QH), \quad (5.4.4)$$

$$WG = WG + DT(QFIL - QL + QG). \quad (5.4.5)$$

Подсистема «*OIL*»

$$ZVF = ZVF + DT(ZAGF - ZEF - ZQGF - ZQBA - RZVF), \quad (5.4.6)$$

$$ZVGF = ZVGF + DT(ZQGF - RQGF), \quad (5.4.7)$$

$$ZVA = ZVA + DT(ZAGA - ZEA + ZQBA - \\ - ZQFIL - ZQSK - RZVA), \quad (5.4.8)$$

$$ZWL = ZWL + DT(ZAGL + ZQSK + ZQL - \\ - ZQG - RZWL - ZQH), \quad (5.4.9)$$

$$ZWG = ZWG + DT(ZQFIL - ZQL + ZQG - RZWG). \quad (5.4.10)$$

Запасы воды в зоне временной аккумуляции вод описаны динамическим уравнением (5.4.3). Темп QSK представляет собой величину водопоступления с территории временной аккумуляции вод в русловую сеть.

Запасы речных вод в русле описываются динамическими уравнениями (5.4.4). Темпы $QG - QL$ выражают постоянную гидравлическую связь речных вод с грунтовыми, для вычисления которой используется уравнение Дюпюи для безнапорного потока, имеющего свободную поверхность.

Запас воды в зоне фильтрационного стока расходуется на испарение (темп EF), заполнение водоудерживающей емкости зоны (темп QGF) и поступление избытка вод в зону временной аккумуляции вод (темп QBA).

Надежным показателем степени заполнения водой водоудерживающей емкости является уровень грунтовых вод VGF . Избыток воды зоны фильтрационного стока поступает в зону временной аккумуляции вод. Темп поступления зависит от временной задержки избыточных запасов в зоне VF и условий подстилающей поверхности

$$QBA = f(VE).$$

При температуре воздуха ниже 0°C темпы потоков QBA , QGF , а также $QFIL$, OSK равны нулю. В это время происходит интенсивное накопление осадков в зонах VE и VA . Для расчета снеготаяния использовано достаточно простое соотношение

$$a = k_r \sum (TB),$$

где a — интенсивность снеготаяния — вычисляется по одному лишь показателю — температуре воздуха ($TB > 0$). Коэффициент

k_{τ} снеготаяния зоны VF взят равным $0,0042$ м/(град·сут), в зоне VA снеготаяние идет медленнее, k_{τ} принят равным $0,0026$ м/(град·сут).

Для составления динамических уравнений подсистемы «OIL» использовано достаточно простое соотношение

$$J = \sum_{i=1}^n C_i \cdot Q_i,$$

где J — сток загрязняющего вещества в единицу времени; C_i — средняя концентрация загрязняющего вещества в транспортирующей среде (относительное загрязнение).

Темп разложения загрязняющего вещества в различных средах удовлетворительно описывается уравнением реакции первого порядка

$$C_{\tau} = C_0 \cdot e^{-k\tau},$$

где $k = 0,037$ мг/(л·сут) — суммарная константа скорости превращения вещества, полученная путем лабораторного моделирования в динамических условиях при контакте водной массы с донными отложениями; C_0 — начальная концентрация загрязняющего вещества.

В природных условиях скорость процесса самоочищения зависит от температуры воды и воздуха, величины рН, солнечной радиации, количество взвешенных веществ, донных отложений и других факторов. Зависимость самоочищения от температуры воды и температуры воздуха в модели определяется множителями $MNTB$ и $MNTR$ (табл. 26).

Программа, осуществляющая численное моделирование по вышеизложенной модели, написана на языке ПАСКАЛЬ. Прочитана на ЭВМ ЕС-1055. Начальные значения отнесены к 1 ян-

Т а б л и ц а 26

Внешние переменные и множители модели

Номер месяца	$TB, ^\circ C$	$QCT, \text{ м}^3/\text{сут}$	$QBT \cdot 10^5, \text{ м}^3/\text{сут}$	$TR, ^\circ C$	$MNTB$	$MNTR$	$MHRTpH$
1	-20,9	0,0005	1 443	0	0,5	0,9	0
2	-18,5	0,0004	1 227	0	0,5	0,9	0
3	-11,8	0,0004	984	0	0,5	0,9	0
4	-2,6	0,00067	1 186	0	0,9	0,9	0
5	5,0	0,0012	9 241	0,2	1	1	0
6	14,1	0,0187	13 939	14,7	2,0	1,5	2,8
7	17,3	0,0026	10 801	20,6	2,0	2,0	4,0
8	14,2	0,0028	5 383	17,6	2,0	1,5	3,4
9	8,1	0,0019	3 853	10,7	1,5	1,5	2,1
10	1	0,0015	3 435	3,25	1	1	0,63
11	-12,6	0,00113	2 413	0	0,5	1	0
12	-19,8	0,0009	1 633	0	0,5	0,9	0

Примечание. OCT — осадки; TR — температура воды; $QBT \cdot 10^5$ — расход руслового стока; $MNTB$, $MNTR$, $MHRTpH$ — множители, отражающие зависимость процесса самоочищения воды от температуры воздуха, воды и ее рН соответственно.

Переменные модели

Номер года	$WL, \text{ м}$ $\times 10^7$	$H, \text{ м}^3$	$F, \times 10^6 \text{ м}^3$	$a, \times 10^3 \text{ м}$	$VR, \text{ м/сут}$	Номер года	$WL, \text{ м}$ $\times 10^7$	$H, \text{ м}^3$	$F, \times 10^6 \text{ м}^3$	$a, \times 10^3 \text{ м}$	$VR, \text{ м/сут}$
1	6	32,18	750	5	21 600	14	136	43,25	5066	33,8	82 944
2	16	33,25	1082	7,2	28 080	15	146	43,75	5398	36	83 808
3	26	34,25	1414	9,4	35 424	16	156	44,00	5730	38,2	84 240
4	36	35,4	1746	11,6	45 360	17	166	44,2	6000	40	84 240
5	46	36,5	2078	13,9	51 840	18	176	44,4	6050	40,2	84 625
6	56	38,75	2410	16,0	58 752	19	186	44,6	6100	40,4	84 600
7	66	39,5	2742	18,3	65 664	20	196	44,8	6150	40,6	84 600
8	76	39,5	3074	20,5	70 848	21	206	45	6200	40,8	64 550
9	86	40,25	3406	22,7	75 600	22	216	45	6250	41,0	64 590
10	96	40,9	3738	24,9	77 760	23	226	45	6300	41,2	64 500
11	106	41,5	4070	27,1	79 920	24	236	45	6350	41,4	64 500
12	116	42,2	4402	29,3	81 216	25	246	45	6400	42,6	64 500
13	126	42,7	4734	31,6	82 086						

Примечание. WL — русловой сток; H — уровень речных вод; F — площадь затопления; VR — скорость течения реки.

варя 1966 г. Для расчетов использованы исходные значения по температуре воздуха (TB), воды (TR), расходам воды на верхнем створе (QB), осадкам (XT), нефтедобыче и др. (табл. 27—29). Интервал расчета 1 сут. Выведены среднемесячные, среднегодовые значения. Расчет произведен на 25 лет (1966—1990 гг).

Задача формальной проверки адекватности модели сложных систем не является вполне корректно поставленной. Считается, что главный способ проверки модели заключается в ее практиче-

Таблица 28

Множитель $MHETB$ в зависимости от температуры воздуха

I-V		I-VI		VII-XII		I-V		I-VI		VII-XII	
$TB, ^\circ\text{C}$	$MHETB_1$	$TB, ^\circ\text{C}$	$MHETB_2$	$TB, ^\circ\text{C}$	$MHETB_3$	$TB, ^\circ\text{C}$	$MHETB_1$	$TB, ^\circ\text{C}$	$MHETB_2$	$TB, ^\circ\text{C}$	$MHETB_3$
-20	0,066	10	2,5	-20	0,066	4	1,266	—	—	4	0,0743
-18	0,066	12	3,0	-18	0,066	6	2,333	—	—	6	1
-16	0,066	14	3,733	-16	0,066	8	2,866	—	—	8	1,6
-14	0,10	16	4,666	-14	0,1	10	3,333	—	—	10	2,0
-12	0,1333	18	5,833	-12	0,133	12	4,00	—	—	12	2,33
-10	0,266	20	6,933	-10	0,166	14	4,933	—	—	14	3,0
-8	0,333	—	—	-8	0,2	16	5,733	—	—	16	3,66
-6	0,5	—	—	-6	0,267	18	7,00	—	—	18	4,66
-4	0,666	—	—	-4	0,333	20	8,00	—	—	20	5,66
-2	0,933	—	—	-2	0,467	—	—	—	—	22	7,0
0	1,166	—	—	0	0,6	—	—	—	—	24	8,5
2	1,233	—	—	2	0,672	—	—	—	—	—	—

Начальные значения динамических уравнений, постоянные модели [Бураков, 1978; Кирпатовский, 1980]

Наименование	Значение
VF , м ³	416·10 ⁶
VGF , м	50
VA , м ³	832·10 ⁶
WL , м ³	34,5·10 ⁷
WG , м	40
ZVF	0
$ZVGF$	0
ZVA	0
ZWL	0
ZWG	0
Ширина зоны фильтрационного стока, км	21
Ширина зоны активного водообмена, км	43
Слой осадков на 1.01.66 г., м	0,13
Средний уклон поверхности J	0,0003
Длина реки LR , км	100
Коэффициент стокавания KT , м/сут:	
лесные водосборы	0,0042
то же, сильноувлажненные	0,0026
Нормальный темп испарения, E_0	0,0005
Коэффициент фильтрации c м/сут	4,5
Нормальный темп разложения загрязнений K при температуре 20°C, мг/(л·сут)	0,037
Площадь болот, % от территории	60
Площадь лесов, % от территории	70
Коэффициент инфильтрации, м/сут	9
Процент потерь нефтепродуктов:	
допустимый	0,6—0,7
аварийный	2—3

ском использовании в соответствии с той целью, с которой она разрабатывалась. Проверка результатов, полученная с помощью предложенной выше модели, проводилась при сопоставлении их с эмпирическими данными. Во внимание прежде всего принималось содержательное представление об ожидаемом поведении природной системы.

Основная фаза водного режима рассматриваемого участка — весенне-летнее половодье (апрель — август). Оно характерно для центральных и северных районов Западно-Сибирской равнины, где из-за неблагоприятных условий стока половодье растянуто и занимает большую часть свободного ото льда периода. Гидрограф стока для участка р. Оби, включающий Советское месторождение, рассчитан на ЭВМ. Половодье характеризуется довольно интенсивным ростом запасов воды в русле (апрель — июнь) и растянутым его спадом (июль — октябрь) (рис. 22). Во время интенсивной фильтрации воды на территории поймы резко сокраща-

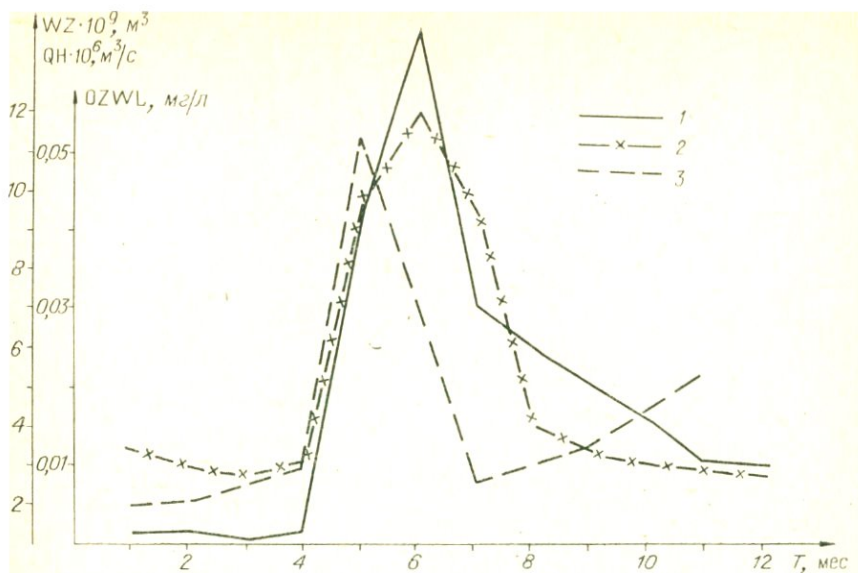


Рис. 22. Внутригодовая динамика запасов воды в русле WL (1); расходов воды (2), концентрации загрязняющего вещества в русле OZWL (3).

ется питание рек грунтовыми водами (QG — май—сентябрь) (рис. 23) в результате их подпора, а при установлении обратных уклонов грунтовых потоков возможно полное прекращение подземного питания (QG — июнь). Река из области дренирования и

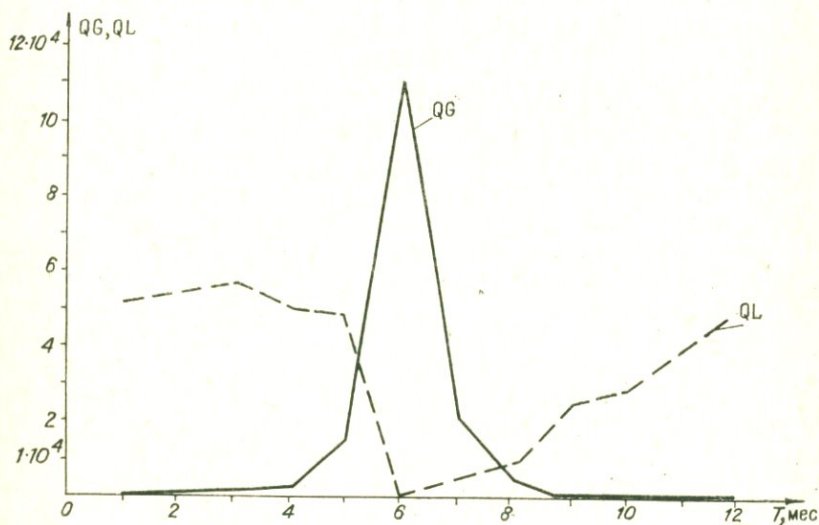


Рис. 23. Внутригодовая динамика инфильтрации речных вод в грунтовые (QG) и грунтовых вод в речные (QL).

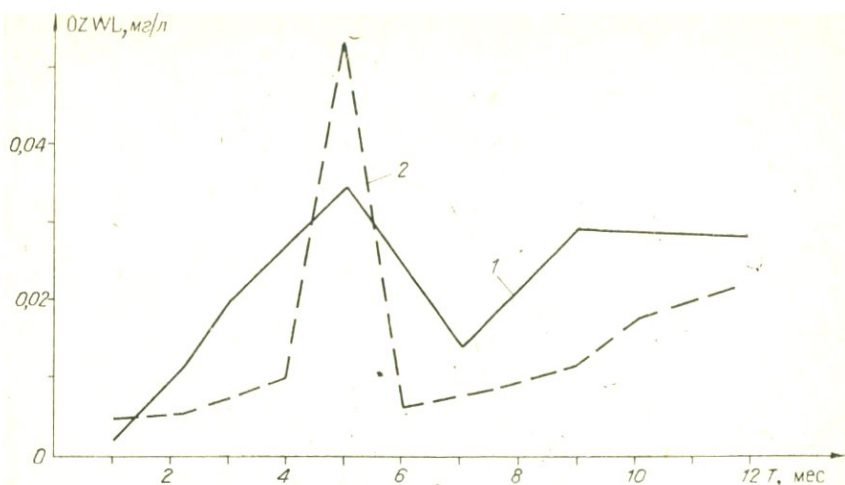


Рис. 24. Внутригодовая концентрация нефтепродуктов в русле в различные годы расчетного периода.

1 — (1966—1972 гг.); 2 — (1973—1990 гг.).

разгрузки грунтовых вод на первом этапе половодья превращается в источник их пополнения, что приводит к значительному увеличению подземного питания в меженные периоды (QL — январь — май, октябрь — декабрь).

Запасы загрязняющего вещества, его концентрации в зонах рассчитаны на ЭВМ. Концентрация нефтепродуктов в русле (WL) (см. рис. 22) максимальна в мае месяце. Снеготаяние и весенне-летнее половодье увеличивают миграцию нефтепродуктов в пойме. Осенне-зимний период (октябрь — декабрь) характеризуется новым подъемом их содержания в русле.

Внутригодовую динамику относительного загрязнения в различные годы расчетного периода можно представить двумя кривыми (рис. 24). В первые шесть лет промышленной разработки Советского месторождения (1966—1972 гг.) — кривая внутригодового относительного загрязнения имеет сглаженный характер. Нет ярко выраженных весеннего и осенне-зимнего пиков. Средняя концентрация нефтепродуктов хотя и не превышает ПДК, но остается довольно высокой в течение года. В целом в этот период вклад Советского месторождения в загрязнение различных зон довольно существенный. В 1970—1972 гг. добыча нефти резко возрастает. Кривая внутригодового загрязнения приобретает отчетливый пик в весенний период (апрель — июнь). Концентрации нефтепродуктов могут превышать ПДК. Наблюдаются резкое снижение относительного загрязнения на спаде половодья и новый его подъем в осенне-зимний период.

Запасы нефтепродуктов в зонах фильтрационного стока (ZVF), временной аккумуляции вод (ZVA) и русла реки (ZWL) (рис. 25) резко возрастают в первые годы разработки месторож-

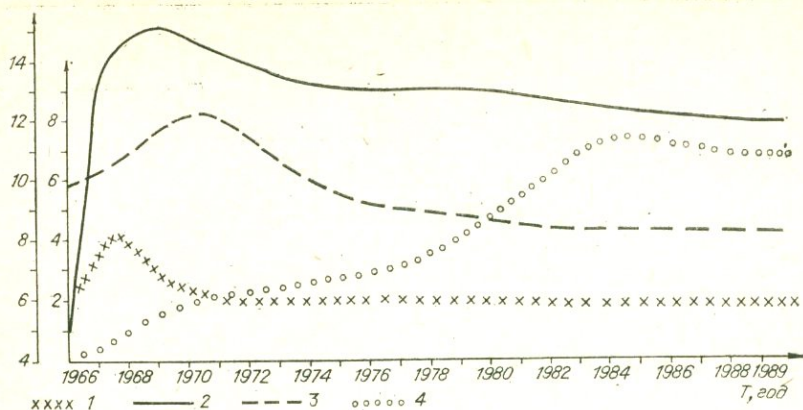


Рис. 25. Многолетняя динамика запасов нефтепродуктов в зонах фильтрационного стока ZVF (1), временной аккумуляции вод ZVA (2), в русле реки ZWL (3), в зоне грунтовых вод ZWG (4).

дения. В зоне фильтрационного стока уровень этих запасов максимален в 1967—1968 г., в зоне временной аккумуляции вод — в 1968—1970 гг., в русле реки — в 1967—1975 г., в зоне грунтовых вод — в 1982—1984 гг. В зонах руслового стока, временной аккумуляции и фильтрации по мере разработки месторождения происходит стабилизация уровня загрязнения и даже некоторое его снижение. Отклонение от этой тенденции наблюдается в годы высокой обводненности территории. Наблюдается дальнейший рост содержания нефтепродуктов в зоне грунтовых вод. Это может привести к существенному загрязнению речных вод в летние периоды, поскольку расчетное среднегодовое значение уровней загрязнения в зоне фильтрационного стока в 1967—1968 гг. составило 440 т, а в 1980 г. — 260 т; в зоне временной аккумуляции вод 1968—1970 гг. — 1550 т, в 1980 г. — 1300 т. В русле реки на участке месторождения в 1967—1975 гг. аккумуляровалось до 8—10 т, в 1980 г. — 5—6 т нефтепродуктов.

Моделирование динамики нефтяного загрязнения на территории Советского месторождения позволяет отчетливо выявить вклад одного месторождения в загрязнение обширной территории, проследить тенденции в формировании динамики как внутригодового, так и многолетнего загрязнения. Эти тенденции можно экстраполировать на другие месторождения, которые в условиях севера Томской области находятся в сходных физико-географических условиях.

**ЛОГИЧЕСКАЯ СХЕМА БАЗЫ ЗНАНИЙ
СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ
АДМИНИСТРАТИВНОЙ ОБЛАСТИ**

Одной из проблем формирования и развития предполагаемого комплекса моделей является создание средств информационной поддержки процессов построения математических зависимостей между социально-экономическими факторами. В соответствии с принятой методологией анализа информационных потребностей предметных областей (см. [Криницкий и др., 1982; Цикризис, Лоховский, 1985]) решение данной проблемы должно базироваться на проведении анализа информационного обеспечения отдельных этапов построения моделей, на выделении основных компонент базы знаний о социально-экономических объектах и определении логической структуры для каждой компоненты.

Изучение специфики социально-экономического моделирования позволяет выделить четыре основных этапа обработки информации: 1) подготовка, выбор и анализ исходных эмпирических данных; 2) формирование моделей; 3) оценка и уточнение моделей; 4) анализ моделей и построение прогнозов.

Обработка исходных эмпирических данных состоит в построении таблиц временных рядов, описывающих совместную динамику отдельных показателей и являющихся основой для проведения качественного анализа информации и построения конкретных моделей. Отметим, что получение указанных таблиц представляет собой один из наиболее сложных моментов в информационном обеспечении моделирования. Это обусловлено тем, что, во-первых, состав исходных данных, используемых для построения отдельных моделей, может охватывать самые разнообразные показатели, и для поиска их значений необходимо просматривать практически весь комплекс социально-экономических данных, и, во-вторых, перечень реквизитов, используемых для создания даже одной модели, может корректироваться в процессе моделирования и, следовательно, этот процесс должен сопровождаться многократным просмотром всей эмпирической информации.

Этап построения моделей состоит в использовании математических методов поиска эмпирических зависимостей по отдельным таблицам данных. Поскольку для проведения соответствующей обработки информации используются, как правило, различные пакеты статистических программ (ПСП) или отдельные «ло-

кальные» программы, то основными функциями данного этапа являются: предварительное преобразование таблиц данных; передача подготовленных данных в среду соответствующих программ или ПСП; обработка информации с использованием программных средств.

Оценка и уточнение моделей включают сравнительный анализ различных вариантов моделей с использованием формальных и содержательных критериев качества, принятие решений об изменениях состава моделей, их входных переменных, алгоритмов статистической обработки данных и т. п. Отметим, что реализация данного этапа связана с созданием специального архива моделей, обеспечивающего возможность накопления, многообразной оценки и использования различных их вариантов.

В соответствии с представленными этапами в базе знаний можно выделить три основных компонента — описание моделей, специальную и экономическую информацию.

Экономическая информация должна содержать совокупность данных о динамике промышленности региона, используемых при построении и реализации моделей развития отдельных министерств, отраслей и предприятий административной области.

Спецификация моделей, рассмотренная во второй главе (1.1 и 1.2), позволяет выделить ряд особенностей экономической компоненты модели знаний.

В ней должны быть:

описание организационной структуры и динамики промышленности административной области;

информация о динамике промышленности, которая охватывает четыре основных организационных уровня — министерство, отрасль, производственное объединение, предприятие и отражает, во-первых, состав производственных объектов каждого уровня и, во-вторых, динамику основных показателей производства и выпуска отдельных видов продукции;

характеристики обеспеченности производства основными ресурсами и показатели выпуска отдельных видов продукции в натуральном и стоимостном выражениях.

Основываясь на сказанном, можно показать, что структура экономической компоненты базы знаний может быть представлена в виде системы:

$$P = \langle D = (T, X_1, X_2, X_3, X_4, I, \bar{R}, \bar{P}, \bar{V}), \bar{F} \rangle, \\ \bar{F} = (F_1, F_2, F_3), \quad (П.1)$$

$$F_1 = \{X_1 \rightarrow X_2, X_1 \rightarrow X_3, X_1 \rightarrow X_4, X_2 \rightarrow X_3, X_2 \rightarrow X_4, X_3 \rightarrow X_4\},$$

$$F_2 = \{T \times X_i \rightarrow \bar{R}, T \times X_i \rightarrow \bar{P}, i = \overline{1, 4}\},$$

$$F_3 = \{T \times X_i \times I \rightarrow \bar{V}, i = \overline{1, 4}\},$$

где D — множество элементов данных, составляющих экономи-

ческую компоненту; \bar{F} — множество функциональных зависимостей, определяющих структуру данных; X_i — множество министерств ($i=1$), отраслей ($i=2$), производственных объединений ($i=3$) и предприятий ($i=4$), составляющих производственную структуру административной области; T — множество моментов времени; I — номенклатура выпускаемой продукции; \bar{R} — набор векторов значений уровней обеспеченности производства различными ресурсами; \bar{P} — набор векторов значений основных показателей производственной деятельности; \bar{V} — множество векторов значений показателей выпуска продукции; F_1 — множество функциональных зависимостей, отражающих организационную структуру промышленности области; F_2 — функциональные зависимости, определяющие динамику выпуска продукции по отдельным производственным объектам; F_3 — функциональные зависимости, отражающие динамику основных показателей производственной деятельности.

Определяя замыкание базового набора зависимостей с последующей декомпозицией [Ульман, 1983] исходной системы, не трудно показать, что реляционная схема рассматриваемой компоненты включает следующие отношения:

$$\begin{aligned}
 R_1^c &= \langle X_1, X_2, X_3, X_4 \rangle, F_1^c = \{X_4 \rightarrow X_1, X_4 \rightarrow X_2, X_4 \rightarrow X_3\}, \\
 R_2^c &= \langle X_1, X_2, X_3 \rangle, F_2^c = \{X_3 \rightarrow X_2, X_3 \rightarrow X_1\}, \\
 R_3^c &= \langle X_1, X_2 \rangle, F_3^c = X_2 \rightarrow X_1, \\
 Q_i^0 &= \langle T, X_i, \bar{P}, \bar{R} \rangle, F_i^0 = \{T \times X_i \rightarrow \bar{P}, T \times X_i \rightarrow \bar{R}\}_i, \\
 Q_i^1 &= \langle T, X_i, I, \bar{V} \rangle, F_i^1 = \{T \times X_i \times I \rightarrow \bar{V}\}_i, \quad i = \overline{1, 4},
 \end{aligned}
 \tag{П.2}$$

где F_i^c, F_i^0, F_i^1 — базовые функциональные зависимости, определенные на отношениях R_i^c, Q_i^0, Q_i^1 , соответственно.

Очевидно, что представленные отношения удовлетворяют требованиям четвертой нормальной формы [Ульман, 1983] и их соединение обладает свойством полноты относительно исходной системы.

Отметим, что представленная схема данных обладает свойством универсальности, поскольку специфика конкретных моделей находит отражение только в составе показателей $\bar{R}, \bar{P}, \bar{V}$ и не влияет на состав отношений и общую структуру информационной компоненты.

Рассмотрим состав социальной компоненты базы знаний. В соответствии с назначением и спецификой рассмотренных выше социальных и демографических моделей, социальная информация должна отвечать следующим требованиям:

социальная информация должна быть представлена в виде описаний отдельных социальных и демографических структур населения, с каждой из которых ассоциируется определенное разбиение населения региона на ряд социальных групп;

в описание разбиения должны входить следующие типы данных — набор дескрипторов, значения которых определяют конкретные социальные группы; множество социально-экономических характеристик, отражающих численность, отдельные аспекты социально-экономического поведения и уровень обеспеченности социальных групп различного вида ресурсами;

состав социально-экономических показателей, входящих в описание конкретных структур, определяется информационными потребностями соответствующих задач моделирования;

описание каждого i -го разбиения включает набор атрибутов $(D_i, P_i, C_i, N_i, R_i)$, где D_i — множество дескрипторов, определяющих социальные группы i -го разбиения; P_i — перечень социально-экономических показателей, характеризующих группы; C_i — наименование матриц миграций, заданных на i -м разбиении; N_i — идентификатор элементов матриц миграций; R_i — интенсивности миграционных потоков.

Пусть V_i — идентификаторы групп, составляющих i -е разбиение; T — множество моментов времени, тогда в соответствии с представленными свойствами состав данных об i -й социальной структуре может быть представлен системой K_i -го вида:

$$K_i = \langle S_i = (V_i, D_i, P_i, T, C_i, N_i = (V_i^+, V_i^-), R_i), F_i \rangle,$$

$$F_i = \{V_i \rightarrow D_i, D_i \rightarrow V_i, T \times D_i \rightarrow P_i, D_i \rightarrow V_i^+,$$

$$D_i \rightarrow V_i^-, T \times C_i \times V_i^+ \times V_i^- \rightarrow R_i\},$$

где S_i — элементы данных, составляющих описание структуры; F_i — множество функциональных зависимостей, определенных на S_i и отражающих понятийные связи между элементами данных (так, $V_i \rightarrow D_i$ сопоставляет каждой группе соответствующие значения дескрипторов D_i , а $T \times D_i \rightarrow P_i$ отражает временную динамику P_i для различных групп из V_i за время T); V_i^+, V_i^- — множество пар из V_i , определяющих элементы матриц миграций.

Проводя нормализацию представленной системы, не сложно показать, что реляционная модель данных о произвольном i -м разбиении включает три отношения K_i^1, K_i^2, K_i^3 , удовлетворяющие требованиям четвертой нормальной формы и имеющие структуру вида:

$$K_i^1 = \langle V_i, D_i \rangle, F_i^1: V_i \rightarrow D_i,$$

$$K_i^2 = \langle V_i, T, P_i \rangle, F_i^2: V_i \times T \rightarrow P_i,$$

$$K_i^3 = \langle C_i, V_i^+, V_i^-, T, R_i \rangle,$$

$$F_i^3: C_i \times V_i^+ \times V_i^- \times T \rightarrow R_i.$$
(II.3)

Отметим, что отношениям из $\{K_i^j\}_j$ может быть дана следующая содержательная интерпретация: отношение K_i^1 представля-

ет состав и правила определения социальных групп i -го разбиения, K_i^2 описывает динамику показателей для отдельных групп, а K_i^3 — интенсивности различных миграционных потоков.

Рассмотрим вопрос о логической схеме описания моделей. В соответствии с представленной последовательностью этапов социально-экономического моделирования административной области информация о каждой модели должна включать следующие элементы:

- данные, идентифицирующие эндогенный показатель модели;
- совокупность описаний экзогенных переменных;
- данные о критериях эффективности и точности модели;
- описание алгоритма преобразования данных, реализуемого

в модели;

множество прогнозных значений, полученных для различных моментов времени.

Сказанное означает, что состав Z архива моделей может быть представлен следующим выражением:

$$Z = \langle M, B, L, O, A, H \rangle, \quad (\text{П.4})$$

где M — множество моделей; B — характеристики эндогенных показателей; L — характеристики экзогенных показателей; O — показатели качества моделей; A — множество алгоритмов преобразования входных переменных; H — набор характеристик, представляющих прогнозные значения эндогенных показателей для различных моментов времени.

Используя выражения (П.2) и (П.3), не трудно видеть, что параметры B и L , представляющие переменные модели, могут быть описаны отношениями структуры $S(B)$ и $S(L)$:

$$S(B) = (V, P, X), \quad (\text{П.5})$$

$$S(L) = (V, P, X, \tau),$$

где X — идентификатор отношения, включающего эндогенный (экзогенный) показатель; P — указатель наименования социально-экономического показателя из отношения, определяемого (П.1); V — идентификатор социальной группы или производственного объекта; τ — временной сдвиг экзогенного показателя относительно момента прогноза.

В соответствии с (П.5) выражение (П.4) может быть представлено следующей системой:

$$\begin{aligned} Z &= \langle Q = \langle M, S(B), S(L), \bar{O}, G, A, T, H \rangle, F_z \rangle, \\ F_z &= \{M \rightarrow S(B), S(B) \times T \rightarrow H, M \times G \rightarrow S(L), \\ &M \rightarrow \bar{O}, M \rightarrow A\}. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где Q — множество элементов данных; F_z — функциональные зависимости, определенные на Q ; M — идентификатор моделей; H — прогнозное значение показателя P из отношения X , пред-

ставляющего объект V ; A — идентификатор алгоритма преобразования входных данных модели.

Нормализуя (П.6), можно показать, что реляционная схема архива моделей включает три отношения, удовлетворяющие требованиям четвертой нормальной формы и имеющие следующую структуру:

$$Z^1 = \langle M, S(B), \bar{O}, A \rangle, F_1 = \{M \rightarrow S(B), M \rightarrow \bar{O}, M \rightarrow A\},$$

$$Z^2 = \langle M, S(L), G \rangle, F_2 = M \times G \rightarrow S(L),$$

$$Z^3 = \langle M, T, H \rangle, F_3 = M \times T \rightarrow H,$$

где Z^i — отношение структуры $\langle \cdot \rangle$; F_i — функциональные зависимости, определенные на элементах из Z^i .

Отметим, что представленным отношениям можно дать следующую содержательную интерпретацию: Z^1 представляет характеристики и оценки моделей, Z^2 содержит описания входных параметров моделей, Z^3 отражает информацию архива прогнозов.

В заключение укажем ряд важных свойств рассмотренных схем данных.

1. Реляционный подход к представлению логических структур данных обеспечивает единую форму описания всех компонент базы знаний.

2. Предложенные схемы данных носят универсальный характер, поскольку специфика конкретных моделей и социально-экономических показателей отражается только в составе реквизитов отдельных отношений и не влияет на общую структуру информационных компонент.

3. Программные средства формирования и ведения базы знаний могут быть реализованы на основе СУБД реляционного типа или близких к ним (например СПЕКТР). Кроме того, предложенная структура базы знаний позволяет описать алгоритмы поиска и выбора информации в терминах трех основных операций [Дрибас, 1982] над экземплярами отношений.

ЛИТЕРАТУРА

- Аганбегян А. Г. Система моделей оптимизации перспективного планирования // Вестн. АН СССР. 1968. Вып. 6. С. 23—40.
- Аганбегян А. Г., Багриновский К. А., Гранберг А. Г. Система моделей народнохозяйственного планирования. М.: Мысль. 1972.
- Анализ и прогнозирование экономики региона. М.: Наука, 1984.
- Андреев Е. М. Продолжительность жизни в СССР: Дифференциальный анализ // Продолжительность жизни: анализ и моделирование. М.: Статистика, 1979. С. 54—67.
- Андрушайтис А. Г. Опыт проведения экотоксикологического эксперимента в Рижском заливе: Техническая методика // Экспериментальная водная токсикология. Рига, 1984. С. 78—88.
- Андрушайтис А. Г., Авенс А. Х., Сейеума З. К. Методика постановки экотоксикологического эксперимента *in situ* // Гидробиол. журн. 1982. Т. 18. С. 76—81.
- Ащенкова Л. Я., Кожова О. М. Прогноз динамики фитопланктона Байкала // Приемы прогнозирования экологических систем. Новосибирск: Наука, 1985. С. 29—56.
- Багров Н. А. О комплексном методе прогнозов // Метеорология и гидрология. 1962. № 4. С. 14—21.
- Багров Н. А. Объединение нескольких прогнозов // Метеорология и гидрология. 1982. № 8. С. 5—12.
- Баркалов Н. Б. Моделирование демографического перехода. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984.
- Басалаева Л. Н. Моделирование демографических процессов и трудовых ресурсов. М.: Наука, 1978.
- Башалханов И. А. Моделирование продукционного процесса степного фитоценоза // Модели природных систем. Новосибирск: Наука, 1978. С. 100—106.
- Белецкий В. И., Виноградов А. И., Зайцев Ю. П., Филипенко В. Е. О возможности использования лабораторных морских экосистем в водной токсикологии // Биол. науки. 1982. № 2. С. 65—70.
- Бихеле З. Н., Молдау Х. А., Росс Ю. К. Математическое моделирование транспирации и фотосинтеза растений при недостатке почвенной влаги. Л.: Гидрометеиздат, 1980.
- Большаков В. Н. Экологическое прогнозирование. М.: Знание, 1983.
- Борисов В. А. Перспективы рождаемости. М.: Статистика, 1975. 174 с.
- Брусиловский П. М. Трехэтапные алгоритмы эволюционного моделирования // Тезисы докладов Всесоюз. семинара «Эволюционное моделирование и обработка данных». М., 1984. С. 32—33.
- Брусиловский П. М. Прогнозирование состояния экологических систем коллективом предикторов // Приемы прогнозирования экологических систем. Новосибирск: Наука, 1985а. С. 23—29.
- Брусиловский П. М. Проблемы моделирования одной реальной системы, обладающей странным поведением // Математическое моделирование в биогеоценологии. Петрозаводск, 1985б. С. 132—134.
- Брусиловский П. М. Коллективы дихотомических предикторов: Теория и применение // Математическое моделирование в проблемах рациональ-

- ного природопользования. Ростов-на-Дону, Новороссийск, 1985в. С. 39—40.
- Брусиловский П. М.** Предиктор-гибрид, оптимальный в среднеквадратичном/Всесоюзная научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. Ч. 2. М.: Радио и связь, 1985. С. 60—61.
- Брусиловский П. М.** Становление математической биологии. М.: Знание, 1985д.— 62 с.
- Брусиловский П. М., Кожова О. М.** Проблемы прогнозирования состояния экосистем // Приемы прогнозирования экологических систем.— Новосибирск: Наука, 1985.— С. 15—23.
- Брусиловский П. М., Герцекович Д. А.** Принцип внешнего дополнения — универсальный принцип обработки данных мониторинговых систем // Геогр. и прир. ресурсы. 1983. № 1. С. 133—139.
- Брусиловский П. М., Кошелев М. М., Фридлянд А. М.** Пакет прикладных программ «Прогнозирование временных рядов коллективным предиктором» // Разработка и внедрение АСУП и АСУ ТП. Иркутск, 1983. С. 51—53.
- Брусиловский П. М., Кошелев М. М., Фридлянд А. М.** Автоматизированная система исследования методов прогнозирования и формирования коллективного прогноза // Применение методов теории информации для повышения эффективности и качества сложных радиоэлектронных систем. Таганрог, 1984. С. 67—68.
- Брусиловский П. М., Насыров Ф. С.** О построении коллективного прогноза случайного события // Преодоление сложности в задачах организации и управления. Уфа, 1983. С. 97—101. (Межвузовский сборник).
- Брусиловский П. М., Насыров Ф. С.** Синтез оптимального коллективного предиктора случайных событий // Автоматика. 1985. № 4. С. 73—76.
- Брусиловский П. М., Насыров Ф. С.** Оптимальный в среднеквадратичном предиктор-гибрид случайного события с требуемой вероятностью ошибки одного рода // Автоматика. 1986. № 5.
- Брусиловский П. М., Розенберг Г. С.** Имитация, самоорганизация и экология. Уфа, 1971. (Препринт/Ин-т биологии Башкирского филиала АН СССР).
- Брусиловский П. М., Розенберг Г. С.** Модельный штурм при исследовании экологических систем // Журнал общей биологии. 1983. Т. XIV, № 2. С. 254—261.
- Будыко М. И.** Климат и жизнь. Л.: Гидрометеоздат, 1971.
- Букатова П. Л.** Эволюционное моделирование и его приложения. М.: Наука, 1979.
- Бульон В. В.** Методика экспериментальной оценки влияния очищенных стоков целлюлозного завода на планктон озера Байкал // Гидрологические исследования самоочищения водоема. Л., 1976. С. 58—67.
- Бураков Д. А.** Кривые добегания и расчет гидрографа весеннего половодья. Томск, 1978.
- Васильева А. Б., Бутузов В. Ф.** Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.
- Взаимодействие природы и хозяйства Байкальского региона.** Новосибирск: Наука, 1981.
- Вини Р., Холден К.** Введение в прикладной эконометрический анализ. М.: Финансы и статистика, 1981.
- Виноградов А. К.** Экотестирование и экологический прогноз последствий загрязнения водной среды // Экспериментальная водная токсикология. Рига, 1984. С. 67—77.
- Власова Т. И.** Камерная модель динамики пресноводных бассейнов // Информационная основа прогноза природных процессов. Новосибирск: Наука, 1980. С. 54—62.
- Вотинцев П. И.** Гидрохимия озера Байкал. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
- Вотинцев К. К., Мещеряков А. И., Поповская Г. И.** Круговорот органического вещества в озере Байкал. Новосибирск: Наука, 1975.
- Гаврилец Ю. Н.** Структура связей и причинные зависимости между переменными // Математика в социологии. М.: Мир, 1977. С. 135—150.
- Галямин Е. П.** Оптимизация оперативного распределения водных ресурсов в орошении. Л.: Гидрометеоздат, 1981.

- Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. М.: ИЛ, 1963.
- Гельфонд Е. С., Корсаков М. П., Пакани Р. В. и др. К методике постановки факторных экспериментов в полиэтиленовых мешках // Биол. науки. 1976. № 1. С. 122—126.
- Герцегович Д. А. Методика построения эмпирических моделей прогноза урожайности сельскохозяйственных культур // Участие молодежи Иркутской области в решении проблем комплексного освоения природных ресурсов и развития производительных сил Сибири: Тезисы к научно-практической конференции. Иркутск, 1980. С. 106—108.
- Герцегович Д. А. Программа синтеза эмпирических моделей по коллективу частных описаний. Иркутск, 1981. (Информационный листок о научно-техническом достижении/ЦНТИ; № 81—20).
- Гильманов Т. Г. Математическое моделирование биогеохимических циклов в травяных экосистемах. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978.
- Гликман Н. Эконометрический анализ региональных систем. М.: Прогресс, 1980.
- Горелик П. А., Френкель А. А. Статистические проблемы экономического прогнозирования // Статистические методы анализа экономической динамики. М.: Наука, 1983.
- Грон Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979.
- Гурман В. И. Вырожденные задачи оптимального управления. М.: Наука, 1977.
- Дрибас П. В. Реляционные модели баз данных. Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1982.
- Дубовицкий А. Я., Милютин А. А. Необходимые условия экстремума в некоторых линейных задачах со смешанными ограничениями. Черноголовка, 1976.
- Дюкалов А. Н. Некоторые задачи прикладной математической экономики. М.: Наука, 1983.
- Емельянов А. С., Кушнерский Ф. П. Моделирование показателей развития экономики союзной республики. М.: Экономика, 1974.
- Еремин И. И., Астафьев П. Н. Введение в теорию линейного и выпуклого программирования. М.: Наука, 1976.
- Ершов Э. Б. Об одном методе объединения частных прогнозов // Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование. М.: Наука, 1973. С. 87—105.
- Жуковский Е. Е. Метеорологическая информация и экономические решения. Л.: Гидрометеозидт, 1981.
- Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы математической физики. М.: Наука, 1973.
- Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. Киев: Наукова думка, 1982.
- Ивахненко А. Г., Степанко В. С. Помехоустойчивость моделирования. Киев: Наукова думка, 1985.
- Ицкович А. А. Анализ линейных экономико-математических моделей. Новосибирск: Наука, 1976.
- Казакевич Г. Д. Опыт разработки и использования нелинейной эконометрической модели народного хозяйства РСФСР/Экономика и мат. методы. 1983. Т. XIX. № 1.— С. 70—79.
- Канторович Л. В. Эконометрический расчет наилучшего использования ресурсов. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
- Кашьян Р. Л., Рао А. Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. М.: Наука, 1983.
- Кваша А. Я. Проблемы экономико-демографического развития СССР. М.: Статистика, 1974.
- Кирпатовский И. П. Справочник для работников нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности. М.: Химия, 1980. 376 с.
- Клименко Е. Д., Мелешенко В. И. Теоретические и методические вопросы региональных предплановых исследований. Л.: Наука, 1981.
- Колек Ю., Шуян П. Эконометрические модели в социалистических странах. М.: Экономика, 1978.
- Кольцов А. С. Эконометрическая модель комплексного прогнозирования

- сводных показателей социально-экономического развития региона. М., 1981 (Препринт/ЦЭМИ АН СССР).
- Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. М.: Наука, 1978.
- Крапивин В. Ф.** О теории живучести сложных систем. М.: Наука, 1978.
- Кришицкий Н. А., Миронов Г. А., Фролов Г. Д.** Автоматизированные информационные системы. М.: Наука, 1982.
- Кузеванова Е. П.** Особенности многолетней динамики фитопланктона и зоопланктона в Южном Байкале: Автореф. дис. ... канд. биол. наук. Иркутск: ИГУ, 1986.
- Логофет Д. О., Свирежев Ю. М.** Концепции устойчивости биологических систем // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Л.: Гидрометеоиздат. 1983. Т. 6. С. 159—171.
- Лукашин Ю. П.** Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. М.: Статистика, 1979.
- Майдуков Г. Л., Каира З. С.** Прогнозирование показателей отрасли с помощью комплексов статистических моделей // Экономика и мат. методы. 1981. Т. XVII, вып. 2. С. 382—386.
- Мартин Д.-Ж. Г.** Влияние металлов на морскую воду // Человек и биосфера. М.: Мир, 1979. С. 115—125.
- Матросов В. М., Головченко В. Б., Носков С. И.** Моделирование развития промышленности административной области // Материалы Всесоюзной конференции «Теория, методология и практика системных исследований». М., 1985.— С. 193—194. (Тезисы докладов).
- Мкртчян Г. М.** Методы оценки эффективности освоения природных ресурсов. Новосибирск: Наука, 1984.
- Модели природных систем.** М.: Наука, 1978.
- Модели управления природными ресурсами.** М.: Наука, 1981.
- Моделирование процессов в природно-экономических системах.** Новосибирск: Наука, 1982.
- Моисеев Н. Н.** Человек, среда, общество. М.: Наука, 1982.
- Палимов В. В.** Анализ оснований экологического прогноза. Паттерн-анализ как ослабленный вариант прогноза // Человек и биосфера. М.: Изд-во Моск. ун-та. 1983. С. 31—47.
- Носков С. И.** Некоторые вопросы построения регрессионных уравнений при экономическом моделировании // Дифференциальные уравнения и численные методы. Новосибирск: Наука, 1986а. С. 263—269.
- Носков С. И.** Некоторые типы преобразований переменных при построении регрессионных зависимостей // Пакеты прикладных программ: Итоги и применение. Новосибирск: Наука, 1986б. С. 96—99.
- Носков С. И., Павлинская Л. П.** Один метод оценивания параметров в регрессионном анализе // Материалы VII Всесоюзной конференции «Проблемы теоретической кибернетики». Иркутск, 1985. (Тезисы докладов).
- Овощеводство в пленочных теплицах в Восточной Сибири.** Иркутск, 1982. (СИФИБР СО АН СССР).
- Оптимальное управление природно-экономическими системами.** М.: Наука, 1980.
- Орлова Т. Т.** Определение экономической эффективности новой техники на основе оптимального планирования // Оптимальные модели орошения. М., 1968. С. 196—208.
- Пакет прикладных программ «Методы анализа временных рядов» (ППП МАВР):** Описание применения. Калинин, 1984. (НПО «Центрпрограмм-систем»).
- Палкин Ю. Ф., Щербатюк А. С., Янькова Л. С., Русакова Л. В.** Влияние углекислотного режима пленочных теплиц в Восточной Сибири на фотосинтез и урожайность огурца // Овощеводство в пленочных теплицах в Восточной Сибири. Иркутск, 1982. С. 87—103. (СИФИБР СО АН СССР).
- Патин С. А.** Влияние загрязнения на биологические ресурсы и продуктивность Мирового океана. М.: Пищ. пром-сть, 1979.
- Планирование и прогнозирование природно-экономических систем.** Новосибирск: Наука, 1984.
- Принципы управления производственными процессами в агроэкосистемах.** М.: Наука, 1976.

- Природа и хозяйство районов первоочередного освоения КАТЭКа.** Новосибирск: Наука, 1983.
- Прогнозирование социально-экономического развития региона:** Вопросы теории и методики. М.: Наука, 1981.
- Пугачев В. Ф.** Оптимизация планирования: Теоретические проблемы. М.: Экономика, 1968.
- Пукас В., Янкаускас В.** Система программ адаптивного прогнозирования временных рядов // Статистические проблемы управления. 1981. Вып. 53. С. 115—128.
- Рациональное использование водных ресурсов бассейна Азовского моря.** М.: Наука, 1981.
- Региональный географический прогноз.** М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. Вып. 2.
- Резников А. П.** Предсказание естественных процессов обучающейся системой: Физические, информационные, методологические аспекты. Новосибирск: Наука, 1982.
- Розенберг Г. С.** Модели в фитоценологии. М.: Наука, 1984.
- Саркисян А. С.** Численный анализ и прогноз морских течений. Л.: Гидрометеиздат, 1977.
- Свирижев Ю. М.** Математическое моделирование биологических сообществ // Число и мысль. М.: Знание, 1977. С. 63—85.
- Семенов Н. А.** Пакет прикладных программ для решения задач идентификации на основе регрессионных методов // Управляющие системы и машины. 1984. № 4. С. 92—95.
- Сиротенко О. Д.** Математическое моделирование водно-теплого режима и продуктивности агроэкосистем. Л.: Гидрометеиздат, 1981.
- Справочник по ценообразованию.**— М.: Экономика, 1985.
- Староверов О. В.** Модели движения населения.— М.: Наука, 1979. 344 с.
- Тер-Крикоров А. М.** Оптимальное управление и математическая экономика. М.: Наука, 1977.
- Тихомиров Н. П.** Статистические методы анализа воспроизводства населения. М.: Финансы и статистика, 1984.
- Тихонов А. Н., Самарский А. А.** Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1972.
- Тооминг Х. Г.** Солнечная радиация и формирование урожая. Л.: Гидрометеиздат, 1977.
- Ульман Дж.** Основы систем баз данных. М.: Финансы и статистика, 1983. 334 с.
- Федоренко Н. П.** О разработке системы оптимального функционирования экономики. М.: Наука, 1968.
- Флейшман Б. С.** Основы системологии. М.: Радио и связь, 1982.
- Форрестер Дж.** Антиинтуитивное поведение сложных систем // Современные проблемы кибернетики. М.: Знание, 1977. С. 9—25.
- Форрестер Дж.** Мировая динамика. М.: Наука, 1978.
- Хаггет П.** География: Синтез современных знаний. М.: Прогресс, 1973.
- Храбров Ю. В.** К вопросу о составлении прогнозов комплексным методом // Тр./ЦИП, 1960. Вып. 89. С. 122—126.
- Хьюбер П.** Робастность в статистике. М.: Мир, 1984.
- Цветова Е. А.** Численная модель динамики и термического режима оз. Байкал // Математические модели циркуляции в океане. Новосибирск: Наука, 1980. С. 256—272.
- Цикритдзе Д., Лоховски Ф.** Модели данных. М.: Финансы и статистика, 1985.
- Шатилов И. С.** Принципы программирования урожайности полевых культур // Биологические основы орошаемого земледелия. М.: Наука, 1974. С. 65—72.
- Шинкин Н. А.** Элементарная популяция тетеревов в юго-восточной части лесостепи Кемеровской области // Проблемы экологии. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1973. Т. 3. С. 229—237.
- Ширяев А. Н.** Вероятность. М.: Наука, 1980.
- Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г.** Линейное программирование: Теория, методы и приложения. М.: Наука, 1969.

- Bates J. M., Granger C. W. J. The Combination of Forecast // *Opl. Res. Q.* 1969. V. 20, N 4. P. 461—468.
- Chen C.-T., Fine R., Millero F. The equation of state of pure water determined from sound speeds // *J. Chem. Phys.* 1977. V. 66, N 5. P. 2142—2144.
- Davies J. M., Gamble J. C., Steele J. H. Preliminary studies with a borge plastic enclosure // *Estuarine research*. New York, 1975. P. 251—264.
- Dikinson J. P. Some Comments on the Combination of Forecasts // *Opl. Res. Q.* 1975. V. 26, N 1. P. 205—210.
- Goldman C. R. A method of studying nutrient limiting factors in situ in water columns isolated by polyethylene films // *Limnol. Oceanogr.* 1962. V. 7. P. 99—101.
- Kremling K., Piure J., von Bröckel K., Wong C. S. Studies of the pathways and effects of cadmium in controlled ecosystem enclosure // *Mar. Biol.* 1978. N 48. P. 1—10.
- Lawrence K. D., Reeves G. R. Consensus Time Series Forecasting // *Lect. Notes Econ. and Math. Syst.* 1981. N 190. P. 199—204.
- Makridakis S., Winkler R. L. Averages of Forecasts: Some empirical Results // *Management Science.* 1983. V. 29, N 9. P. 987—996.
- McAllister C. D. Measurements of primary production in coastal sea water using a large-volume plastic sphere // *Limnol. Oceanogr.* 1961. V. 6. P. 237—257.
- Newbold P., Granger C. W. J. Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts // *J. R. Statist. Soc. A.* 1974. Pt 2, N 137. P. 131—145.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Теоретические предпосылки моделирования природопользования	6
1.1. Концепция ресурсных межотраслевых балансов — основа рационального использования ресурсов (<i>Э. Е. Дроздовский</i>)	—
1.2. О некоторых принципах моделирования рационального использования природных ресурсов в ходе хозяйственного освоения региона (<i>И. А. Башалханов</i>)	17
Глава 2. Модели подсистем регионального комплекса — области	27
2.1. Эконометрическая модель функционирования и развития промышленности административной области (<i>С. И. Носков</i>)	—
2.2. Моделирование и прогнозирование развития народонаселения и социального комплекса области (<i>В. Б. Головченко</i>)	33
2.3. Моделирование экономической эффективности использования техники в сельском хозяйстве (<i>Г. Т. Орлова, Р. И. Григорьева</i>)	41
2.4. Информация в системе моделей ресурсов природно-экономического комплекса Томской области (<i>Н. А. Шинкин</i>)	55
2.5. Система моделей природно-экономического комплекса «Область» как инструмент принятия управленческих решений (<i>В. А. Татарников</i>)	59
Глава 3. Приложения математических методов и моделей в анализе антропогенного воздействия на эколого-экономическую систему	77
3.1. Методика организации экспериментов с элементами экосистемы озера Байкал на основе математической модели антропогенных возмущений (<i>В. И. Гурман, И. В. Буфал, Л. И. Иванова, Ю. Я. Залкинд, Н. Ф. Кашина, А. В. Кулагин, Д. М. Розенраух</i>)	—
3.2. Оптимизация региональной эколого-экономической модели при наличии ограничений на загрязнение и оценка природных ресурсов (<i>В. А. Дыхта, И. П. Багинов</i>)	93
Глава 4. Статистические модели в экологическом прогнозировании	119
4.1. Дихотомические предикторы-гибриды в экологическом прогнозировании (<i>И. М. Брусиловский</i>)	120
4.2. Предсказание макросостояния планктона оз. Байкал коллективом эволюционирующих автоматов (<i>И. М. Брусиловский</i>)	144
4.3. Коллективные решения при формировании прогнозов временных рядов (<i>И. М. Брусиловский, А. М. Фридлянд</i>)	160

Глава 5. Модели функционирования конкретных объектов эколого-экономической системы	172
5.1. Модель динамики древостоя диффузионного типа (С. В. Медвежонков)	173
5.2. Модель развития агрокультуры в регулируемых условиях (Н. А. Башалханов, Ю. Ф. Палкин, А. С. Щербатюк, Л. С. Янькова, Л. В. Русакова, Б. М. Буряков)	178
5.3. Моделирование популяции тетерева (Н. А. Шинкин)	185
5.4. Модель динамики нефтяного загрязнения в пойме р. Оби (Н. В. Аносова)	193
Приложение. Логическая схема базы знаний системы моделирования административной области (Б. Р. Жидиханов)	202
Литература	208

**Павел Михайлович Брусилowski
Владимир Иосифович Гурман
Эдуард Евгеньевич Дроздовский и др.**

**ПРИЛОЖЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ
К АНАЛИЗУ
ЭКОЛОГО-
ЭКОНОМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ**

Утверждено к печати
Восточно-Сибирским филиалом СО АН СССР

Редактор издательства Н. А. Лившиц
Художник Е. Ф. Гришин
Художественный редактор В. И. Шумаков
Технический редактор А. В. Сурганова
Корректоры Н. В. Лисина, Е. В. Тухтарова

ИБ № 34810

Сдано в набор 05.05.87. Подписано к печати 15.12.87. МП-02139. Формат 60×90^{1/16}.
Бумага офсетная. Обыкновенная гарнитура. Высокая печать. Усл. печ. л. 13,5.
Усл. кр.-отт. 13,8. Уч.-изд. л. 14,5. Тираж 2000 экз. Заказ № 802. Цена 2 р. 80 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука», Сибирское отделение,
630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука». 630077, Новосибирск, 77, ул. Станислав-
ского, 25.

2 р. 80 к.

4915



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ