

Г.А.Булкин

**Количественная
оценка
прогнозных
запасов
руд**



5

Г.А.Булкин

Количественная оценка прогнозных запасов руд

4145



МОСКВА "НЕДРА" 1984



Булкин Г.А. Количественная оценка прогнозных запасов руд. — М.: Недра, 1984. — 129 с.

Изложены геохимические основы, принципы и методы прямой количественной оценки прогнозных запасов руд металлических полезных ископаемых. Описаны как известные, так и новые способы оценки на основе статистических моделей распределения запасов месторождений и их связи с суммарными запасами провинций или их кларками, на основе теоретических моделей энергии рудообразования и геохимической миграции, связывающих запасы с физико-химическими параметрами миграции и рудообразования, с содержаниями и минеральным составом руд, со структурной сложностью региона. Дано сравнение способов количественной оценки запасов.

Для геологов и других специалистов, занимающихся прогнозом, поисками и разведкой полезных ископаемых.

Табл. 53, ил. 17, список лит. — 50 назв.

Рецензент — чл.-корр. АН СССР В.Д. Наливкин (ЛГИ)

Григорий Аронович Булкин

**КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА
ПРОГНОЗНЫХ ЗАПАСОВ РУД**

Редактор издательства *Л.М. Старикова*

Обложка художника *А.Е. Чучканова*

Художественный редактор *Е.Л. Юрковская*

Технический редактор *О.А. Колотвина*

Корректор *К.И. Савенкова*

Оператор *Л.Н. Жучкова*

ИБ № 5324

Подписано в печать 31.10.83.

Т-20352.

Формат 60 x 90 1/16.

Бумага офсетная № 2. Набор выполнен на наборно-пишущей машине типа ИБМ "Композер". Гарнитура "Пресс-Роман". Печать офсетная. Усл.печ.л. 8,0. Усл.кр.-отт. 8,25. Уч.-изд.л. 8,6. Тираж 1080 экз. Заказ 889/9156-14. Цена 50 коп.

Ордена "Знак Почета" издательство "Недра", 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19

Московская типография № 9 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва Ж-33, Волочаевская, 40.

Б 1904050000 — 139

043 (01) — 84

свод. пл. подписных изд. 1984 г.

© Издательство "Недра, 1984

Настоящая книга посвящена описанию прямых геохимических способов количественной оценки прогнозных запасов руд металлических полезных ископаемых. Количественная оценка прогнозных запасов в месторождениях земной коры в целом, а также отдельных геологических провинций или регионов — важнейшая проблема прикладной геологии и геохимии. Сейчас, когда стало очевидным, что запасы полезных ископаемых не бесконечны, этот вопрос приобретает особую остроту. Составление пятилетних планов развития народного хозяйства, освоение природных ресурсов, обеспечение сырьевой базой действующих и строящихся предприятий, долгосрочное планирование в геологической отрасли, охрана окружающей среды, оптимальное размещение новых предприятий и даже изменение конъюнктуры мирового рынка — все это приводит к необходимости количественных оценок прогнозных запасов руд в тех или иных масштабах.

В книге приведено систематическое изложение прямых геохимических способов количественной оценки прогнозных запасов в земной коре и ее крупных регионах, дано сравнение различных способов между собой, уточнены значения используемых в них величин, рассмотрены некоторые вопросы геохимической теории как основы прямых способов количественной оценки.

Книга построена таким образом, что эмпирические методы в ней сменяются теоретическими, обобщения фактического материала — разработкой математических и физико-химических моделей, следствия которых значимы для количественной оценки прогнозных запасов. Каждая глава содержит обоснование и описание одного из геохимических способов прогнозирования.

Преимуществом рассматриваемых способов количественного прогнозирования, по мнению автора, являются широкий диапазон действия, не зависящий от региона или вида металлического (а часто и вообще любого) полезного ископаемого, инвариантность, экономическая выгодность по сравнению с прогнозированием по методу аналогий, а также относительная объективность результатов. Основным недостатком является их неизученность при крупномасштабном прогнозировании. Все зависимости — эмпирические и теоретические, на которых основываются излагаемые способы, имеют статистический характер.

Новизна многих положений работы не могла не сказаться на несовершенстве используемой терминологии. Тем не менее книга, впервые систематически излагающая геохимические основы, принципы и способы количественной оценки прогнозных запасов руд, будет полезна специалистам, занимающимся прогнозом металлических полезных и его теоретическими основами.

Улучшению книги содействовали ценные советы и критические замечания чл.-корр. АН СССР В.Д. Наливкина, сделанные при рецензировании рукописи. Работа была просмотрена Г.С. Поротовым, с отдельными ее положениями ознакомились академики Д.С. Коржинский, В.И. Смирнов, В.А. Кузнецов, а также Н.И. Сафронов, Д.В. Рундквист и В.П. Федорчук, замечания которых были учтены авторами при создании книги. При написании главы "Зависимость минеральных ресурсов рудоносных площадей от запасов наибольшего месторождения" были использованы результаты, полученные совместно с И.А. Неженским. В подготовке рукописи к печати большую помощь автору оказала Ю.Н. Адрианова. Всем указанным лицам автор приносит глубокую благодарность.

Возникновение и развитие прямых геохимических способов количественного прогнозирования связано с тремя последними десятилетиями. Среди большого уже числа работ на эту тему следует отметить труды С. Ласки 1950—1951 гг., В. Мак-Келви 1960 г., Н.И. Сафронова 1966—1971 гг., Л.Н. Овчинникова 1971 г.

Вопросам разработки количественного прогнозирования был посвящен Всесоюзный семинар, прошедший в Ленинграде в 1978 г., где были рассмотрены основные методы оценки прогнозных запасов рудных месторождений, а также новые направления и пути совершенствования этих методов. В материалах семинара и созданных на их базе методических указаниях [20, 21] рассматриваются все имеющиеся виды прогнозирования: метод аналогий, основывающийся на интуиции и знаниях экспертов о геологии, взаимосвязях и признаках оруденения; метод поисковых моделей, основывающийся на анализе тенденций изменения показателей в процессе поисков, разведки и добычи полезных ископаемых [историко-статистический (бихейвиористический) метод или метод геолого-экономической экстраполяции].

Особо выделены способы прямого расчета прогнозных запасов, базирующиеся на эмпирически и теоретически установленных связях величины запасов полезного компонента с определенными параметрами вмещающей оруденение среды или самого оруденения. Прямые способы четко отличаются от способов оценки по аналогии (традиционных или математических), обычно хорошо известных и широко применявшихся. Они закономерно вытекают из количественных зависимостей, которые приходят на смену качественным генетическим моделям в геологии. Обращает на себя внимание, что все имеющиеся способы прямого расчета обусловлены геохимическими закономерностями в такой степени, что их следует считать областью прикладной геохимии.

Прямые геохимические способы расчета основываются на эмпирически и теоретически установленных количественных взаимосвязях запасов полезного ископаемого с теми или иными параметрами среды и признаками оруденения. В число их входят способы, разработанные на основе:

— приближенной линейной зависимости мировых, континентальных и провинциальных запасов металлов от их кларков (зависимость впервые установлена В. Мак-Келви в 1960 г.);

— теоретического вывода модели распределения запасов в упорядоченном по их убыванию ранговом ряду месторождений, а также следствий модели, позволяющих по эмпирическим данным о распределениях находить оценки суммарных запасов металлов в земной коре или крупной геологической провинции и возможные запасы еще не открытых месторождений;

— эмпирически установленной зависимости суммарных запасов полезного ископаемого в месторождениях рудной провинции от запасов наибольшего ее месторождения, причем вид зависимости функционально связан с кларком элемента;

— расчета энергии рудообразования по методу Н.И. Сафронова, когда введенный в формулы коэффициент полезного действия (к.п.д.) и сравнение с энергетикой технологических процессов получения металлов позволяют уточнить оценки энергии и связанное с ней распределение запасов руд в зависимости от содержания металла в них;

— модели геохимического цикла, определяющей концентрирующие возможности миграции и их зависимость от свойств химического элемента, а также служащей целям нахождения величин возможных запасов полезного ископаемого в тех или иных геохимических условиях;

— теоретической зависимости между величиной запасов, уровнем концентрации на месторождении, с одной стороны, и структурной сложностью региона или физико-химическими свойствами вещества, с другой.

В разработке прямых геохимических способов количественной оценки прогнозных запасов в настоящее время, как уже говорилось, намечаются два направления — эмпирическое и теоретическое, развивающиеся вначале независимо и дополняющие друг друга. Эмпирическое направление основывается на результатах изучения геологических явлений и процессов, ведущих к концентрации руд, и на изучении признаков, позволяющих оценить величину запасов. Теоретическое направление базируется на математических и физико-химических моделях геохимических процессов и на вытекающих из моделей зависимостях между параметрами процессов и их концентрирующими возможностями. Наиболее ярким примером теоретического подхода является использование закона Больцмана, регулирующего распределение энергий рудообразования, для оценок по ним распределения запасов руд. Этот метод разрабатывался Н.И. Сафроновым начиная с 1966 г. и в настоящее время является не только одним из наиболее обоснованных прямых способов количественной оценки запасов, но и примером плодотворного применения физических законов при решении геологических задач.

Количественное прогнозирование включает в себя последовательное решение следующих задач: 1) выявление и оценка значимости рудоконтролирующих факторов; 2) оценка степени перспективности территорий; 3) количественная оценка минеральных ресурсов рудоносных площадей [21]. Первые две задачи связаны преимущественно с методами аналогии; последняя является итоговой, самой важной и наиболее объективно решаемой методами прямого расчета. Взаимная проверка и сравнение результатов на хорошо изученных территориях ведется с помощью интегральных оценок, получаемых суммированием запасов площадей и месторождений с учетом их типа, усредненных масштабов и вероятного количества, и дифференциальных оценок, учитывающих закономерности размещения месторождений, особенности геологического строения территорий и критерии их прогнозной оценки [20].

Таблица 1

Ориентировочные масштабы применения прямых способов количественного прогнозирования

| Основной принцип построения способа (вид способа) | Масштаб применения способа | | | | |
|---|----------------------------|-----------------|----------------|------------------------|-----------------------|
| | глобальный | континентальный | провинциальный | региональный, районный | локальный (детальный) |
| Зависимость суммарных запасов от кларка | + | + | + | | |
| Закономерности рангового ряда месторождений | + | + | + | | |
| Свойства к.п.д. | + | + | + | + | |
| Зависимость от запасов максимального месторождения | + | | | | + |
| Закономерности распределения энергии рудообразования | + | | | | + |
| Соотношения параметров и характеристик геохимического цикла | + | + | | | |
| Связи с уровнем организации геологического строения региона | | | + | + | |
| Взаимосвязи запасов, концентраций и свойств мигрирующего вещества | | | | | + |

Как известно, увеличение запасов полезного ископаемого возможно либо за счет прямого прироста в известных месторождениях, в новых месторождениях известных и новых районов, что связано с планомерным ведением геологоразведочных работ, новыми их методами и технологией, влияющими на результативность, рост глубин и т.п.; либо за счет изменения кондиций руд и ввода в эксплуатацию малых объектов, что связано с научно-техническим прогрессом, влияющим на добычу, обогащение и выплавку бедных руд, а также на рост числа добываемых из них элементов. В связи с этим прогнозные запасы разделяются на запасы по известным месторождениям, запасы в районах с известными месторождениями и запасы в районах, имеющих соответствующие геологические предпосылки. Кроме того, выделяют так называемые ожидаемые ресурсы без привязки к конкретным объектам, полям или рудным районам. Они подсчитываются по тем или иным относительно крупным геологическим блокам на основании геологических, геофизических или геохимических данных с учетом существующих требований к сырью [20]. Эти ресурсы также названы здесь прогнозными запасами. К ним относится и невыявленная еще часть общих запасов провинции или региона, включающая как предполагаемые, так и теоретически возможные по американской терминологии [4] ресурсы.

Вопрос о масштабности применения количественного прогнозирования пока только начинает разрабатываться. В табл. 1 показаны те группы масштабов, для которых прямые геохимические способы количественной оценки применяются либо есть уверенность, что их применение не будет противоречить области действия соответствующей зависимости. Как видно из таблицы, лучше всего они изучены для масштабов более мелких, чем масштабы провинций. Уточнение масштабов применения каждого способа оставлено на будущее. В книге же основное внимание уделено самим зависимостям, обуславливающим значение способа.

ЗАВИСИМОСТЬ СУММАРНЫХ МИРОВЫХ ЗАПАСОВ МЕТАЛЛОВ В РУДАХ ОТ КЛАРКОВ И МАСС ЭТИХ МЕТАЛЛОВ К ЗЕМНОЙ КОРЕ

Одним из наиболее разработанных направлений количественной оценки перспективных запасов является оценка на основе эмпирически установленной зависимости запасов от кларка соответствующего элемента. Впервые эта зависимость была описана В. Мак-Келви, позднее она была детально изучена Л.Н. Овчинниковым [27]. Последний на примере нескольких десятков металлов, а также бора, серы, фосфора и фтора (табл. 2) показал, что между кларком химического элемента и его суммарными мировыми запасами в рудах месторождений существует прямая связь вида

$$Q = k' c_0, \quad (1)$$

где c_0 — среднее содержание элемента в земной коре; k' — коэффициент пропорциональности. По Л.Н. Овчинникову, значения k' для указанных элементов для континентальных глубин порядка 1,5–2 км равны (в т): $k' = (3,2 \pm 1,08) \cdot 10^{10}$.

Распределение значений k' подчинено нормальному закону при стандартном отклонении $3,07 \cdot 10^{10}$. Для глубин порядка 5–6 км этот коэффициент предположительно равен (в т): $k' \approx 1 \cdot 10^{11}$. Наличие столь определенной прямой связи мировых запасов металла в рудах от его кларка позволяет получить оценки предполагаемых суммарных его запасов до глубин 2 или 6 км (рис. 1). В тех случаях, когда известные сейчас запасы значительно меньше, чем по оценке на основе среднего значения k' , можно ожидать их соответствующего прироста в будущем.

Среднее значение k' , полученное Л.Н. Овчинниковым, не является окончательным. По расчетам Р. Эриксона оно равно $2,45 \cdot 10^{11}$ т, Г.И. Менакера — $6,7 \cdot 10^{12}$ т, Н.В. Никитина — $2 \cdot 10^{11}$ т [20, 26]. Дополнительно установлено, что зависимость (1) менее проявлена для сидерофильных и части халькофильных элементов, чем для литофильных [27, 12], и, по-видимому, лучше действует в условиях континентальных блоков планеты, чем в акваториях океанов и морей, где более существенно влияние мантийных процессов [21].

Анализируя закономерности распределения средних содержаний химических элементов и их концентраций в месторождениях различных полезных ископаемых, Е.М. Квятковский и Г.Ф. Новиков [15] установили, что их запасы в средних по масштабам месторождениях $Q_{cp} = 10^8 \cdot c_0$, а среднее содержание полезного компонента в рядовых месторождениях $c_{cp} = 10 \sqrt{c_0}$, где c_0 — кларк соответствующего элемента.

Таблица 2

Соотношения между средними содержаниями металлов в земной коре, их запасами и минимальными промышленными содержаниями в рудных месторождениях [27]

| Химический элемент | Среднее содержание в земной коре c_0 , % | Мировые запасы элемента в месторождениях Q , млн. т | Коэффициент пропорциональности k^1 , 10^{10} т | Минимальные промышленные содержания, % | Кларк концентрации c^1 |
|--------------------|--|---|--|--|--------------------------|
| Железо | 4,65 | $3,75 \cdot 10^5$ | 8,0 | 22,0 | 5 |
| Марганец | 0,1 | $7,52 \cdot 10^3$ | 7,5 | 5,0 | 50 |
| Хром | $8,3 \cdot 10^{-3}$ | 445,5 | 5,4 | 7,0 | 843 |
| Никель | $5,8 \cdot 10^{-3}$ | 54,4 | 0,9 | 0,1 | 17 |
| Кобальт | $1,8 \cdot 10^{-3}$ | 3,24 | 0,2 | 0,02 | 11 |
| Вольфрам | $1,3 \cdot 10^{-4}$ | 1,36 | 1,0 | 0,06 | 444 |
| Молибден | $1,1 \cdot 10^{-4}$ | 5,46 | 5,0 | 0,005 | 46 |
| Алюминий | 8,05 | $8,14 \cdot 10^5$ | 0,1 | 17,0 | 2 |
| Медь | $4,7 \cdot 10^{-3}$ | 342 | 7,2 | 0,2 | 43 |
| Свинец | $1,6 \cdot 10^{-3}$ | 107 | 7,0 | 0,3 | 188 |
| Цинк | $8,3 \cdot 10^{-3}$ | 201 | 2,4 | 0,7 | 84 |
| Олово | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 17 | 6,8 | 0,1 | 400 |
| Сурьма | $5 \cdot 10^{-5}$ | 2,1 | 4,0 | 0,2 | 4000 |
| Ртуть | $8,3 \cdot 10^{-6}$ | 0,8 | 9,6 | 0,05 | 6024 |
| Калий | 2,5 | $5,5 \cdot 10^4$ | 2,2 | 2,5 | 1 |
| Фосфор | $9,3 \cdot 10^{-2}$ | $6,7 \cdot 10^3$ | 7,2 | 1,3 | 14 |
| Сера | $3,7 \cdot 10^{-2}$ | $2,0 \cdot 10^3$ | 5,4 | 7,0 | 189 |
| Барий | $6,5 \cdot 10^{-2}$ | 111 | 0,2 | 5,9 | 91 |
| Фтор | $6,6 \cdot 10^{-2}$ | 112,6 | 0,2 | 6,9 | 105 |
| Титан | 0,45 | 486 | 0,1 | 7,0 | 16 |
| Бор | $1,2 \cdot 10^{-3}$ | 54 | 4,5 | 0,16 | 133 |
| Золото | $4,3 \cdot 10^{-7}$ | 0,135 | 31,4 | $1,10^{-4}$ | 285 |
| Бериллий | $3,8 \cdot 10^{-4}$ | 0,243 | 0,06 | 0,007 | 18 |
| Литий | $3,2 \cdot 10^{-3}$ | 8,25 | 0,3 | 0,33 | 103 |
| Ниобий | $2,0 \cdot 10^{-3}$ | 18 | 0,9 | 0,14 | 70 |
| Тантал | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 0,52 | 0,2 | $6,5 \cdot 10^{-3}$ | 32 |
| Цирконий | $1,7 \cdot 10^{-2}$ | 36,9 | 0,2 | 2,0 | 118 |
| Уран | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 2,65 | 1,1 | 0,02 | 80 |
| Платина | $5 \cdot 10^{-7}$ | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,2 | $2 \cdot 10^{-4}$ | 400 |
| Палладий | $1,3 \cdot 10^{-6}$ | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,06 | $2 \cdot 10^{-4}$ | 154 |
| Рений | $7 \cdot 10^{-8}$ | $14 \cdot 10^{-4}$ | 2,0 | $5 \cdot 10^{-5}$ | 714 |
| Торий | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | 1,12 | 0,09 | 0,09 | 69 |
| Цезий | $3,7 \cdot 10^{-4}$ | 0,23 | 0,06 | 0,01 | 270 |
| Серебро | $7 \cdot 10^{-6}$ | 0,46 | 6,6 | $1,6 \cdot 10^{-2}$ | 228 |
| Ванадий | $9 \cdot 10^{-3}$ | 22,3 | 0,25 | 0,7 | 77 |
| Висмут | $9 \cdot 10^{-7}$ | 0,025 | 2,8 | 0,001 | 1100 |

Примечание. Среднее по графе 4 для 31 металла $[(3,2 \mp 1,08) \mp 6,13] \cdot 10^{-10}$. Среднее по графе 6 для 30 металлов $(164 \mp 16,3) \pm 79$.

Если учесть, что кларк элемента $c_0 = m/M$, где m — его масса в земной коре, M — масса земной коры, то из (1) легко получить, что

$$Q = k' m/M.$$

(2)

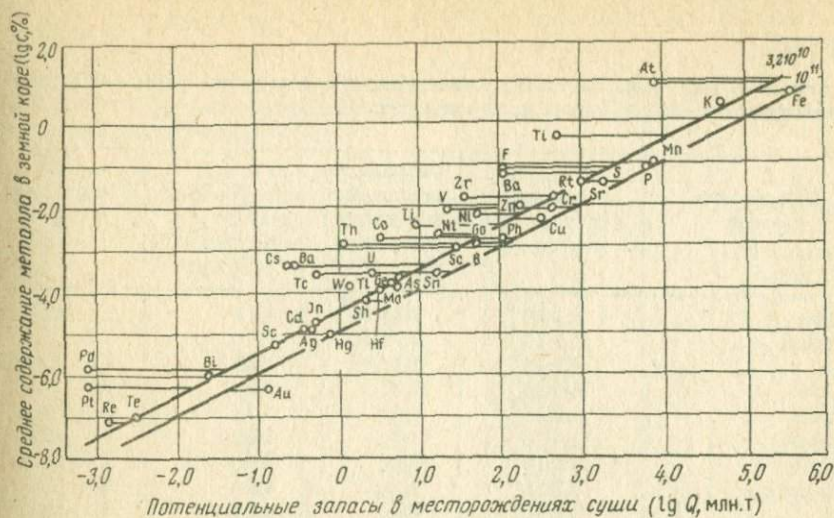


Рис. 1. Соотношение между средним содержанием металла в земной коре и его запасами в месторождениях суши. По Л.Н. Овчинникову.

1 – суммарные запасы металлов по линии $3,2 \cdot 10^{10}$; 2 – потенциальные запасы до глубин 5–6 км

Здесь k'/M – величина, в такой же мере постоянная, как и само k' . Поэтому запасы руд некоторого металла пропорциональны его общей массе в земной коре, что полностью вытекает из работ В. Мак-Келви и Л.Н. Овчинникова. Из них же следует величина k'/M – коэффициента пропорциональности (2). Действительно, приняв во внимание, что средняя мощность земной коры равна 40 км, масса 1 км^3 в среднем равна 2,79 млрд.т, а площадь континентов 149 млн. км^2 , получим $M \approx 1,66 \cdot 10^{19}$ т. Для глубины в 2 км $M = 8,3 \cdot 10^{17}$ т. Тогда из оценки $k' = 3,2 \cdot 10^{10}$ Овчинникова найдем, что $k'/M = 3,2 \cdot 10^{10}/8,3 \cdot 10^{17} = 3,85 \cdot 10^{-8}$.

Этот результат интересно сравнить с данными В.В. Иванова и Р.В. Панфилова [10], которые изучали зависимость суммарных запасов металлов от их масс в земной коре на основе эмпирических материалов (табл. 3). Согласно этим исследователям для большинства элементов k'/M равно в среднем $2,8 \cdot 10^{-7}$ при колебаниях в интервале $(0,3-7,6) \cdot 10^{-7}$. Эти колебания, как считают упомянутые авторы, связаны с недостаточной полнотой и достоверностью определения запасов, недостаточной точностью кларков, а также с различием геохимической специализации элементов. Тем не менее между значениями Q и m имеется значимая корреляционная связь при коэффициенте $r = +0,56$ для земной коры в целом и при коэффициентах от +0,48 до +0,66 – для материков и от +0,62 до +0,69 для пяти крупных регионов (Восточное Забайкалье, Кавказ, Дальний Восток, Казахстан, Средняя Азия).

Оценка k'/M , полученная В.В. Ивановым и Р.В. Панфиловым, выше величины, следующей из коэффициента k' Овчинникова, хотя сама величина и попадает в указанный ими интервал колебаний. Расхождение объясняется недостаточной определенностью исходных данных и вероят-

Таблица 3

Соотношение между массой элемента в земной коре и запасами, сконцентрированными в рудных месторождениях [10]

| Химический элемент | Масса элемента в земной коре m , млн. т | Мировые запасы элемента в месторождениях Q , млн. т | Коэффициент в 10^* ($\eta = k' / M$) | Коэффициент $k'' = \eta / \bar{\eta}^*$ |
|--------------------|---|---|--|---|
| Железо | $5,1 \cdot 10^{11}$ | $2,43 \cdot 10^5$ | 4,7 | 1,7 |
| Марганец | $1,1 \cdot 10^{10}$ | $3,75 \cdot 10^3$ | 3,4 | 1,2 |
| Хром | $9,1 \cdot 10^8$ | $1,7 \cdot 10^3$ | 18,4 | 6,6 |
| Никель | $6,4 \cdot 10^8$ | 95,7 | 1,5 | 0,5 |
| Кобальт | $2,0 \cdot 10^8$ | 4,1 | 0,2 | 0,1 |
| Вольфрам | $1,4 \cdot 10^7$ | 1,4 | 1,0 | 0,4 |
| Молибден | $1,2 \cdot 10^7$ | 8,4 | 7,0 | 2,5 |
| Алюминий | $8,9 \cdot 10^{11}$ | $1,8 \cdot 10^4$ | 0,2 | 0,1 |
| Медь | $5,2 \cdot 10^8$ | 465 | 8,9 | 3,2 |
| Свинец | $1,8 \cdot 10^8$ | 135 | 7,5 | 2,7 |
| Цинк | $9,1 \cdot 10^8$ | 214 | 2,4 | 0,9 |
| Олово | $2,8 \cdot 10^7$ | 6,76 | 2,4 | 0,9 |
| Сурьма | $5,5 \cdot 10^6$ | 1,63 | 3,0 | 1,0 |
| Ртуть | $9,1 \cdot 10^5$ | 0,442 | 4,9 | 1,8 |
| Калий | $2,8 \cdot 10^{11}$ | $5,6 \cdot 10^4$ | 2,0 | 0,7 |
| Сера | $4,0 \cdot 10^9$ | $2,7 \cdot 10^3$ | 6,8 | 2,4 |
| Барий | $7,2 \cdot 10^9$ | 172 | 0,2 | 0,1 |
| Фтор | $7,3 \cdot 10^9$ | 182 | 0,2 | 0,1 |
| Титан | $5,0 \cdot 10^{10}$ | 634 | 0,1 | 0,04 |
| Бор | $1,3 \cdot 10^8$ | 54 | 4,2 | 1,5 |
| Золото | $4,7 \cdot 10^4$ | 0,036 | 7,6 | 2,7 |
| Бериллий | $4,2 \cdot 10^7$ | 1,178 | 0,3 | 0,1 |
| Литий | $3,5 \cdot 10^8$ | 28,5 | 0,8 | 0,3 |
| Ниобий | $2,2 \cdot 10^8$ | 16,1 | 0,7 | 0,2 |
| Тантал | $2,8 \cdot 10^7$ | 0,52 | 0,2 | 0,1 |
| Цирконий | $1,9 \cdot 10^9$ | 36,9 | 0,2 | 0,7 |
| Уран | $2,8 \cdot 10^7$ | 8,9 | 3,2 | 1,1 |
| Платина | $5,5 \cdot 10^4$ | 0,009 | 1,6 | 0,6 |
| Палладий | $1,4 \cdot 10^5$ | 0,004 | 0,3 | 0,1 |
| Рений | $7,7 \cdot 10^3$ | 0,0014 | 1,8 | 0,6 |
| Торий | $1,4 \cdot 10^8$ | 1,12 | 0,1 | 0,04 |
| Цезий | $4,1 \cdot 10^7$ | 0,5 | 0,1 | 0,04 |
| Серебро | $7,7 \cdot 10^5$ | 0,13 | 1,7 | 0,6 |
| Ванадий | $9,9 \cdot 10^8$ | 25,5 | 0,3 | 0,1 |
| Висмут | $1,1 \cdot 10^6$ | 0,084 | 0,8 | 0,3 |
| Стронций | $3,7 \cdot 10^8$ | 8,0 | 0,2 | 0,1 |

* $\bar{\eta}$ — среднее значение коэффициента η .

ным различием частных ограничений и допущений, принятых авторами при соответствующих расчетах.

В методических рекомендациях [21] коэффициенту k'/M дано название коэффициента рудного фракционирования (КРФ), который характеризуется как произведение двух эмпирически устанавливаемых

Таблица 4

Зависимость отношений мировых запасов металлов в месторождениях суши к их средним содержаниям от физических свойств атомов [11]

| Металл | Коэффициент пропорциональности $k', 10^{10}$ т | Электроотрицательность, ϵ | Ионная плотность, и | э/и | Геохимическая классификация элементов |
|----------|--|------------------------------------|---------------------|-------|---------------------------------------|
| Железо | 8 | 185 | 26 | 7,14 | Сидерофильный |
| Никель | 0,9 | 210 | 34,6 | 6,08 | —" |
| Кобальт | 0,2 | 195 | 29,7 | 6,56 | —" |
| Молибден | 5 | 235 | 73 | 322 | —" |
| Платина | 0,2 | 215 | 178 | 1,21 | —" |
| Палладий | 0,06 | 225 | 97,5 | 2,30 | —" |
| Торий | 0,09 | 165 | 44,1 | 3,74 | Литофильный |
| Марганец | 7,5 | 180 | 17,5 | 10,3 | —" |
| Хром | 5,4 | 250 | 22,4 | 11,15 | —" |
| Вольфрам | 1,0 | 200 | 140 | 1,45 | —" |
| Алюминий | 0,1 | 220 | 34,8 | 6,32 | —" |
| Титан | 0,1 | 155 | 24,1 | 6,45 | —" |
| Бериллий | 0,06 | 210 | 54,8 | 3,83 | —" |
| Ниобий | 0,9 | 220 | 74 | 2,98 | —" |
| Тантал | 0,2 | 190 | 150,7 | 1,26 | —" |
| Цирконий | 0,2 | 195 | 39,6 | 4,93 | —" |
| Уран | 1,1 | 180 | 50,8 | 3,55 | —" |
| Ванадий | 0,25 | 165 | 32,7 | 5,05 | —" |
| Медь | 7,2 | 180 | 16,1 | 11,2 | Халькофильный |
| Свинец | 7 | 175 | 24,8 | 7,05 | —" |
| Цинк | 2,4 | 205 | 27,3 | 7,50 | —" |
| Олово | 6,8 | 170 | 26,7 | 6,36 | —" |
| Сурьма | 4 | 190 | 2,91 | 6,53 | —" |
| Ртуть | 9,6 | 240 | 14,7 | 16,3 | —" |
| Золото | 31,4 | 210 | 18,3 | 11,4 | —" |
| Серебро | 6,6 | 175 | 17,9 | 9,79 | —" |
| Висмут | 2,8 | 195 | 28,8 | 6,77 | —" |

Примечание. Электроотрицательность и ионная плотность взяты при минимальных валентностях.

величин — вероятности σ_1 встречи содержаний выше порога, соответствующего величине кондиции, и вероятности σ_2 встречи массы при рудных содержаниях. Таким образом, $k'/M = \sigma_1 \sigma_2$. Согласно упомянутым авторам, для элементов, кларк которых равен десятитысячным процента (олово, молибден, вольфрам) в специализированных геохимических провинциях, КРФ составляет 0,1–0,01 % и на три-четыре порядка выше, чем в земной коре в целом. Само соотношение (2), следовательно, распространяется и на подобные провинции.

Пропорциональность общей массы перемещенного металла предполагается и в региональных гидротермально-метасоматических процес-

Таблица 5

Оценки суммарных мировых запасов и запасов наиболее крупных месторождений по уравнению (5)

| Металл | Масса в земной коре, [10], т | Суммарные запасы Q_M в месторождениях суши [10], т | Запасы в наиболее крупном месторождении мира [28], т | Суммарные запасы $Q_{ур}$ по (5), т | Возможный прирост запасов $Q_{ур} - Q_M > 0$, т | Запасы на наибольшем месторождении $q_{ур, max}$ по (5), т |
|----------|------------------------------|--|--|-------------------------------------|--|--|
| Железо | $5 \cdot 10^{17}$ | $2,43 \cdot 10^{11}$ | $1 \cdot 10^{11}$ | $4,28 \cdot 10^{10}$ | — | $1 \cdot 10^{11}$ |
| Марганец | $1,1 \cdot 10^{16}$ | $3,75 \cdot 10^9$ | $2,4 \cdot 10^9$ | $7,82 \cdot 10^9$ | $4,07 \cdot 10^9$ | — |
| Алюминий | $8,9 \cdot 10^{17}$ | $1,8 \cdot 10^9$ | $1,3 \cdot 10^9$ | $4,45 \cdot 10^9$ | $2,65 \cdot 10^9$ | — |
| Хром | $9,1 \cdot 10^{16}$ | $1,7 \cdot 10^9$ | $9,2 \cdot 10^8$ | $3,22 \cdot 10^9$ | $1,55 \cdot 10^9$ | — |
| Титан | $5 \cdot 10^{16}$ | $6,34 \cdot 10^8$ | $1,6 \cdot 10^8$ | $6,38 \cdot 10^8$ | $0,04 \cdot 10^8$ | — |
| Свинец | $1,8 \cdot 10^{14}$ | $1,35 \cdot 10^8$ | $1 \cdot 10^8$ | $4,13 \cdot 10^8$ | $2,88 \cdot 10^8$ | — |
| Медь | $5,2 \cdot 10^{14}$ | $4,65 \cdot 10^8$ | $3,3 \cdot 10^7$ | $1,48 \cdot 10^8$ | — | $1,12 \cdot 10^8$ |
| Цинк | $9,1 \cdot 10^{14}$ | $2,18 \cdot 10^8$ | $1,8 \cdot 10^7$ | $8,49 \cdot 10^7$ | — | $4,85 \cdot 10^7$ |
| Никель | $6,4 \cdot 10^{14}$ | $9,6 \cdot 10^7$ | $1,5 \cdot 10^7$ | $7,19 \cdot 10^7$ | — | $2,04 \cdot 10^7$ |
| Ванадий | $9,9 \cdot 10^{14}$ | $2,6 \cdot 10^7$ | $4 \cdot 10^6$ | $2,1 \cdot 10^7$ | — | $4,96 \cdot 10^6$ |
| Олово | $2,8 \cdot 10^{13}$ | $6,8 \cdot 10^6$ | $2 \cdot 10^6$ | $1,11 \cdot 10^7$ | $4,31 \cdot 10^6$ | — |
| Молибден | $1,2 \cdot 10^{13}$ | $8,4 \cdot 10^6$ | $1 \cdot 10^6$ | $5,86 \cdot 10^6$ | — | $1,46 \cdot 10^6$ |
| Ртуть | $9,1 \cdot 10^{11}$ | $4,4 \cdot 10^6$ | $7 \cdot 10^5$ | $4,2 \cdot 10^6$ | — | $7,23 \cdot 10^5$ |
| Кобальт | $2 \cdot 10^{14}$ | $4,1 \cdot 10^6$ | $3,3 \cdot 10^5$ | $2,1 \cdot 10^6$ | — | $6,78 \cdot 10^5$ |
| Вольфрам | $1,4 \cdot 10^{13}$ | $1,4 \cdot 10^6$ | $2,5 \cdot 10^5$ | $1,62 \cdot 10^6$ | $0,22 \cdot 10^6$ | — |
| Золото | $4,7 \cdot 10^{10}$ | $3,6 \cdot 10^4$ | $7 \cdot 10^3$ | $5,96 \cdot 10^4$ | $2,36 \cdot 10^4$ | — |
| Серебро | $7,7 \cdot 10^{11}$ | $1,3 \cdot 10^5$ | $6 \cdot 10^3$ | $5,14 \cdot 10^4$ | — | $1,64 \cdot 10^4$ |

сах, ведущих к рудообразованию ([21], с. 34). Но здесь КРФ недостаточно обоснованно принимается равным отношению содержаний металла в рудовмещающей зоне метасоматических изменений к кондиционным концентрациям.

Каковы бы ни были значения коэффициентов k' и k'/M для отдельных элементов, очевидно, что эти значения зависят от физико-химических свойств атомов. Это подтверждается анализом частных значений k' , сделанным А.Д. Канищевым [11], показавшим, что они удовлетворительно коррелируются ($r = +0,58$) с отношением электроотрицательности к ионной плотности (табл. 4). Особенно сильна эта корреляция для 17 металлов. Таким образом, по А.Д. Канищеву, $k' = k'' \varepsilon / i$, где k'' — коэффициент пропорциональности, ε — электроотрицательность, i — ионная плотность. Следовательно, выражение (1) приобретает вид: $Q = k'' \varepsilon c_0 / i$.

В дополнение к изложенному нами проведен расчет по данным табл. 2 и 3 уравнений регрессии, связывающих суммарные мировые запасы металла в месторождениях суши с его общей массой в земной коре или кларком. В логарифмическом выражении эти уравнения равны:

$$\left. \begin{aligned} \ln Q &= 0,564 \ln m - 1,07; \\ \ln Q &= 0,564 \ln c_0 + 23,66. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Существование подобных эмпирически установленных зависимостей

Таблица 6

Расчет коэффициента корреляции и уравнения регрессии между запасами
наибольшего месторождения металла и его общей массой в земной коре

| Металл | Запасы наибольшего месторождения q_{\max} , т [28] | Общая масса металла в земной коре, т [10] | $\ln q_{\max}$ | $\ln m$ | $(\ln q_{\max})^2$ | $(\ln m)^2$ | $\ln q_{\max} \ln m$ |
|----------|--|---|----------------|---------|--------------------|-------------|----------------------|
| Железо | $1 \cdot 10^{11}$ | $5 \cdot 10^{17}$ | 25,32 | 40,74 | 641,10 | 1659,75 | 1031,54 |
| Марганец | $2,4 \cdot 10^9$ | $1,1 \cdot 10^{16}$ | 21,59 | 36,91 | 466,13 | 1362,35 | 796,89 |
| Алюминий | $1,3 \cdot 10^9$ | $8,9 \cdot 10^{17}$ | 20,98 | 41,30 | 440,16 | 1705,69 | 866,47 |
| Хром | $9,2 \cdot 10^8$ | $9,1 \cdot 10^{16}$ | 20,63 | 39,02 | 425,60 | 1522,56 | 804,98 |
| Титан | $1,6 \cdot 10^8$ | $5 \cdot 10^{16}$ | 18,88 | 38,42 | 356,45 | 1476,10 | 725,37 |
| Свинец | $1 \cdot 10^8$ | $1,8 \cdot 10^{14}$ | 18,41 | 32,80 | 338,43 | 1075,84 | 603,85 |
| Медь | $3,3 \cdot 10^7$ | $5,2 \cdot 10^{14}$ | 17,30 | 33,86 | 299,29 | 1146,50 | 585,78 |
| Цинк | $1,8 \cdot 10^7$ | $9,1 \cdot 10^{14}$ | 16,70 | 34,42 | 278,89 | 1184,74 | 574,81 |
| Никель | $1,5 \cdot 10^7$ | $6,4 \cdot 10^{14}$ | 16,52 | 34,07 | 272,91 | 1160,76 | 562,84 |
| Ванадий | $4 \cdot 10^6$ | $9,9 \cdot 10^{14}$ | 15,19 | 34,50 | 230,74 | 1190,25 | 524,06 |
| Олово | $2 \cdot 10^6$ | $2,8 \cdot 10^{13}$ | 14,50 | 30,94 | 210,25 | 957,28 | 448,63 |
| Молибден | $1 \cdot 10^6$ | $1,2 \cdot 10^{13}$ | 13,81 | 30,09 | 190,72 | 905,41 | 415,54 |
| Ртуть | $7 \cdot 10^5$ | $9,1 \cdot 10^{11}$ | 13,45 | 27,51 | 180,80 | 756,80 | 370,01 |
| Кобальт | $3,3 \cdot 10^5$ | $2 \cdot 10^{14}$ | 12,70 | 32,90 | 161,29 | 1082,41 | 417,83 |
| Вольфрам | $2,5 \cdot 10^5$ | $1,4 \cdot 10^{13}$ | 12,42 | 30,24 | 154,26 | 914,46 | 375,58 |
| Золото | $7 \cdot 10^3$ | $4,7 \cdot 10^{10}$ | 8,85 | 24,55 | 78,32 | 602,70 | 217,27 |
| Серебро | $6 \cdot 10^3$ | $7,7 \cdot 10^{11}$ | 8,69 | 27,34 | 75,52 | 747,48 | 237,58 |
| | | Σ | 275,94 | 569,45 | 4800,96 | 19451,08 | 9559,03 |
| | | Σ/n | 16,23 | 33,50 | 282,41 | 1144,18 | 562,30 |

$$M^2_{\ln q_{\max}} = 4800,96 - 275 \cdot 94^2/17 = 322; \ln q_{\max} - 16,23 = \beta_{\ln q / \ln m} (\ln m - 33,5).$$

$$M^2_{\ln m} = 19451,08 - 569,45^2/17 = 376; \beta_{\ln q / \ln m} = 316/376 = 0,84.$$

$$M^2_{\ln q \cdot \ln m} = 9559,03 - 275,94 \cdot 569,45/17 = 316; \ln q_{\max} = 0,84 \ln m - 11,94.$$

$$r = 316 / \sqrt{322 \cdot 376} = 0,91.$$

позволяет полагать, что и математическое ожидание запасов отдельного месторождения и запасы q_{\max} наибольшего месторождения каждого металла также определяются его кларком или общей массой в земной коре. Для проверки данного предположения использовался корреляционный анализ двух видов пометалльных оценок (q_{\max} и m), заимствованных из книги В.А. Перваго [28] и упомянутой статьи В.В. Иванова и Р.В. Панфилова (табл. 5). Коэффициент корреляции оказался равным +0,91 при уровне значимости 0,01. Высокое значение коэффициента позволило рассчитать соответствующие уравнения регрессии:

$$\left. \begin{aligned} \ln q_{\max} &= 0,84 \ln m - 11,94; \\ \ln q_{\max} &= 0,84 \ln c_0 + 24,84. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Поскольку регрессионный анализ неоднократно применяется ниже, схема образующих его расчетов показана в табл. 6.

Статистические связи (3) и (4) позволяют в свою очередь предполагать, что суммарные запасы металла в рудах месторождений суши и запасы наибольшего его месторождения также взаимосвязаны. Действительно, корреляция величин, приведенных в табл. 4, дала коэффициент линейной связи $r = +0,98$ при уровне его значимости 0,01, т.е. почти функциональную зависимость. Полученное затем уравнение регрессии

$$\ln Q = 0,925 \ln q_{\max} + 2,81 \quad (5)$$

вполне эту связь охарактеризовало. Поскольку оно найдено эмпирически для 17 металлов по данным об известных мировых запасах, с одной стороны, и запасах наибольших месторождений, с другой, то уравнение (5) относится к современному уровню кондиций, изученности и разведанности. Вполне понятно, когда оценки мировых запасов выше расчетных, но допустимо, если эти оценки для некоторых металлов отстают от уже известных запасов, объяснение заключается в том, что наибольшие по запасам месторождения этих металлов еще неизвестны. Поскольку последнее всегда возможно, то оценки суммарных запасов, сделанные по уравнению (5), могут быть преуменьшены; но никак не преувеличены.

Таким образом, благодаря уравнению (5) решаются два типа задач: 1) по величине запасов наибольшего месторождения находится количественная оценка суммарных запасов металла в месторождениях суши, а по разнице этой оценки с уже известными запасами — оценка возможного прироста (т.е. прогнозные запасы); 2) по известным суммарным запасам металла находится оценка запасов наибольшего месторождения, в ряде случаев полностью или частично нам неизвестного. Результаты решений обоих типов задач приведены в табл. 5, где указаны оценки суммарных мировых запасов и возможные перспективы их прироста, если оценки выше, или запасы наибольшего месторождения, если оценки ниже уже известных мировых запасов. Например, для золота оценки перспектив мировых запасов достигают 23,6 тыс. т; максимальное по запасам месторождение меди должно иметь около 112 млн. т металла.

Таким образом, можно считать установленным, что суммарные миро-

4145

вые запасы элемента в рудах его месторождений положительно связаны с его средним содержанием или массой в земной коре. Указанные геохимические параметры также определяют, судя по имеющемуся опыту, суммарные запасы в пределах континентов, крупных провинций и регионов, а также запасы наибольшего месторождения, что позволяет конкретные уравнения связи (1) — (5) при необходимости использовать для количественной прогнозной оценки запасов в соответствующем масштабе.

Дополнительно следует отметить два существенных момента, имеющих значение для дальнейшего изложения. Относительно небольшой разброс коэффициентов пропорциональности в уравнениях (1) — (2) и высокая корреляционная связь между величинами, входящими в уравнения (3) — (4), позволяют понять, что процессы концентрации, приведшие к образованию руд, сходны для всех химических элементов, и, определяясь массой последних в земной коре, вызываются ее геохимической миграцией. Далее уравнение (5) позволяет видеть, что характер зависимости суммарных запасов от запасов наибольшего месторождения, а следовательно, и распределение в ряду месторождений, упорядоченном по убыванию запасов, для всех элементов одинаковы.

ГЛАВА 2

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПО ЗАПАСАМ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

Использование статистических моделей в геологии и особенно в геохимии имеет хорошо известную историю. Наибольшее внимание в ней уделено нормальному или приводящимся к нормальному распределению. В ряде случаев, однако, их применение принципиально невозможно. Например, на рис. 2 представлены кривые содержания ртути в трех горизонтах месторождения Большой Шаян в Закарпатье. Они характеризуются крайней асимметрией за счет относительного увеличения числа проб с низкими содержаниями в начале и высокими — в "хвосте". Формальная несводимость подобных распределений к нормальному связана с обращением в бесконечность их моментов (включая дисперсию, конечность которой по центральной предельной теореме является условием сводимости).

Интерес к указанному типу распределений в геологии объясняется следующим. Во-первых, эти кривые, отражая крайний вид асимметричных распределений, позволяют понять природу широко распространенной логнормальности. Во-вторых, они часто аппроксимируют распределение

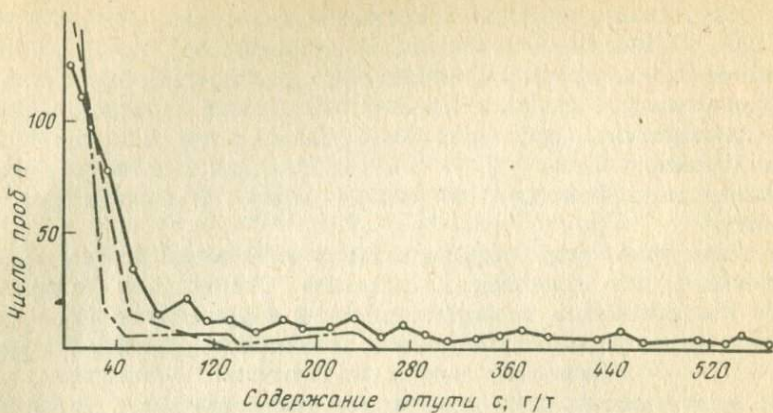


Рис. 2. Кривые распределения содержаний ртути в трех горизонтах месторождения Большой Шаян в Закарпатье

содержаний химического элемента в пределах его месторождений. Наконец, в-третьих, эти кривые, как полагают некоторые исследователи, являются моделью распределения ранжированных по запасам месторождений.

Последнее определяет их большое практическое значение, поскольку вид кривой при сравнении ее с реальным распределением для конкретного региона позволил бы предварительно оценить, с одной стороны, общие запасы прогнозируемых руд, а с другой, выявить недостающие звенья, т.е. категории еще неизвестных запасов, либо запасы известных, но плохо изученных месторождений. Все это содействовало бы рациональному ведению поисков за счет их правильного сопоставления с прогнозными оценками, а также ориентировке на месторождения определенной категории по запасам. Эти задачи и рассматриваются в настоящем разделе.

Выбор статистической модели распределения рудных месторождений, ранжированных по запасам полезного ископаемого, до последнего времени осуществлялся лишь на основе эмпирических данных. В качестве моделей использовались функция отрицательного биномиального распределения, которую можно рассматривать как частный случай распределения Пуассона [42], функция логнормального распределения [37], линейная функция логарифма запасов [14], двойная показательная функция [20]

$$P(x) = e^{-e^{-y}},$$

(где x — логарифм запасов полезного ископаемого; y — нормированное отклонение от модального для распределения значения), а также гиперболическая функция [49].

В этом отношении небезыntenесен опыт нефтяников. Есть предположение, что распределение нефтяных и газовых месторождений по запасам

аппроксимируется распределением логнормальным [1], показательным [9] и близким к гиперболическому [13], причем обнаружено, что логнормальное распределение лучше отвечает плохо изученным, тогда как гиперболическое, наоборот, хорошо изученным провинциям. Однако эмпирические данные могут одинаково хорошо (или одинаково плохо!) соответствовать различным статистическим моделям. Поэтому из них необходимо выбрать такую, которая основывалась бы на независимых теоретических положениях, но подтверждалась фактическим материалом.

В качестве теоретических основ модели следует использовать самые общие свойства рудообразующих процессов, порождающих реальные распределения запасов. К таким свойствам следует, например, отнести антиэнтропийность [32, 33, 6] и эволюционную постепенность рудообразования, в результате которых последующие продукты процесса должны характеризоваться все более низким уровнем энтропии, причем в их общем ряду не должны существовать перерывы постепенности или "запрещенные" места в отношении как энтропии, так и зависящих от нее характеристик, например средних содержаний полезного компонента в рудах или его запасов (если речь идет о месторождениях, сходных по составу). Этот вывод следует также из соотношения [34, 6]

$$\Delta S = -k \ln(c/c_0), \quad (6)$$

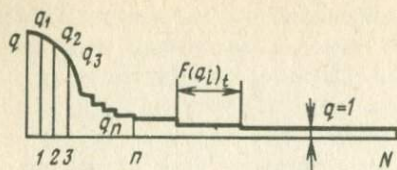
в котором ΔS — функция энтропии; c — концентрация полезного компонента в рудах; c_0 — его кларковое содержание; k — коэффициент пропорциональности, имеющий размерность постоянной Больцмана, если c и c_0 в нем отнесены к одинаковому объему, отвечающему наиболее крупному месторождению.

Указанные общие положения обязательно проявляются в ряду месторождений, построенном по убыванию их запасов. Каждый член ряда относительно последующего, любая совокупность соседних членов относительно подобной же совокупности характеризуются более низкими значениями энтропии, отнесенной к единице массы. Весь ряд в целом отражает общую тенденцию ее постепенной минимизации и является результатом последней (поскольку ряд непрерывен, а совокупности могут иметь любой объем, в том числе объем всего ряда, сравниваемого с рудопроявлениями и фоновыми содержаниями).

Каково же будет распределение месторождений, ранжированных по убыванию запасов, если ряд непрерывен, а его энтропия минимальна?

Прежде чем ответить на поставленный вопрос, договоримся о некоторых терминах и исходных положениях. Будем считать, что любое месторождение может быть измерено в единицах "элементарных" месторождений, в качестве которых принимаются месторождения, обладающие наименьшими запасами полезного ископаемого, но еще интересующие горную промышленность. Ранжируя месторождения по категориям запасов, можно видеть, что сходные месторождения окажутся по-соседству, а при соответствующем выборе границ ранга в группе месторождений одного ранга. Из соотношения (6) следует, что

Рис. 3. Ранговый ряд месторождений полезных ископаемых



$$q = q_0 e^{-\Delta S / k}, \quad (7)$$

где q — запасы месторождения; q_0 — запасы в том же объеме безрудных горных пород при кларковых содержаниях элемента, т.е. запасы месторождений изменяются по экспоненте. По экспоненте же изменяется и общее число "элементарных" месторождений, соответствующее запасам каждого месторождения ряда или запасам каждой постоянной по числу месторождений их группы. Поэтому можно записать, что

$$X_k = \gamma \ln n, \quad (8)$$

где X_k — запасы, выраженные в числе "элементарных" месторождений; n — номер месторождения или их группы соответственно; γ — коэффициент пропорциональности.

На рис. 3 изображен ранговый ряд месторождений, расположенных в порядке убывания запасов полезного ископаемого. Каждое месторождение ряда состоит из $P_n Q$ "элементарных" составляющих, причем P_n — вероятность принадлежности каждой из этих составляющих к n -му месторождению, а $\sum_{i=1}^n P_n Q = Q$; $\sum_{i=1}^n P_n = 1$.

Так как перемена места любой элементарной составляющей внутри любого месторождения, входящего в ранговый ряд, не ведет к изменению общей структуры распределения, то для каждого месторождения существует $(P_n Q)!$ перестановок "элементарных" единиц без изменения структуры рангового ряда. Если бы нам пришлось охарактеризовать уровень ее "организованности", то мы нашли бы логарифм дроби, в числителе которой стояло бы число перестановок без нарушения структуры рангового распределения (т.е. перестановок "элементарных" составляющих внутри каждого месторождения), а в знаменателе полное число перестановок из Q одинаковых по свойствам "элементарных" месторождений, представляющих набор месторождений ряда (в этом случае соблюдается условие, что упорядоченность структуры полностью отсутствует). Отсюда

$$I = \log [(P_1 Q)! (P_2 Q)! \dots (P_k Q)! / Q!]. \quad (9)$$

$$\text{По формуле Стирлинга } \log (P_k Q)! = P_k Q \log P_k Q - P_k Q; \log Q! = Q \log Q - Q.$$

Подставляя результаты в (9), после преобразования получим количественную меру "организованности"

$$I = Q \sum_{i=1}^n P_n \log P_n, \quad (10)$$

которая, как это, очевидно, будет зависеть от размеров "элементарного" месторождения и основания логарифмов, но, согласно П. Шредингеру [40], Л. Бриллиену [5] и ряду других авторов, пропорционально негэнтропии, причем коэффициент этой пропорциональности имеет размерность постоянной Больцмана [6].

Согласно зависимости (10), степень "организованности" рангового ряда месторождений зависит от его суммарных запасов, выраженных с помощью "элементарных" единиц, и их распределения в последовательности месторождений.

Поставим задачу нахождения функции распределения рангового ряда месторождений, суммарные запасы которого равны Q "элементарных" единиц, математическое ожидание (для конкретного распределения оно конечно) составляет $M = Q/n$ (где n — общее количество месторождений ряда), а мера "организованности", оцениваемая негэнтропией, должна быть максимальной (т.е. энтропия — минимальна). Мы уже видели, что подобная постановка задачи вполне соответствует общим соображениям об антиэнтропийности рудообразования.

Таким образом, $M(p) = \int_0^{\infty} p x dx = \mu$; $\int_0^{\infty} p dx \neq 1$.

Применение интеграла вместо суммы вполне оправдано, если учесть эволюционную постепенность рудообразования и его продуктов, фигурирующих в ряду месторождений. Пределы интегрирования от 0 до ∞ подчеркивают, что речь идет о наиболее общем случае. Для конкретных рядов эти пределы часто могут быть заменены 1 и n соответственно.

По опыту науковедения, лингвистики, экономики и научно-технической информации известно, что минимизация энтропии рангового ряда приводит к распределению Лотка—Брэдфорда—Ципфа [41]. Воспользуемся доказательствами, данными в статье Л.С. Козачкова [18].

Для решения задачи найдем минимум функции $I = \int_0^{\infty} p \log p dx$,

для чего воспользуемся одним из методов вариационного исчисления, при котором экстремум функции находится из выражения

$$\partial F / \partial p + \lambda_1 \partial \varphi_1 / \partial p + \lambda_2 \partial \varphi_2 / \partial p + \dots + \lambda_n \partial \varphi_n / \partial p,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ — неопределенные множители, а $F = p \log p$. Тогда $\partial F / \partial p = \log(p+1)$; $\partial \varphi_1 / \partial p = 1$; $\varphi_1 = p$; $\varphi_2 = xp$; $\partial \varphi_2 / \partial p = x$.

После подстановок и простых преобразований получим $p = 1/\mu e^{x/\mu}$. Исходя из выражения (8) и приняв, что $x = r \mu \ln x$; $r \mu = \gamma$; $1/\mu = C$, находим окончательно

$$p = C/n^\gamma. \quad (11)$$

Эта функция распределения запасов в ранговом ряду месторождений получена при условии, что значение энтропии ряда минимально и является формой выражения закона Ципфа. Таким образом, подчиненность рангового ряда месторождений закону Ципфа выведена дедуктивно, исходя из известных геологу общих свойств рудообразующих процессов при дополнительных предположениях о конечности математического ожидания. Поэтому проверка распределения на эмпирическом материале, с одной стороны, вполне обоснована теоретически, а с другой, является новой формой подтверждения антиантропийности и эволюционной постепенности рудообразования.

Распределение (11) с минимальными погрешностями сводится к гиперболическому распределению, на практике часто представляемому "гиперболической лестницей" (см. рис. 3). Являясь результатом многих эволюционных процессов, это распределение хорошо известно в науке. Из посвященных ему работ следует вспомнить труд Парето, изданный еще в 1897 г., исследования Брэдфорда, Коула и Кендалла — в информатике, Лотка, Прайса, Доброва — в науковедении, Юла — в биологии, самого Ципфа — в лингвистике. По имени исследователей, впервые изучивших в своих областях гиперболическое распределение, оно и получило название закона Лотка-Брэдфорда-Ципфа. Разбор его единой статистической модели сделан в работе Л.С. Козачкова и Л.А. Хурсина [19]. Остановимся на этом подробнее, имея в виду случай, когда "гиперболическая лестница" аппроксимирует ранговый ряд месторождений.

Введем следующие обозначения: Q — общие запасы месторождений некоторого полезного ископаемого, образующих ранговый ряд; N — их общее число; n — номер или ранг месторождения в общем ряду, составленном по убыванию запасов; q_1, q_2, \dots, q_n — запасы месторождений 1, 2, ..., n ранга. При этом

$$\sum_{i=1}^N q_n = Q,$$

$L(q_i)_r$ — длина ступени r , объединяющей месторождения со сходными запасами q_i , в ряду, представленном в виде "гиперболической лестницы"; R — число ее ступней; $f(q_n)$ — относительные запасы месторождения, ранга n ; наконец, X — запасы месторождений некоторой части распределения.

"Гиперболическая лестница" в этих обозначениях описывается, согласно Брэдфорду, математическим выражением $Q = q_1 + \text{tg } \varphi \ln n$, где Q — кумулятивные запасы месторождений в их упорядоченном ряду до ранга n ; φ — угол наклона линии на графике в координатах $\ln n$ и Q . Дифференцируя и преобразуя это выражение, вслед за Л.С. Козачковым и Л.А. Хурсиным [19] получим приближенное уравнение равносторонней гиперболы

$$q_n n = \text{tg } \varphi = \text{const}_1. \quad (12)$$

Большинство свойств распределения "гиперболическая лестница" является следствием данной простой модели. Перечислим эти свойства.

1. В ряду месторождений, упорядоченных по запасам, абсолютные запасы q_n и относительные запасы $f(q_n)$ месторождений ранга n убывают по равносторонней гиперболе

$$q_n = C_1/n; f(q_n) = C_2/n.$$

2. Произведение запасов месторождения на его ранг или номер есть величина постоянная

$$q_n n = C_1; f(q_n) n = C_2.$$

Оба заключения вытекают и из уравнения (11), если учесть, что $p = f(q)$. Тогда $f(q_n) = Cn^{-\gamma}$; $f(q_n) n = Cn^{1-\gamma}$.

Учитывая, что $\gamma \approx 1$, видим, что $f(q) n = Cn^{1-\gamma} + \text{const}$. Это значит, что запасы объекта обратно пропорциональны его рангу или номеру в упорядоченном ряду. Например, $q_n/q_m = m/n$, где q_n — запасы объекта ранга n ; q_m — запасы объекта ранга m .

3. Произведение относительной длины некоторой r -й ступени "гиперболической лестницы" на квадрат запасов q_i каждого из месторождений этой ступени есть величина постоянная

$$l(q_i)_r / N q_i^2 = \text{const}_2,$$

где $l(q_i)_r$ — число месторождений, имеющих запасы, близкие к q_i , и принадлежащих к ступени r .

4. Длина ступени r , включающей месторождения со сходными запасами q_i ,

$$l(q_i)_r = l(1)/q_i^2,$$

где $l(1)$ — длина первой ступени, объединяющей месторождения с наименьшими промышленными запасами ("элементарными" и выше). Другими словами, это значит, что число месторождений, имеющих запасы в q_i "элементарных" месторождений каждое, составляет $1/q_i^2$ часть, а число месторождений, имеющих запасы, значимо превышающие "элементарное", составляет около половины общего числа месторождений ряда

$$l(1) = l(q_i)/2.$$

Сравнивая третье и четвертое следствия распределения, можно увидеть, что

$$l(1)/N = \text{const}_3.$$

5. Если набор из N месторождений, упорядоченных по уменьшению запасов q_i , разделяется на "ядро" и несколько зон, в каждой из которых суммарные запасы месторождений равны запасам "ядра", то

$$N_X : (N_{2X} - N_X) : (N_{3X} - N_{2X}) : \dots = 1 : k : k^2,$$

где N_X, N_{2X}, N_{3X} — число месторождений, образующих $X, 2X, 3X$ запасов соответственно (т.е. "ядро" и несколько последовательных зон) из Q суммарных запасов рангового ряда; k — некоторое определенное число.

6. Если ранговый ряд из N месторождений разделить на три зоны с одинаковыми суммарными запасами X , то $N = N_{2X}^2 / N_X$.

Таким образом, соотношение (12) и его следствия в сравнении с данными об известных месторождениях позволяют находить оценки суммарных запасов месторождений полезного ископаемого, число месторождений разных категорий, а также ответы на другие вопросы, поставленные в начале данного раздела.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА МИРОВЫХ ЗАПАСОВ РУД НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОВ

Первый опыт использования закона Лотка—Брэдфорда—Ципфа в рудной геологии, как уже упоминалось, принадлежит Н. Роуландс и Д. Сампи [49]. Не очень обоснованно связывая его применимость только с явлениями человеческой деятельности, эти авторы используют распределение Ципфа для прогнозной оценки запасов меди в Замбии. В табл. 7 указаны приведенные ими цифры для девяти наиболее крупных стратиформных месторождений медного пояса этого региона. Общие запасы пояса по состоянию на 1961 г. составляли 28,5 млн. т. На основе данных, приведенных в табл. 7, этими исследователями построен график зависимости логарифма запасов от логарифма ранга медного месторождения, на который нанесены положения известных месторождений, линия Ципфа, а также проекция на нее известных и еще не открытых месторождений. Расчетная оценка прогнозных запасов меди в этом регионе оказалась равной 97,7 млн. т, что совпало с заключением опрошенных экспертов-геологов. Предполагаемые запасы неизвестных месторождений Замбии приведены в табл. 8.

Не будучи уверенным, что количественное прогнозирование на основе закона Лотка—Брэдфорда—Ципфа в масштабе рудной провинции всегда опирается на статистически достаточное число месторождений, нами было решено в первую очередь использовать его для прогноза запасов наиболее крупных рудных месторождений мира. Кажется убедительным, что такие месторождения легче открываются и лучше изучены, чем мелкие (недаром самые большие месторождения известны человеку, начиная с древних времен!), т.е. можно полагать, что вершина "гиперболической лестницы" месторождений нам лучше известна, чем ее окончание.

В табл. 9 представлено распределение запасов медных месторождений, известных в настоящее время. Данные заимствованы из книги В.А. Перваго [29], причем они касаются лишь месторождений, имеющих запасы выше 1 млн. т металла. В интервале от 35 до 1 млн. т эти запасы разбиты на десять подынтервалов, границы которых (в млн. т и их логарифмах) указаны в таблице. Для каждого из подынтервалов дано число месторождений, описывающихся в цитируемом источнике.

Таблица 7

Запасы медных месторождений Замбии по состоянию на 1961 г. [49]

| Месторождение | Запасы меди, млн. т |
|---------------|---------------------|
| Н'Чанга | 8,50 |
| Муфулира | 6,20 |
| Чилалабомве | 4,00 |
| Рокана | 3,90 |
| Роан | 3,10 |
| Балуба | 2,70 |
| Чамбиши | 0,12 |
| Чибулума | 0,06 |
| Бвана | 0,01 |
| Мкубва | 0,01 |

Таблица 8

Прогнозные запасы медных месторождений Замбии [49]

| Месторождение | Запасы меди, млн. т | Ранг | Месторождение | Запасы меди, млн. т | Ранг |
|---------------|---------------------|------|---------------|---------------------|------|
| A | 26,0 | 1 | J | 2,1 | 13 |
| B | 13,0 | 2 | H | 1,9 | 14 |
| Н'Чанга | 8,5 | 3 | I | 1,8 | 15 |
| Муфулира | 6,2 | 4 | I' | 1,7 | 16 |
| C | 5,0 | 5 | K | 1,6 | 17 |
| Чилалабомве | 4,0 | 6 | L | 1,5 | 18 |
| Рокана | 3,9 | 7 | M | 1,4 | 19 |
| D | 3,6 | 8 | N | 1,3 | 20 |
| Роан | 3,1 | 9 | O | 1,2 | 21 |
| Балуба | 2,7 | 10 | P | 1,2 | 22 |
| | | | Q | 1,1 | 23 |
| E | 2,5 | 11 | R | 1,1 | 24 |
| F | 2,3 | 12 | S | 1,0 | 25 |

Для анализа распределения используем третье следствие закона Лотка-Брэдфорда-Ципфа, согласно которому произведение длины "ступени гиперболической лестницы" на квадрат запасов каждого из составляющих "ступень" месторождения есть некоторое постоянное число. В табл. 10 указаны его эмпирические оценки для распределения табл. 9. Эти оценки изменяются от 650 до 20, что обусловлено уже упомянутой ранее неравномерной изученностью крупных, средних и мелких месторождений. При этом очевидно, что действительное значение постоянной для полного набора месторождений мира (в том числе и еще неизвестных) не меньше, а часто больше его эмпирической оценки, так как всегда имеется вероятность, что запасы наиболее крупных месторождений недоизучены, либо сами месторождения нам неизвестны. Следовательно,

Таблица 9

Распределение наиболее крупных медных месторождений мира

| Запасы, млн. т | | Десятичные логарифмы | | Натуральные логарифмы | | Абсолютные частоты | Ранг |
|----------------|-------|----------------------|-------|-----------------------|-------|--------------------|------|
| от | до | от | до | от | до | | |
| 1,00 | 1,45 | 0,000 | 0,154 | 0,000 | 0,355 | 15 | 10 |
| 1,45 | 2,04 | 0,154 | 0,308 | 0,355 | 0,710 | 6 | 9 |
| 2,04 | 2,90 | 0,308 | 0,462 | 0,710 | 1,065 | 5 | 8 |
| 2,90 | 4,14 | 0,462 | 0,616 | 1,065 | 1,420 | 8 | 7 |
| 4,14 | 5,90 | 0,616 | 0,770 | 1,420 | 1,775 | 6 | 6 |
| 5,90 | 8,40 | 0,770 | 0,924 | 1,775 | 2,130 | 6 | 5 |
| 8,40 | 10,40 | 0,924 | 1,078 | 2,130 | 2,485 | 1 | 4 |
| 10,40 | 17,70 | 1,078 | 1,232 | 2,485 | 2,840 | 2 | 3 |
| 17,70 | 24,00 | 1,232 | 1,386 | 2,840 | 3,195 | 1 | 2 |
| 24,00 | 35,00 | 1,386 | 1,544 | 3,195 | 3,550 | 1 | 1 |

к действительному значению постоянной наиболее близка максимальная из эмпирических оценок; она и вполне пригодна в качестве основания для экстраполяции рангового ряда месторождений.

В табл. 10 и на рис. 4 показаны результаты экстраполяции — расчет общего числа месторождений в каждой из выделенных по запасам групп (при условии, что постоянная $l(q_i), q_i^2 = 650$). Согласно таблице, число известных сейчас месторождений составляет от 3—4 до 50—60 % месторождений соответствующей группы, а их суммарные запасы — примерно 16 % запасов медных месторождений мира, сосредоточенных в крупных и очень крупных объектах (с запасами свыше 1 млн. т). При этом вероятность преуменьшения общей оценки запасов (~ 1400 млн. т) значительно больше, чем преувеличения.

Имея в виду, что выбор исходных данных, вошедших в табл. 9, мог быть неполным, мы произвели аналогичные расчеты по распределению запасов 90 меднопорфировых месторождений, приведенных в работе В.Г. Башкирова и Ю.В. Попова [2]. Трансформируя распределение в ранговый ряд (рис. 5), мы получили возможность найти оценки числа и запасов неизвестных (пропущенных) месторождений (табл. 11). Оказалось, что по этим данным число известных сейчас месторождений колеблется от 3—4 до 25 % (в одном случае 100 %), а их суммарные запасы составляют примерно 12 % запасов меднопорфировых месторождений мира, сосредоточенных в крупных и очень крупных объектах. Таким образом, результаты оказались близки к полученным выше в целом по меди.

В табл. 12 представлен перечень наиболее крупных молибденовых месторождений вместе с их реальными запасами, включающими отработанные и разведанные руды. Данные заимствованы из книги В.А. Перваго [28]. По второму следствию гиперболического закона величина q_n^n рангового ряда молибденовых месторождений мира (известных и еще неоткрытых) должна быть постоянной. Ее оценки

Таблица 10

Количественная оценка числа и запасов пропущенных медных месторождений мира
(категории > 1 млн. т)

| Запасы в среднем q_i , млн. т | Квадрат запасов q_i^2 | Длина "ступени" $l(q_i)_r$ | Постоянная $l(q_i)_r q_i^2$ | Расчетная длина "ступени" (число объектов при условии, что $l(q_i)_r q_i^2 = 650$) | Число неизвестных месторождений | Примерные запасы неизвестных месторождений, млн. т | Запасы известных месторождений | |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------|-----------------------------|---|---------------------------------|--|--------------------------------|-----------------|
| | | | | | | | млн. т | % общих запасов |
| 1,22 | 1,48 | 15 | 22,2 | 440 | 425 | 518 | 18,3 | 4 |
| 1,85 | 3,43 | 6 | 20,52 | 190 | 184 | 340 | 11,1 | 3 |
| 2,47 | 6,10 | 5 | 30,5 | 106 | 101 | 250 | 12,35 | 5,0 |
| 3,52 | 12,29 | 8 | 98,32 | 53 | 45 | 158 | 28,16 | 14,0 |
| 5,02 | 25,20 | 6 | 151,2 | 26 | 20 | 104 | 30,12 | 22,0 |
| 7,15 | 55,12 | 6 | 306,72 | 13 | 7 | 50 | 42,9 | 46 |
| 9,40 | 88,36 | 1 | 88,36 | 7 | 6 | 57 | 9,4 | 14 |
| 14,05 | 197,4 | 2 | 394,8 | 3 | 1 | 14 | 28,1 | 69 |
| 20,85 | 434,72 | 1 | 435 | 2 | 1 | 21 | 20,85 | 50 |
| 25,5 | 650,25 | 1 | 650,25 | 1 | 0 | 0 | 25,5 | 100 |

Таблица 11.

Количественные оценки числа и запасов пропущенных месторождений меди [2]

| Запасы в среднем q_i , млн. т | Квадрат запасов q_i^2 | Длина "ступеней" $l(q_i)_r$ | Постоянная $l(q_i)_r q_i^2$ | Расчетная длина ступени (число объектов при условии, что $l(q_i)_r q_i^2 = 441$) | Число пропущенных месторождений | Примерные запасы пропущенных месторождений, млн. т | Запасы известных месторождений | |
|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|---------------------------------|--|--------------------------------|-----------------|
| | | | | | | | млн. т | % общих запасов |
| 10,5 | 110,25 | 4 | 441,0 | 4 | — | — | 42,0 | 100 |
| 9,0 | 81,0 | 1 | 81,0 | 5 | 4 | 36 | 9,0 | 20,0 |
| 7,4 | 34,76 | 1 | 54,76 | 8 | 7 | 51,8 | 7,4 | 12,5 |
| 6,6 | 43,56 | 1 | 43,56 | 10 | 9 | 59,4 | 6,6 | 11,78 |
| 5,8 | 33,64 | 3 | 101,91 | 13 | 10 | 58,0 | 17,4 | 23,08 |
| 5,4 | 29,16 | 2 | 58,32 | 15 | 13 | 70,2 | 10,8 | 13,33 |
| 5,0 | 25,00 | 2 | 50,00 | 18 | 16 | 80,0 | 10,0 | 11,11 |
| 4,6 | 21,16 | 5 | 105,80 | 21 | 16 | 73,6 | 23,0 | 23,81 |
| 4,2 | 17,64 | 6 | 105,84 | 25 | 19 | 79,8 | 25,2 | 24,00 |
| 3,8 | 14,44 | 8 | 115,52 | 31 | 23 | 87,4 | 30,4 | 25,81 |
| 3,4 | 11,15 | 10 | 115,60 | 40 | 30 | 102 | 34,0 | 25,00 |
| 3,0 | 9,00 | 9 | 81,00 | 49 | 40 | 120 | 27,0 | 18,37 |
| 2,6 | 6,75 | 4 | 27,04 | 65 | 61 | 158,6 | 10,4 | 6,15 |
| 2,2 | 4,83 | 5 | 24,20 | 91 | 86 | 189,2 | 11,0 | 5,49 |
| 1,8 | 3,24 | 1 | 3,24 | 136 | 135 | 243 | 1,8 | 0,74 |
| 1,4 | 1,96 | 13 | 25,48 | 225 | 212 | 296,8 | 18,2 | 5,78 |
| 1,0 | 1,0 | 16 | 16,00 | 441 | 425 | 425,0 | 16,0 | 3,62 |
| Всего | | 90 | | | 1106 | 2130,8 | 300,2 | 12,35 |

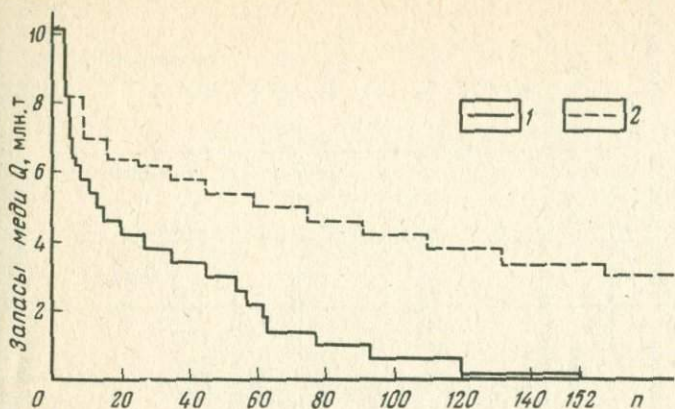


Рис. 4. Ранговый ряд медных месторождений мира. По данным В.А. Перваго. 1 – по известным месторождениям, 2 – ожидаемый

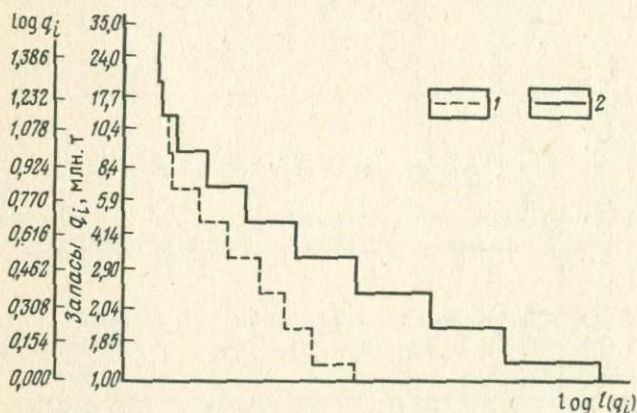


Рис. 5. Ранговый ряд меднопорфировых месторождений. По данным В.Г. Башкирова и Ю.В. Попова.

1 – по известным месторождениям, 2 – ожидаемый

для известных объектов изменяются от 120 до 1600 тыс. т, причем максимальная из них наиболее близка к действительной величине для ряда. Она и использована с целью определения ранговых номеров известных месторождений или запасов еще неизвестных месторождений. В этом случае для молибденовых месторождений, каждое из которых имеет запасы более 40 тыс. т металла, получены следующие цифры: общее число месторождений – 40; число известных сейчас месторождений – 10 (25%); суммарные запасы – 6800 тыс. т; суммарные реальные запасы – 3200 тыс. т (46%).

Для меньших объектов эти цифры еще более впечатляющи. Так, те из них, которые имеют запасы более 8 тыс. т молибдена, известны нам

Таблица 12

Крупные молибденовые месторождения мира [28]
и оценка прогнозных запасов неизвестных месторождений
(если $q_n n = 1600$)

| Месторождение | Запасы, тыс. т, q_n | Постоянная $q_n n$ | Известные месторождения | | Пропущенные месторождения | | Пропущенные месторождения (продолжение) | |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------|-------------------------|--------|---------------------------|--------|--|--------|
| | | | Ранг | Запасы | Ранг | Запасы | Ранг | Запасы |
| Клеймакс | 940 | 940 | 1 | 1600 | 3 | 533 | 20 | 80 |
| Гендерсон | 800 | 1600 | 2 | 800 | 4 | 400 | 23 | 70 |
| Касинау-Канадин-Крик | 240 | 720 | 6 | 240 | 5 | 320 | 24 | 67 |
| Квеста | 225 | 1000 | 7 | 225 | 8 | 200 | 25 | 64 |
| Руби-Крик | 75 | 375 | 21 | 75 | 9 | 178 | 26 | 62 |
| Бренда | 73 | 438 | 22 | 73 | 10 | 160 | 27 | 59 |
| Район Лорнекс | 56 | 392 | 29 | 56 | 11 | 145 | 28 | 57 |
| Алис-Арм | 50 | 400 | 32 | 50 | 12 | 133 | 30 | 53 |
| Айленд-Коппер | 44 | 396 | 36 | 44 | 13 | 123 | 31 | 52 |
| Район Лорнекс | 40 | 400 | 40 | 40 | 14 | 114 | 33 | 48 |
| Сардиния | 30 | 330 | 53 | 30 | 15 | 106 | 34 | 47 |
| Лорнекс | 30 | 360 | 54 | 30 | 16 | 100 | 35 | 45 |
| Лаки-Шап | 15 | 195 | 107 | 15 | 17 | 94 | 37 | 43 |
| Маунт-Хаскин | 12 | 168 | 133 | 12 | 18 | 89 | 38 | 42 |
| Бос-Маунтин | 8 | 120 | 900 | 8 | 19 | 84 | 39 | 41 |

Примечание. Общие запасы известных месторождений (при индивидуальных запасах > 40 тыс. т.) 3200 тыс. т. Предполагаемые запасы всех месторождений той же категории – 6810 тыс. т. Доля реальных запасов $3200/6810 = 46\%$. Доля известных месторождений среди всех $10/40 = 25\%$.

Таблица 13

Крупные вольфрамовые месторождения мира [28]
и оценки ресурсов вольфрама

| Месторождение | Запасы, тыс. т | Постоянная рангового ряда | Расчет- ные но- мера | Пропущенные месторождения | |
|-----------------|-------------------|---------------------------------|----------------------------|------------------------------|--------|
| | | | | Ранг | Запасы |
| Мак-Миллан-Паст | 243 | 243 | 2 | 1 | 600 |
| Санг-Донг | 200 | 400 | 3 | 10 | 60 |
| Сёрлс | 170 | 540 | 4 | 11 | 55 |
| Глумута | 145 | 580 | 5 | 14 | 43 |
| Яогансень | 100 | 500 | 6 | 17 | 35 |
| Гленорхи | 100 | 600 | 7 | 18 | 33 |
| Маунт-Плезант | 78 | 546 | 8 | 19 | 32 |
| Флат-Ривер | 65 | 520 | 9 | 20 | 30 |
| Кинг-Айленд | 50 | 450 | 12 | 21 | 29 |
| Улудаг | 45 | 450 | 13 | 22 | 27 |
| Панаскейра | 40 | 440 | 15 | 25 | 24 |
| Хомболт-Рейндт | 40 | 480 | 16 | 26 | 23 |
| Маучи | 25 | 325 | 23 | 27 | 22 |
| Митерзиля | 25 | 350 | 24 | 28 | 21 |
| | | | | 29 | 20,7 |
| Всего | 1236 | | | | 1019 |

Примечание. До месторождения 30 ранга общая сумма реальных запасов 1240 тыс. т. Общая сумма прогнозных запасов — свыше 1000 тыс. т.

только на 10 %. Среди еще неизвестных месторождений, вероятно, более 10 относятся к категории выше 100 тыс. т и более 100 — к категории выше 10 тыс. т молибдена. Поскольку действительное значение q_n для ряда может быть больше, но никак не меньше 1600 тыс. т, то и полученные оценки скорее преуменьшены, чем преувеличены по сравнению с действительным состоянием.

В табл. 13 указаны — в порядке убывания запасов — наиболее крупные вольфрамовые месторождения. Оценки постоянной q_n , сделанные на основе запасов известных месторождений вольфрама, меняются от 243 до 600 тыс. т [28]. Последняя из оценок и принята в качестве базы для экстраполяции рангового ряда вольфрамовых месторождений. Ее результаты показали, что суммарные запасы объектов, каждый из которых несет свыше 25 тыс. т металла, равны примерно 2250 тыс. т, причем реальны из них только около 55 %. Примерно 15 из подобных крупных объектов еще не обнаружены, и по мере уменьшения масштаба запасов число неизвестных месторождений резко возрастает (см. табл. 13).

В табл. 14 представлены сведения о наиболее крупных зарубежных месторождениях рутити. Кроме данных об их реальных запасах, заимствованных из нескольких источников [24, 28], в таблице приведены

Таблица 14

Крупные ртутные месторождения мира и оценки запасов неизвестных объектов

| Месторождение | Реальные запасы q_1 , тыс. т | Запасы, предполагаемые экспертами q_2 , тыс. т | Постоянная рангового ряда | | Предполагаемый ранг | | Пропущенные месторождения | | | |
|--------------------|--------------------------------|--|---------------------------|---------|---------------------|---------------------------|---------------------------|-----|------------------|-----|
| | | | $q_1^п$ | $q_2^п$ | по реальным запасам | по предполагаемым запасам | По данным экстраполяции | | | |
| | | | | | | | реальных запасов | | оценок экспертов | |
| | | | ранг | запасы | ранг | запасы | | | | |
| Альмаден | 600 | 1000 | 600 | 1000 | 1 | 1 | 2 | 300 | 2 | 500 |
| Монтеамиата | 1600 | 200 | 320 | 400 | 3 | 4 | 5 | 120 | 3 | 333 |
| Идриа | 150 | 200 | 450 | 600 | 4 | 5 | 6 | 100 | 6 | 167 |
| Хуанкавелика | 55 | 75 | 220 | 300 | 11 | 13 | 7 | 86 | 7 | 143 |
| Нью-Альмаден | 40 | 50 | 200 | 250 | 15 | 20 | 8 | 75 | 8 | 125 |
| Ван-Шань | 30 | 40 | 180 | 240 | 20 | 25 | 9 | 66 | 9 | 111 |
| Кордеро-Мак-Дермит | | 25 | | 175 | | 40 | 10 | 60 | 10 | 100 |
| Нью-Идриа | | 18 | — | 144 | | 55 | 12 | 50 | 11 | 91 |
| Исмаил | | 10 | | 90 | | 100 | 13 | 46 | 12 | 83 |
| Терлингва | 5 | 8 | 50 | 80 | 120 | 125 | 14 | 43 | 14 | 71 |
| Сульфур-Бэнк | 4,6 | 5 | 50,6 | 55 | 130 | 200 | 16 | 38 | 15 | 67 |

Примечание. Реальные общие запасы наиболее крупных ртутных месторождений (> 5 тыс. т) 1000 тыс. т. Предполагаемые общие запасы наиболее крупных месторождений 950 тыс. т.

также средние экспертные оценки их масштабов, полученные при опросе специалистов по ртутным месторождениям. Эксперты считают, что реальные запасы известных сейчас месторождений составляют от 70–80 % (для крупнейших объектов) до 30–40 % (для объектов с запасами в несколько тысяч тонн металла) общих запасов каждого. Суммарные же запасы реальных ртутных руд, по мнению экспертов, составляют 60–70 % общих запасов (вместе с прогнозными) при кондициях, принятых сейчас за рубежом и только для обсуждаемой категории месторождений по запасам.

Результаты расчетов, проводившихся с использованием второго следствия гиперболического распределения на основе данных о наиболее крупном ртутном месторождении мира — Альмаден в Испании (в котором добыто и разведано свыше 600 тыс. т металла, а всего, как это предполагается экспертами, имеется 1000 тыс. т) — показали, что в настоящее время не известны даже некоторые весьма масштабные объекты. В частности, видно, что месторождения с запасами выше 10 тыс. т ртути известны примерно на одну четверть, а с запасами выше 40 тыс. т (т.е. равными по запасам широко известному Нью-Альдамену!) — на одну треть. Если учитывать оценки прогнозных запасов для отдельных наиболее крупных месторождений, данные экспертами, то возможности дальнейшего расширения сырьевой базы ртути в мире еще оптимистичнее (см. табл. 14). Так, реальные запасы, сосредоточенные в самых крупных — выше 30 тыс. т — зарубежных объектах, составляют не более 50 % предполагаемых общих запасов ртути, если основываться на цифрах известных запасов, и не более 30 %, если основываться на цифрах, включающих также прогнозные запасы в оценках экспертов. И в том, и в другом случае известная сейчас величина запасов намного ниже той, что дается самими экспертами.

В табл. 15 представлены данные о крупнейших бокситовых месторождениях мира. На основе этих данных [28] для рангового ряда бокситовых месторождений находим максимальную оценку постоянной q_n , которая оказалась равной 4800. С ее помощью определяем действительные номера известных и примерные оценки запасов неизвестных месторождений. В обсуждаемом случае расчеты показали, что многие очень крупные и крупные месторождения бокситов (в их числе одно с запасами свыше 1 млрд. т и несколько с запасами от 200 до 500 млн. т) остались за пределами перечня, указанного в таблице. В целом, доля известных месторождений с запасами выше 200 млн. т бокситов каждое среди всех месторождений составляет 33 % по числу и 54 % по запасам.

Подобным же образом даны оценки прогнозных ресурсов и некоторых других металлов в месторождениях мира в целом или отдельных континентов (табл. 16). Здесь следует отметить, что в таблице присутствует противоречие, вытекающее из общих свойств рангового ряда. Оно заключается в том, что прогнозные запасы металла для какого-либо континента оказываются сходны с его же запасами для всей суши (например, железо, хром и марганец в Африке). Последнее происходит потому, что в основу ранговой экстраполяции как для всей суши в целом, так и для одного из континентов берутся одни и те же наиболее

| Месторождение | Запасы, млн. т | Постоян- ная ран- гового ряда | Расчет- ный но- мер | Пропущенные место- рождения | |
|----------------|-------------------|--|---------------------------|--------------------------------|--------|
| | | | | Номер | Запасы |
| Уэй | 2500 | 2500 | 2 | 1 | 4800 |
| Гов | 1275 | 2550 | 3 | 11 | 436 |
| Бокс | 1000 | 3000 | 4 | 11 | 436 |
| Вильямсфильд | 1000 | 4000 | 5 | 13 | 370 |
| Мали | 820 | 4100 | 6 | 14 | 343 |
| Дарлинг-Рендж | 800 | 4800 | 7 | 15 | 320 |
| Митчел-Плато | 600 | 4200 | 8 | 16 | 300 |
| Банхьюз | 500 | 4000 | 9 | 17 | 282 |
| Ямайка | 490 | 4410 | 10 | 18 | 267 |
| Минит-Мортон | 410 | 4100 | 12 | 19 | 253 |
| Гавай | 231 | 2541 | 21 | 20 | 240 |
| Епахин | 200 | 1800 | 24 | 22 | 216 |
| Киби | 160 | 1600 | 30 | 23 | 209 |
| Монантенни | 150 | 1650 | 31 | 25 | 192 |
| Литл-Рок | 150 | 1800 | 32 | 26 | 185 |
| Гайана | 150 | 1950 | 33 | 27 | 178 |
| Палу-ди-Калдас | 150 | 2100 | 34 | 29 | 166 |
| Сан-Исидро | 150 | 2250 | 35 | — | — |
| Фриа | 140 | 2240 | 36 | — | — |
| Миним-Мартал | 140 | 2380 | 37 | — | — |
| Упата | 110 | 1980 | 44 | — | — |
| Коу | 100 | 1900 | 48 | — | — |

Примечание. До месторождения 30 ранга общая сумма реальных запасов 9801 млн. т. Общая сумма прогнозных запасов 8562 млн. т.

крупные месторождения (африканские месторождения железа, хрома и марганца — одни из наиболее крупных в мире). Отмеченное противоречие означает, вероятно, что детализация масштабов оценки прогнозных ресурсов приводит к разрыву постепенности изменений запасов в ранговом ряду и, следовательно, серьезному ограничению метода.

Таким образом, опираясь на гиперболическую модель распределения запасов металлов в ранговом ряду их месторождений и используя накопленные к настоящему времени сведения о реальных запасах, мы получили примерные оценки суммарных мировых запасов и запасов неизвестных месторождений отдельных полезных ископаемых (медь, молибден, вольфрам, ртуть и алюминий). В том случае, когда расчеты на основе гиперболического закона учитывали оценки группы экспертов по запасам крупных объектов, результаты расчетов оказались заметно оптимистичней.

Однако поскольку расчеты, как правило, основаны на относительно неполных сведениях о совокупности известных месторождений и их действительном масштабе, то и представление об их месте в ранговом ряду, модель самого ряда и все следующие из нее оценки являются приближенными. Чтобы снизить неточности в построении ранговых рядов разных металлов, нужно найти способы сравнения распределений. В част-

Таблица 16

Оценки прогнозных ресурсов некоторых металлов в месторождениях с запасами, выше определенных значений, для мира в целом и отдельных континентов

| Металл | Территория | Запасы минимального месторождения, вошедшего в расчеты | Общие запасы известных месторождений | Общие запасы неизвестных месторождений | Число известных месторождений, вошедших в расчеты | Число пропущенных месторождений, рассчитанных по ряду |
|------------------|-------------|--|--------------------------------------|--|---|---|
| Железо, млрд. т | Мир в целом | 1 | 200 | 316 | 19 | 71 |
| | Европа | 0,1 | 10 | 6 | 5 | 22 |
| | Азия | 0,1 | 16 | 18 | 8 | 66 |
| | Америка | 0,5 | 27 | 17 | 8 | 15 |
| | Африка | 2 | 138 | 314 | 2 | 48 |
| | Австралия | 0,1 | 10 | 23 | 7 | 55 |
| Алюминий, млн. т | Мир в целом | 200 | 9826 | 8037 | 12 | 11 |
| | Америка | 20 | 1233 | 600 | 8 | 16 |
| | Африка | 25 | 1980 | 1530 | 12 | 22 |
| Марганец, млн. т | Мир в целом | 100 | 2500 | 6600 | 2 | 23 |
| | Азия | 10 | 66 | 26 | 2 | 2 |
| | Америка | 20 | 260 | 400 | 8 | 3 |
| Хром, млн. т | Африка | 100 | 2500 | 6600 | 2 | 20 |
| | Мир в целом | 80 | 2650 | 5000 | 5 | 18 |
| | Африка | 80 | 2550 | 5000 | 4 | 20 |
| Титан, млн. т | Мир в целом | 10 | 520 | 610 | 10 | 20 |
| Цинк, млн. т | Мир в целом | 2 | 135 | 106 | 25 | 6 |
| | Европа | 0,3 | 17 | 9 | 9 | 12 |
| | Америка | 1,0 | 85 | 100 | 18 | 14 |
| | Африка | 0,5 | 11 | 11 | 4 | 9 |
| Свинец, млн. т | Мир в целом | 5 | 117 | 240 | 3 | 15 |
| | Европа | 0,1 | 12,5 | 8,5 | 8 | 27 |
| | Америка | 0,5 | 35 | 26 | 14 | 14 |
| | Африка | 0,05 | 5 | 4 | 12 | 31 |
| Медь, млн. т | Европа | 0,5 | 10 | 12 | 5 | 8 |
| | Америка | 1 | 42 | 32 | 7 | 15 |
| | Африка | 1 | 70 | 40 | 16 | 12 |

Продолжение табл. 16

| Металл | Территория | Запасы минимального месторождения, вошедшего в расчеты | Общие запасы известных месторождений | Общие запасы неизвестных месторождений | Число известных месторождений, вошедших в расчеты | Число пропущенных месторождений, рассчитанных по ряду |
|---------------------|-------------|--|--------------------------------------|--|---|---|
| Медь, млн. т | Азия | 1 | 31 | 31 | 9 | 10 |
| | Австралия | 0,5 | 23 | 24 | 10 | 15 |
| Никель, млн. т | Азия | 0,2 | 22,6 | 19,3 | 8 | 52 |
| | Америка | 0,1 | 15,4 | 15,8 | 13 | 33 |
| | Африка | 0,1 | 6,2 | 12 | 5 | 35 |
| | Австралия | 0,5 | 23,4 | 33 | 6 | 11 |
| Ванадий, тыс. т | Мир в целом | 200 | 4600 | 9140 | 3 | 15 |
| Молибден, тыс. т | Мир в целом | 40 | 3200 | 6800 | 10 | 29 |
| Олово, тыс. т | Мир в целом | 60 | 4000 | 4300 | 8 | 24 |
| | Америка | 21 | 1400 | 1300 | 10 | 28 |
| Вольфрам, тыс. т | Мир в целом | 20 | 1240 | 1020 | 14 | 15 |
| | Америка | 10 | 570 | 720 | 5 | 12 |
| | Азия | 10 | 550 | 560 | 6 | 23 |
| Кобальт, тыс. т | Мир в целом | 20 | 1560 | 1920 | 11 | 29 |
| | Америка | 25 | 660 | 750 | 4 | 14 |
| Ртуть, тыс. т | Мир в целом | 5 | 1000 | 950 | 10 | 120 |
| Серебро, т | Мир в целом | 300 | 15800 | 10700 | 9 | 15 |
| | Америка | 130 | 12900 | 14800 | 14 | 35 |
| Золото, т | Мир в целом | 100 | 8900 | 27000 | 7 | 67 |

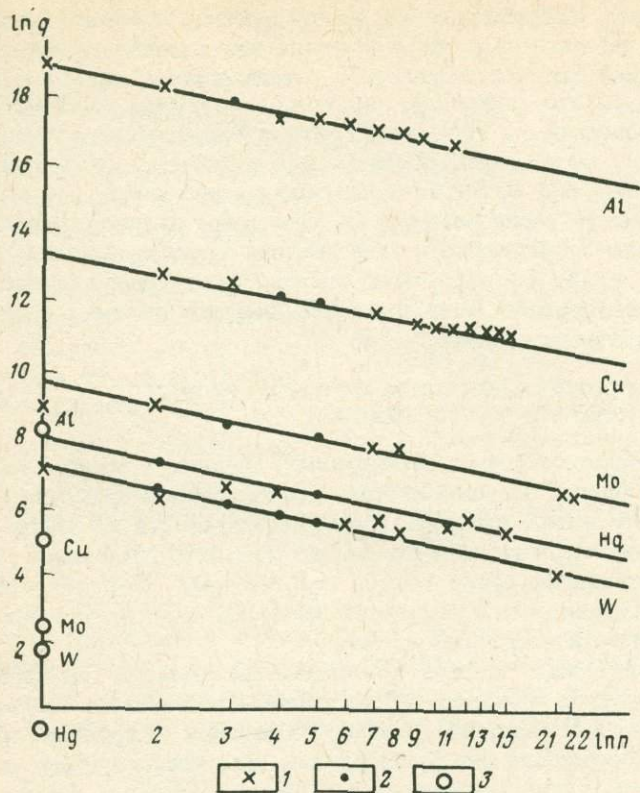


Рис. 6. Распределение запасов в ранговом ряду месторождений пяти металлов. Месторождения: 1 – известное, 2 – неизвестное, 3 – с наименьшими промышленными запасами. q – запасы, n – номер

ности, если зависимость запасов (в тонно-атомах) от ранга месторождений представить в логарифмических координатах, то гиперболическое распределение становится линейным и удобным для сравнения (рис. 6).

На графике рис. 6 крестиками указано положение известных месторождений, причем прямые проведены так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать отмеченные точки. Эта аппроксимация позволяет внести некоторые поправки в первоначальные выводы: повысить оценку запасов наиболее крупных месторождений молибдена (на 35%), уменьшить предполагаемую оценку запасов наиболее богатого ртутного месторождения и т.п. Кроме того, на графике кружками показаны примерные положения "элементарных" месторождений пяти металлов, перечисленных выше. Линии, проведенные из этих точек параллельно горизонтальной оси, позволяют отделить промышленные объекты от большого числа месторождений, не обладающих необходимыми запасами сырья.

Поскольку гиперболическое распределение любого полезного ископаемого является следствием одних и тех же свойств рудообразующих процессов (их постепенности и антиэнтропийности), то вполне резонно ожидать, что гиперболы для каждого металла параллельны друг другу. Следовательно и прямые на графике с логарифмическими координатами будут также параллельны между собой. Последнее практически подтверждается рис. 4, где эмпирические средние линии для разных металлов только на очень малые углы отличаются от параллельных линий. Использование теоретического угла наклона прямых позволяет получить дальнейшие поправки вероятных оценок. Уточненные оценки запасов некоторых неоткрытых месторождений показаны на рис. 6 в виде точек на соответствующих прямых.

СООТНОШЕНИЕ ЧИСЛА КРУПНЫХ, СРЕДНИХ И МЕЛКИХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Соотношение числа крупных, средних и мелких месторождений представляет большой интерес для методики и практики поисков. Раньше к его оценке пытались подойти эмпирически на основе данных по различным геологическим регионам. Так, В.И. Красников [22] считал, что соотношение равно 1:3:10. А.В. Соловов [36], учтя, что крупные месторождения обнаруживаются легче, чем мелкие, уточнил это соотношение, сделав его равным 1:7:49.

Гиперболическая модель распределения запасов месторождений в их ранговом ряду позволяет найти указанное соотношение теоретически. Очевидно, что в зависимости от способов деления на крупные, средние и мелкие месторождения оно будет разным. Для начала примем, что в любом конкретном ряду месторождений шкала запасов от максимальных до минимальных, еще интересующих горную промышленность, делится на три равных интервала. Месторождения, запасы которых не превышают нижней трети шкалы от начала координат, будем считать мелкими; запасы которых попадают во вторую треть шкалы — средними; наконец, запасы которых попадают в верхнюю треть — крупными. Таким образом, мелкие месторождения имеют запасы от 0 до $q_{\max}/3$; средние — от $q_{\max}/3$ до $2q_{\max}/3$, а крупные — от $2q_{\max}/3$ до q_{\max} , где q_{\max} — наибольшие запасы в месторождениях данного ряда, выраженные в единицах "элементарных" запасов. На рис. 7 от границ интервалов, разделяющих крупные, средние и мелкие месторождения, проведены линии, параллельные оси абсцисс графика до пересечений с гиперболой рангового ряда. Затем, от пересечений опускаем перпендикуляр на указанную ось, точки на которой и укажут номера месторождений, находящихся на границах их соответствующих групп по запасам. Так, крупным месторождениям отвечают номера от 1 до $n' = 3C/2q_{\max}$, средним от n' до $n'' = 3C/q_{\max}$, а мелким от n'' до $n''' = C$, где C — постоянная рангового ряда. Соотношение чисел крупных, средних и мелких месторождений равно

$$\left(\frac{3C}{2q_{\max}}\right) : \left(\frac{3C}{q_{\max}} - \frac{3C}{2q_{\max}}\right) : \left(C - \frac{3C}{q_{\max}}\right).$$

Приняв во внимание, что $q_{\max} \times 1 = C$, упрощаем это соотношение $1 : 1 : [(2q_{\max}/3) - 2]$. Поскольку в него входит величина q_{\max} , индивидуальная для ранговых рядов месторождений различных полезных ископаемых, то очевидно, что при вышеуказанном принципе подразделения месторождений на группы по величине запасов, искомое соотношение также зависит от вида полезного ископаемого. Например, для ртутных месторождений, если считать, что $q_{\max} = \frac{600000 \text{ т}}{100 \text{ т}} = 6000$ "элементарных" единиц, это соотношение равно $1 : 1 : 3998$, причем крупными считаются месторождения с запасами выше 400 тыс. т, средними — 400–200 тыс. т, мелкими — ниже 200 тыс. т.

Вопрос о группировке месторождений может решаться и по-другому, например делением на три части логарифма максимальных запасов $\ln q_{\max}$. Тогда соотношение числа крупных, средних и мелких месторождений, рассчитанное аналогично предыдущему случаю, будет равно

$$C/q_{\max}^{\frac{2}{3}} : (C/q_{\max}^{\frac{1}{3}} - C/q_{\max}^{\frac{2}{3}}) : (C - C/q_{\max}^{\frac{1}{3}}),$$

а в упрощенном виде

$$1 : (q_{\max}^{\frac{1}{3}} - 1) : (q_{\max}^{\frac{2}{3}} - q_{\max}^{\frac{1}{3}}).$$

Данное соотношение также зависит от конкретных свойств рангового ряда. Для ртутных месторождений ($q_{\max} = 6000$) оно обретает вид $1 : 17 : 312$.

Часто деление на мелкие, средние и крупные месторождения производится по вполне конкретным цифрам запасов, причем полученные группы месторождений различаются порядком цифр. Этот способ (табл. 17) впервые предложен В.И. Красниковым и в настоящее время наиболее признан. На его основе также можно найти соотношение числа месторождений разных групп. Так, для ртутных месторождений различаются уникальные (выше 100 тыс. т металла), крупные (от 100 до 10 тыс. т), средние (от 10 до 1 тыс. т) и мелкие (от 1 до 0,1 тыс. т) месторождения, а "элементарное" месторождение примерно равно 100 т. Найдем оценки числа уникальных месторождений (см. рис. 7): $n = C/1000$; числа крупных: $n' - n = C/100 - C/1000$; числа средних: $n'' - n' = C/10 - C/100$; и, наконец, числа мелких месторождений: $n''' - n'' = C - C/10$.

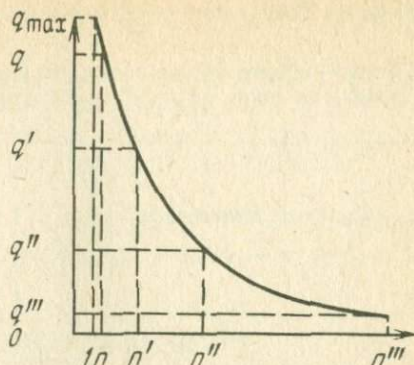


Рис. 7. Пример деления рангового ряда на крупные, средние и мелкие месторождения. q — запасы, n — номера граничных месторождений

Таблица 17

Группировка рудных месторождений по масштабу запасов (суммарных, включая отработанные и разведанные [22])

| Полезные ископаемые | Запасы месторождений, не имеющих самостоятельного значения (порядок), т | Запасы промышленных месторождений, т | | | |
|--|---|--------------------------------------|---------|---------|------------|
| | | мелких | средних | крупных | уникальных |
| Черные металлы | | | | | |
| Железные руды | 10^6 | 10^7 | 10^8 | 10^9 | 10^{10} |
| Марганцевые руды | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 | 10^8 |
| Титан в коренных месторождениях | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 | 10^8 |
| Титан в россыпях | 10^3 | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 |
| Хром | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 | 10^8 |
| Цветные и редкие металлы | | | | | |
| Cu, Pb, Zn, Ni (металл) | 10^3 | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 |
| Алюминиевое и магниевое сырье: | | | | | |
| а) бокситы, магнезиты | 10^4 | 10^5 | 10^6 | 10^7 | 10^8 |
| б) нефелины, алуниты, карналлиты | 10^5 | 10^6 | 10^7 | 10^8 | 10^9 |
| Sn, W, Mo, Sb, V, Zr, Li, Nb, TR (в металле) | 10^2 | 10^3 | 10^4 | 10^5 | 10^6 |
| U, Th, Hg, Be (в металле) | 10 | 10^2 | 10^3 | 10^4 | 10^5 |
| Co, Ta, Ag, Bi (в металле) | 10 | 10 | 10^2 | 10^3 | 10^4 |
| Au, Pt (в металле) | 10^{-2} | 10^{-1} | 10 | 10 | 10^2 |

Тогда искомое соотношение равно

$$C/1000 : 9C/1000 : 9C/100 : 9C/10.$$

Объединяя число крупных и уникальных объектов, получим

$$1 : 9 : 90.$$

(13)

Из табл. 17 легко видеть, что границы групп месторождений, если запасы выразить в единицах "элементарных" месторождений, для всех металлических полезных ископаемых одинаковы. Следовательно, соотношение (13) сохраняет свое значение для всех металлов, перечисленных в табл. 17. Оно отличается от соотношений В.И. Красникова и А.В. Соловова, причем расхождения, как и следовало ожидать, максимальны для относительного числа мелких месторождений, наиболее трудно открываемых и потому менее учитываемых при эмпирических способах нахождения соотношения.

Таким образом, относительные числа крупных, средних и мелких месторождений зависят от способа группировки месторождений на эти категории, а в некоторых случаях — и от вида полезных ископаемых.

В случае "декадной" группировки соотношение постоянно для ряда металлов (см. табл. 17).

Если ранговый ряд любых месторождений подразделить на три группы таким образом, чтобы общие запасы месторождений каждой группы оказались одинаковыми, то по пятому следствию гиперболического распределения числа самих месторождений будут соотноситься как $1 : K : K^2$.

Случайное совпадение данного соотношения с соотношениями В.И. Красникова и А.В. Соловова, имеющими совсем иной смысл, также говорит о неточности последних.

ОЦЕНКА СУММАРНЫХ МИРОВЫХ ЗАПАСОВ РУД

Гиперболический закон распределения запасов позволяет найти их суммарные оценки, куда кроме добытых и разведанных входят еще прогнозные и перспективные объемы полезного ископаемого (при условии современного уровня требований к горно-геологическому сырью). Определение суммарных мировых запасов некоторого металла аналитически выглядит следующим образом.

Поскольку согласно (13) $\ln q_n = a - b \ln n$, где q_n — запасы месторождения n ранга, $a = \ln C = \ln q_{\max}$ и b — коэффициенты линейной функции, связывающей логарифмы, то

$$q_n = e^{a - b \ln n} = e^a / n^b. \quad (14)$$

Суммарные запасы месторождений соответствующего рангового ряда, начиная от первого и наиболее крупного по запасам (q_{\max}) и кончая наиболее мелким ("элементарным") месторождением номера n_j , еще представляющим промышленный интерес, равны

$$Q = \int_1^{n_j} q_n dn = \int_1^{n_j} \frac{e^a}{n^b} dn, \quad (15)$$

где $b = \operatorname{tg} \varphi$, причем φ — угол наклона линейной функции к оси в логарифмических координатах (см. рис. 6); n_j — номер месторождения, находившегося на пересечении указанной функции с отметкой запасов "элементарного" месторождения. Далее, взяв интеграл (15), находим, что

$$Q = \frac{e^a}{1-b} (n_j^{1-b} - 1), \quad (16)$$

причем поскольку $n_j q_{n_j} = q_{\max}$, то $n_j = q_{\max} / q_{n_j \min}$.

В частном случае, когда масштаб осей графика выбран одинаковым, линейная функция зависимости логарифмов запасов от логарифма номера наклонена к осям под углом $\varphi = 45^\circ$, а коэффициент $b = 1$. Интеграл (15) имеет простой вид

$$Q = e^a \ln n_j = q_{\max} \ln (q_{\max} / q_0). \quad (17)$$

Таблица 18

Расчеты мировых запасов руд на основе ранговых рядов

| Металл | q_{\max} , моль | $\ln q_{\max}$ | q_{\min} , моль | $\ln q_{\min}$ |
|----------|----------------------|----------------|-------------------|----------------|
| Вольфрам | $1,08 \cdot 10^9$ | 6,98 | $5,5 \cdot 10^6$ | 1,70 |
| Ртуть | $3,00 \cdot 10^9$ | 8,00 | $5,0 \cdot 10^5$ | -0,70 |
| Молибден | $2,80 \cdot 10^9$ | 9,18 | $10,4 \cdot 10^6$ | 2,34 |
| Медь | $4,48 \cdot 10^{11}$ | 13,00 | $1,57 \cdot 10^8$ | 5,05 |
| Алюминий | $9,26 \cdot 10^{13}$ | 18,33 | $3,7 \cdot 10^9$ | 8,21 |

Продолжение табл. 18

| Металл | $\ln \frac{q_{\max}}{q_{\min}}$ | n | Q , по (16), моль | Q , т |
|----------|---------------------------------|-------|----------------------|---------------------|
| Вольфрам | 5,28 | 199 | $1,1 \cdot 10^{11}$ | $2,2 \cdot 10^7$ |
| Ртуть | 8,71 | 6000 | $3,9 \cdot 10^{12}$ | $7,8 \cdot 10^8$ |
| Молибден | 6,84 | 928 | $2,9 \cdot 10^{12}$ | $2,8 \cdot 10^8$ |
| Медь | 7,95 | 2802 | $3,14 \cdot 10^{14}$ | $2,0 \cdot 10^{10}$ |
| Алюминий | 10,12 | 24480 | $3,74 \cdot 10^{17}$ | $1,0 \cdot 10^{13}$ |

Подставляя в (16) данные графика рис. 6, находим оценки суммарных мировых запасов вольфрама, ртути, молибдена, меди и алюминия (табл. 18). Например, приведем расчеты этих запасов для одного из металлов – вольфрама. Из рис. 6 видно, что $b = \operatorname{tg} \varphi = 0,2$; $a = \ln q_{\max} = 6,98$. Минимальные запасы вольфрама, при которых месторождение еще представляет самостоятельный интерес для промышленности, по В.И. Красникову [22], равны 1000 т, или 5,5 тонно-атомов, что равно 1,7 логарифма при натуральном основании. Следовательно, ранговый ряд вольфрама включает месторождения, логарифмы запасов (в тонно-атомах) которых изменяются от 6,98 до 1,7, причем различие максимальных и минимальных запасов достигает 5,28. Полученная величина позволяет найти общее число вольфрамовых месторождений, составляющих ранговый ряд $-e^{5,28} = 199$. Следовательно,

$$Q = \frac{e^{6,98}}{1 - 0,2} (199^{1-0,2} - 1) = \frac{1080}{0,8} (199^{0,8} - 1) = 1,65 \cdot 10^7 \text{ т.}$$

В табл. 19 приведены оценки суммарных мировых запасов некоторых металлов, найденные по выражению (17).

В заключение сопоставим результаты эмпирических и теоретических обобщений. Первые привели к уравнению (5), вторые к уравнению (17), из которого вытекает, что

$$\ln Q = \ln q_{\max} + \ln \ln n_j.$$

Таблица 19

Оценки общих ресурсов некоторых металлов для месторождений мира в целом
(с запасами $> q_{\min}$)

| Металл | Месторождения с максимальными запасами q_{\max} | Минимальный порог запасов q_{\min} | Ранговый номер месторождения при q_{\min} | Общие ресурсы ряда |
|----------|--|---|---|--------------------|
| Железо | 100 млрд.т | 10 млн. т | 10000 | 921 млрд.т |
| Марганец | 2409 —"— | 0,1 —"— | 24 090 | 24,3 —"— |
| Титан | 159 —"— | 0,01 —"— | 15900 | 1,5 —"— |
| Хром | 920 —"— | 0,1 —"— | 9200 | 8,4 —"— |
| Никель | 15 —"— | 0,01 —"— | 1500 | 110 —"— |
| Ванадий | 3,85 —"— | 0,001 —"— | 3850 | 31,8 —"— |
| Цинк | 18 —"— | 0,01 —"— | 1800 | 135 —"— |
| Свинец | 102 —"— | 0,01 —"— | 10200 | 941 —"— |
| Кобальт | 335 тыс.т | 0,1 тыс. т | 3350 | 2,7 —"— |
| Олово | 2000 —"— | 1 —"— | 2000 | 15,2 —"— |
| Серебро | 6,3 —"— | 10 —"— | 630 | 40,6 тыс.т |
| Золото | 7,38 —"— | 0,1 —"— | 73 800 | 82,7 —"— |

Второй член правой части этого уравнения представляет собой константу. Поэтому разница между эмпирической и теоретической зависимостью фактически заключается в коэффициенте α перед первым членом правой части уравнения: в (5) $\alpha = 0,925$, в (17) $\alpha = 1$, т.е. угол между линией взаимосвязи логарифмов запасов, вытекающей из закона Ципфа, равен 45° , а по эмпирическим данным он несколько меньше. Разница может возникать за счет: 1) действительного отличия реального распределения в ранговом ряду от гиперболического распределения, которое является лишь приближением к реальности; 2) постоянного нарушения зависимости (17), вследствие чего суммарные запасы, подсчитанные эмпирически тем ниже теоретических, чем выше запасы максимального месторождения (это может происходить потому, что при высоких запасах в начале ряда больше вероятность пропуска мелких месторождений в его конце).

СООТНОШЕНИЕ ОБЩИХ ЗАПАСОВ КРУПНЫХ, СРЕДНИХ И МЕЛКИХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Исходя из гиперболической модели распределения запасов месторождений в их ранговом ряду, можно установить соотношение общих запасов крупных, средних и мелких месторождений. Понятно, что в зависимости от способов подразделения месторождений это соотношение будет различным. Теоретический вывод соотношения выглядит следующим образом.

По выражению (15) общие запасы группы месторождений равны

$$Q = \int_{n_1}^{n_2} q_n dn,$$

где n_1 — начальный, а n_2 — конечный номера месторождений группы в общем ранговом их ряду. С учетом формулы (12) находим, что

$$Q = q_{\max} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{n} = q_{\max} \ln \frac{n_2}{n_1}.$$

Следовательно, общие запасы крупных, средних и мелких месторождений соответственно равны

$$Q_{\text{кр}} = q_{\max} \ln n';$$

$$Q_{\text{ср}} = q_{\max} \ln \frac{n''}{n'};$$

$$Q_{\text{м}} = q_{\max} \ln \frac{n'''}{n''},$$

где n' , n'' и n''' — граничные номера крупных, средних и мелких месторождений в ранговом ряду (обозначения те же, что на рис. 7). Искомое отношение равно

$$\ln n' : \ln \frac{n''}{n'} : \ln \frac{n'''}{n''}$$

или, учитывая (12),

$$\ln \frac{q_{\max}}{q_{n'}} : \ln \frac{q_{n'}}{q_{n''}} : \ln \frac{q_{n''}}{q_{n'''}} ,$$

где $q_{n'}$, $q_{n''}$ и $q_{n'''}$ — запасы граничных месторождений трех групп месторождений. Мы видим, что в это соотношение входят граничные запасы, определяющие группировку месторождений, и величина наибольшего месторождения ряда, из чего следует, что оно зависит как от группировки, так и от величины месторождений и потому индивидуально для каждого металла. Используя уже упоминавшуюся группировку В.И. Красникова, получаем, что соотношение общих запасов крупных, средних и мелких месторождений равно

$$\ln (q_{\max}/100) : \ln 10 : \ln 10 = \ln (q_{\max}/100) : 2,30 : 2,30.$$

Для ртути ($q_{\max} = 600$ тыс. т) соотношение равно

$$\ln 60 : \ln 10 : \ln 10 = 4,09 : 2,30 : 2,30,$$

отсюда вытекает, что запасы крупных, средних и мелких ртутных месторождений должны примерно составлять 47; 26,5 и 26,5 % соответственно.

Для молибдена ($q_{\max} = 940$ тыс. т) это отношение равно

$$\begin{aligned} \ln (940000/100000) : \ln (100000/10000) : \ln (10000/1000) = \\ = \ln 9,4 : 2,3 : 2,3 = 2,24 : 2,3 : 2,3. \end{aligned}$$

Запасы крупных, средних и мелких молибденовых месторождений должны примерно составлять 33; 33,5; 33,5 % соответственно.

Для меди ($q_{\max} = 33$ млн. т) отношение равно

$$\ln(33 \cdot 10^6 / 10^6) : \ln(10^6 / 10^5) : \ln(10^5 / 10^4) = 3,49 : 2,3 : 2,3.$$

Запасы крупных, средних и мелких медных месторождений должны примерно составлять 43; 28,5; 28,5 %. Сейчас же среди меднопорфировых месторождений мира в наиболее крупных из них сосредоточено почти 86 % запасов [3].

УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛИ

Рассмотрим условия применимости прогнозных оценок на основе рангового ряда. При выводе гиперболического распределения было допущено, что рудообразование антиэнтропийно, а его продукты не содержат пропуски месторождений определенной величины. Эти допущения распространяются на все конкретные приложения ряда, в том числе на земную кору в целом, хотя в ее условиях рудообразование различается минеральным составом, геологическими условиями, временем и местоположением. Очевидно, принцип отсутствия "запрещенных" мест здесь означает, что планетарное рудообразование представляет собой статистическую совокупность процессов, создающих непрерывный ряд месторождений.

Имеющиеся сейчас запасы полезных ископаемых относятся к небольшим глубинам (не более 1,5–2 км ниже поверхности), и именно эти запасы использованы в качестве известных членов ряда. Экстраполируя данные для определения неизвестных членов, мы тем самым полагаем дополнительно, что месторождения приповерхностной зоны правильно отражают процесс планетарного рудообразования, не создавая систематической ошибки, связанной с малой глубиной изученных руд.

Оба обсуждаемых положения в определенной степени слабы, хотя и не противоречат имеющимся представлениям.

При переходе от планетарного к континентальному, провинциальному и региональному прогнозу на основе рангового ряда уменьшается статистическая представительность известных месторождений, а влияние отдельных рудообразующих процессов возрастает, что может нарушить непрерывность рангового ряда — вплоть до ситуации, когда рудообразование представляет действительно единый процесс, которому эта непрерывность опять присуща. Общие соображения не позволяют определить, при каком масштабе прогнозная оценка ресурсов этим способом будет малообоснованной. Сейчас, как уже отмечалось, имеется опыт ее использования в глобальном, континентальном и провинциальном масштабах.

Прогнозная оценка на основе рангового ряда представляет собой экстраполяцию данных об известных месторождениях на неизвестные. Изменение этих данных — открытие новых месторождений или дораз-

ведка старых — допускает уточнение перспективной оценки запасов. То же может быть сделано, если в ранговый ряд ввести частные прогнозные оценки, оценки на основе опроса экспертов и т.п. Пример последнего был приведен при анализе ртутных ресурсов, когда оказалось, что прогнозные цифры экспертов очень занижены по сравнению с расчетами по ранговому ряду, в которых эти цифры учтены. Вообще, если гиперболическое распределение запасов в ранговом ряду реально, то величина ресурсов, полученная на его основе, может при доразведке и новых открытиях только возрастать. Однако, учитывая структуру рассуждений, следует отметить, что глубина залегания неизвестных руд в среднем больше, чем глубина залегания известных.

Таким образом, из антиэнтропийности и эволюционной постепенности рудообразования закономерно следует, что для месторождений, ранжированных в порядке убывания запасов полезного ископаемого, распределение этих запасов подчинено гиперболическому закону Лотка—Брэдфорда—Ципфа. Его следствия (например, $q_n n = C$, где q_n — запасы месторождений, n — их ранговый номер, C — постоянная) позволяют определить номера и запасы неизвестных месторождений ряда, а также его суммарные запасы

$$Q = q_{\max} \ln n,$$

где $n = q_{\max}/q_{\min}$, причем q_{\max} и q_{\min} — максимальные и минимальные по запасам месторождения ряда. Для многих металлов найдены прогнозные оценки суммарных мировых запасов (которые нередко оказывались обнадеживающими, а иногда и оптимистичными относительно оценок экспертов), а также континентальных и провинциальных запасов, но при этом выявлена внутренняя противоречивость метода, вследствие которого его более крупномасштабное применение оправдано только для хорошо изученных территорий с месторождениями, образовавшимися в результате единого и непрерывного процесса.

ГЛАВА 3

ЗАВИСИМОСТЬ МИНЕРАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ РУДОНОСНЫХ ПЛОЩАДЕЙ ОТ ЗАПАСОВ НАИБОЛЬШЕГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

В предыдущих разделах мы видели, что суммарные ресурсы крупных провинций тесно взаимосвязаны с массой (кларком) химических элементов. Большой частью между масштабом этих ресурсов и наиболее крупных месторождений существует значимая стохастическая связь, которая позволяет утверждать, что распределение месторождений, ранжированных в порядке убывания запасов, для всех элементов оди-

Таблица 20

Зависимость общих запасов провинции от запасов наибольшего месторождения

| Металл | Число пар величин (число провинций) | Коэффициенты корреляции | Уравнение регрессии $\ln Q =$ | Угол наклона линии регрессии φ , градус $\varphi = \arctg \alpha$ |
|-------------------|-------------------------------------|-------------------------|--------------------------------|---|
| Вольфрам | 14 | 0,931** | $= 0,904 \ln q_{\max} + 1,94$ | 42,11 |
| Ртуть | 11 | 0,510 | | |
| Сурьма | 9 | 0,692* | $= 0,848 \ln q_{\max} + 2,78$ | 40,28 |
| Олово | 15 | 0,721** | $= 0,763 \ln q_{\max} + 3,36$ | 37,29 |
| Свинец (или цинк) | 23 | 0,603** | $= 0,512 \ln q_{\max} + 7,71$ | 29,32 |
| Медь | 38 | 0,625** | $= 0,439 \ln q_{\max} + 9,90$ | 23,72 |
| Никель | 12 | 0,632* | $= 0,348 \ln q_{\max} + 9,50$ | 19,19 |
| Марганец | 9 | 0,435 | — | |
| Железо | 31 | 0,639** | $= 0,477 \ln q_{\max} + 12,06$ | 25,50 |

* Значимость менее 0,05.

** Значимость менее 0,01.

наково и, по крайней мере, близко к гиперболическому. В данном разделе эти положения рассмотрены в применении к ресурсам рудоносных площадей. В качестве последних используются комплексные минерально-сырьевые провинции, контуры которых определяются по геологической обстановке и наличию полезных ископаемых без учета их формационного, генетического или промышленного типа.

Высокая положительная корреляционная связь (5), установленная для месторождений суши по данным о 17 металлах (см. табл. 5), позволяет предположить, что она существует и для отдельных минерально-сырьевых провинций. Поэтому для девяти металлов была сделана подборка данных о величинах общих провинциальных запасов $Q_{\text{пр}}$ металла в рудах и запасах наиболее крупных его месторождений в соответствующих провинциях $q_{\text{max пр}}$. И те, и другие запасы считались суммарно с учетом существующих кондиций по видам сырья. В них входили добытые и разведанные (т.е. реальные) руды. В табл. 20 для каждого металла указано число пар данных и величина коэффициента линейной связи, полученного при их корреляции. Для семи металлов величина коэффи-

циентов корреляции оказалась значимой при уровне 0,01 (пять металлов) или 0,05 (два металла); поэтому для них найдены уравнения регрессии следующего общего вида:

$$\ln Q_{\text{пр}} = \alpha \ln q_{\text{max пр}} + \beta, \quad (18)$$

где α и β — линейные константы, причем $\alpha = \text{tg } \varphi$, где φ — угол наклона линии к горизонтальной оси логарифмических координат в градусах. Эти углы и сами уравнения регрессии (18) также приведены в табл. 20.

Для проверки уравнений регрессии используем, например, данные по меди в Американско-Мексиканской и Канадской рудных провинциях, не вошедших в расчет соответствующего уравнения. В первой из указанных провинций наибольшее из известных месторождение имеет запасы $1,2 \cdot 10^7$ т, во второй $4,5 \cdot 10^6$ т. С помощью уравнения (18) для меди получены следующие суммарные запасы провинций: $2,55 \cdot 10^7$ и $1,66 \cdot 10^7$ т при известных сейчас запасах $8,5 \cdot 10^7$ и $1,4 \cdot 10^7$ т соответственно. Таким образом, расхождения не выходят за пределы порядка величин, что, учитывая их логарифмический масштаб, является приемлемым.

Из уравнений табл. 20 только первые два (для вольфрама и сурьмы) близки к уравнению (5). Остальные заметно от него отличаются, но их сходство и не является обязательным, поскольку речь идет о стохастических, а не функциональных связях величин, подобранных по разным основаниям: уравнение (5) учитывало данные по разным металлам во всех месторождениях суши, уравнение (18) — по одному металлу, но в различных его провинциях.

Изучение уравнений (18) показало, что по мере перехода от относительно распространенных к более редким металлам линейные коэффициенты уравнений закономерно изменяются: коэффициент α возрастает, а β , наоборот, убывает. Исключение представляет собой лишь переход от железа к никелю и меди, когда первый коэффициент не возрастает, и переход от никеля к меди, когда второй коэффициент все же не убывает. Между этими коэффициентами, если не учитывать данные по единственному пороодообразующему элементу — железу, существует значимая (меньше 0,01) линейная связь при коэффициенте корреляции $r = -0,98$, весьма близкая к обратной пропорциональности. Действительно, соответствующее уравнение равно

$$\alpha = 1 - 0,062\beta. \quad (19)$$

Уравнения (18) могут быть переписаны только с одной линейной постоянной

$$\ln Q_{\text{пр}} = (1 - 0,062\beta) \ln q_{\text{max пр}} + \beta. \quad (20)$$

Но и эта постоянная, судя по табл. 20, связана с редкостью металла, обычно определяющей его кларком. Проверка данного положения

проведена с помощью корреляционного анализа величин β и кларков c_0 или общих масс m металлов в земной коре. Коэффициенты корреляции равны соответственно $r(\beta, m) = +0,685$ и $r(\beta, c_0) = +0,914$ при уровнях значимости 0,05 и 0,01. Уравнения регрессии имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \beta &= 0,0117 m + 3,14; \\ \beta &= 1,29 \cdot 10^5 c_0 + 3,17 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(m выражается в единицах 10^{12} т).

Уравнения (21) позволяют для многих металлов теоретически найти зависимость общих провинциальных запасов от запасов наибольшего месторождения провинции. Действительно,

$$\left. \begin{aligned} \ln Q_{\text{пр}} &= [1 - 0,062 (0,0117m + 3,14)] \ln q_{\text{max пр}} + (0,0177 m + 3,14); \\ \ln Q_{\text{пр}} &= [1 - 0,062 (1,29 \cdot 10^5 c_0 + 3,17)] \ln q_{\text{max пр}} + \\ &+ (1,29 \cdot 10^5 c_0 + 3,17). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Несколько упрощая, имеем

$$\left. \begin{aligned} \ln Q_{\text{пр}} &= (0,81 - 7,25 \cdot 10^{-4} m) \ln q_{\text{max пр}} + (0,0117 m + 3,14); \\ \ln Q_{\text{пр}} &= (0,80 - 8 \cdot 10^3 c_0) \ln q_{\text{max пр}} + (1,29 \cdot 10^5 c_0 + 3,17). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Для проверки данного метода нахождения конкретного вида уравнения (18) вычислим его для сурьмы

$$\ln Q_{\text{пр sb}} = 0,810 \ln q_{\text{max пр sb}} + 3,20. \quad (24)$$

Его сравнение с подобным же уравнением табл. 20, полученным по эмпирическим данным, показывает, что их расхождение незначительно. Результаты расчета по уравнению (24) общих запасов сурьмы в некоторых ее минерально-сырьевых провинциях показаны в табл. 21, где также имеются оценки прогнозных ресурсов, полученных одним из традиционных способов. Из таблицы видно, что последние, как правило, выше, чем оценки по (24), но расхождения все же относительно невелики.

Уравнение, вычисленное для ртути, имеет вид

$$\ln Q_{\text{пр Hg}} = 0,805 \ln q_{\text{max пр Hg}} + 3,15. \quad (25)$$

Результаты расчета по нему общих запасов ртути в некоторых провинциях или масштабов наибольшего месторождения провинции показаны в табл. 22, где, кроме того, имеются и известные сейчас величины общих запасов. Расхождения оценок, полученных разными методами, не выходят за пределы порядка. В табл. 23 даны оценки прогнозных ресурсов ртути в некоторых провинциях, полученные по уравнению (25) и одним из традиционных способов. Как видно из таблицы, между оценками также достигнуто удовлетворительное совпадение.

Таблица 21

Прогнозные запасы сурьмы в некоторых провинциях мира,
усл. ед.

| Провинция | Масштаб наиболее крупного месторождения | Общие запасы по уравнению (24) | Прогнозные ресурсы, установленные традиционными способами |
|-----------|---|--------------------------------|---|
| 1 | 50,0 | 100,0 | 180,0 |
| 2 | 1,8 | 7,0 | 15,0 |
| 3 | 6,0 | 18,1 | 25,0 |
| 4 | 6,0 | 18,1 | 7,0 |
| 5 | 1,8 | 7,0 | 2,5 |
| 6 | 2,0 | 7,5 | 5,0 |
| 7 | 2,0 | 7,5 | 5,5 |
| 8 | 1,8 | 7,0 | 7,5 |
| 9 | 1,8 | 7,0 | 20,0 |

Для молибдена также вычислено уравнение

$$\ln Q_{\text{пр Mo}} = 0,797 \ln q_{\text{max пр Mo}} + 3,28.$$

С его помощью найдены оценки общих запасов молибдена в Америка-но-Мексиканской медно-молибденовой провинции, где они получились равными $6,16 \cdot 10^5$ т при масштабе наибольшего месторождения $3 \cdot 10^5$ т, и в Канадской провинции, где они получились равными $1,93 \cdot 10^5$ т при масштабе наибольшего месторождения $7 \cdot 10^4$ т молибдена. В действительности известные общие запасы металла в этих провинциях равны $14 \cdot 10^5$ и $3 \cdot 10^5$ т соответственно. Таким образом, достигнуто совпадение порядка оценок. Результаты позволяют надеяться, что найден удовлетворительный способ оценки прогнозных ресурсов минерально-сырьевых провинций с уже известными месторождениями. В некоторых случаях, когда известные запасы провинций заметно превышают оценки на основе уравнений типа (18), очевидно, следует сделать вывод о нахождении в провинции неизвестного или недоразведанного крупного месторождения и направить усилия на его выявление.

В качестве исключения пока следует отметить данные по железу, для которого уравнения, полученные эмпирически (18) и теоретически [(21)–(23)], не совпадают.

Дальнейшее совершенствование излагаемого способа связано с графическим изображением линий уравнений типа (18) в логарифмических координатах (рис. 8). Углы наклона линий для соответствующих металлов (см. φ на табл. 20) тем меньше, чем выше расположена линия на графике [что определяется величиной константы β в (18)]. Поэтому все линии должны пересекаться в области, более или менее ограниченной по сравнению с общей площадью графика. В табл. 24 показаны координаты точек пересечения для шести металлов. Из рис. 8

Таблица 22

Прогнозные запасы ртути в некоторых зарубежных провинциях

| Известные запасы в провинции | | Запасы наибольшего месторождения, известного в провинции | | Общие запасы в провинции, по (25) | | Прогнозные запасы провинции, по (25) $(Q_{\text{пр}} - Q_3) \times 10^3 \text{ т}$ | Возможные запасы наибольшего месторождения провинции | |
|------------------------------|-----------|--|----------------------|-----------------------------------|----------------------------------|---|--|---------------------------------------|
| $Q_3 (10^3 \text{ т})$ | $\ln Q_3$ | $q_{\text{max}} (10^3 \text{ т})$ | $\ln q_{\text{max}}$ | $\ln Q_{\text{пр}}$ | $Q_{\text{пр}} (10^3 \text{ т})$ | | $\ln q_{\text{max}}$ | $q_{\text{max}} \cdot 10^3 \text{ т}$ |
| 46,8 | 10,75 | 3 | 10,31 | 11,00 | 59,87 | 13,07 | — | — |
| 85 | 11,35 | 20,7 | 9,90 | 10,85 | 51,53 | — | 10,18 | 26,38 |
| 20 | 9,90 | 0,5 | 6,90 | 8,40 | 4,45 | — | 8,38 | 4,38 |
| 15 | 9,65 | 7 | 8,85 | 10,00 | 22,03 | 7,03 | — | — |
| 5,1 | 8,54 | 1 | 6,90 | 8,40 | 4,45 | — | 6,70 | 0,81 |
| 2,4 | 7,78 | 2 | 7,60 | 8,90 | 7,33 | 4,93 | — | — |
| 24 | 10,09 | 0,3 | 8,29 | 9,50 | 13,36 | — | 8,62 | 5,55 |
| 14 | 9,54 | 0,5 | 7,60 | 8,80 | 6,63 | — | 7,94 | 2,80 |
| 36 | 10,49 | 0,85 | 9,21 | 10,20 | 26,90 | — | 9,12 | 9,12 |
| 63,2 | 11,05 | 2 | 7,60 | 7,78 | 2,39 | — | 9,81 | 18,28 |
| 61 | 11,02 | 2 | 7,60 | 7,78 | 2,39 | — | 9,78 | 17,61 |

Таблица 23

Прогнозные запасы ртути в некоторых провинциях мира,
усл. ед.

| Провинция | Масштаб наиболее крупного месторождения | Общие запасы, по уравнению (25) | Запасы | |
|-----------|---|---------------------------------|-----------|------------|
| | | | известные | прогнозные |
| 1 | Более 2,0 | Более 6,7 | 3,3 | Более 3,4 |
| 2 | 0,15 | 0,84 | 0,4 | 0,44 |
| 3 | 0,3 | 1,46 | 1,5 | -0,04 |
| 4 | Более 2,0 | Более 6,7 | 5,7 | Более 1,0 |
| 5 | Более 2,0 | Более 6,7 | 4,5 | Более 2,2 |

Таблица 24

Координаты пересечения линейных уравнений шести металлов

| Металл | Cu | Ni | Pb | Sn | Sb |
|--------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| W | 18,13/17,86 | 13,60/14,23 | 15,94/16,34 | 10,07/11,04 | 13,93/14,53 |
| Sb | 16,22/17,02 | 13,44/14,17 | 16,11/16,44 | 17,29/16,93 | |
| Sn | 20,19/18,76 | 14,80/14,65 | 19,68/18,37 | | |
| Pb | 17,80/17,72 | 8,36/12,41 | | | |

Примечание. В числителе $\ln q_{\max}$, в знаменателе $\ln Q$.

и табл. 24 следует, что пространство, в которое попадают точки пересечения, не так уж велико, если вспомнить, по сколь ориентировочным и приближенным оно найдено. Усреднение координат отдельно по горизонтальной и вертикальной оси показывает, что положение точек пересечения колеблется вокруг некоторого центра с координатами $\ln q_{\max \text{ пр}} = 15,43$; $\ln Q_{\text{пр}} = 15,74$ (данные по линии железа также не учтены). Сам центр является результатом статистического усреднения 111 пар исходных оценок по такому же количеству минерально-сырьевых провинций шести металлов. Он имеет важное значение, поскольку для любого из изученных, а можно предполагать, что и для ряда неизученных металлов вблизи него проходит линия оценки общих провинциальных запасов обсуждаемым способом.

Для того чтобы найти положение линий уравнений типа (18) для любого металла при известном центре пересечения прямых, достаточно найти положение еще одной их точки, в частности по константе β точки пересечения с вертикальной осью графика рис. 8. Таким образом, график линейных уравнений (18) также позволяет объединить между собой статистические результаты, полученные для одних металлов, и использовать их для определения зависимостей для других.

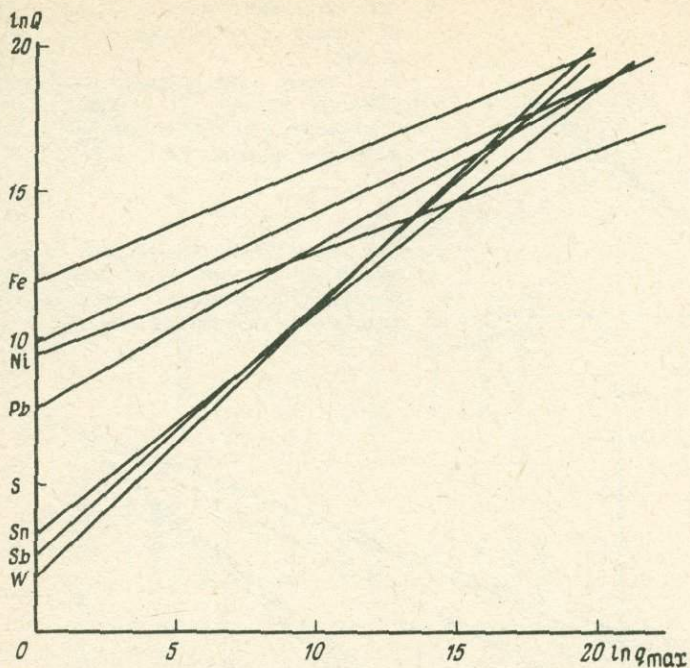


Рис. 8. Линии зависимости общих запасов провинции от запасов ее наибольшего месторождения (для семи металлов)

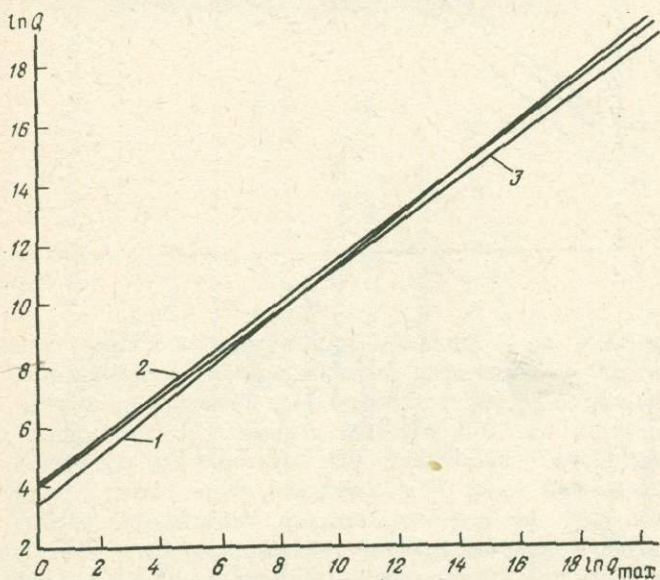


Рис. 9. Линии зависимости запасов провинции от запасов ее наибольшего месторождения (для сурьмы)

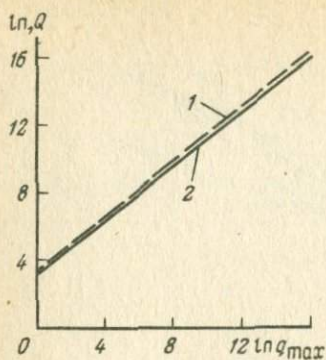
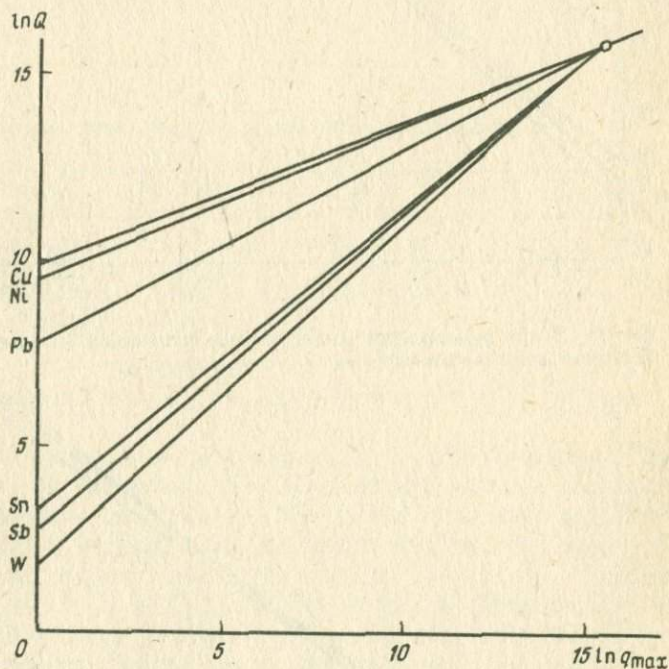


Рис. 10. Линии зависимости запасов провинций от запасов ее наибольшего месторождения (для ртути).

1 — линия, установленная теоретически, как функция кларка; 2 — линия, установленная с помощью статистического центра пересечения линий разных металлов

Рис. 11. Линии зависимости общих запасов провинции от запасов ее наибольшего месторождения, уточненные с помощью статистического центра пересечений (обозначен кружками)



На графике рис. 9 показано для сурьмы положение линий зависимости запасов провинции от ее наибольшего месторождения. Это положение определено тремя способами: 1) с помощью уравнения (см. табл. 20), найденного по эмпирическим данным; 2) с помощью уравнения (24), найденного теоретически как функция общей массы (кларка) элемента в земной коре; 3) с помощью центра точек пересечения уравнений типа (18) для разных металлов. Расхождение разных способов не превышает половины единицы логарифмического масштаба шкалы.

На графике рис. 10 показано положение линейного уравнения ртути, найденного теоретически (25) и графически с помощью центра пересечения прямых. Различие между положением линий также невелико. По-

Таблица 25

Зависимость общих запасов и запасов наибольших месторождений рудно-формационных зон

| Металл | Формация | Число пар значений | Коэффициент корреляции | Уравнение регрессии $\ln Q =$ |
|--------|--|--------------------|------------------------|--------------------------------|
| Медь | Медно-молибденовая порфировая | 5 | 0,922* | $= 1,12 \ln q_{\max} - 0,66$ |
| Свинец | Цинко-медная и медно-свинцовая колчеданная | 7 | 0,851* | $= 0,944 \ln q_{\max} + 2,52$ |
| Медь | Медно-никелевая сульфидная | 7 | 0,866* | $= 0,665 \ln q_{\max} + 6,19$ |
| Медь | Медная и цинково-медная колчеданная | 27 | 0,831** | $= 0,478 \ln q_{\max} + 8,76$ |
| Медь | Медно-свинцово-цинковая колчеданная | 5 | 0,719 | $= 0,401 \ln q_{\max} + 9,63$ |
| Медь | Медистых сланцев и песчаников | 13 | 0,641* | $= 0,262 \ln q_{\max} + 12,21$ |
| Свинец | Свинцово-цинковая | 12 | 0,669* | $= 0,668 \ln q_{\max} + 6,56$ |
| Олово | Оловянная | 12 | 0,400 | |

* Вероятность более 95 %.

** Вероятность более 99 %.

добные графики (рис. 11) могут применяться для ускоренного вычисления общих провинциальных запасов тех или иных металлов.

Имея в виду, что контуры минерально-сырьевых провинций, для которых находились отношения (6), страдают некоторой неопределенностью, а сами провинции достаточно обширны, мы попытались уточнить контуры и уменьшить площадь территорий, взяв данные по отдельным металлогеническим зонам. При их выделении в качестве определяющего критерия принималось присутствие рудоносных геологических формаций (интрузивных, осадочно-вулканогенных, осадочных, метаморфических, кор выветривания) и их сочетаний, определяющих размещение тех или иных формаций. Степень обобщения при выделении формационных типов соответствует региональному масштабу рассмотрения. При уточнении площадей учитывался структурный фактор, позволяющий как бы оконтурить территорию возможного развития формации. В целом были подобраны данные по формациям меди, свинца и цинка, а также олова. Наименование формаций, число пар данных по разным зонам, коэффициент корреляции и уравнение регрессии указаны в табл. 25. Из нее следует, что общий характер связи, выражаемой уравнениями типа (18), для рудно-формационных зон сохраняется. Однако коэффициенты уравнений для разных рудных формаций одного металла весьма различны. Например, для меди коэффициент α изменяется в пределах от 0,262 до 1,12, в среднем составляя 0,585; коэффициент β — от 0,66 до 12,21, в среднем составляя 7,23 и, в общем, отличается от коэффициентов уравнения меди в табл. 20. Для свинца и цинка коэффициент α равен 0,669 и 0,944, коэффициент β — 6,56 и 2,52; в обоих случаях эти коэффициенты заметно отличаются (α больше, β меньше) соответствующего коэффициента уравнения в табл. 20. Однако зависимость между α и β весьма напоминает (19) : $\alpha = 1,12 - 0,0712 \beta$.

Из рис. 12, где показаны линии зависимости общих запасов месторождений в зоне распространения рудной формации от запасов наибольшего месторождения той же зоны, видно, что эти линии пересекаются в некоторой области, которая, однако, меньше, чем область пересечения аналогичных линий на рис. 8. В табл. 26 приведены координаты точек пересечений, позволяющие определить центр пересечений линий для соответствующих формаций, который будет иметь координаты $\ln q_{\max} = 14,40$; $\ln Q = 15,84$. Этот центр несколько уточняет положение линий и позволяет вести количественную оценку прогнозных запасов для рудной формации на основе обобщенного статистического результата. Для любой формации достаточно иметь положение центра и данные по любой провинции, чтобы найти линию зависимости и по ней прогнозировать запасы других провинций. Полученные линейные уравнения табл. 25 для различных рудно-формационных зон вполне приемлемы с целью количественного прогнозирования ресурсов именно соответствующего формационного типа оруденения. Если последний неизвестен или в пределах зоны развито оруденение различных типов, то для прогнозной оценки лучше пользоваться более общей формулой из табл. 20 или из уравнений (21)–(23), не учитывающей формационный тип рудоносности и легко вычисляемой по кларку.

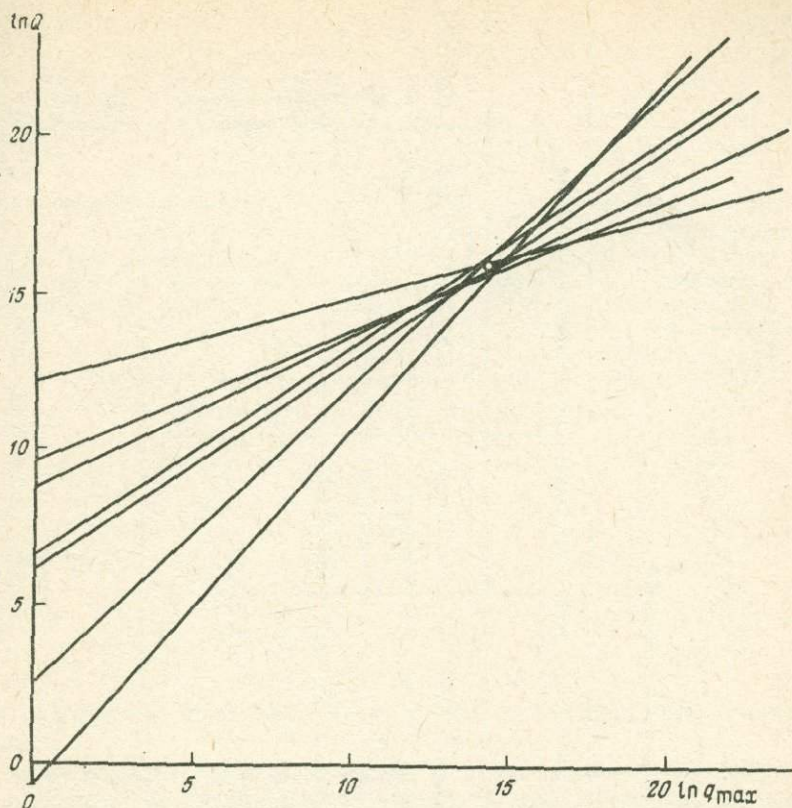


Рис. 12. Линии зависимости общих запасов месторождений в зонах распространения рудной формации от запасов наибольшего месторождения зоны (статистический центр пересечения линий обозначен кружком)

В качестве проверки уравнения, выведенного для меднопорфировых месторождений по весьма исчерпывающим зарубежным данным [29], были определены прогнозные ресурсы ряда металлогенических зон и полученные результаты сравнены с имеющимися данными в соответствующих регионах (табл. 27). В общем, для богатых зон ресурсы оказались заниженными (на 30–70%), а для бедных, как правило, завышенными, иногда в несколько раз. Если же принять запасы относительно бедных или недостаточно изученных зон такими, как они приводятся, то в пределах этих зон следует ожидать месторождений, значительно более крупных масштабов, чем пока имеющиеся.

Выше была показана связь коэффициентов пометалльных уравнений регрессии с соответствующими кларками. Очевидно, что аналогичную связь для формационных месторождений следует искать с породными кларками, исходя из состава рудоносных (рудовмещающих) формаций и, если возможно то и с учетом региональных трендов. Однако такая

Таблица 26

Координаты пересечений линейных уравнений для отдельных рудных формаций

| Формация | Координаты точек пересечения для уравнений формаций | | | | | |
|--|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| Медно-молибденовая | 14,47/15,43 | 15,97/17,23 | 15,00/16,14 | 14,67/15,77 | 15,05/16,20 | 18,07/19,57 |
| Свинцово-цинково-медная колчеданная | 13,09/14,88 | 14,64/16,34 | 14,24/15,93 | 13,39/15,16 | 13,15/14,93 | |
| Медно-никелевая | 15,57/15,87 | — | 14,96/16,14 | 13,74/15,33 | | |
| Медная и свинцово-цинковая колчеданная | 11,01/14,05 | 11,58/14,29 | 15,97/16,39 | | | |
| Медистые песчаники и сланцы | 18,56/17,07 | 13,92/15,86 | | | | |
| Свинцово-цинковая | 11,48/14,24 | | | | | |
| Медно-свинцово-цинковая колчеданная | | | | | | |

Примечание. В числителе $\ln q_{\max}$, в знаменателе $\ln Q$.

Таблица 27

Количественная оценка общих запасов меди в зоне с рудами меднопорфировой формации, а также запасов наибольшего месторождения зоны, млн. т

| Запасы наибольшего известного месторождения зоны | Оценка общих запасов по уравнению $\ln Q = 1,12 \ln q_{\max}$ | Известные общие запасы зоны | Ожидаемый прирост запасов | Запасы наибольшего месторождения зоны, пока неизвестного (полностью или частично) |
|--|---|-----------------------------|---------------------------|---|
| 5,3 | 17,5 | 12,8 | 4,7 | |
| 0,075 | 0,14 | 1,1 | — | 0,45 |
| 0,75 | 1,95 | 2,3 | — | 0,86 |
| 0,75 | 1,95 | 4,8 | — | 1,66 |
| 5,0 | 16,36 | 9,3 | 7,06 | — |
| 0,25 | 0,57 | 5,3 | — | 1,81 |
| 0,75 | 1,95 | 5,75 | — | 1,94 |
| 0,075 | 0,14 | 4,2 | — | 1,47 |
| 0,075 | 0,14 | 2,6 | — | 0,96 |
| 2 | 5,90 | 3,5 | 2,40 | — |

задача затруднена из-за отсутствия во многих случаях необходимых данных.

Таким образом, предлагаемый метод позволяет оценивать прогноз-ные ресурсы рудоносных площадей различного ранга, давая их минимально возможную величину на данную степень изученности территорий. С увеличением степени изученности (появление более крупных месторождений) можно быстро произвести оперативный пересчет ресурсов.

ГЛАВА 4.

КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ (К.П.Д.) ГЕОХИМИЧЕСКОЙ МИГРАЦИИ И СПОСОБ ОЦЕНКИ ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ НА ЕГО ОСНОВЕ

К.П.Д. ГЕОХИМИЧЕСКОЙ МИГРАЦИИ

Согласно В.И. Вернадскому, "история химических элементов в земной коре может быть всегда сведена к их разнообразным движениям, перемещениям, которые мы в геохимии будем называть их миграциями" [8]. В реальной обстановке эти перемещения совершаются под воздействием некоторой разницы потенциалов. По Е.А. Ферману [39], процессы миграции связаны со стремлением атомов к энер-

гетическому равновесию и направлены в сторону состояния с наименьшей свободной энергией. Поэтому перемещения атомов в разных средах и для разных мигрирующих веществ требуют различных затрат энергии. В простейшем случае эти затраты при прочих равных условиях прямо пропорциональны миграционному расстоянию.

Геохимическая миграция, как это видно по результатам, к которым она приводит, содержит направленную компоненту, ведущую к концентрации элемента, и хаотическую компоненту, ведущую к его рассеянию. Первая наиболее выражена при рудообразовании, вторая — при перемещениях в области фоновых содержаний. Обычно процессы миграции имеют смешанный направленно-хаотический характер, что выражается в необходимом совмещении концентрации и рассеяния в пространстве, в совместном нахождении руд и ореолов рассеяния на месторождениях. Всеобщий характер понятий "концентрация—рассеяние", несмотря на некоторую условность разделяющей границы, его принадлежность к той же области категорий, что и "определенность — неопределенность", "направленность—хаотичность", "векторность—броуновость" (т.е. к области охватываемой понятием энтропии Больцмана—Гиббса), позволяет применить к геохимической миграции основные положения теории векторно-броуновских процессов, используя ее для вывода к.п.д. (степени обратимости). Направленная, или векторная, компонента миграции отражает причинную часть, хаотическая, или броуновская, компонента — неустранимые статистические свойства реальных геохимических явлений.

Если все мигрирующие атомы попадают в зону надфоновых содержаний, то миграция является полностью направленной, векторизующей. (Здесь в целях упрощения принимаются только две градации векторизации: "она есть" или "ее нет"; в действительности градаций намного больше, поскольку перемещение может быть направлено в зону высоких, средних или низких надфоновых содержаний). Если все мигрирующие атомы остаются в поле фоновых содержаний, то миграция является полностью хаотическим броунизирующим процессом. Смешанная направленно-хаотическая миграция будет тогда, когда из m атомов, т.е. их $\eta = n/m$ часть переместится в зону надфоновых концентраций, а остальная $1 - \eta$ часть — в поле фоновых содержаний. Соответственно при вполне векторизующем геохимическом процессе $\eta = 1$ ($n=m$); при вполне броунизирующем рассеянии $\eta = 0$ ($n=0$); при смешанном течении процесса $1 > \eta > 0$ ($m > n > 0$). Величина η в геохимическом процессе может быть названа степенью его векторизации или степенью его концентрации (последнее определение в том же смысле уже введено в геохимию Н.И. Сафроновым [34], 1971) и определена как отношение числа n атомов, попадающих в состояние надфоновой концентрации, к общему числу m атомов элемента, участвующих в процессе

$$\eta = n/m. \quad (26)$$

Затраты энергии на миграцию атома химического элемента опре-

деляются условиями миграции и расстоянием, на которое атом мигрирует, но не зависят от того, попал ли атом в конечном итоге в зону концентрации или в поле фоновых содержаний. Это положение является отражением первого закона термодинамики. Геохимический опыт, однако, показывает, что для абсолютного большинства химических элементов число атомов в рассеянном состоянии больше числа атомов в состоянии концентрации. Из этого можно заключить, что рассеяние химического элемента чаще встречается, следовательно, более вероятно, чем его концентрация. Поэтому переход атома из состояния концентрации в состояние рассеяния является процессом самопроизвольным, что и подтверждается геохимическими наблюдениями. Именно это послужило основанием для В.И. Вернадского [8] сделать заключение, что элемент в рассеянном состоянии характеризуется минимальным запасом свободной энергии. Напротив, практика металлургических, обогащательных и других технологических процессов (см. ниже) показывает, что концентрация химического элемента требует значительной работы (т.е. затрат свободной энергии) и не является самопроизвольным процессом. Эта работа представляет собой работу векторизации (или концентрации); на месторождениях она названа энергией рудообразования [34] и может быть оценена на основе термодинамической модели концентрации — рассеяния.

Изучение месторождений полезных ископаемых и вообще концентраций элементов в земной коре показывает, что их возникновение и длительное стабильное существование невозможно в отсутствие векторизирующего процесса, направленного на концентрацию. Руды и надфоновые содержания элемента подвержены различным формам разрушения, следствием чего служат хорошо известные вторичные ореолы и потоки рассеяния. В то же время фоновые и кларковые содержания элемента имеются практически в любых геологических условиях и относятся к устойчивым во времени явлениям. Поэтому на геохимическую миграцию распространяется положение о том, что всякое векторизованное явление может произойти и устойчиво существовать только при наличии соответствующего векторизирующего энергетического потенциала ψ [17]. Это положение является отражением в геохимической миграции второго закона термодинамики.

Таким образом, соотношение между концентрацией и рассеянием при геохимической миграции, как и в других векторно-броуновских процессах, определяется величиной ψ -потенциала. Если работа, необходимая для превращения рассеивающей миграции в концентрирующую, равна ϵ , то равновесие между рассеивающей и концентрирующей компонентной миграции выражается схемой

рассеяние \rightleftharpoons концентрация + $(\psi - \epsilon)$,

где ψ — энергетический потенциал, определяющий концентрацию элемента при миграции. Для характеристики последней может быть введена константа концентрации

$$K = \eta / 1 - \eta, \quad (27)$$

аналогичная константе векторизации векторно-броуновских процес-

сов. Для этих констант по общему закону статистического равновесия между векторной и броуновской компонентой процесса будет справедливо [17] уравнение

$$K = F/Q, \quad (28)$$

где F – свободная энергия; Q – теплота.

Рассмотрим далее термодинамическую модель крупного блока (сегмента) земной коры. Выделим в пределах блока некоторую геохимическую систему, где происходят изменения в связи с миграцией атомов из состояния I в состояние II. Остальная часть блока представляет собой геологическую среду. Если блок достаточно велик, то процессы в его пределах неизмеримо более значительны, чем на его границах, т.е. сам блок практически изолирован от соседних столь же больших блоков.

Разберем, по Н.И. Кобозеву [17], термодинамику изотермически протекающего кругового процесса геохимической миграции I → II в его обратимой и необратимой частях. Если процесс I → II необратим, то свободная энергия мигрирующих атомов уменьшается на ΔF , полная энергия – на ΔU , а энтропия изменяется на ΔS . При самопроизвольном течении процесса I → II может производиться некоторая работа A , направленная на концентрацию части атомов химического элемента. Величина работы неопределенна, так что запас свободной энергии геологического блока (т.е. и системы, и среды) в этом случае изменяется на величину $\Delta F_{\text{бл}} = -\Delta F \mp A$.

Логично в качестве степени обратимости геохимической миграции ввести величину

$$\eta' = A/\Delta F, \quad (29)$$

где A – реальная работа, совершенная при миграции. В нашем случае это реальная работа, затрачиваемая на концентрацию элемента. Отметим, что степень обратимости миграции и будет ее к.п.д.

Геохимическая миграция представляет собой термодинамический процесс, результатом которого, кроме работы A , является изменение энтропии ΔS , свободной ΔF и полной ΔU энергии геологической среды и геохимической системы. Изменение энтропии

$$\Delta S_{\text{cp}} = (\Delta U - A)/T; \quad \Delta S = -\Delta S;$$

$$\Delta S_{\text{бл}} = \Delta S_{\text{c}} + \Delta S_{\text{cp}} = (\Delta U - A - T\Delta S)/T = (1 - \eta)\Delta F/T, \quad (30)$$

где T – абсолютная температура, а индексы "бл", "cp" и "c" соответственно относятся к величинам, характеризующим геологический блок, среду и геохимическую систему. По уравнению (30) видно, что при полной необратимости миграции $\eta' = 0$, а $\Delta S_{\text{бл}} = \Delta F/T$; при полной обратимости $\eta' = 1$ и $\Delta S_{\text{бл}} = 0$.

Изменение свободной энергии блока

$$\Delta F_{\text{бл}} = -\Delta F + \eta' \Delta F = -(1 - \eta') \Delta F = -T \Delta S. \quad (31)$$

Это значит, что при полной необратимости миграции $\Delta F_{\text{бл}} = -\Delta F$, а при ее полной обратимости $\Delta F_{\text{бл}} = 0$. Изменение полной энергии геологического блока практически незначительно, т.е. $\Delta U_{\text{бл}} = 0$. Следовательно, при изотермически обратимых процессах геохимической миграции, кроме закона сохранения энергии, выполняется также закон сохранения свободной энергии и энтропии. При вполне необратимой миграции ($\eta' = 0$) прирост энтропии блока максимален и по уравнению (31) равен $\Delta S_{\text{бл}} = -\Delta F_{\text{бл}}/T$.

При вполне обратимой миграции $\Delta S_{\text{бл}} = 0$.

Как следует из изотермических условий миграции, полученные выводы справедливы, если масса мигрирующего элемента значительно ниже массы геологической среды; тогда теплота реакций, сопутствующих миграции, переходит в окружающую среду, увеличивая ее энтропию, но не меняя ее температуру.

Анализ свойств η' в обратимых и необратимых геохимических процессах показал, что эта величина вполне удовлетворяет предельным условиям, которым должна удовлетворять мера обратимости. Значения η' , заключенные между 0 и 1, отвечают частично обратимым процессам.

Энергетические изменения, которые произойдут в пределах всего геологического блока при миграционном процессе $I \rightarrow II$, выразятся: в переходе из состояния I в состояние II с падением полной и свободной энергии и изменением энтропии на ΔU , ΔF и ΔS при $T = \text{const}$; в переходе тепла $(\Delta U - A)$ в геологическую среду и увеличении энтропии всего блока в целом на $\Delta S_{\text{бл}} = (1 - \eta') \Delta F/T$; в уменьшении свободной энергии блока на $(\Delta F - A)$; в создании нового запаса свободной энергии в результате работы A .

Для того чтобы процесс миграции прошел в обратном направлении из состояния II в состояние I , т.е. для обращения процесса $I \rightarrow II$ в процесс $II \rightarrow I$, необходимо из внешней геологической среды в геохимическую систему подвести свободную ΔF и связанную энергию $T \Delta S$, что в целом составит полную энергию ΔU . Если степень обратимости в процессе $II \rightarrow I$, как и раньше, равна η' , то убыль свободной энергии геологической среды $\Delta F_{\text{сп}} = \Delta F/\eta'$, убыль тепла $-T \Delta S$, причем оно перейдет в систему в виде связанной энергии $+T \Delta S$.

Общее увеличение связанной энергии геологического блока $\Delta Q_{\text{бл}} = \Delta F_{\text{сп}} - \Delta F = (1 - \eta') \Delta F_{\text{бл}}/\eta'$. В более общем виде $F/Q = (1 - \eta')/\eta'$. Учтя, что константа концентрации K по (28) равна левой части полученного уравнения, по (26) и (27) находим

$$\eta' = \eta = n/m. \quad (26')$$

Следовательно, степень обратимости (к.п.д.) геохимической миграции одновременно является степенью превращения полной энергии в сво-

бодную и совпадает со степенью концентрации (векторизации) процесса. Тогда свободная энергия F миграционного процесса является энергией концентрирующей, связанная энергия Q — энергией рассеивающей. Полная энергия $U = F + Q$, причем $F \rightleftharpoons Q$. Другими словами $F = \eta U$; $Q = (1 - \eta)U$.

При $\eta = 1$ изменение полной энергии геологического блока целиком расходуется на обратимые процессы концентрирующей геохимической миграции, причем увеличение связанной энергии и соответственно рассеяние при миграции равно 0.

При $\eta = 0$ изменение полной энергии блока расходуется только на необратимые процессы рассеивающей геохимической миграции, причем изменение связанной энергии системы равно изменению полной энергии блока.

Для того чтобы учесть изменение свободной энергии при круговом процессе геохимической миграции $I \rightleftharpoons II$ и степени обратимости, равной η , следует иметь в виду кроме самой свободной энергии, еще и работу $A = \eta \Delta F$. Тогда баланс свободной энергии геологического блока, в пределах которого совершается процесс $I \rightleftharpoons II$, составим в целом

$$\Delta F_{\text{бл}} = -(\Delta F - \eta \Delta F + \Delta F/\eta - \Delta F) = -\Delta F(1/\eta - \eta).$$

Поскольку геологический блок принят практически изолированным, и $\Delta U = 0$, имеем $\Delta F_{\text{бл}} = T \Delta S$.

Отсюда увеличение энтропии в процессе $I \rightleftharpoons II$ при той же степени обратимости η выразится так $\Delta S = \frac{\Delta F}{T}(1/\eta - \eta)$.

Для полностью обратимого ($\eta = 1$) процесса круговой геохимической миграции справедливы следующие соотношения:

$$\Delta F_{\text{бл}} = 0; \Delta S_{\text{бл}} = 0; \Delta U_{\text{бл}} = 0.$$

Для полностью необратимого ($\eta = 0$) процесса

$$\Delta F_{\text{бл}} = -\infty; \Delta S_{\text{бл}} = +\infty.$$

Таким образом, разбор простейшей термодинамической модели геохимической миграции элемента в пределах крупного геологического блока позволил установить, что ее степень концентрации одновременно является степенью обратимости или к.п.д. миграции. Все полученные для к.п.д. отношения, учитывая простоту модели, носят характер первого приближения. Несмотря на это, они имеют большое значение, поскольку позволяют найти ряд предельных соотношений, ограничивающих степень концентрации геохимических процессов (см. ниже).

Здесь следует отметить, что смысл к.п.д. миграции, найденный на основе модели миграции атомов как векторно-броуновского процесса в условно-изолированной геохимической системе, полностью совпал в его выводом на основе модели геохимического цикла, излагаемой

в главе 7. Подчеркнем полную независимость моделей и широкую степень их общности, благодаря которой они могут быть отнесены к миграции любого элемента в любом геохимическом процессе.

ВИДЫ К.П.Д. ГЕОХИМИЧЕСКОЙ МИГРАЦИИ

При изучении поведения химического элемента в длительно протекающем процессе могут быть определены три различающиеся по смыслу значения степени концентрации. Первое значение может быть названо общей степенью концентрации (к.п.д.) геохимической миграции. Оно определяется по (26), причем концентрирующимися считаются атомы, попадающие в зоны надфоновых содержаний, а величина к.п.д. определяется для процесса в целом.

Второе значение может быть названо интегральной степенью концентрации геохимического процесса. Оно определяется по той же формуле, но в качестве n принимается число n_i атомов, попадающих в зону выше определенных концентраций, всегда значительно превышающих минимальные надфоновые; чаще всего в качестве n_i принимается число атомов, образующих кондиционные промышленные руды. Следовательно, здесь речь идет о той части общего к.п.д., которая тратится на образование промышленных руд.

Третье значение степени концентрации может быть названо дифференциальной степенью, которая определяется как отношение числа n_i атомов элемента, концентрирующихся на определенном этапе i развития процесса (и достигающих зоны содержаний выше некоторой величины) к числу n_{i-1} атомов, сконцентрированных на предыдущем $i-1$ этапе развития этого процесса (при меньших содержаниях). Следовательно, дифференциальная степень является к.п.д. в каждый данный момент развития процесса. Обычно $n_i < n_{i-1}$, а содержания, достигаемые в соответствующий момент, $c_i > c_{i-1}$.

Определение видов степеней концентрации, их соотношение между собой и свойства в геохимическом процессе представлены в табл. 28 (в ней дополнительно встречаются обозначения: A и ΔF — работа и свободная энергия миграции, A_i и ΔF_i — то же, на некотором ее этапе).

СПОСОБЫ РАСЧЕТА К.П.Д. ГЕОХИМИЧЕСКОЙ МИГРАЦИИ

К.п.д. миграции химического элемента приобретает общее значение, если будут известны способы его оценки в тех или иных конкретных геохимических условиях.

Прежде всего рассмотрим возможности прямого нахождения к.п.д. по соотношению (26). Из двух необходимых для этого величин известна, в лучшем случае, только одна. Так, для хорошо изученного месторождения полезных ископаемых подсчитаны запасы элемента в рудах и может быть определена его масса в первичном ореоле, что в сумме составляет число n атомов, сконцентрированных при рудообразовании.

Таблица 28

Свойства видов к.п.д. геохимической миграции элемента

| Вид к.п.д. | Обозначение и определяющая формула | Соотношение видов к.п.д. между собой | Определяющая термодинамическая формула | Свойства в геохимическом процессе |
|--|------------------------------------|--------------------------------------|--|--|
| Общий для процесса миграции | $\eta = n/m$ | $\eta = \sum_i \eta_i$ | $\eta = A/\Delta F$ | |
| Интегральный для определенного этапа процесса | $\eta_i = n_i/m$ | $\eta_i = \prod_i \eta'_i$ | $\eta_i = A_i/\Delta F$ | $\eta > \eta_1 > \dots >$ $> \eta_{i-1} > \eta_i$ |
| Дифференциальный для отдельного этапа процесса | $\eta'_i = n_i/n_{i-1}$ | $\eta'_i =$ $= \eta_i/\eta_{i-1}$ | $\eta'_i =$ $= A_i/\Delta F_i$ | $\eta < \eta'_{i-1} <$ $< \eta'_i < \eta'_{i+1}$ |

* Доказательство данного неравенства приведено в [6].

Таблица 29

Степени концентрации некоторых металлов и масштаб условных единиц энергии рудообразования

| Металл | Кларк, % | Степень концентрации (к.п.д.) в земной коре [34], % | Относительный масштаб* единиц энергии рудообразования |
|----------|---------------------|---|---|
| Железо | 5,1 | 0,021 | 0,04 |
| Медь | $1 \cdot 10^{-2}$ | 0,043 | 4,3 |
| Свинец | $1,6 \cdot 10^{-3}$ | 0,15 | 94 |
| Цинк | $5 \cdot 10^{-3}$ | 0,055 | 11 |
| Никель | $8 \cdot 10^{-3}$ | 0,0018 | 0,22 |
| Кобальт | $3 \cdot 10^{-3}$ | 0,00044 | 0,45 |
| Олово | $4 \cdot 10^{-3}$ | 0,003 | 0,7 |
| Вольфрам | $1 \cdot 10^{-4}$ | 0,024 | 240 |
| Молибден | $3 \cdot 10^{-4}$ | 0,008 | 22,5 |
| Ртуть | $7 \cdot 10^{-6}$ | 0,13 | $2 \cdot 10^4$ |
| Золото | $5 \cdot 10^{-7}$ | 0,15 | $3 \cdot 10^5$ |

* Определяется величиной коэффициента $k = \eta/c_0$ в соотношении (1).

Однако общее число m атомов элемента, участвовавших в этом процессе, неизвестно. В иной ситуации — для земной коры в целом — можно считать, что общее число атомов элемента, участвующих в рудообразовании, практически равно числу всех его атомов в земной коре (легко

находится по соответствующему кларку). Но здесь недостаточно точно определимо число атомов, образующих зоны повышенных содержаний. Поэтому прямые оценки к.п.д. применимы мало, и, главным образом, в целом для земной коры. Они, как уже говорилось, названы степенью концентрации элементов (табл. 29) и иногда приводятся в геохимической литературе.

Если общее число и число концентрирующихся атомов элемента в процессе определить трудно или невозможно, то отношение этих чисел иногда поддается расшифровке. Его величина прямо следует из распределения содержаний элемента в продуктах процесса, когда может быть показано, что оно отвечает данному, а влияние других процессов незначительно. Кривая распределения служит статистической характеристикой геохимического явления и всегда может быть получена экспериментально. С ее помощью устанавливаются относительные количества атомов для поинтервально взвешенных содержаний и доля атомов, образующих аномальную часть кривой. Эта доля и представляет собой общий к.п.д. миграции элемента в изучаемом процессе.

Трудно решается вопрос о границе фоновых и аномальных содержаний. Общего решения его пока нет. На практике к надфоновым относят содержания, превышающие средние более чем на два среднеквадратических отклонения. В случае нормального распределения такая граница представляется удовлетворительной; в случае логномального и еще более асимметричных распределений она становится все более неопределенной. Вопрос о ней должен быть решен в дальнейшем.

Сейчас будем считать, что граница нам известна. Обозначим ее x_0 . Тогда

$$n/m = F(x_0, \infty) / F(0, \infty), \quad (32)$$

где $F(0, \infty)$ и $F(x_0, \infty)$ — суммы произведений содержаний элемента на частоты их встречаемости для всего распределения и для его аномальной части. Зная функцию распределения

$$F = \int x f(x) dx, \quad (33)$$

где $f(x)$ — плотность вероятностей распределения содержаний x , а также зная эту плотность, можно получить значение (32).

Так, для нормального распределения плотность вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где x — содержание; μ — математическое ожидание; σ — среднее квадратическое отклонение. Функция нормального распределения по (33) представляет собой неопределенный интеграл

$$F = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx,$$

Таблица 30

Таблица интеграла вероятностей $\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^z e^{-x^2/2} dx$ для $0,00 \leq z \leq 3,30$; $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$

| z | $\Phi(z)$ | z | $\Phi(z)$ | z | $\Phi(z)$ |
|------|-----------|------|-----------|------|-----------|
| 0,00 | 0,5000 | 0,85 | 0,8023 | 1,70 | 0,9554 |
| 0,05 | 0,5199 | 0,90 | 0,8159 | 1,80 | 0,9641 |
| 0,10 | 0,5398 | 0,95 | 0,8289 | 1,90 | 0,9713 |
| 0,15 | 0,5596 | 1,00 | 0,8413 | 2,00 | 0,9773 |
| 0,20 | 0,5793 | 1,05 | 0,8531 | 2,10 | 0,9821 |
| 0,25 | 0,5987 | 1,10 | 0,8643 | 2,20 | 0,9861 |
| 0,30 | 0,6179 | 1,15 | 0,8749 | 2,30 | 0,9893 |
| 0,35 | 0,6368 | 1,20 | 0,8849 | 2,40 | 0,9918 |
| 0,40 | 0,6554 | 1,25 | 0,8944 | 2,50 | 0,9938 |
| 0,45 | 0,6736 | 1,30 | 0,9032 | 2,60 | 0,9954 |
| 0,50 | 0,6915 | 1,35 | 0,9115 | 2,70 | 0,9965 |
| 0,55 | 0,7088 | 1,40 | 0,9192 | 2,80 | 0,9974 |
| 0,60 | 0,7257 | 1,45 | 0,9265 | 2,90 | 0,9981 |
| 0,65 | 0,7422 | 1,50 | 0,9332 | 3,00 | 0,9985 |
| 0,70 | 0,7580 | 1,55 | 0,9394 | 3,10 | 0,9990 |
| 0,75 | 0,7734 | 1,60 | 0,9452 | 3,20 | 0,9993 |
| 0,80 | 0,7881 | 1,65 | 0,9505 | 3,30 | 0,9997 |

для которого найдем общее решение. Заменяя переменную x на $t = (x - \mu)/\sqrt{2\sigma}$, получим

$$F = \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int t e^{-t^2} dt + \frac{\mu}{\sqrt{\pi}} \int e^{-t^2} dt.$$

Зная пределы интегрирования x и учитывая, что $t(x_0) = (x_0 - \mu)/\sigma\sqrt{2}$; $0 = -\mu/\sigma$, осуществляем переход к определенным интегралам, решение которых позволяет найти

$$\left. \begin{aligned} F(0, \infty) &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{\mu/\sigma\sqrt{2}} + 0,5 \mu [2 \Phi(\mu/\sigma) - 1]; \\ F(x_0, \infty) &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_0 - \mu}{\sigma\sqrt{2}}} + 0,5 \mu \left[1 - 2 \Phi\left(-\frac{x_0 - \mu}{\sigma}\right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где $\Phi(\mu/\sigma)$ и $\Phi\left(-\frac{x_0 - \mu}{\sigma}\right)$ — табличные функции интеграла вероятностей. К.п.д. миграции химического элемента определяется подстановкой полученных функций в уравнение (32). В табл. 30 показаны значения функций интеграла.

В геохимии часто встречаются асимметричные распределения, которые формируются в процессах концентрации слабой или средней интенсивности. Эти распределения могут быть приведены к нормальному виду, если вместо исходных величин использовать их логарифмы. По-

этому распределения носят название логарифмически-нормальных (лог-нормальных). Их плотность вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} e^{-0,5 \left(\frac{\ln \gamma - \ln x}{\beta} \right)^2},$$

где γ К^а; $\alpha = \mu_{\ln}$ — математическое ожидание логарифмов случайной величины x ; $\beta = \sigma_{\ln}$ — стандартное отклонение указанных логарифмов. К.п.д. миграции может быть получен по (32). Предварительно найдем общее решение для величин F в форме неопределенного интеграла

$$F = \int x f(x) dx = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \int e^{-0,5 \left(\frac{\ln \gamma - \ln x}{\beta} \right)^2} dx$$

или

$$F = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{(\mu_{\ln} - \ln x)^2}{2\sigma_{\ln}^2}} dx.$$

Применяя подстановку $t = \mu_{\ln} - \ln x / \sigma_{\ln}$, получим

$$F = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-0,5 t^2 - \sigma_{\ln} t + \mu_{\ln}} dt.$$

Учитывая соответствующие пределы интегрирования, найдем

$$m = F(0, \infty) = e^{0,5 (\sigma_{\ln}^2 + 2\mu_{\ln})}.$$

Отсюда вытекает, что

$$\ln m = 0,5 \sigma_{\ln}^2 + \mu_{\ln}; \quad \mu_{\ln} = \ln m - 0,5 \sigma_{\ln}^2.$$

Тогда

$$F(x_0, \infty) = e^{0,5 \sigma_{\ln}^2 + \mu_{\ln}} \Phi \left(-\frac{1}{\sigma_{\ln}} \ln \frac{x_0}{m} + \frac{\sigma_{\ln}}{2} \right).$$

В результате

$$F(x, \infty) / F(0, \infty) = \Phi \left(-\frac{1}{\sigma_{\ln}} \ln \frac{x}{m} + \frac{\sigma_{\ln}}{2} \right).$$

Распределение содержаний химического элемента, значительно отличающихся от фоновых и кларковых, может быть аппроксимировано гиперболической кривой. Подобные распределения нередко встречаются в пределах месторождений полезных ископаемых, как результат интенсивных геохимических процессов. Плотность вероятностей при гиперболическом распределении $f(x) = b e^{-bx}$, причем его математическое ожидание $\mu = 1/b$, а дисперсия $\sigma^2 = 1/b^2$. Общее решение для функции

$$F = \int bxe^{-bx} dx = +e^{-bx}(x + 1/b).$$

Тогда

$$F(0, \infty) = 1/b; \quad F(x_0, \infty) = e^{-bx_0} (x_0 + \frac{1}{b}).$$

К.п.д. миграции элемента, содержания которого образуют гиперболическое распределение, будет равно

$$\frac{n}{m} = e^{-bx_0} (1 + bx_0).$$

Приведем примеры оценки общих коэффициентов полезного действия миграции элемента в некоторых реальных геохимических процессах. По данным В.Д. Уханова [38], изучавшего геохимию хрома в верхней мантии Земли по включениям в кимберлитовой трубке, содержания хрома распределяются так, как это показано в табл. 31. Кларковые содержания хрома в ультраосновных породах равны 0,2 %. Границей его надфоновых содержаний, судя по распределению, могут быть приняты содержания около 0,5 % хрома, т.е. 2,5 кларков его концентрации. По мере изменения границы в сторону увеличения содержаний к.п.д. становится все меньше.

Из работы В.А. Вахрушева и В.Н. Семенова [7], изучавших распределение германия в магнетитах железорудных месторождений Алтае-Саянской складчатой области и Енисейского края, заимствованы данные табл. 32. Железорудные месторождения подразделяются авторами по их генетическому типу на группы и подгруппы. В каждой из них для миграции германия в связи с образованием магнетита нами были рассчитаны к.п.д. (табл. 33). Из их величин следует, что к.п.д. германия при рудообразовании на месторождениях разных генетических групп различен: он максимален (0,18) для осадочно-вулканогенных и, очевидно, минимален (0,04) для контактово-метасоматических месторождений, связанных с граносиенитовыми субвулканическими породами. На месторождениях I группы кларк концентрации, равный 4, достигается при к.п.д. $\sim 0,23$, на месторождениях II группы — при $\sim 0,145$, на месторождениях III группы — при 0,08.

Скандий изучался в биотитах метаморфических пород докембрийских комплексов ряда регионов Советского Союза [23]. По результатам изучения получены оценки к.п.д. этого элемента при кристаллизации биотита в гнейсах, кристаллических сланцах, гранито-гнейсах и других породах амфиболитовой и гранулитовой фаций метаморфизма (табл. 34). Из таблицы видно, что степень концентрации скандия в биотитах из горных пород, относящихся к гранулитовой фации, выше, чем из пород, относящихся к амфиболитовой фации.

Другой способ расчета общего к.п.д. основывается на данных об изотопных отношениях. Предположим, что в исходном состоянии атомов химического элемента отношение некоторых его изотопов равно $m_1/m_2 = a$. В результате определенного геохимического процесса часть

Таблица 31

Распределение хрома в ультраосновных включениях кимберлитов [38]

| Содержания, вес. % | 0,015 | 0,045 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,12 | 0,14 | 0,16 | 0,18 | 0,22 |
|--|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Частоты встречаемости | 1 | 2 | 2 | 5 | 7 | 9 | 3 | 7 | 4 | 5 | 8 |
| Поинтервально взвешенные количества | 0,015 | 0,090 | 0,14 | 0,40 | 0,63 | 0,90 | 0,36 | 0,98 | 0,64 | 0,80 | 1,76 |
| Количества выше данного интервала | | | | | | | | | | | |
| К.п.д. концентрации до содержаний выше данного | | | | | | | | | | | |

Продолжение табл. 31

| Содержания, вес. % | 0,26 | 0,32 | 0,38 | 0,44 | 0,50 | 0,60 | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 1,1 | 1,2 |
|--|------|------|------|------|------|-------|------|-------|-------|------|-------|
| Частоты встречаемости | 5 | 4 | 8 | 6 | 3 | 4 | 7 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| Поинтервально взвешенные количества | 1,30 | 1,28 | 3,04 | 2,64 | 1,50 | 2,40 | 4,90 | 2,40 | 2,70 | 0,10 | 0,20 |
| Количества выше данного интервала | | | | | | 11,2 | 8,8 | 5,4 | 3,0 | 0,30 | 0,20 |
| К.п.д. концентрации до содержаний выше данного | | | | | | 0,382 | 0,30 | 0,184 | 0,103 | 0,01 | 0,007 |

Таблица 32

Распределение содержаний германия в магнетитах железорудных месторождений
Алтае-Саянской области и Енисейского края [7]

| Группа или под-группа месторождений | Генетический тип месторождений | Число изученных объектов | Число изученных объектов | Содержания германия, г/т | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----|----|----|----|----|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Ип* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 20 | 22 | 26 | 30 | | | | | | | |
| I | Скарново-метасоматические | 35 | 314 | 115 | 42 | 36 | 57 | 15 | 15 | 6 | 3 | 2 | 3 | 10 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | - | 1 | - | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Ia | Связанные со слабо дифференцированными габброидными интрузиями | 19 | 147 | 57 | 27 | 10 | 34 | 6 | 8 | 1 | 1 | - | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 1б | Связанные с субвулканическими граносиенитовыми интрузиями | 16 | 167 | 58 | 15 | 26 | 23 | 9 | 6 | 5 | 2 | 2 | 2 | 9 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | - | 1 | - | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| II | Осадочно-вулканогенные | 3 | 32 | - | - | - | 1 | 3 | 3 | 2 | 5 | 2 | 2 | 3 | 2 | - | 2 | - | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | - | 1 | - | 2 | - | - | - | |
| III | Осадочные прибрежно-дельтовые | 3 | 37 | - | 3 | 9 | 1 | 3 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | - | 1 | - | - | - | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

* Ниже порога чувствительности метода.

Таблица 33

К.п.д. миграции германия при переходе в магнетиты железорудных месторождений

| Группа или подгруппа месторождений | К.п.д. германия при его содержаниях, г/т | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|--|-------|--------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|-------|--------|
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 20 | 22 | 25 | 30 |
| I | 0,297 | 0,205 | 0,175 | 0,157 | 0,138 | 0,122 | 0,062 | — | — | 0,035 | — |
| Ia | 0,040** | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| Iб | 0,46 | 0,283 | 0,247* | 0,222 | 0,197 | 0,171 | — | 0,088** | — | 0,049 | — |
| II | 0,63 | 0,543 | — | 0,477 | 0,399 | — | 0,354 | 0,308 | 0,246* | — | 0,180* |
| III | 0,410 | — | 0,224 | — | — | — | 0,167* | 0,098 | — | — | — |

* Содержания, отклоняющиеся от среднего на два стандарта.

** То же, на три стандарта.

Таблица 34

К.п.д. скандия при кристаллизации биотитов
метаморфических пород [23]

| Горные породы | Амфиболитовая фация | | | | Гранулитовая фация | | | |
|---|---------------------|-------------------------|------------------------------|--------|--------------------|-------------------------|------------------------------|--------|
| | Число анализов | Среднее содержание, г/т | Порог надфоновых содержаний* | К.п.д. | Число анализов | Среднее содержание, г/т | Порог надфоновых содержаний* | К.п.д. |
| Глиноземистые гнейсы и кристаллические сланцы | 88 | 28 | 70/25 | 0,056 | 3 | 12 | 39/3,2 | 0,140 |
| Кристаллические сланцы основного состава | 16 | 17 | 32/18 | 0,134 | — | — | — | — |
| Граниты, пегматиты, гранито-гнейсы | 48 | 26 | 72/2,8 | 0,039 | 48 | 22 | 80/3,2 | 0,164 |

* В числителе — в г/т, в знаменателе — в кларках.

атомов концентрируется, и изотопное отношение в них становится равным $n_1/n_2 = \beta$; другая часть остается в прежнем состоянии, но с изменившимся вследствие ухода части атомов изотопным отношением, равным $(m_1 - n_1)/(m_2 - n_2) = \gamma$. Если все три величины отношений известны, то с помощью простейших расчетов можно найти к.п.д. для каждого

изотопа. Действительно, для первого изотопа $(m_1 - n_1) / \left(\frac{m_1}{\alpha} - \frac{n_1}{\beta} \right) = \gamma$,

откуда $n_1/m_1 = (1 - \frac{\gamma}{\alpha}) / (1 - \frac{\gamma}{\beta})$. Для второго изотопа $(m_2 - n_2) / (m_2 - n_2) = \gamma$, откуда $n_2/m_2 = (\alpha - \gamma) / (\beta - \gamma)$. С учетом весовых долей изотопов среди всех атомов элемента легко найти его к.п.д. или хотя бы приближенную оценку к.п.д.

К сожалению, изотопные отношения в ряде случаев также неизвестны, что чаще всего относится к исходному состоянию. Все же этим способом можно определить к.п.д. некоторых миграционных процессов. В табл. 35 приведены его оценки для земной коры в целом, т.е. оценки степени концентрации элементов, для которых наиболее известны отношения изотопов. При расчетах принято, что исходное состояние при миграции элемента имеет отношение изотопов, равное его среднему значению для основных магматических пород, а конечные состояния — наибольшим и наименьшим значениям изотопных отношений, встречающим-

Таблица 35

Расчет степеней концентрации (к.п.д. миграции)
по изменению изотопного состава элемента

| Химический элемент, изотопное отношение | Изотопное отношение [31] | | | Степень концентрации (к.п.д.) в земной коре | |
|--|-------------------------------------|--------------|-------------|---|---|
| | среднее, принятое за исходное | максимальное | минимальное | первого изотопа (см. числитель в графе 1) | второго изотопа (см. знаменатель в графе 1) |
| Углерод, $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ | 90,91 | 94,1 | 87,7 | 0,480 | 0,498 |
| Стронций, $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ | 0,702 | 0,727 | 0,698 | 0,016 | 0,0138 |
| Сера, $^{32}\text{S}/^{34}\text{S}$ | 22,22 | 23,20 | 20,76 | 0,625 | 0,598 |
| Бор, $^{11}\text{B}/^{10}\text{B}$ | 4,320 | 4,422 | 4,270 | 0,0352 | 0,0335 |
| Кислород, $^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ | 497,1 | 506,7 | 486,7 | 0,536 | 0,538 |
| Железо, $^{54}\text{Fe}/^{57}\text{Fe}$ | 2,70 | 2,81 | 2,60 | 0,493 | 0,476 |
| Германий, $^{76}\text{Ge}/\text{Ge}^{70}$ | 0,3732 | 0,3837 | 0,3730 | 0,0132 | 0,0187 |

ся в природе и известным в настоящее время. Конкретные цифры заимствованы у К. Ранкама [31]. Относительно высокие значения к.п.д. в таблице, возможно, связаны либо с многократной переработкой исходного состава на протяжении геологической истории, либо с неверным его выбором. Судить об этом пока преждевременно, поскольку других оценок к.п.д. тех же элементов пока нет.

Еще один способ расчета к.п.д., в этом случае дифференциального, вытекает из формулы Сафронова [34] для энергии рудообразования

$$\Delta F = (RT \ln c')/\eta, \quad (35)$$

где c' — кларк концентрации; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура. Г.И. Менакер [26] получил, исходя из этой формулы, по выражению (29) следующее значение дифференциального к.п.д., связывающее "процессы концентрации с заданным состоянием неполного равновесия подсистемы":

$$\eta^* = 1 - \ln c' / \ln c'_{\max} \quad (36)$$

(c'_{\max} — максимальный кларк концентрации в ней), в которой геохимический процесс протекает самопроизвольно в направлении $c'_{\max} \rightarrow 1$, причем образуются концентрации в c' кларков, характеризующие полезную работу. Здесь значение к.п.д. позволяет автору теоретически вывести логнормальную функцию распределения содержаний и с ее по-

Таблица 36

Теоретические значения относительной доли атомов металлов, заключенных в месторождениях [26]

| Металл | Кларк c_0 , % | Минимальный промышленный кларк концентрации c'_{\min} | Наибольшее значение кларка концентрации в рудах c'_{\max} | Доля атомов, заключенных в месторождениях |
|----------|---------------------|---|---|---|
| Ниобий | $2 \cdot 10^{-3}$ | 140 | $1,2 \cdot 10^5$ | 30 |
| Ванадий | $2 \cdot 10^{-3}$ | 80 | $2,2 \cdot 10^4$ | 15 |
| Уран | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 200 | $3 \cdot 10^6$ | 30 |
| Цинк | $8,3 \cdot 10^{-3}$ | 84 | $3,5 \cdot 10^4$ | 20 |
| Литий | $3,2 \cdot 10^{-3}$ | 103 | $1,1 \cdot 10^4$ | 10 |
| Бериллий | $3,8 \cdot 10^{-4}$ | 132 | $1,2 \cdot 10^5$ | 22 |
| Торий | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | 160 | $9 \cdot 10^5$ | 35 |
| Свинец | $1,6 \cdot 10^{-3}$ | 190 | $6,5 \cdot 10^5$ | 16 |
| Золото | $4,3 \cdot 10^{-7}$ | 690 | $3,2 \cdot 10^8$ | 30 |
| Цезий | $3,7 \cdot 10^{-4}$ | 270 | $1,9 \cdot 10^6$ | 13 |
| Тантал | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 150 | $39 \cdot 10^5$ | 60 |
| Олово | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 400 | $2,5 \cdot 10^6$ | 9 |
| Молибден | $1,1 \cdot 10^{-4}$ | 454 | $2,5 \cdot 10^6$ | 10 |
| Вольфрам | $1,3 \cdot 10^{-4}$ | 461 | $6,5 \cdot 10^6$ | 10 |
| Мышьяк | $1,7 \cdot 10^{-4}$ | 590 | $2 \cdot 10^6$ | 5 |
| Серебро | $7 \cdot 10^{-6}$ | 1430 | $7,6 \cdot 10^7$ | 6 |
| Сурьма | $5 \cdot 10^{-5}$ | 4000 | $1 \cdot 10^7$ | 0,8 |
| Ртуть | $8,3 \cdot 10^{-6}$ | 6024 | $1,1 \cdot 10^8$ | 0,6 |
| Висмут | $9 \cdot 10^{-7}$ | 11000 | $1,03 \cdot 10^9$ | 0,6 |
| Марганец | 0,1 | 50 | $2,2 \cdot 10^3$ | 10 |

мощью найти отношение числа атомов металла, образующих рудные содержания, к общему числу его атомов в земной коре или ее определенной части, т.е. общий вид к.п.д.

$$\frac{n}{m} = B \int_{x_0}^{x_{\max}} e^{-\frac{x^2}{x_{\max} - x}} dx. \quad (37)$$

Здесь все величины представляют собой логарифмы содержаний, выраженных в кларках c' концентрации: $x = \ln c'$; $x_0 = \ln c'_{\min}$; $x_{\max} = \ln c'_{\max}$, причем c'_{\min} — порог рудных содержаний; B — константа, индивидуальная для каждого элемента и определяемая следующим образом:

$$B = \frac{1}{\int_0^{x_{\min}} e^{-\frac{x^2}{x_{\max} - x}} dx + \int_0^{x_{\max}} e^{-\frac{x^2}{x_{\max} - x}} dx},$$

Таблица 37

Расчет к.п.д. миграции по данным об энергетических затратах при технологических процессах получения чистого металла

| Металл | Тип руды | Минимальная промышленная концентрация в кларках c | Энергетический коэффициент a , Дж/моль | Примерная температура рудообразования T, K | К.п.д. миграции |
|----------|-------------------------|---|--|--|----------------------|
| Медь | Сульфиды | 43 | $1,1 \cdot 10^8$ | 600 | $1,74 \cdot 10^{-4}$ |
| Титан | Россыпи | 16 | $5,47 \cdot 10^6$ | 800 | $3,6 \cdot 10^{-3}$ |
| Алюминий | Анортозиты | 2 | $2,52 \cdot 10^7$ | 1000 | $4,55 \cdot 10^{-4}$ |
| | Глины | | $1,11 \cdot 10^7$ | 300 | $3,09 \cdot 10^{-4}$ |
| Железо | Бокситы | | $5,83 \cdot 10^6$ | 300 | $5,84 \cdot 10^{-4}$ |
| | Латериты | 5 | $3,6 \cdot 10^6$ | 800 | $3,68 \cdot 10^{-3}$ |
| | Гематитовые руды | | $2,16 \cdot 10^6$ | 600 | $4,66 \cdot 10^{-3}$ |
| | Немагнетитовые такониты | | $1,48 \cdot 10^6$ | 800 | $9,02 \cdot 10^{-3}$ |
| | Магнетитовые такониты | | $8,64 \cdot 10^5$ | 800 | $1,54 \cdot 10^{-2}$ |

где $x_{\text{пор}} = \ln c'_{\text{пор}}$, а $c'_{\text{пор}}$ — минимальное встречающееся содержание. В табл. 36 показаны рассчитанные по уравнению (37) значения долей атомов рудных металлов, заключенных в месторождениях. Из общих соображений, подтверждаемых содержанием глав 1–3, между значениями этих долей и степенями концентрации из табл. 29 или рассчитанными по данным табл. 36 должна быть положительная связь. Но корреляция соответствующих величин приводит к незначимым коэффициентам (в первом случае +0,35; во втором –0,19), поэтому данный подход, по крайней мере сейчас, использоваться не может.

Вообще, уравнение (35) для расчета может применяться лишь в том случае, если энергия рудообразования (концентрации) ΔF оценивается независимым от к.п.д. путем. Ниже показано, что это может быть сделано по данным технологических процессов. Забегая несколько вперед (см. главу 6), покажем, что к.п.д. при концентрации до c' кларков равен

$$\eta = RTc' \ln c'/a (c'-1), \quad (38)$$

где a — энергетический коэффициент (см. главу 6), определяемый эмпирически на основе данных по технологии получения соответствующего металла. В табл. 37 приведены величины a для руд разных метал-

лов, минимальные промышленные их концентрации в кларках и полуценные оценки к.п.д. миграции. Недостатком способа является отсутствие данных об a в природном процессе рудообразования и использование вместо него значений a в технологическом процессе (см. табл. 37), где они, очевидно, выше.

СПОСОБ ОЦЕНКИ МАКСИМАЛЬНО-ВОЗМОЖНЫХ ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ НА ОСНОВЕ К.П.Д.

Величина к.п.д. миграции химического элемента имеет важное значение для предварительной оценки запасов полезных ископаемых, так как она позволяет: 1) приближенно определять теоретически возможные запасы полезного ископаемого; 2) уточнить значения энергии рудообразования (концентрации) и соответственно зависимости запасов руд от содержаний в них металла. Остановимся на первом аспекте.

Предположим, что из m атомов элемента, участвующих в некотором геохимическом процессе, n попадает в зону надфоновых содержаний. В начальный момент число концентрирующихся атомов в числом всех атомов по уравнению (26) связано отношением $n_1 = \eta_1 m$. Если в процессе осуществляется концентрация атомов, то существует свободная энергия ψ , т.е. концентрирующий потенциал, влияние которого на атом не зависит от того, подвергался ли последний уже его действию в предшествующий отрезок времени. Поэтому атомы, ранее участвовавшие в концентрирующей миграции, могут и в дальнейшем принимать в ней участие. Их число примерно равно $n_2 = \eta_2 n_1 = \eta_2 \eta_1 m$.

При последующем воздействии потенциала часть атомов будет продолжать концентрацию на основе (фоне) содержаний, достигнутых ранее: $n_3 = \eta_3 n_2 = \eta_3 \eta_2 \eta_1 m$. Для любого момента k развития процесса число атомов, достигнувших некоторую концентрацию, будет равно $n_k = \eta_k, \dots, \eta_2 \eta_1 m$. Другими словами, $n_k = m \prod_{i=1}^k \eta_i = \eta^* m$.

Если процесс происходит таким образом, что величина η_i является почти постоянной ($\eta_i = \eta$), получаем равенство

$$n_k = \eta^k m. \quad (39)$$

Это равенство, однако, имеет весьма приближенный характер, так как, с одной стороны, к.п.д. в любом эволюционном геохимическом процессе практически всегда возрастает [6]: $\eta_1 \leq \eta_2 \leq \dots \leq \eta_k$, а, с другой, не все атомы, концентрирующиеся в предшествующий момент, продолжают концентрацию, т.е. оценка n_i всегда больше действительной величины.

Для некоторого элементарного изменения момента развития процесса от i до $i + di$ изменение запасов $dn_i = \eta^i m di$. Общее число атомов элемента, продолжавших концентрацию выше некоторого предела,

достигаемого при течении процесса до момента $i > k$, будет определяться уравнением

$$n_i > k = \int_k^{\infty} \eta^i m di,$$

в котором m — величина, постоянная для определенного процесса. Поэтому $n_i > k = m (\eta^{\infty} / \ln \eta - \eta^k / \ln \eta)$. Так как η — число дробное, изменяющееся от 0 до 1, то первый член правой части уравнения обращается в 0. Следовательно

$$n_i > k = -m\eta^k / \ln \eta,$$

что и характеризует возможные запасы элемента в концентрированном состоянии, достигнутом после момента k . К.п.д. миграции, по крайней мере примерно, определяет величину запасов месторождений. К сожалению, данная формула пока имеет только теоретическое значение из-за невозможности определения k .

ГЛАВА 5

ЭНЕРГИЯ РУДООБРАЗОВАНИЯ И ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЩИХ ЗАПАСОВ РУД

Связь запасов металла и его содержания в рудах отдельного месторождения известна геологам достаточно давно. Еще в начале пятидесятых годов С.Дж. Ласки [43] определил эту связь следующим образом:

$$\begin{aligned} c &= \alpha - \beta \ln q; \\ c_{\min} &= \alpha - \beta (\ln q + 1), \end{aligned} \quad (40)$$

где c и c_{\min} — среднее и бортовое содержания металла в руде; α и β — два параметра зависимости. В дальнейшем это положение получило название "закона" Ласки. А.М. Марголин [25], исследовавший этот закон, показал, что он лучше всего выдерживается для руд, коэффициент вариации содержаний в которых близок к единице. При отклонении от единицы в большую или меньшую сторону зависимость (40) также отклоняется от линейной. Указанным автором получено следующее обобщение закона Ласки:

$$\begin{aligned} c &= \int (c_{\min} - \bar{c}) dq/q + \text{const} \\ c_{\min} &= \int (c_{\min} - \bar{c}) dq/q + (c_{\min} - \bar{c}) + \text{const}. \end{aligned} \quad (41)$$

При $\text{const} = a$ и $c_{\min} - \bar{c} = \beta$ уравнение (41) принимает вид (40). При учете коэффициента вариации, который, как мы упоминали, влияет на (40), на основе гамма-распределения А.М. Марголин получил еще одно обобщение закона Ласки.

Связь запасов и содержаний металла в рудах, очевидно, сохранится, если в качестве ее переменных будут использованы средние содержания металла и его общие запасы на месторождении. В таком виде она может быть использована для количественной прогнозной оценки запасов.

Проверка этого предположения производилась с помощью корреляционного и регрессионного анализа данных о средних c и максимальных c_{\max} содержаниях руды, с одной стороны, и суммарных ее запасах q , с другой, на зарубежных рудных месторождениях. Получены два вида значимых коэффициентов корреляции:

- 1) $r(\bar{c}, \ln q) = 0,756$; $r(c_{\max}, \ln q) = 0,787$;
- 2) $r(\ln \bar{c}, \ln q) = 0,876$; $r(\ln c_{\max}, \ln q) = 0,959$.

Их сравнение показывает, что логарифмы запасов с содержаниями коррелируются лучше тогда, когда эти содержания также взяты в виде логарифмов. Большие величины коэффициентов корреляции позволили рассчитать следующие уравнения регрессии:

$$\left. \begin{aligned} \bar{c} &= 0,870 \ln q - 5,21; \\ c_{\max} &= 0,336 \ln q + 2,62. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} \ln \bar{c} &= 0,502 \ln q - 4,36; \\ \ln c_{\max} &= 0,191 \ln q - 0,23. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Расхождения между двумя эмпирическими формами зависимости по сути заключаются в том, чем ее аппроксимировать — гамма-кривой (42), как это делает А.М. Марголин, или экспонентой (43). Хотя при второй форме зависимости коэффициенты корреляции получаются выше, решить этот вопрос на эмпирическом уровне нельзя. Следует обратиться к теоретическому рассмотрению причин существования рассматриваемых зависимостей и, в частности, к модели энергии рудообразования (концентрации), успешно разрабатываемой в последнее десятилетие Н.И. Сафроновым и его последователями [34].

Понятие энергии рудообразования, как одного из видов энергии концентрации, получено на основе классической термодинамики идеального газа. Сложный процесс рудообразования значительно упрощается и сводится к концентрации — рассеянию ряда химических элементов. Учитывая важность модели, на ряде ее упрощений следует остановиться более детально.

1. Рудообразование уподобляется процессу сжатия — разрежения в "атмосфере" химических элементов, которая обладает свойствами идеального газа.

2. Хотя к реальному гидротермальному рудообразованию ближе политропный процесс, оно считается изотермическим при температуре 400 °С (673 К), что лишь незначительно искажает результаты.

3. Термодинамическая активность ионов, комплексов или других компонентов, участвующих в рудообразовании, принимается равной их атомному содержанию в единице объема.

4. Способность всех элементов к концентрации в рудах принимается одинаковой и равной единице.

5. Причиной рудоотложения считается изменение температур на пути миграции рудообразующих растворов.

При этих упрощениях энергия рудообразования представляет собой энергию, необходимую для сжатия — разрежения "атмосфер" рудо- и породообразующих элементов в единице объема от исходной породы (гранитоида) до руды (ореола) заданной кондиции. "Чистая" работа рудо- и ореолообразования для элемента j , по Н.И. Сафронову, равна $A_j = n_j RT \ln c'_j$, где n_j — число его грамм-атомов, концентрирующихся в процессе и отнесенных на единицу объема; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура изотермического процесса, приравненная к 673 К; c'_j — безразмерная единица, показывающая, во сколько раз "атмосфера" данного элемента сжата или разрежена в единице объема руды по сравнению с геохимическим фоном в начальном или конечном состоянии (c'_j исчисляется через атомные содержания и всегда больше 1). Далее Н.И. Сафронов учитывает, что для получения некоторой полезной работы, каковой является "чистая" работа рудообразования, требуются затраты свободной энергии (у Н.И. Сафронова — "истинные" затраты энергии), причем эти затраты обратно пропорциональны коэффициенту полезного действия (к.п.д., η_j)

$$\Delta F_j = \frac{A_j}{\eta_j} = (n_j RT \ln c'_j) / \eta_j. \quad (44)$$

Вне зависимости от природы сжатия — разрежения к.п.д. принимается прямо пропорциональным атомному содержанию c_j элемента j , участвующего в процессе,

$$\eta_j = k''_j c_{0j}, \quad (45)$$

где k''_j — коэффициент пропорциональности, зависящий от ряда факторов; $c_{0j} = n_j / \sum n_j$ — кларк в исходной породе при сжатии или конечной — при разрежении; n_j — число r -атомов элемента в единице объема; $\sum_j n_j$ — сумма r -атомов всех элементов в тех же условиях. Таким образом, для отдельного элемента

$$\Delta F_j = n_j RT \ln c'_j / k''_j c_{0j}.$$

Учтя, что $n_j = n_{0j} c'_j$; $c_j = n_j / \sum_j n_j$; $\sum_j n_j = m$, получим

$$\Delta F_j = \frac{m}{k''_j} RT c'_j \ln c'_j. \quad (46)$$

В этом уравнении наименее определенной величиной является коэффициент k_j'' , зависящий от ряда факторов и, в их числе, от индивидуальных особенностей элемента. Несмотря на это, величина энергии ΔF_j приводится к условным единицам, т.е. значения m , RT и k_j'' для любого элемента принимаются равными единице. Тогда для элемента j

$$\Delta F_j = c_j' \ln c_j', \quad (47)$$

а для всех элементов, участвующих в процессе,

$$\Delta F = \sum_j \Delta F_j = \sum_j c_j' \ln c_j'. \quad (48)$$

Применяя выведенные уравнения, Н.И. Сафронов рассчитал (в усл. единицах) энергию рудообразования (на 1 м³ руды, на 1 т руды и основного металла) для кварц-касситеритовых и медноколчеданных руд. В табл. 38 показаны результаты его расчетов энергии медного рудообразования.

Наиболее слабым местом при выводе формулы энергии рудообразования нам представляется соотношение (45), в котором к тому же k_j'' приравнивается единице. В действительности, как это следует из определения к.п.д. миграции, $\eta_j c_{0j} = c$, где c — количество атомов в продуктах рудообразования, деленное на объем пород, участвующих в процессе, т.е. кларк элемента в исходном состоянии и его к.п.д. в концентрирующем процессе связаны между собой не линейной, а скорее гиперболической зависимостью. Тем не менее, зная числовые значения η_j и c_{0j} , в частных случаях всегда можно определить коэффициент $k_j'' \neq 1$ и внести поправки в расчеты, сделанные по (47–48). Трудности заключаются в том, что определение η_j конкретного процесса (см. выше) не всегда возможно. Лучше эта величина известна для земной коры в целом. В частности, например, они приводятся в уже цитировавшейся книге Н.И. Сафронова [34], где названы степенью концентрации элемента. Подсчитаны количества элемента в рудах (см. табл. 29); эти количества также могут быть использованы для оценок k_j'' . Последние приведены в табл. 39 и 40, причем между таблицами имеются расхождения, связанные с высокой неопределенностью исходных данных.

Используя значения степеней концентрации из табл. 39, получим по (45) оценки k_j'' для соответствующих металлов, которые приведены в последнем столбце таблицы. По этим оценкам видно, что условные единицы энергии для химических элементов значительно различаются между собой. Например, единицы энергии для олова на шесть порядков выше, чем для золота, и на порядок выше, чем для меди. Используя значения k_j'' для олова и меди, мы в табл. 38 ввели поправку, которая позволила сопоставить энергии медноколчеданного и кварц-касситеритового рудообразования.

Хотя значения η_j позволили уточнить расчеты k_j'' , а затем и энергии рудообразования, они все-таки показали серьезную неточность (46) и необходимость возвращения к (44), тем более, что сейчас нам известны не только оценки к.п.д., сделанные на основе эмпирических данных,

Таблица 38

Результаты расчетов энергии рудообразования и распространение запасов меди в медноколчеданных рудах различных кларков концентрации [34]

| Кларк концентрации меди относительно гранитов | Объемная масса 1 м^3 , кг | Содержание меди на 1 м^3 | | Расчетная энергия рудообразования, усл. ед. | | | Относительная вероятность образования медных руд заданной кондиции | Относительная величина запасов медных руд заданной кондиции | Расчетная энергия рудообразования в тех же единицах, что и для олова (на 1 т меди) |
|---|-------------------------------------|------------------------------------|-------|---|-------------|----------|--|---|--|
| | | кг | % | на 1 м^3 руды | на 1 т меди | | | | |
| | | | | | по расчету | отн. ед. | | | |
| 1,0 | 2740,0 | 0,054 | 0,002 | 80,5 | 1490 | 1000 | 1,0 | 1,00 | — |
| 10,0 | 2740,0 | 0,548 | 0,02 | 103,8 | 192,0 | 0,129 | 0,1 | 0,780 | 0,022 |
| 75,0 | 2755,0 | 4,05 | 0,15 | 415,0 | 102,0 | 0,069 | 0,013 | 0,194 | 0,012 |
| 100,0 | 2760,0 | 5,40 | 0,19 | 560,0 | 104,0 | 0,070 | 0,010 | 0,143 | 0,012 |
| 300,0 | 2790,0 | 16,20 | 0,58 | 1975,0 | 122,0 | 0,082 | $3,33 \cdot 10^{-3}$ | $4,06 \cdot 10^{-2}$ | 0,014 |
| 600,0 | 2820,0 | 32,40 | 1,15 | 4390,0 | 136,0 | 0,091 | $1,67 \cdot 10^{-3}$ | $1,83 \cdot 10^{-2}$ | 0,016 |
| 1200,0 | 2880,0 | 64,80 | 2,25 | 9610,0 | 148,0 | 0,099 | $8,33 \cdot 10^{-4}$ | $8,39 \cdot 10^{-3}$ | 0,017 |
| 2500,0 | 3030,0 | 135,0 | 4,45 | 21850,0 | 162,0 | 0,109 | $4,0 \cdot 10^{-4}$ | $3,70 \cdot 10^{-3}$ | 0,019 |
| 5000,0 | 3280,0 | 270,0 | 8,24 | 47200,0 | 175,0 | 0,117 | $2,0 \cdot 10^{-4}$ | $1,71 \cdot 10^{-3}$ | 0,020 |
| 9000,0 | 3725,0 | 490,0 | 13,15 | 89750,0 | 183,0 | 0,123 | $1,1 \cdot 10^{-4}$ | $8,94 \cdot 10^{-4}$ | 0,021 |
| 16990,0 | 4540,0 | 920,0 | 20,28 | 179186,0 | 195,0 | 0,131 | $6,0 \cdot 10^{-4}$ | $4,58 \cdot 10^{-4}$ | 0,023 |
| 25550,0 | 4140,0 | 1380,0 | 33,35 | 268674,0 | 195,0 | 0,131 | $3,91 \cdot 10^{-5}$ | $2,98 \cdot 10^{-4}$ | 0,023 |
| 55100,0 | 4850,0 | 2876,0 | 61,36 | 611208,0 | 206,0 | 0,138 | $1,81 \cdot 10^{-5}$ | $1,32 \cdot 10^{-4}$ | 0,024 |

Таблица 39

Соотношения между относительными условными единицами энергии рудообразования для разных элементов (коэффициенты k_j'')

| Металл | Кларк в литосфере, % | Запас металлов в земной коре (площадь 149 млн. км ² , глубина 1 км) | | Степень концентрации η_j в рудах и ореолах [34] | Значение коэффициента $k_j''^*$ |
|----------|-------------------------|--|-------------------------------------|--|---------------------------------|
| | | рассеянных в породах | концентрированных в рудах и ореолах | | |
| Железо | 5,1 | $2,1 \cdot 10^{16}$ | $4,3 \cdot 10^{12}$ | $2,1 \cdot 10^{-2}$ | 0,000041 |
| Медь | $1 \cdot 10^{-2}$ | $4,2 \cdot 10^{13}$ | $18,2 \cdot 10^9$ | $4,3 \cdot 10^{-2}$ | 0,043 |
| Свинец | $1,6 \cdot 10^{-3}$ | $6,7 \cdot 10^{12}$ | $10,2 \cdot 10^9$ | $1,5 \cdot 10^{-1}$ | 0,94 |
| Цинк | $5 \cdot 10^{-3}$ | $2,1 \cdot 10^{13}$ | $11,6 \cdot 10^9$ | $5,5 \cdot 10^{-2}$ | 0,11 |
| Никель | $8 \cdot 10^{-3}$ | $3,3 \cdot 10^{13}$ | $0,6 \cdot 10^9$ | $1,8 \cdot 10^{-3}$ | 0,0022 |
| Кобальт | $3 \cdot 10^{-3}$ | $1,2 \cdot 10^{13}$ | $5,26 \cdot 10^7$ | $4,4 \cdot 10^{-4}$ | 0,0015 |
| Олово | $4 \cdot 10^{-3}$ | $1,7 \cdot 10^{13}$ | $0,5 \cdot 10^9$ | $3 \cdot 10^{-3}$ | 0,007 |
| Вольфрам | $1 \cdot 10^{-4}$ | $4,2 \cdot 10^{11}$ | $0,1 \cdot 10^9$ | $2,4 \cdot 10^{-2}$ | 2,4 |
| Молибден | $3 \cdot 10^{-4}$ | $1,2 \cdot 10^{12}$ | $0,1 \cdot 10^9$ | $8 \cdot 10^{-3}$ | 0,225 |
| Ртуть | $7 \cdot 10^{-6}$ | $2,9 \cdot 10^{10}$ | $3,7 \cdot 10^7$ | $1,3 \cdot 10^{-1}$ | 200 |
| Золото | $5 \cdot 10^{-7}$ | $2,1 \cdot 10^9$ | $3,15 \cdot 10^6$ | $1,5 \cdot 10^{-1}$ | 3000 |

* $k_j'' = \eta_j / c_{0j}$, исходные данные Н.И. Сафронова.

Таблица 40

Оценка степеней концентрации для земной коры
под континентами

| Химический элемент | Степень концентрации в рудах η_j^* $1 \cdot 10^{-8}$ | Химический элемент | Степень концентрации в рудах η_j^{**} $1 \cdot 10^{-8}$ |
|--------------------|--|--------------------|---|
| Железо | 9,6 | Фтор | 0,24 |
| Марганец | 9,0 | Титан | 0,12 |
| Хром | 6,5 | Бор | 5,4 |
| Никель | 1,1 | Золото | 37,8 |
| Кобальт | 0,24 | Бериллий | 0,07 |
| Вольфрам | 1,2 | Литий | 0,36 |
| Молибден | 6,0 | Ниобий | 1,1 |
| Алюминий | 0,12 | Тантал | 2,4 |
| Медь | 8,7 | Цирконий | 2,4 |
| Свинец | 8,4 | Уран | 1,3 |
| Цинк | 2,8 | Платина | 0,24 |
| Олово | 8,2 | Палладий | 0,07 |
| Сурьма | 4,8 | Рений | 2,4 |
| Ртуть | 11,6 | Торий | 0,11 |
| Калий | 2,6 | Цезий | 0,07 |
| Фосфор | 8,6 | Серебро | 7,9 |
| Сера | 6,4 | Ванадий | 0,3 |
| Барий | 0,24 | Висмут | 3,4 |

* По (2) $\eta_j = k'_j/M$, где общая масса под континентами до глубины 2 км $M = 8,31 \cdot 10^{17}$ г; использованы данные табл. 3.

но и его теоретическое содержание. В согласии с ним $\Delta F_j = m_j RT \ln c'_j$; $\Delta F = RT \sum_j m_j \ln c'_j$, где m_j — общее количество атомов элемента j , принимающих участие в рудообразовании.

Здесь следует отметить, что к.п.д. рудообразования в целом не может быть выражен такой же простой формулой, как к.п.д. миграции отдельного элемента. Действительно, общий к.п.д. процесса равен

$$\eta = A/\Delta F = \frac{\sum_j n_j \ln c'_j}{\sum_j m_j \ln c'_j} \neq \frac{\sum_j n_j}{\sum_j m_j}.$$

В табл. 41 показаны результаты вычислений по соотношению (44) энергии рудообразования (ΔF_j) на 1 кмоль металла по эмпирическим и теоретическим значениям к.п.д. (при $T = 600$ К). Таким образом, в широко использующуюся схему определения энергии рудообразования Н.И. Сафронова могут быть внесены уточнения, в том числе позволившие ее единицу для различных металлов привести во взаимное соответствие. Однако вопрос о действительных значениях условных единиц все же не был решен.

Таблица 41

Расчет * энергии рудообразования (ΔF_j) на 1 кмоль металла
(по различным эмпирическим и теоретическим оценкам к.п.д.)

| Металл | Минимальный кларк концентрации металла в рудах, c_j' | Логарифм кларка концентрации $\ln c_j$ | К.п.д. концентрации, установленный эмпирически [34], η_j | Энергия рудообразования по графе 4 настоящей таблицы ΔF_{ji} | | К.п.д. рудообразования, установленный эмпирически [10], η_j | Энергия рудообразования по графе 7 настоящей таблицы ΔF_j | | К.п.д. концентрации, установленной теоретически **, η_j | Энергия рудообразования по графе 10 настоящей таблицы ΔF_j | |
|----------|--|--|---|--|-------------------|--|---|-------------------|--|--|-------------------|
| | | | | 0,001 Дж/моль | 1000 Вт-ч/моль | | 0,001 Дж/моль | 1000 Вт-ч/моль | | 0,001 Дж/моль | 1000 Вт-ч/моль |
| Железо | 5 | 1,61 | $2,1 \cdot 10^{-4}$ | $3,82 \cdot 10^{10}$ | 10,61 | $4,7 \cdot 10^{-7}$ | $1,71 \cdot 10^{13}$ | 4744 | $2,8 \cdot 10^{-4}$ | $2,06 \cdot 10^{10}$ | 7,94 |
| Медь | 43 | 3,76 | $4,3 \cdot 10^{-4}$ | $4,36 \cdot 10^{10}$ | 12,11 | $8,9 \cdot 10^{-7}$ | $2,10 \cdot 10^{13}$ | 5833 | $6,5 \cdot 10^{-4}$ | $2,88 \cdot 10^{10}$ | 8,00 |
| Свинец | 188 | 5,24 | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,74 \cdot 10^{10}$ | 4,84 | $7,5 \cdot 10^{-7}$ | $3,48 \cdot 10^{13}$ | 9766 | $1,04 \cdot 10^{-3}$ | $2,51 \cdot 10^{10}$ | 6,61 |
| Цинк | 84 | 4,43 | $5,5 \cdot 10^{-4}$ | $4,02 \cdot 10^{10}$ | 11,16 | $2,4 \cdot 10^{-7}$ | $9,17 \cdot 10^{13}$ | 25472 | $3,5 \cdot 10^{-4}$ | $6,31 \cdot 10^{10}$ | 17,52 |
| Никель | 17 | 2,83 | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | $7,84 \cdot 10^{11}$ | 217,35 | $1,5 \cdot 10^{-7}$ | $9,51 \cdot 10^{13}$ | 26400 | $3 \cdot 10^{-4}$ | $4,70 \cdot 10^{10}$ | 13,05 |
| Кобальт | 11 | 2,39 | $4,4 \cdot 10^{-6}$ | $2,71 \cdot 10^{12}$ | 752,31 | $0,2 \cdot 10^{-7}$ | $5,95 \cdot 10^{14}$ | 165512 | $3 \cdot 10^{-4}$ | $3,97 \cdot 10^{10}$ | 11,03 |
| Олово | 400 | 5,99 | $3 \cdot 10^{-5}$ | $9,96 \cdot 10^{11}$ | 276,54 | $2,7 \cdot 10^{-7}$ | $1,24 \cdot 10^{14}$ | 34567 | $3 \cdot 10^{-4}$ | $9,95 \cdot 10^{10}$ | 27,64 |
| Вольфрам | 444 | 6,09 | $2,4 \cdot 10^{-4}$ | $1,26 \cdot 10^{11}$ | 35,14 | $1,0 \cdot 10^{-7}$ | $3,04 \cdot 10^{14}$ | 84346 | $3,1 \cdot 10^{-4}$ | $9,79 \cdot 10^{10}$ | 27,19 |
| Молибден | 46 | 3,83 | $8 \cdot 10^{-5}$ | $2,38 \cdot 10^{11}$ | 66,31 | $7,0 \cdot 10^{-7}$ | $2,73 \cdot 10^{13}$ | 7583 | $1,6 \cdot 10^{-4}$ | $1,19 \cdot 10^{11}$ | 33,15 |
| Ртуть | 6024 | 8,70 | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | $3,34 \cdot 10^{10}$ | 9,27 | $4,9 \cdot 10^{-7}$ | $8,69 \cdot 10^{13}$ | 24146 | $1 \cdot 10^{-3}$ | $4,34 \cdot 10^{10}$ | 12,06 |
| Золото | 285 | 5,65 | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,88 \cdot 10^{10}$ | 5,22 | $7,6 \cdot 10^{-7}$ | $3,64 \cdot 10^{13}$ | 10110 | $2 \cdot 10^{-3}$ | $1,4 \cdot 10^{10}$ | 3,91 |

* По соотношению (44), $T=600$ К; $RT=4,986 \cdot 10^6$ Дж/кмоль.

** По формуле (66), см. главу 7.

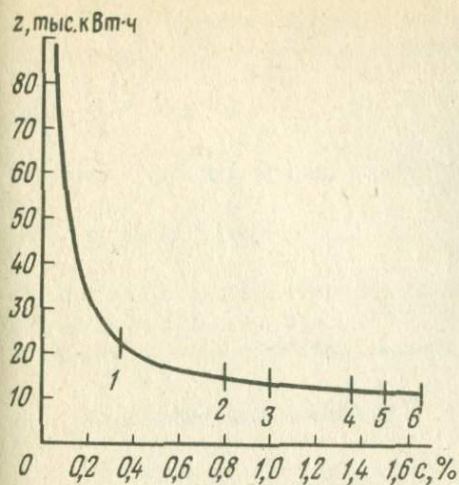


Рис. 13. Линия зависимости энергии, затрачиваемой на получение меди, от ее содержания в сульфидных рудах. По Н. Пейдж и С. Крезин [48]. Средние содержания меди в рудах месторождений: 1 — Сизэриита, штат Аризона, США; 2 — двадцать два месторождения, США; 3 — Токупала, Перу; 4 — Экзотика, Чили; 5 — Чукуекмата, Чили; 6 — Эль-Тенинте, Чили. z — эквивалент угольной энергии для получения 1 т меди; c — содержание меди в руде, %

Для его решения попытаемся привлечь данные технологического процесса извлечения металла из его руд [48]. Затраты энергии для получения чистого металла складываются из затрат на обогащение, металлургический процесс, очищение и т.п. Общие энергетические затраты показаны на графиках рис. 13 и 14 в угольном эквиваленте и тысячах киловатт-часов, причем находились они по следующей общей формуле:

$$E_0 = E_d m + E_s = E_0 / c + E_s,$$

где E_0 — общая энергия; E_d — E_s — затраты при добыче и дроблении руд, а также плавнении и рафинировании металла; m — их тоннаж, c — содержание в них металла.

Обратившись к графикам рис. 13 и 14, можно увидеть эмпирически устанавливаемую зависимость энергии, затрачиваемой на получение 1 т чистого металла, от его содержания в рудах. При снижении содержания металла в руде затраты энергии возрастают по равносторонней гиперболоиде. Для меди, добываемой из ее сульфидных руд, затраты резко возрастают при содержании меньше 0,3%; при содержаниях ниже 0,1% кривая асимптотически приближается к вертикальной оси диаграммы (см. рис. 13). Аналогичные зависимости установлены для железа, алюминия и титана (см. рис. 14) в рудах различного минерального состава. Из графиков видно, что величина энергии, затрачиваемой на концентрирование, зависит не только от его интервала, но и от области содержания, в которых концентрирование происходит.

По гиперболоидам рис. 13 и 14 нами получено аналитическое уравнение

$$\Delta F' = a / c' + b, \quad (49)$$

в котором $\Delta F'$ — энергетические траты на 1 т чистого металла, тыс. кВт·ч; c' — среднее содержание металла в исходной руде, в кларках, a и b —

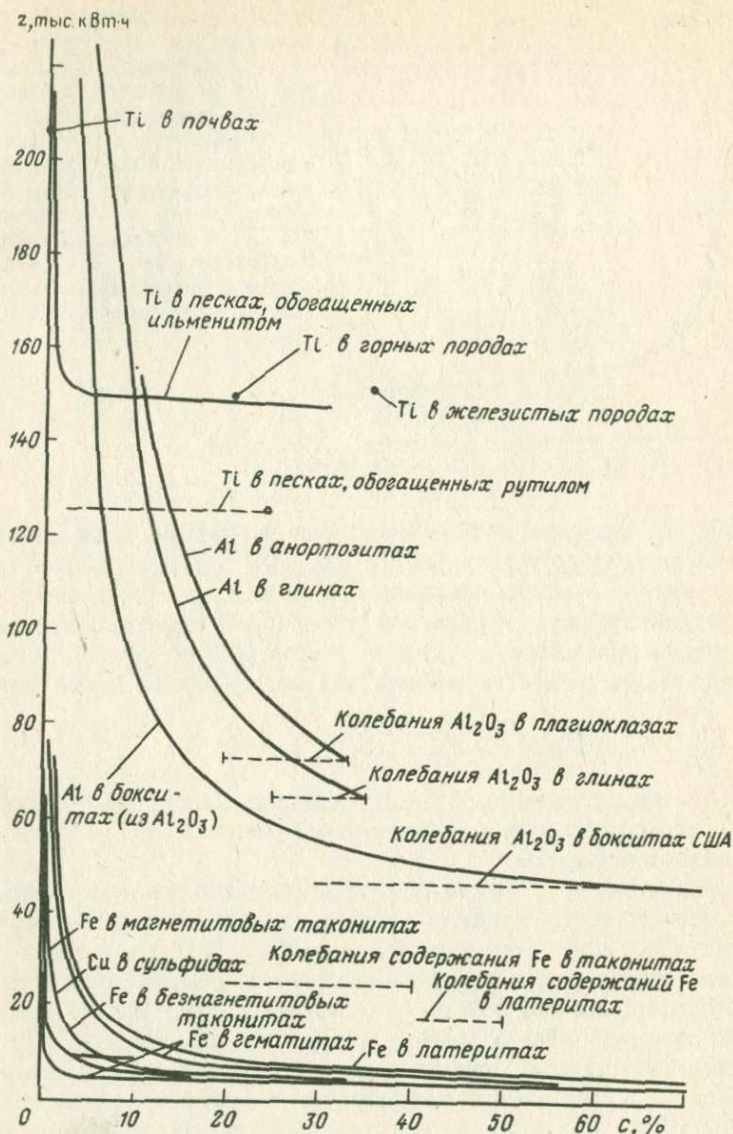


Рис. 14. Линии зависимости энергии, затрачиваемой на получение некоторых металлов, от их содержания в рудах. По Н. Пейдж и С. Креззи [48].
 z и c — то же, что на рис. 13

эмпирически найденные коэффициенты, первый из которых характеризует равностороннюю гиперболу, а второй — ее положение от начала координат. Если $c' = 1$, то находим затраты энергии на получение 1 т металла из горных пород с его кларковым содержанием, т.е. $\Delta F^0 = a + b$.

Затраты энергии, которые необходимы для концентрации элемента от кларкового до содержания c' , будут равны

$$\Delta F = \Delta F^{\circ} - \Delta F' = a (1 - 1/c'). \quad (50)$$

Например, для меди уравнение (49) имеет вид

$$\Delta F'_{\text{Cu}} = 485/c' + 10,8,$$

причем кларк меди в литосфере принят равным 0,008 %. Далее, найдем величину энергии (в тыс. кВт-ч), которая необходима для получения 1 т чистой меди из горной породы с ее кларковым содержанием

$$\Delta F^{\circ}_{\text{Cu}(1)} = 485 + 10,8 = 495,8$$

и из горной породы с ее содержанием в десять кларков

$$\Delta F'_{\text{Cu}(10)} = 485/10 + 10,8 = 59,3.$$

Следовательно, если бы мы захотели провести процесс концентрации от 1 до 10 кларков, то в силу первого закона термодинамически потратили бы не менее

$$\Delta F_{\text{Cu}} = \Delta F^{\circ}_{\text{Cu}(1)} - \Delta F'_{\text{Cu}(10)} = 436,5.$$

Подобным же образом найдены и другие величины энергии концентрации меди, приведенные в табл. 42.

Кривые рис. 13 и 14 и выводы, сделанные на их основании, характеризуют технологические процессы. Перенос этих выводов на природные геологические процессы складывается: 1) из утверждения правомерности для них гиперболической зависимости энергии концентрирования металла от его содержаний в рудах или породах и 2) из пригодности конкретных значений коэффициентов a и b . Первое утверждение приемлемо, поскольку основные физические соотношения в технологических и геологических процессах подобны друг другу. Что же касается конкретных значений коэффициентов, то естественно допустить, что затраты энергии на концентрирование в геологических условиях намного выше, чем в технологических. Поэтому коэффициенты a и b , полученные из диаграмм, минимальны. Только с учетом данного положения можно вернуться к табл. 42, в которой рядом с величинами энергий концентрирования меди в технологических процессах указаны соответствующие оценки энергии рудообразования (в усл. ед.), полученные Н.И. Сафроновым [34] и нами. Из табл. 42 и 43 следует, что эквивалент условной единицы уменьшается с увеличением интервала концентрирования, выраженного в кларках. Различия же энергии концентрации в природных и технологических процессах велики и возрастают с ростом содержаний. В табл. 44 приведены коэффициенты a и b в урав-

Таблица 42

Расчет энергии рудообразования для медных руд разных содержаний

| Содержание меди в кларках c | Логарифмы содержаний | Энергия* рудообразования, в единицах $RT \cdot 10^6$ | Энергия** рудообразования, в Дж/кмоль $\cdot 10^{12}$ | Энергия рудообразования, кВт-ч/кмоль $\cdot 10^6$ | Энергия рудообразования, кВт-ч/т $\cdot 10^6$ |
|-------------------------------|----------------------|--|---|---|---|
| 1 | — | — | — | — | — |
| 10 | 2,30 | 2,58 | 12,86 | 3,57 | 56,19 |
| 75 | 4,32 | 4,86 | 24,23 | 6,73 | 105,93 |
| 100 | 4,60 | 5,17 | 25,77 | 7,16 | 112,70 |
| 300 | 5,70 | 6,40 | 31,91 | 8,86 | 139,46 |
| 600 | 6,40 | 7,19 | 35,84 | 9,96 | 156,77 |
| 1200 | 7,09 | 7,97 | 39,74 | 11,04 | 173,76 |
| 2500 | 7,82 | 8,79 | 43,83 | 12,17 | 191,55 |

*Расчеты по соотношению (44) при $\eta = 8,9 \cdot 10^{-7}$.** $T = 600$ К.

Таблица 43

Сопоставление энергии рудообразования, вычисленной для геологических процессов в условных единицах и для технологических процессов (расчет проводился на 1 т меди при ее содержаниях в c кларков), тыс. кВт-ч

| Содержание меди в рудах c в кларках концентрации | Энергия рудообразования | | | Значение условной единицы Н.И. Сафронова, выраженной в тыс. кВт-ч | Превышение природных затрат энергии над технологическими, тыс. раз |
|--|---|---------------------------|--|---|--|
| | от 1 до c (условные единицы Н.И. Сафронова) | от 1 до c (тыс. кВт-ч)* | от 1 до c (тыс. кВт-ч, по данным технологии) | | |
| 1 | 1490 | — | — | — | — |
| 10 | 192 | 56190 | 436,5 | 2,27 | 128,82 |
| 75 | 102 | 105930 | 478,55 | 4,68 | 221,36 |
| 100 | 104 | 112700 | 480,15 | 4,61 | 234,72 |
| 300 | 122 | 139460 | 483,38 | 3,96 | 288,51 |
| 600 | 136 | 156770 | 484,19 | 3,55 | 323,78 |
| 1200 | 148 | 173760 | 484,60 | 3,26 | 358,56 |
| 2500 | 162 | 191550 | 485,00 | 3,00 | 394,95 |

*Расчеты по формуле (44); $\eta = 8,9 \cdot 10^{-7}$; $T = 600$ К.

нениях (49) и (50) для некоторых разновидностей руд, а также исходные величины, использовавшиеся для расчетов этих коэффициентов.

В уравнениях, коэффициенты которых представлены в табл. 44,

Таблица 44

Коэффициенты к уравнениям (49), (50) и (54), полученные по данным рис. 13 и 14

| Металл | Тип руд | Кларк металла, % | Максимальный кларк концентрации металла c_{\max} | Коэффициент a , тыс. кВт-ч (на 1 т металла) | Коэффициент b , тыс. кВт-ч (на 1 т металла) | Коэффициент a , тыс. кВт-ч (на 1 кмоль металла) |
|----------|-------------------------|------------------|--|---|---|---|
| Медь | Сульфидные руды | 0,008 | | 485,0 | 10,8 | 30,62 |
| Титан | Россыпи | 0,44 | 228 | 31,70 | 146,0 | 1,52 |
| Алюминий | Анортозиты | 8,13 | 12,3 | 260,02 | 44,41 | 7,01 |
| | Глины | 8,13 | 12,3 | 126,47 | 32,94 | 3,41 |
| — " — | Бокситы | 8,13 | 12,3 | 60,23 | 39,93 | 1,62 |
| Железо | Латериты | 5,00 | 20 | 18,14 | 3,73 | 1,01 |
| — " — | Гематитовые руды | 5,00 | 20 | 10,74 | 4,21 | 0,60 |
| — " — | Немагнетитовые такониты | 5,00 | 20 | 7,39 | 3,16 | 0,41 |
| — " — | Магнетитовые такониты | 5,00 | 20 | 4,29 | 5,71 | 0,24 |
| — " — | Гематиты | 5,00 | 20 | 2,57 | 1,43 | 0,14 |

энергия измеряется в тысячах киловатт-часов на 1 т чистого металла. Это позволяет проводить ее сопоставление для разного минерального состава руд или для руд разных металлов при одних и тех же содержаниях, выраженных в кларках. Так, например, для алюминия в глинах и бокситах

$$\Delta F_{\text{гл}} / \Delta F_{\text{бокс}} = 126,47 \left(1 - \frac{1}{c}\right) / 60,23 \left(1 - \frac{1}{c}\right) = 2,1.$$

Для сравнения разных металлов энергию следует относить на 1 кмоль. Так, сравнивая медь (атомный вес 63,54) и титан (атомный вес 47,9), получаем следующие значения коэффициентов (в тыс. кВт-ч):

$$a'_{\text{Cu}} = 485,0 : 1000/63,54 = 30,82;$$

$$a'_{\text{Ti}} = 31,7 : 1000/47,9 = 1,52,$$

из которых вытекает, что

$$\Delta F_{\text{Cu}} / \Delta F_{\text{Ti}} = 30,82 \left(1 - \frac{1}{c}\right) / 1,52 \left(1 - \frac{1}{c}\right) = 20,27.$$

Ранее были рассмотрены некоторые количественные эмпирические

закономерности, с помощью которых возможна прогнозная оценка запасов металлов в верхней части литосферы. Другой подход к проблеме предложен Н.И. Сафроновым [34] на основе распределения энергии рудообразования (концентрирования) по процессам различной энергетической интенсивности. Это распределение регулируется законом Больцмана

$$E = E_0 e^{-\Delta E/RT},$$

где E_0 — количество энергии, участвующее в процессе и отличающееся наименьшей интенсивностью; E — количество энергии заданной интенсивности; ΔE — отнесенная к 1 молю избыточная интенсивность энергии частного процесса; e — натуральное число; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура процесса. Вероятность проявления любого частного процесса определяется с помощью термодинамической вероятности некоторого состояния

$$w = e^{-S/k}$$

и наиболее распространенного состояния

$$w_0 = e^{-S_0/k},$$

где k — коэффициент Больцмана, а S и S_0 — энтропии соответствующих состояний. Вероятность некоторого состояния в долях вероятности наиболее распространенного

$$w/w_0 = e^{-(S - S_0)/k} = e^{-\Delta S/k}$$

характеризует проявление частного процесса.

Для рудообразования при увеличении содержания в рудах по сравнению с кларковыми в c'_j раз

$$\Delta S = -k \ln c'_j, \quad (51)$$

откуда термодинамическая вероятность рудообразования в долях вероятности состояния, когда $c' = 1$, будет иметь вид

$$\frac{w}{w_0} = e^{-\ln c'_j} = 1/c'_j.$$

На основе этого равенства и равенства (44) Н.И. Сафронов предлагает формулу относительной величины запасов $P_{c'}$ руды заданной концентрации c'_j

$$P_{c'} = \frac{1}{c'_j} / \sum_j c'_j \ln c'_j, \quad (52)$$

где числитель представляет собой общий расход энергии образования руд, а знаменатель — расход энергии на образование единицы объема руды при заданной кондиции. Если в знаменатель ввести эмпирическую поправку k_j'' , зависящую от особенностей химического элемента, то

$$P_{c'} = 1/c_j' \sum_j \frac{c_j' \ln c_j'}{k_j''}.$$

Если значение расхода энергии на образование единицы объема руды кондиции c_j' выразить с помощью соотношения (44) (в единицах RT), то

$$P_{c'} = 1/c_j' \sum_j \frac{\eta_j \ln c_j'}{\eta_j}.$$

При расчете (52) на массу одного металла следует

$$P_{c'} = 1/c_j' \ln c_j',$$

так что общая вероятность руд с промышленными его концентрациями (полученная с помощью интегрирования) будет равна

$$P_{c'} = \ln \ln c' / c_{\min}'^{\max},$$

где c_{\min}' и c_{\max}' — минимальные и максимальные кларки концентрации промышленных руд.

Расчет теоретического распределения запасов руд в зависимости от их содержаний, выраженных в кларках, позволяет находить разницу между этим распределением и известными запасами, т.е. теоретически оценивать прогнозные запасы для отдельных месторождений, регионов или провинций. Пример подобной оценки показан с помощью графиков рис. 15, где приведены кривая частотного распределения содержаний золота в пробах и кривые распределения запасов (известных и теоретических) золота в зависимости от его содержаний в рудах месторождения Витватерсранд.

Распределение энергии концентрирования по различным геохимическим процессам может быть найдено и с помощью иного выражения закона Больцмана, регулирующего условия равновесия между случайным движением частиц, направленным на их рассеяние, и движением, направленным на их концентрацию. Согласно этому закону, число частиц n (в молях), подвергшихся действию некоторой концентрирующей энергии ΔF , равно

$$n = n_0 e^{-\Delta F/RT}, \quad (53)$$

где n_0 — число частиц (также в молях), участвующих в рассеянии. Из приведенного уравнения следует, что отношение числа атомов химического элемента, образующих надфоновые содержания c' (при $c' > 1$),

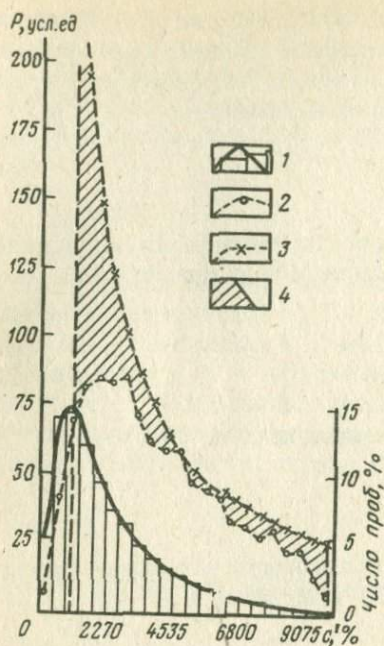


Рис. 15. Кривые распределения практических (по Д. Криге) и теоретических (по Н.И. Сафронову, С.С. Мещерякову и Н.П. Иванову) запасов золота в рудах месторождения Витватерсранд.

1 — диаграмма и кривая распределения содержаний золота в пробах; кривые распределения запасов: 2 — практических, 3 — теоретических; 4 — площадь, соответствующая прогнозным запасам

к числу его атомов, находящихся в рассеянном состоянии ($c' = 1$), равно

$$n/n_0 = e^{-\Delta F/RT}$$

или, учитывая (26)

$$\eta/(1-\eta) = e^{-\Delta F/RT},$$

где η — к.п.д. концентрирующего процесса. Последнее уравнение может быть использовано как для определения к.п.д. по энергии рудообразования, так и для определения энергии по к.п.д. В частности, например, принимая значение ΔF равным тому, которое было определено (50) для технологических процессов, находим что

$$n/n_0 = \eta/(1-\eta) = e^{-a(1-\frac{1}{c})/RT} \quad (54)$$

Приведем пример расчета к.п.д. рудообразования подстановкой энергетического коэффициента a' в это уравнение. Для меди при содержании 1000 кларков получим

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{30620(1-\frac{1}{1000}) \cdot 3,6 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль}}}{8310 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кмоль}} \cdot 600 \text{ К}}}$$

Таблица 45

Расчет энергетических коэффициентов a' и энергии рудообразования по оценкам к.п.д. (см. табл. 5) и рудным содержаниям

| Металл | К.п.д. рудообразования [10] $\eta_j \cdot 10^{-7}$ | Энергия рудообразования ΔF_j , Дж/моль $\times 10^3$ | Минимальные рудные содержания в кларках, c_{\min} | Энергетический коэф-фициент a | | К.п.д. концентрации в рудах и ореолах [34], η_j | Энергия концентрации, Дж/моль $\times 10^3$ | Энергетический коэффициент | |
|----------|---|---|--|---------------------------------|-----------|--|--|----------------------------|-----------|
| | | | | Дж/моль $\times 10^3$ | Вт-ч/моль | | | Дж/моль $\times 10^3$ | Вт-ч/моль |
| Железо | 4,7 | +72,55 | 5 | 90,64 | 25,18 | $2,1 \cdot 10^{-4}$ | 42,18 | 52,70 | 14,64 |
| Медь | 8,9 | +69,36 | 43 | 70,95 | 19,70 | $4,3 \cdot 10^{-4}$ | 38,59 | 39,49 | 10,97 |
| Свинец | 7,5 | +70,25 | 188 | 70,60 | 19,61 | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | 32,36 | 32,51 | 9,03 |
| Цинк | 2,4 | +75,89 | 84 | 76,78 | 21,33 | $5,5 \cdot 10^{-4}$ | 37,40 | 37,44 | 10,40 |
| Никель | 1,5 | +78,23 | 17 | 83,12 | 23,09 | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | 54,39 | 57,58 | 16,05 |
| Кобальт | 0,2 | +88,30 | 11 | 97,03 | 26,94 | $4,4 \cdot 10^{-6}$ | 61,42 | 67,51 | 18,75 |
| Олово | 2,4 | +75,89 | 400 | 76,09 | 21,14 | $3 \cdot 10^{-5}$ | 51,85 | 52,00 | 14,44 |
| Вольфрам | 1,0 | +80,27 | 444 | 80,42 | 22,34 | $2,4 \cdot 10^{-4}$ | 41,48 | 41,58 | 11,55 |
| Молибден | 7,0 | +70,55 | 46 | 72,05 | 20,01 | $8 \cdot 10^{-5}$ | 46,97 | 47,97 | 13,32 |
| Ргуть | 4,9 | +72,35 | 6024 | 72,35 | 20,10 | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | 33,05 | 33,05 | 9,18 |
| Золото | 7,6 | +70,15 | 285 | 70,40 | 19,56 | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | 32,33 | 32,51 | 9,03 |

Таким образом, $n/n_0 = e^{-23046}$.

Принимая значения ΔF_j , равными соотношению (44) для химического элемента j , находим, что

$$n_j/n_{0j} = e^{-\frac{RT \ln c_j}{\eta_j}},$$

и, далее, что

$$\eta_j \ln \frac{n_j}{n_{0j}} = -RT \ln c_j' = \eta_j \ln (\eta_j / (1 - \eta_j)).$$

Последнее означает, что к.п.д. концентрирующего процесса зависит от достигаемых в нем содержаний (в кларках). В более простом виде

$$[\eta_j / (1 - \eta_j)]^{\eta_j} = 1/c_j'.$$

Зная величину к.п.д. процесса концентрации (рудообразования), легко найти энергию процесса

$$\Delta F_j = -RT \ln (\eta_j / (1 - \eta_j)). \quad (55)$$

или энергетический коэффициент

$$a' = -RT (\ln \frac{\eta_j}{1 - \eta_j}) / (1 - \frac{1}{c_j'}), \quad (56)$$

что и сделано в табл. 45, где наряду с минимальными содержаниями руд в полученные соотношения подставлены оценки к.п.д. рудообразования (по В.В. Иванову и Р.В. Панфилову, см. табл. 41) и к.п.д. концентрирования (по Н.И. Сафронову, см. табл. 41) соответственно.

В заключение следует сказать, что из закона Больцмана, изложенного в форме (53) с последующей подстановкой в нее (51), следует $\ln c' = \ln n_0 - \ln n$.

Учитывая, что $\ln n_0$ — постоянная, n — число концентрирующихся атомов, получаем $\ln c' = \alpha - \ln n$.

Данное уравнение, будучи близким к закону Ласки, в то же время показывает, что теоретически соотношение запасы — концентрации выражается экспоненциальной зависимостью, а закон Ласки, гамма-зависимость Марголина и эмпирические соотношения (42) лишь приближения к ней, уступающие (43).

ОЦЕНКА ЗАПАСОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ГЕОХИМИЧЕСКОГО ЦИКЛА

Одним из перспективных направлений количественного прогнозирования является прогнозирование на основе общих закономерностей, связанных с понятием геохимического цикла. В прошлом эти закономерности отражались концепцией баланса вещества В. Гольдшмидта, в настоящее время они исследуются в рамках математических моделей геохимического цикла, разрабатываемых у нас и за рубежом [6, 14, 46, 47]. Абсолютное большинство этих моделей рассматривает перемещение вещества из состояния в состояние на основе обобщенных графических схем как типовую задачу сообщающихся резервуаров воды. Решения задачи для случая стационарности динамического режима позволяют находить массы и скорости, но исключают из сферы рассмотрения энергетические характеристики, которым в последнее время уделяется все большее внимание [34, 35]. Последнее вынуждает обратиться к моделям иного типа.

Мы уже отмечали [6], что миграция представляет собой переход атомов химических элементов из одного геологического состояния в другое, причем процесс чаще всего осуществляется очень медленно (в масштабах геологического времени). В этих условиях миграция может быть представлена в виде потока атомов и охарактеризована рядом параметров: время, количество мигрирующих атомов, плотность потока, его сила, напряжение, зависимость от свойств среды и т.п. Этот краткий перечень приводит к аналогии с потоком электронов и к попытке создать количественную модель, в которой эта аналогия максимально бы использовалась и в дальнейшем облегчила бы физическое моделирование геохимического цикла.

Если геологические объекты или их совокупности, включающие соответствующий химический элемент, назвать геохимическим состоянием элемента, а геологические процессы, приводящие к переходу его атомов из одного состояния в другое, — преобразованием, то геохимический цикл может быть изображен графом (рис. 16), в котором состояния обозначены вершинами, а преобразования — ребрами со стрелками в направлении миграции [6]. Совокупность преобразований, благодаря которым вещество попадает в данное состояние или оставляет его, может быть названа миграционным потоком, соответственно входящим или исходящим. На графе геохимического цикла, кроме того, можно различать узлы — состояние вместе с входящими в него и исходящими из него потоками, а также контуры, т.е. замкнутые круговые траектории, проходящие по нескольким последовательным узлам и потокам, но с обязательным возвращением мигрирующего вещества в исходное состояние.

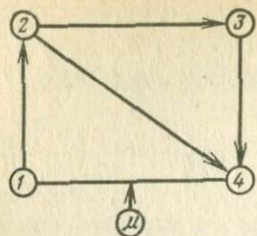


Рис. 16. Схема геохимического цикла. По И. Шимазу [50].
 1 — кристаллические породы; 2 — суша; 3 — океан; 4 — осадки; М — верхняя мантия

При миграции некоторого элемента будем различать следующие количественные характеристики. Сила миграционного потока

$$I = m/t, \quad (57)$$

где m — масса мигрирующего элемента; t — время ее прохождения через определенную точку (сечение). Напряжение миграционного потока

$$u = A/m, \quad (58)$$

где A — работа перемещения при миграции. В соответствии с (57) и (58)

$$A = um = uIt, \quad (59)$$

а мощность миграционного потока

$$W = um/t. \quad (60)$$

При миграции по замкнутому контуру геохимического цикла вещество проходит одно и то же состояние. Следовательно, контур представляет собой термодинамически обратимый процесс, в результате которого вещество сохраняет свою внутреннюю энергию и структурно-вещественные особенности. Отсюда вытекает, что при полном обращении по контуру соблюдаются условия постоянства внутренней энергии, энтропии и массы вещества

$$dU = 0; \quad dS = 0; \quad dm = 0. \quad (61)$$

По первому и второму законам термодинамики для обратимых процессов

$$TdS = dU - dA',$$

где T — абсолютная температура; A' — работа. Учитывая (61), получаем, что $dA' = 0$, т.е. общая работа, совершаемая при миграции по контуру, является величиной, постоянной для контура. Если она целиком складывается из работы A , затрачиваемой на миграцию элемента (59),

то $dA = 0$ и тогда $mdu + udm = 0$. По условию (61) $mdu = 0$, причем в этом выражении $m \neq 0$. Следовательно,

$$du = 0, \quad (62)$$

т.е. при миграции химического элемента по контуру напряжение миграционного потока есть величина постоянная.

Для некоторого геохимического состояния найдем ту часть общей мощности, которая расходуется на накопление (концентрацию) элемента в этом состоянии. Эта часть

$$\eta = W_n / W_{вх} = (W_{вх} - W_{исх}) / W_{вх} = 1 - W_{исх} / W_{вх}, \quad (63)$$

где W_n , $W_{вх}$, $W_{исх}$ — соответственно мощность, расходуемая на накопление в данном состоянии, и мощности входящего в него и исходящего из него миграционных потоков. Очевидно, что заданная таким образом величина η — коэффициент полезного действия миграции при концентрации элемента.

Используя (60) и учитывая, что время t одинаково для концентрации и обоих (входящего и исходящего) миграционных потоков, получаем

$$\eta = 1 - u_{исх} m_{исх} / u_{вх} m_{вх},$$

где индексы "исх" и "вх" относятся к напряжению и массе соответствующих миграционных потоков. Учитывая постоянство напряжения для миграции в замкнутом контуре, находим $\eta = 1 - m_{исх} / m_{вх}$. Так как масса концентрирующегося вещества $n = m_{вх} - m_{исх}$, то

$$\eta = n / m_{вх}. \quad (64)$$

Таким образом, в пределах замкнутого контура геохимического цикла к.п.д. концентрации химического элемента в некотором состоянии равен, как и раньше (см. главу 5), отношению числа концентрирующихся атомов к общему числу атомов, поступающих в это состояние.

Уравнение (64) представляет особый интерес, поскольку в форме $n = \eta m$ оно подтверждается соотношением (1) В. Мак-Келви [45] и Л.Н. Овчинникова [27] и соотношением (2) В.В. Иванова и Р.В. Панфилова [10].

Из (64) по (59) вытекает новое уравнение

$$n = \eta I_{вх} t, \quad (65)$$

аналогия которого с первым законом Фарадея в электродинамике очевидна. Наряду с общей аналогией между излагаемой метаматической моделью геохимического цикла и теорией электродинамики это наводит на мысль о справедливости в геохимии соотношения, реализующего и второй закон Фарадея, а именно

Таблица 46

Сравнение теоретических и эмпирических оценок коэффициентов полезного действия 11 металлов [34]

| Металл | Атомный вес a | Валентность z | Химический эквивалент a/z | К.п.д. ($\eta_T = 1a'/Fz$) при $F = 1 \cdot 10^5$ | Степень концентрации η_3 [34] | Эмпирические оценки F^{-1} | К.п.д. ($\eta = 1a/Fz$) при $F = 8,7 \cdot 10^{-6}$ |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------------------|---|------------------------------------|------------------------------|---|
| Железо | 55,85 | 2 | 27,92 | $2,8 \cdot 10^{-4}$ | $2,1 \cdot 10^{-4}$ | $7,5 \cdot 10^{-6}$ | $2,42 \cdot 10^{-4}$ |
| Медь | 63,54 | 1 | 63,54 | $6,5 \cdot 10^{-4}$ | $4,3 \cdot 10^{-4}$ | $6,7 \cdot 10^{-6}$ | $5,53 \cdot 10^{-4}$ |
| Свинец | 207,19 | 2 | 103,6 | $1,04 \cdot 10^{-3}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,45 \cdot 10^{-5}$ | $4,51 \cdot 10^{-4}$ |
| Цинк | 65,37 | 2 | 32,7 | $3,3 \cdot 10^{-4}$ | $5,5 \cdot 10^{-4}$ | $1,67 \cdot 10^{-5}$ | $2,84 \cdot 10^{-4}$ |
| Никель | 58,71 | 2 | 29,4 | $3 \cdot 10^{-4}$ | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | $6,2 \cdot 10^{-7}$ | $2,56 \cdot 10^{-4}$ |
| Кобальт | 58,93 | 2 | 29,4 | $3 \cdot 10^{-4}$ | $4,4 \cdot 10^{-6}$ | $1,52 \cdot 10^{-7}$ | $2,56 \cdot 10^{-4}$ |
| Олово | 118,69 | 4 | 29,67 | $3 \cdot 10^{-4}$ | $3 \cdot 10^{-5}$ | $1,03 \cdot 10^{-6}$ | $2,58 \cdot 10^{-4}$ |
| Вольфрам | 183,85 | 6 | 30,64 | $3,1 \cdot 10^{-4}$ | $2,4 \cdot 10^{-4}$ | $7,7 \cdot 10^{-6}$ | $2,67 \cdot 10^{-4}$ |
| Молибден | 95,94 | 6 | 15,99 | $1,6 \cdot 10^{-4}$ | $8 \cdot 10^{-5}$ | $5 \cdot 10^{-6}$ | $1,39 \cdot 10^{-4}$ |
| Ртуть | 200,59 | 2 | 100,29 | $1 \cdot 10^{-3}$ | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | $1,3 \cdot 10^{-5}$ | $8,72 \cdot 10^{-4}$ |
| Золото | 196,97 | 1 | 196,97 | $2 \cdot 10^{-3}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $7,9 \cdot 10^{-6}$ | $1,71 \cdot 10^{-3}$ |

$$\eta = k a/z, \quad (66)$$

где a — атомный вес; z — валентность; k — коэффициент пропорциональности, который у Фарадея вычисляется теоретически и представляет собой величину, близкую к $1 \cdot 10^{-5}$.

Для подтверждения (66) сопоставим полученные с его помощью теоретические оценки η_T с эмпирическими оценками η_3 , имеющимися для 11 металлов [34], где они названы степенями концентрации и представляют собой результаты деления общей массы элемента, сосредоточенной в его месторождениях, рудопроявлениях и положительных аномалиях, на массу элемента в земной коре (табл. 46). Для 11 металлов между η_T и η_3 имеется значимая положительная связь с коэффициентом линейной корреляции $r = +0,89$. Уравнение регрессии имеет следующий вид:

$$\eta_3 = (a/z - 6,4) \cdot 10^{-5}. \quad (67)$$

Корреляция η_T и η_3 для 35 элементов может быть проведена по данным Л.Н. Овчинникова [27], если вместо степеней концентрации использовать его коэффициенты k' из уравнения (1), которые отвечают эмпирическим оценкам η_3 с точностью до величины Mk'' . Действительно,

$$k' = Q/c_0 = \frac{nMk''}{m} = \eta_3 Mk''. \quad (68)$$

Здесь M — масса литосферы; $k'' = Q/n$, где Q — суммарные запасы металла в месторождениях. Сравнив (68) с (66), получим равенство

Таблица 47

Коэффициенты Л.Н. Овчинникова [27] и химические эквиваленты 35 химических элементов

| Химический элемент | Кларк c_0 , мас. доля | Мировые запасы в рудах Q , т | Атомный вес a | Валентность z | Химический эквивалент a/z | Коэффициент Овчинникова $k' = Q/c_0$ |
|--------------------|-------------------------|--------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| Железо | $4,65 \cdot 10^{-2}$ | $3,75 \cdot 10^{11}$ | 55,85 | 2 | 27,92 | $8 \cdot 10^{12}$ |
| Марганец | $1 \cdot 10^{-1}$ | $7,52 \cdot 10^9$ | 54,93 | 4 | 13,7 | $7,5 \cdot 10^{12}$ |
| Хром | $8,3 \cdot 10^{-5}$ | $4,45 \cdot 10^8$ | 52,01 | 3 | 17,3 | $5,4 \cdot 10^{12}$ |
| Никель | $5,8 \cdot 10^{-5}$ | $5,44 \cdot 10^7$ | 58,69 | 2 | 29,3 | $9,4 \cdot 10^{11}$ |
| Кобальт | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | $3,24 \cdot 10^6$ | 58,94 | 2 | 29,5 | $1,8 \cdot 10^{11}$ |
| Вольфрам | $1,3 \cdot 10^{-6}$ | $1,36 \cdot 10^6$ | 183,92 | 6 | 30,7 | $1,04 \cdot 10^{12}$ |
| Молибден | $1,1 \cdot 10^{-6}$ | $5,46 \cdot 10^6$ | 95,95 | 6 | 16,9 | $4,9 \cdot 10^{12}$ |
| Алюминий | $8,05 \cdot 10^{-2}$ | $8,14 \cdot 10^9$ | 26,37 | 3 | 8,99 | $1,01 \cdot 10^{11}$ |
| Медь | $4,7 \cdot 10^{-5}$ | $3,42 \cdot 10^8$ | 63,54 | 2 | 31,17 | $7,2 \cdot 10^{12}$ |
| Свинец | $1,6 \cdot 10^{-5}$ | $1,07 \cdot 10^8$ | 207,21 | 2 | 103,0 | $6,7 \cdot 10^{12}$ |
| Цинк | $8,3 \cdot 10^{-5}$ | $2,01 \cdot 10^8$ | 65,38 | 2 | 32,7 | $2,4 \cdot 10^{12}$ |
| Олово | $2,5 \cdot 10^{-6}$ | $1,7 \cdot 10^8$ | 118,7 | 2 | 59,4 | $6,8 \cdot 10^{12}$ |
| Сурьма | $5 \cdot 10^{-7}$ | $2,1 \cdot 10^6$ | 121,76 | 3 | 40,6 | $4,2 \cdot 10^{12}$ |
| Ртуть | $8,3 \cdot 10^{-8}$ | $8,0 \cdot 10^5$ | 200,61 | 2 | 100,0 | $9,6 \cdot 10^{12}$ |
| Калий | $2,5 \cdot 10^{-2}$ | $5,5 \cdot 10^{10}$ | 39,10 | 1 | 39,0 | $2,2 \cdot 10^{12}$ |
| Сера | $3,7 \cdot 10^{-4}$ | $2,0 \cdot 10^9$ | 32,07 | 2 | 16,0 | $5,4 \cdot 10^{12}$ |
| Барий | $6,5 \cdot 10^{-4}$ | $1,11 \cdot 10^8$ | 137,36 | 2 | 68,6 | $1,7 \cdot 10^{11}$ |
| Фтор | $6,6 \cdot 10^{-4}$ | $1,13 \cdot 10^8$ | 19,00 | 1 | 19,0 | $1,7 \cdot 10^{11}$ |
| Титан | $4,5 \cdot 10^{-1}$ | $4,86 \cdot 10^8$ | 47,9 | 4 | 11,9 | $1,08 \cdot 10^{11}$ |
| Бор | $1,2 \cdot 10^{-5}$ | $5,4 \cdot 10^7$ | 10,82 | 3 | 3,60 | $4,5 \cdot 10^{12}$ |
| Золото | $4,3 \cdot 10^{-9}$ | $1,35 \cdot 10^5$ | 197,2 | 1 | 197,2 | $3 \cdot 10^{13}$ |
| Бериллий | $3,8 \cdot 10^{-6}$ | $2,43 \cdot 10^6$ | 9,01 | 2 | 4,5 | $6,4 \cdot 10^{10}$ |
| Литий | $3,2 \cdot 10^{-5}$ | $8,25 \cdot 10^6$ | 6,94 | 1 | 6,94 | $2,6 \cdot 10^{11}$ |
| Ниобий | $2,0 \cdot 10^{-5}$ | $1,8 \cdot 10^7$ | 92,93 | 5 | 18,6 | $9 \cdot 10^{11}$ |
| Тантал | $2,5 \cdot 10^{-6}$ | $5,2 \cdot 10^5$ | 180,04 | 5 | 36,1 | $2 \cdot 10^{11}$ |
| Цирконий | $1,7 \cdot 10^{-4}$ | $3,69 \cdot 10^7$ | 91,22 | 4 | 22,8 | $2,1 \cdot 10^{11}$ |
| Уран | $2,5 \cdot 10^{-6}$ | $2,65 \cdot 10^6$ | 238,07 | 6 | 39,7 | $1,06 \cdot 10^{12}$ |
| Платина | $5 \cdot 10^{-9}$ | $8 \cdot 10^4$ | 195,09 | 4 | 48,7 | $1,6 \cdot 10^{13}$ |
| Палладий | $1,3 \cdot 10^{-8}$ | $8 \cdot 10^4$ | 106,07 | 2 | 53,4 | $6,1 \cdot 10^{12}$ |
| Рений | $7 \cdot 10^{-10}$ | $1,4 \cdot 10^3$ | 186,20 | 1 | 186,0 | $2,1 \cdot 10^{12}$ |
| Торий | $1,3 \cdot 10^{-5}$ | $1,12 \cdot 10^6$ | 232,04 | 4 | 58,0 | $8,6 \cdot 10^{10}$ |
| Цезий | $3,7 \cdot 10^{-6}$ | $2,3 \cdot 10^5$ | 132,91 | 1 | 132,9 | $6 \cdot 10^{10}$ |
| Серебро | $7 \cdot 10^{-8}$ | $4,6 \cdot 10^5$ | 107,87 | 1 | 108,0 | $6,5 \cdot 10^{12}$ |
| Ванадий | $9 \cdot 10^{-5}$ | $2,23 \cdot 10^7$ | 88,91 | 5 | 17,8 | $2,5 \cdot 10^{11}$ |
| Висмут | $9 \cdot 10^{-9}$ | $2,6 \cdot 10^4$ | 209,00 | 3 | 69,7 | $2,8 \cdot 10^{12}$ |

$$ka/z = k'/Mk'',$$

из чего следует, что между k' и химическим эквивалентом a/z должна существовать положительная корреляционная связь (k и M — постоянные), которая и отражает зависимость между эмпирическими и теоретическими значениями к.п.д. Ее существование проверим с помощью данных табл. 47, в которой имеются значения k' Л.Н. Овчинникова и химические эквиваленты для 35 металлов. Коэффициент корреляции между ука-

Сравнение теоретических значений n и эмпирических оценок Q запасов 35 химических элементов

| Химический элемент | Масса элемента в земной коре m [10], млн. т | Химический эквивалент a/z | Суммарные мировые запасы элемента в месторождениях, рудопроявлениях и зонах надфоновых концентраций n , млн. т ($n = kam/z$) | Суммарные мировые запасы элемента в рудах Q , млн. т | |
|--------------------|---|-----------------------------|--|--|-------------------|
| | | | | по [27] | по [10] |
| Железо | $5,1 \cdot 10^{11}$ | 27,92 | $1,42 \cdot 10^8$ | $3,75 \cdot 10^5$ | $2,43 \cdot 10^5$ |
| Марганец | $1,1 \cdot 10^{10}$ | 13,7 | $15,07 \cdot 10^5$ | $7,52 \cdot 10^3$ | $3,75 \cdot 10^3$ |
| Хром | $9,1 \cdot 10^8$ | 17,3 | $1,57 \cdot 10^5$ | 445,5 | $1,7 \cdot 10^3$ |
| Никель | $6,4 \cdot 10^8$ | 29,3 | $1,87 \cdot 10^5$ | 54,4 | 95,7 |
| Кобальт | $2,0 \cdot 10^8$ | 29,5 | $5,9 \cdot 10^4$ | 3,24 | 4,1 |
| Вольфрам | $1,4 \cdot 10^7$ | 30,7 | $4,3 \cdot 10^3$ | 1,36 | 1,4 |
| Молибден | $1,2 \cdot 10^7$ | 15,9 | $1,9 \cdot 10^3$ | 5,46 | 8,4 |
| Алюминий | $8,9 \cdot 10^{11}$ | 8,99 | $8 \cdot 10^8$ | $8,14 \cdot 10^3$ | $1,8 \cdot 10^4$ |
| Медь | $5,2 \cdot 10^8$ | 31,7 | $1,65 \cdot 10^5$ | 342 | 465 |
| Свинец | $1,8 \cdot 10^8$ | 103 | $1,85 \cdot 10^5$ | 107 | 135 |
| Цинк | $9,1 \cdot 10^8$ | 32,7 | $2,98 \cdot 10^5$ | 201 | 214 |
| Олово | $2,8 \cdot 10^7$ | 59,4 | $1,39 \cdot 10^4$ | 17 | 6,76 |
| Сурьма | $5,5 \cdot 10^6$ | 40,6 | $1,91 \cdot 10^3$ | 2,1 | 1,63 |
| Ртуть | $9,1 \cdot 10^5$ | 100 | 910 | 0,80 | 0,442 |
| Калий | $2,8 \cdot 10^{11}$ | 39 | $1,09 \cdot 10^8$ | $5,5 \cdot 10^4$ | $5,6 \cdot 10^4$ |
| Сера | $4,0 \cdot 10^9$ | 16 | $6,4 \cdot 10^5$ | $2,0 \cdot 10^3$ | $2,7 \cdot 10^3$ |
| Барий | $7,2 \cdot 10^9$ | 68,6 | $4,94 \cdot 10^6$ | 111 | 172 |
| Фтор | $7,3 \cdot 10^9$ | 19 | $1,39 \cdot 10^6$ | 112,6 | 182 |
| Титан | $5,0 \cdot 10^{10}$ | 11,9 | $5,95 \cdot 10^6$ | 486 | 634 |
| Бор | $1,3 \cdot 10^8$ | 3,60 | $4,68 \cdot 10^3$ | 54 | 54 |
| Золото | $4,7 \cdot 10^4$ | 197,2 | 92,68 | 0,135 | 0,036 |
| Бериллий | $4,2 \cdot 10^7$ | 4,5 | $1,89 \cdot 10^3$ | 0,243 | 1,178 |
| Литий | $3,5 \cdot 10^8$ | 6,94 | $2,43 \cdot 10^4$ | 8,25 | 28,5 |
| Ниобий | $2,2 \cdot 10^8$ | 18,6 | $4,09 \cdot 10^4$ | 18 | 16,1 |
| Тантал | $2,8 \cdot 10^7$ | 36,1 | $1,01 \cdot 10^4$ | 0,52 | 0,52 |
| Цирконий | $1,9 \cdot 10^9$ | 22,8 | $4,33 \cdot 10^5$ | 36,9 | 36,9 |
| Уран | $2,8 \cdot 10^7$ | 39,7 | $1,11 \cdot 10^4$ | 2,65 | 8,9 |
| Платина | $5,5 \cdot 10^4$ | 48,7 | 26,78 | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,009 |
| Палладий | $1,4 \cdot 10^5$ | 53,4 | 74,76 | $8 \cdot 10^{-4}$ | 0,004 |
| Рений | $7,7 \cdot 10^3$ | 186 | 14,32 | $14 \cdot 10^{-4}$ | 0,0014 |
| Торий | $1,4 \cdot 10^8$ | 58 | $8,12 \cdot 10^4$ | 1,12 | 1,12 |
| Цезий | $4,1 \cdot 10^7$ | 132,9 | $5,45 \cdot 10^4$ | 0,23 | 0,5 |
| Серебро | $7,7 \cdot 10^5$ | 108 | 831,6 | 0,46 | 0,13 |
| Ванадий | $9,9 \cdot 10^8$ | 17,8 | $1,76 \cdot 10^5$ | 22,3 | 25,5 |
| Висмут | $1,1 \cdot 10^6$ | 69,7 | $7,67 \cdot 10^2$ | 0,025 | 0,084 |

занными величинами статистически значим и равен $z = +0,55$. Уравнение связывающей их регрессии

$$k' = Q/c_0 = (a/z + 11 \cdot 3) \cdot 5,6 \cdot 10^{10}. \quad (69)$$

Таким образом, между теоретическими и эмпирическими значениями к.п.д. имеется положительная корреляционная связь, которая более низка, если использовать данные Л.Н. Овчинникова, а не Н.И. Сафронова. Последнее объясняется тем, что величины η_3 в расчетах несколько отличались по смыслу (Q/m и η/m соответственно).

Далее перейдем к сопоставлению теоретических значений суммарных запасов n элемента в надфоновых концентрациях и эмпирических оценок общих мировых запасов Q элемента в его рудах. В табл. 48 представлены указанные величины. Значения n должны соответствовать Q с точностью до некоторого коэффициента. Действительно, корреляция их логарифмов приводит к значимому коэффициенту линейной связи $r = +0,74$, если использовать данные Л.Н. Овчинникова, и $r = +0,92$, если использовать данные В.В. Иванова и Р.В. Панфилова. Следовательно, теоретические значения суммарных запасов элементов в надфоновых содержаниях находятся в удовлетворительном согласии с оценками запасов на основе эмпирических данных.

Уравнения регрессии, связывающие указанные величины, имеют вид $\ln Q = 0,76 \ln n + 0,8$, по данным Л.Н. Овчинникова, или

$$\ln Q = \ln n - 7,84, \quad (70)$$

по данным В.В. Иванова и Р.В. Панфилова.

Высокие и значимые положительные коэффициенты корреляции при весьма приблизительных эмпирических оценках коррелируемых величин (которые только и могут быть найдены при наших неполных представлениях о действительных суммарных запасах) показывают, что к.п.д. миграции действительно является функцией химического эквивалента, причем коэффициент пропорциональности, не влияющий на результаты корреляции, скорее всего, является величиной, постоянной для различных элементов. Его вычисление представляет серьезную задачу, поскольку ведет к точному теоретическому определению к.п.д. при миграции любого элемента в разных обстановках, т.е. к новому способу прямой оценки прогнозных запасов полезных ископаемых в различных геологических условиях.

В настоящее время намечаются два способа вычисления коэффициента k , связывающего к.п.д. миграции с химическим эквивалентом мигрирующего элемента. Первый способ основывается на эмпирических оценках степеней концентрации Н.И. Сафронова (см. табл. 39), из которых находятся значения k . Поскольку действительные мировые запасы нам неизвестны, а известные запасы, скорее всего, будут увеличиваться по мере дальнейшего проведения геологоразведочных работ, то значения степеней концентрации, очевидно, ниже действительных для земной коры. Поэтому и оценки k (изменяющиеся от $1,57 \cdot 10^{-7}$ до $1,67 \cdot 10^{-6}$) и

их математическое ожидание для 11 металлов (равное $8,7 \cdot 10^{-6}$ и оказывающееся близким к числу Фарадея во втором его законе) также, очевидно, занижены.

Уравнение регрессии (67) также показывает, что эмпирически устанавливаемая для 11 металлов зависимость степеней концентрации от химических эквивалентов близка к теоретической, причем $k \approx 1 \cdot 10^5$. В то же время эмпирические оценки степеней концентрации в среднем на $6,4 \cdot 10^{-5}$ ниже соответствующих теоретических значений. Следовательно, найденная из опытных данных оценка k , как и предполагалось, ниже действительного значения коэффициента.

Другой способ расчета коэффициента пропорциональности k исходит из уравнения регрессии (69). Учитывая (68), можно видеть, что

$$\eta_3 = (a/z + 11,3) 5,63 \cdot 10^{10} \cdot 1/k''M. \quad (71)$$

Масса земной коры под материками до глубины 40 км $M = 1,66 \cdot 10^{19}$ т. Если же уравнение (70) представить в виде $Q = n \cdot 3,9 \cdot 10^{-4}$, то легко вычислить $k = 3,9 \cdot 10^{-4}$. Подставляя значения M и k'' в (71), находим, что $\eta_3 = (a/z + 11,3) \cdot 0,87 \cdot 10^{-5}$, откуда $k \approx 0,87 \cdot 10^{-5}$. Величина коэффициента k в данном случае находится в хорошем совпадении с его величиной, найденной по первому способу.

Учитывая, что эмпирические оценки суммарных запасов металлов, содержащихся в концентрированном состоянии, основаны на имеющихся сейчас весьма неполных данных об извлечениях и разведанных запасах (с поправками на прогнозные и перспективные, а также вовсе ориентировочно определяемые запасы рудопроявлений и аномалий), что сами оценки значительно (на 1–2 порядка) различаются у разных авторов и что общие количества элементов в земной коре также известны весьма приблизительно, следует отметить исключительно точное совпадение теоретических и эмпирических значений η и n .

Следовательно, эмпирические данные вполне подтверждают (66) и позволяют считать, что в любом процессе геохимической миграции, входящем в замкнутый контур геохимического цикла, концентрируется строго определенная доля атомов элемента, пропорциональная его химическому эквиваленту. Указанная доля столь детерминирована, что может быть названа концентрационным эквивалентом миграции, являясь одновременно ее коэффициентом полезного действия.

Комбинируя (64) и (66), получаем общее уравнение миграции любого элемента, следующее из развиваемой модели геохимического цикла и подтверждаемое реальными данными о концентрированных количествах металлов в земной коре

$$n = k a/z m. \quad (72)$$

Согласно этому соотношению, число атомов химического элемента, концентрирующихся при миграции по замкнутому контуру геохимического цикла, прямо пропорционально химическому эквиваленту и общему числу атомов того же элемента, участвующих в миграции.

Введем еще несколько параметров миграции. Поскольку она представляет собой перемещение атомов химического элемента в той или иной геологической среде, то этим атомам свойственна определенная способность к миграции или подвижность, которая может быть охарактеризована статистически как число атомов, приходящееся за определенный интервал миграции в единицу времени. В качестве интервала удобно взять величину l среднего перемещения атома, определяемую напряжением ($u = A/m = ml/jm = l$), так как именно она связывает свойства атома и среды. В таком случае миграционная подвижность $g = m/ut = l/ut$. Отметим, что обратная ей величина $r = 1/g$ характеризует некоторое обобщенное свойство среды, препятствующее миграции, и может быть названа сопротивлением. Поэтому из предыдущих отношений получаем очень важную зависимость

$$u = rI, \quad (73)$$

согласно которой напряжение миграционного потока равно произведению его силы на сопротивление, оказываемое ему вмещающей средой. Из (73) следует, что мощность миграции $W = rI^2$, а работа $A = rI^2 t = rIm$. Учитывая (61) и (62), легко увидеть, что для замкнутого контура

$$d(rI) = 0; \quad d(r|t) = 0; \quad d(It) = 0, \quad (74)$$

т.е. сопротивление вмещающей среды миграции прямо пропорционально времени обращения и обратно пропорционально силе потока, которая в свою очередь также обратно пропорционально времени обращения по контуру.

Рассмотрим последовательную ветвь состояний и преобразований, проходимых некоторой массой m мигрирующего элемента. Если часть этой массы, накапливающаяся в промежуточных состояниях ветви, незначительна по сравнению с массой m , то можно записать, что $m \approx m_{ij}$, где m_{ij} — масса элемента, прошедшая некоторое единичное преобразование из состояния i в состояние j . Отсюда следует, что $m/t \approx m_{ij}/t$, где t — время миграции по всей ветви, или $I \approx I_{ij}$, т.е. сила миграционного потока, проходящего ветвь последовательных преобразований, приближенно равна силе этого потока, проходящего каждое преобразование этой ветви.

Работа, производимая при миграции по ветви последовательных преобразований, равна сумме работ в каждом преобразовании, т.е. $A = \sum_k A_{ij}$, где A_{ij} — работа в преобразовании из i -го состояния в j -е при k последовательных преобразованиях. Разделив обе части равенства на общую массу элемента, проходящую ветвь, получим $A/m = \sum_k A_{ij}/m = \sum_k A_{ij}/m_{ij}$. Вспомнив равенство масс, получим

$$u = \sum_k u_{ij}. \quad (75)$$

Это означает, что в условиях, когда изменением массы можно пренебречь, напряжение миграционного потока в ветви последовательных геохимических преобразований равно сумме напряжений в отдельных преобразованиях, составляющих ветвь. Из (75) и (73) следует, что $rI \approx \sum_k r_{ij} I_{ij}$ и, далее, что $r \approx \sum_k r_{ij}$, т.е. в тех же условиях сопротивление, оказываемое геологической средой миграции по ветви последовательных геохимических преобразований, равно сумме сопротивлений, оказываемых средой каждому преобразованию, составляющему ветвь.

Предположим, что миграция из i -го в j -е состояние представлена серией параллельных преобразований. Тогда общая масса элемента, прошедшая эти преобразования $m = \sum_k m_{ij}$, где k — число параллельных преобразований. Разделив обе части равенства на время t , получим

$$I = \sum_k I_{ij}, \quad (76)$$

т.е. сила миграционного потока, представленного серией параллельных преобразований, равна сумме сил каждого из этих преобразований.

Напряжение миграционного потока — это удельная работа, приходящаяся на единицу массы мигрирующего элемента. В любом узле геохимического цикла должна складываться ситуация, когда напряжения потоков, сходящихся в этом узле, почти одинаковы. Для доказательства предположим, что в некоторый узел входят параллельные преобразования с разным напряжением. Тогда атомы элемента, прошедшие преобразование при более высоком уровне удельной работы миграции, способны участвовать в других параллельных преобразованиях, но уже в противоположном направлении, поскольку приходящаяся на каждый такой атом свободная энергия выше, чем свободная энергия в других исходных состояниях. Кроме того, напряжения на выходе из узла также не могут быть больше, чем в любом из параллельных преобразований, ибо в этом случае произошел бы разрыв миграционного потока. Напряжение на выходе не может быть и меньше, так как в этом случае оно очень быстро возросло бы, достигнув примерно общего для узла уровня. Приходим к выводу, что напряжения миграционных потоков, входящих в некоторое состояние $(u_{1j}, u_{2j}, \dots, u_{ij})$ и исходящих из него $(u_{i1}, u_{j2}, \dots, u_{jk})$, примерно равны между собой: $u_{1j} \approx u_{2j} \approx \dots \approx u_{ij} \approx u_{j1} \approx \dots \approx u_{j2} \approx \dots \approx u_{jk}$. Поэтому, вернувшись к (76) и (73), находим, что $u/r = \sum_k u_{ij}/r_{ij}$, откуда следует, что общее сопротивление серии параллельных преобразований

$$r = 1/\sum_k \frac{1}{r_{ij}},$$

где r_{ij} — сопротивление каждого из k преобразований, составляющих серию.

Вернувшись к определению мощности миграционного потока, легко находим, что к.п.д. любого узла равен

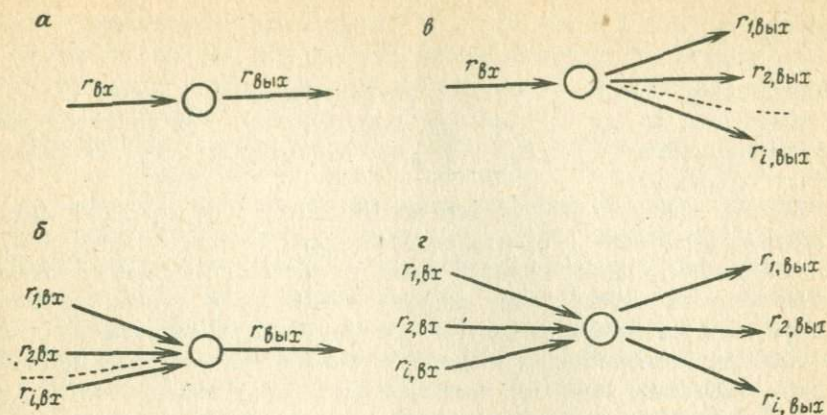


Рис. 17. Схемы разных узлов геохимической миграции: а – простого; б – сложного на входе; в – сложного на выходе; г – сложного на входе и выходе

$$\eta = 1 - W_{\text{исх}}/W_{\text{вх}} = 1 - r_{\text{вх}}/r_{\text{исх}} \quad (77)$$

Это соотношение позволяет найти масштабы накопления химического элемента в любом узле его геохимического цикла. Например, если узел простой (рис. 17, а), то доля концентрирующихся в нем атомов определяется (77). Если узел сложный (рис. 17, б) на входе, то

$$\eta = 1 - 1/r_{\text{вх}} \sum 1/r_{i, \text{вх}} \quad (78)$$

Если узел сложный на выходе (рис. 17, в), то

$$\eta = 1 - r_{\text{вх}} \sum 1/r_{i, \text{исх}} \quad (79)$$

Наконец, если узел сложный на входе и выходе одновременно (рис. 17, г), то

$$\eta = 1 - \sum \frac{1}{r_{i, \text{исх}}} / \sum \frac{1}{r_{\text{вх}, i}} \quad (80)$$

где $r_{\text{вх}}$ и $r_{i, \text{вх}}$ – оценки сопротивления или одного из сопротивлений на входе; $r_{\text{исх}}$ и $r_{i, \text{исх}}$ – те же оценки на выходе; i – число преобразований на входе или выходе соответственно.

Таким образом, разработанная модель миграции по геохимическому циклу и его отдельным частям, ее параметры, характеристики и их суммарные связи схожи с таковыми для электрических сетей. Если ввести отношения $u_{\text{м}}/u_{\text{э}} = C_u$; $I_{\text{м}}/I_{\text{э}} = C_I$; $r_{\text{м}}/r_{\text{э}} = C_r$, в которых обозначения параметров прежние, C – постоянные, причем с индексом "м" относятся к миграции, а с индексом "э" – к электросхемам, то легко увидеть, что

$$C_I C_r / C_u = 1.$$

Следовательно, подобие миграции по геохимическому циклу электрическому току по соответствующей сети доказано. Критерием подобия является отношение $I_M r_M / u_M = I_3 r_3 / u_3 = B = \text{idem}$, где B — постоянная, idem — "подобно".

Все это позволяет предложить новый способ моделирования цикла, который может быть назван электросетевым. Он заключается в том, что составляется электрическая схема, в которой каждый из проводников отвечает конкретному отрезку графической схемы миграции, а сопротивления этих проводников обратно пропорциональны (74) массам вещества, переносимым в единицу времени при миграции, представленной указанным отрезком графической схемы. Запасы вещества, накапливающиеся (концентрирующиеся) в определенном состоянии, близки по (65) к $n = \eta I t = \eta m$, где значения η определяются по (77) — (80) в зависимости от конкретной схемы миграции. Если в соответствующий узел поместить раствор вещества (или лучше смеси вещества), содержащий элемент, миграция которого изучается в природе, то по аналогии с законом Фарадея (77) на катоде будет осаждаться такая же часть атомов, как и в соответствующем геохимическом состоянии. Из этого видно, что при электросетевом моделировании большую роль играют индивидуальные свойства мигрирующего вещества.

В целом, с помощью электросетевого метода моделирования могут решаться все основные типы задач, определяемых сейчас на основе моделей цикла. Кроме того, этот метод позволяет: 1) находить узлы цикла (т.е. геохимические условия), наиболее благоприятные концентрации, а следовательно, и рудообразованию, и, значит, содействовать прогнозу месторождений полезных ископаемых, 2) количественно оценивать общие запасы надфоновых содержаний, образующихся в соответствующих состояниях миграции, 3) имитировать геохимические процессы, приводящие к определенному сдвигу изотопного состава, что в ряде случаев необходимо для расшифровки к.п.д.

ГЛАВА 7

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ ЗАПАСОВ РУД СО СВОЙСТВАМИ РУДООБРАЗУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ И СТРУКТУРНОСТЬЮ РЕГИОНОВ

В предыдущих разделах отнюдь не был исчерпан перечень возможных способов прогнозных оценок запасов. Дальнейшее развитие их геохимических основ, несомненно, приведет к совершенствованию уже имеющихся и появлению новых способов. В настоящем разделе кратко коснемся еще двух направлений прогнозных оценок за-

пасов, теоретические предпосылки для развития которых существуют в настоящее время: это оценки, основывающиеся на связях запасов руд, во-первых, с условиями рудообразования и, во-вторых, со структурностью регионов.

Предположим, что в некоторой геохимической системе — достаточно большой для того, чтобы обменом вещества и энергии на ее границах (в сравнении с процессами внутри системы) можно было бы пренебречь — осуществляется циклический процесс миграции дисперсно-рассеянного (квазигазообразного, по В.И. Вернадскому [8]) вещества, для которого, как показал Г.И. Менакер [26], применима теория идеального газа. Процесс протекает весьма медленно (в масштабах геологического времени) и состоит из серии последовательных изменений, в результате которых весь "квазигаз" возвращается в исходное состояние, а основная масса минералов, слагающих систему, остается неизменной. Система с небольшой погрешностью может считаться термодинамически изолированной, а процесс — термодинамически обратимым.

Одновременно будучи циклическим процесс вполне отвечает модели геохимического цикла, кратко изложенной выше. Для него справедлив выведенный с помощью этой модели коэффициент полезного действия (к.п.д.) миграции (64). Этот коэффициент не должен превышать к.п.д. соответствующих идеальных термодинамических циклов, ибо нет оснований полагать, что в земной коре происходит нарушение принципов термодинамики.

Поэтому если идеальный циклический процесс миграции состоит из четырех последовательно совершающихся изменений: изотермического и адиабатического расширения, изотермического и адиабатического сжатия (аналог классического цикла Карно), то для к.п.д. миграции справедливо общеизвестное термодинамическое положение

$$\eta \leq 1 - T_2/T_1, \quad (81)$$

где T_1 и T_2 — абсолютные температуры исходного и конечного состояния мигрирующего вещества. Отсюда по (64) вытекает, $(n/m) \leq 1 - (T_2/T_1)$, а также что

$$(n_p/m) \geq (T_2/T_1), \quad (82)$$

где $n_p = m - n$. Таким образом, для любого химического элемента в процессе миграции, моделируемом циклом Карно, отношение числа рассеивающихся атомов n_p к общему числу атомов, участвующих в процессе m , не может быть ниже отношения абсолютной температуры конечного состояния к абсолютной температуре исходного мигрирующего вещества. Из (82) вытекает, что доля рассеивающихся атомов среди всех атомов является функцией температур и их интервала: эта доля убывает с увеличением интервала, а при постоянном интервале — с убыванием температур.

Для реальных геохимических условий более пригодна модель кру-

гового процесса, состоящего из других промежуточных изменений: адиабатического сжатия, изохорического поступления теплоты, адиабатического расширения и изохорической отдачи теплоты в окружающую среду. Примером процесса, содержащего подобный набор изменений (который в термодинамике получил название цикл Отто), может служить эндогенный геохимический цикл, включающий в себя погружение горных пород в глубокие зоны земной коры и последующий выход этих пород на поверхность. К.п.д. подобного кругового процесса

$$\eta \leq 1 - 1 / \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1},$$

где V_1 и V_2 — объем дисперсно-рассеянного вещества до и после адиабатического сжатия; $\gamma = C_p / C_V$ — показатель адиабаты, в котором C_p и C_V — теплоемкости при постоянном давлении и объеме. Учтя, что $V_1 / V_2 = c_2 / c_1$ (где c_1 и c_2 — содержание вещества до и после адиабатического сжатия), получим

$$\eta \leq 1 - (c_2 / c_1)^{1 - \gamma} = 1 - c^{*1 - \gamma}, \quad (83)$$

где c^* — изменение содержаний при адиабатическом сжатии, выраженное в числе исходных содержаний или, если содержание c_1 равно кларку c_0 , в числе кларков. Далее находим, что

$$n_p / m \geq c^{*1 - \gamma}. \quad (84)$$

Таким образом, для любого элемента в процессе миграции, моделируемом циклом Отто, отношение числа атомов, рассеивающихся в процессе, к общему числу участвующих в нем атомов не может быть меньше отношения содержаний (конечного к исходному) в степени, представленной разностью между единицей и показателем адиабаты вещества, участвующего в этом процессе. Из (84) вытекает, что доля рассеивающихся атомов определяется природой вещества и изменением его концентраций: она возрастает с убыванием показателя адиабаты мигрирующего вещества и его концентрации. Необходимо подчеркнуть, что зависимости (81)–(84) являются следствием второго закона термодинамики для соответствующих условий.

Переходя к практическому использованию отношений (81)–(84), следует отметить, что в любых реальных преобразованиях к.п.д. всегда ниже, чем в условиях идеального цикла, причем неточности, связанные с отличием первых от второго, как нам представляется, более существенны, чем неточности, связанные с выбором идеального процесса, гомоморфного реальному. Поэтому отношения (81)–(84), будучи предельными, широко применимы, поскольку речь идет лишь о приближенных оценках.

Основная трудность, однако, заключается в том, что эти характеристики не могут быть определены эмпирически. Например, для процессов гидротермального рудообразования не известны ни точные со-

держания полезных компонентов в рудообразующем растворе, а потому и отношение концентраций c^* , ни вид соединений, которые этот компонент доставляет к месту отложения руд, а потому и показатель его адиабаты γ , ни общая масса m продуктивного элемента, переносимая гидротермами при отложении массы n — суммы его запасов в промышленных рудах и ореольных зонах, а потому и оценка к.п.д. рудообразования. В то же время в ряде геохимических процессов известны форма соединений, участвующих в миграции, и общее содержание мигрирующего элемента, либо можно обоснованно допустить, что начальное содержание мало отличается от кларкового, а мигрирующее вещество от "квазигаз", или что при одной из подобных же особенностей распределение содержаний в конечном состоянии подобно их распределению в процессе (последнее позволяет найти к.п.д. без знания значений n и m). Поэтому отношения (83)–(84) вполне применимы при решении некоторых конкретных задач, встающих перед исследователем реальных геохимических процессов. Имеются три типа таких задач: 1) по известному изменению содержаний элемента и виду его соединений определяется максимальная оценка к.п.д.; 2) по известному изменению содержаний и к.п.д. элемента определяется предельное значение адиабаты (или теплоемкости) вещества, участвующего в процессе; 3) по известным оценкам к.п.д. и значениям адиабаты веществ, участвующих в процессе, определяется величина изменения содержаний элемента.

Первый тип задач имеет значение при расчетах энергии рудо- и ореолообразования по методу Сафронова [34]. До настоящего времени эта энергия определялась с точностью до величины к.п.д., методов оценки которого в конкретных геологических процессах не имелось. Отношение (83) позволяет получить максимальное значение к.п.д. и тем самым уточнить указанные расчеты. Кроме того, его величина может использоваться для прогнозной оценки запасов. Второй тип имеет значение при расшифровке вида соединений, участвующих в определенном геохимическом процессе, результаты которого хорошо изучены, например генетических условий рудообразования. Третий тип задач имеет значение при прогнозировании качества руд, когда хорошо известны условия и к.п.д. их отложения.

Приведем несколько простых примеров решения подобных задач. Значения к.п.д., достигаемые в некотором концентрирующем геохимическом процессе, наиболее просто определяются для веществ, находящихся в дисперсно-рассеянном состоянии. Их показатель адиабаты γ близок к γ идеального газа (1,667, если молекула газа одноатомна и 1,333, если она двухатомна). В табл. 49 показан расчет к.п.д. для процессов, в которых участвует дисперсно-рассеянное вещество, и достигается некоторое увеличение содержаний в c^* раз. В табл. 50 показан подобный же расчет для ртути в зависимости от природы ее мигрирующих соединений и достигнутого увеличения концентраций.

Из таблицы видно, что доля атомов, концентрирующихся или рассеивающихся в геохимическом процессе, тесно связана как с его химизмом и температурой, так и с эволюционным развитием самого про-

Таблица 49

Расчет по уравнению (84) коэффициента полезного действия для дисперсно-рассеянного вещества

| Концентрация кларка в c^* раз | $n_p/m \geq c^{*1-\gamma}$ | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------|----------------|----------------|
| | $\gamma=1,667$ | $\gamma=1,333$ | $\gamma=1,667$ | $\gamma=1,333$ |
| 3 | 0,480 | 0,694 | 0,520 | 0,308 |
| 10 | 0,216 | 0,465 | 0,884 | 0,533 |
| 100 | 0,047 | 0,216 | 0,953 | 0,784 |
| 1000 | 0,010 | 0,100 | 0,990 | 0,900 |
| 10000 | 0,002 | 0,047 | 0,998 | 0,953 |

песса. Для одного и того же интервала содержаний при участии веществ с увеличивающимся показателем адиабат или для увеличивающегося интервала при участии одного и того же вещества, требуются все возрастающие значения к.п.д. То же происходит в случае уменьшения температуры процесса. Дополнительно, из табл. 50 можно заключить, что образование рудных концентраций легче всего происходит при миграции H_2SO_4 и тяжелее — при миграции газообразной ртути. В целом, при одних и тех же увеличениях содержания ртути для повышения значений к.п.д. необходим переход от соединений левой к соединениям правой части следующего ряда H_2SO_4 ; Hg_2I_2 ; Hg_2Cl_2 ; HgS ; HgO ; HgI_2 ; Hg .

В табл. 51 показаны результаты оценки предельного значения показателя адиабаты для веществ, участвующих в процессе при определенных значениях к.п.д. в интервалах изменения содержаний. Из таблицы видно следующее. Во-первых η и c^* явно взаимосвязаны и существуют их запрещенные сочетания, при которых должны образоваться вещества, не имеющиеся в природе, т.е. с показателем адиабаты $\gamma > 1,666$ или $\gamma \approx 1$ (например, $\eta = 0,90$; $c^* = 10$; $\eta = 0,99$; $c^* = 100$ или $\eta = 0,01$; $c^* = 10000$). Во-вторых, по мере роста интервала изменения содержаний при одном и том же к.п.д. возрастает разнообразие соединений элемента, которые могут присутствовать в процессе, например для ртути при $\eta = 0,4$, если $c^* = 3$ в миграции может участвовать одна ртуть в газообразном состоянии, если $c^* = 10$, то три, а если $c^* = 1000$, то семь ртутных соединений. В то же время по мере роста к.п.д. при одном и том же интервале содержаний разнообразие соединений, наоборот, снижается: например, при $c^* = 100$, если $\eta = 0,10$, могут существовать все ртутные соединения, а если $\eta = 0,90$ — только одна газообразная ртуть. Первое может быть и является объяснением того, почему в зоне первичных ореолов ртутных месторождений нами были обнаружены, кроме сульфидной, водорастворимая (сульфатная и хлоридная), кислоторастворимая (окисная) и металлическая ртуть.

Влияние структурной сложности регионов на минеральные ресурсы провинций вытекает из термодинамической модели, в рамках которой были установлены зависимости (30) между свободной энергией ΔF концентрирующей миграции и степенью концентрации η в геохимических процессах, с одной стороны, и энтропией $\Delta S_{\text{бл}}$ геологического блока, с другой,

Расчет коэффициента полезного действия для соединений ртути

| Вещество | Температура T, K | Теплоем- кость $C_p, Дж/К$ | Теплоем- кость $Дж/К$ $C_p - R =$ C_p / C_V | Показа- тель ади- абаты $\gamma =$ C_p / C_V | $c^{*1} - \gamma \leq n_p / m$ при | | | | К.п.д. при | | | |
|-------------------|-----------------------|----------------------------------|---|--|------------------------------------|-----------------|------------------|-------------------|----------------|-----------------|------------------|-------------------|
| | | | | | $c^{*} =$ 3 | $c^{*} =$ 10 | $c^{*} =$ 100 | $c^{*} =$ 6300 | $c^{*} =$ 3 | $c^{*} =$ 10 | $c^{*} =$ 100 | $c^{*} =$ 6300 |
| $Hg_{\text{жид}}$ | 400 | 27,84 | 19,51 | 1,427 | 0,625 | 0,375 | 0,141 | 0,024 | 0,375 | 0,624 | 0,859 | 0,976 |
| | 500 | | | | | | | | | | | |
| $Hg_{\text{газ}}$ | 400 | 30,81 | 12,48 | 1,667 | 0,483 | 0,216 | 0,046 | 0,003 | 0,517 | 0,784 | 0,954 | 0,997 |
| | 500 | | | | | | | | | | | |
| $HgCl_2$ | 400 | 79,13 | 70,80 | 1,118 | 0,885 | 0,763 | 0,582 | 0,357 | 0,125 | 0,237 | 0,418 | 0,643 |
| | 500 | 81,22 | 72,89 | 1,114 | 0,885 | 0,769 | 0,592 | 0,368 | 0,125 | 0,231 | 0,408 | 0,632 |
| Hg_2Cl_2 | 400 | 103,00 | 94,66 | 1,083 | 0,909 | 0,820 | 0,671 | 0,463 | 0,091 | 0,180 | 0,329 | 0,537 |
| | 500 | 104,88 | 96,54 | 1,083 | 0,917 | 0,826 | 0,675 | 0,488 | 0,083 | 0,174 | 0,315 | 0,512 |
| | 600 | 106,47 | 98,13 | 1,085 | 0,900 | 0,826 | 0,680 | 0,478 | 0,100 | 0,174 | 0,320 | 0,522 |
| HgS (киноварь) | 400 | 51,00 | 42,66 | 1,195 | 0,775 | 0,637 | 0,411 | 0,183 | 0,225 | 0,363 | 0,589 | 0,411 |
| | 500 | 51,75 | 43,42 | 1,192 | 0,813 | 0,645 | 0,415 | 0,186 | 0,187 | 0,355 | 0,585 | 0,415 |
| | 600 | 32,04 | 43,67 | 1,191 | 0,813 | 0,645 | 0,417 | 0,188 | 0,187 | 0,355 | 0,585 | 0,417 |
| HgI_2 | 300 | 29,18 | 20,85 | 1,399 | 0,645 | 0,399 | 0,159 | 0,030 | 0,355 | 0,601 | 0,841 | 0,159 |
| Hg_2I_2 | 300 | 105,92 | 97,59 | 1,085 | 0,911 | 0,822 | 0,676 | 0,475 | 0,089 | 0,178 | 0,324 | 0,676 |
| HgO | 300 | 44,08 | 35,76 | 1,232 | 0,774 | 0,584 | 0,342 | 0,130 | 0,226 | 0,416 | 0,658 | 0,642 |
| Hg_2SO_4 | 300 | 132,05 | 123,72 | 1,067 | 0,929 | 0,857 | 0,735 | 0,556 | 0,071 | 0,143 | 0,265 | 0,735 |

Таблица 51

Оценка предельного значения показателя адиабаты

| К.п.д. η | Интервал изменения содержания c^* | Показатель адиабаты γ | Возможные соединения ртути (см. табл. 50) |
|---------------|-------------------------------------|------------------------------|---|
| 0,40 | 3 | 1,091 | Hg; HgI ₂ ; HgO; HgCl ₂ ; HgS |
| | 10 | 1,004 | Все |
| | 100 | 1,002 | " |
| | 1000 | 1,001 | " |
| | 10000 | 1,001 | " |
| 0,10 | 3 | 1,100 | Hg; HgI ₂ ; HgO; HgCl ₂ ; HgS |
| | 10 | 1,048 | Все |
| | 100 | 1,024 | " |
| | 1000 | 1,016 | " |
| | 10000 | 1,012 | " |
| 0,40 | 3 | 1,464 | Hg; |
| | 10 | 1,222 | Hg; HgI ₂ ; HgO |
| | 100 | 1,111 | Hg; HgI ₂ ; HgO; HgCl ₂ ; HgS |
| | 1000 | 1,074 | Hg; HgI ₂ ; HgO; HgCl ₂ ; HgS; Hg ₂ I ₂ ; H ₂ Cl ₂ |
| | 10000 | 1,055 | Все |
| 0,90 | 3 | 3,091 | — |
| | 10 | 2,000 | — |
| | 100 | 1,500 | Hg |
| | 1000 | 1,333 | Hg; HgI ₂ |
| | 10000 | 1,250 | Hg; HgI ₂ |
| 0,99 | 3 | 5,182 | — |
| | 10 | 3,000 | — |
| | 100 | 2,000 | — |
| | 1000 | 1,666 | Hg |
| | 10000 | 1,500 | Hg |

$$\Delta S_{\text{бл}} = \frac{\Delta F}{T} \left(\frac{1}{\eta} - \eta \right), \quad (85)$$

где T — абсолютная температура процесса миграции. Отсюда следует, что степень концентрации (к.п.д.) процесса, протекающего в определенном геологическом блоке, зависит от строения (структуры) блока, поскольку энтропия — мера его сложности. Зависимость (85) можно еще подчеркнуть, если в ней использовать вытекающее из закона Больцмана отношение $\Delta F = RT \ln (n/n_p) = RT \ln (\eta/1 - \eta)$. Тогда

$$\Delta S_{\text{бл}} = R (1/\eta - \eta) \ln (\eta/1 - \eta). \quad (86)$$

Таким образом, степень концентрации химического элемента, а значит и его масса, концентрирующаяся в пределах некоторого геологического блока, функционально связаны с его структурной сложностью.

Почти все величины, входящие в соотношения (85)–(86), могут быть оценены эмпирически. Исключение составляет энтропия геологического блока, для которой мы не имеем пока способов измерения, хотя работа в направлении суммарной качественной оценки структуры геологических блоков предпринимается. Примером подобной работы может служить статья В.В. Богацкого и В.И. Суганова [3], которые сделали одну из первых попыток оценки сложности геологического строения на основе пространственно-статистического анализа. За меру сложности ими принят показатель сложности геологического строения (ПСГС), для определения которого ... "подсчитывалось общее количество отображений на карте: а) литологических разностей пород (осадочные, вулканогенные, интрузивные), б) возрастных подразделений (системы, отделы, свиты) и в) разломов. Каждый признак оценивался в 1 балл, а значение ПСГС определялось их суммированием" (там же, с. 165). Таким образом, находилась интегральная мера информации о числе и разнообразии геологических объектов, фиксируемых в пределах элементарной ячейки территории.

В качестве такой ячейки для юга Средней Сибири служил стандартный лист масштаба 1:25 000, площадь которого составляет 76 км². После оценки сложности геологического строения ячейки (которая колебалась от 1 до 14 баллов, в среднем была равна 5 при стандартном отклонении 2 и левосимметричном распределении) составлялась схема изолиний сложности в масштабе 1:500 000. Карта-схема сложности геологического строения восточного склона Кузнецкого Алатау сравнивалась с количеством магнетитовых концентраций, т.е. с эндогенными месторождениями и рудопроявлениями, встречающимися в каждой ячейке, изучаемой площади. Сравнение показало, что эндогенное магнетитовое оруденение локализовано в районах высокой геологической сложности.

Цитируемая работа подтвердила на качественном уровне наличие положительной связи между структурной сложностью геологического блока и объемом концентрирующихся в его пределах руд. Железное оруденение практически представляет собой надфоновую концентрацию (в 10–15 раз большую, чем фоновая). Величины свободной энергии и работы железорудного процесса должны с небольшой погрешностью подчиняться соотношениям (85)–(86) и быть прямо пропорциональны сложности геологического строения блока, что и подтверждается указанной выше работой.

Некоторые интересные соотношения могут быть получены, если вспомнить эмпирически установленную зависимость энергии концентрирования от содержаний металла в рудах (50). Вводя ее в (85), получим

$$\Delta S_{\text{бл}} = \frac{a}{T} \left(1 - \frac{1}{c}\right) \left(\frac{1}{\eta} - \eta\right). \quad (87)$$

Для одного и того же процесса концентрации металла величины $\Delta S_{\text{бл}}$ и a являются постоянными. Если, кроме того, процесс протекает изотермически, то

$$(1 - 1/c') (1/\eta - \eta) = T\Delta S_{\text{бл}}/a = \text{const.}$$

Выражение во второй скобке может быть упрощено

$$(1 - \eta) - \eta = (m/n) - (n/m) \approx m/n,$$

поскольку общее число m мигрирующих атомов элемента всегда значительно больше числа n его концентрирующихся атомов. Поэтому

$$(1 - \frac{1}{c'}) \frac{1}{\eta} \approx \text{const или } 1 - (1/c') \approx \eta.$$

Если в одном процессе участвуют разные химические элементы, то по (87)

$$\frac{a_1}{T} (1 - \frac{1}{c'_1}) (\frac{1}{\eta_1} - \eta_1) = \frac{a_2}{T} (1 - \frac{1}{c'_2}) (\frac{1}{\eta_2} - \eta_2),$$

где символы со значком 1 относятся к одному, а со значком 2 — ко второму элементу. В случае, если сопоставляются содержания, выраженные в одинаковом количестве кларков, имеем

$$a_1 (\frac{1}{\eta_1} - \eta_1) = a_2 (\frac{1}{\eta_2} - \eta_2).$$

При очень маленьких значениях степеней концентрации, что и имеется в действительности, полученное равенство можно заменять приближенным

$$a_1/a_2 \approx \eta_1/\eta_2,$$

т.е. к.п.д. двух элементов, участвующих в одном и том же изотермическом процессе концентрации до одинаковых содержаний, указанных числом кларков, прямо пропорциональны их эмпирически определяемым (см. табл. 44) энергетическим коэффициентам. Вспомнив значение к.п.д., получаем

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{n_1}{n_2} / \frac{m_2}{m_1}.$$

Это равенство для земной коры в целом может приобрести следующий вид:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\frac{c_{02}}{c_{01}}),$$

где c_{01} и c_{02} — кларки соответствующих элементов в земной коре. В качестве примера получим отношение запасов меди из сульфидных руд к запасам железа из гематитовых

$$n_{\text{Cu}}/n_{\text{Fe}} = a_{\text{Cu}} c_{0 \text{ Cu}} / a_{\text{Fe}} c_{0 \text{ Fe}} = 485,77 \cdot 0,0001 / 10,54 \cdot 0,051 = 0,09.$$

В условиях земной коры в целом, когда в рудообразующих процессах участвует один и тот же металл, но образуются различные соединения ($c_{01} = c_{02}$), имеем $a_1/a_2 = n_1/n_2$, т.е. общее число атомов, концентрирующихся в виде различных соединений в земной коре в целом, пропорционально энергетическому коэффициенту соответствующего соединения, если содержания, выраженные в числе кларков, одинаковы. Например, массы промышленного железа в латеритах и гематитах соотносятся как $n_{\text{лат}}/n_{\text{гем}} = 18,14/10,74 = 1,71$. Массы промышленного алюминия в бокситах и в анортозитах соотносятся как $n_{\text{бокс}}/n_{\text{ан}} = 60,23/260,02 = 0,23$. (Цифры, используемые в расчетах, взяты из табл. 44).

ГЛАВА 8

СОПОСТАВЛЕНИЕ СПОСОБОВ ПРЯМОЙ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ ПРОГНОЗНЫХ ЗАПАСОВ

В предыдущих разделах рассматривались различные способы прямой количественной оценки прогнозных запасов, основывающиеся на эмпирически или теоретически установленных зависимостях запасов (в том числе следующих из закона Больцмана, второго закона термодинамики, гиперболического закона распределения в ранговом ряду месторождений) от тех или иных геохимических параметров элемента — его кларка, общей массы в земной коре, химического эквивалента, степени концентрации, содержания в рудах, запасов наибольшего и общего числа промышленных месторождений, а также от свойств геологической среды, например ее сложности.

Совершенствование рассматриваемых способов связано с дальнейшим исследованием причин и смысла зависимостей, а также со сравнением этих способов между собой по их результатам, что и является целью настоящего раздела. Для ее достижения нами используются оценки суммарных ресурсов в земной коре, поскольку именно для этих оценок в литературе имеется необходимый фактический материал. В табл. 52 для 17 элементов приведены значения кларков и общей массы в земной коре под материками, запасы наибольшего из известных месторождений, оценки суммарных мировых ресурсов, найденные эмпирически, на основе гиперболического распределения запасов и другими способами, оценки массы элемента в надфоновых содержаниях, его химические эквиваленты; кроме того, в таблице указаны значения степеней концентрации, приводящиеся в литературе, и близкие к ним отношения суммарных запасов элемента к его общей массе в земной коре.

Зависимость суммарных запасов химического элемента от их относительной массы, измеряемой кларком, была рассмотрена в главе 1. Она подтверждается удивительным постоянством коэффициентов пропорциональности в формулах (1), (2), если учесть со сколь приближен-

Исходные данные и оценки суммарных ресурсов металлов, полученные разными способами

| Металл | Кларк c_0 , мас. доля | Масса в земной коре m , т | Химический эквивалент a/z | Запасы наибольшего месторождения q_{\max} | Суммарные ресурсы териками, под | |
|----------|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|---------------------------------|-------------------------------------|
| | | | | | эмпирически Q_3 | по зависимости от кларков (1) Q_0 |
| Железо | $4,65 \cdot 10^{-2}$ | $5,1 \cdot 10^{17}$ | 27,92 | $1,0 \cdot 10^{11}$ | $2,4 \cdot 10^{11}$ | $1,5 \cdot 10^{11}$ |
| Марганец | $1 \cdot 10^{-3}$ | $1,1 \cdot 10^{16}$ | 27,46 | $2,4 \cdot 10^9$ | $3,75 \cdot 10^9$ | $3,2 \cdot 10^9$ |
| Алюминий | $8 \cdot 10^{-2}$ | $8,9 \cdot 10^{17}$ | 8,99 | $1,0 \cdot 10^9$ | $1,8 \cdot 10^{10}$ | $2,5 \cdot 10^{11}$ |
| Хром | $8,3 \cdot 10^{-5}$ | $9,1 \cdot 10^{16}$ | 17,34 | $9,2 \cdot 10^8$ | $1,7 \cdot 10^9$ | $2,6 \cdot 10^8$ |
| Титан | $4,5 \cdot 10^{-3}$ | $5 \cdot 10^{16}$ | 11,88 | $1,6 \cdot 10^8$ | $6,3 \cdot 10^8$ | $1,4 \cdot 10^{10}$ |
| Свинец | $1,6 \cdot 10^{-5}$ | $1,8 \cdot 10^{14}$ | 103,6 | $1,0 \cdot 10^8$ | $5,1 \cdot 10^7$ | $9,4 \cdot 10^8$ |
| Медь | $4,7 \cdot 10^{-5}$ | $5,2 \cdot 10^{14}$ | 63,54 | $3,3 \cdot 10^7$ | $4,65 \cdot 10^8$ | $1,5 \cdot 10^8$ |
| Цинк | $8,3 \cdot 10^{-5}$ | $9,1 \cdot 10^{14}$ | 32,69 | $1,8 \cdot 10^7$ | $2,14 \cdot 10^8$ | $2,6 \cdot 10^8$ |
| Никель | $5,8 \cdot 10^{-5}$ | $6,4 \cdot 10^{14}$ | 29,34 | $1,5 \cdot 10^7$ | $9,6 \cdot 10^7$ | $1,8 \cdot 10^8$ |
| Ванадий | $9 \cdot 10^{-4}$ | $9,9 \cdot 10^{14}$ | 16,98 | $4 \cdot 10^6$ | $2,55 \cdot 10^7$ | $2,9 \cdot 10^9$ |
| Олово | $2,5 \cdot 10^{-6}$ | $2,8 \cdot 10^{13}$ | 29,62 | $2 \cdot 10^6$ | $6,76 \cdot 10^6$ | $8 \cdot 10^6$ |
| Молибден | $1,1 \cdot 10^{-6}$ | $1,2 \cdot 10^{13}$ | 15,9 | $1 \cdot 10^6$ | $8,4 \cdot 10^6$ | $3,5 \cdot 10^6$ |
| Ртуть | $8,3 \cdot 10^{-8}$ | $9,1 \cdot 10^{11}$ | 100,29 | $7 \cdot 10^5$ | $4,4 \cdot 10^6$ | $2,6 \cdot 10^5$ |
| Кобальт | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | $2,0 \cdot 10^{14}$ | 29,47 | $3,35 \cdot 10^5$ | $4,1 \cdot 10^6$ | $5,8 \cdot 10^7$ |
| Вольфрам | $1,3 \cdot 10^{-6}$ | $1,4 \cdot 10^{13}$ | 30,64 | $2,43 \cdot 10^5$ | $1,4 \cdot 10^6$ | $4,2 \cdot 10^6$ |
| Золото | $4,3 \cdot 10^{-9}$ | $4,7 \cdot 10^{10}$ | 196,27 | $7,4 \cdot 10^3$ | $3,6 \cdot 10^4$ | $1,4 \cdot 10^4$ |
| Серебро | $7 \cdot 10^{-9}$ | $7,7 \cdot 10^{11}$ | 107,88 | $6,3 \cdot 10^3$ | $1,3 \cdot 10^5$ | $2,2 \cdot 10^4$ |

ными оценками приходилось иметь дело при их вычислении. Кроме того, эта зависимость доказывается положительной корреляцией между эмпирическими данными о входящих в нее величинах. Действительно, если общие запасы Q_3 , найденные в результате суммирования добытых, разведанных и прогнозных запасов на известных месторождениях, коррелировать с кларком или общей массой химического элемента, то можно видеть, что указанная зависимость проявляется в планетарном, континентальном и провинциальном масштабах. Коэффициенты корреляции положительны и значимы, а их величины близки к 0,56 для земной коры в целом, к 0,48–0,66 – для отдельных континентов и к 0,62–0,69 – для некоторых крупных провинций. Уравнения регрессии были приведены раньше (3). Исходя из них, соотношения между суммарными ресурсами Q_0 и кларком c_0 или массой m должны выглядеть следующим образом:

| в литосфере под ма- считанные | | Общая масса, образую- щая над- фоновые концент- рации n , по (66) | Доля массы элемента, заключенная | | | | |
|--|---|--|----------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------|---------------------|
| по гипербо- лическому закону ря- да Q_p | по зависи- мости от запасов на ибольших месторож- дений $Q_{ур}$ | | в рудных концентрациях | | | в надфоновых содер- жаниях | |
| | | | Q_3/m | Q_p/m | $Q_{ур}/m$ | η_C | η_M |
| $9,2 \cdot 10^{11}$ | $1,66 \cdot 10^{12}$ | $9,5 \cdot 10^{13}$ | 4,7 | $1,8 \cdot 10^{-6}$ | $3,25 \cdot 10^{-6}$ | $2,1 \cdot 10^{-4}$ | |
| $2,4 \cdot 10^{10}$ | $3,99 \cdot 10^{10}$ | $3,0 \cdot 10^{13}$ | 3,4 | $2,18 \cdot 10^{-6}$ | $3,62 \cdot 10^{-6}$ | — | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| $1,0 \cdot 10^{13}$ | $1,66 \cdot 10^{10}$ | $8,0 \cdot 10^{13}$ | 0,2 | $1,35 \cdot 10^{-8}$ | $1,86 \cdot 10^{-8}$ | — | |
| $8,4 \cdot 10^9$ | $1,53 \cdot 10^{10}$ | $1,6 \cdot 10^{13}$ | 18,4 | $9,23 \cdot 10^{-8}$ | $1,68 \cdot 10^{-7}$ | — | |
| $1,5 \cdot 10^9$ | $2,65 \cdot 10^9$ | $6,0 \cdot 10^{12}$ | 0,1 | $3,0 \cdot 10^{-8}$ | $5,3 \cdot 10^{-8}$ | — | |
| $9,4 \cdot 10^8$ | $1,66 \cdot 10^9$ | $1,9 \cdot 10^{11}$ | 7,5 | $5,22 \cdot 10^{-6}$ | $9,22 \cdot 10^{-6}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,6 \cdot 10^{-3}$ |
| $2,00 \cdot 10^{10}$ | $5,48 \cdot 10^8$ | $1,7 \cdot 10^{11}$ | 8,9 | $5,13 \cdot 10^{-7}$ | $1,05 \cdot 10^{-6}$ | $4,3 \cdot 10^{-4}$ | — |
| $1,35 \cdot 10^8$ | $2,99 \cdot 10^8$ | $3,0 \cdot 10^{11}$ | 2,4 | $1,48 \cdot 10^{-7}$ | $3,29 \cdot 10^{-7}$ | $5,5 \cdot 10^{-4}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ |
| $1,1 \cdot 10^8$ | $2,49 \cdot 10^8$ | $1,9 \cdot 10^{11}$ | 1,5 | $1,72 \cdot 10^{-7}$ | $3,89 \cdot 10^{-7}$ | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ |
| $3,2 \cdot 10^7$ | $6,64 \cdot 10^7$ | $1,7 \cdot 10^{11}$ | 0,3 | $3,23 \cdot 10^{-8}$ | $6,71 \cdot 10^{-8}$ | — | |
| $1,5 \cdot 10^7$ | $3,32 \cdot 10^7$ | $8,3 \cdot 10^9$ | 2,4 | $5,35 \cdot 10^{-7}$ | $1,18 \cdot 10^{-6}$ | $3 \cdot 10^{-5}$ | $9 \cdot 10^{-4}$ |
| $2,8 \cdot 10^8$ | $1,66 \cdot 10^7$ | $1,9 \cdot 10^9$ | 7,0 | $5,75 \cdot 10^{-7}$ | $1,38 \cdot 10^{-6}$ | $8 \cdot 10^{-5}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| $7,8 \cdot 10^8$ | $1,16 \cdot 10^7$ | $9,1 \cdot 10^8$ | 4,9 | $6,81 \cdot 10^{-6}$ | $1,27 \cdot 10^{-5}$ | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | $6 \cdot 10^{-5}$ |
| $2,7 \cdot 10^6$ | $5,56 \cdot 10^6$ | $5,9 \cdot 10^{10}$ | 0,2 | $1,35 \cdot 10^{-8}$ | $2,78 \cdot 10^{-8}$ | $4,4 \cdot 10^{-6}$ | |
| $1,7 \cdot 10^7$ | $4,04 \cdot 10^6$ | $4,3 \cdot 10^9$ | 1,0 | $3,07 \cdot 10^{-7}$ | $2,88 \cdot 10^{-7}$ | $2,4 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| $8,3 \cdot 10^4$ | $1,23 \cdot 10^5$ | $9,3 \cdot 10^7$ | 7,6 | $1,77 \cdot 10^{-6}$ | $2,62 \cdot 10^{-6}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $3 \cdot 10^{-3}$ |
| $4,1 \cdot 10^4$ | $1,04 \cdot 10^5$ | $8,3 \cdot 10^8$ | 1,7 | $5,32 \cdot 10^{-8}$ | $1,35 \cdot 10^{-7}$ | — | $6 \cdot 10^{-4}$ |

$$Q_0 = 1,89 \cdot 10^{10} c_0^{0,564} \approx 1,89 \cdot 10^{10} \sqrt{c_0};$$

$$Q_0 = 0,343 m^{0,564} \approx 0,343 \sqrt{m},$$

и несколько отличаться от (1) и (2). Связь оценок Q_0 с результатами эмпирических подсчетов ресурсов Q_3 определяется на основе уравнения регрессии

$$\ln Q_0 = 1,05 \ln Q_3 - 0,71. \quad (88)$$

Причины зависимости суммарных запасов металлов от их кларка (массы) видны из теоретического анализа миграции по геохимическому циклу. Изучение модели последнего показывает, что общие закономерности, определяющие само существование цикла, с необходимостью ведут к концентрации части атомов мигрирующего элемента. По (64) число концентрирующихся атомов элемента $n = \eta m$, где m — общее число

его мигрирующих атомов, а η — коэффициент полезного действия (степень концентрации) миграционного процесса, постоянный для данного элемента в условиях геохимического цикла. Этот коэффициент имеет смысл некоторого эквивалента миграции (см. выше). Между его величиной η_T , полученной по соотношению (66), и его оценками η_C , имеющимися у Н.И. Сафронова [34], или η_3 , рассчитанными по данным В.В. Иванова и Р.В. Панфилова [10], имеется значимая корреляционная связь (табл. 53) при коэффициентах корреляции $r(\eta_T, \eta_C) = 0,89$ и $r(\ln \eta_T, \ln \eta_3) = 0,74$ соответственно. Здесь следует отметить, что между величинами η_T , найденными по (66), и подобными же по смыслу оценками, найденными Г.И. Менакером из других исходных соображений, корреляция отсутствует. Но поскольку она отсутствует и при сравнении оценок Г.И. Менакера с эмпирическими оценками Н.И. Сафронова, есть основания оценки Г.И. Менакера пока не использовать.

Поскольку не все атомы, находящиеся в концентрированном состоянии, достигают промышленных содержаний, то запасы Q элемента в рудах являются лишь частью его общей массы n , находящейся в концентрированном состоянии. Между ними и величиной n , рассчитанной по (72), существует, судя по эмпирическим оценкам суммарных ресурсов Q_3 в рудах известных месторождений, значимая положительная корреляционная связь при коэффициенте корреляции $r = +0,54$ и уравнении регрессии $\ln n = 0,635 \ln Q_3 + 14,27$. [Учитывая (3), можно определить вид взаимосвязи n с общей массой m элемента в земной коре, так сказать, по эмпирическим оценкам, а не по теоретическим (72) данным; эта взаимосвязь равна $\ln n = 0,358 \ln m + 15,16$].

Следовательно, пропорциональность суммарных запасов металла в рудах его кларку или общей массе в литосфере является результатом все той же миграции по геохимическому циклу. Именно она определяет правомерность отношений (1) и (2), а также постоянство входящих в них коэффициентов. Можно ожидать, что эти отношения будут справедливы и для крупных геологических блоков, но лишь в том случае, если величина блоков еще такова, что можно говорить о геохимическом цикле как целом, а не его отдельных частях. Из данных В.В. Иванова, Р.В. Панфилова следует, что континенты и крупные регионы (Забайкалье, Кавказ, Дальний Восток, Казахстан или Средняя Азия) удовлетворяют указанным условиям. Проверка этих отношений для более мелких регионов внесет ясность и в вопрос о масштабах циклических явлений при геохимической миграции в литосфере.

Способ оценки запасов на основе рангового ряда представляет собой экстраполяцию, при которой с помощью запасов известных месторождений находятся суммарные (в том числе и пока неизвестные) запасы. В табл. 52 имеются оценки мировых запасов Q_p для 17 металлов. Между этими оценками и оценками той же величины Q_3 , полученными, как уже говорилось, эмпирически, существует значимая положительная связь с коэффициентом корреляции $r = +0,68$ и уравнением регрессии между логарифмами величин

$$\ln Q_p = 1,05 \ln Q_3 - 0,41, \quad (89)$$

Таблица 53

Коэффициенты корреляции между некоторыми оценками суммарных ресурсов и другими величинами (по данным табл. 52)

| Оценки и величины | $Q_{ур}/m$ | Q_p/m | Q_0/m | Q_3/m | η_T | η_M | η_C | n | $Q_{ур}$ | Q_0 | Q_p | Q_3 | q_{max} | a/z | m |
|--|------------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|-------|----------|-------|-------|-------|-----------|-------|------|
| Кларки c_0 | | -0,49 | | | | | -0,29 | 0,99 | | | 0,88 | 0,75 | 0,91 | -0,65 | 1,00 |
| Массы в литосфере m | | -0,49 | | | | | -0,29 | 1,00 | | | 0,90 | 0,56 | 0,91 | -0,65 | |
| Химические эквиваленты a/z | | 0,89 | | 0,51 | | | 0,89 | -0,56 | | | | -0,65 | | | |
| Запасы наибольшего месторождения q_{max} | | | | | | | | | | | 1,00 | 0,98 | | | |
| Суммарные ресурсы: | | | | | | | | | | | | | | | |
| а) найденные эмпирически Q_3 | | -0,40 | | | | | 0,25 | 0,54 | 0,97 | 0,93 | 0,68 | | | | |
| б) найденные по гиперболическому закону рангового ряда Q_p | | -0,40 | | | | | 0,32 | 0,94 | | | | | | | |
| в) найденные по кларку Q_0 | | | | | | | | | | | | | | | |
| г) найденные по запасам наибольшего месторождения $Q_{ур}$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| Массы металлов в фоновых содержаниях | | | | | | | | | | | | | | | |
| Степени концентрации: | | | | | | | | | | | | | | | |
| а) по Н.И. Сафронову, η_C | | 0,74 | | | 0,89 | 0,18 | | | | | | | | | |
| б) по Г.И. Менакеру, η_M | | | | | 0,12 | | | | | | | | | | |
| в) найденные теоретически, по (66), η_T | | | | 0,74 | | | | | | | | | | | |
| Доли металла в рудах Q_3/m | 0,97 | 0,68 | 0,93 | | | | | | | | | | | | |

свидетельствующим об их совпадении [даже более точном, чем для оценки по соотношению (1)]. Об этом же говорит и значимая положительная корреляция (при $r > +0,75$) Q_p с кларком c_0 и с общей массой m соответствующих элементов, а также с величиной n , найденной по (72).

Особо следует подчеркнуть, что запасы q_{\max} наиболее крупных месторождений также находятся в значимой положительной корреляционной связи не только с суммарными запасами Q_p соответствующих ранговых рядов, но и с эмпирически подсчитанными запасами Q_3 (3), кларком c_0 и общей массой m элемента в литосфере: $r(\ln q_{\max}, \ln Q_3) = 0,98$; $r(\ln q_{\max}, \ln m) = 0,91$. Во втором случае уравнение регрессии имеет вид: $\ln q_{\max} = 0,84 \ln m - 11,91$.

Отсюда вытекает, что распределение запасов в ранговом ряду месторождений, даже если оно отличается от гиперболического, все же для всех химических элементов аппроксимируется единой функцией, а раз так, то суммарные запасы Q прямо пропорциональны и общей массе m , образующей концентрации элемента. Благодаря этому $Q = k'' \eta m = k'' k(a/z) m = \Delta(a/z) m$, где k'' и $k''k = \Delta$ — коэффициенты прямой пропорциональности. Здесь следует повторить, что кларк химического элемента определяет не только его общие запасы в рудах литосферы, но и характер связи существующей между их общими запасами в провинции и запасами ее наибольшего месторождения (21). В целом, суммарные ресурсы $Q_{ур}$ металла в рудах литосферы, подсчитанные по запасам q_{\max} наибольшего из известных его месторождений (5), почти прямо (коэффициент корреляции +0,97) связаны с суммарными ресурсами Q_3 , подсчитанными эмпирически. Последнее вытекает из рангового ряда (17).

Соответствующее уравнение регрессии имеет вид: $\ln Q_{ур} = 1,01 \ln Q_3 + 1,00$. Его сравнение с (88) и (89) показывает, что оно более точно аппроксимирует эмпирические данные, чем они.

Таким образом, между оценками суммарных мировых запасов металлов в месторождениях суши, полученными тремя независимыми способами — с помощью суммирования запасов известных месторождений, с помощью гиперболической зависимости запасов от номера месторождений в их ранговом ряду, с помощью уравнения связи с запасами наибольшего из месторождений — имеется вполне удовлетворительное совпадение. Кроме того, все эти оценки коррелируются с общей массой элемента, находящейся в концентрированном состоянии и определяющейся на основе математической модели геохимического цикла. Оценки запасов во всех случаях тесно связаны с общей массой (кларком), что является результатом единого циклического процесса образования земной коры, но степень концентрации (к.п.д.) элемента определяется также его свойствами, главным образом его химическим эквивалентом. Значения степеней концентрации, полученные разными способами, также положительно коррелируются между собой. Изученные способы прогнозных оценок суммарных запасов, очевидно, вполне корректны в условиях планетарного, континентального и провинциального масштаба, но их перенос на более мелкие геологические блоки требует специального рассмотрения.

Излагая зависимость запасов металлов от их содержания в рудах, мы уже сравнивали эмпирические подходы ("закон" Ласки) с подходами на основе распределения энергии рудообразования и установили, что различие между ними заключается в разной аппроксимации зависимости — с помощью гиперболы или экспоненциальной кривой соответственно. Близость этих кривых определяет и относительное сходство указанных подходов.

Возможны и другие методы прямого количественного прогнозирования, которые менее разработаны, чем те, что описаны выше. К ним относятся прежде всего прямые расчеты по геохимическим данным в региональном масштабе. В частности, используются [21]: 1) связи между общими запасами металла в месторождениях и рудопроявлениях и в аномальных концентрациях геохимических ореолов, исходя из принципа пропорциональности продуктивности вторичных остаточных ореолов рассеяния и продуктивности коренного оруденения; 2) результаты картирования гидротермально-метасоматических изменений, позволяющих учитывать пропорциональность запасов металла в рудных зонах его общим перемещаемым количествам; 3) корреляция между продуктивными компонентами, позволяющая запасы одного компонента прогнозировать по запасам другого; 4) непосредственные параметры оруденения, например мощность продуктивного пласта, его распространенность в регионе и средние содержания полезного компонента в нем; 5) структурно-геометрические закономерности пространственного расположения рудных зон. Все эти методы либо имеют более частный характер, либо, как последний, хорошо известны [16].

В заключение кратко сопоставим положение с прямыми способами предварительной оценки запасов в области рудных и нефтяных месторождений, для чего воспользуемся тезисами всесоюзного семинара "Пути повышения достоверности прогнозных оценок нефтегазоносности", проходившего в Ленинграде в ноябре 1981 г. Согласно им и обзору Н.С. Бескровного [4], в области прямого количественного прогнозирования нефтегазоносности успешно развиваются способы, основывающиеся на гиперболическом распределении запасов в ранговых рядах месторождений, на соотношении числа крупных, средних и мелких месторождений и на так называемых объемно-генетических методах, учитывающих условия генерации и миграции углеводородов. Методы аналогии — качественные и количественные — занимают примерно то же место, что и при количественной оценке прогнозных запасов руд, но значительно большее внимание уделяется методам поисковых моделей, основанным на исследовании тенденций изменения показателей в процессе поисков, разведки и добычи нефтяных месторождений (историко-статистические методы).

В дальнейшем, очевидно, следует количественное прогнозирование руд расширять за счет указанных методов, углублять за счет совершенствования прямых способов и взаимного сопоставления всех имеющихся подходов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Систематическое изложение, развитие и уточнение прямых способов количественной оценки прогнозных запасов руд позволяет прийти к следующим выводам.

1. Суммарные запасы Q металлов в рудах земной коры в целом, отдельных материков или провинций до глубин в несколько километров положительно связаны с кларком c_0 или общей массой m этих металлов в литосфере. Для этой связи установлен вид

$$Q = k' c_0 = \frac{k' m}{M},$$

если эмпирические оценки величин прямо сопоставлены друг с другом, или вид

$$Q \approx k' \sqrt{c_0} = \frac{k' \sqrt{m}}{M},$$

если между логарифмами этих оценок выведено уравнение регрессии. В приведенных формулах M — общая масса литосферы, k' — коэффициент пропорциональности при соответствующих глубинах. Если последние не превышают 2 км, то k' равен $n \cdot 10^{10}$ т или $n \cdot 10^{11}$ т. Сходство уравнений показывает, что они, в общем, близки к действительным отношениям, существующим между величинами.

2. Из антиэнтропийности и эволюционной постепенности рудообразования закономерно следует, что распространение запасов в ряду месторождений полезного ископаемого, составленном в порядке убывания этих запасов, подчинено гиперболическому закону Лотка—Бредфорда—Ципфа. Его свойства позволяют определить: суммарные запасы ряда $Q = q_{\max} \ln n$ (где q_{\max} — запасы наибольшего месторождения, n — общее число месторождений ряда); номера и запасы еще не известных пока месторождений; соотношение числа крупных, средних и мелких месторождений (при группировке В.И. Красникова 1 : 9 : 90), а также соотношение общих запасов указанных групп. Полученное уравнение практически подтверждается уравнением регрессии для логарифмов соответствующих эмпирических данных:

$$Q = q_{\max}^{0,925} \cdot 6,61 = q_{\max}^{0,925} \ln 1,64 \cdot 10^7.$$

3. Общие ресурсы полезного ископаемого в крупных минерально-сырьевых провинциях тесно связаны с запасами наибольшего месторождения

$$\ln Q = \alpha \ln q_{\max} + \beta,$$

где α и β — коэффициенты линейного уравнения, связывающего логарифмы указанных величин. При этом $\alpha = 1 - 0,062 \beta$; $\beta = 1,29 \cdot 10^5 c_0 +$

+ 3,17. Подобное же соотношение установлено для общих ресурсов металлогенических зон, выделяющихся на основе рудоносных геологических формаций, но в нем $\alpha = 1,12 - 0,0712 \beta$, а зависимость коэффициента β от кларка c_0 не изучена.

4. Как следует из двух независимых моделей (концентрации — рассеяния и геохимического цикла), концентрирующая способность геохимической миграции элемента определяется ее коэффициентом полезного действия (к.п.д.), который представляет собой отношение числа атомов n , образующих надфоновые концентрации, к общему числу m его атомов, участвующих в миграции: $\eta = n/m$.

Величина к.п.д. для процессов миграции элемента в литосфере прямо пропорциональна его химическому эквиваленту (т.е. атомному весу a , деленному на валентность z), что позволяет получить способ подсчета суммарных ресурсов концентраций металла в литосфере

$$n = kam/z.$$

5. Используя методы определения к.п.д., излагаемые в настоящей книге (по распределениям содержаний, по изменению изотопных отношений в процессе, по затратам энергии в технологических процессах получения металлов и др.), можно найти его значения для некоторых геохимических процессов и получить приближенное теоретическое уравнение зависимости запасов от к.п.д. и момента l развития процесса концентрации

$$n_{i>l} = -m\eta^l / \ln \eta.$$

6. С помощью к.п.д. уточнены величины энергии рудообразования (концентрации). Благодаря им определена связь между запасами руд и их содержаниями, которая по следствию из закона Больцмана имеет экспоненциальный характер. В то же время на основе эмпирических данных ("закон" Ласки и др.) эта связь считалась гиперболической. Ее общий вид

$$n/n_p = e^{-\frac{\Delta F}{RT}},$$

где $n = m - n$ — число атомов, остающееся в рассеянном состоянии; ΔF — энергия концентрации (рудообразования); T — абсолютная температура процесса; R — универсальная газовая постоянная. При приближенной оценке соотношения можно использовать энергию концентрации в технологических процессах получения чистого металла: $\Delta F = a'(1 - 1/c')$, где a' — эмпирическая величина, постоянная для металла из определенного типа руд; c' — кларк концентрации.

С помощью к.п.д. устанавливается, что

$$c^{*1-\gamma} \leq \frac{n_p}{m} \geq \frac{T_2}{T_1},$$

где c^* — изменение концентрации элемента в процессе; γ — показатель адиабаты вещества, в виде которого элемент принимает участие в процессе; T_1 и T_2 — абсолютные температуры его начала и конца (или мигрирующего вещества и вмещающей среды). Эти соотношения позволяют предварительно оценивать концентрирующие возможности процесса.

8. Зависимость к.п.д. от структурной сложности геологического блока подтверждает связь последней с ресурсами блока, известную по эмпирическим данным.

9. Сравнение различных способов прямой оценки предварительных запасов на основе данных о планетарных ресурсах металлов показало в целом удовлетворительное совпадение их результатов, позволило уточнить многие значения используемых величин и содействовало взаимному совершенствованию способов.

10. В ряде случаев в книге излагались теоретические модели геохимии (цикла, энергии рудообразования, концентрации — рассеяния, вывода к.п.д. и способов его определения и т.п.), которые играли чисто служебную роль, хотя их важность для количественного прогнозирования вряд ли может быть преувеличена.

1. *Бакиров В.А.* Статистическая модель распределения месторождений нефти и газа по величине запасов. — Геол. нефти и газа, 1972, № 2, с. 63–68.
2. *Башкиров В.Г., Попов Ю.В.* Вопросы прогнозирования крупных эндогенных месторождений. — Обзор ВИЭМС "Экономика минер. сырья и геологоразв. работ". М., 1981.
3. *Богацкий В.В., Суганов Б.И.* Пространственно-статистический анализ сложности геологического строения и его применение в металлогенических целях. — Докл. АН СССР, 1968, т. 181, № 1, с. 165–168.
4. *Бескровный Н.С.* Состояние проблемы оценки прогнозных запасов углеводородов за рубежом. — Обзор ВИЭМС "Экономика минер. сырья и геологоразв. работ". М., 1980.
5. *Бриллюен Л.* Наука и теория информации. М., Физматгиз, 1960.
6. *Булкин Г.А.* Введение в статистическую геохимию. Л., Недра, 1972.
7. *Вахрушев В.А., Семенов В.Н.* Закономерности распределения германия в магнетите железорудных месторождений. — Геохимия, 1969, № 6, с. 683–690.
8. *Вернадский В.И.* Избранные сочинения. М., Изд-во АН СССР, 1954. Т. 1.
9. *Волконский В.А., Косенко Г.А.* Вероятностная оценка прироста запасов газа. — Газ. промышленность, 1973, № 4, с. 4–8.
10. *Иванов В.В., Панфилов Р.В.* О геохимической корреляции минеральных ресурсов. — Докл. АН СССР, 1979, т. 249, № 1, с. 193–196.
11. *Канишев А.Д.* Показатель рудообразующей способности металлов. — Докл. АН СССР, 1973, т. 209, № 1, с. 201–204.
12. *Канишев А.Д., Менакер Г.И.* Средние содержания 15 химических элементов в земной коре Забайкалья. — Геохимия, 1974, № 2, с. 187–202.
13. *Канторович А.Э., Демин В.И.* Прогноз количества и распределения по запасам месторождений нефти и газа. — Геология и геофизика, 1979, № 3, с. 26–47.
14. *Каргер.* Примечания переводчика к статье "Применение закона Ципфа для прогноза запасов в частично разведанном районе". — Экспресс-информация ВИЭМС "Мат. методы исследований в геологии", 1978, № 2, с. 22.
15. *Квятковский Е.М., Новиков Г.Ф.* Некоторые количественные литохимические критерии прогнозной оценки рудоносных площадей на различных этапах исследований. — Зап. ЛГИ, 1974, т. 67, вып. 2, с. 93–110.
16. *Кен А.Н.* Закономерности размещения, строения и образования полиметаллических месторождений Алтая. — В кн.: Проблемы генезиса колчеданно-полимет. м-ний Рудного Алтая. Алма-Ата, 1977. с. 102–112.
17. *Кобозев Н.И.* Исследование в области термодинамики процессов мышления. М., изд-во МГУ, 1971.
18. *Козачков Л.С.* Некоторые методологические вопросы теории информационно-поисковых систем. — Науч.-техн. информация, сер. 2, 1969, № 12, с. 9–16.
19. *Козачков Л.С., Хурсин Л.А.* Основное вероятностное распределение в системах информационно-поисковых систем. — Науч.-техн. информация, сер. 2, № 2, с. 3–12.
20. *Количественная оценка прогнозных запасов.* Л., 1978 (ВСЕГЕИ).
21. *Количественное прогнозирование при региональных металлогенических исследованиях (методическое руководство).* Под ред. Д.А. Рундквиста. Авт.: В.Р. Артемов, В.И. Бергер и др. Л., 1979 (ВСЕГЕИ).
22. *Красников В.И.* Основы рациональной методики поисков рудных месторождений. М., Недра, 1965.
23. *Крылова М.Д., Дагеллайский В.Б., Орловская К.В.* О закономерностях распределения скандия между минералами метаморфических пород. — Геохимия, 1970, № 10, с. 1183–1193.
24. *Лощенко И.И., Кожанов С.И., Оськина В.Д.* Сравнительная геолого-эконо-

мическая характеристика промышленных типов месторождений полезных ископаемых. Сурьма и ртуть. — Обзор ВИЭМС. М., 1970.

25. Марголин А.М. Оценка запасов минерального сырья. М., Недра, 1974.

26. Менакер Г.И. Теоретические функции распределения микроэлементов в изверженных породах. — Зап. ВМО, 1978, ч. 107, вып. 107, с. 146–158.

27. Овчинников Л.Н. Прогнозная оценка мировых запасов в месторождениях суши. — Докл. АН СССР, 1971, т. 196, № 3, с. 683–686.

28. Перваго В.А. Условия формирования и геолого-экономическая оценка промышленных типов месторождений цветных металлов. М., Недра, 1975.

29. Перваго В.А. Геология и экономика меднопорфировых месторождений. М., Недра, 1978.

30. Пути повышения достоверности прогнозных оценок нефтегазоносности. Л., 1981 (ВНИГРИ).

31. Ранкама К. Изотопы в геологии. М., Изд-во иностр. лит., 1956.

32. Рундквист Д.В. Вопросы изучения филогенеза месторождений полезных ископаемых. — Зап. ВМО, 1968, ч. 97, вып. 2, с. 191–209.

33. Рундквист Д.В. Накопление металла и эволюция генетических видов месторождений в истории развития земной коры. — В кн.: XXIII сессия МГК. Докл. сов. геологов, проблема 10. М., Наука, 1968, с. 212–225.

34. Сафронов Н.И. Основы геохимических методов поисков рудных месторождений. Л., Недра, 1971.

35. Сафронов Н.И., Мещеряков С.С., Иванов Н.П. Энергия рудообразования и поиски полезных ископаемых. Л., Недра, 1978.

36. Соловов А.П. Поисковые сети и вероятные резервы оруденения в полузакрытых районах. — В кн.: Глубинные поиски рудных м-ний, вып. 2. М., 1979, с. 22–33.

37. Сульман А.Р. Организация и экономика геологоразведочных работ за рубежом. М., Недра, 1979.

38. Уханов В.Д. К геохимии хрома в верхней мантии по данным исследований ультраосновных включений в кимберлитовой трубке. — Геохимия, 1970, № 9, с. 1081–1090.

39. Ферсман А.Е. Избранные труды. М., Изд-во АН СССР, 1955, т. 3; 1958, т. 4.

40. Шредингер П. Что такое жизнь с точки зрения физика. М., Изд-во иностр. лит., 1947.

41. Шрейдер Ю.А. О возможности теоретического вывода статистических закономерностей текста. — В кн.: Проблемы передачи информации. М., 1963, вып. 1, с. 30–46.

42. Bachman H. Zum problematic ökonomisch begründeter Such und Erkundungstrategie in der Geologie. — Zeitschr. für angew. Geol., 1969, Bd. 151, N 8, s. 144–148.

43. Lasky S.G. How tonnage and grade relation help predict ore reserves. — Eng. and Min.j., 1951, vol. 151, N 4, p. 81–85.

44. Lerman A., Mackenzie F.T., Garrels R.M. Modeling geochemical cycles: phosphorus as an example. — Memoir of Geol. Society of Am., vol. 142, 1975, p. 205–218.

45. Mackelvey V.E. Relation of reserves of elements to their abundances. — Am. J. Sci. Bradley, vol. 258A, 1960, p. 234–241.

46. Mackenzie F.T., Wollast R. Sedimentary cycling models of global processes, in Goldberg B.D. (ed.). The Sea. N.-Y. 1977, p. 739–785.

47. Mackenzie F.T., Lantzy R.L., Paterson V. Global trace metal cycles and predictions. — Math. Geology, vol. 11, N 2, 1979, p. 99–142.

48. Page N.J., Creasy S.C. Ore grade, metal production and energy. — J. Reserch US Geol. Surv., vol. 3, No 1, 1975, p. 9–13.

49. Rowlands N.J., Sampey D. Zipf's — an aid to resource inventory prediction in partially explored areas. — Math. Geol., 1977, vol. 9, N 4, p. 383–391.

50. Shimazu Y. Dynamic model of geochemical cycle. — J. of the Assoc. for Geol. Collaboration in Japan. Chikiu Kagaku, 1965, vol. 80, p. 16–21.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | Стр. |
|--|------|
| Предисловие | 3 |
| Введение | 5 |
| Глава 1. Зависимость суммарных мировых запасов металлов в рудах от кларков и масс этих металлов в земной коре. | 9 |
| Глава 2. Статистическая модель распределения месторождений по запасам полезного ископаемого | 17 |
| Теоретическое обоснование модели и ее следствия | 17 |
| Количественная оценка мировых запасов руд некоторых металлов | 24 |
| Соотношение числа крупных, средних и мелких месторождений | 38 |
| Оценка суммарных мировых запасов руд | 41 |
| Соотношение общих запасов крупных, средних и мелких месторождений | 43 |
| Условия применимости модели | 45 |
| Глава 3. Зависимость минеральных ресурсов рудоносных площадей от запасов наибольшего месторождения. | 46 |
| Глава 4. Коэффициент полезного действия (к.п.д.) геохимической миграции и способ оценки запасов полезных ископаемых на его основе. | 59 |
| К.п.д. геохимической миграции | 59 |
| Виды к.п.д. геохимической миграции. | 65 |
| Способы расчета к.п.д. геохимической миграции. | 65 |
| Способ оценки максимально-возможных запасов полезных ископаемых на основе к.п.д. | 78 |
| Глава 5. Энергия рудообразования и оценка распределения общих запасов руд. | 79 |
| Глава 6. Оценка запасов на основе моделирования геохимического цикла | 97 |
| Глава 7. Теоретические связи запасов руд со свойствами рудообразующих веществ и структурностью регионов | 108 |
| Глава 8. Сопоставление способов прямой количественной оценки прогнозных запасов. | 117 |
| Заключение. | 124 |
| Список литературы. | 127 |

889

50 коп.

6

4145

НЕДРА