

Проф. Г. Н. КАМЕНСКИЙ

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ  
ПОДЗЕМНЫХ ВОД

ЧАСТЬ ВТОРАЯ



ОНТИ • НКТП • СССР • 1935

Проф. Г. Н. КАМЕНСКИЙ

551.48

К. 15.

# ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Часть II

(Теория движения подземных вод в водоносных пластах)

Утверждено ГУУЗ'ом НКТП СССР  
в качестве учебника для геолого-  
разведочных вузов

8240  
~~8960~~



ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО НКТП СССР  
Главная редакция геологоразведочной и геодезической литературы  
МОСКВА 1935 ЛЕНИНГРАД

## АННОТАЦИЯ

В книге проф. Каменского Г. Н. «Динамика подземных вод», ч. II кроме изложения основных законов подземных вод много внимания уделяется движению подземных вод в неоднородных пластах, что отвечает обычно существующим гидрогеологическим условиям. Этим книга резко отличается от существующей литературы по динамике подземных вод, исходящей из искусственного представления об однородном строении водоносных пород.

Кроме изложения теории автор приводит многочисленные практические примеры и задачи из практики строительства в СССР, что делает книгу особенно ценной.

Предназначенная в первую очередь восполнить пробел в существующей учебной литературе по гидрогеологии для соответствующих специальностей вузов, книга безусловно будет полезна всем специалистам, в своей работе имеющим дело с явлениями динамики подземных вод.

Редактор В. А. Приклонский.

Тех. редактор Б. Модель.

Сдано в производство 6/V — 35 г.

Подписано к печати 20/VII — 35 г.

Уполн. Главлита № В—21565. Бум л. 8<sup>3</sup>/<sub>4</sub>.

Издат. № 51.

Тираж 5.000 экз.

Формат бум. 62×94<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Авт. л. 22. Объем 19,5 п. л., 108.160 зн. в 1 б. л. Заказ № 585.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

По своему содержанию книга отвечает программе соответствующего раздела гидрогеологии для инженерно-гидрогеологической специальности. Тем не менее автор считает своим долгом отметить недостаточную полноту изложения здесь предмета динамики подземных вод, который понимается им более широко (см. § 1). В данной же книге, являющейся первой попыткой, неизбежно приходится сузить рассмотрение некоторых вопросов, в особенности тех из них, которые мало изучены и недоступны для элементарного изложения.

Автор, продолжая работать над вопросами динамики подземных вод в порядке своей научной и педагогической деятельности, имеет в виду в дальнейшем пополнять изложенный материал по предмету динамики подземных вод и с этой точки зрения будет признателен за всякие указания, сообщенные ему лично или письменно.

Пользуюсь случаем выразить благодарность В. А. Приклонскому и Ф. П. Саваренскому за ценные указания, сделанные ими при просмотре рукописи.

*Г. Каменский*

*Апрель 1935 г.  
Кабинет гидрогеологии  
Московского геологоразведочного  
института*

---

# ОБЩИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ К ИЗУЧЕНИЮ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

---

## § 1. ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Динамика подземных вод является отделом гидрогеологии, посвященным изучению движения подземных вод. Основной задачей динамики подземных вод является изучение естественных процессов движения воды в пластах земной коры. При этом имеются в виду не только потоки подземных вод в насыщенных водой водоносных пластах, но и различные другие виды передвижения воды в ненасыщенных водой горных породах: пленочное и капиллярное движение, инфильтрация в сухой грунт. Сюда же должны войти такие проявления естественной динамики подземных вод, как колебания уровня и изменения направления потоков.

Другой задачей динамики подземных вод является изучение явлений движения подземных вод, вызываемых искусственными причинами: движение воды к грунтовым и артезианским колодцам, к другим каптажным сооружениям и дренажам, движение грунтовых вод под гидротехническими сооружениями.

По отношению к описанным задачам динамика подземных вод имеет своей целью изучить влияние геологического строения, т. е. состава и условий залегания водоносных пластов, а также влияние режима подземных вод на их движение.

В связи с этим возникает потребность в развитии вопросов теории движения подземных вод в неоднородных по водопроницаемости пластах, т. е. в пластах, водопроницаемость которых в различных точках является неодинаковой. Для этой цели автором выделена самостоятельная глава по теории движения подземных вод в неоднородных пластах, где им использованы результаты проведенной недавно научной работы по тому же вопросу.

Очень важно было бы также развить вопросы теории неустановившегося движения подземных вод, что, однако, для данной книги как учебного пособия для студентов инженерно-гидрогеологической специальности геологоразведочных вузов оказывается в настоящий момент невозможным, так как требует применения дифференциальных уравнений с частными производными, не включенных в учебный план указанной специальности.

В настоящей книге мы мало касаемся видов движения воды в ненасыщенных породах, о которых краткие сведения были даны ранее

(см. «Основы динамики подземных вод», ч. I). Более подробно здесь рассмотрена инфильтрация воды в сухой грунт и то лишь с точки зрения методики определения водопроницаемости способом опытной инфильтрации из шурфов.

Рекомендуя вниманию читателя данную книгу, посвященную первоначальному элементарному изложению теории движения подземных вод, мы считаем необходимым лишь раз подчеркнуть, что *основным принципом при изучении явлений движения подземных вод должно быть стремление к наиболее полному отражению в теории конкретных особенностей геологического строения водоносных пластов и режима подземных вод*. Лишь при этом условии динамика подземных вод будет надежным оружием в руках гидрогеолога для разрешения ответственных практических задач социалистического строительства.

## § 2. УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Теория движения подземных вод в водоносных пластах базируется прежде всего на основном законе фильтрации Дарси, а также других законах движения воды в горных породах Смрекера и Шези. Те и другие были разобраны нами раньше (см. ч. 1, гл. IV).

Здесь мы остановимся на некоторых выводах, необходимых для освещения вопроса о применении тех или иных формул к теории движения воды в водоносных пластах. *Движение подземных вод в пластах, сложенных песчаными и рыхлыми обломочными породами, в большинстве случаев совершается по закону ламинарного движения, выраженному формулой Дарси:*

$$Q = k\omega l, \quad (1)$$

где  $Q$  — расход потока или количество фильтрующей воды в единицу времени;

$k$  — коэффициент фильтрации;

$\omega$  — площадь поперечного сечения потока;

$l$  — напорный градиент или уклон.

Опыт показывает, что закон Дарси в пределах тех скоростей движения подземных вод, которые наблюдаются в природе, применим с достаточной для практики точностью и не только для мелкозернистых песков и мелкопористых пород, но и для более крупнозернистых грунтов: крупных песков и песчаногалечных образований. Величина так называемой *критической скорости фильтрации*, выше которой начинает наблюдаться отклонение от закона Дарси, для крупнозернистых песков установлена опытами в среднем 0,5 см/сек или приблизительно 400 м/сутки.

Переходя к действительным скоростям, путем деления скорости фильтрации на величину коэффициента пористости, мы будем иметь здесь приблизительно 1000 м/сутки. Приведенные цифры далеко превышают все известные до сих пор величины скоростей естественного движения подземных вод в песчаных и обломочных грунтах. Эти скорости обычно измеряются метрами и редко десятками метров в сутки. Скорости же порядка 1000 м/сутки встречаются лишь в карстах и крупных трещинах.

Гидрогеологическая практика показывает также, что закон Дарси применим и для многих случаев движения подземных вод, вызываемого искусственно: движение подземных вод к водосборным сооружениям, фильтрация под плотинами.

Однако, в последних случаях при значительной проницаемости крупнозернистых пород возможны существенные отклонения от закона Дарси. При значительных скоростях, развивающихся, например, при интенсивной откачке воды из артезианских колодцев или при фильтрации под гидротехническими сооружениями при большом напоре в более крупнопроницаемых грунтах возможно развитие турбулентного движения. При этом для обломочных грунтов предполагают возможность образования смешанного режима, когда наряду с ламинарным движением, сохраняющимся в мелких капиллярных порах, может развиваться в более крупных каналах и ходах турбулентное движение.

Такое смешанное или переходное движение выражается формулой Смрекера:

$$Q = \omega \left( \frac{I}{C} \right)^m, \quad (2)$$

где  $m$  — величина, зависящая от состояния потока и свойств грунта, изменяющаяся от 1 до 2,  $C$  — коэффициент, зависящий от свойств пород.

Смешанный характер данного вида движения наглядно выражается также формулой Прони, предложенной Форхгеймером, как более общее выражение закона движения подземных вод:

$$I = av + bv^2, \quad (3)$$

где  $a$  и  $b$  — коэффициенты, из которых первый характеризует степень ламинарности, а второй — степень турбулентности потока.

При малых значениях скоростей второй член сильно убывает, и движение может быть выражено приближенно формулой:

$$I = bv^2,$$

что приводит к формуле Дарси.

При больших скоростях мы получаем приближенную формулу:

$$I = bv^2,$$

приводящую к закону Шези.

Последний выражает турбулентное движение и представлен более полно формулой:

$$v = C\sqrt{RI}, \quad (4)$$

где  $C$  — эмпирический коэффициент;

$R$  — гидравлический радиус канала;

$I$  — уклон.

Турбулентное движение полного своего развития может достигнуть в очень крупнообломочных грунтах, например в плотинах из каменной наброски, в толщах крупного галечника и валунов, в трещиноватых породах и в карстах.

Применяя закон Шези к трещиноватым породам, Краснопольский приравнивает  $C\sqrt{R} = k_0$  и получает формулу:

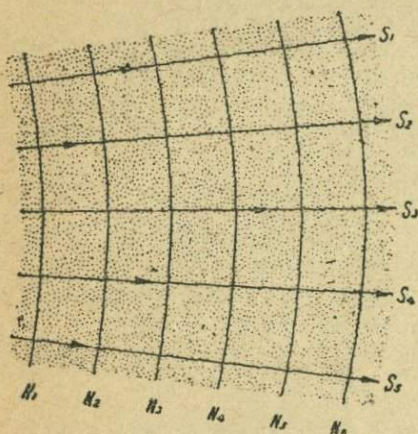
$$Q = \omega \varepsilon k \sqrt{I}, \quad (5)$$

где  $\varphi$  есть коэффициент «живого сечения», на который должна быть помножена общая площадь поперечного сечения потока, чтобы получить сечение водопроводящих трещин.

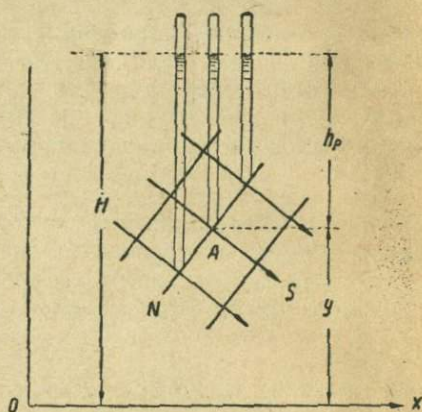
Современная теория движения подземных вод разработана почти исключительно на основе закона Дарси. Сюда относится теория движения подземных вод в водоносных пластах, теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями, в значительной части теория притока подземных вод к водосборным сооружениям. Формулы Смрекера и Шези использованы лишь в теории колодцев для случаев крупнообломочных или трещиноватых водоносных пород.

### § 3. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА

Применяя ту или другую из приведенных выше формул движения подземных вод (§ 2), мы должны прежде всего учитывать направление фильтрационного потока, по которому определяется величина уклона или напорного градиента, а также поперечное сечение, которое бе-



Фиг. 1. Диаграмма линии токов ( $S_1, S_2, \dots$ ) и поверхности равного напора ( $N_1, N_2$ ).



Фиг. 2. Определение пьезометрического напора  $H$  и пьезометрической высоты  $h_p$  в точке  $A$ .

рется всегда нормальным к направлению потока. В гидромеханике направление течений принято обозначать *линиями токов* ( $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$ , фиг. 1). При этом поперечные сечения будут являться поверхностями, нормальными к линиям токов. Эти поверхности одновременно являются геометрическим местом точек, имеющих одинаковые величины пьезометрического напора, и поэтому называются *поверхностями равных напоров* ( $N_1, N_2, N_3, \dots$ ).

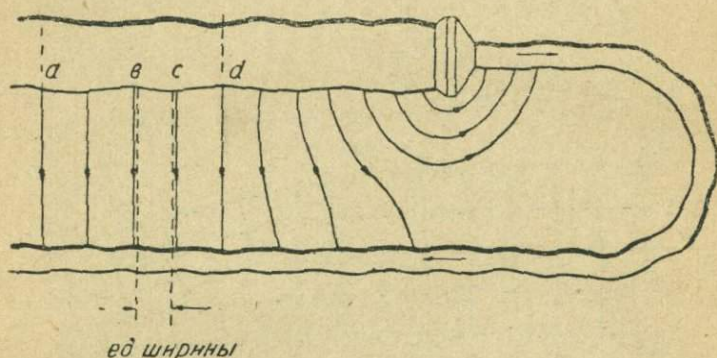
Напомним из гидравлики определение понятия пьезометрического напора. Если в заданной точке потока (фиг. 2) установить пьезометрическую трубку, то уровень воды в последней установится на высоте, соответствующей давлению воды в этой точке. Эта высота, измеряемая от заданной точки  $A$  до уровня воды в трубке, называется иначе *пьезометрической высотой*. По определению акад. Н. Н. Павловского [8] напор в данной точке  $A$  измеряется от какой-нибудь

определенной принятой плоскости сравнения  $Ox [z]$ . Величина напора  $H$  получается при этом как сумма пьезометрической высоты  $h_p$  и высоты  $y$  заданной точки над плоскостью сравнения.

Поверхности равных напоров обладают во всех точках одинаковым напором. Следовательно, если бы в разных точках этой поверхности были установлены пьезометрические трубки, то уровни воды в них установились бы на одной высоте. Из этого видно, что вдоль поверхностей равного напора не может быть движения, почему *линии токов и пересекают эти поверхности под прямым углом*.

#### § 4. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

Как линии тока, так и поверхности равного напора могут приобретать различные формы в зависимости от так называемых граничных условий, т. е. от очертания границ потока, характера движения потока и напора на этих границах; для подземных вод формы линии токов



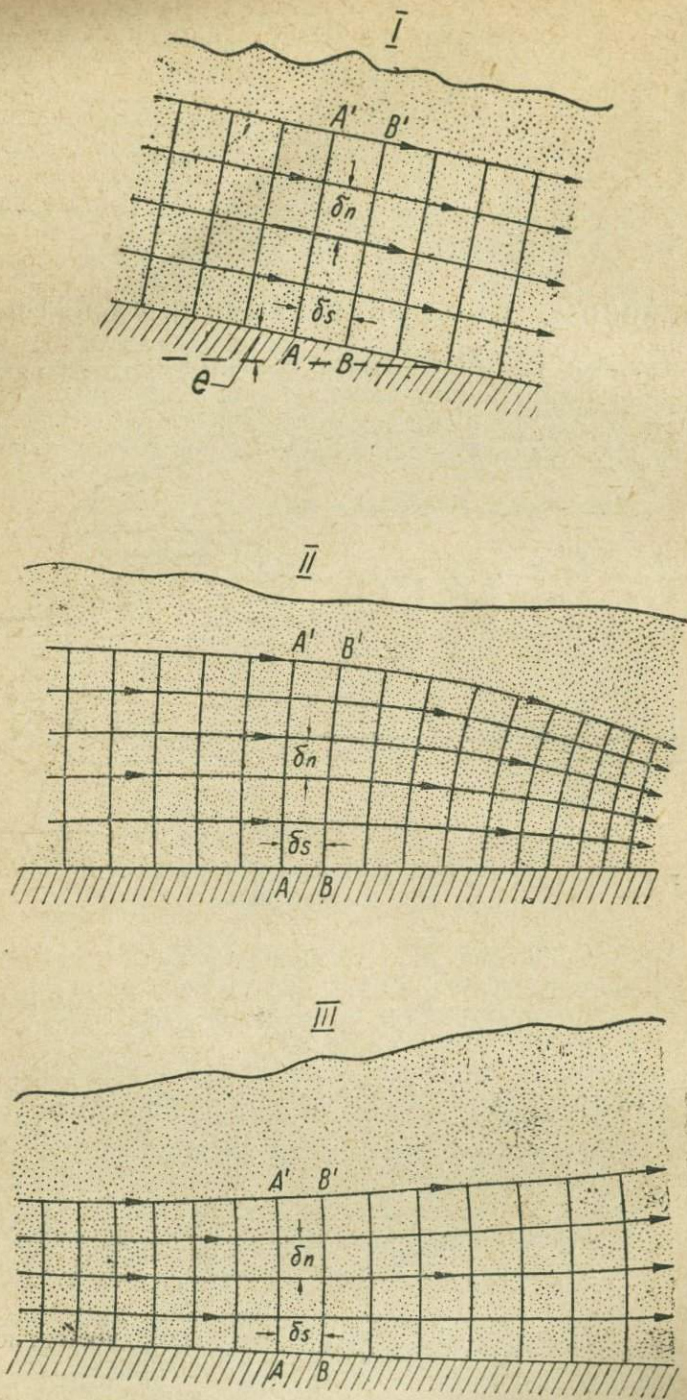
Фиг. 3. Схема фильтрационного потока через дуку. На участке  $ad$  — плоский поток.

и поперечных сечений зависят от условий залегания и геологического строения водоносного пласта, формы подстилающего ложа, верхней границы потока, от характера естественного дренирования и действия искусственных водосборных сооружений.

Приведем несколько типичных примеров фильтрационного потока для случая однородно развитой во всех направлениях водопроницаемости пород.

Чтобы составить полное представление о потоке, надо знать направление линий токов в плане и в разрезе. В зависимости от направлений токов воды в плане мы можем выделить прежде всего случай параллельного движения, когда линии фильтрационных токов в плане имеют вид прямых, параллельных между собой. Такой поток называется плоским.

При изображении этого потока гидроизогипсами мы получаем тоже ряд параллельных между собой прямых, перпендикулярных линиям токов. Задачи по изучению плоского потока допускают некоторое упрощение, так как ширина потока при этом является постоянной и для полного изучения потока можно ограничиться рассмотрением элемента шириной, равной единице. Большинство рассматриваемых ниже



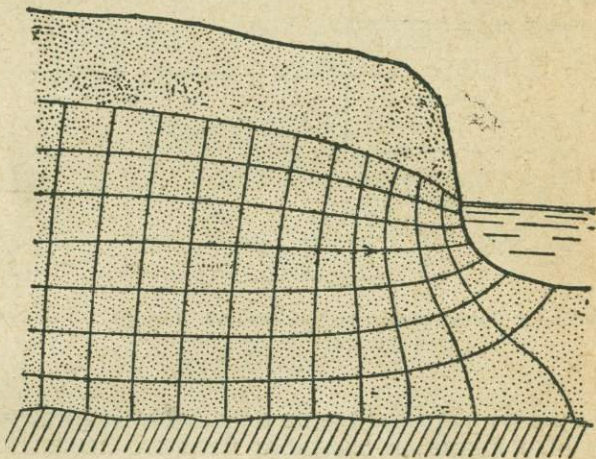
Фиг. 4. Типы грунтовых потоков.

I — равномерное движение грунтовых вод; II и III — неравномерное движение грунтовых вод.

задач относятся к изучению плоского потока. Наглядным примером плоского грунтового потока может служить фильтрация через узкий водораздел или через луку, ограниченную с обеих сторон параллельными берегами (фиг. 3, участок *ad*).

Плоский поток является очень распространенным видом движения подземных вод в естественных условиях. К этому же виду потока относятся случаи движения грунтовых вод к горизонтальным водосборам и дренажам, расположенным по прямой линии, а также движение грунтовых вод под гидротехническими сооружениями.

Чтобы получить полное представление о плоском потоке, достаточно иметь его вертикальный разрез по направлению тока. На фиг. 4 представлено несколько характерных случаев плоского потока. Наиболее простой случай представлен грунтовым потоком в наклонном водоносном пласте (фиг. 4, I), когда поверхность грунтовых вод наклонена параллельно основанию пласта. Легко видеть, что в этом случае линиями токов будут прямые ( $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$ ) параллельные основанию пласта, а поверхности равных напоров, являющиеся в данном случае плоскостями, в разрезе изобразятся прямыми линиями  $N_1, N_2, N_3, \dots$  перпендикулярными основанию пласта. Эти поверхности являются одновременно поперечными сечениями потока. Последние, как видно из рис. 4, сохраняют по пути движения потока



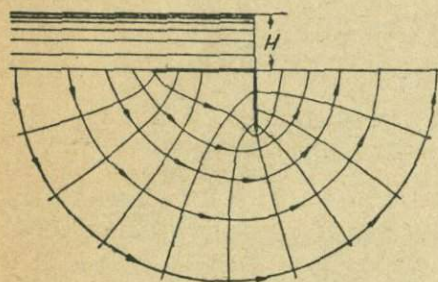
Фиг. 5. Выход фильтрационного потока в открытое русло.

одну и ту же величину, следовательно, и скорость фильтрации также остается постоянной на всем протяжении потока, что является особенностью данного случая движения подземных вод, называемого *равномерным*.

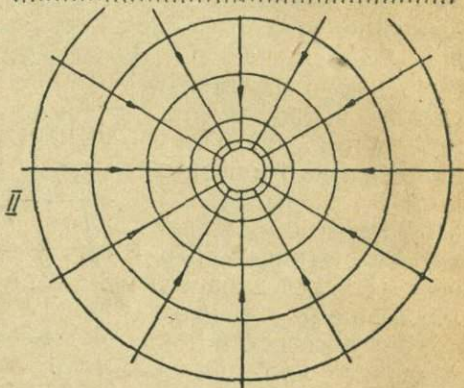
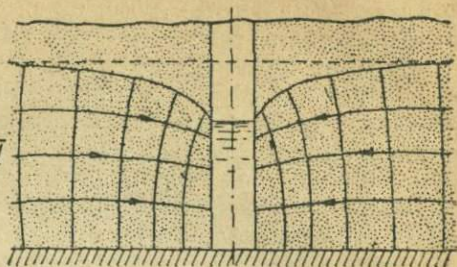
В случае отклонения поверхности грунтовых вод от направления, параллельного основанию водоносного пласта, что мы обычно и имеем в действительности, линии тока не будут уже прямыми, параллельными между собой, и образуют в общем случае систему кривых линий. В естественных грунтовых потоках, однако, последние очень близко приближаются к прямым и могут быть без значительной погрешности приняты за таковые при решении практических задач (см. фиг. 4, II и III). Поперечные сечения такого рода потоков также несколько отличаются от плоскостей и в случае значительного падения поверхности грунтовых вод имеют ясно форму кривых поверхностей, нормальных к линиям токов. Величина поперечных сечений по пути движения подземных вод в данном случае не остается постоянной, а постепенно изменяется, уменьшаясь или увеличиваясь, соответственно чему должна уменьшаться или увеличиваться скорость. Поэтому данный

вид движения подземных вод называется по аналогии с поверхностными потоками переменного сечения *неравномерным движением*.

Изображенные на фиг. 4 примеры могут быть отнесены к случаям слабо изменяющегося неравномерного движения подземных вод. Наряду с этим встречаются и более сложные случаи резко изменяющегося неравномерного движения подземных вод. В качестве примера можно указать здесь грунтовый поток в месте выхода его в дренирующее русло (фиг. 5), где некоторые линии тока круто изгибаются, изме-



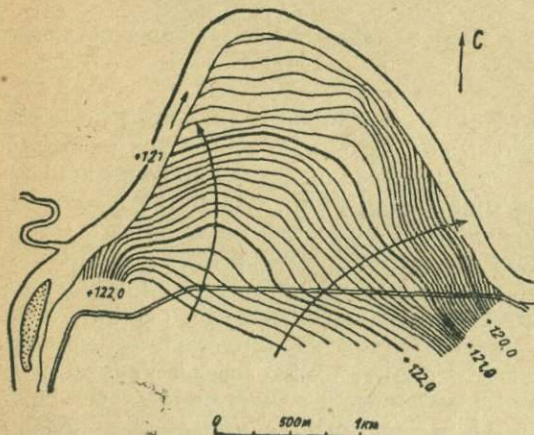
Фиг. 6. Фильтрация под плотиной со шпунтом.



Фиг. 7. Схема движения грунтовых вод к колодцу.

I — разрез; II — план.

няя свое направление из горизонтального почти в вертикальное. В качестве примеров сложного плоского движения подземных вод можно указать также на фильтрацию под плотиной (фиг. 6) или движение грунтовых вод к дренажным сооружениям. Линии токов и поверхности равных напоров образуют во всех приведенных примерах системы так называемых изотермических кривых, изучение которых в применении к движению жидкостей составляет одну из задач гидромеханики.



Фиг. 8. Радиальный поток в излучение, р. Мозель близ Кенна (по Принцу).

**Радиальный поток.** Плоское движение в подземных водах, несмотря на его исключительное преобладание в практике, является, однако, частным случаем более

общего непараллельного движения подземных вод, когда в плане линии токов идут расходясь или сходясь. При таком потоке

гидроизогипсы будут представлять собой систему кривых линий нормальных к линиям тока, обращенных выпуклой или вогнутой стороной вперед по направлению потока. Ширина отдельных элементов такого рода потока изменяется по направлению движения, и упрощение, приводящее к единице ширины потока и применимое к плоскому потоку, здесь допущено быть не может. Большинство непараллельных потоков может быть сведено к так называемым радиальным потокам, в которых линии тока помещаются в вертикальных плоскостях, расположенных под углом, сходясь или расходясь по направлению потока.

Наиболее характерным примером радиального сходящегося потока является движение подземных вод к колодцу (фиг. 7). В природе радиальные потоки могут создаваться в излучинах рек, дренирующих водоносные пласты (фиг. 8), или вообще в массиве, дренируемом руслом, имеющим не прямолинейное направление, а изогнутым по дуге.

### § 5. ОБЩЕЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД. УРАВНЕНИЕ ДЮПИОН

Имея систему линий токов и линий равных напоров для фильтрационного потока в среде равномерной водопроницаемости, мы можем составить для любой элементарной струйки потока уравнение движения (фиг. 9).

Через заданную точку  $A$  проводим поверхность равных напоров  $N$  и на расстояние  $ds$  по линии тока другую поверхность  $N'$ . Разность напоров на первой и второй поверхности составит падение напора равное  $-dH$ . Знак минус здесь берется потому, что  $H$  убывает по направлению течения и при положительном  $ds$  величина  $dH$  должна быть отрицательной. Отношение падения напора к длине пути фильтрации составит напорный градиент:

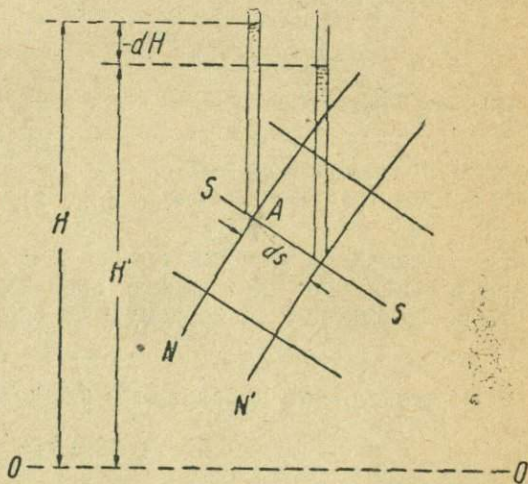
$$I = -\frac{dH}{ds}. \quad (6)$$

По закону Дарси общее выражение скорости фильтрации в любой точке потока примет вид:

$$v = -k \frac{dH}{ds}, \quad (7)$$

а выражение расхода элементарной струйки с поперечным сечением  $d\omega$ :

$$dQ = -k \frac{dH}{ds} d\omega. \quad (8)$$



Фиг. 9. Диаграмма определения напорного градиента по линиям равного напора.

Величина расхода через все поперечное сечение  $\omega$ , взятое по поверхности равных напоров  $N$ , получится как интеграл от предыдущего выражения:

$$Q = - \int k \frac{dH}{ds} d\omega. \quad (9)$$

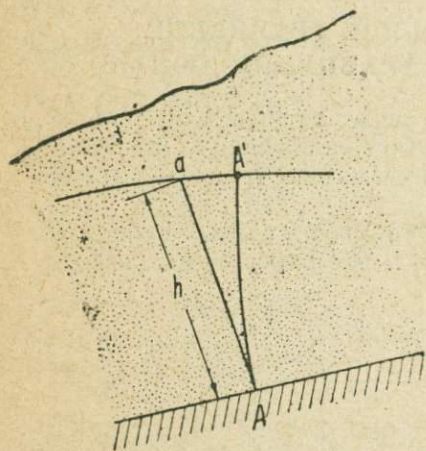
От этого общего уравнения мы можем перейти к естественному, медленно изменяющемуся, неравномерному движению подземных вод, в котором линии токов в каждом сечении почти параллельны между собой (см. фиг. 4). Точно так же можно принять параллельными между собой два соседних поперечных сечения потока  $AA'$  и  $BB'$ . При этом расстояние  $ds$  на протяжении всего сечения потока можно принять одинаковым и, следовательно, напорный градиент  $l = - \frac{dH}{ds}$

тоже для всех струек в данном сечении может быть принят постоянным. В таком случае уравнение (9) при однородном строении пласта и, следовательно, постоянном  $k$  примет вид:

$$Q = - k\omega \frac{dH}{ds}. \quad (10)$$

В случае же неоднородного пласта  $k$  как величина переменная должна быть оставлена под знаком интеграла и формула будет иметь более общий вид:

$$Q = - \frac{dH}{ds} \int k d\omega. \quad (11)$$



Фиг. 10. Нормальное и вертикальное сечения грунтового потока.

Для потоков, мало отклоняющихся от равномерного движения (см. фиг. 3), при пологом падении пластов в полученных формулах вместо нормального сечения потока  $AA'$  (фиг. 10) можно взять сечение вертикальное  $Aa$ , равное произведению ширины потока  $B$  на мощность пласта  $h$ , измеряемую по вертикали:

$$\omega = Bh. \quad (12)$$

Подставляя это выражение в формулу (10), получим:

$$Q = - kBh \frac{dH}{ds}. \quad (13)$$

В случае плоского потока, как было уже замечено выше, мы можем отнести рассмотрение задач к единице ширины потока, для чего разделим обе части предыдущего уравнения на  $B$ . При этом мы получим выражение так называемого единичного расхода, т. е. расхода на единицу ширины потока:

$$q = - kh \frac{dH}{ds}. \quad (14)$$

Погрешность, получающаяся при замене нормального сечения вертикальным, при небольшом уклоне потока имеет несущественные размеры.

Например, в случае равномерного движения в наклонном пласте отношение вертикального сечения к нормальному равняется косинусу угла падения пласта.

Приведем для справки величину косинуса для нескольких значений в пределах от  $1^\circ$  до  $10^\circ$ .

Таблица 1

$\alpha$	$1^\circ$	$2^\circ$	$3^\circ$	$4^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$
$\cos \alpha$	0,9998	0,9994	0,9986	0,9976	0,9962	0,9803

Полагая  $\cos \alpha = 1$ , т. е. принимая нормальную мощность  $n = h$  вертикальной мощности, мы делаем следующие ошибки: при уклоне  $1^\circ$  — всего лишь 0,02%, при  $5^\circ$  — 0,4%, при  $10^\circ$  — 2%.

Приведенные выше уравнения (10), (13) и (14) впервые применил к подземным водам французский гидравлик Дюшюи (1854 г.), именем которого и будем называть эти уравнения.

## § 6. ОДНОРОДНЫЕ И НЕОДНОРОДНЫЕ ПО ВОДОПРоницаемости ПЛАСТЫ

Пласты горных пород или грунтов по характеру водопроницаемости могут быть подразделены на две большие группы: однородные и неоднородные. Однородные пласты во всех своих частях и по всем направлениям имеют одну и ту же величину водопроницаемости.

В неоднородных пластах величина водопроницаемости не одинакова в различных частях пласта; она может изменяться в вертикальном направлении, или в горизонтальном, или одновременно в том и другом.

Помимо того, следует указать еще на существование типов пород, обладающих в одной и той же точке различной водопроницаемостью в зависимости от направления тока воды. Такие породы можно называть анизотропными по водопроницаемости, в отличие от совершенно однородных и одновременно изотропных, а также от некоторых типов неоднородных пород, но тоже в каждой точке изотропных в отношении водопроницающих свойств.

К анизотропным следует отнести лесс, тонкослоистые песчаные и глинистые породы, некоторые случаи трещиноватых пород. Теоретически можно предполагать, что анизотропность является характерным свойством многих глин, частицы которых ориентированы в определенном направлении.

Характер строения водопроницающих толщ в данном отношении имеет существенное значение для движения воды в них.

На изучении теории движения подземных вод степень однородности водоносного грунта сказывается в том смысле, что при однородном строении коэффициент водопроницаемости входит в уравнения движения как постоянная величина для всех участков потока, а в некото-

рых уравнениях гидравлики подземных вод этот коэффициент даже отсутствует, сокращаясь (например уравнения неравномерного движения Павловского). В случае же неоднородного строения пласта коэффициент водопроницаемости становится величиной переменной, при составлении уравнений движения подземных вод он входит как функция от координат точек потока и существенно отражается на формах движения подземных вод.

В современной теории вопрос о движении подземных вод в неоднородных пластах разработан очень мало.

Мы имеем лишь первоначальные теоретические попытки в этой области, мало проверенные экспериментально или на практике. Тем не менее наряду с изложением теории движения подземных вод в однородных пластах мы уделим внимание и неоднородным (гл. III).

## § 7. УСТАНОВИВШЕЕСЯ И ИЗМЕНЯЮЩЕЕСЯ ВО ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

В приведенные выше формулы совсем не входит время, которым, однако, мы не можем пренебречь для подземных вод. В этом отношении различают два вида движения: установившееся и неустойчивое.

Установившимся называется такое движение, когда поток в течение времени сохраняет неизменными все свои элементы: расход, направление, скорость, поперечное сечение и уклон. В обратном случае, когда те или другие элементы потока в одном и том же пункте изменяются во времени, мы имеем движение неустойчивое.

В подземных водах мы встречаемся с тем и другим видом движения. При этом трудно сказать, какое из них преобладает. Во всяком случае изменяющееся во времени движение является для подземных вод очень характерным, находясь в тесном единстве с режимом естественных вод: колебаниями уровня воды, изменениями инфильтрации, расхода и скорости потока, направления течения.

При этом мы можем выделить два случая. В одном случае мы имеем резкие нарушения стационарного состояния потока, как, например, в прибрежной зоне грунтовых вод во время подъема уровня воды в реке при паводке или при устройстве в реке водоподпорного сооружения.

В этом случае создается подпор грунтовых вод, в результате которого получится замедление скорости течения и повышение уровня вод, которое постепенно будет распространяться вглубь береговой полосы, пока не будет достигнуто новое состояние равновесия.

Промежуточное состояние потока при этом будет характеризоваться неустойчивым движением в собственном смысле слова. В других случаях мы имеем медленно изменяющееся движение, находящееся под влиянием обычно весьма медленных и постепенных изменений запасов, уровня подземных вод и величины инфильтрации.

Такого рода движение близко приближается к установившемуся и в отдельные моменты без значительных погрешностей для некоторых практических задач может рассматриваться как вполне установившееся.

Характерными случаями неустойчивого движения являются также следующие: движение воды к колодцу в начале откачки из

него, движение воды к колодцу после откачки при восстановлении уровня, начальная стадия инфильтрации в сухой грунт, капиллярное поднятие.

Очень ценные теоретические сведения по вопросу о неустановившемся движении можно почерпнуть в капитальном труде акад. Н. Н. Павловского «Теории движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями» (§ 22, 23, 24). На основании теоретического анализа схемы неустановившегося движения в песке, загруженном в цилиндрической трубке, Н. Н. Павловский, применяя теоретические выводы к движению грунтовых вод под гидротехническими сооружениями, пришел к следующему заключению: «при рассмотрении движения грунтовых вод под сооружениями и в лабораторных приборах, влияние неустановившегося режима как при нарастании, так и при убывании напоров даже для крупных грунтов ничтожно. Оно тем менее, чем мельче грунт и чем медленнее происходит нарастание или убывание напоров. Цифры, которые мы привели выше, дают право для какого-либо момента времени рассматривать движение как установившееся, не считаясь при этом, так сказать, с историей движения» до этого момента.

Так как изменения естественных напоров и скоростей в подземных водах обычно незначительны, то выводы Н. Н. Павловского применены в некоторых случаях и к естественным водоносным пластам.

Однако, пренебрежение медленными изменениями в состоянии грунтовых потоков может быть допущено далеко не всегда. Нередко эти самые изменения и являются предметом непосредственного внимания и изучения, например ход постепенного развития депрессионной воронки при искусственном понижении уровня грунтовых вод с откачкой, ход изменений формы кривой депрессии при повышении или понижении уровня воды, развитие процесса инфильтрации в первоначально сухую массу грунта, куда же относятся все явления естественного режима грунтовых вод.

Несмотря на всю важность указанных явлений, в современной теории очень мало отражены случаи изменяющегося во времени движения подземных вод, и в дальнейшем изложении нам придется в значительной мере ограничиваться лишь установившимся движением. Но во всяком случае мы должны уметь различать то и другое состояние потока хотя бы для того, чтобы правильно применить теорию на практике и чтобы сознательно подходить к оценке возможных погрешностей.

## § 8. ГРУНТОВЫЕ ПОТОКИ С СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ И НАПОРНЫЕ ПОТОКИ

С точки зрения динамики подземных вод важно установить различие между водоносными пластами открытыми, с свободной поверхностью грунтовых вод, на которой давление равно атмосферному, и водоносными пластами напорными или артезианскими с несвободной поверхностью («напорной поверхностью» — по терминологии немецких гидрогеологов); давление на этой поверхности больше атмосферного, и вода под напором способна (например, в скважинах) подниматься вверх до некоторой высоты над кровлей пласта.

Некоторые авторы, как например акад. Павловский, движение воды в пластах первой категории называют «безнапорным» и в пластах

артезианских — «напорным», перенося сюда этот термин из гидравлики.

Открытый водоносный пласт характеризуется тем, что, во-первых, поверхность грунтовых вод всюду более или менее свободно сообщается с атмосферой и что, во-вторых, грунтовая вода вверху имеет капиллярную зону.

Теоретически верхней границей насыщения или, что то же, границей грунтового потока, следовало бы считать поверхность капиллярной зоны. Такого мнения придерживается Н. Е. Жуковский, который доказал лабораторными опытами, что в капиллярной зоне совершается такое же движение грунтовых вод, как и ниже, в остальной части пласта; в своих теоретических исследованиях он всегда к мощности пласта, показываемой свободным уровнем воды в скважинах и колодцах, прибавляет высоту капиллярной зоны. Большинство же исследователей принимают за верхнюю границу пласта поверхность, соединяющую свободные уровни воды в колодцах, опущенных в пласт. Это разногласие до сих пор еще является не разрешенным. Практически последняя общепринятая точка зрения для естественных водоносных пластов вполне применима, так как в обычных песчаных грунтах капиллярная зона имеет по сравнению с общей мощностью пласта незначительную величину и без заметных погрешностей ею можно пренебречь.

Более существенное значение капиллярная зона могла бы иметь в лабораторных опытах, где приходится иметь дело с небольшими мощностями фильтрационного потока и где пренебрежение капиллярной зоной могло бы существенно отразиться на точности опытов.

В закрытом водоносном пласте с напорной водой уровень воды, показываемый буровыми скважинами, является пьезометрическим уровнем, поднимающимся выше кровли водоносного пласта. Ряд буровых скважин дает соответственное число точек пьезометрического уровня.

Поверхность, соединяющая все эти точки, называется *пьезометрической поверхностью*, а линия пересечения ее с вертикальной плоскостью — линией пьезометрических высот, аналогичной кривой депрессии для свободной поверхности уровня грунтовых вод.

Линии пересечения пьезометрической поверхности горизонтальными плоскостями называются, так же как и для грунтовых вод с свободной поверхностью, гидроизогипсами; некоторые авторы для отличия напорного пласта применяют для тех же линий другой термин *пьезоизогипсы*.

---

# ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ

## § 9. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД В НАКЛОННОМ ПЛАСТЕ

При равномерном движении в наклонном водоносном пласте поверхность грунтовых вод и линии токов должны быть параллельны основанию водоносного пласта.

Следовательно, напорный градиент будет постоянной величиной:

$$I = -\frac{dH}{ds} = \sin \alpha = i,$$

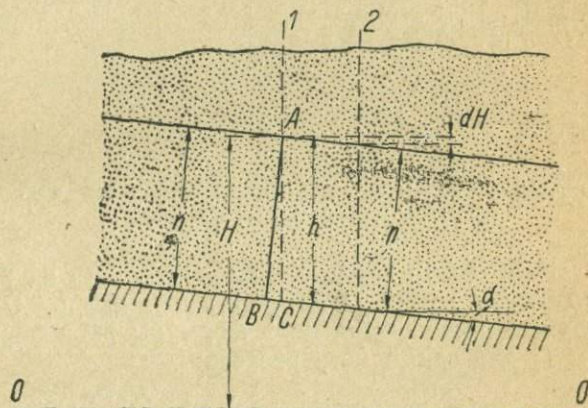
где  $\alpha$  есть угол падения пласта, а  $i$  — его уклон (фиг. 11).

Подставим это значение градиента в формулу Дарси:

$$Q = kVhi. \quad (15)$$

Величина напорного градиента может быть выражена также через частное от деления разности высот уровней воды  $H_1$  и  $H_2$  в двух сечениях 1 и 2, взятых по направлению потока на расстоянии  $l$  между сечениями (фиг. 12). При этом формула расхода потока примет вид:

$$Q = kVh \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (16)$$



Фиг. 11. Равномерное движение грунтовых вод.

Переходя к единичному расходу, получим соответственно уравнения:

$$q = khi, \quad (17)$$

$$q = kh \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (18)$$

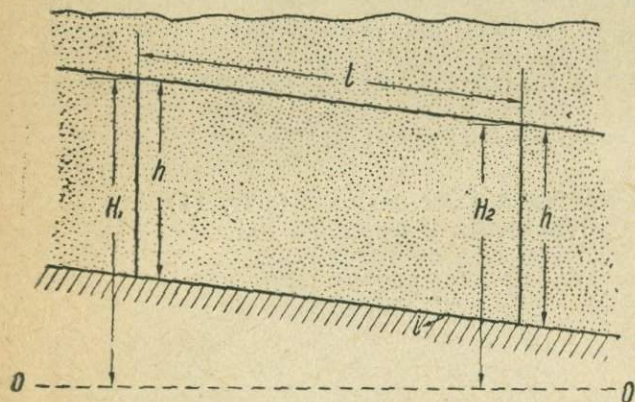
По предыдущему для точного выражения расхода мы должны были бы взять нормальное сечение потока, которое в данном случае определяется точно путем деления вертикального сечения на косинус угла падения пласта. Вводя эту поправку, мы получим точное выражение расхода при равномерном движении грунтовых вод в наклон-

ном пласте, которое следует применять при сравнительно крутом уклоне ( $> 10^\circ$ ):

$$Q = \frac{kBh}{\cos \alpha} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (19)$$

В выведенных формулах  $H_1$  и  $H_2$  могут быть уровнями воды в двух скважинах или колодцах, расположенных по направлению потока, или же уровнями в открытых водоемах, дренирующих или питающих грунтовый поток. Основной практической задачей, решаемой при помощи уравнений равномерного движения грунтовых вод, является определение расхода грунтового потока.

**Пример 1.** Определить расход грунтового потока, текущего в реку, на ширине  $B = 100$  м. Отметка уровня воды в реке 9,40 м. Отметка основания пласта у берега реки 6,20 м. На расстоянии 100 м от реки буровой скважиной  $A$  уровень воды в водоносном пласте обнаружен на отметке 10,70 м, а основание водоносного пласта на отметке 7,50 м. Водоносный пласт сложен из мелкого песка с коэффициентом фильтрации  $k = 6,9$  м/сутки.



Фиг. 12. Равномерное движение грунтовых вод, определяемое двумя скважинами.

Полученные данные показывают, что на рассматриваемом участке мощность пласта сохраняется постоянной. Следовательно, к данному случаю можно применить формулы равномерного движения:

1) для единичного расхода:

$$q = kh \cdot \frac{H_1 - H_2}{l};$$

2) для полного расхода:

$$Q = khB \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

Подставив в формулы расхода числовые значения букв, получим требуемое решение:

1) для единичного расхода:

$$q = 6,9 \cdot 3,2 \cdot \frac{10,70 - 9,40}{100} = 0,288 \text{ м}^3/\text{сутки};$$

2) для полного расхода на ширине 100 м:

$$Q = q \cdot 100 = 288 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Определим прежде всего на основании данных высотных отметок мощность водоносного пласта  $h_2$  на выходе в реку около уреза воды и  $h_1$  — в буровой скважине  $A$ :

$h_2 = 9,40 - 6,20 = 3,20$  м;  
 $h_1 = 10,70 - 7,50 = 3,20$  м.

## § 10. ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ВОДОНОСНОМ ПЛАСТЕ. ФОРМУЛА ДЮЮИ

В случае горизонтального положения поверхности водонепроницаемого слоя свободная поверхность грунтовых вод будет тоже горизонтальной лишь в том случае, когда грунтовые воды находятся в покое. Возникновение тока воды в каком-либо направлении должно быть связано с возникновением понижения поверхности грунтовых вод в этом же направлении. Вертикальный разрез потока, взятый по направлению движения воды в пересечении с поверхностью грунтовых вод, дает линию называемую кривой депрессии (фиг. 13).

Уравнение Дююи для любого сечения потока в случае горизонтального основания пласта можно написать в следующем виде:

$$q = -kh \frac{dH}{ds}; \quad (20)$$

здесь вместо  $H$  мы подставляем  $h$ , принимая за плоскость сравнения для пьезометрических напоров горизонтальное основание водоносного пласта.

Разделим переменные:

$$\frac{q}{k} ds = -h dh.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим:

$$\frac{q}{k} (s_2 - s_1) = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2}. \quad (21)$$

Или, определяя величину расхода  $q$  и положив  $s_2 - s_1 = l$ , т. е. расстоянию между взятыми сечениями, имеем:

$$q = k \cdot \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l}. \quad (22)$$

Последняя формула может быть написана в другом виде, если разложить разность квадратов на произведение суммы на разность:

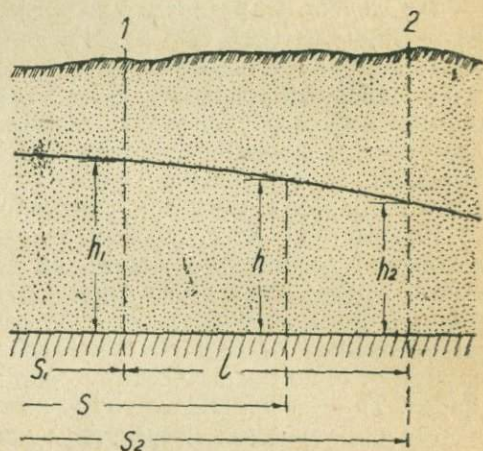
$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l}. \quad (23)$$

Полученную формулу можно привести к основной формуле Дарси, если положить:

$$\frac{h_1 + h_2}{2} = h_m; \quad \frac{h_1 - h_2}{l} = I_m.$$

Подстановка этих значений в формулу (23) дает:

$$q = kh_m I_m, \quad (24)$$



Фиг. 13. Кривая депрессии грунтовых вод в горизонтальном пласте.

где  $h_m$  и  $I_m$  суть не что иное, как средние величины мощности водоносного пласта и уклона поверхности грунтовых вод на протяжении рассмотренного участка.

С помощью выведенных выше формул можно разрешить ряд задач, постоянно встречающихся в практической работе гидрогеолога, как например: 1) определение расхода грунтового потока, 2) построение кривой депрессии, 3) определение подпора грунтовых вод при повышении уровня воды у выхода водоносного пласта. Вопросу об определении подпора грунтовых вод мы посвятим отдельную главу (гл. IV). Сейчас же рассмотрим две первые задачи.

**1-я задача. Определение расхода грунтового потока.** Как показывают формулы (22), (23) и (24), для определения расхода необходимо знать направление потока, коэффициент фильтрации пласта, мощность его и напорный градиент. Если направление потока известно, то для определения перечисленных величин требуется заложить минимум две буровых скважины, расположенных по направлению потока и доведенных до основания пласта; если же направление потока неизвестно, то необходимы три скважины.

Посредством этих буровых определяются отметки уровня воды и основания водоносного пласта, по которым можно вычислить входящие в приведенные выше формулы величины. Коэффициент фильтрации пласта может быть тоже определен с известным приближением на основании разведки путем лабораторного исследования образцов грунта, т. е. по механическому составу или по испытанию в приборах Дарси, Тима и др. Более точно коэффициент фильтрации водоносного пласта определяется посредством опытных откачек (см. гл. VI, VII).

**Пример.** Определить единичный расход грунтового потока, заключенного в песчаном пласте с горизонтальным подстилающим слоем, по следующим данным: отметка основания пласта 46,65 м, отметка уровня воды в реке, дренирующей пласт, 65,80 м, отметка уровня воды в буровой скважине А на расстоянии 200 м от реки 68,44 м, коэффициент фильтрации пласта  $k = 2,8$  м/сутки.

К данной задаче применим уравнение Дюпюи:

$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l}.$$

Из условий задачи определим числовые значения  $h_1$  и  $h_2$ . Для буровой скважины  $h_1 = 68,44 - 46,65 = 21,79$  м; по отметке уровня воды в реке  $h_2 = 65,8 - 46,65 = 19,15$ .

Подставив числовые данные в формулу, получим:

$$q = 2,8 \frac{21,79 + 19,15}{2} \cdot \frac{21,79 - 19,15}{200} = 0,76 \text{ м/сутки}.$$

**2-я задача. Построение кривой депрессии грунтовых вод для горизонтального пласта.** Если даны уровни воды  $h_1$  и  $h_2$  в двух точках депрессионной кривой на расстоянии  $l$  друг от друга, то можно определить уровень воды  $y$  в любой третьей заданной точке на расстоянии  $x$  от нижней из данных точек (фиг. 14). По уравнению Дюпюи для первых двух точек имеем:

$$\frac{h_1^2 - h_2^2}{l} = \frac{2q}{k}.$$

В то же время для нижней из данных точек и для заданной можно написать:

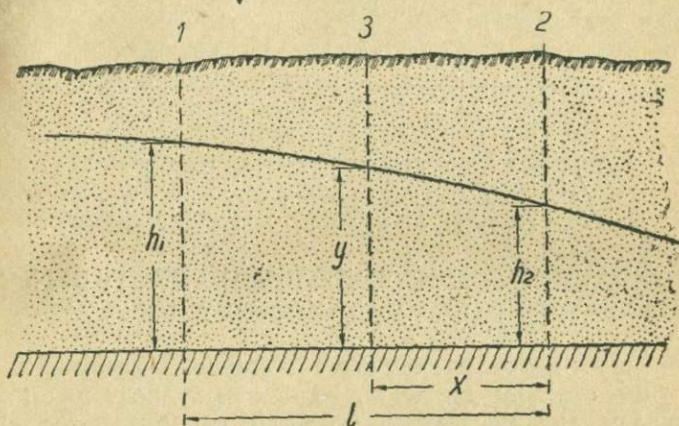
$$\frac{y^2 - h_2^2}{x} = \frac{2q}{k}.$$

Приравнявая левые части обоих написанных уравнений, получим:

$$\frac{h_1^2 - h_2^2}{l} = \frac{y^2 - h_2^2}{x}.$$

Отсюда можно определить  $y$ :

$$y = \sqrt{h_2^2 + \frac{x}{l}(h_1^2 - h_2^2)}. \quad (25)$$



Фиг. 14. Определение третьей точки кривой депрессии по двум данным.

Подставляя в эту формулу ряд значений  $x$ , мы получим соответственные значения  $y$ , по которым можно построить кривую депрессии.

На основании выведенной формулы мы видим, что кривая депрессии грунтовых вод вполне точно определяется двумя точками, или, иначе сказать, для построения этой кривой требуется знать уровень грунтовых вод в двух пунктах по краям заданного участка. Величину коэффициента фильтрации и расхода в случае однородного пласта знать не требуется.

**Пример.** Построим кривую депрессии для горизонтального водоносного пласта по следующим данным: отметка уровня воды в реке, по берегу которой выходят грунтовые воды из данного пласта, +12,6 м. Отметка основания водоносного пласта +10,5 м. Буровой скважиной в 80 м от берега уровень воды встречен на отметке 18,2 м, а основание пласта на той же отметке 10,5 м, что и у берега. Поток грунтовых вод направлен к реке. Для построения кривой депрессии определим уровень грунтовых вод в нескольких точках через каждые 10 м.

Применяя для данной задачи выведенную выше формулу (25) для ординат кривой депрессии, имеем следующие значения букв:

1) мощность водоносного пласта в месте выхода его в реку  $h_2 = 12,6 - 10,5 = 2,1$  м;

2) мощность водоносного пласта в буровой скважине  $h_1 = 18,2 - 10,5 = 7,7$  м;

3) расстояние от буровой скважины до выхода пласта  $l = 80$  м.

Обозначив через  $x$  расстояние от реки, а через  $y$  уровни воды над горизонтальным основанием пласта и подставив в формулу (25) числовые значения букв, получим следующее уравнение:

$$y = \sqrt{2^2,1 + \frac{x}{80} (7^2,7 - 2^2,1)}$$

или

$$y = \sqrt{4,41 + 0,69x}.$$

Подставляя в эту формулу ряд значений  $x$ , получим ряд соответствующих значений  $y$ :

Таблица 2

$x =$	10	20	30	40	60	80
$y =$	3,4	4,3	5,0	5,7	6,8	7,7

## § 11. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД В НАКЛОННЫХ ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ

Рассмотренное выше равномерное движение грунтовых вод является частным случаем движения воды в наклонных пластах. Более общим случаем для последних является неравномерное движение, при котором мощность грунтового потока по направлению течения изменяется и поверхность грунтовых вод имеет криволинейную форму. В случае прямого уклона, т. е. когда поверхность подстилающего непроницаемого ложа падает в ту же сторону, куда направлено и течение грунтовых вод, мы имеем два вида кривой депрессии. Если мощность насыщенного водой водоносного пласта уменьшается по направлению течения, то кривая депрессии называется «кривой спада». Если же мощность пласта по направлению потока возрастает, то получается «кривая подпора».

Теория неравномерного движения грунтовых вод в наклонных пластах обстоятельно разработана акад. Н. Н. Павловским [8], методикой которого мы воспользуемся здесь.

По уравнению Дюпюи мы имеем для любого сечения потока следующую величину единичного расхода:

$$q = -kh \frac{dH}{ds},$$

где  $H$  — уровень воды, измеряемый от некоторой условной плоскости сравнения (фиг. 15), например от уровня моря; в последнем случае  $H$  будет представлять собой абсолютную отметку уровня воды. Согласно фиг. 14 мы имеем:

$$H = y + h,$$

где  $y$  обозначает высотную отметку основания водоносного пласта,  $h$  — вертикальную мощность потока. Дифференцируя предыдущее вы-

ражение по  $s$ , которое берем по направлению основания пласта, имеем:

$$\frac{dH}{ds} = \frac{dy}{ds} + \frac{dh}{ds}.$$

При этом из чертежа видим, что  $\frac{dy}{ds}$  представляет собой не что иное, как уклон поверхности подстилающего слоя, только взятый со знаком минус:

$$\frac{dy}{ds} = -\sin \theta = -i.$$

Знак минус здесь ставится потому, что величина  $y$  при прямом уклоне пласта убывает по направлению потока, т. е. при возрастании величины  $s$ , следовательно, величина  $dy$  является отрицательной, а  $\sin \theta$  или  $i$  — положительны.

Принимая во внимание последнее уравнение, можем написать:

$$\frac{dH}{ds} = -i + \frac{dh}{ds}. \quad (26)$$

Подставим последнее выражение в уравнение Дюпюи:

$$q = kh \left( i - \frac{dh}{ds} \right). \quad (27)$$

Преобразуем это уравнение, вводя величину приведенной мощности  $h_0$ , которую имел бы поток при равномерном движении в пласте данного уклона  $i$  и водопроницаемости  $k$ ; для этого можно написать следующее уравнение:

$$q = kh_0 i. \quad (28)$$

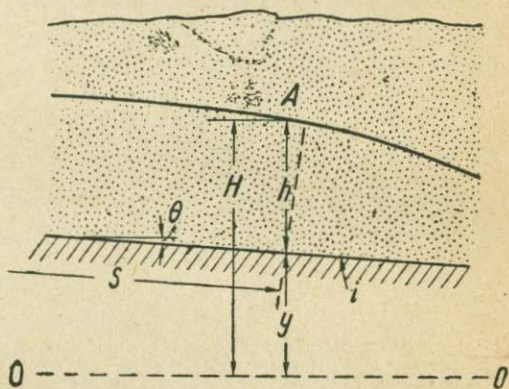
Величину  $h_0$  в этом уравнении акад. Н. Н. Павловский называет «нормальной глубиной» потока, что по нашему мнению является менее удачным сравнительно с термином *приведенная* глубина или *приведенная* мощность.

Введем по Н. Н. Павловскому еще понятие «относительной глубины» или относительной мощности потока:

$$\eta = \frac{h}{h_0}. \quad (29)$$

Подставим в уравнение (27) значение  $q$  из уравнения (28), а вместо  $h$  величину  $\eta h_0$ , получим:

$$kh_0 i = k\eta h_0 \left( i - \frac{h_0 d\eta}{ds} \right).$$



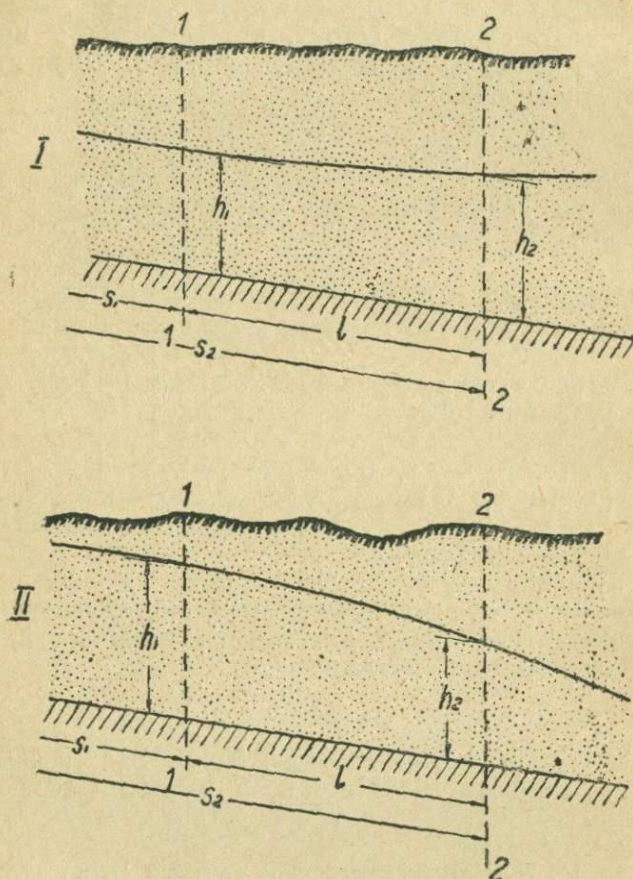
Фиг. 15. Элементы сечения грунтового потока при наклонном основании водоносного пласта.

Сделав сокращения и разделив переменные, придем к дифференциальному уравнению:

$$\frac{i ds}{h_0} = \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta. \quad (30)$$

Интегрируем это уравнение в пределах от сечения 1—1, до сечения 2—2 (фиг. 16):

$$\frac{i(s_2 - s_1)}{h_0} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\eta}{\eta - 1} d\eta. \quad (31)$$



Фиг. 16. Неравномерное движение грунтовых вод при прямом уклоне основания водоносного пласта.

I — кривая спада; II — кривая подпора.

Выведенное уравнение одинаково применимо как к кривой спада, так и к кривой подпора. Но при интегрировании правой части уравнения тот и другой случай должен быть рассмотрен в отдельности, так как для кривой подпора  $\eta > 1$ , а для кривой спада  $\eta < 1$ .

1) В случае кривой подпора (фиг. 16, II) интеграл в правой части

уравнения можно представить путем преобразования подинтегральной функции в следующем виде:

$$\int \frac{\eta}{\eta-1} d\eta = \int \frac{\eta-1+1}{\eta-1} d\eta = \int d\eta + \frac{d\eta}{\eta-1} = \eta + \ln(\eta-1) + C. \quad (32)$$

Переходя к определенному интегралу и принимая во внимание, что  $s_2 - s_1 = l$ , т. е. расстоянию между взятыми сечениями, получим уравнение кривой подпора:

$$\frac{il}{h_0} = [\eta_2 + \ln(\eta_2 - 1)] - [\eta_1 + \ln(\eta_1 - 1)]. \quad (33)$$

2) В случае кривой спада (фиг. 16, II) при  $\eta < 1$  тот же интеграл получим несколько в другом виде:

$$\begin{aligned} \int \frac{\eta}{\eta-1} d\eta &= \int -\frac{\eta-1+1}{1-\eta} = \int \left(1 - \frac{1}{1-\eta}\right) d\eta = \\ &= \eta + \ln(1-\eta) + C. \end{aligned} \quad (34)$$

Переходя к определенным интегралам, для уравнения кривой спада получим:

$$\frac{il}{h_0} = [\eta_2 + \ln(1-\eta_2)] - [\eta_1 + \ln(1-\eta_1)]. \quad (35)$$

Чтобы облегчить вычисления при практическом пользовании выведенными формулами, Н. Н. Павловский составил таблицы для следующих функций (см. приложения, стр. 267).

1) для кривой подпора при  $\eta > 1$ :

$$\varphi(\eta) = \eta + \ln(\eta - 1),$$

2) для кривой спада при  $\eta < 1$ :

$$\varphi(\eta) = \eta + \ln(1 - \eta).$$

При этом заключенные в квадратные скобки члены уравнения (33) и (35) будут представлять собой значения функций при  $\eta = \eta_2$  и  $\eta = \eta_1$ .

Обозначив сокращенно эти значения функций через  $\varphi(\eta_2)$  и  $\varphi(\eta_1)$ , будем иметь общее сокращенное выражение для уравнения кривой подпора и кривой спада:

$$\frac{il}{h_0} = \varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1). \quad (38)$$

От выведенных формул (33)–(35) можно перейти к другому виду уравнений кривой подпора и кривой спада, подставляя обратно в одном из уравнений вместо  $h_0$  его значение из формулы (28):

$$h_0 = \frac{q}{ki}.$$

Для этого напишем уравнение (33) в следующем виде:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 + \ln \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1}. \quad (39)$$

Это уравнение применимо одинаково как для кривой подпора, так и для кривой спада, потому что в обоих случаях величина, стоящая под логарифмом, одинакова и положительна:

$$\frac{\eta_2 - 1}{\eta_1 - 1} = \frac{1 - \eta_2}{1 - \eta_1} > 0.$$

Сделав указанные выше подстановки и преобразования, получим окончательно:

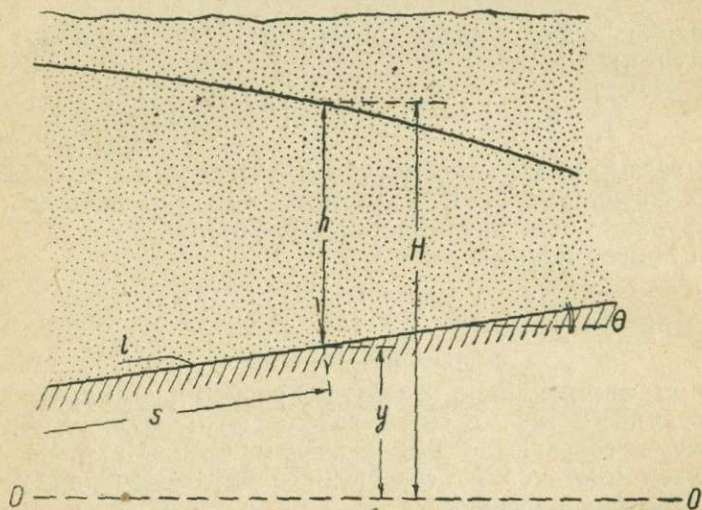
$$il = h_2 - h_1 + \frac{q}{ki} \ln \frac{kih_2 - q}{kih_1 - q}. \quad (40)$$

В таком виде уравнение кривой подпора и кривой спада проводится в «гидравлике» Форхгеймера [15]. Это уравнение наглядно объясняет значение  $h_0$  в формулах Павловского как некоторой приведенной величины, как бы заменяющей расход потока.

## § 12. ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ОБРАТНОМ УКЛОНЕ

При обратном уклоне подстилающего водонепроницаемого слоя грунтовая вода движется против падения пласта (фиг. 17).

На первый взгляд такое движение может показаться необычным. На самом же деле оно встречается в природе довольно часто. Напри-



Фиг. 17. Неравномерное движение грунтовых вод при обратном уклоне.

мер при дренировании рекой водоносного пласта, имеющего падение от реки, грунтовая вода будет двигаться к реке против падения пласта. Такое же движение может создаться при изменениях уклона основания пласта по направлению течения грунтовых вод.

Применяя здесь основное уравнение Дюпюи, мы для напорного градиента по предыдущему параграфу имеем:

$$I = -\frac{dH}{ds} = -\left(\frac{dy}{ds} + \frac{dh}{ds}\right).$$

При этом в случае обратного уклона в отличие от движения при прямом уклоне  $y$  будет по направлению потока возрастать и  $dy$  будет положительным. Следовательно, можно написать:

$$\frac{dy}{ds} = i \quad \text{и} \quad \frac{dH}{ds} = i + \frac{dh}{ds}. \quad (41)$$

На этом основании, сделав подстановку в уравнении Дюпюи, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$q = -kh \left( i + \frac{dh}{ds} \right). \quad (42)$$

Введем здесь понятие о приведенной мощности водоносного слоя. Последняя будет соответствовать мощности потока в случае равномерного движения грунтовых вод в том же пласте по направлению его падения.

Выразим величину расхода потока через приведенную мощность  $h_0'$  по формуле равномерного движения:

$$q = kih_0'. \quad (43)$$

Подставив это выражение вместо  $q$  в уравнение (42), получим:

$$kih_0' = -kh \left( i + \frac{dh}{ds} \right). \quad (44)$$

Введем величину относительной мощности потока:

$$\eta = \frac{h}{h_0'}.$$

Сделав подстановки и разделив переменные, получим:

$$\frac{id s}{h_0'} = - \frac{\eta}{1 + \eta} d\eta. \quad (45)$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2 (фиг. 18), имеем:

$$\frac{i(s_2 - s_1)}{h_0'} = \int_{\eta_1}^{\eta_2} - \frac{\eta}{1 + \eta} d\eta. \quad (46)$$

Интеграл правой части уравнения проинтегрируем, применяя следующее преобразование:

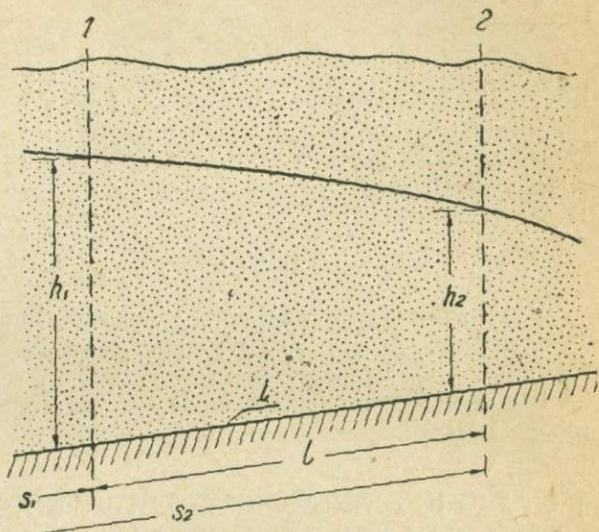
$$\int - \frac{\eta}{1 + \eta} d\eta = \int \left( -1 + \frac{1}{1 + \eta} \right) d\eta = -\eta + \ln(1 + \eta) + C.$$

Переходя к определенному интегралу и приравнивая  $s_2 - s_1 = l$ , имеем:

$$\frac{il}{h_0'} = [-\eta_2 + \ln(1 + \eta_2)] - [-\eta_1 + \ln(1 + \eta_1)] \quad (47)$$

или

$$\frac{il}{h_0'} = \eta_1 - \eta_2 + \ln \frac{1 + \eta_2}{1 + \eta_1}. \quad (48)$$



Фиг. 18. Кривая депрессии грунтовых вод при обратном уклоне.

Для пользования таблицами вводим обозначение:

$$\psi(\eta) = -\eta + \ln(1 + \eta). \quad (49)$$

При этом заключенные в квадратных скобках члены уравнения (47) будут представлять собой значения  $\psi(\eta)$  для  $\eta = \eta_2$  и для  $\eta = \eta_1$ .

Принимая это во внимание, данное уравнение сокращенно можем написать в следующем виде:

$$\frac{il}{h_0} = \psi(\eta_2) - \psi(\eta_1). \quad (50)$$

Подставив в уравнение (48) обратно значение приведенной мощности  $h_0' = \frac{q}{ki}$  и сделав сокращения, получим другой вид уравнения движения грунтовых вод при обратном уклоне:

$$il = h_1 - h_2 + \frac{q}{ki} \ln \frac{q + kih_2}{q + kih_1}. \quad (51)$$

Уравнения неравномерного движения в наклонных пластах могут быть применены для тех же практических задач, что были указаны в § 20.

Разберем здесь основную задачу по определению расхода грунтового потока.

### § 13. ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛ НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСХОДА ГРУНТОВОГО ПОТОКА

Из уравнений (40) и (51) видно, что для указанной цели необходимо знать уклон поверхности подстилающего водопроницаемого слоя, мощность водоносного пласта  $h_1$  и  $h_2$  в двух пунктах, расположенных по направлению потока, и коэффициент фильтрации. Для получения этих данных практически необходимо минимум три буровых скважины: для определения направления и величины падения пласта и мощности в двух пунктах. Величина  $k$  может быть определена тем или иным опытным или теоретическим путем, в зависимости от требуемой степени точности.

Определив перечисленные выше данные, необходимо перед употреблением формул выяснить, какой вид кривой депрессии мы имеем в заданном случае: кривую спада или кривую подпора.

Согласно приведенным выше определениям этих понятий в первом случае мощность водоносного пласта должна по направлению потока убывать, т. е.  $h_1 > h_2$ , в случае же кривой подпора мы имеем обратные соотношения:  $h_1 < h_2$ .

Для пользования уравнением (41), включающим непосредственно величину  $q$ , это различие не имеет значения, так как данное уравнение одинаково удовлетворяет обоим кривым.

При пользовании же формулами другого вида [(33) и (35)] с введением приведенной мощности потока  $h_0$  и относительных величин мощности  $\eta$ , указанное различие существенно, так как уравнения кривой подпора и кривой спада в этой форме имеют различный вид.

**Пример 1.** Определить приведенную мощность  $h_0$  и расход грунтового потока по следующим данным разведки.

Имеются две буровые скважины № 1 и 2, расположенные по направлению потока. Расстояние между скважинами 800 м (фиг. 19).

В скважине № 2 уровень грунтовых вод установился на отметке 9,40 м, а основание водоносного пласта встречено на отметке 7,60 м. В скважине № 1 уровень грунтовых вод имеет отметку 19,62, основание водоносного пласта 15,80 м. Коэффициент фильтрации пласта  $k = 8$  м/сутки.

Для решения задачи применим уравнение Павловского, пользуясь таблицами для вычисления функций  $\varphi(\eta)$  в уравнении:

$$\frac{il}{h_0} = \varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1).$$

Выясним сначала, какой вид имеет кривая депрессии, для чего определим мощности водоносного пласта в скважинах № 1 и 2:

$$h_2 = 9,40 - 7,60 = 1,80 \text{ м};$$

$$h_1 = 19,62 - 15,80 = 3,82 \text{ м}.$$

Из сопоставления мощностей видим, что мы имеем кривую спада. Уклон основания водоносного пласта  $i$  равен:

$$i = \frac{15,80 - 7,60}{800} = \frac{8,20}{800} = 0,0103.$$

Подставив полученные данные в уравнение кривой спада, получим:

$$\frac{0,0103 \cdot 800}{h_0} = \varphi\left(\frac{1,80}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{3,82}{h_0}\right).$$

Данное уравнение можно разрешить лишь путем подстановки, приравнявая  $h_0$  последовательно различным значениям.

Напишем предыдущее уравнение в следующем виде:

$$8,20 = h_0 \left[ \varphi\left(\frac{1,80}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{3,82}{h_0}\right) \right].$$

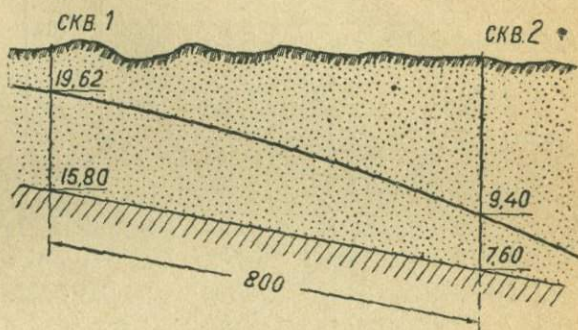
Правая часть уравнения зависит только от  $h_0$  и может быть обозначена как  $f(h_0)$ . Для удобства решения будем пользоваться графиком (фиг. 20), откладывая на горизонтальной оси значения  $h_0$ , а на вертикальной  $f(h_0)$ .

При вычислении будем применять таблицы значений  $\varphi(\eta)$ , имеющей для кривой спада вид:

$$\varphi(\eta) = \eta + \ln(1 - \eta)$$

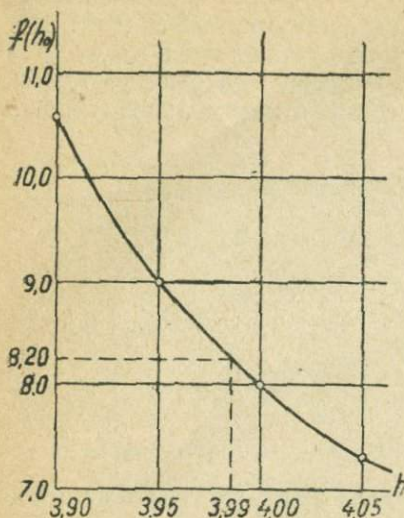
или:

$$\varphi\left(\frac{h}{h_0}\right) = \frac{h}{h_0} + \ln\left(1 - \frac{h}{h_0}\right).$$



Фиг. 19. Продольный разрез грунтового потока по примеру 1.

Отыскиваемое значение  $h_0$  должно быть не менее 3,82. Начнем подстановку с 3,90.



Фиг. 20. График для определения  $h_0$ .

ного пласта 16 м. У берега реки уровень воды стоит на отметке 64,20 м, а мощность водоносного пласта 7 м. Коэффициент фильтрации пласта  $k = 1,75$  м/сутки.

Вычислив высотные отметки ложа водоносного пласта, найдем, что у реки эта отметка, равная  $64,20 - 7 = 57,20$  м, большие отметки основания пласта у буровой скважины, равной  $70,02 - 16 = 54,02$ . Следовательно, мы имеем здесь случай обратного уклона пласта, падающего от реки к буровой скважине, т. е. в сторону, противоположную движению грунтовых вод. Величина уклона основания водоносного пласта равна:

$$i = \frac{57,20 - 54,02}{515} = \frac{3,18}{515} = 0,0062.$$

Подставляя в уравнение (50) значения известных величин  $i$ ,  $l$ ,  $h_2$  и  $h_1$ , получим:

$$\frac{0,0062 \cdot 515}{h_0'} = \psi\left(\frac{7}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{16}{h_0'}\right)$$

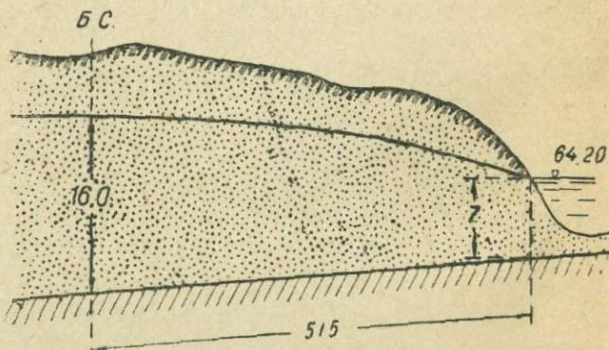
Таблица 3

$h_0$	$\frac{h^2}{h_0}$	$\varphi\left(\frac{h^2}{h_0}\right)$	$\frac{h_1}{h_0}$	$\varphi\left(\frac{h_1}{h_0}\right)$	$f(h_0)$
3,90	0,462	-0,1579	0,979	-2,8854	10,61
3,95	0,457	-0,1537	0,967	-2,4470	9,04
4,00	0,450	-0,1478	0,955	-2,1461	7,99
4,05	0,445	-0,1438	0,944	-1,9390	7,28

По графику находим  $h_0 = 3,99$ . Подставляя это значение в формулу равномерного движения, определим расход потока:

$$q = 8,0 \cdot 3,33 \cdot 0,0103 = 0,327 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

**Пример 2.** Определить приведенную мощность и расход грунтового потока по следующим данным (фиг. 21): буровая скважина в 515 м от берега реки обнаружила уровень грунтовых вод на отметке 70,02 м, а мощность водонос-



Фиг. 21. Разрез грунтового потока к примеру 2.

или:

$$3,18 = h_0' \left[ \psi \left( \frac{7}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{16}{h_0'} \right) \right].$$

Находим путем подстановки  $h_0'$ , приравнявая правую часть уравнения  $f(h_0')$ . При вычислении пользуемся таблицами для функций вида  $\psi(\eta) = -\eta + \ln(1 + \eta)$ .

Таблица 4

$h_0'$	$\frac{h_2}{h_0'}$	$\psi \left( \frac{h_2}{h_0'} \right)$	$\frac{h_1}{h_0'}$	$\psi \left( \frac{h_1}{h_0'} \right)$	$\psi \left( \frac{h_2}{h_0'} \right) - \psi \left( \frac{h_1}{h_0'} \right)$	$f(h_0')$
10,0	0,70	-0,1694	1,60	-0,6445	0,4751	4,751
20,0	0,35	-0,0499	0,80	-0,2122	0,1623	3,246
21,0	0,333	-0,0448	0,76	-0,1947	0,1498	3,070

Построив график по данным, полученным в результате подстановок, найдем:

$$h_0' = 20,5.$$

Подставляя это значение в формулу равномерного движения при уклоне  $i$ , определим расход потока:

$$q = kh_0' i = 1,75 \cdot 20,5 \cdot 0,0062 = 0,223 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Для облегчения задачи и сокращения операций с подстановками можно находить предварительно приближенное значение  $h_0'$  из следующего соотношения:

$$h_0' = \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{I}{i},$$

где  $I$  есть уклон поверхности грунтовых вод, а  $i$  — уклон основания пласта. Отношение этих величин можно заменить отношением разностей отметок поверхности воды и отметок основания пласта. Подставляя числовые значения, найдем:

$$h_0' = \frac{7 + 16}{2} \cdot \frac{70,02 - 64,20}{57,20 - 54,02} = 21 \text{ м}.$$

## § 14. ВИДОИЗМЕНЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЮЮИ ДЛЯ НАКЛОННОГО ПЛАСТА

Формулы Павловского ввиду их сложности и громоздкости требующихся вычислений неудобны для решения практических задач.

Между тем при не очень больших уклонах те же задачи могут решаться с достаточной точностью приближенным способом, основанным на непосредственном применении к неравномерному движению в наклонных пластах уравнения Дююи:

$$q = -kh \frac{dH}{ds},$$

где  $h$  — мощность водоносного пласта, изменяющаяся по пути движения (фиг. 14, 17), а  $H$  — высота уровня грунтовых вод (высотная отметка).

Разделив переменные, напишем уравнение Дюпюи в следующем виде:

$$-dH = \frac{q}{k} \frac{1}{h} ds.$$

Интегрируем это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

$$-(H_1 - H_2) = \frac{q}{k} \int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{h} ds. \quad (52)$$

Рассматривая  $h$ , как функцию от  $s$ , не меняющую знака, мы можем к интегралу в правой части уравнения применить теорему о среднем:

$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{h} ds = \frac{1}{h_m} (s_2 - s_1), \quad (53)$$

где  $h_m$  — среднее значение мощности водоносного пласта на рассматриваемом участке грунтового потока.

Подставив полученное выражение интеграла в уравнение (52) и положив  $s_2 - s_1 = l$ , имеем:

$$H_1 - H_2 = \frac{q}{k} \frac{1}{h_m} l, \quad (54)$$

откуда получаем следующую формулу расхода:

$$q = kh_m \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (55)$$

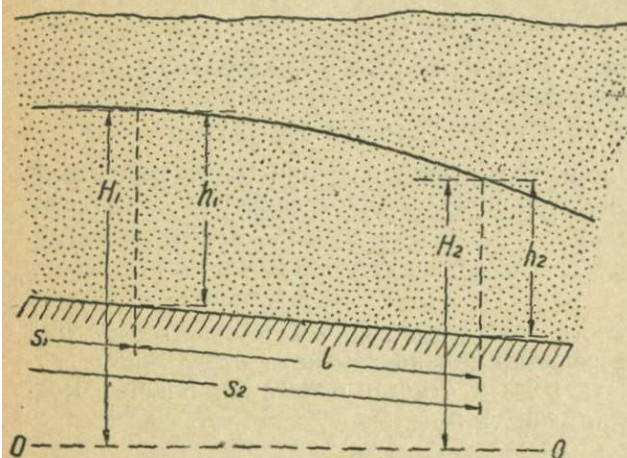
Величина  $h_m$  для данного случая постоянного уклона основания водоносного пласта, прямого или обратного (фиг. 22), приближенно определяется как среднее арифметическое между двумя значениями мощности в сечениях 1 и 2, т. е. между  $h_1$  и  $h_2$ :

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2}.$$

На этом основании получаем другое выражение единичного расхода:

$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (56)$$

Сравнивая последнюю формулу с формулой единичного расхода для горизонтального пласта (§ 10), легко видеть их близкое сходство, но при этом должно быть отмечено существенное отличие, так как



Фиг. 22. Схема грунтового потока, определяемого двумя скважинами.

Величина  $h_m$  для данного случая постоянного уклона основания водоносного пласта, прямого или обратного (фиг. 22), приближенно определяется как среднее арифметическое между двумя значениями мощности в сечениях 1 и 2, т. е. между  $h_1$  и  $h_2$ :

в формуле для горизонтального пласта величины мощности пласта и уровня грунтовой воды одинаковы, а в наклонном пласте они различны.

**Пример 1.** Определить расход грунтового потока по данным примера 1 в § 13. По этим данным имеем для обозначений формулы (56):

$$H_1 = 19,26 \text{ м}; H_2 = 9,40 \text{ м}; h_1 = 3,82 \text{ м}; h_2 = 1,80 \text{ м}; l = 800 \text{ м}; \\ k = 8 \text{ м/сутки.}$$

Подставив эти значения в формулу (56), имеем:

$$q = 8 \frac{3,82 + 1,80}{2} \cdot \frac{19,26 - 9,40}{800} = 0,288 \text{ м}^3/\text{сутки.}$$

Сравнивая полученный результат с подсчетом в формуле Павлюковского, находим разницу  $0,04 \text{ м}^3/\text{сутки}$ , что составляет немного больше 10% от общей величины расхода. Для приближенного определения эта ошибка невелика. Она должна быть еще меньше при малых значениях уклона пласта. В рассмотренном примере мы имели довольно значительную величину уклона: 0,01.

**Пример 2.** Определить расход грунтового потока для условий примера 2 в § 13. Пользуясь приближенной формулой, имеем следующие значения величин, входящих в формулу:

$$H_1 = 70,02; H_2 = 64,20; h_1 = 16,0 \text{ м}; h_2 = 7,0 \text{ м}; \\ l = 515 \text{ м}; k = 1,75 \text{ м/сутки.}$$

Подставляя данные значения в формулу, имеем:

$$q = 1,75 \frac{16 + 7}{2} \cdot \frac{70,02 - 64,20}{515} = 0,226 \text{ м}^3/\text{сутки.}$$

## § 15. ОБЩАЯ ПРИБЛИЖЕННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ РАСХОДА ПОДЗЕМНОГО ПОТОКА

Рассмотренный приближенный способ может быть применен и для более общего случая неплоского потока, например для грунтового русла переменного сечения (фиг. 23). Для этого воспользуемся уравнением Дюпюи для полного расхода потока:

$$Q = -k\omega \frac{dH}{ds},$$

где  $\omega$  есть площадь сечения потока, меняющегося по направлению течения;

$H$  — высота уровня воды;

$s$  — расстояние, измеряемое по направлению течения.

Разделив переменные, имеем:

$$-dH = \frac{Q}{k\omega} ds.$$

Интегрируем это уравнение от сечения 1 до сечения 2:

$$H_1 - H_2 = \frac{Q}{k} \int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{\omega} ds. \quad (57)$$

Интеграл в правой части уравнения, согласно теореме о средней, может быть приведен к следующему выражению:

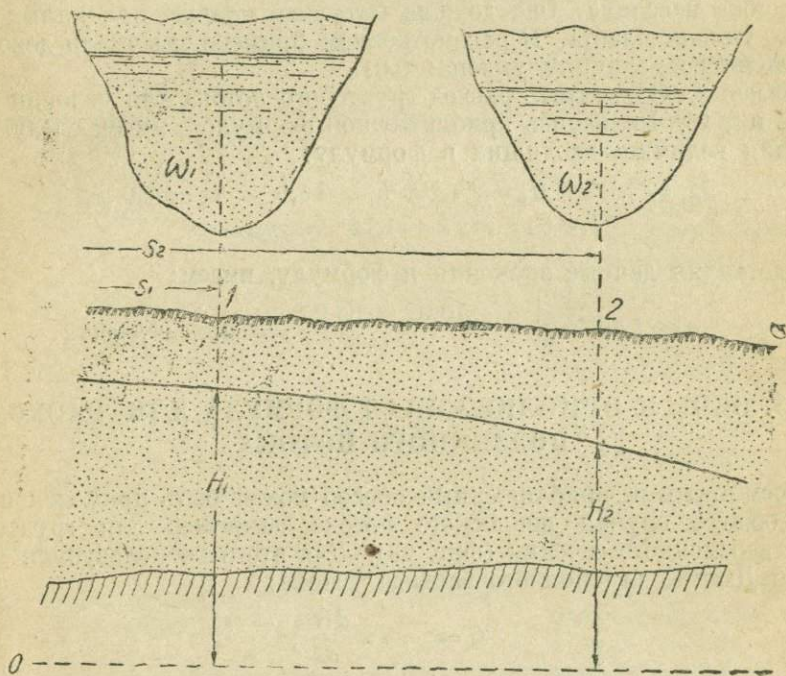
$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{\omega} ds = \frac{1}{\omega_m} \int_{s_1}^{s_2} ds = \frac{s_2 - s_1}{\omega_m}, \quad (58)$$

где  $\omega_m$  есть среднее значение  $\omega$  на участке между сечениями 1 и 2. Подставив это выражение в уравнение (57) и положив  $s_2 - s_1 = l$ , получаем:

$$H_1 - H_2 = \frac{Q}{k \omega_m} l, \quad (59)$$

откуда, определяя  $Q$ , имеем:

$$Q = k \omega_m \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (60)$$



Фиг. 23. Схема потока в грунтовом русле переменного сечения.

Последнее уравнение аналогично основной формуле Дюпюи. Оно выражает, что расход грунтового потока для любых форм сечения может быть определен как произведение из коэффициента фильтрации на среднюю площадь сечения и на средний уклон поверхности грунтовых вод.

Величина  $\omega_m$  проще всего может быть определена, как среднее арифметическое от площадей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Тогда выражение для расхода потока примет вид:

$$Q = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (61)$$

Если же имеются промежуточные поперечные разрезы потока, то средняя площадь сечения более точно определится как «среднее взвешенное значение»:

$$\omega_m = \frac{\omega_{(1)} l_1 + \omega_{(2)} l_2 + \dots + \omega_{(n)} l_n}{l_1 + l_2 + \dots + l_n}, \quad (62)$$

где  $\omega_{(1)}, \omega_{(2)}, \dots$  определяются как средние арифметические из крайних значений  $\omega$  для каждого участка.

При этом ясно, что точность определения  $\omega_m$  будет зависеть от степени колебаний размеров сечения и от расстояния между пунктами, где замерены сечения. При прочих равных условиях точность тем больше, чем ближе берутся измеряемые сечения, иначе сказать, чем детальнее проведена разведка грунтового потока.

Выведенное уравнение может быть применено на практике для определения расхода грунтового потока, а также и для построения кривой депрессии. Для последней цели, определив расход  $Q$ , коэффициент фильтрации  $k$ , площадь  $\omega$  и высоту уровня грунтовых вод  $H_1$  для начального сечения и затем задавшись расстоянием  $l_1$  до следующего сечения, можно путем последовательных приближений подобрать такое значение для  $H_2$ , которое удовлетворяет уравнению (62).

От  $H_2$  также путем подбора найдем  $H_3$  и т. д.

## § 16. ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ПЕРЕМЕННОМ УКЛОНЕ ОСНОВАНИЯ ВОДОНОСНОГО ПЛАСТА

Случаи переменного уклона основания водоносного пласта являются наиболее распространенными и особенно часто встречающимися в областях мощного развития ледниковых образований.

Для исследования грунтовых потоков при переменном уклоне можно воспользоваться теми же формулами гидравлики грунтовых вод, какие были выведены выше для обыкновенных пластов с постоянным уклоном. Рассматривая, например, случай, представленный на фиг. 24, мы для каждого участка грунтового потока между точками изменения угла падения подстилающего слоя имеем уравнения:

- 1) для I участка — уравнение грунтового потока при прямом уклоне основания пласта;
- 2) для II участка — уравнение грунтового потока при обратном уклоне основания;
- 3) для III участка — то же уравнение при прямом уклоне.

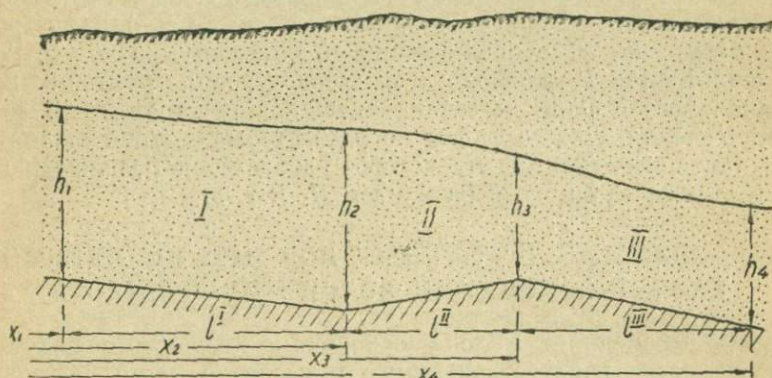
Для каждого участка на основании разведочных данных, пользуясь приведенными уравнениями, можно определить величину расхода, которая должна быть одинакова, если сверху или с боков нет дополнительного притока воды.

Зная величину  $q$ , по тем же уравнениям без труда можно построить кривую депрессии, последовательно переходя от одного участка к другому; при этом, когда известно  $q$ , для построения кривой депрессии надо знать лишь начальное значение мощности водоносного пласта, остальные же определяются из последовательного разрешения уравнений для I, II и III участков.

Более трудная задача получается, когда известны лишь крайние значения  $h$ , т. е. в данном случае  $h_1$  и  $h_4$ , а также профиль основа-

ния водоносного пласта, а промежуточные ординаты кривой депрессии ( $h_2, h_3$ ), равно как и расход, остаются неизвестными. Такая задача может возникнуть, например, в связи с определением утечки воды из водохранилища через водораздел. Обычно при этом предварительной разведкой могут быть определены профиль ложа водоносного пласта, естественные уровни грунтовых вод и коэффициент фильтрации; задаются также крайние положения уровня грунтовых вод после подпора согласно проектным уровням верхнего и нижнего бьефов. Для разрешения задачи надобно решить систему уравнений для участков I, II и III, в которых неизвестными являются  $q, h_2$  и  $h_3$ .

При пользовании формулами Павловского решение этой системы трансцендентных уравнений, возможное лишь путем подстановок, представляет большие трудности ввиду громоздкости вычислительных операций.



Фиг. 24. Грунтовый поток с переменным уклоном основания водоносного пласта.

На практике в данном случае, как и при постоянном падении пласта, возможно применить приближенный способ, аналогичный описанному в предыдущем параграфе.

Возьмем основное дифференциальное уравнение Дюпюи, заменив  $z$  через  $x$ , обозначая горизонтальное расстояние или горизонтальное проложение пути фильтрации. При этом в случае небольшого падения пластов мы будем допускать практически несущественную ошибку.

$$q = -kh \frac{dy}{dx}.$$

В таком виде уравнение может быть распространено на все протяжение грунтового потока с изменяющимся уклоном поверхности подстилающего водонепроницаемого слоя.

Интегрируя это уравнение от сечения 1 до сечения  $n$  и применяя одновременно теорему о средней, по предыдущему параграфу получаем:

$$y_1 - y_n = \frac{q}{k} \frac{1}{h_m} (x_n - x_1)$$

$$q = kh_m \frac{y_1 - y_n}{x_n - x_1}, \quad (63)$$

где  $x_1, y_1$  — координаты точки кривой депрессии в начальном сечении 1—1,

$x_n, y_n$  — координаты в конечном сечении  $n$ — $n$ .

Для вычисления средней мощности  $h_m$  можно пользоваться формулой (62) для среднего взвешенного значения мощности:

$$h_m = \frac{h^{(1)} l^{(1)} + h^{(2)} l^{(2)} + \dots + h^{(n)} l^{(n)}}{l^{(1)} + l^{(2)} + \dots + l^{(n)}}. \quad (64)$$

При этом для каждого промежуточного участка значения мощности  $h$  определяются как среднее арифметическое из двух соседних величин.

По этим данным расход грунтового потока может быть приближенно определен следующим способом. Вычертив разрез через водораздел и нанеся уровень верхнего и нижнего бьефа, построим приближенно предположительную линию уровня грунтовых вод, которая должна получиться после образования проектного подпора. В самом грубом приближении это будет прямая линия, однако, в некоторых случаях легко сообразить, как должен изменяться угол падения и форма кривой депрессии в зависимости от форм рельефа водоупорного ложа потока. Это построение существенно облегчается в случае, если известна естественная кривая депрессии грунтовых вод. Таким предварительным построением иногда можно подойти довольно близко к истине. Получив предположительную линию уровня грунтовых вод, применим к ней формулу (63) единичного расхода; при этом величину  $h_m$  определим по формуле (64).

На основании вычисленного, таким образом, предварительного значения  $q$  вычислим величины мощностей последовательно для всех промежуточных точек, пользуясь приближенными формулами или формулами Павловского. В результате, дойдя от верхнего бьефа до нижнего, обнаружим, в какую сторону получилась ошибка при предварительном определении  $q$ . После этого можно снова по исправленным значениям мощности потока определить среднее  $h_m$  и получить новое значение  $q$ , которое в свою очередь должно быть проверено подстановкой в уравнения для каждого участка после построения новой линии депрессии. Такими приемами можно, наконец, подойти довольно близко к значению величины грунтового потока при переменном уклоне.

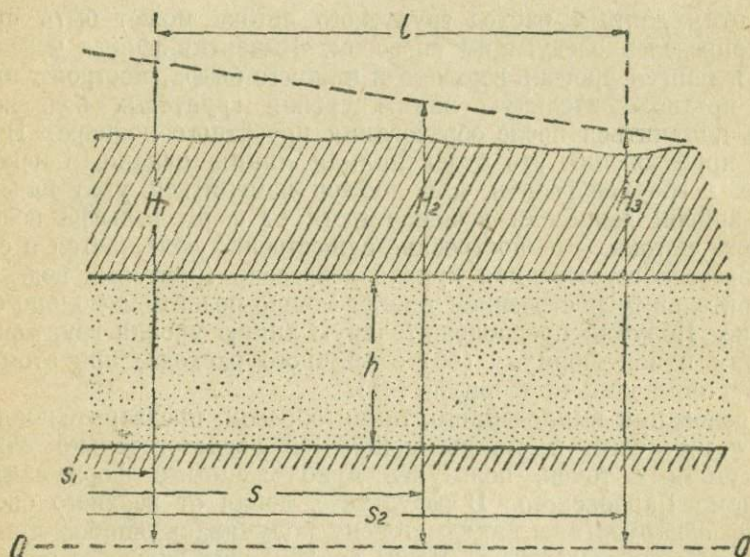
## § 17. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ НАПОРНЫХ ВОД В ОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ ПОСТОЯННОЙ МОЩНОСТИ

В артезианском пласте, как известно, линия пьезометрических уровней располагается выше верхней границы пласта (фиг. 25). Дифференциальное уравнение Дюпюи для этого случая представляется в следующем виде:

$$q = -kh \frac{dH}{ds},$$

где  $H$  означает высоту пьезометрического уровня, отсчитываемого в общем случае от какой-нибудь плоскости сравнения  $O-O$ , которой обычно служит уровень моря или другая условная нулевая плоскость. При этом величины  $H$  будут представлять собой не что иное, как абсолютные или условные отметки напорного уровня воды.

В частном случае, при горизонтальном положении пласта, высота пьезометрического уровня может отсчитываться от нижней или верхней границы пласта. Некоторые авторы отсчитывают величину пьезометрического напора для артезианских вод от горизонтальной поверхности земли, считая величину напора положительной, если уровень воды подымается выше поверхности земли, и отрицательной, если уровень воды не доходит до поверхности. При всех этих условиях написанная выше формула одинаково применима.



Фиг. 25. Артезианский поток с постоянной мощностью водоносного пласта.

Разделив переменные, приведем уравнение к следующему виду:

$$qds = -khdH.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2 и принимая во внимание постоянство величины мощности  $h$ , получим:

$$q(s_2 - s_1) = -kh(H_2 - H_1).$$

Приравняв  $s_2 - s_1 = l$ , расстоянию между сечениями, изменив знак внутри скобок правой части уравнения, имеем для  $q$  следующее выражение:

$$q = kh \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (65)$$

Приняв  $H_2$  за переменное  $H$ , мы получим уравнение линии пьезометрических уровней, которое, как легко видеть, представляет собой уравнение прямой:

$$H_1 - H = \frac{q}{kh} l. \quad (65a)$$

*Пример.* Определить единичный расход артезианского потока в пласте постоянной мощности, вскрытом двумя буровыми скважинами, расположенными по направлению потока.

Мощность пласта в обеих скважинах 25 м. Отметка пьезометрического уровня в одной скважине 52,65 м, в другой ниже по потоку 51,32 м. Расстояние между скважинами 300 м.

Пласт сложен из крупного песка с действующим диаметром  $d_e = 0,8$  мм.

К заданному случаю применима формула равномерного движения для однородного артезианского пласта:

$$q = khI.$$

Определим величину  $k$  по упрощенной формуле Хазена:

$$k = d_e^2 = (0,8)^2 = 0,64 \text{ см/сек.}$$

Величина пьезометрического уклона определится по данным отметок пьезометрического уровня в буровых скважинах:

$$I = \frac{52,65 - 51,32}{300} = 0,0044.$$

Подставив в формулу (33) числовые значения букв, вычислим единичный расход:

$$q = 0,0064 \cdot 25 \cdot 0,0044 = 0,00071 \text{ м}^3/\text{сек} = 0,61 \text{ м}^3/\text{сутки.}$$

## § 18. ПРИБЛИЖЕННАЯ ФОРМУЛА РАСХОДА ДЛЯ НАПОРНОГО ПОТОКА ПЕРЕМЕННОЙ МОЩНОСТИ

Форму прямой пьезометрической поверхность артезианского потока имеет, однако, лишь в рассмотренном частном случае, когда мощность пласта и водопроницаемость его остаются постоянными на всем протяжении потока. Обычно же в природе и та и другая величины являются переменными, а в зависимости от этого при постоянном расходе потока должна изменяться величина напорного градиента, которая, согласно уравнению (65), может быть выражена формулой:

$$I = \frac{H_1 - H}{l} = \frac{q}{kh}. \quad (66)$$

Это уравнение очень наглядно поясняет сказанное выше о форме пьезометрической поверхности. При постоянной величине  $h$  и  $k$  величина уклона  $I$  будет также постоянной, что дает в результате прямую линию пьезометрических высот.

При переменной мощности пласта и постоянном  $k$  величина градиента уже не будет постоянной, а будет или уменьшаться при возрастании мощности; или увеличиваться при убывании мощности.

В первом случае линия пьезометрических высот примет форму вогнутой кривой, т. е. обращенной вогнутостью вверх, а во втором — форму выпуклой кривой.

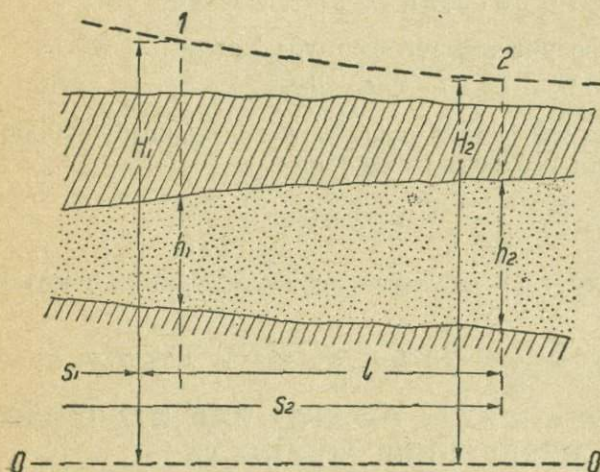
Для определения расхода напорного потока в пласте с переменной мощностью мы можем воспользоваться приближенной формулой (55), выведенной на основании теоремы о средней для наклонных пластов:

$$q = kh_m \frac{H_1 - H_2}{l},$$

где  $h_m$  есть средняя мощность, а  $H_1$  и  $H_2$  — высотные отметки пьезометрического уровня (фиг. 26).

Если в двух сечениях потока мощности пласта имеют величины  $h_1$  и  $h_2$ , то, принимая  $h_m$  равным среднему арифметическому, получим удобную для практических целей формулу:

$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (67)$$



При переменной величине водопроницаемости явление еще более усложняется. Как увидим в дальнейшем, даже при одинаковой мощности пласта в неоднородных пластах с водопроницаемостью, изменяющейся по направлению движения, линия пьезометрических высот приобретает форму кривой: то выпуклой, то вогнутой, в зависимости от характера изменения коэффициента фильтрации пласта (§ 29).

Фиг. 26. Артезианский поток с переменной мощностью водоносного пласта.

## § 19. РАДИАЛЬНЫЙ ПОТОК

В прибрежных местах, ограниченных кривой линией берега, как уже отмечалось ранее, мы не имеем параллельного движения, как в плоском потоке. Линии токов будут или сходящиеся или расходящиеся, и поток будет иметь переменную ширину. Такое движение грунтовых вод в частном случае может быть представлено радиально расходящимися прямыми линиями токов.

Рассмотрим случай сходящегося потока при горизонтальном положении подстилающего непроницаемого слоя. Применяя здесь уравнение Дюпюи, имеем следующее общее выражение расхода для любого сечения потока:

$$Q = -kbh \frac{dh}{ds}, \quad (68)$$

где  $b$  есть переменная ширина потока, которая может быть определена как сечение трапеции (фиг. 27, 28)

$$b = b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} s,$$

где  $b_1$  есть ширина потока в сечении 1, а  $b_2$  — в сечении 2;  $l$  — расстояние между этими сечениями.

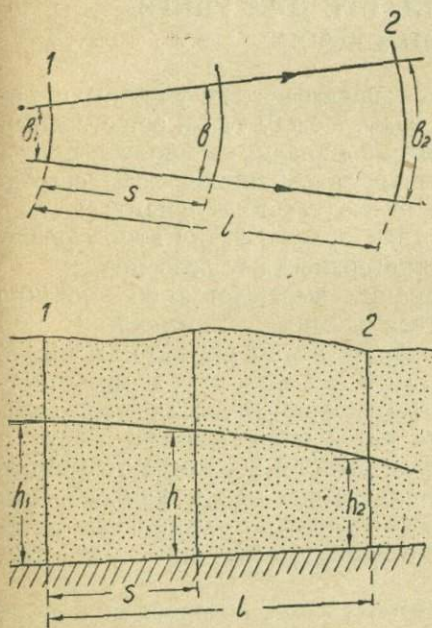
Сечение 1 принято за начальное, а расстояние  $s$  измеряется от этого начального сечения до любого.

Подставляя это значение  $b$  в уравнение (58), получим:

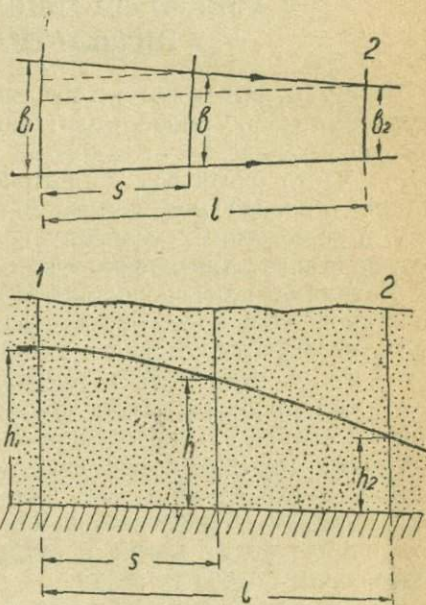
$$Q = -k \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} s \right) h \frac{dh}{ds}, \quad (69)$$

откуда:

$$h dh = - \frac{Q}{k} \cdot \frac{ds}{b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} s}.$$



Фиг. 27. Радиальный расходящийся поток.



Фиг. 28. Радиальный сходящийся поток.

Интегрируя это уравнение, получим:

$$\frac{1}{2} h^2 = \frac{Q}{k} \cdot \frac{l}{b_1 - b_2} \cdot \ln \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} s \right) + C.$$

Переходя к определенному интегралу, взятому от сечения 1 до сечения 2, получим:

$$h_1^2 - h_2^2 = 2 \frac{Ql}{k} \cdot \frac{\ln b_1 - \ln b_2}{b_1 - b_2}. \quad (70)$$

В случае расходящихся линий тока (фиг. 27) или, иначе сказать, возрастания ширины потока по направлению движения имеем по аналогии с предыдущим:

$$Q = -k \left( b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l} s \right) h \frac{dh}{ds} = -k \left( b_1 - \frac{b_1 - b_2}{l} s \right) h \frac{dh}{ds}.$$

После интегрирования получаем при этом:

$$h_1^2 - h_2^2 = 2 \frac{Ql}{k} \cdot \frac{\ln b_2 - \ln b_1}{b_2 - b_1}. \quad (71)$$

Оба уравнения (70) и (71) одинаковы. Определяя величину расхода потока, имеем следующее выражение:

$$Q = k \frac{b_1 - b_2}{\ln b_1 - \ln b_2} \cdot \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l}. \quad (72)$$

## § 20. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПЛАСТЕ ПРИ УЧЕТЕ ИНФИЛЬТРАЦИИ СВЕРХУ

Формулы, выведенные в предыдущем параграфе, не учитывают поступления сверху инфильтрационной воды. Между тем в естественных водоносных пластах, не закрытых водонепроницаемыми слоями, приходится часто считаться с притоком инфильтрационной воды сверху. Данное явление может происходить в следующих случаях: во-первых, в естественных условиях вследствие просачивания атмосферных вод, во-вторых, при инфильтрации из поверхностных водоемов.

Величина или скорость инфильтрации выражается обыкновенно толщиной слоя воды, просачивающегося в единицу времени. В случае атмосферных осадков величину инфильтрации принято выражать в тех же единицах, как и величину самих осадков, т. е. в миллиметрах в год, в месяц или в другие единицы времени. Для поставленной же сейчас задачи одновременного учета инфильтрации сверху и движения грунтовых вод в водоносном пласте необходимо принять одни и те же единицы как для инфильтрации, так и для скорости фильтрации в водоносном пласте. Более удобными единицами в таком случае будут метры в сутки, которые и будем применять при разрешении подобных задач.

Рассмотрим движение воды в горизонтальном водоносном пласте, прорезанном до основания двумя параллельными каналами (фиг. 29). Этот же случай представляет собой схему междуречного массива, сложенного из водопроницаемых пород и прорезанного на всю толщину долинами или руслами рек.

При равномерной инфильтрации на всей площади междуречного массива в толще его образуется два грунтовых потока, направленных в дренирующие каналы и разделенных водораздельной линией грунтовых вод посередине водораздельного массива.

Исследуем поток шириною в 1 м, простирающийся поперек массива, сначала с левой стороны водораздела.

Приняв за горизонтальную ось координат основание пласта, а за вертикальную ось сечения пласта, проходящее через водораздельную

точку поверхности грунтовых вод, можем для расхода грунтового потока написать следующие два уравнения:

$$q = -kh \frac{dh}{ds}; \quad q = ws, \quad (73)$$

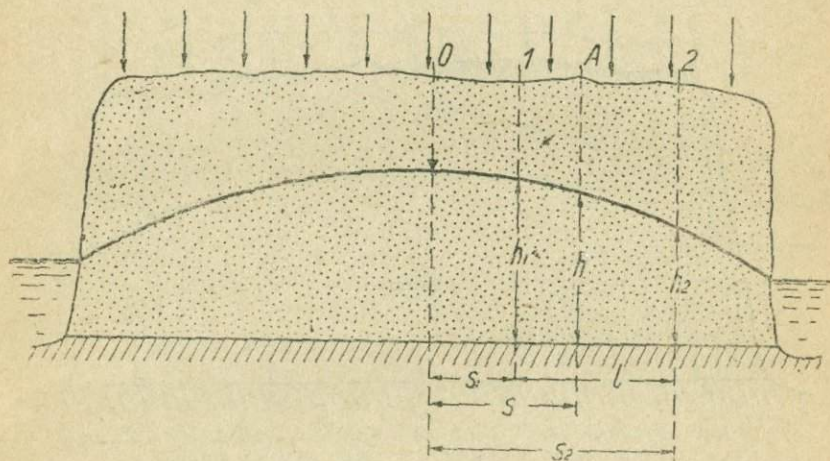
где  $w$  есть величина инфильтрации сверху, представленная толщиной слоя воды, просачивающегося в единицу времени, и выраженная в тех же единицах измерения, как и коэффициент фильтрации.

Приравнявая друг другу правые части обоих вышеописанных уравнений, получим:

$$-kh \frac{dh}{ds} = ws$$

или

$$-khdh = wsds.$$



Фиг. 29. Движение грунтовых вод при равномерной инфильтрации сверху.

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим уравнение:

$$-\frac{1}{2} k (h_2^2 - h_1^2) = \frac{1}{2} w (s_2^2 - s_1^2)$$

или

$$k (h_1^2 - h_2^2) = w (s_2^2 - s_1^2). \quad (74)$$

Разложив в правой части уравнения разность квадратов на множители и приравняв  $s_2 - s_1 = l$ , напишем:

$$k (h_1^2 - h_2^2) = wl (s_2 + s_1). \quad (75)$$

В этом уравнении  $l$  есть расстояние между взятыми сечениями потока, а  $s_2 + s_1$  — сумма расстояний тех же сечений до водораздела.

Положим в уравнении (75)  $h_2 = h_p$ , высоте уровня воды при выходе в канал или реку; а  $s = a$ , расстоянию от водораздела до канала или реки;  $h_1 = y$ , уровню воды в любом сечении;  $l = x$ , расстоянию

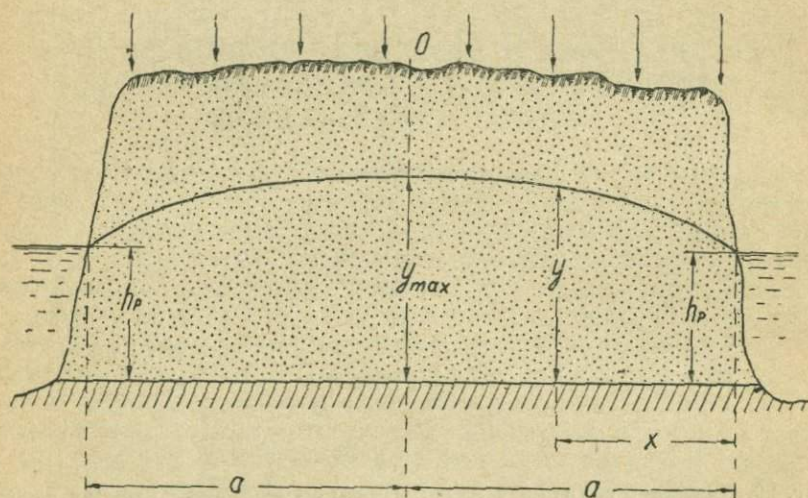
от этого сечения до реки (фиг. 30). При этом будем иметь  $s_1 = a - x$ , а в целом уравнение (75) примет вид:

$$y^2 - h_p^2 = \frac{w}{k} x(2a - x). \quad (76)$$

В таком виде уравнение депрессионной кривой при учете инфильтрации дается в книге Кене «Учение о грунтовых водах».

Сравнивая это уравнение с уравнением (22), выражающим кривую депрессии без учета инфильтрации, мы должны отметить между ними существенное различие. Первое является эллипсом, второе — параболой. Высота уровня воды в любой точке депрессионной кривой на расстоянии  $x$  от реки имеет величину:

$$y = \sqrt{\frac{w}{k} (2ax - x^2) + h_p^2}. \quad (77)$$



Фиг. 30. Кривая депрессии при равномерной инфильтрации сверху и при одинаковом уровне воды в открытых водоемах по обе стороны междуречного пространства.

На водоразделе высота уровня воды будет максимальной  $y_{\max}$ . Приравнявая в предыдущей формуле  $x = a$ , получим для  $y_{\max}$  выражение:

$$y_{\max} = \sqrt{a^2 \frac{w}{k} + h_p^2}.$$

В случае, когда основание водоносного пласта выходит по берегам дренирующего канала или долины выше уровня воды в последних, тогда мощность  $h_p$  при выходе водоносного пласта будет по сравнению с  $a$  очень малой величиной и может быть приравнена нулю.

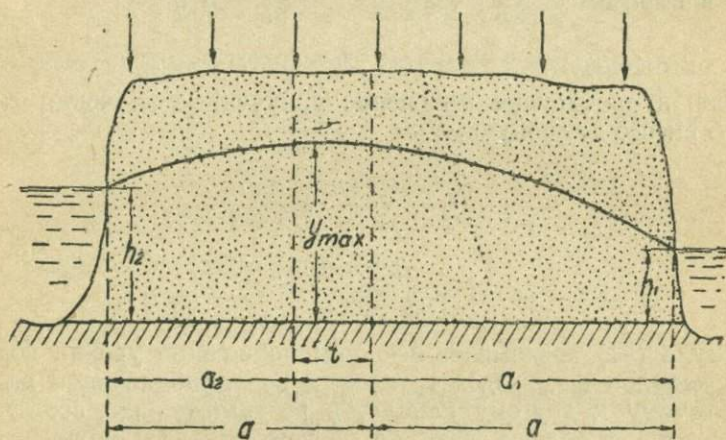
При этом уравнения (76) и (77) примут вид:

$$y^2 = \frac{w}{k} (2ax - x^2) \quad (78)$$

$$y_{\max} = \sqrt{a^2 \frac{w}{k}} = a \sqrt{\frac{w}{k}}. \quad (79)$$

В случае, если каналы по обе стороны водораздела имеют одинаковый уровень воды, поверхность грунтовых вод будет иметь симметрическую форму. Водораздел грунтовых вод будет находиться при этом посредине между каналами и величина  $a$  будет равна половине расстояния между каналами (фиг. 30).

Формула (79) показывает, что превышение уровня грунтовых вод над основанием водоносного пласта в области водораздела увеличивается с увеличением расстояния между дренирующими каналами, а также с возрастанием количества просачивающейся сверху воды. Вместе с этим та же высота находится в обратном отношении с водо-



Фиг. 31. Смещение водораздела при неравномерном положении уровня воды в открытых водоемах.

проводимостью водоносного пласта, т. е. она меньше для более водопроницаемых и больше для менее водопроницаемых пород.

Рассмотрим еще случай (фиг. 31), когда в одном из каналов уровень воды  $h_1$  будет стоять ниже, чем в другом  $h_2$  на величину  $z$ :

$$h_1 = h_2 - z.$$

В этом случае водораздел грунтовых вод будет находиться не в середине, а сместится от середины на некоторое расстояние в сторону канала с более высоким уровнем воды. Обозначим расстояние от первого и второго канала до водораздельной точки через  $a_1$  и  $a_2$ . Уравнение кривой депрессии для левого канала приобретает следующий вид:

$$y^2 = \frac{w}{k} (2a_1x - x^2) + h_1^2.$$

Для водораздельной точки:

$$y^2_{\max} = h_1^2 + a_1^2 \frac{w}{k}.$$

Для другой части кривой, относящейся ко второму каналу, имеем аналогичное другое уравнение:

$$y_{\max}^2 = h_2^2 + a_2^2 \frac{w}{k}.$$

Вычитая из последнего уравнения предыдущее, получим:

$$(h_2^2 - h_1^2) - (a_1^2 - a_2^2) \frac{w}{k} = 0$$

или

$$(h_2^2 - h_1^2) = (a_1 - a_2)(a_1 + a_2) \frac{w}{k}. \quad (80)$$

Обозначим расстояние водораздела грунтовых вод от середины через  $l$  и выразим  $a_1$  и  $a_2$  через  $a = \frac{a_1 + a_2}{2}$  и  $l$ :

$$a_1 = a + l; \quad a_2 = a - l.$$

Подставив в предыдущее уравнение полученные значения вместо  $a_1$  и  $a_2$  и  $L$  вместо  $2a$ , получим:

$$h_2^2 - h_1^2 = \frac{w}{k} 4al,$$

откуда:

$$l = \frac{(h_2^2 - h_1^2)k}{2Lw}. \quad (81)$$

Формула (81) показывает, что при понижении уровня воды в одном из каналов водораздел грунтовых вод приближается на некоторую величину к другому каналу, в результате чего соответственно увеличивается и область питания первого канала и количество воды, поступающее в него. Водораздел грунтовых вод при этом может совершенно не совпадать с поверхностным водоразделом, из чего следует практический вывод, что при оценке области питания грунтового потока нельзя полагаться только на формах рельефа поверхности земли, а необходимо учитывать формы поверхности грунтовых вод.

С помощью выведенных формул можно разрешать ряд задач:

1. Определение положения зеркала грунтовых вод на водораздельном пространстве между двумя дренирующими каналами или речными руслами.
2. Определение изменений уровня грунтовых вод при изменении количества просачивающейся воды.
3. Определение смещения водораздела при изменении уровня вод в дренирующих каналах.
4. Определение подпора грунтовых вод.
5. Расчет расстояния между дренирующими каналами.

Приведем здесь пример на задачу 1, другие же задачи будут подробнее рассмотрены в дальнейшем.

*Пример.* Определим кривую депрессии и максимальную высоту грунтовых вод в междуречном массиве при учете инфильтрации атмосферных осадков, принимая среднюю величину инфильтрации за

год равной 0,30 от величины осадков. Количество осадков за год 500 мм.

Расстояние между реками 2 500 м. Отметка уровня воды в обеих реках 12,20 м. Отметка основания пласта 11,0. Коэффициент фильтрации пласта  $k = 16$  м/сутки.

Для любой точки кривой депрессии имеем следующее уравнение:

$$y = \sqrt{\frac{w}{k}(2ax - x^2) + h^2}.$$

По данным задачи вычислим числовые значения входящих в формулу величин:

$$w = \frac{0,3 \cdot 0,5}{365} = 0,0004 \text{ м/сутки};$$

$$2a = 2500 \text{ м}; \quad k = 16 \text{ м/сутки}.$$

Подставив числовые значения, получим для  $y$  уравнение:

$$y = \sqrt{\frac{0,0004}{16}(2 \cdot 2500x - x^2) + (1,2)^2}$$

или:

$$y = \sqrt{0,125x - 0,025x^2 + 1,44}.$$

Для водораздела имеем при  $x = a$ :

$$y_{\max} = \sqrt{\frac{w}{k}a^2 + h^2} = \sqrt{\frac{0,0004}{16}2500^2 + 1,2^2} = 12,5 \text{ м}.$$

В дополнение к разобранным примерам предлагается читателям самостоятельно проработать следующие задачи:

**Задача 1.** Вычислить максимальную высоту уровня грунтовых вод на водоразделе при возрастании инфильтрации в 2 раза, т. е. до 0,0008 м/сутки.

**Задача 2.** Определить уровень воды на водоразделе для условий предыдущего примера, но для менее проницаемых пород, с коэффициентом фильтрации 1,2 м/сутки.

**Задача 3.** Определить максимальную высоту уровня воды для того же водоносного пласта, но при повышении уровня воды в одной реке до отметки 20,0 м. Вычислить при этом величину единичного расхода грунтовых вод, идущих в каждую из рек.

## § 21. ПРИБЛИЖЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД В НАКЛОННОМ ПЛАСТЕ ПРИ УЧЕТЕ ИНФИЛЬТРАЦИИ

В случае наклона основания водоносного пласта дифференциальное уравнение движения грунтовых вод при равномерной инфильтрации примет вид:

$$ws = -kh \frac{dH}{ds} \quad (82)$$

или

$$ws ds = -kh dH,$$

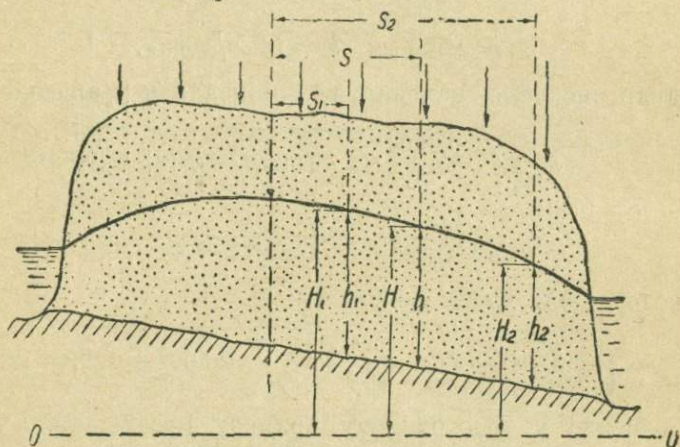
где  $H$  есть высотная отметка уровня воды, в данном случае отличающаяся от мощности водоносного пласта  $h$  (фиг. 32).

Интегрируем это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

$$\frac{1}{2} w (s_2^2 - s_1^2) = -k \int_{H_1}^{H_2} h dH.$$

Рассматривая  $h$ , как функцию от  $H$ , при интегрировании правой части уравнения применим теорему о средней, на основании которой имеем:

$$k \int_{H_1}^{H_2} h dH = kh_m (H_2 - H_1),$$



Фиг. 32. Движение грунтовых вод при равномерной инфильтрации в случае наклонного пласта.

где  $h_m$  есть средняя мощность потока на участке от сечения 1 до сечения 2, которую можно приравнять среднему арифметическому из мощностей  $h_1$  и  $h_2$ :

$$h_m = \frac{h_1 + h_2}{2}.$$

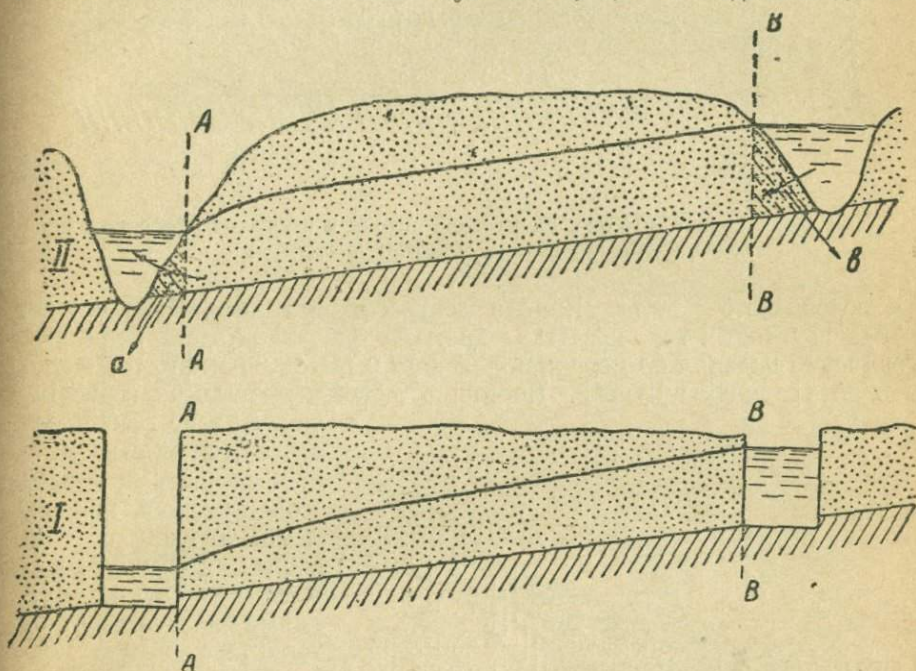
Разлагая также разность квадратов  $(s_2^2 - s_1^2)$  на сумму и разность и заменяя  $s_2 - s_1 = l$ , получим окончательно:

$$(h_1 + h_2)(H_1 - H_2) = \frac{w}{k} l (s_1 + s_2). \quad (83)$$

## § 22. ЗАМЕЧАНИЯ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВЫХОДОВ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ ПРАКТИЧЕСКОМ ПРИМЕНЕНИИ ВЫВЕДЕННЫХ ВЫШЕ УРАВНЕНИЙ

При разрешении какой-либо задачи по движению подземных вод выход водоносного пласта может быть использован как один из пунктов для измерения отметок уровня воды и мощности водоносного пласта. Однако при этом надо учесть некоторые усложняющие обстоятельства.

Прежде всего надо отметить, что выход водоносного пласта в реке или в овраге не представляет почти никогда математически точного вертикального сечения. Обычно мы имеем здесь берег с откосом той или иной крутизны, что зависит от характера грунта и от тех или иных физико-геологических явлений, как например оползни, размыв, осыпи, отложения делювия и аллювия. За начальное сечение пласта для пользования уравнением Дюпона приходится принимать вертикальное сечение, проходящее через точку уреза воды (фиг. 33). При этом мы совсем пренебрегаем клином грунта, заключенным между указанным начальным сечением и поверхностью выхода водоносного пласта и отмеченным на схеме буквами *a*, *b*, т. е. задача в данном



Фиг. 33. Условия выхода грунтового потока в открытое русло.

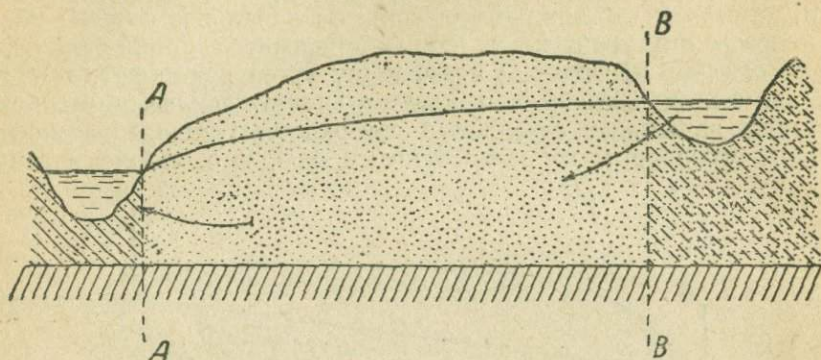
случае разрешается так, как будто указанный клин грунта совсем отсутствует.

Действие данного клина заключается в том, что грунтовая вода от принятого начального сечения должна до выхода из пласта пройти некоторое расстояние в грунте и преодолеть соответствующее дополнительное сопротивление.

Последнее еще больше возрастает, когда водоносный пласт вскрыт не на всю толщ (фиг. 34), так как в этом случае линии токов при выходе из пласта еще более искривляются и заходят еще далее от берегового сечения пласта.

В тех случаях, когда водоносные слои на выходах бывают перекрыты различного рода вторичными образованиями с меньшей водопроницаемостью, как например осыпями, делювием, оползневыми массами или заилены аллювиальными осадками, тогда величина добавочного сопротивления при выходе подземных вод возрастает еще более

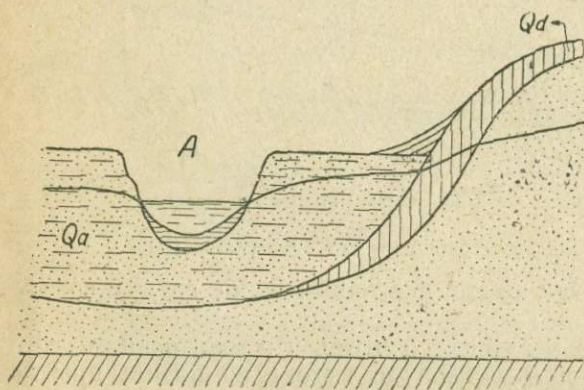
Во всех подобных случаях добавочное сопротивление при выходе водоносного пласта вызывает некоторое увеличение напорного градиента, что практически выражается избыточным возрастанием падения грунтовых вод или крутизны кривой депрессии в прибрежных участ-



Фиг. 34. Условия выхода грунтового потока в открытое русло при глубоком положении водоупорного русла.

ках водоносного пласта. Кривая депрессии и в идеальном случае выхода грунтовых вод, представленном на фиг. 33, *I*, дает некоторое увеличение падения по мере приближения к выходу, как это и должно быть по уравнению Дюпюи. Но при естественных выходах возраста-

ние наклона кривой депрессии иногда на много превышает крутизну теоретической кривой, и это явление обуславливается обычно добавочными сопротивлениями, зависящими от характера выхода подземных вод (фиг. 35).



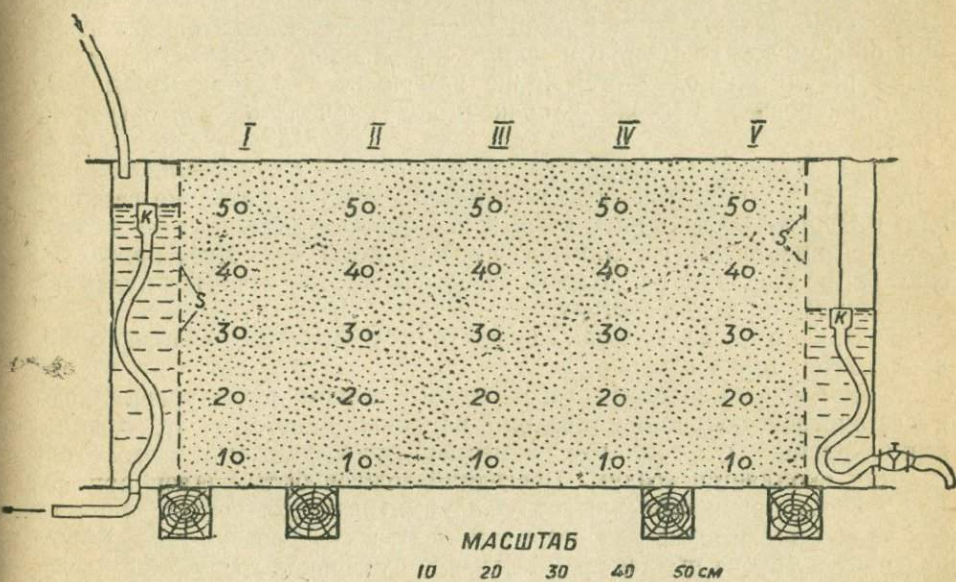
Фиг. 35. Кривая депрессии при выходе грунтового потока в случае неоднородного строения грунта.

Описанные обстоятельства необходимо учитывать при пользовании уравнениями движения грунтовых вод для расчета кривых депрессий или расхода естественных водоносных пластов.

В тех случаях, когда добавочные сопротивления невелики сами по себе или по отношению к большому протяжению рассматриваемого участка водоносного пласта, тогда ими можно пренебречь. Иногда же сопротивления при выходе грунтовых вод достигают существенных размеров, и чтобы не допустить при этом слишком больших погрешностей, следует закладывать близ выхода контрольную буровую скважину.

## § 23. ПРОРАБОТКА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД НА ОНЫТАХ В ФИЛЬТРАЦИОННОМ ЛОТКЕ

Для опытного изучения элементов фильтрационного потока в лаборатории простейшим средством является фильтрационный лоток. Последний представляет собой результат прямоугольной формы с рядом пьезометров в боковых стенках. Лоток, имеющийся в гидрогеологической лаборатории Московского геологоразведочного института, состоит из железного клепаного резервуара длиной 3 м, высотой 1,5 м и шириной 0,5 м. Лоток имеет пять створов пьезометров, через 0,5 м каждый. В каждом створе имеется по пяти пьезометров на обеих вертикальных стенках лотка и по одному в дне лотка. Для



Фиг. 36. Фильтрационный лоток.

опытов по фильтрации в моделях водоносных пластов по концам лотка устанавливаются сетки S, укрепленные в деревянной или железной раме. Между этими сетками загружается песок (фиг. 36).

Вода подается с одного конца лотка и вытекает с другого. Для регулирования уровней воды по концам лотка в свободных от песка пространствах, образующихся за сеткой, устанавливаются регулирующие приспособления в виде подвижных коробок, снабженных вверху резиновыми трубками, через которые сливается избыток воды, переливающейся через край коробки K.

С описанной загрузкой лотка можно проделать ряд опытов и упражнений:

1. Определение пьезометрических напоров в различных точках песчаного пласта и изучение характера и закономерности в изменении этих напоров.

2. Построение сетки движения грунтовых вод, т. е. линий равного напора и линий токов.

3. Определение кривой депрессии грунтового потока, с одновременным построением ее по формуле Дюпюи.

4. Проверка формулы Дюпюи путем вычисления расхода по формуле и параллельного опытного измерения.

5. Опытное определение скорости движения грунтовых вод при помощи индикаторов.

6. Опыты с распространением напорной волны.

В настоящем параграфе рассмотрим четыре первых упражнения с лотком, необходимые для уяснения изложенной выше теории движения грунтовых вод.

Прежде чем приступить к опытам, надо установить прибор и проверить пьезометры. Для этого лоток постепенно заполняется с одного конца водой. При этом регулирующая коробка на одном конце устанавливается на уровне, до которого намечено наполнить водой лоток. Этот конец, куда поступает вода, будет в последующих опытах верхним бьефом лотка. В другом конце, т. е. нижнем бьефе лотка, в это время регулятор подымается выше намеченного уровня, чтобы вода при наполнении и после наполнения до начала опытов оттуда не стекала.

Когда насыщение дойдет до требуемой высоты, оставляют лоток в покое до тех пор, пока вода в лотке не придет в состояние равновесия. При этом уровень воды во всех пьезометрах должен установиться на одной высоте, так как движения воды в лотке нет. Предварительно еще до загрузки лотка должны быть определены отметки нулей на всех шкалах при пьезометрах.

Нулевая отметка должна совпадать с дном лотка, которое устанавливается горизонтально.

Если после наполнения загруженного песком лотка уровни воды в пьезометрах не устанавливаются на одной высоте, то это обыкновенно зависит от того, что в местах присоединения пьезометров к лотку скопится воздух. Последний должен быть удален при помощи особо приспособленных трубок, выпускающих воздух, или путем наливания в пьезометр воды в момент, когда уровень воды в лотке подходит к трубке пьезометра. Удаление пузырьков воздуха из пьезометров может быть сделано также при помощи отсасывания воды из них, но это надо делать с осторожностью, так как при отсасывании вместе с водой из лотка увлекаются частицы песка, что может повести к нарушению плотности сложения грунта.

Когда уровень в пьезометрических трубках установится, тогда, продолжая подавать воду в верхний бьеф при установленном положении регулятора, опускают регулятор в нижнем бьефе настолько, чтобы уровень воды в нем был сантиметров на 10—20 ниже верхнего бьефа. Вода начнет вытекать из нижнего бьефа лотка, и вместе с этим мы обнаружим падение уровня воды в пьезометрических трубках, которое быстро будет распространяться в сторону верхнего бьефа.

Полуточно отметим, что наблюдаемое явление распространения падения уровня в пьезометрах характеризует скорость распространения напорной волны в грунтовых водах, которое происходит довольно быстро, вследствие передачи гидростатического давления. Это наблюдение будет использовано далее в гл. V при обсуждении вопроса об ошибочности способа определения скорости грунтового потока по распространению искусственно вызываемых «волн грунтовых вод» (§ 46).

Через некоторое время уровни воды в пьезометрических трубках, постепенно падая, достигнут определенного положения, соответствующего установившемуся стационарному состоянию потока при заданном положении уровней воды в верхнем и нижнем бьефах.

Здесь мы кстати можем наблюдать примеры неустановившегося и установившегося состояния потока. Первое имеет место пока уровни в пьезометрических трубках не достигли предельного положения, а второе наступает после достижения постоянства уровней. Чтобы убедиться в том, имеем ли мы установившийся поток, необходимо записать показания пьезометрических трубок, отметив при этом время записи, и затем через 5—10 мин. снова повторить запись. Если записи покажут неизменное положение пьезометрических уровней, то следовательно поток достиг установившегося состояния, если же вторая запись покажет изменение уровней воды в трубках, то значит поток еще не установился. Необходимо через некоторое время (5—10 мин.) снова повторить наблюдения, продолжая так до тех пор, пока уровни воды во всех пьезометрах не станут постоянными. Записи показаний пьезометрических трубок сохраняются, так как они в дальнейшем используются при обработке опытных данных для построения сетки движения и кривой депрессии.

По достижении установившегося состояния потока измеряют расход воды, проходящей через лоток. Для этого воду, вытекающую из нижнего бьефа, через отводную трубку, направляют в мерный сосуд, отмечая время пуска и наполнения его по секундной стрелке часов или секундомеру. Количество воды измеряется мерным литровым цилиндром. Разделив количество воды  $W$  на число секунд  $t$ , получим расход

$$Q = \frac{W}{t}.$$

После измерения расхода необходимо еще раз записать показания пьезометрических трубок, чтобы убедиться в неизменном состоянии потока. В противном случае надо или повторить опыт, или, при малых изменениях уровня, внести поправки на среднее состояние.

Во время опыта должна измеряться в обоих бьефах температура. С этой целью в воду на шнурах опускаются термометры, по которым время от времени делаются отсчеты.

Описанный выше опыт повторяется при других положениях уровня воды в нижнем бьефе: например, на 30—40 см ниже верхнего бьефа и еще ниже.

Полученные по каждому отсчету данные подвергаются обработке.

На вычерченную в масштабе схему продольного разреза лотка (см. фиг. 35) наносятся точки, соответствующие положению отводов для пьезометров. В этих точках записываются показания установившихся уровней воды.\*

Во время опытов мы заметим, что в одном и том же створе различные по высоте пьезометры показывают неодинаковые уровни: в нижерасположенных пьезометрах уровень стоит ниже, чем в верхних. Эта разница тем больше, чем больше уклон фильтрационного потока. При слабом падении потока разница в показаниях пьезометров одного и того же створа почти не заметна.

Отмеченное явление служит доказательством того, что вертикальное сечение в данном случае потока не является линией равных напоров. К этому же заключению приводят нас изложенные в предыдущих параграфах основные положения из теории фильтрационного потока, согласно которым линии равных напоров должны быть нормальны к линиям токов. В данном же случае вертикальное сечение по створу нормально к линии тока лишь в основании пласта, у верхней же границы потока нормаль к линии тока отклоняется от вертикальной линии, соответственно отклонению кривой депрессии от горизонтали.

Для точного построения линий равных напоров воспользуемся записанными показаниями пьезометров, нанесенными на продольном разрезе потока в соответствующих точках. По этим точкам с помощью приемов, аналогичных построению горизонталей или вообще изолиний, нанесем линии равных напоров через определенный интервал, размер которого может быть взят в зависимости от уклона потока: 2, 3, 4, 5 см.

Построение линий равного напора показывает, что для данного потока они отклоняются от вертикального сечения потока лишь при более значительных падениях, при малых же падениях почти сливаются с вертикалями. Это служит опытным подтверждением допущения, принятого при выводе формулы Дюпюи, что величина поперечных сечений водоносного пласта может быть принята равной вертикальным сечениям.

С целью проверки практической применимости формулы Дюпюи вычислим ординаты кривой депрессии для фильтрационного потока в лотке по данным высотам  $h_2$  и  $h_1$  в верхнем и нижнем бьефе и расстоянию между ними  $l$ . Для этого имеем два уравнения, основанных на формуле Дюпюи:

$$q = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l}$$

и

$$q = k \frac{y^2 - h_1^2}{2x},$$

где  $y$  — высота уровня воды в песке над дном лотка на расстоянии  $x$  от нижнего бьефа.

Приравняем друг другу правые части предыдущих уравнений:

$$k \frac{y^2 - h_1^2}{2x} = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l}.$$

В этом уравнении  $k$  сокращается, из чего заключаем, что кривая депрессии в этом случае от коэффициента фильтрации грунта не зависит.

Определив из предыдущего уравнения  $y$ , получим формулу, по которой можно зачислить все значения  $y$ :  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, \dots$  по формуле:

$$y = \sqrt{h_1^2 + \frac{x}{l}(h_2^2 - h_1^2)}.$$

Нанеся полученные значения  $y$  на схему лотка, получим теоретическую кривую депрессии, которая обычно бывает очень близка к опытной кривой, построенной по показаниям пьезометров.

Подобное же сопоставление можно сделать и для расходов потока, измеренного и теоретического, вычисленного по формуле:

$$Q = Bk \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_2 - h_1}{l},$$

где  $B$  — ширина лотка, а остальные величины известны из предыдущего. Величина коэффициента фильтрации  $k$  для данной задачи предварительно определяется в приборе Тима.

По этому же уравнению можно и обратно определить величину коэффициента фильтрации:

$$k = \frac{Q}{B} \cdot \frac{2}{h_1 + h_2} \cdot \frac{l}{h_2 - h_1}.$$

На этом уравнении основан так называемый прибор Форхгеймера для определения коэффициента фильтрации, который по существу есть не что иное, как описанный выше лоток, только меньших размеров. В практике прибор Форхгеймера мало применим ввиду требующихся больших размеров образца и громоздкости всей установки. Помимо этого, по нашему мнению, затруднение для правильного подсчета коэффициента фильтрации по опыту в лотке может быть обусловлено еще тем, что фильтрационный поток в лотке не так прост гидромеханически, как кажется на первый взгляд: он значительно сложнее, чем в приборе Тима, и не вполне теоретически исследован; в особенности остается неясной роль капиллярной зоны, которая по способу Форхгеймера совсем не учитывается, а по нашему мнению при достаточно мелкозернистых песках может существенно отразиться на результатах опыта, так как капиллярная зона при сравнительно малых размерах лотка будет занимать довольно значительную часть всего водоносного пласта.

## § 24. НЕКОТОРЫЕ ВЫВОДЫ ИЗ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ

Изложенная выше теория позволяет сделать ряд выводов, освещающих некоторые закономерности в явлениях движения подземных вод и уясняющих решение ряда практических задач.

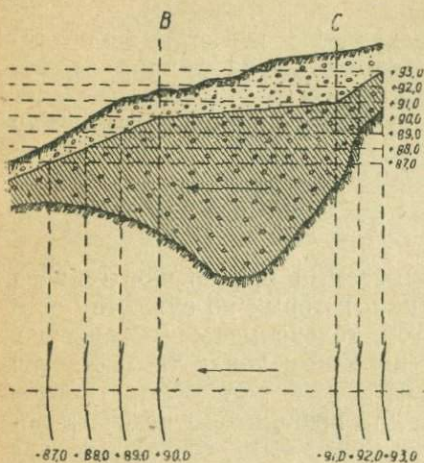
1. Прежде всего теория движения подземных вод в водоносных пластах дает возможность увязать между собой основные факторы, обуславливающие характер грунтовых и артезианских потоков: а) геологические условия залегания пород, проявляющиеся в наклонах и мощностях водоносных пластов, б) взаимоотношения с поверхностными водоемами, выражающиеся дренированием или, наоборот, питанием водоносных пластов; а также подпором грунтовых вод.

Одним из важнейших вопросов для нас является здесь взаимоотношение между формами поверхности уровня подземных вод и строением ложа водоносного пласта.

Последнее соотношение в пластах однородных по водопроницаемости на основании формулы Дюпюи имеет следующее выражение:

$$I = - \frac{dH}{ds} = \frac{q}{kh}.$$

Это выражение показывает, что *мощность (или толщина) водоносного пласта при неравномерном движении обратно пропорциональна уклону поверхности грунтовых вод*. Эта закономерность является отличным руководством для интерпретации карт гидроизогипс, по которым можно судить не только о направлениях движения грунтовых вод, но и об изменениях мощности водоносного пласта, иллюстрацией чему может служить приводимая здесь схема (фиг. 37).

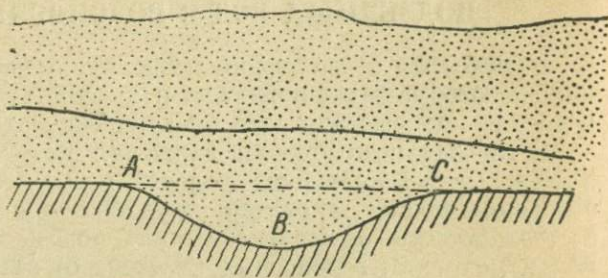


Фиг. 37. Изменение падений грунтовых вод, вызванное изменением поперечного сечения потока (по Принцу).

углубления в водонепроницаемом ложе водоносного пласта (фиг. 38, ABC). При этом располагающаяся непосредственно выше часть водоносного пласта обозначается уже как поток грунтовых вод. Одним словом, допускается, что вода может двигаться лишь в верхних слоях, лежащих выше верхней границы углублений водоупорного ложа, а в этих углублениях вода остается неподвижной.

Теория неравномерного движения ясно показывает, что вода должна двигаться и в понижениях ложа грунтового потока, как по падению основания потока на участке AB, так и против падения на участке BC (движение грунтовых при обратном уклоне подстилающего слоя). В таких участках потока в связи с увеличением сечения потока мы имеем лишь уменьшение падения депрессионной поверхности грунтовых вод.

В случае же бассейна грунтовых вод, по вполне правильному определению Принца, поверхность грунтовых вод представляет собой горизонтальную плоскость, и находящиеся в бассейне грунтовые воды



Фиг. 38. Схема грунтового потока и бассейна (ABC) (по Геферу).

находятся в неподвижном состоянии от основания пласта до верха.

Исключением из рассмотренного являются, пожалуй, резкие углубления в подстилающем их ложе, в виде карманов, выполненных водопроницаемой породой. В таком случае действительно возможно книзу затухание движения воды, существующего в вышележащем водоносном пласте.

3. Выведенные выше уравнения движения подземных вод показывают, что кривая депрессии во всех случаях вполне определяется двумя точками, расположенными по направлению потока. Из этого заключаем, что при разведке грунтового потока в самом простейшем случае минимально необходимыми являются две буровых скважины, расположенные по направлению движения грунтовых вод, если это направление известно; если же нет, то необходимо не менее трех скважин, расположенных по треугольнику, чтобы можно было определить направление потока.

Данные упомянутых двух или трех скважин определяют положение основания водоносного пласта, его уклон, а также уровни грунтовых вод или мощности насыщенного водой пласта. На основании только одних этих данных можно составить уравнение кривой депрессии.

При этом, как показывают некоторые уравнения, в случае однородного строения водоносных пород кривые депрессии не зависят от величины коэффициента фильтрации и, казалось бы, можно обойтись без его определения.

Однако, это было бы большой ошибкой, так как прежде чем убедиться в том, является ли пласт однородным, мы должны исследовать его водопроницаемость, так как в большинстве случаев водоносные пласты оказываются сложными неоднородными по водопроницаемости породами, и применение формул, не учитывающих изменение коэффициента фильтрации, сопряжено с погрешностями.

Значение коэффициента фильтрации для формы депрессионной поверхности отчетливо выявляется при учете инфильтрации.

Определение коэффициента фильтрации является совершенно обязательным при определении расхода.

4. В заключение отметим некоторые недостатки изложенной здесь теории. С точки зрения гидрогеологической прежде всего очень важно указать, что эта теория применима лишь к установившемуся и не изменяющемуся во времени движению. Эта теория не может быть, например, применена в случае, если изменение уровня грунтовых вод в одном месте (при выходе в реку) не успело еще распространиться на весь рассматриваемый участок, а так как распространение напорной волны в грунтовых водах происходит довольно медленно, то, чтобы не сделать грубых ошибок при математическом исследовании грунтового потока, надо учесть возможность нарушения стационарного состояния потока. Это обстоятельство указывает на необходимость стационарных наблюдений за режимом грунтовых вод. Лишь имея достаточно полные наблюдения, можно правильно и во-время применить к грунтовому потоку формулы гидравлики грунтовых вод.

Точно так же совершенно не подвергалось исследованию влияние изменений во времени хода инфильтрации, а это как раз наиболее отвечает естественным явлениям динамики подземных вод.

Наконец, изложенная теория имеет в виду лишь вполне однородные водоносные пласты с неизменной во всех точках пласта величиной коэффициента фильтрации. С этой точки зрения применение выведенных выше формул к естественным пластам также требует осмотрительности и в известной степени ограничено.

Некоторые попытки поправить последний пробел будут изложены в следующей главе.

---

## ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ

### § 25. СЛУЧАИ НЕОДНОРОДНОГО СТРОЕНИЯ ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТОВ

Среди неоднородных водоносных пластов могут быть отмечены следующие наиболее типичные случаи:

1. Пласты слоистого строения, состоящие из чередующихся слоев разной водопроницаемости.

2. Пласты, состав которых меняется в горизонтальном направлении: например, при фациальном изменении, или при смене одних отложений другими. При этом изменение водопроницаемости может совершаться постепенно или также резко, скачками. Последний случай может встречаться, например, в местах приклонения террасовых и делювиальных образований к кругосрезанным более древним отложениям иной водопроницаемости или в местах образования сбросов и оползней.

3. В природе могут быть различные комбинации вышеуказанных элементарных видов неоднородности. В слоистых пластах водопроницаемость отдельных слоев может изменяться в горизонтальном направлении. Слоистое строение водоносного пласта может быть усложнено изменением мощности отдельных прослоев, выклиниванием их, присутствием водонепроницаемых линз. Такое строение пласта должно быть отнесено к случаю сложной неоднородности. При этом в каждом сечении пласта или в каждой буровой скважине состав и водопроницаемость пород могут быть различными. Такие случаи неоднородности являются обычными, как например, в аллювиальных и ледниковых отложениях.

Отдельно следует отметить анизотропность структурных пород: лесса, лессовидных суглинков, торфа. *Водопроницаемость их имеет в разных направлениях неодинаковую величину: максимальную по преобладающему направлению структурных пор и минимальную в направлении, перпендикулярном к этому.* По этому поводу мы найдем ряд указаний в работе Полюнова [10]. Далее мы увидим, что в слоистых грунтах величина водопроницаемости тоже является различной в зависимости от направления фильтрационных токов: максимальная водопроницаемость наблюдается вдоль напластования, а минимальная нормально к напластованию. Поэтому тонкслоистые породы в некоторых случаях можно рассматривать тоже как анизотропные.

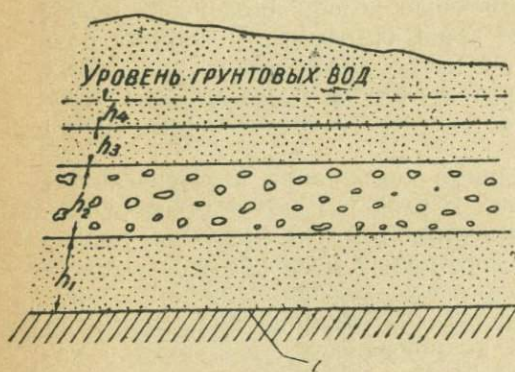
## § 26. ПОНЯТИЕ О СРЕДНЕМ КОЭФФИЦИЕНТЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛАСТА

При изучении явлений движения подземных вод в неоднородных пластах возникает вопрос о количественном выражении водопроницаемости неоднородных толщ.

В некоторых случаях можно воспользоваться понятием «среднего коэффициента фильтрации пласта» или правильнее сказать «эффективного коэффициента фильтрации», который заменяет собой водопроницаемость всего комплекса неоднородной толщи.

Понятие о среднем коэффициенте фильтрации водоносного пласта было введено Тимом, впервые применившим для исследования водоносности пластов откачки. Величина водопроницаемости определяется откачкой не только для однородных, но и для неоднородных пластов, и представляет не что иное, как средний коэффициент фильтрации пласта.

Одной из основных задач теории движения воды в неоднородных пластах должно быть изучение зависимости среднего коэффициента фильтрации пласта от его строения и от составляющих его компонентов. О этой задаче связаны весьма важные в практическом отношении вопросы: 1) определение коэффициента фильтрации пласта по лабораторным исследованиям пород; 2) соотношение между лабораторными и полевыми определениями водопроницаемости и замена одних другими; 3) зависимость водопроницаемости от направления тока воды по отношению к напластованию.



Фиг. 39. Равномерное движение грунтовых вод в неоднородном слоистом пласте.

**Фильтрация параллельно слоям.** При равномерном движении вод в слоистом пласте параллельно напластованию единичный расход всего потока можно рассматривать, как сумму расходов отдельных слоев (фиг. 39):

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n.$$

Если для отдельных слоев мы имеем коэффициенты фильтрации  $k_1, k_2, k_3, \dots$  и мощностей —  $h_1, h_2, h_3, \dots$ , то по формуле Дарси можно написать:

$$q_1 = k_1 h_1 I,$$

$$q_2 = k_2 h_2 I,$$

$$q_3 = k_3 h_3 I,$$

.....

## § 27. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В СЛОИСТОМ ПЛАСТЕ

Вопрос о выражении величины среднего коэффициента фильтрации для неоднородного пласта в зависимости от составляющих его элементов имеет некоторые решения лишь для слоистых толщ. Рассмотрим движение воды в слоистой толще сначала параллельно слоям, затем нормально.

Складывая эти уравнения, получим:

$$q_1 + q_2 + \dots = k_1 h_1 I + k_2 h_2 I + k_3 h_3 I + \dots$$

или

$$q = I (k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3 + \dots). \quad (84)$$

Вместе с этим расход  $q$  всего пласта можно представить в следующем виде:

$$q = KhI, \quad (85)$$

где  $K$  есть средний (или действующий) коэффициент фильтрации пласта.

Приравнявая правые части обоих последних уравнений, имеем:

$$KhI = (k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3 + \dots) I,$$

откуда, сократив на  $I$ , получаем для  $K$  выражение:

$$K = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3 + \dots}{h_1 + h_2 + h_3 + \dots}. \quad (86)$$

Формулу (85) можно представить в другом виде, приравняв  $I = \frac{H_1 - H_2}{l}$ :

$$q = (k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3 + \dots) \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (87)$$

Последняя формула одинаково применима как к грунтовому, так и к артезианскому потоку.

**Фильтрация по направлению нормально слоям.** При равномерном движении воды через слоистую толщу нормально напластованию общее падение напора  $\Delta H$  может быть выражено в виде суммы долей падения напора, приходящихся на каждый слой:

$$\Delta H = \Delta_1 H + \Delta_2 H + \Delta_3 H + \dots + \Delta_n H$$

или

$$H_1 - H_{n+1} = (H_1 - H_2) + (H_2 - H_3) + \dots + (H_n - H_{n+1}) \dots, \quad (88)$$

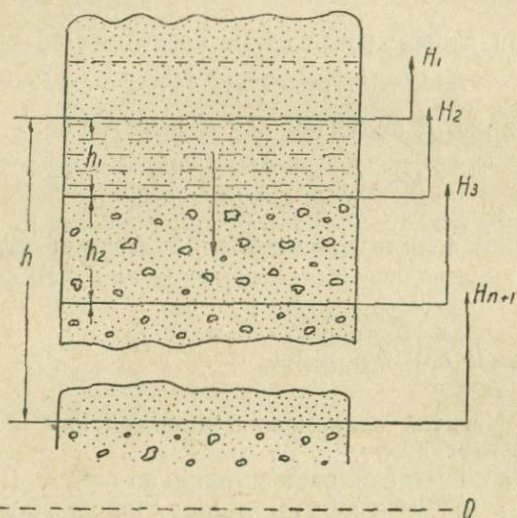
где  $H_1$  и  $H_{n+1}$  суть пьезометрические напоры на верхней и нижней границах всей толщи (фиг. 40), а  $H_2, H_3, \dots, H_n$  — промежуточные пьезометрические напоры на границах отдельных слоев.

Для каждого слоя и для всей толщи по формуле Дарси мы можем написать:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \omega k_1 \cdot \frac{H_1 - H_2}{h_1}, \\ Q &= \omega k_2 \cdot \frac{H_2 - H_3}{h_2}, \\ &\dots \dots \dots \\ Q &= \omega k_n \cdot \frac{H_n - H_{n+1}}{h_n}, \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Определим для каждого слоя величину потери напора:

$$\left. \begin{aligned} H_1 - H_2 &= \frac{Q}{\omega} \cdot \frac{h_1}{k_1}, \\ H_2 - H_3 &= \frac{Q}{\omega} \cdot \frac{h_2}{k_2}, \\ \dots \dots \dots \\ H_n - H_{n+1} &= \frac{Q}{\omega} \cdot \frac{h_n}{k_n}. \end{aligned} \right\} \quad (90)$$



Фиг. 40. Движение воды в слоистом грунте по направлению нормально к напластованию.

Суммируя левые и правые части написанных уравнений и принимая во внимание, что при установившемся и равномерном движении  $Q$  и  $\omega$  постоянны на протяжении всей толщи, получим:

$$\begin{aligned} (H_1 - H_2) + (H_2 - H_3) + \dots + (H_n - H_{n+1}) &= \\ &= \frac{Q}{\omega} \left( \frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} \right). \end{aligned}$$

В то же время для всей толщи можно написать:

$$H_1 - H_{n+1} = \frac{Q}{\omega} \cdot \frac{h}{K},$$

где  $h$  — мощность всей толщи, а

$K$  — средний коэффициент фильтрации по направлению, нормальному к напластованию.

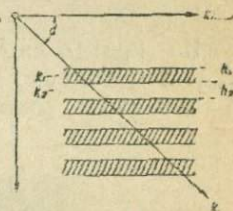
Так как левые части обоих предыдущих уравнений равны, то приравняв их правые части, получим новое уравнение:

$$\frac{Q}{\omega} \left( \frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n} \right) = \frac{Q}{\omega} \cdot \frac{h}{K}.$$

Из этого уравнения, сократив на  $Q$  и  $\omega$ , мы можем получить следующее выражение для среднего коэффициента фильтрации пласта для направления нормально напластованию:

$$K = \frac{h}{\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2} + \dots + \frac{h_n}{k_n}} \dots \quad (91)$$

**Сравнение величин водопроницаемости в различных направлениях** Сравнивая между собой величины средних коэффициентов фильтрации слоистых толщ для направлений параллельно и нормально слоям, мы найдем, что первая представляет собой максимальную водопроницаемость, а вторая минимальную водопроницаемость слоистой толщи грунта. Водопроницаемость для фильтрации под углом к плоскостям напластования (фиг. 41) имеет промежуточное значение, изменяясь в пределах между указанным выше максимумом и минимумом. Вопрос о выражении величины водопроницаемости в зависимости от угла наклона фильтрационных токов к плоскости напластования был исследован Дахлером (Dachler) [13], в работе которого, а также в книге Каменского [1, 33] можно подробно ознакомиться с данным вопросом.



Фиг. 41. Движение воды в слоистом грунте под углом к напластованию.

В подтверждение своего теоретического исследования Дахлер производил опыты. Последние показали, что при фильтрации под углом к напластованию, линии токов имеют вид не простых плавных линий, а образуют зигзагообразные траектории, преломляющиеся под определенными углами на границах соприкосновения слоев с разной водопроницаемостью (фиг. 42). Мы имеем здесь картину, аналогичную преломлению света при переходе из одной среды в другую. Указанная траектория обнаруживает, что фильтрующая вода стремится сделать в менее проницаемых слоях более короткие пути, удлиняя несколько движение в более проницаемых слоях.

Для сравнения водопроницаемости слоистой толщи в двух направлениях рассмотрим более простой, частный случай, когда фильтрующая толща сложена из чередующихся слоев двух пород различной водопроницаемости  $k_1$  и  $k_2$ , мощность каждого слоя  $h_1$  и  $h_2$ .

При этом формулы (87) и (91) примут вид:

$$K_{\max} = \frac{k_1 h_1 + k_2 h_2}{h_1 + h_2}, \quad (92)$$

$$K_{\min} = \frac{h_1 + h_2}{\frac{h_1}{k_1} + \frac{h_2}{k_2}}. \quad (93)$$

При  $h_1 = h_2$  формулы примут еще более простой вид:

$$1) K_{\max} = \frac{k_1 + k_2}{2}; \quad 2) K_{\min} = \frac{2}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}. \quad (94)$$

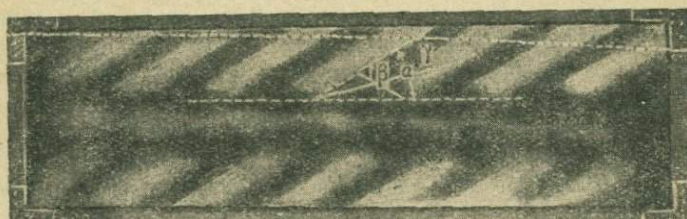
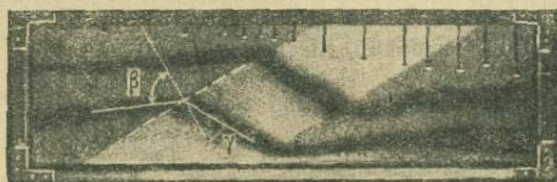
Вычислим  $K_{\max}$  и  $K_{\min}$  для чередующихся слоев мелкого и среднего песка при  $k_1 = 5$  м/сутки,  $k_2 = 10$  м/сутки:

$$K_{\max} = \frac{5 + 10}{2} = 7,5 \text{ м/сутки}; \quad K_{\min} = \frac{2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = 6,67 \text{ м/сутки}.$$

Вычислим те же коэффициенты для случая чередования мелкого и крупного песка при  $k_1 = 5$  м/сутки и  $k_2 = 40$  м/сутки:

$$K_{\max} = \frac{5 + 40}{2} = 22,5 \text{ м/сутки}; \quad K_{\min} = \frac{2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{40}} = 8,89 \text{ м/сутки}.$$

Из приведенных примеров видно, что разница между  $K_{\max}$  и  $K_{\min}$  тем больше, чем больше разница между коэффициентами фильтрации слоев, составляющих слоистую толщу.



Фиг. 42. Фотоснимки фильтрационных струек в слоистом грунте под углом к напластованию (по опытам Дахлера и Шафферняка).

Для потоков, мало изменяющих свое направление, как например для рассмотренных выше в гл. II естественных потоков подземных вод, описанные явления изменения водопроводимости с изменением направления токов по отношению к направлению напластования не имеют существенного значения, ввиду относительного постоянства направления токов. Но в некоторых случаях эта особенность фильтрации в слоистой толще приобретает очень большую роль, как например при фильтрации под гидротехническими сооружениями, о чем будет сказано ниже в гл. IX.

*Пример.* Подсчет среднего коэффициента фильтрации для слоистой толщи флювиогляциальных пород, вскрытых буровой скважиной в дер. Шульгино близ Москвы.

Данные подсчета среднего коэффициента фильтрации водоносного пласта для опытной буровой скважины у дер. Шульгино в районе Москвы

№ образцов	Глубина взятия, м	Название породы	Действующий диаметр, мм	Коэффициент фильтрации $k$ для $t=8^\circ$ по Хазену	Мощность водоносного слоя $h$ , м	$k_n h_n$
1	2,50	Песок кварцевый, разозернистый, с кусками кремня с глубины 1,3 м, водоносный . . . . .				
2	5,10	Песок кварцевый, разозернистый, с кусками кремня и галькой . . . . .	0,12	13,2	1,2	15,8
3	6,10	То же	0,33	75,0	2,6	19,5
4	7,00	" "	0,28	74,0	1,0	74,0
5	9,90	" "	0,40	100,0	1,9	190,0
6	11,90	" "	0,50	180,0	1,9	340,0
7	13,00	Песок кварцевый мелкозернистый серый и редкая галька окатанного кварца . . .	0,08	6,0	2,0	12,0
8	16,80	То же	0,06	3,4	1,1	3,7
9	21,30	" "	0,05	2,4	3,8	9,2
			0,07	4,6	4,5	20,7
					$\Sigma h_n = 20$	$\Sigma k_n h_n = 860$

Средний коэффициент фильтрации:

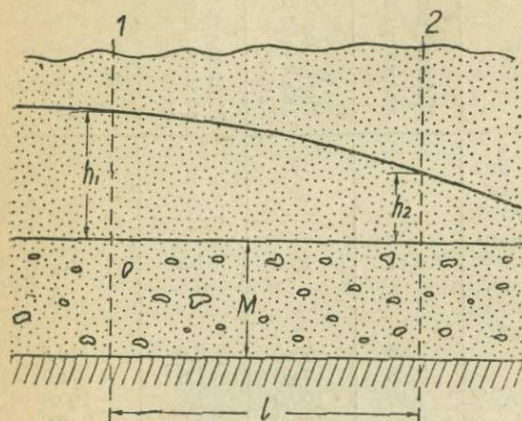
$$K = \frac{\Sigma k h}{\Sigma h} = \frac{860}{20} = 43 \text{ м/сутки.}$$

## § 28. ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД В СЛОИСТОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПЛАСТЕ

В горизонтальном водоносном пласте слоистого строения, как и в однородном, поверхность уровня грунтовых вод будет описывать некоторую кривую депрессии, которая по пути движения, постепенно снижаясь, может переходить из верхних слоев в нижние.

Рассмотрим сначала случай водоносного пласта, состоящего из двух слоев разной водопроницаемости (фиг. 43). При этом расход всего потока в каждом сечении можно рассматривать как сумму расходов верхнего и нижнего слоя. В верхнем слое мы имеем обыкновенный грунтовый поток с свободной поверхностью, а в нижнем слое — напорный поток. При этом пьезометрические напоры для нижнего пласта в общем случае должны несколько отличаться от свободных уровней воды верхнего пласта для тех же вертикальных сечений. Первые должны быть несколько ниже вторых, так как по направлению потока часть воды переходит из верхнего пласта в нижний,

что сопровождается некоторой потерей напора, равной разности пьезометрических уровней верхнего и нижнего слоев. При небольших падениях депрессионной поверхности отмеченная разность уровней очень невелика, и без существенной погрешности можно допустить, что кривая депрессии в верхнем слое является одновременно пьезометрической кривой для нижнего слоя. Это допущение тем более возможно, что для нижнего слоя при выводе уравнения движения подземных вод мы пользуемся депрессионной кривой лишь для определения напорного градиента, а расхождения величин уклона той и другой кривой, несомненно, будут иметь ничтожные размеры.



Фиг. 43. Движение грунтовых вод в водоносном пласте, сложенном из двух слоев разной водопроницаемости.

При описанных условиях расход потока выразится следующим уравнением:

$$q = -k_1 M \frac{dh}{dx} - k_2 h \frac{dh}{dx}.$$

Первый член правой части уравнения выражает расход напорного потока в нижнем слое с постоянной мощностью  $M$  и коэффициентом фильтрации  $k_1$ , второй член выражает расход потока в том же сечении для верхнего слоя с коэффициентом фильтрации  $k_2$ .

Разделим переменные:

$$q dx = -k_1 M dh - k_2 h dh.$$

Интегрируем это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

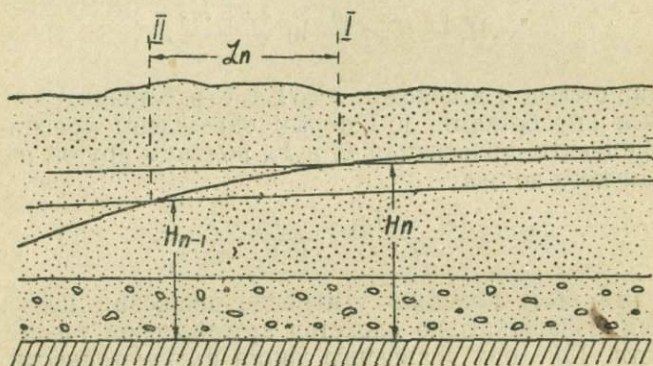
$$q(x_2 - x_1) = k_1 M (h_1 - h_2) + k_2 \frac{h_1^2 - h_2^2}{2}.$$

Определяя из этого уравнения  $q$  и полагая  $x_2 - x_1 = l$  расстоянию между сечениями, получим окончательно:

$$q = k_1 M \frac{h_1 - h_2}{l} + k_2 \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{h_1 - h_2}{l}. \quad (95)$$

Выведенное уравнение одинаково применимо и для пласта, состоящего из нескольких слоев. В этом случае  $h_1$  и  $h_2$  будут обозначать мощности верхнего слоя, в пределах которого помещается депрессионная кривая, а  $M$  — мощность остальных нижележащих слоев; вместо  $k_1$  мы должны при этом подставить  $K$  — величину среднего коэффи-

циента фильтрации всех нижних слоев. Уравнение (95) действительно, пока депрессионная кривая находится в пределах одного и того же слоя. При переходе депрессионной кривой в следующий нижележащий слой величины  $M$ ,  $K$  и  $k_2$  меняются, приводя к новым значениям параметров уравнения. Для применения этого уравнения в случае, когда депрессионная кривая пересекает слои, необходимо определять участки потока, на протяжении которых депрессионная кривая держится в пределах одного и того же слоя. С этой целью напишем уравнение (95), приняв за сечение 1 точку пересечения кривой депрессии с верхней границей верхнего слоя, а за сечение 2 — точку



Фиг. 44. Движение грунтовых вод в слоистом горизонтальном пласте.

пересечения кривой депрессии с нижней границей того же слоя (фиг. 44). Тогда  $h_2 = 0$ ;  $h_1 = h$ :

$$\dot{q} = MK \frac{h^1}{L} + k \frac{h^2}{2L},$$

откуда можно определить расстояние  $L$ , на протяжении которого депрессионная кривая проходит в пределах одного слоя:

$$L = MK \frac{h}{q} + k \frac{h^2}{2q}. \quad (96)$$

### § 29. ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В АРТЕЗИАНСКОМ ПЛАСТЕ ПРИ ПОСТЕПЕННО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ВОДОПРОВОДИМОСТИ ПЛАСТА

Выведем уравнение движения напорных вод в артезианском пласте, обладающем водопроницаемостью, изменяющемся по закону прямой линии:

$$k = k_1 + ms. \quad (97)$$

Подставим это выражение в уравнение Дюпюи для артезианского пласта с постоянной мощностью  $h$  (фиг. 45):

$$q = - (k_1 + ms) h \frac{dH}{ds}.$$

Разделим переменные и проинтегрируем написанное дифференциальное уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2:

$$(H_1 - H_2) = \frac{q}{h} \ln \frac{k_1 + ms_2}{k_1 + ms_1}.$$

Принимая сечение 1 за начальное, положим:

$$s_1 = 0; \quad s_2 = s; \quad H_2 = H.$$

На этом основании окончательно имеем для линии пьезометрических напоров следующее уравнение:

$$H_1 - H = \frac{q}{h} \ln \frac{k_1 + ms}{k_1}.$$

Определив отсюда  $q$  и положив  $s = l$ , т. е. расстоянию между двумя разведочными выработками, в которых определены уровни воды  $H_1$  и  $H_2$  и коэффициенты фильтрации  $k_1$  и  $k_2$ , получим другой вид уравнения артезианского потока:

$$q = h \frac{H_1 - H_2}{l} \cdot \frac{k_2 - k_1}{\ln k_2 - \ln k_1}. \quad (98)$$

Ранее нами было выведено уравнение движения подземных вод в однородном и параллельно слоистом артезианском пласте постоянной мощности. По этому уравнению линия пьезометрических уровней представляет собой прямую.

В отличие от однородного и параллельно слоистого пласта рассмотренный случай постепенного изменения коэффициента фильтрации дает для депрессионной линии не прямую, а кривую.

*При возрастании водопроницаемости по направлению потока, кривая депрессии будет обращена вверх вогнутостью, т. е. величина ее наклона или напорного градиента будет по направлению потока уменьшаться (см. фиг. 45). В обратном случае, при убывании водопроницаемости кривая депрессии будет обращена выпуклостью вверх, что указывает на постепенное возрастание в этом случае уклона кривой или напорного градиента (фиг. 46).*

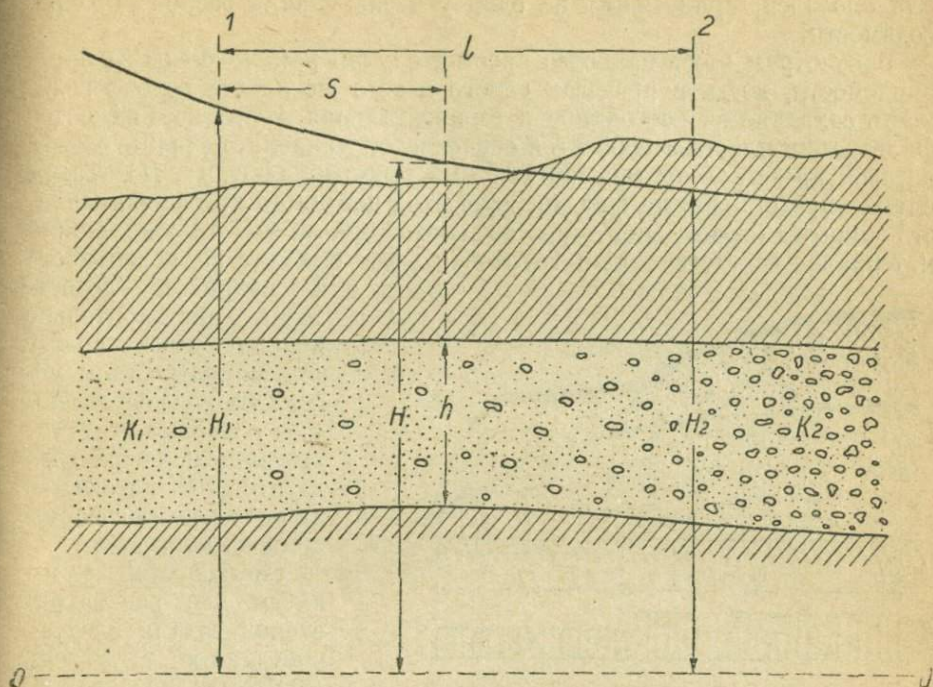
В случае грунтового потока получим аналогичное уравнение:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} \cdot \frac{k_2 - k_1}{\ln k_2 - \ln k_1}. \quad (99)$$

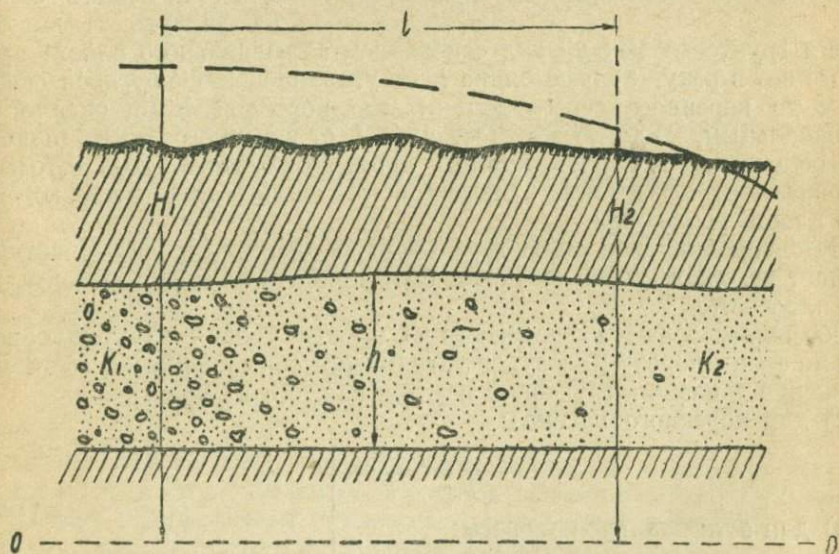
## § 30. ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ ПРИ РЕЗКИХ СМЕНАХ ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ ПОРОД

Случай резких смен водопроницаемости водоносных пластов в горизонтальном направлении нередки в природе.

Наиболее обычным примером такого явления может служить приклонение одного водоносного пласта к другому в области развития террасовых образований. При этом водоносный пласт, распространенный в междуречном массиве и сложенный из коренных, ледниковых и других отложений, оказывается срезанным, а выход его перекрытым аллювиальными или делювиальными образованиями, обладающими другой водопроницаемостью, чем срезанный водоносный пласт



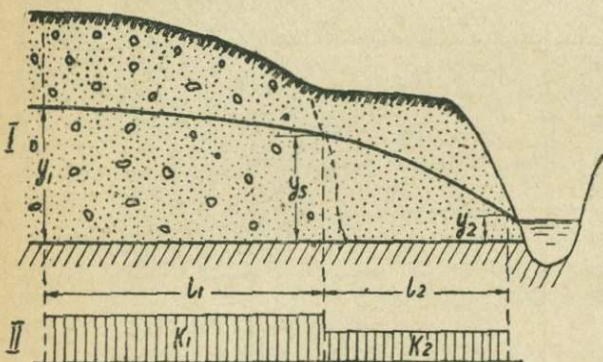
Фиг. 45. Движение напорных вод в водоносном пласте с водопроницаемостью возрастающей по направлению потока.



Фиг. 46. Движение напорных вод в водоносном пласте с водопроницаемостью убывающей по направлению потока.

(фиг. 47). Чаще при этом перекрывающие позднейшие образования оказываются менее водопроницаемыми, но иногда бывает и наоборот. Подобные соотношения могут также получиться в результате сбросов или оползней, приводящих на один уровень пласты разной водопроницаемости.

Рассмотрим здесь наиболее простой случай резкой смены водопроницаемости, когда в пределах одного и того же пласта водопроницаемость сохраняется постоянной и горизонтальная эпюра коэффициентов фильтрации пласта изобразится ступенчатой линией, отдельные звенья которой представлены горизонтальными прямыми (фиг. 47, II). Такой случай представлен на фиг. 47, где выход коренного водоносного пласта закрыт аллювиальной террасой, сложенной из менее проницаемого материала, вследствие чего грунтовая вода выходит на поверхность



Фиг. 47. Движение грунтовых вод при резкой смене водопроницаемости по направлению потока.

I — разрез; II — эпюра коэффициента водопроницаемости.

уровня грунтовых вод  $y_2$ , над основанием аллювиального пласта при выходе его в реку, 3) расстояние  $l_1$  от указанной выше буровой скважины до коренного берега долины, где коренной пласт сменяется аллювиальным, 4) такое же расстояние  $l_2$  от коренного берега долины до берега русла, т. е. путь, который проходит грунтовая вода в толще аллювиальных отложений, 5) коэффициенты фильтрации  $k_1$  и  $k_2$  коренного пласта и аллювия.

Водонепроницаемое ложе прунтового потока для обоих участков залегает на одном уровне и может быть принято за одну горизонтальную плоскость.

Обозначим через  $y_s$  неизвестную высоту уровня грунтовых вод в месте смены пород. Пользуясь указанными обозначениями, составим уравнение движения грунтовых вод для каждого из участков:

1) для коренного массива:

$$y_1^2 - y_s^2 = \frac{2ql_1}{k_1},$$

2) для аллювиальной террасы:

$$y_s^2 - y_2^2 = \frac{2ql_2}{k_2}.$$

(100)

Сложив обе части уравнения, исключим  $y_2^2$ :

$$y_1^2 - y_1^2 = 2q \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right). \quad (101)$$

Отсюда получаем следующее выражение для расхода:

$$q = \frac{y_1^2 - y_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}. \quad (102)$$

Подставив величину расхода  $q$  в уравнения кривых депрессии для каждого участка, мы можем определить как пограничную ординату  $y_1$ , так и ординаты промежуточных точек для построения кривой депрессии. Последняя, как легко сообразить, будет состоять из двух участков с переломом в месте смены пород; причем в случае перехода из более водопроницаемого грунта в менее проницаемый будем иметь резкое увеличение крутизны кривой депрессии во втором участке.

Для освещения вопроса о влиянии пород, перекрывающих выход водоносного пласта, на дебит последнего сравним единичный расход  $q$ , выраженный уравнением (102), с расходом, какой имел бы коренной водоносный пласт, если бы он продолжался до русла реки, а терраса аллювия отсутствовала бы совсем. Различие обоих случаев грунтового потока видно вполне ясно из фиг. 47.

Расход грунтового потока во втором случае выразится формулой:

$$q' = k_1 \frac{y_1^2 - y_2^2}{2l},$$

где  $l = l_1 + l_2$ , а остальные обозначения те же, что и в предыдущих уравнениях.

Взяв отношения расхода  $q'$  к  $q$ , имеем:

$$\delta = \frac{q'}{q} = \frac{k_1 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}{l} = \frac{l_1 + l_2 \frac{k_1}{k_2}}{l}. \quad (103)$$

В зависимости от соотношения величин водопроницаемости при этом могут быть три случая.

1) При  $k_1 = k_2$ , т. е. когда породы сохраняют одну и ту же водопроницаемость  $q' : q = 1$ .

2) При  $k_1 > k_2$ , когда водопроницаемость прилегающих пород меньше водопроницаемости основного водоносного пласта, отношение  $q' : q < 1$ ; следовательно, расход грунтового потока уменьшается. При малой водопроницаемости пород, перекрывающих выход грунтовых вод, и при достаточно большой ширине прилегающей террасы дебит грунтовых вод несмотря на высокую водопроницаемость и мощность коренного водоносного пласта может сократиться в значительной степени.

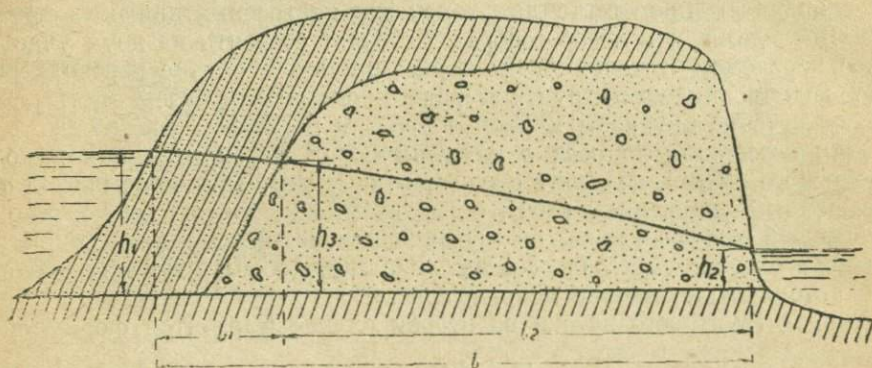
3) При  $k_1 < k_2$ , когда менее водопроницаемый пласт при выходе перекрывается более проницаемыми породами, можно ожидать некоторого увеличения дебита потока грунтовых вод, так как отношение  $q' : q > 1$ .

Как показывает гидрогеологическая практика, последний случай не только по изложенным сейчас теоретическим соображениям благоприятствует усилению дебита выходов грунтовых вод, но и по другим

причинам: а именно вследствие образования при выходе грунтовых вод хорошего коллектора в виде более или менее проницаемого приклоненного материала создаются благоприятные условия к собиранию отдельных слабых струй подземного течения в более сильный сосредоточенный выход подземных вод.

Изложенный прием может быть применен также к аналогичной задаче о выяснении роли делювиального малопроницаемого плаща при фильтрации из водохранилища (фиг. 48).

Применяя здесь формулу (102), мы можем вычислить величину расхода фильтрационного потока при наличии делювиального покрова и сравнить ее с расходом потока при отсутствии делювия.



Фиг. 48. Движение грунтовых вод через водораздел при наличии с одной стороны малопроницаемого делювия.

### § 31. ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТОВ БОЛЕЕ СЛОЖНОГО СТРОЕНИЯ

В более общем случае неоднородного строения пласта, когда изменение водопроницаемости совершается одновременно и в горизонтальном и в вертикальном направлениях, для вывода уравнений движения подземных вод возможно применение теоремы о средней.

Дифференциальное уравнение Дюпюи при этом напишем в следующем виде:

$$q = -Kh \frac{dH}{ds},$$

где  $K$  есть средний коэффициент фильтрации пласта, изменяющийся по направлению потока, а остальные буквенные обозначения обычны (см. фиг. 17, 22).

Произведение из мощности пласта на средний коэффициент фильтрации можно принять за новое переменное, приравняв его функции от  $H$ :

$$hK = f(H).$$

Тогда, разделив переменные, имеем:

$$-f(H) dH = q ds. \quad (104)$$

Интегрируя в пределах от сечения 1 до сечения 2, имеем по теореме о средней:

$$f(H_m)(H_1 - H_2) = q(s_2 - s_1), \quad (105)$$

где  $f(H_m)$  может быть приближенно принято равным среднему арифметическому:

$$f(H_m) = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2}.$$

Подставляя это в формулу (95), окончательно получим следующее выражение для  $q$ :

$$q = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}. \quad (106)$$

Выведенная формула одинаково применима как к грунтовому потоку с свободным уровнем, так и напорному потоку.

### § 32. ПРИБЛИЖЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЕПРЕССИОННОЙ КРИВОЙ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ ПРИ УЧЕТЕ ИНФИЛЬТРАЦИИ

При равномерной инфильтрации расход грунтового потока может быть выражен двумя способами:

1) по площади питания:  $q = ws$ ;

2) по формуле Дюпюи:  $q = - Kh \frac{dH}{ds}$ ,

где  $K$  — коэффициент фильтрации пласта, изменяющийся по направлению потока, остальные значения букв те же, что были объяснены раньше (§ 20, гл. II) (фиг. 32).

Приравнивая правые части написанных выше выражений, получим уравнение:

$$ws = - Kh \frac{dH}{ds}.$$

Разделив переменные и введя обозначения  $Kh = f(H)$ , получим:

$$ws ds = - f(H) dH.$$

Интегрируя это уравнение и применяя теорему о средней, имеем:

$$\frac{1}{2} w (s_2^2 - s_1^2) = f_m(H) \cdot (H_1 - H_2). \quad (107)$$

Полагаем  $f_m(H)$  приблизительно равной среднему арифметическому:

$$f_m(H) = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2}.$$

Подставив это выражение в уравнение (97), окончательно получим:

$$\frac{1}{2} w (s_2^2 - s_1^2) = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2}{2} (H_1 - H_2), \quad (108)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  суть средние коэффициенты фильтрации толщи водоносного пласта в сечениях 1 и 2, а  $h_1$  и  $h_2$  — соответственные мощности толщ.

## § 33. ОБ ИЗУЧЕНИИ ВОДОПРОВОДИМОСТИ ТОЛЩ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ

Приведенное выше краткое изложение теории движения подземных вод в неоднородных или переменных грунтах выдвигает перед нами весьма важную задачу по изучению водопроницаемости неоднородных толщ. При этом лишь в некоторых случаях, например при равномерном движении воды в слоистых пластах, возможно ограничиться только определением среднего или действующего коэффициента фильтрации водоносного пласта. Такой коэффициент определяется, как известно, посредством откачек, а также по данным послойного лабораторного определения водопроницаемости пород.

В большинстве случаев теория показывает, однако, что правильное понимание явлений движения подземных вод в переменных грунтах возможно лишь при достаточно детальном исследовании водопроницаемости не только отдельных слоев, но и всех их горизонтальных изменений.

Опытные откачки, дающие лишь средний коэффициент водопроницаемости, для исследования характера неоднородности толщ мало применимы; способы откачек для послойного определения водопроницаемости до сих пор еще совсем не разработаны. По этой причине основным доступным сейчас средством при детальном изучении водопроницаемости неоднородных грунтов являются лабораторные определения: опытные определения при помощи приборов Дарси, Тима, Тима-Каменского и др., а также вычисления по механическому анализу. Из приборов для массовых определений в случае песчаных грунтов более пригодны малые приборы Тима, а также трубка Каменского, так как последние позволяют использовать для исследования каждый небольшой образец, добываемый из буровой скважины, и требуют очень небольшой затраты времени. В этом отношении указанные приборы обладают несомненным преимуществом перед механическим анализом. Вообще следует отдать предпочтение опытным определениям водопроницаемости, а в числе этих определений тем, которые допускают сохранение естественного сложения пород.

При изучении водопроницаемости неоднородных пластов можно выделить следующие задачи:

- 1) исследование водопроницаемости разреза буровой скважины или другой разведочной выработки;
- 2) исследование водопроницаемости обнажения неоднородной толщи;
- 3) составление профиля водопроницаемости;
- 4) составление карты водопроницаемости.

Надо заметить при этом, что данная работа должна иметь своей базой тщательное геологическое исследование пород, без чего не может быть ни правильного выбора образцов для испытания, ни достаточно обоснованных выводов и интерпретаций.

При исследовании естественных и искусственных разрезов лучше всего испытать на водопроницаемость образец из каждого слоя, но при большом объеме работ это потребовало бы слишком много отдельных определений.

Число последних приходится сокращать, что является вполне возможным при условии хорошего знакомства с геологией изучаемых

пластов и при достаточно тщательном сравнительном осмотре образцов. При этом отлично помогает хорошо подобранная заранее коллекция уже испытанных на водопроницаемость образцов пород из тех же отложений.

При исследовании обнажения необходимо учитывать не только последовательность напластования в каком-либо одном месте, но и все замеченные горизонтальные изменения состава слоев.

Помимо описания обнажения для лучшей документации необходимо зарисовать все слои в масштабе и во всех участках, откуда взяты образцы для лабораторного или полевого испытания, поставить номера образцов, окруженные прямоугольником.

В завершении работы по изучению водопроводимости неоднородных толщ важную роль приобретает графическое изображение водопроводимости.

Для этой цели могут служить:

- 1) эшоры водопроводимости, составляемые для отдельных колонок или разрезав разведочных выработок (фиг. 57, II);
  - 2) профили водопроводимости, составляемые для ряда выработок или для обнажения и характеризующие не только вертикальные, но и горизонтальные изменения пород (фиг. 57, I), и, наконец,
  - 3) карты водопроводимости, характеризующие изменения неоднородных пород в плане.
-

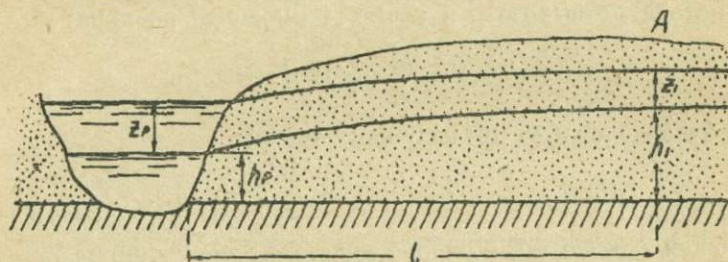
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД****§ 34. ЯВЛЕНИЕ ПОДПОРА И СВЯЗЬ ЕГО С РЕЖИМОМ ГРУНТОВЫХ ВОД**

Явление подпора грунтовых вод возникает в прибрежных местностях в связи с подъемом уровня воды в реках или других водоемах при устройстве водоподпорных сооружений или водохранилищ. Подобное явление наблюдается и в естественных условиях во время паводков, но в этом случае оно носит временный характер, сменяясь спадом грунтовых вод по окончании паводка. Временный подпор при паводке существенно отличается от продолжительного или постоянного подпора, вызванного постоянно действующим водоподпорным сооружением. Подпор грунтовых вод, вызываемый паводком, ввиду кратковременности последнего, обычно не успевает достигнуть своей предельной величины, которая должна была бы быть при установившемся состоянии грунтового потока для данного нового положения уровня реки. На самом же деле при паводке мы имеем один из характерных случаев неустановившегося или изменяющегося во времени движения грунтовых вод. Наблюдения показывают, что подъем грунтовых вод при паводке распространяется не очень далеко вглубь берега, обычно не далее нескольких сотен метров от реки.

При достаточно длительном подпоре от постоянного сооружения можно считать, что грунтовые воды через некоторое время приобретают стационарное или установившееся состояние. При этом подпор грунтовых вод должен распространиться значительно дальше, чем при кратковременном паводке. По этой причине мы не можем воспользоваться наблюдениями за уровнем грунтовых вод во время паводка, как опытом, воспроизводящим явление подпора в его полном размере; мы не можем по паводку определять величину и пределы распространения подпора. Единственный возможный здесь путь — это теоретическое решение задачи на основе уравнений гидравлики подземных вод. Используя для данной цели выведенные выше уравнения, мы должны принять во внимание, что эти уравнения выведены для условий установившегося движения. Поэтому для вычисления подпора грунтовых вод по этим уравнениям исходными данными являются сведения об уровнях воды при стационарном состоянии депрессионной поверхности.

При решении задачи о подпоре могут быть два случая: 1-й случай, когда область питания и расход грунтового потока остаются теми же, что и до подпора; 2-й случай, когда область питания и расход потока изменяются.

Задачи о подпоре приобретают различный характер в зависимости от строения водоносного пласта, уклона водоупорного ложа и состава водоносных пород. Последний фактор играет большую роль и до сих пор мало учитывался ввиду неразработанности уравнений гидравлики грунтовых вод для случаев неоднородного строения водоносных пластов. Мы рассмотрим здесь лишь подпор для случая стационарного состояния потока. Подпор же в случае неустановившегося состояния потока, например от временного паводка, мы оставим без рассмотрения ввиду недостаточной изученности соответствующей теории.



Фиг. 49. Подпор грунтовых вод при горизонтальном основании водоносного пласта.

### § 35. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД ПО ФОРМУЛЕ ДЮПЮИ ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОДНОРОДНОГО ПЛАСТА

Если мы имеем при установившемся состоянии грунтового потока, текущего в реку, уровень воды в реке  $h_p$ , а в точке  $A$  (фиг. 49) на расстоянии  $l$  от берега  $h_1$ , считая от горизонтального основания водоносного пласта, то для этого потока по уравнению Дюпюи мы можем написать:

$$h_1^2 - h_p^2 = 2 \frac{q l}{k}.$$

Положим теперь, что уровень воды в реке повысился на величину  $z_p$ . Это повышение уровня распространится и на весь грунтовой поток, который через некоторое время приобретет новое положение депрессионной кривой, определяемой уравнением:

$$(h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2 = 2 \frac{q_1 l}{k},$$

где  $z_1$  есть повышение уровня грунтовых вод в пункте  $A$ . Величина расхода грунтового потока в общем случае при подпоре должна измениться. Но в некоторых случаях, при значительной величине области питания сравнительно с расстоянием  $l$  и не очень большой величине подпора сравнительно с высотой уровня грунтовых вод на водоразделе, можно принять, что расход грунтового потока остается неизменным. В случае однородного пласта водопроницаемость  $k$  также остается постоянной, и поэтому мы можем приравнять между собой левые части обоих вышеописанных уравнений:

$$h_1^2 - h_p^2 = (h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2,$$

откуда легко определить новое положение уровня грунтовых вод в пункте  $A$ :

$$h_1 + z_1 = \sqrt{h_1^2 - h_p^2 + (h_p + z_p)^2} \quad (109)$$

или величину подъема уровня воды  $z_1$ :

$$z_1 = \sqrt{h_1^2 - h_p^2 + (h_p + z_p)^2} - h_1. \quad (110)$$

Для решения рассмотренной задачи можно воспользоваться и формулой Кене, учитывающей инфильтрацию сверху. Для тех же сечений потока по выходе и в точке  $A$  имеем до подпора:

$$h_1^2 - h_p^2 = \frac{w}{k}(2al - l^2).$$

После подпора подобно предыдущему имеем:

$$(h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2 = \frac{w}{k}(2al - l^2).$$

В общем случае при подпоре вместе с изменением уровня грунтовых вод или депрессионной кривой в целом мы должны ожидать и смещение водораздела грунтовых вод, т. е. изменение величины  $a$ , обозначающей расстояние от выхода потока до водораздела. Но при тех же условиях, как это было отмечено на предыдущей странице, мы можем иногда принимать, что расстояние до водораздела практически остается постоянным. Поэтому мы можем приравнять левые части написанных выше уравнений и получить в результате то же уравнение:

$$h_1^2 - h_p^2 = (h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2,$$

из которого по предыдущему можно определить искомую величину подпора.

В случае радиального потока имеем два уравнения, соответствующие состоянию депрессионной поверхности до и после подпора:

$$1) \quad h_1^2 - h_p^2 = \frac{\ln b_1 - \ln b_p}{b_1 - b_p} q \cdot 2l;$$

$$2) \quad (h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2 = \frac{\ln b_1 - \ln b_p}{b_1 - b_p} q \cdot 2l.$$

Принимая расход постоянным, а также неизменными формы потока и, следовательно, его ширину  $b$  в одних и тех же сечениях, мы можем считать правые части уравнений равными, а это приводит к равенству и левых частей, т. е. к выведенному уже ранее уравнению:

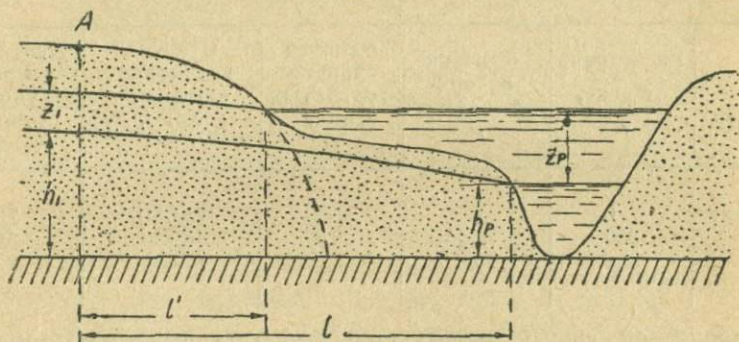
$$h_1^2 - h_p^2 = (h_1 + z_1)^2 + (h_p + z_p)^2.$$

Надо заметить, что формы потока и характер изменения величины  $b$  или ширины потока при подпоре могут и не остаться неизменными. В этом случае данное явление подлежит специальному изучению, и задача о подпоре значительно осложняется.

Во всех рассмотренных случаях предполагалось, что расстояние  $l$  при подпоре остается неизменным. Это имеет место между сечениями или колодцами, не заливаемыми водой, а также и между скважиной

и берегом достаточно большой крутизны. Если же берег реки настолько пологий, что при подъеме уровня воды в реке происходит значительное горизонтальное перемещение уреза воды или бичевника (фиг. 50), то расстояние  $l$  уже не может быть принято неизменным. Точно так же оно значительно изменяется, если при подпоре река выходит из берегов и заливает на некоторое расстояние террасу. Уравнения депрессионной кривой в этом случае можно написать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad \frac{h_1^2 - h_p^2}{l} &= \frac{2q}{k}, \\ 2) \quad \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2}{l'} &= \frac{2q}{k}. \end{aligned} \right\} \quad (111)$$



Фиг. 50. Подпор грунтовых вод при смещении уреза воды.

Приравнивая левые части уравнений, имеем:

$$\frac{h_1^2 - h_p^2}{l} = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2}{l'}, \quad (112)$$

откуда определим подпор  $z_1$ :

$$z_1 = \sqrt{\frac{l'}{l} (h_1^2 - h_p^2) + (h_p + z_p)^2} - h_1. \quad (113)$$

Если мы имеем не одну, а несколько скважин № 1, 2, 3, ..., расположенных в створе по потоку грунтовых вод или приблизительно нормально к берегу, то выведенное выше уравнение (99) сначала составляется для реки и ближайшей скважины № 1:

$$h_1^2 - h_p^2 = (h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2, \quad (114)$$

где  $h_1$  — уровень воды в скважине № 1;

$h_p$  — уровень воды в реке;

$z_1$  — величина подпора в скважине № 1;

$z_p$  — данная величина подпора в реке.

Определив подпор  $z_1$ , переходим к следующей скважине № 2, для чего подставляем в то же уравнение величины подпора для скважин № 1 и № 2; получаем второе уравнение:

$$h_2^2 - h_1^2 = (h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2.$$

Определив подпор  $z_2$ , переходим к следующей паре скважин. Таким путем последовательно, переходя от скважины к скважине, мы определим подпор во всех пунктах.

При этом мы найдем, что величина подпора будет по мере удаления от берега уменьшаться. Так выражается влияние изменения уровня воды в поверхностном водоеме на уровень грунтовых вод в прибрежной полосе. При этом надо отметить, что подпор, выраженный уравнением (109), определяет предельное установившееся состояние потока, которое наступает не сразу после подъема уровня воды в реке, а через некоторое, иногда значительное время.

*Пример 1.* В районе г. Балахны по левобережной аллювиальной террасе створ из двух наблюдательных колодцев установил следующее положение уровня грунтовых вод в меженное время:

Таблица 6

№ колодцев	Расстояние от реки, м	Отметка поверхности земли, м	Отметка уровня грунтовых вод, м	Отметка водонепроницаемого ложа, м	Высота уровня воды над водонепроницаемым ложем, м
Берег реки	0	—	65,8	46,65 <sup>1)</sup>	19,15
1	300	74,22	68,44	46,65	21,79
2	460	75,97	69,92	46,65	22,97

В последней графе предыдущей таблицы вычислены мощности водоносного пласта для каждого колодца:  $h_1$ ,  $h_2$  и мощность  $h_p$  у берега реки.

Меженный уровень воды в реке 65,8 м. По проекту Чебоксарской плотины уровень воды в Волге должен повыситься до отметки 69,0 м. Требуется определить подпор грунтовых вод.

Принимая расход постоянным и наблюдаемые уровни грунтовых вод установившимися, применим для решения задачи формулу (114).

Сначала определим подпор в колодце № 1 по формуле:

$$z_1 = \sqrt{h_1^2 - h_p^2 + (h_p + z_p)^2} - h_1.$$

Подставляя сюда числовые значения букв на основании условий задачи, имеем:

$$z_1 = \sqrt{21,79^2 - 19,15^2 + (19,15 + 2,2)^2} - 21,79 = 1,91 \text{ м.}$$

Переходим теперь к подпору у колодца № 2, для которого имеем:

$$z_2 = \sqrt{22,97^2 - 21,79^2 + (21,79 + 1,91)^2} - 22,97 = 1,83 \text{ м.}$$

Переходя к абсолютным отметкам уровней воды, получим после подпора:

- 1) для колодца № 1:  $68,44 + 1,91 = 70,35$  м;
- 2) для колодца № 2:  $69,62 + 1,83 = 71,45$  м.

1) Водонепроницаемое ложе здесь колодцами не достигнуто. Условно принимаем его горизонтальным с отметкой 46,65, полученной по данным соседних буровых скважин.

**Пример 2.** Определить подпор грунтовых вод по створу буровых скважин № 1, 2, 3 и 4, уровень грунтовых вод в которых при меженном уровне реки имеет следующие величины:

Таблица 7

№ скважин	Расстояние от реки, м	Отметка уровня воды, м	Отметка водопорного ложа, м	Высота уровня воды над водопорным ложем, м
Урез реки	—	64,20	57,20 <sup>1)</sup>	7,0
1	515	70,02	57,20	12,82
2	750	70,14	57,20	12,94
3	1185	71,10	57,20	13,90

При подъеме уровня воды в реке до проектной отметки 70,70 м. т. е. на 6,50 м, река заливает пойменную террасу и берег, урез воды перемещается по направлению к скважине № 1 на 475 м. Следовательно, при вычислении подпора здесь должна быть применена формула (113), учитывающая изменение расстояния между расчетными пунктами:

$$z_1 = \sqrt{\frac{l_1}{l} (h_1^2 - h_p^2) + (h_p + z_p)^2} - h_1.$$

Подставляя сюда числовые значения букв, получаем:

$$z_1 = \sqrt{\frac{40}{515} (12,82^2 - 7,0^2) + (7,0 + 6,5)^2} - 12,82 = 0,98.$$

Если вычислить подпор  $z_1$  без учета изменения расстояния  $l$ , то получится совсем иная величина:

$$z'_1 = \sqrt{12,82^2 - 7,0^2 + (7,0 + 6,5)^2} - 12,82 = 4,38,$$

что наглядно показывает, насколько существенна могла быть ошибка, если бы не было принято во внимание перемещение уреза воды.

Подпор в остальных пунктах предлагается вычислить читателям, пользуясь обычной формулой (100).

## § 36. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД В СЛУЧАЕ НАКЛОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОСНОВАНИЯ ПЛАСТА

**Применение формул Павловского.** На основании обобщенной формулы Павловского для различных случаев грунтового потока в наклонном пласте имеем два уравнения депрессионной кривой до подпора и после подпора:

- 1)  $\frac{il}{h_0} = \varphi(\eta_p) - \varphi(\eta_1);$
- 2)  $\frac{il'}{h_0} = \varphi(\eta_p') - \varphi(\eta_1').$

<sup>1)</sup> Поверхность водопорного ложа горизонтальна.

Подобно предыдущему здесь могут быть два случая: 1) когда расстояние между сечениями остается постоянным:  $l = l'$ ; 2) когда расстояние изменяется в связи с горизонтальным перемещением уреза воды и  $l$  не равно  $l'$  (фиг. 51).

В обоих случаях принимаем расход потока и, следовательно, приведенную мощность  $h_0$  постоянными.

На этом основании в первом случае левые части написанных выше уравнений равны и поэтому они приводят к уравнению:

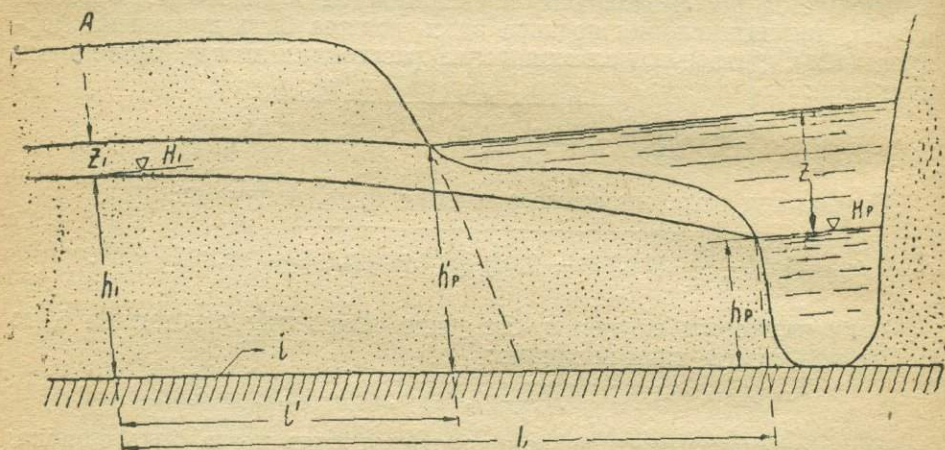
$$\varphi(\eta_p) - \varphi(\eta_1) = \varphi(\eta_p') - \varphi(\eta_1'). \quad (115)$$

В этом уравнении неизвестным является только  $\eta_1'$ , которое легко вычислить, определив  $\varphi(\eta_1')$

$$\varphi(\eta_1') = \varphi(\eta_p') - \varphi(\eta_p) + \varphi(\eta_1).$$

Это же уравнение может быть написано в виде:

$$\varphi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0}\right) = \varphi\left(\frac{h_p + z_p}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{h_p}{h_0}\right) + \varphi\left(\frac{h_1}{h_0}\right). \quad (115a)$$



Фиг. 51. Подпор грунтовых вод при наклонном основании водоносного пласта.

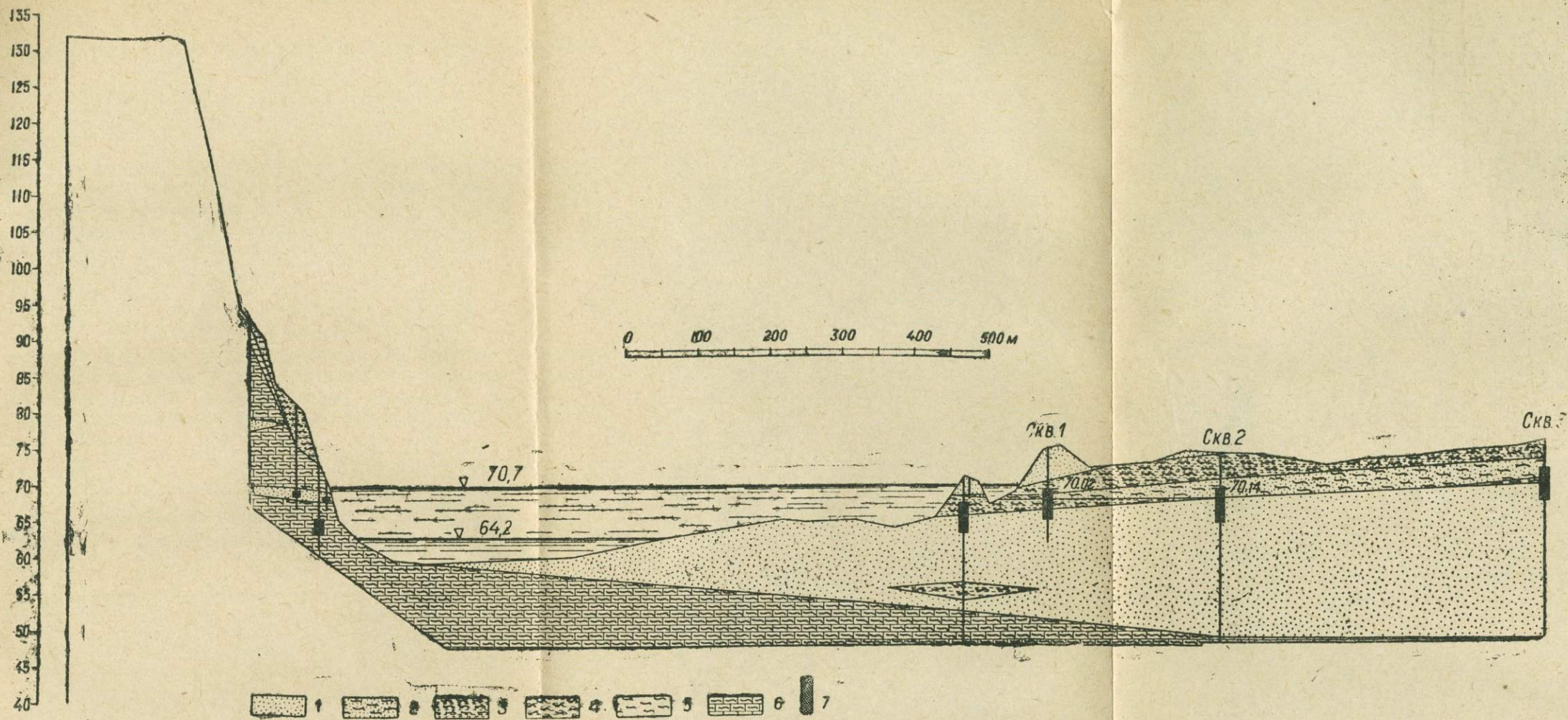
Для решения этого уравнения предварительно определяется  $h_0$  по тому же способу, как и при определении расхода (§ 13).

Подставив значение  $h_0$ ,  $h_1$ ,  $h_p$ ,  $z_p$  в предыдущее уравнение, по таблицам вычислим значения функций правой части уравнения, выяснив предварительно, какой вид имеет кривая депрессии.

В случае кривой спада, написав значения функции, мы получим:

$$\frac{h_1 + z_1}{h_0} + \ln\left(1 - \frac{h_1 + z_1}{h_0}\right) = \frac{h_p + z_p}{h_0} + \ln\left(1 - \frac{h_p + z_p}{h_0}\right) - \left[\frac{h_p}{h_0} + \ln\left(1 - \frac{h_p}{h_0}\right)\right] + \left[\frac{h_1}{h_0} + \ln\left(1 - \frac{h_1}{h_0}\right)\right].$$

Вычислив правую часть уравнения, по таблицам определим значение величины  $\frac{h_1 + z_1}{h_0}$ , после чего легко определить величину подпора  $z_1$ .



Фиг. 52. Подпор грунтовых вод в наклонном пласте при перемещении уреза воды в реке по створу наблюдательных скважин в долине р. Оки у г. Горького.

1 — песок, 2 — песок глинистый, 3 — суглинок, 4 — ил, 5 — глина, 6 — мергель, 7 — фильтр.

В случае, если урез воды при подпоре перемещается, то  $l$  и  $l'$  не сокращаются при переходе к уравнению вида (115), вместо которого получаем:

$$\frac{\varphi(\tau_p) - \varphi(\tau_1)}{l} = \frac{\varphi(\tau_p') - \varphi(\tau_1')}{l'} \quad (116)$$

Подставляя вместо величин относительной мощности их значения, получим:

$$\frac{\varphi\left(\frac{h_p}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{h_1}{h_0}\right)}{l} = \frac{\varphi\left(\frac{h_p'}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0}\right)}{l'}$$

В этом уравнении  $h_p'$  не равно  $h_p + z_p$ , как это имело место в случае горизонтального пласта, так как при перемещении уреза воды отметка основания водоносного пласта в случае наклонного пласта изменяется. Определяя из предыдущего уравнения функцию  $\varphi$ , содержащую искомую величину подпора  $z_1$ , получим для вычисления последнего следующую формулу:

$$\varphi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0}\right) = \varphi\left(\frac{h_p'}{h_0}\right) - \frac{l'}{l} \left[ \varphi\left(\frac{h_p}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{h_1}{h_0}\right) \right] \dots \quad (117)$$

*Пример 1.* Определить подпор грунтовых вод по створу наблюдательных скважин по левому берегу р. Оки в 10 км, выше гор. Горького (фиг. 52). Расположение наблюдательных скважин и сведения об уровне воды, установившемся в межениное время, приводятся в ниже следующей таблице:

Таблица 8

№ наблюдательных скважин	Расстояние от реки, м	Отметка уровня воды, м	Отметка водо-непроницаемого ложа, м	Высота уровня воды над не-проницаемым ложем, м
Река	—	64,20	57,20	7,0
1	515	70,02	53,02	17,0
2	750	70,14	50,14	20,0
3	1185	71,10	51,60	20,5

На участке от реки до скважины № 1 расположена пойма; скважина № 1 находится уже на второй надпойменной террасе, на которой находятся и остальные скважины № 2 и № 3. Обе террасы сложены песками, которые по водопроницаемости мы принимаем однородными. Пески подстилаются мергелями пермской системы, образующими водо-непроницаемое ложе, поверхность которого фиксирована для каждой скважины высотными отметками (см. графу 4 в табл. 8).

Для описанных скважин требуется определить подпор при отметке уровня воды в реке 70,70 м. При этой отметке вода заливает пойменную террасу, и урез реки перемещается в сторону скважины № 1 на 475 м.

Определение подпора будем вести начиная от ближайшей скважины № 1, последовательно переходя к более удаленным.

**Вычисление подпора в скважине № 1.** Сопоставляя сечение грунтового потока у реки и у скважины № 1, находим, что водоносный пласт имеет здесь обратный уклон, величина которого равна:

$$i = \frac{57,20 - 53,02}{515} = 0,008.$$

Прежде чем приступить к вычислению подпора, необходимо определить приведенную мощность  $h_0'$ , для чего воспользуемся тем же способом, как и при определении расхода грунтового потока (см. § 13). По уравнению Павловского для данных числовых значений величин  $i$ ,  $l$ ,  $h_1$  и  $h_p$  имеем:

$$\frac{0,008 \cdot 515}{h_0'} = \psi\left(\frac{17}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{7}{h_0'}\right)$$

или

$$4,12 = h_0' \left[ \psi\left(\frac{17}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{7}{h_0'}\right) \right].$$

Приравняв правую часть этого уравнения  $f(h_0')$ , будем решать его подстановкой.

Вычисления расположим в нижеследующей таблице:

Таблица 9

$h_0'$	$\frac{7}{h_0'}$	$\psi\left(\frac{7}{h_0'}\right)$	$\frac{17}{h_0'}$	$\psi\left(\frac{17}{h_0'}\right)$	$\psi\left(\frac{7}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{17}{h_0'}\right)$	$f(h_0')$
16	0,44	-0,0754	1,06	-0,3476	0,2722	4,35
17	0,41	-0,0664	1,00	-0,3069	0,2405	4,09
18	0,39	-0,0635	0,95	-0,2822	0,2187	3,94

В результате подстановок видим, что значение  $h_0'$  находится между 16 и 17.

Для нахождения более точного значения  $h_0'$  строим график, по которому определяем  $h_0' = 16,8$ .

Переходя к составлению уравнения для определения подпора, полагаем, что расход грунтового потока и, следовательно, приведенная мощность остаются после подпора постоянными, и принимаем во внимание, что урез реки после подпора устанавливается на расстоянии 40 м от скважины № 1. Для составления уравнения грунтового потока после подпора, необходимо определить мощность водоносного пласта у реки  $h_p'$  при новом положении уреза воды после подпора. Для этого находим сначала высотную отметку основания водоносного пласта  $y_p'$  в месте нового положения берега реки, пользуясь отметкой при первоначальном положении берега и принимая уклон основания пласта постоянным от берега реки до скважины № 1:

$$y_p' = 57,00 - 475 \cdot 0,008 = 53,40.$$

По разности между уровнем воды в реке при подпоре и вычисленной отметкой основания пласта определим мощность  $h_p'$ :

$$h_p' = 70,70 - 53,40 = 17,30.$$

Подставляя полученные значения в уравнение (117), имеем для вычисления подпора формулу:

$$\psi\left(\frac{17+z_1}{16,8}\right) = \psi\left(\frac{17,30}{16,8}\right) - \frac{40}{515} \left[ \psi\left(\frac{7}{16,8}\right) - \psi\left(\frac{17}{16,8}\right) \right]$$

или

$$\psi\left(\frac{17+z_1}{16,8}\right) = \psi(1,03) - \frac{40}{515} [\psi(0,416) - \psi(1,01)].$$

Для вычисления этой формулы воспользуемся таблицей для функций вида:

$$\eta = -\eta + \ln(1 + \eta).$$

Подставляя взятые из таблиц значения функций в правую часть предыдущего уравнения, имеем:

$$\psi\left(\frac{17+z_1}{16,8}\right) = -0,3223 - \frac{40}{515} (-0,0681 + 0,3120) = -0,3413.$$

По тем же таблицам находим по функции значение аргумента:

$$\frac{17+z_1}{16,8} = 1,07,$$

откуда определяем значение подпора  $z_1$ :

$$z_1 = 1,07 \cdot 16,8 - 17 = 0,98 \text{ м.}$$

**Вычисление подпора в скважине № 2.** Составляя уравнение грунтового потока для скважин № 1 и № 2, определим подпор во второй скважине.

Прежде всего определим для участка между этими скважинами приведенную мощность  $h_0'$  по уравнению:

$$\frac{i l}{h_0'} = \psi\left(\frac{h_1}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{h_2}{h_0'}\right).$$

Числовые значения букв в данном уравнении следующие: величина уклона водоупорного ложа между данными скважинами равна:

$$i = \frac{53,02 - 50,14}{235} = 0,012;$$

расстояние  $l = 235$ ;  $h_2 = 20,0$ ;  $h_1 = 17$ .

Подставляя написанные значения букв в уравнение грунтового потока, имеем:

$$\frac{0,012 \cdot 235}{h_0'} = \psi\left(\frac{17}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{20}{h_0'}\right)$$

или, перенося в правую часть уравнения:

$$2,88 = h_0' \left[ \psi\left(\frac{17}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{20}{h_0'}\right) \right] = f(h_0').$$

Подставляя в полученное уравнение различные значения  $h_0'$  и принимая во внимание, что имеем здесь грунтовой поток при обратном уклоне основания водоносного пласта, получаем следующие результаты <sup>1)</sup>:

Таблица 10

$h_0'$	$\frac{17}{h_0'}$	$\psi\left(\frac{17}{h_0'}\right)$	$\frac{20}{h_0'}$	$\psi\left(\frac{20}{h_0'}\right)$	$\psi\left(\frac{17}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{20}{h_0'}\right)$	$f(h_0')$
0,9	18,9	-15,9098	22,2	-19,0560	3,1462	2,83
0,8	21,3	-18,1957	25,0	-21,7419	3,5462	2,84
0,7	24,3	-21,0693	28,6	-25,2124	4,1431	2,90
0,6	28,3	-24,9225	33,3	-29,7650	4,8425	2,91

Строя график по данным таблицы, находим как и по приближенному способу  $h_0' = 0,79$ .

Так как расстояние  $l$  при подпоре в данном случае остается постоянным, то для вычисления подпора здесь применим формулу (115) в соответствии с обозначениями решаемой задачи:

$$\psi\left(\frac{h_2 + z_2}{h_0'}\right) = \psi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{h_1}{h_0'}\right) + \psi\left(\frac{h_2}{h_0'}\right).$$

Эта формула та же, что и уравнение (115), в ней лишь переставлены индексы при  $h$  и  $z$ , вследствие иного порядка нумерации, по направлению вверх по потоку, а не вниз, как это было принято ранее при выводе уравнений неравномерного движения грунтовых вод.

Подставив в предыдущую формулу числовые значения букв, имеем:

$$\psi\left(\frac{20 + z_2}{0,79}\right) = \psi\left(\frac{17 + 0,98}{0,79}\right) - \psi\left(\frac{17}{0,79}\right) + \psi\left(\frac{20}{0,79}\right)$$

или

$$\left(\frac{20 + z_2}{0,79}\right) = \psi(22,7) - \psi(21,5) + \psi(25,3).$$

По таблицам находим значения функций и определяем численную величину правой части уравнения:

$$\psi\left(\frac{20 + z_2}{0,79}\right) = -19,5348 + 18,3868 - 22,0306 = -3 - 786.$$

1) Предварительно находим  $h_0'$  приближенно из следующего уравнения:

$$\frac{h_1 + h_2}{2} : h_0' = i : i',$$

где  $i'$  — уклон поверхности грунтовых вод. Подставляя числовые значения мощностей  $h_1$  и  $h_2$  и заменяя отношение уклонов отношением разностей высотных отметок, имеем:

$$\frac{17 + 20}{2 \cdot h_0'} = \frac{53,02 - 50,14}{70,14 - 70,02'}$$

откуда находим:

$$h_0' = \frac{37}{2} \cdot \frac{0,12}{2,88} = 0,79.$$

По таблицам для функций  $\psi$  при обратном уклоне находим:

$$\frac{20 + z_2}{0,79} = 26,5,$$

откуда определяем

$$z_2 = 26,5 \cdot 0,79 - 20 = 0,94.$$

Подобно предыдущему определяется подпор в скважине № 3, что предоставляется сделать самим читателям.

**Определение подпора в скважине № 1 при допущении постоянным расстояния  $l$  от берега реки до скважины.** Если принять, что расстояние  $l$  от уреза реки до скважины № 1 остается при подпоре неизменным, то для вычисления подпора можно применить уравнение (115), из которого  $l$  путем сокращения исключается. Для рассматриваемого случая, пользуясь предыдущими обозначениями, можем написать:

$$\psi\left(\frac{h_1 + z_1}{h_0'}\right) = \psi\left(\frac{h_p + z_p}{h_0'}\right) - \psi\left(\frac{h_p}{h_0'}\right) + \psi\left(\frac{h_1}{h_0'}\right).$$

Подставляя сюда числовые значения букв, и приняв во внимание величину подпора в реке  $z = 6,5$  м, имеем:

$$\psi\left(\frac{17 + z_1}{16,8}\right) = \psi\left(\frac{7 + 6,5}{16,8}\right) - \psi\left(\frac{7}{16,8}\right) + \psi\left(\frac{17}{16,8}\right)$$

или

$$\psi\left(\frac{17 + z_1}{16,8}\right) = \psi(0,80) - \psi(0,42) + \psi(1,01).$$

Вычислив по таблицам значения функций, получим:

$$\psi\left(\frac{17 + z_1}{16,8}\right) = -0,2122 + 0,0693 - 0,3120 = -0,4549.$$

По таблицам находим обратное значение аргумента функции:

$$\frac{17 + z_1}{16,8} = 1,28,$$

откуда получаем величину подпора  $z_1$ :

$$z_1 = 1,28 \cdot 16,8 - 17 = 4,5 \text{ м.}$$

Аналогично предыдущему определится подпор в скважине № 2.

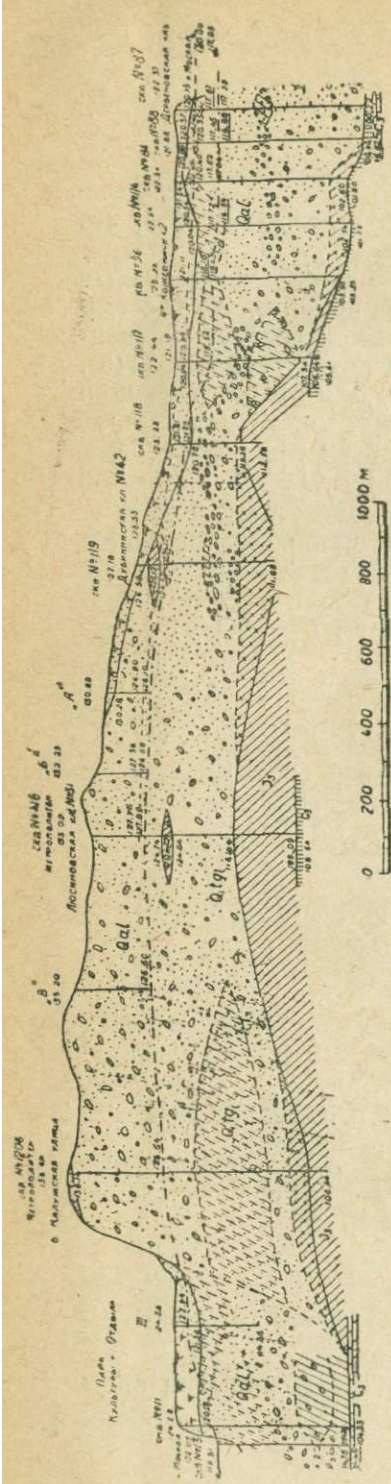
$$\begin{aligned} \psi\left(\frac{20 + z_2}{0,79}\right) &= \psi\left(\frac{17 + 4,5}{0,79}\right) - \psi\left(\frac{17}{0,79}\right) + \psi\left(\frac{20}{0,79}\right) = \\ &= \psi(27,1) - \psi(21,6) + \psi(25,4). \end{aligned}$$

По таблицам находим:

$$\psi\left(\frac{20 + z_2}{0,79}\right) = -23,7643 + 18,4823 - 22,1268 = -27,4088.$$

С помощью тех же таблиц определяем по функциям значения аргумента:

$$\frac{20 + z_2}{0,79} = 30,9,$$



Фиг. 53. Гидрогеологический профиль по створу наблюдательных скважин между Дерbeneвской набережной и Парком культуры и отдыха в г. Москве (по данным Московского геологического института).

1—песок мелкозернистый; 2—суглинок мусором (насып); 3—суглинок землисто-торфянистый; 4—суглинок бурый; 5—песок мелкозернистый, глинистый; 6—песок разноразмерный, с гравием; 7—гравий; 8—глина песчаная; 9—глина черная, известковистая; 10—глина известковистая; 11—глина известковистая; 12—известняк светлосерый, плотный.

откуда находим величину подпора в скважине № 2.

$$z_2 = 30,9 \cdot 0,79 = 24,8$$

$$24,8 - 22,8 = 2,0 \text{ м.}$$

Полученные, при допущении неизменности положения уреза воды, величины подпора оказываются значительно большими, чем в предыдущем решении задачи, соблюдающем более точно условия задачи.

**Пример 2.** Определить подпор грунтовых вод по створу наблюдательных буровых скважин в Замоскворечьи (г. Москва) при подъеме уровня воды в реке до отметки 120 м по проекту канала Волга — Москва (фиг. 53).

Подпор совершается лишь с одной стороны (на разрезе — правой), где Москва-река имеет летом уровень 117,05 м, поддерживаемый современной плотной у Перервы.

По другую сторону Замоскворечья вследствие подпора Бабьегородской плотной уровень воды в реке имеет отметку 119,5 м, близкую к проектируемому подпору.

Рассматриваемый участок Замоскворечья занят древними и частью пойменными террасами. По-

верхность пойменной террасы имеет отметку в среднем 122—123 м. Поверхность древней террасы подымается с востока на запад с отметки 125 м до отметки 135 м.

Современные аллювиальные отложения поймы представлены главным образом песками и частью супесями и суглинками. Последние развиты преимущественно в верхней части аллювия, залегая там в виде линз и прослоев (см. геологический разрез фиг. 53). Пески имеют весьма неоднородный состав и крупность зерна их увеличивается сверху вниз. В нижней части аллювия преобладают средние и крупные пески, в верхней — мелкие.

Древнеаллювиальные образования представлены почти исключительно чesками переменной зернистости. Вверху пески мелкие, внизу более крупные, переходя в основании толщи в галечник. Древнеаллювиальные пески подстилаются предледниковыми более мелкими и глинистыми песками, которые местами замещаются суглинками и супесями. На границе между древнеаллювиальными и предледниковыми песками встречаются линзы валунного суглинка (остатки морены).

Описанные четвертичные образования подстилаются отложениями юрской системы, представленными здесь глинами нижнего кимериджа и оксфорда. Местами в пределах современной долины Москва-реки юрские глины размыты и аллювиальные отложения залегают непосредственно на глинах и известняках верхнего отдела каменноугольной системы.

Помимо описанных естественных образований следует отметить присутствие вверху довольно мощными местами так называемого культурного слоя, состоящего из насыщенного песчаного и щебенистого грунта. Средняя мощность последнего 2—3 м, а ближе к берегу реки достигает 4—5 м.

Описанная толща песчаных отложений в значительной части насыщена водой, образуя единый водоносный горизонт, подстилаемый водоупорной толщей юрских и каменноугольных глин.

По составу водоносных пород мы имеем здесь случай сложной неоднородности, когда величина водопроницаемости является переменной как в вертикальном, так и горизонтальном направлении. Характер изменения водопроницаемости изображен для части разреза на фиг. 57, который будет использован в дальнейшем при изучении подпора грунтовых вод в неоднородных пластах. Здесь же будем определять подпор, не учитывая неоднородного строения водоносной толщи и полагая ее однородной. При этом допущении мы можем воспользоваться выведенными выше формулами. Допускается также, что расход грунтового потока остается постоянным. В дальнейшем для данной задачи будет рассмотрено также решение, учитывающее смещение водораздела и изменение расхода грунтового потока.

Произведем здесь определение подпора для скважин № 88 и 84. Остальные определения предоставляем сделать самим читателям.

**Вычисление подпора в скважине № 88.** Ввиду незначительной разницы отметок водоупорного ложа в скважине № 88 и № 87 у бровки берега, равной  $100,40 - 100,22 = 0,18$  м, основание пласта можно принять здесь горизонтальным с отметкой 100,22 м и для вычисления подпора можно применить здесь уравнение Дюпюи для случая горизонтального пласта:

$$h_{88}^2 - h_p^2 = (h_{88} + z_{88})^2 - (h_p + z_p)^2.$$

Из чертежа имеем следующие числовые значения букв:

$$h_{88} = 117,45 - 100,22 = 17,23,$$

$$h_p = 117,05 - 100,22 = 16,83,$$

подпор в реке

$$z_p = 120,0 - 117,05 = 2,95.$$

Подставляя числовые данные в формулу и определяя подпор  $z_{88}$  в скважине № 88 находим:

$$z_{88} = \sqrt{17,23^2 - 16,83^2 + (16,83 + 2,95)^2} - 17,23 = 2,90.$$

**Определение подпора в скважине № 84.** Между скважинами № 88 и № 84 водоносный пласт имеет прямой уклон.

По фиг. 53 определим следующие данные для расчета по формуле Павловского:

$$h_1 = 12,98; h_2 = 17,02; l = 115;$$

$$i = \frac{104,54 - 100,40}{115} = 0,036; z_2 = 2,90.$$

Полученные данные подставляем в уравнение Павловского:

$$\frac{0,036 \cdot 115}{h_0} = \varphi\left(\frac{17,02}{h_0}\right) - \varphi\left(\frac{12,98}{h_0}\right).$$

Решая это уравнение обычным способом, находим  $h_0 = 0,5$ .

Вставляя теперь то же уравнение для депрессионной кривой после подпора, имеем:

$$\varphi\left(\frac{17,02 + 2,90}{0,5}\right) - \varphi\left(\frac{12,98 + z_{84}}{0,5}\right) = \frac{0,036 \cdot 115}{0,5}.$$

Принимая во внимание, что в данном случае  $h_1 < h_2$ , т. е. мы имеем кривую подпора, найдем:

$$\varphi\left(\frac{12,98 + z_{84}}{0,5}\right) = \varphi(39,84) - 8,28 = 43,45 - 8,28 = 35,17.$$

По таблицам находим по величине функции значение аргумента:

$$\frac{12,98 + z_{84}}{0,5} = 31,70,$$

откуда определяем  $z_{84}$ :

$$z_{84} = 31,70 \cdot 0,5 - 12,98 = 2,87.$$

### § 37. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД С ПОМОЩЬЮ ВИДОИЗМЕНЕННОЙ ФОРМУЛЫ ДЮПИИ ДЛЯ НАКЛОННОГО ПЛАСТА

Расчет подпора по формуле Павловского довольно сложен и громоздок. Более просто эта задача для любого наклонного пласта решается с помощью приближенной формулы (56).

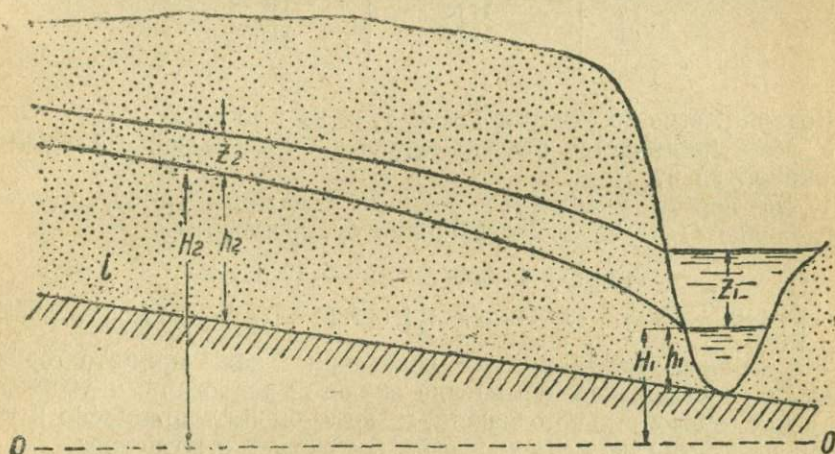
Согласно этой формуле имеем до подпора и после подпора два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad q &= \left( \frac{h_1 + h_2}{2} \right) \left( \frac{H_1 - H_2}{l} \right), \\ 2) \quad q &= \left[ \frac{(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)}{2} \right] \left[ \frac{(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)}{l'} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (118)$$

Обозначения в написанных уравнениях обычны (фиг. 54).

Принимая расход постоянным, приравняем правые части уравнений и после сокращения на  $2l$  получаем квадратное уравнение:

$$(h_1 + h_2)(H_1 - H_2) = [(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)] \cdot [(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)]. \quad (119)$$



Фиг. 54. Подпор при наклонном водоупоре.

В этом уравнении неизвестным является подпор  $z_1$  в верхнем сечении (в колоде или в буровой скважине), остальные величины и в числе их подпор в нижнем сечении (в реке или скважине) известны. Подставив числовые значения букв и решив квадратное уравнение, определим величину подпора.

В случае перемещения уреза воды при подпоре расстояние  $l$  переходит в  $l'$ , которое при составлении уравнения подпора не сокращается.

Поэтому вместо уравнения (119) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{(h_1 + h_2)(H_1 - H_2)}{l} = \\ & = \frac{[(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)][(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)]}{l'}. \end{aligned} \quad (120)$$

Выведенные формулы (119) и (120) имеют универсальное значение, будучи применимы к различным случаям наклонного и горизонтального залегания пластов.

*Пример.* Для примера подсчета по приближенной формуле вычислим подпор прунтовых вод в скважинах № 87, 88 и 84 Замоскворецкого створа (см. пример 2, § 36, фиг. 53).

По условиям задачи имеем следующие данные:

Таблица 11

№ скважин	<i>h</i>	<i>H</i>
	глубина водопора от уровня воды, м	отметка уровня воды, м
Река	16,83	117,05
87	17,00	117,22
88	17,02	117,45
84	12,98	117,52

Подпор в реке до отметки 120 м, т. е. на 2,95 м.

У реки принимается отметка водопора одинаковой с ближайшей скважиной № 87.

1) На первом участке от реки до скважины № 87, подставив в уравнение (119) числовые значения букв, имеем:

$$(16,83 + 17,00)(117,22 - 117,05) = \\ = [(16,83 + 2,95) + (17,00 + z_{87})][(117,22 + z_{87}) - (117,05 + 2,95)].$$

Так как на данном участке водоупорное ложе принято горизонтальным, то написанное уравнение является аналогичным уравнению (105) для горизонтального пласта, и могло бы быть приведено к нему путем вычитания из отметок уровня воды отметки водопора.

Раскрывая скобки и произведя написанные действия, получаем квадратное уравнение:

$$z_{87}^2 + 34,02z_{87} - 107,75 = 0,$$

откуда, решая уравнение, находим:

$$z_{87} = -\frac{34}{2} + \sqrt{\left(\frac{34}{2}\right)^2 + 107,75} = 2,92.$$

2) Вычисление подпора в скважине № 88.

Для следующей пары скважин № 87 и 88 имеем уравнение:

$$(17,02 + 17,00)(117,45 - 117,22) = \\ = (17,02 + z_{88} + 17,00 + 2,92)[(117,45 + z_{88}) - (117,22 + 2,92)]$$

или, раскрыв скобки:

$$z_{88}^2 + 34,31z_{88} - 107,35 = 0.$$

Решая уравнение, получаем величину подпора:

$$z_{88} = -\frac{34,31}{2} + \sqrt{\left(\frac{34,31}{2}\right)^2 + 107,35} = 2,89.$$

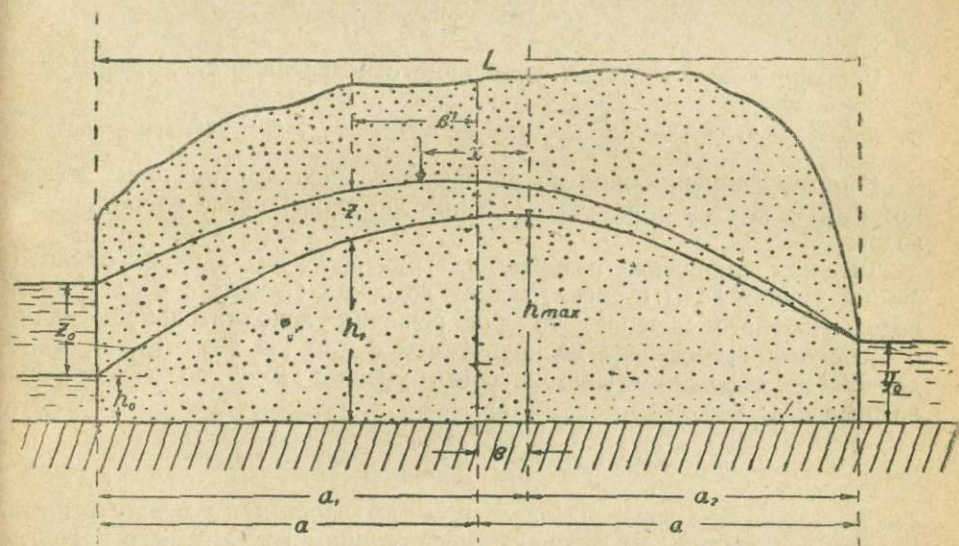
3) Подобно предыдущему вычислим и подпор в последней скважине № 84:

$$(12,98 + 17,02)(117,52 - 117,45) = [(12,98 + z_{84}) + (17,02 + 2,89) \cdot [(117,52 + z_{84}) - (117,45 + 2,89)],$$

откуда, решая уравнение, находим:  $z_{84} = 2,87$ .

### § 38. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ОБЛАСТИ ПИТАНИЯ

В изложенных выше решениях задачи о подпоре грунтовых вод расход грунтового потока принимался неизменным, что может быть допущено лишь тогда, когда подпор совсем не отражается на величине области питания потока или отражается незначительно.



Фиг. 55. Смещение водораздела грунтовых вод при подпоре.

Однако, в практике мы нередко встречаемся с случаями, когда область питания после подпора существенно изменяется, что особенно возможно ожидать в тех местах, где водораздел грунтовых вод проходит недалеко от берега водоема, подпирającego грунтовый поток, и где последний на всем протяжении от выхода и до водораздела находится в гидравлической связи с открытым водоемом (фиг. 55).

Для решения задачи в данном случае мы можем воспользоваться уравнением депрессионной кривой при учете инфильтрации. Имеем до подпора:

$$\frac{w}{k} = \frac{h_1^2 - h_p^2}{a - l},$$

где  $h_1$  есть уровень грунтовых вод в изучаемом пункте, например в буровой скважине;

$h_p$  — уровень воды в реке;

$l$  — расстояние от реки до буровой скважины;

$a$  — расстояние от реки до водораздела грунтовых вод;

$w$  — величина инфильтрации;

$k$  — коэффициент фильтрации.

После подъема уровня воды в реке на величину  $z_p$ , уровень воды в изучаемом пункте повысится на  $z_1$ .

При этом водораздел грунтовых вод сместится на величину  $x = a - a'$ .

Приняв это во внимание, мы для подпортой депрессионной кривой можем написать уравнение:

$$\frac{w}{k} = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2}{l(2a' - l)}.$$

Так как величина инфильтрации  $w$  и коэффициент  $k$  для однородного пласта не изменяются при подпоре, то мы можем приравнять правые части написанных выше уравнений:

$$\frac{h_1^2 - h_p^2}{l(2a - l)} = \frac{(h_1 + z_1)^2 - (h_p + z_p)^2}{l(2a' - l)}. \quad (121)$$

Сокращая на  $l$  и решая уравнение относительно  $z_1$ , находим:

$$z_1 = \sqrt{\frac{2a' - l}{2a - l} (h_1^2 - h_p^2) + (h_p + z_p)^2} - h_1. \quad (122)$$

В этом уравнении помимо неизвестного подпора грунтовых вод  $z_1$ , который требуется определить, неизвестно также новое расстояние до водораздела  $a'$ .

Так как положение водораздела грунтовых вод зависит от положения уровня воды в дренирующих водоемах (реках) с обеих сторон водораздельного массива, то для решения дополнительной задачи о смещении водораздела воспользуемся формулой (81) (§ 20), выведенной на основании сопоставления уровней воды по обе стороны водораздела:

$$b = \frac{(h_p^2 - y_p^2)k}{2Lw},$$

где  $b$  — смещение водораздела от середины расстояния между реками,  $h_p$  и  $y_p$  — уровни воды в реках по обе стороны дренируемого массива.

Напишем другое аналогичное предыдущему уравнение для расстояния водораздела грунтовых вод от середины после подпора:

$$b_1 = \frac{[(h_p + z_p)^2 - y_p^2]k}{2Lw}.$$

Расстояние  $b$  естественного водораздела грунтовых вод от середины междуречья можно определить непосредственно разведками, построив гидрогеологический профиль междуречья. В таком случае из двух написанных выше выражений для смещения водораздела от середины до и после подпора можно исключить величину  $\frac{k}{2Lw}$  и определить из обоих выражений  $b_1$ :

$$b_1 = b \cdot \frac{(h_p + z_p)^2 - y_p^2}{h_p^2 - y_p^2}. \quad (123)$$

Если же положение естественного водораздела грунтовых вод непосредственно определить не удастся по недостатку разведочных или наблюдательных скважин, то приближенно его расстояние от середины

междуречья можно вычислить по приведенным выше формулам, выяснив значения величин  $k$  и  $w$ . Точно так же может быть вычислено расстояние  $b_1$  после подпора.

Смещение водораздела  $x$  при подпоре относительно его естественного положения будет получено как разность смещений  $b$  и  $b_1$ :<sup>1)</sup>

$$x = b_1 - b. \quad (123)$$

Определив из последнего уравнения новое положение водораздела  $a' = a + x$  и поставив величину  $a'$  в уравнение (122), мы можем вычислить и новое положение уровня грунтовых вод в требуемом пункте.

Из рассмотренных уравнений, между прочим, можно вывести следующее заключение. Так как водораздел грунтовых вод смещается в ту сторону, где повышается уровень воды, то это *ведет к уменьшению площади питания грунтового потока и следовательно несколько уменьшает величину подпора по сравнению с тем, что было бы при постоянстве расхода грунтового потока.*

В некоторых частных случаях новое положение водораздела при подпоре возможно предугадать с некоторым приближением. Например, в приводимом здесь примере Замоскворечья после подпора уровень воды в реке по обе стороны луки устанавливается на одной высоте. Поэтому будущее положение водораздела грунтовых вод можно принять посредине луки.

В то же время современное положение водораздела определится непосредственно из гидрогеологического профиля.

Если имеется несколько буровых скважин, фиксирующих положение уровня грунтовых вод, то, определив сначала подпор в 1-й скважине, ближайшей к реке, по выведенным выше формулам, переходим к следующей 2-й скважине, пользуясь формулой:

$$\frac{h_2^2 - h_1^2}{(2a_2 - l_2)} = \frac{(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2}{(2a_2' - l_2)}, \quad (121a)$$

где  $z_2$  — неизвестный подпор во 2-й скважине;

$l_2$  — расстояние от 1-й до 2-й скважины;

$a_2$  — расстояние от 1-й скважины до водораздела;

$a_2'$  — то же после подпора.

В случае наклонного положения водоупорного ложа можно применить формулу (83), выведенную в § 21.

Уравнение для вычисления подпора грунтовых вод, основанное на этой формуле, примет вид:

$$\frac{(h_1 + h_2)(H_1 - H_2)}{(2a_2 - l_2)} = \frac{[(h_1 + z_1) + (h_2 + z_2)][(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)]}{(2a_2' - l_2)}, \quad (124)$$

где  $H_2$  — отметка уровня воды в начальном нижнем пункте, в реке или буровой скважине, где подпор  $z_2$  известен;

$H_1$  — отметка уровня воды в следующем выше лежащем пункте, где подпор  $z_1$  требуется определить;

$h_1$  и  $h_2$  — мощности водоносного пласта в тех же пунктах, остальные обозначения те же, что и в предыдущих формулах.

<sup>1</sup> Смещение водораздела вправо будем считать положительным, влево — отрицательным.

*Пример 1.* Для примера подсчета подпора по выведенным выше формулам воспользуемся данными створа буровых скважин, приведенными в § 36 (пример 2, фиг. 53) и разберем подсчеты для нескольких скважин, выполненные Н. А. Корчебоковым<sup>1)</sup>.

По депрессионной кривой на 10/XI 1933 г. при отметке уровня реки 117,05 за водораздел грунтовых вод может быть принята скважина № 416, имеющая наивысшую отметку уровня воды.

Расстояние от берега реки со стороны Дербеневской набережной до этого водораздела 2 170 м. После подпора уровня воды в реке с обеих сторон луки сравниваются, и водораздел грунтовых вод установится приблизительно в середине, т. е. на расстоянии 1 975 м от реки.

**Вычисление подпора в скважине № 87.** Применим для вычисления подпора в ближайшей к реке скважине № 87 формулу Кене (122), принимая основание пласта горизонтальным с отметкой 100,22 м, установленной скважиной № 87. Для вычисления имеем следующие данные:

расстоянию от реки до естественного водораздела грунтовых вод  $a_0 = 2\ 170$  м, то же расстояние после подпора  $a' = 1\ 975$  м; расстояние от реки до скважины № 87  $l = 45$  м, высота уровня грунтовых вод над основанием или мощность водоносного пласта в скважине № 87  $h_1 = 117,22 - 100,22 = 17,0$  м; то же у берега реки:  $h_p = 117,05 - 100,22 = 16,83$  м; подпор в реке:  $z_p = 120 - 117,05 = 2,95$  м.

Подставляя приведенные числовые значения букв в формулу (122), находим величину подпора в скважине № 87:

$$z_{87} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\ 975 - 45}{2 \cdot 2\ 170 - 45} (17^2 - 16,83^2) + (16,83 + 2,95)^2 - 17} = 2,91.$$

Абсолютная отметка подпертого уровня будет равна:

$$H_{87} = 117,22 + 2,91 = 120,03.$$

**Определение подпора в скважине № 88.** Для определения подпора в скважине № 88 следовало бы применить формулу (124), учитывающую наклон основания водоносного пласта, но ввиду незначительной величины этого наклона мы можем и здесь без значительной погрешности применить формулу (122) для горизонтального пласта. Сделаем вычисление по той и другой формуле.

По заданию имеем следующие числовые значения букв: расстояние до водораздела от скважины № 87, нижней по потоку до подпора:  $a = 2\ 170 - 45 = 2\ 125$  м; то же после подпора  $a' = 1\ 975 - 45 = 1\ 930$  м; мощность водоносного пласта в скважине № 87:  $h_2 = 17$  м; то же для скважины № 88:  $h_1 = 117,45 - 100,43 = 17,02$  м. Расстояние между скважинами  $l = 95$ ; известный подпор в скважине № 87, нижней по потоку  $z_2 = 2,91$  м.

Подставляя эти числовые данные в формулу, находим подпор  $z_1$ , в скважине № 88:

$$z_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\ 930 - 95}{2 \cdot 2\ 125 - 95} (17,02^2 - 17^2) + (17,02 + 2,91)^2 - 17,02} = 2,90 \text{ м.}$$

<sup>1)</sup> Более подробные сведения об этих подсчетах см. Н. А. Корчебоков «Опыт подсчета подпора грунтовых вод в приречной полосе р. Москвы».

Определим подпор в той же скважине № 88 с помощью формулы, учитывающей наклон основания пласта:

$$\frac{(h_1 + h_2)(H_1 - H_2)}{2a - l} = \frac{[(h_2 + z_2) + (h_1 + z_1)][(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)]}{2a' - l}$$

Для этого уравнения имеем дополнительно к числовым данным, использованным в предыдущем решении, величины отметок уровней грунтовых вод в скважине № 88  $H_1 = 117,45$  м и в скважине № 87  $H_2 = 117,22$  м.

Подставляя числовые данные в предыдущее уравнение, имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{(17,02 + 17,0)(117,45 - 117,22)}{2 \cdot 2125 - 95} = \\ & = \frac{[(17,02 + z_1) + (17,0 + 2,91)][(117,45 + z_1) - (117,22 + 2,91)]}{2 \cdot 1930 - 95} \end{aligned}$$

Решая это уравнение относительно  $z_1$ , находим:

$$z_1 = 2,86,$$

что дает отличие от вычисления по формуле (119) без учета смещения водораздела на 0,03 м.

**Подпор в скважине № 84.** Между скважинами № 88 и 84 водупорное ложе имеет значительный наклон, ввиду чего здесь необходимо применить формулу (124), для которой имеем следующие данные:

$$a = 2125 - 95 = 2030; \quad a' = 1930 - 95 = 1835 \text{ м}; \quad l = 115 \text{ м};$$

$$h_1 = h_{84} = 12,98 \text{ м}; \quad h_2 = h_{88} = 17,02 \text{ м}; \quad H_1 = H_{84} = 117,52 \text{ м};$$

$$H_2 = H_{88} = 117,45 \text{ м}; \quad z_2 = 2,86 \text{ м}.$$

Вычисление по уравнению (124) на основании приведенных числовых данных дает величину подпора в скважине № 84:

$$z_1 = z_{84} = 2,84.$$

**Подпор в скважинах № 114, 96, 117, 118, 119 и А.** Для остальных перечисленных скважин профили от скважины № 117 до скважины А применим то же уравнение (124), как и в предыдущих вычислениях. Не излагая всех вычислений для каждой пары скважин, приведем расчетные данные и результаты подсчета в нижеследующей таблице, куда включим и данные по первым трем скважинам, для которых вычисления были проделаны выше (табл. 12).

**Пример 2. Проверка расчета подпора грунтовых вод на основании наблюдений.** В процессе изучения режима грунтовых вод по Замошворецкому створу Н. А. Корчебокову удалось получить, помимо депрессионной кривой при отметке воды в реке Москвы 117,05, другую депрессионную кривую для зимы 1934 г.; когда вследствие спуска воды Перервинской плотиной, находящейся ниже г. Москвы, уровень воды в реке установился на отметке 114,90 м.

В верхнем бьефе Бабьегородской плотины в это же время уровень воды оставался тот же, как и летом.

Таким образом, получились данные о стоянии уровня грунтовых вод для двух разных уровней воды в реке. Этими данными Н. А. Корчебоков воспользовался для проверки степени точности описанных

Данные вычисления подпора грунтовых вод по формуле (124)

№ скважин	Расстоя- ние между скважи- нами $l$	Расстояние до водораздела		Мощ- ность водонос- ного пласта $h$	Отметка уровня воды $H$	Подпор $z_1$	Отметка уровня воды после подпора $H + z$
		до под- пора $a$	после подпора $a'$				
Река		2 170	1975	16,83	117,05	2,95	120,0
87	45	2 125	1930	17,00	117,22	2,91	120,13
88	95	2 030	1835	17,02	117,45	2,86	120,31
84	115	1 915	1720	12,98	117,52	2,84	120,36
114	135	1 780	1585	13,28	117,72	2,79	120,51
96	155	1 625	1430	13,56	118,42	2,60	121,02
117	240	1 385	1190	11,18	118,52	2,57	121,09
118	240	1 145	950	6,08	121,81	(1,55) <sup>1)</sup>	(123,36)
	345					1,47	123,28
119	370	800	605	8,64	124,17	1,75	124,92
A.		—	—	10,00	126,10	0,12	126,21

Таблица 13

Сравнительная таблица данных наблюдавшегося и вычисленного подпора по Замоскворецкому створу

№ скважин	Расстоя- ние от реки, $m$	Абсолютные отметки уровня грунтовых вод, наблюдавшиеся, $m$		Величина подпора, $m$		Расхо- дение с наблюда- вшейся, $m$	Расхо- ждение в %
		при отметке 114,90	при отметке 117,05	наблюдав- шаяся при отметке 117,05 $m$	вычи- сленная по фор- муле (124)		
Река	—	114,90	117,05	2,15	—	—	—
87	45	115,10	117,22	2,12	2,10	-0,02	- 1,0
88	140	115,42	117,45	2,03	2,03	0,00	0,0
84	255	115,48	117,52	2,04	2,01	-0,03	- 1,5
114	390	115,72	117,72	2,00	1,95	-0,05	- 2,6
96	546	116,68	118,42	1,74	1,72	-0,02	- 1,2
117	785	117,08	118,52	1,44	1,62	+0,18	+11,1
118	1 025	121,42	121,81	0,39	0,52	+0,13	+25,2

<sup>1)</sup> В скважине № 118 вычисленный подпор (1,55) дал отметку уровня воды 123,36  $m$  на 0,08  $m$  выше поверхности земли; поэтому подпор принят на эту величину меньший, т. е.  $1,55 - 0,08 = 1,47$ .

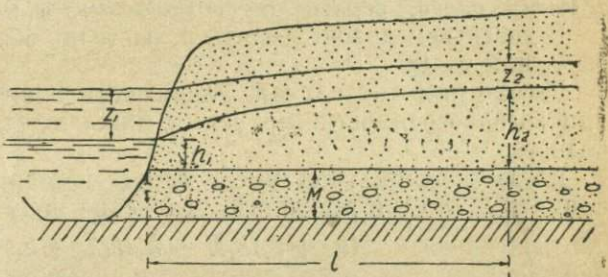
быше способов расчета подпора грунтовых вод, взяв за исходную депрессионную кривую при отметке 114,90 м и определив вычислением депрессионную кривую при отметке 117,05 м. Вычисление велось по формуле (124) с учетом смещения водораздела грунтовых вод и наклона основания водоносного пласта (табл. 13).

Сопоставление вычисленных и наблюдаемых величин подпора показывает близкую сходимость тех и других для пунктов на расстоянии от реки до 546 м, расхождение на указанном протяжении не превышает 5 см, а в процентах не более 2,6 от наблюдаемого подпора.

Для более удаленных пунктов, лежащих ближе к водоразделу, расхождение существенно возрастает в процентном отношении (до 25%), но остается по абсолютной величине все же небольшим. Для целей практики полученная точность является вполне достаточной. Вполне вероятным можно считать, что расхождение происходит за счет неустановившегося состояния уровня грунтовых вод на водоразделе, как наиболее удаленном участке от реки. В пользу этого предположения говорит характер отклонений вычисленных величин подпора: в более близком к реке участке отклонения отрицательные и малые по величине, а в удаленном от реки водораздельном участке — положительные.

### § 39. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД В НЕОДНОРОДНЫХ ПО ВОДОПРОВОДИМОСТИ ПЛАСТАХ

Выведенные в предыдущих параграфах формулы для определения подпора грунтовых вод в однородных пластах показывают, что величина подпора как бы не зависит от водопроницаемости пород, так как коэффициент фильтрации сокращается в рассмотренных случаях. Иначе получается, если мы будем учитывать переменность коэффициента фильтрации. Рассмотрим несколько задач по определению подпора грунтовых вод при неоднородном строении водоносного пласта.



Фиг. 56. Подпор грунтовых вод в слоистом пласте.

**Случай горизонтального пласта, состоящего из двух слоев разной водопроницаемости.** Для горизонтального водоносного пласта, состоящего из двух слоев, мы можем написать следующее уравнение грунтового потока до подпора:

$$ql = k_1 M (h_2 - h_1) + \frac{k_2}{2} (h_2^2 - h_1^2),$$

где  $h_2$  есть уровень воды в исследуемом пункте, считая от основания пласта (фиг. 56);

$h_1$  — уровень воды в реке или предыдущем (нижнем по потоку) наблюдательном пункте, где подпор уже определен;  
остальные обозначения известны из предыдущего изложения (§ 32):

$k_1$  — коэффициент фильтрации нижнего слоя;

$k_2$  — то же верхнего слоя;

$M$  — мощность нижнего слоя.

После подпора для того же потока, принимая его расход постоянным, напишем другое уравнение:

$$ql = k_1 M [(h_2 + z_2) - (h_1 + z_1)] + \frac{1}{2} k_2 [(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2].$$

Приравнивая правые части обоих уравнений, получаем:

$$k_1 M (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} k_2 (h_1^2 - h_2^2) = k_1 M [(h_2 + z_2) - (h_1 + z_1)] + \frac{1}{2} k_2 [(h_2 + z_2)^2 - (h_1 + z_1)^2]. \quad (125)$$

В полученном квадратном уравнении неизвестным является одно  $z_1$ , т. е. подпор в пункте 1, который легко вычислить, решив уравнение; при этом для упрощения лучше сначала решить уравнение относительно  $(h_2 + z_2)$  и затем вычислить и  $z_1$ .

Сравнивая последнее уравнение с подобным же уравнением (105) для однородного строения пласта, находим, что в отличие от последнего в данном уравнении присутствуют коэффициенты фильтрации водоносных слоев, тогда как в случае однородного пласта коэффициент фильтрации сокращается.

Следовательно, *при неоднородном строении водоносных пластов, величина подпора грунтовых вод зависит и от водопроницаемости отдельных слоев, вернее от соотношения величин водопроницаемости.*

В последнем можно убедиться, разделив обе части уравнения (125) на  $k_1$  или на  $k_2$ .

Рассмотрим два случая, уясняющих влияние соотношения величин водопроницаемости верхнего и нижнего слоев на распространение подпора.

Когда верхний слой имеет малую водопроницаемость, то можно принять  $k_2 = 0$ ; в результате уравнение примет вид:

$$(h_2 + z_2)k_1 M - k_1 M (h_2 + z_1) = 0$$

или

$$h_2 + z_2 = h_2 + z_1,$$

откуда имеем:

$$z_2 = z_1.$$

Этот вывод показывает, что при малой водопроницаемости верхнего слоя, в пределах которого помещается кривая депрессии, подпор распространяется, сохраняя свою полную величину. К такому же выводу мы приходим, исследуя случай подпора в напорном закрытом водоносном пласте.

Примеры определения подпора грунтовых вод для однородного строения водоносных толщ показывают, что *величина подпора тем больше, чем больше мощность водоносного пласта.*

Пользуясь этим соображением и основываясь на приведенных выше уравнениях, мы приходим к следующему заключению: 1) *в случае большей водопроницаемости нижней части водоносного пласта подпор*

будет иметь при прочих одинаковых условиях большую величину, чем при однородном строении всей толщи; 2) в случае же меньшей водопроницаемости нижней части пласта, наоборот, подпор будет иметь меньшую величину, чем при однородном строении всего пласта.

Приведенные теоретические выводы ясно показывают, насколько важно знать состав и водопроницаемость водоносных толщ при изучении вопроса о подпоре грунтовых вод, и при этом мало знать средний коэффициент фильтрации толщи, а надобно иметь ясное представление о строении водоносного пласта во всех его частях, в частности необходимо иметь данные послойного определения водопроницаемости в каждой буровой скважине.

**Определение подпора в случае наклонного неоднородного пласта.**  
В случае наклонного пласта, состоящего из двух слоев разной водопроницаемости имеем два уравнения депрессионной кривой до подпора и после подпора:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad q &= k_1 M \cdot \frac{H_2 - H_1}{l} + k_2 \frac{h_2 + h_1}{2} \cdot \frac{(H_2 - H_1)}{l}, \\ 2) \quad q &= k_1 M \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l} + \\ &+ k_2 \frac{(h_2 + z_2) + (h_1 + z_1)}{2} \frac{(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)}{l}, \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

где  $z_1$  есть заданный подпор в реке или в другом предшествующем нижнем наблюдательном пункте;

$z_2$  — неизвестный подпор в исследуемом пункте, остальные обозначения обычны.

Из этих двух уравнений имеем при постоянстве величин расхода  $q$ :

$$\begin{aligned} 2k_1 M (H_2 - H_1) + k_2 (h_2 + h_1) (H_2 - H_1) &= \\ = 2k_1 (h_1 + z_1) [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)] + \\ + k_2 [(h_2 + z_2) + (h_1 + z_1)] [(H_2 + z_2) - (H_1 + z_1)]. \end{aligned} \quad (127)$$

Последнее квадратное уравнение содержит лишь одно неизвестное  $z_2$ , которое легко определить, подставив числовые значения остальных известных величин. Уравнение это показывает, как и в других случаях неоднородного строения водоносных пород, что величина подпора зависит от водопроницаемости отдельных слоев.

Для более общего случая неоднородности, когда водоносный пласт состоит из нескольких слоев, изменяющихся в горизонтальном направлении, можно применить формулу (96), на основании которой имеем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad q &= \frac{K_1 M_1 + K_2 M_2}{2} \frac{(H_1 - H_2)}{l}, \\ 2) \quad q &= \frac{K'_1 (M_1 + z_1) + K'_2 (M_2 + z_2)}{2} \frac{(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)}{l}, \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

$K_1$  и  $K_2$  — средние коэффициенты фильтрации пластов до подпора,  $K'_1$  и  $K'_2$  — те же коэффициенты после подпора.

Для удобства решения величины произведений  $KM$  можно заменить

суммой произведений коэффициентов фильтраций  $k$  каждого слоя на мощность  $h$  этого слоя, согласно формуле (86) для величины среднего коэффициента фильтрации.

Сделав подстановки имеем:

$$1) \quad q = \frac{\sum_1 kh + \sum_2 kh}{2} \frac{H_1 - H_2}{l}; \quad (129)$$

$$2) \quad q = \frac{(\sum_1 kh + z_1 K_1') + (\sum_2 kh + K_2'' z_2)}{2} \frac{(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)}{l}. \quad (130)$$

Во втором уравнении  $K_1'$  обозначает величину коэффициента фильтрации того слоя или нескольких слоев, которые соответствуют величине  $z_1$  подъема уровня воды в первом сечении. Точно так же  $K_2''$  означает соответствующую величину для второго сечения.

Приравнявая правые части последних уравнений, мы получим одно квадратное уравнение, решив которое, можно определить величину подпора  $z_1$ :

$$(\sum_1 kh + \sum_2 kh) (H_1 - H_2) = [(\sum_1 kh + K_1 z_1) + (\sum_2 kh + K_2 z_2)] \times \\ \times [(H_1 + z_1) - (H_2 + z_2)]. \quad (131)$$

В том случае, когда при подпоре подъем уровня воды совершается в пределах двух или более слоев разной водопроницаемости, то величина  $K_1'$  как и  $z_1$  будет неизвестной. Для точного определения подпора  $z_1$  при этом придется применить повторные вычисления.

Для этого, задаваясь сначала предположительно величиной  $z_1$ , определяем средний коэффициент фильтрации  $K''_1$  и решаем уравнение (131).

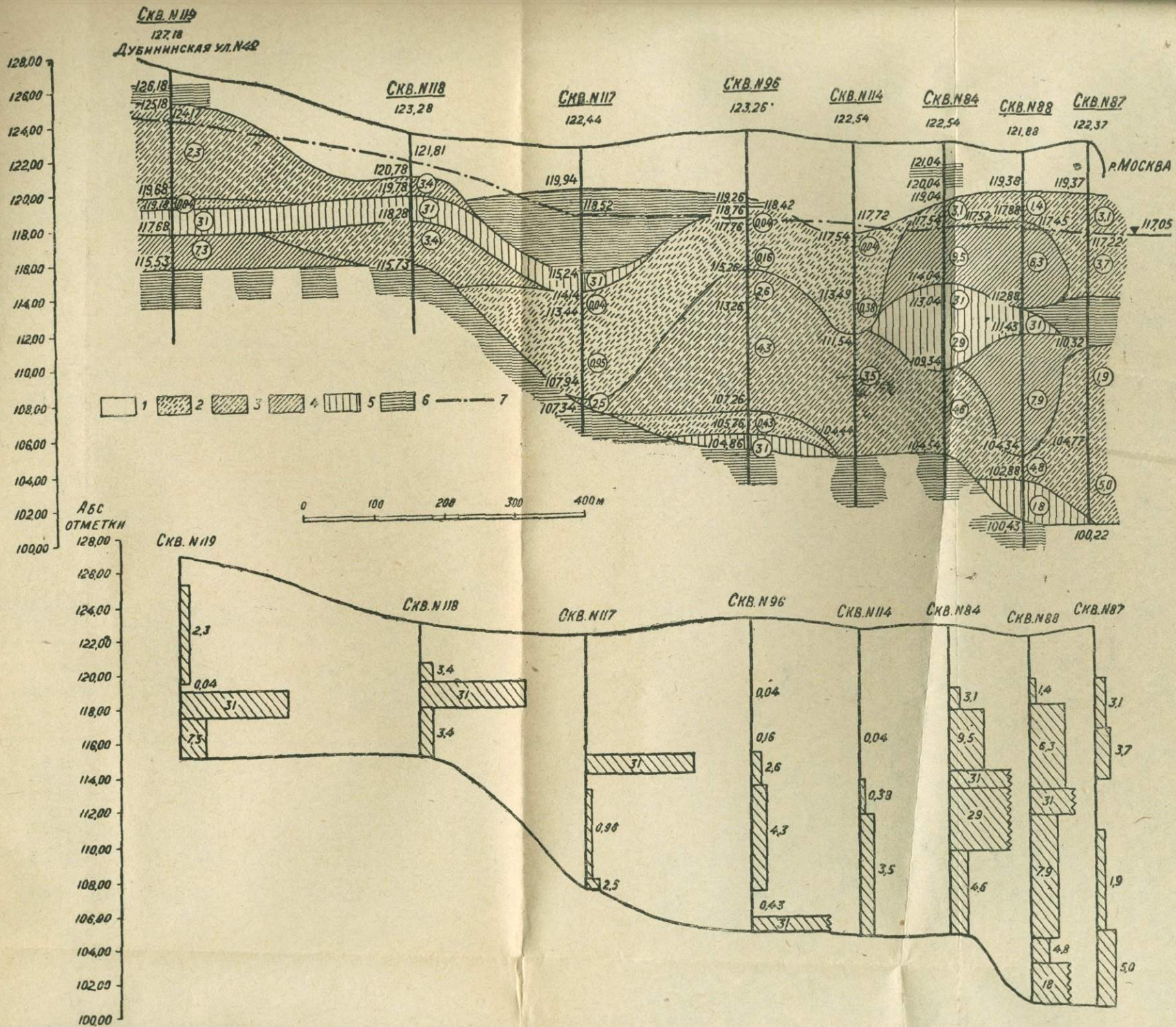
На основании полученного решения уточняем величину  $K_1''$  и снова повторяем вычисления.

В случае, если над уровнем грунтовых вод в исследуемом пункте лежит достаточно мощная однородная толща, величина  $K_1''$  сразу определяется точно, как величина коэффициента фильтрации этой толщи, и решение уравнения (131) прямо дает искомую величину подпора.

**Пример. Определение подпора грунтовых вод по Замоскворецкому створу с учетом неоднородности толщи водоносного пласта.** Для описанного ранее Замоскворецкого створа на участке от реки до скважины № 119 грунты были подвергнуты по каждой скважине послойному лабораторному исследованию на водопроницаемость путем механического анализа и определения в трубке. Данные этих исследований представлены в виде профиля водопроводимости (фиг. 57) и эпюр водопроводимости (фиг. 57а), на которых для каждого слоя приведены численные величины коэффициентов фильтрации (цифры в кружках — на профиле водопроводимости, и цифры сбоку — эпюр водопроводимости).

Воспользуемся для подсчета подпора грунтовых вод по данным упомянутых выше профиля и эпюр водопроводимости формулой (131).

Приведем полностью расчет подпора для скважин № 88, исходя из известного по другим вычислениям подпора в скважине № 87.



Фиг. 57. Профиль (I) и эпюры (II) водопроницаемости четвертичных отложений по правобережью р. Москвы в районе Дербеневской набережной.

1 — насыпной грунт, 2 — водопроницаемость меньше 1 м/сутки, 3 — водопроницаемость 1—5 м/сутки, 4 — водопроницаемость 5—10 м/сутки, 5 — водопроницаемость более 10 м/сутки  
6 — водонепроницаемые породы, 7 — уровень грунтовых вод.

По условиям задачи имеем следующие расчетные данные:

1) для скважины № 88 верхней по потоку:

$$H_1 = 117,45,$$

$$\sum_1 kh = 6,3 \cdot 4,75 + 31 \cdot 1,45 + 7,9 \cdot 7,09 + 4,8 \cdot 1,46 + 18 \cdot 2,45 = 180,5.$$

Средний коэффициент фильтрации для слоев, находящихся в пределах подпора

$$K_1 = \frac{1,0 \cdot 1,0 + 1,4 \cdot 1,5 + 6,3 \cdot 0,4}{2,9} = 1,9.$$

В последней формуле величина знаменателя 2,9 взята из прежних вычислений по формулам для однородного пласта, как предположительная величина подпора.

2) Для скважины № 87 нижней по потоку:

$$H_2 = 117,25; \quad z_2 = 2,91;$$

$$\sum_2 kh = 3,1 \cdot 0,85 + 3,7 \cdot 3,0 + 1,9 \cdot 5,85 + 5,0 \cdot 4,55 = 47,64;$$

$$K_2 z_2 = 3,1 \cdot 2,15 + 1,0 \cdot 0,76 = 2,54.$$

В предыдущей формуле произведение  $K_2 z_2$  мы заменяем через сумму произведений коэффициентов фильтрации на мощности тех слоев, которые дополнительно насыщаются водой при подпоре и суммарная мощность которых равна величине этого подпора  $z_2 = 2,91$ .

Подставляем расчетные данные в уравнение (131):

$$(180,5 + 47,64) (117,45 - 117,25) = [(180,5 + 1,9z_1) + (47,64 + 2,54)] [(117,45 + z_1) - (117,25 + 2,91)].$$

После приведения имеем:

$$1,9z_1^2 + 230,67z_1 - 684,35 = 0.$$

Таблица 14

Расчетные данные по определению подпора грунтовых вод с учетом неоднородности состава водоносных толщ

№ скважин	Абс. отметка уровня вод $H$	Сумма произведений коэффициента фильтрации на мощность слоев $\sum kh$	Средний коэффициент фильтрации слоев в пределах подпора $K$	Подпор $z$
87	117,25	47,64	2,54	2,91
88	117,45	180,7	1,90	2,90
84	117,52	193,2	2,70	2,89
114	117,72	25,8	0,04	2,87
96	118,42	60,0	0,70	2,86
117	118,52	41,0	0,50	2,81
118	121,81	59,63	1,00	(2,68) <sup>1)</sup>
				1,47
119	124,1	72,5	1,00	1,42

1) Заболочивание.

Решая это квадратное уравнение, находим:

$$z_1 = 2,89.$$

Для остальных скважин, не излагая деталей расчета, приведем сводную таблицу расчетных данных, из которой мы видим, что величина подпора, вычисленная при учете изменений водопроницаемости водоносных грунтов, получается несколько большей, чем в предыдущих определениях (§ 37, 38), где водоносные пласты предполагались однородными.

Это находится в полном соответствии с выводами, приведенными выше, так как верхние слои в данном случае обладают меньшей водопроницаемостью.

## ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

### § 40. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О ДВИЖЕНИИ ВОДЫ В ПОРАХ ГРУНТА

В предыдущей главе, изучая движение воды в водоносных пластах, мы имели дело со скоростью фильтрации, характеризующей непосредственно лишь объемное количество протекающей в пласте воды, но не дающей величин пространственного передвижения и *действительных скоростей* подземной воды.

Для последней цели служит опытное исследование направления и скорости движения подземных вод. Главнейшим средством для этого являются так называемые *индикаторы*, т. е. *вещества, вводимые в водоносный пласт с целью наблюдения за передвижением в этом пласте воды.*

Прежде чем перейти к описанию опытной методики, остановимся кратко на теоретическом освещении вопроса о передвижении воды в порах грунта, о действительных скоростях движения подземных вод и о соотношении их со скоростью фильтрации.

Как мы видели в первой части курса, согласно теоретическим исследованиям ряда ученых (Слихтера, Форхгеймера, Козени, Павловского), *фильтрация воды в порах грунта может рассматриваться как струйчатое движение, аналогичное ламинарному движению воды в капиллярных трубках.*

Картина этого движения по данным гидромеханики может быть охарактеризована следующим образом. Непосредственно на стенках пор частицы воды могут считаться неподвижными, как прилипшие к стенкам пор.

Следующий слой частиц в своем движении испытывает сопротивление со стороны неподвижных частиц воды, так как между ними развиваются силы трения. Такое же трение развивается и в других последовательных слоях частиц. При таком движении скорость будет возрастать постепенно по мере удаления от стенок поры к середине и максимальной величины достигнет на оси поры.

Для уяснения описываемого механизма движения приведем схему простого случая ламинарного движения жидкости в простой цилиндрической трубке. По этой схеме жидкость, заключенная в трубке, разделена на ряд цилиндрических слоев, скорость передвижения которых возрастает от периферии к центру.

В результате получается так называемое телескопическое движение.

Для выражения величины скорости  $u_r$  на каком-либо расстоянии  $r$  от оси трубки имеем формулу (см. Н. Н. Павловский, «Гидравлика», ч. 1, 1928, стр. 251):

$$u_r = \frac{\Delta l}{4\eta} (r_0^2 - r^2), \quad (132)$$

где  $\Delta$  — плотность жидкости;  
 $\eta$  — коэффициент вязкости;

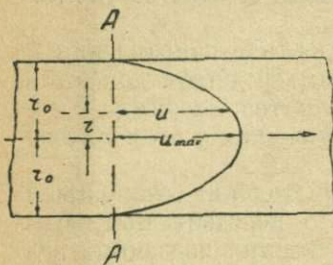
$l$  — напорный градиент;

$r_0$  — радиус трубки;

$r$  — расстояние от оси трубки до рассматриваемой струи со скоростью  $u_r$ .

Находя значение скоростей для разных расстояний по оси трубки и откладывая их от сечения  $A-A$  (фиг. 58), получим кривую распределения скоростей; легко видеть, что эта кривая есть парабола, ось которой служит ось трубки.

В естественном грунте, ввиду неправильности пор, истинная картина движения воды должна иметь гораздо более сложный вид, но некоторые основные положения, вытекающие из закона ламинарного движения, применимы и здесь, а именно: 1) истинная скорость различных струек воды в пределах поперечного сечения поры неодинакова, 2) скорость эта возрастает по мере удаления от стенок пор к середине, 3) скорость при ламинарном движении пропорциональна квадрату диаметра пор и первой степени напорного градиента.



Фиг. 58. Распределение скоростей при ламинарном движении.

Рассматривая движение воды в толще грунта в целом, мы должны отметить, что скорость будет в различных порах различна в зависимости от колебания размера пор: *наибольшей величины она будет достигать в наиболее крупных порах.*

Из всего сказанного для освещения вопроса о применении индикаторов к изучению движения подземных вод можно сделать следующий вывод: если мы введем в водоносный слой раствор индикатора и получим в месте ввода на первый момент равномерное его распределение в поперечном сечении потока, то в дальнейшем вследствие телескопического ламинарного движения воды *ближайшие к середине струйки воды с индикатором будут выдвигаться вперед, а струйки у стенок пор будут отставать. Наибольшей скоростью будут обладать осевые струйки в более крупных порах.* В результате такого движения в контрольных пунктах ниже по потоку сначала появятся содержащие индикатор струйки с максимальной скоростью, что будет при наблюдении отмечено первым появлением индикатора; затем постепенно будут прибывать новые струйки с новыми порциями индикатора, что обнаружится постепенным возрастанием содержания индикатора в контрольных пунктах.

Содержание индикатора достигает в известный момент максимума и затем снова понижается, приближаясь весьма медленно к нулю или к величине, отвечающей естественному содержанию индикатора в воде.

Если при этом изобразить графически изменение концентрации индикатора в контрольной выработке, то получится асимметричный график, характерный для ламинарного движения подземных вод, идущего по закону Дарси (см. фиг. 59).

Надо указать, что некоторые авторы, как например Принц, в процессе передвижения индикатора усматривают лишь влияние диффузии, что, конечно, не может служить основой для правильного представления о ходе индикатора.

Описанное гидромеханическое представление, однако, еще не дает полного отражения действительного процесса передвижения индикатора в порах грунта, так как этот процесс осложняется рядом трудно поддающихся учету явлений: 1) растеканием индикатора, вследствие разветвления струек по разным порам, 2) диффузией раствора, 3) влиянием изменения удельного веса воды при вводе некоторых индикаторов, как например поваренной соли.

Несмотря на перечисленные осложнения основные особенности хода индикатора, отмеченные выше, могут считаться правильно намеченными и подтверждаются опытными данными, как это будет видно из дальнейшего изложения.

В соответствии с описанным выше процессом ламинарного движения воды в порах грунта мы можем заключить, что здесь не приходится говорить просто о какой-то одной скорости подземных вод, так как даже в пределах одной и той же поры различные струи движутся с различной скоростью; тем более это различие должно наблюдаться в порах разной величины, особенно при неоднородном строении грунта. Прежде всего мы можем констатировать максимальную скорость, соответствующую осевым струйкам в наиболее крупных порах и определяемую по моменту первого появления индикатора в контрольной выработке.

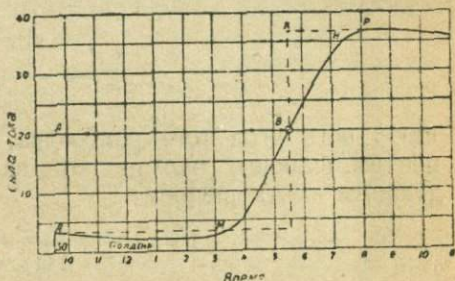
Помимо максимальной скорости на практике важно знать среднюю скорость движения воды в порах.

Для установления понятия о последней воспользуемся тем же определением, какое в гидравлике дается для открытых каналов и труб, где средняя скорость определяется, как величина, получаемая от деления расхода потока на площадь живого сечения. Таким живым сечением в фильтрационном потоке является площадь пор  $f$ , равная произведению общей площади поперечного сечения  $\omega$  на коэффициент пористости:

$$f = \omega p. \quad (133)$$

Следовательно, средняя скорость движения воды в порах, согласно приведенному выше определению, выразится следующей формулой:

$$u = \frac{Q}{\omega p}. \quad (134)$$



Фиг. 59. График изменения концентрации индикатора в наблюдательной скважине при измерении скорости движения грунтовых вод.

Сопоставляя данную формулу с аналогичным выражением для величины скорости фильтрации:

$$v = \frac{Q}{\omega},$$

получаем следующее соотношение между обеими скоростями:

$$\frac{v}{u} = p, \text{ или } v = pu.$$

Некоторые авторы принимают другие значения для площади живого сечения при фильтрации и выводят иное выражение для соотношения между скоростью в порах и скоростью фильтрации. Так, например, Слехтер, исследуя геометрически процесс фильтрации в порах грунта, сложенного из шарообразных частиц, пришел к следующему соотношению между названными выше скоростями:

$$\frac{v}{u} = \frac{\sin \delta - \frac{\pi}{4}}{\sin \delta}, \quad (135)$$

где  $\delta$  есть угол того ромбоэдра, в вершинах которого расположены центры шаровых частиц. Эта величина связана с пористостью следующим соотношением:

$$p = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \delta \sqrt{1 + 2 \cos \delta})}. \quad (136)$$

В зависимости от изменения формы расположения частиц величина  $\delta$  изменяется в пределах от  $60^\circ$ , при наиболее плотном расположении (по тетраэдру) и до  $90^\circ$  — при наиболее рыхлом (по кубу). Для средней величины  $\delta = 70^\circ$ , соответствующей пористости  $p = 0,39$ , имеем:

$$\frac{v}{u} = \frac{\sin \delta - \frac{\pi}{4}}{\sin \delta} = 0,17.$$

Из этого примера мы видим, что соотношение между  $v$  и  $u$ , выведенное Слехтером, значительно отличается от простой пористости.

Другие авторы (А. Ф. Лебедев, Н. Н. Биндеман, Н. М. Победоносцев) полагают, что часть воды, соответствующая максимальной молекулярной влагоемкости, не участвует в общем фильтрационном движении и может считаться неподвижной, а фильтрует лишь вода, занимающая часть пор; эта часть пор называется *активной пористостью*, величина которой тождественна водоотдаче, т. е. равна разности между полной пористостью и молекулярной влагоемкостью.

Следует указать, однако, что понятие активной пористости далеко еще не выявлено. Поэтому для практических целей следует пользоваться обычно величиной пористости, что согласуется также и с принятым нами определением понятия средней скорости.

Упомянутые авторы оставляют понятие о действительной скорости в порах неопределенным; четкого различия средней и максимальной

скорости они не дают. Знание той и другой составляет наиболее полную скоростную характеристику потока. Средняя скорость позволяет перейти к расходу потока, а максимальная скорость характеризует пространственные передвижения подземной воды, а также явления суффозии.

В случае большой неоднородности грунта для более полной скоростной характеристики движения подземных вод необходимо иметь полностью все данные опыта, всю кривую хода индикатора от появления его до полного исчезновения.

С точки зрения интерпретации опытов с индикаторами существенным является вопрос о соотношении между максимальной и средней скоростями. Из гидравлики известно, что для правильных цилиндрических труб при ламинарном движении отношении максимальной скорости к средней равно двум (см. Н. Н. Павловский, «Гидравлика», ч. 1, стр. 251). Для пористых грунтов вопрос об указанном соотношении остается не освещенным. Для первого приближения можно принять его равным двум. Такую же величину дают некоторые опыты.

Изложенное выше относилось к ламинарному движению. Вполне естественно ожидать других соотношений при развитии в подземном потоке турбулентного режима. Согласно современной теории турбулентного движения у стенок канала или трубки образуется ламинарный слой, в котором вода обладает струйчатым движением; к середине же канала или трубки жидкость движется турбулентным потоком. Распределение скоростей в поперечном сечении при этом имеет совсем иной вид, чем при ламинарном движении. Около стенок трубы в пределах ламинарного слоя скорость с удалением от стенок постепенно возрастает от нуля до некоторого значения. В пределах турбулентного ядра скорость по всему сечению остается почти одинаковой, лишь немного увеличиваясь к оси трубки.

Некоторое подобие описанного мы можем предполагать и в крупных пустотах и трещинах при развитии в них турбулентного движения. Первым следствием распределения скоростей при турбулентном движении является совсем иное, чем при ламинарном режиме, соотношение между максимальной и средней скоростями, величины которых при этом значительно сближаются. В зависимости от этого должен получиться и другой характер хода индикатора. Форхгеймер указывает, что в случае ламинарного движения при определении скорости подземных вод с помощью раствора поваренной соли в контрольном колодце содержание соли в воде сначала быстро возрастает до максимума, а затем происходит медленное понижение. Если же господствующим движением оказывается турбулентное, то содержание соли после достижения максимума понижается так же быстро, как оно перед тем возрастало. Графическое изображение в первом случае даст асимметричный график хода индикатора, а во втором — симметричный.

В заключение следует сказать, что высказанные здесь мысли являются в значительной мере выводом из теоретических представлений и требуют еще экспериментальной проработки, но в качестве первоначального освещения явлений эти мысли могут быть полезны при опытах по изучению скоростей движения подземных вод; они должны содействовать более сознательному отношению к постановке опытов и более обоснованному их толкованию.

## § 41. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПОТОКА ПО КАРТЕ ГИДРОИЗОГИПС И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ СКОРОСТИ

Участок, на котором намечается постановка опытных работ по определению действительных скоростей подземных вод, должен быть предварительно подвергнут тщательному гидрогеологическому изучению. В результате последнего должно получиться достаточно полное представление о геологическом строении и составе водоносных толщ, о характере и степени водопроницаемости пород, об их физико-химических свойствах, о гидродинамических элементах подземного потока, пьезометрическом напоре и уклоне. Эти данные являются совершенно необходимыми для правильной постановки опытов и для правильного выбора методики и индикаторов.

Особенное значение, в случае более или менее широкого развития опытов, имеет карта гидроизогипс, которая сама по себе является основным средством для определения направления потока подземных вод, а при достаточно точном определении водопроницаемости водоносных пород карта гидроизогипс дает возможность предварительно теоретически подсчитать величину скорости подземного потока.

Мы не будем здесь останавливаться на приемах составления карт гидроизогипс, с чем можно достаточно полно познакомиться в курсах гидрогеологии. Построив карту гидроизогипс, можно в любом пункте определять общее направление подземного потока, которое будет определяться линиями, нормальными к гидроизогипсам.

Определив направление потока и зная из предварительного исследования величину водопроницаемости пород, можно, как уже было отмечено, попытаться теоретически вычислить скорость движения подземных вод. Для этого по карте гидроизогипс надо определить величину пьезометрического уклона  $I$ , равного высотному интервалу  $\delta H$  между гидроизогипсами, разделенному на расстояние  $s$  между ними:

$$I = \frac{\delta H}{s}.$$

Подставив полученное значение  $I$ , а также величину коэффициента фильтрации  $k$  в формулу Дарси, вычислим скорость фильтрации:

$$v = kI,$$

от которой можно перейти к средней действительной скорости потока по формуле  $u = \frac{v}{p}$ , где  $p$  есть коэффициент пористости.

По приведенному способу может быть получена средняя скорость для всего пласта, если в формулу при определении  $v$  будет подставлен средний коэффициент фильтрации водоносного пласта или же будет получена средняя скорость для какого-нибудь отдельного слоя, если будет взята величина коэффициента фильтрации этого слоя.

Для перехода от средней скорости к максимальной можно воспользоваться приблизительным соотношением первой ко второй, как 1 : 2.

Пользуясь изложенными выше формулами, мы могли бы решить обратную задачу: определить по действительной скорости величину водопроницаемости пласта. На основании формулы Дарси имеем:

$$k = \frac{u_1 p}{I_1}.$$

Разделив обе части этого уравнения на  $p$  и обозначив  $\frac{k}{p}$  через  $k_0$ , получим:

$$k_0 = \frac{u_1}{I_2}.$$

Величина  $k_0$  в последней формуле называется *коэффициентом скорости движения* подземных вод.

Зная  $k_0$ , мы можем определить для данного пласта скорость потока  $u$  для любого значения уклона  $I$ :

$$u = k_0 I.$$

## § 42. ИНДИКАТОРЫ И ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К НИМ ТРЕБОВАНИЯ

Ознакомившись с гидрогеологическими условиями потока подземных вод, для которых предпринимаются опытные работы по определению действительной скорости, можно приступить к выбору методики и индикаторов.

К числу наиболее известных в гидрогеологической практике индикаторов относятся следующие:

1. *Красящие вещества*, придающие воде характерную окраску и распознаваемые по цвету.
2. *Хлористые соли*, легко растворимые в воде, определяемые путем химического анализа: хлористый натрий, хлористый кальций.
3. Соли, присутствие которых в воде сильно повышает ее электропроводимость, что позволяет распознать их электрическим способом Сликтера.
4. Соли лития, которые могут быть обнаружены спектральным анализом.

Кроме того, в некоторых случаях, особенно для трещинных и карстовых вод, рекомендуются следующие более редкие индикаторы: 1) вещества, способные передвигаться с водой во взвешенном состоянии и открываемые с помощью микроскопа, как например крахмал, мука; 2) дрожжевой грибок и некоторые бактерии: *Bacillus prodigiosus*, *B. subtilis*, *Mycoderma aceti*.

При выборе тех или иных веществ для употребления их в качестве индикаторов необходимо принимать во внимание следующие требования, которым они должны удовлетворять:

- 1) они не должны отфильтровываться или осаждаться в порах водоносной породы,
- 2) должны быть легко и быстро обнаруживаемы: они не должны присутствовать в естественных исследуемых водах;
- 3) не должны разлагаться или терять своих характерных физических и химических свойств под влиянием веществ, с которыми им приходится соприкасаться в водоносном слое.

Выбор того или иного индикатора зависит от условий и свойств испытуемого подземного потока, а также от цели исследования. В случае, например, *сильно засоленных грунтовых вод хлориды не применимы и возможно лишь пользование красками*. В случае пресных вод наиболее применимы хлориды, которые позволяют доводить опыты

по изучению подземных потоков до большей точности. Когда требуется, например, определение относительного количества воды, переходящего из одного горизонта или участка в другой, то наилучшие результаты дают хлориды.

Для прослеживания течения в отложениях, не обладающих сплошной водопроницаемостью, когда пути движения воды не ясны, как например в трещиноватых породах или в оползневых толщах, лучше всех других индикаторов обычно является флюоресцеин.

### § 43. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД С ПОМОЩЬЮ ПОВАРЕННОЙ СОЛИ

Применение поваренной соли для измерения скорости подземных вод является одним из старейших способов, введенным в практику еще А. Тимом в восьмидесятых годах прошлого столетия [25].

Для применения способа поваренной соли необходимы в простейшем случае два колодца или две буровых скважины, расположенные по направлению потока, которое определяется предварительно по карте гидронизогипс или по трем скважинам.

В случае достаточно густой сети наблюдательных скважин или колодцев направление потока может быть определено опытным путем по непосредственному наблюдению за направлением передвижения индикатора.

Расстояние от центральной выработки, т. е. колодца или скважины, в которую вводится индикатор, до контрольной выработки, где индикатор наблюдается, выбирается в зависимости от степени водопроницаемости водоносного пласта и уклона или скорости потока. Обычно это расстояние принимается равным нескольким метрам; для песчаных пород не более 3—5 м, а для грубообломочных и трещиноватых может быть увеличено в случае нужды до десятка метров и более.

Через верхний колодец (считая по течению) в водоносный пласт вводится раствор поваренной соли. Отмечается время вливания. После этого из нижнего колодца периодически берутся пробы воды, в которых при помощи титрования азотнокислым серебром определяется содержание хлора. Эти определения дают в начале, пока еще не пришел введенный раствор соли, нормальное для испытуемого водоносного пласта содержание в воде хлора, а затем, когда соль достигнет нижнего колодца, будет отмечаться постепенно повышающееся содержание хлора, доходящее до некоторого максимума, а затем опять падение. Согласно Тиму, разработавшему этот метод, промежуток времени между указанным максимумом содержания хлора и моментом введения раствора в верхний колодец является временем, требующимся для прохождения раствора от верхнего колодца до нижнего. Разделив на это время расстояние между колодцами, Тим вычислял скорость движения грунтовой воды.

Слихтер возражает против определения скорости по наивысшей точке графика хода концентрации соли и предлагает вместо этого брать время «до точки перегиба», т. е. среднюю точку между первым появлением соли и максимумом. Слихтер считает, что закругленные части кривой *M* и *N* (фиг. 59) обязаны своим происхождением диффузии, впоследствии он, однако, высказывает другие соображения по

этому вопросу. Ниже данный вопрос будет нами рассмотрен более подробно (см. § 44).

Описываемый способ осложняется иногда тем, что определение содержания хлора в воде нижнего колодца дает не один максимум, а несколько. Явление это объясняется прежде всего неоднородностью строения водоносной толщи и существованием более проницаемых прослоек гравия и галечника, в которых вода передвигается со скоростью, гораздо большей, чем средняя для всего водоносного горизонта. Ввиду подобного рода явлений по способу поваренной соли, как и с другими индикаторами, для водоносных пластов неоднородного строения можно получить преувеличенные результаты измерения скорости, особенно если относиться к получаемым данным без достаточного анализа.

На основании указанных осложнений Принц признал способ поваренной соли мало пригодным для практики. Между тем в ряде случаев А. Тим и другие исследователи получали с помощью поваренной соли весьма ценные для практики результаты. Следует сказать, что неудачные видимые результаты опытов с поваренной солью, равно как и с другими индикаторами, могут получиться также вследствие неправильного их толкования, а также по причине малой теоретической изученности описываемых способов.

Некоторые исследователи высказывают опасение, что при введении крепкого раствора поваренной соли в водоносный пласт этот раствор, вследствие его большой плотности, опускается вниз до основания пласта. Поэтому они считают, что способом поваренной соли хорошо работают лишь при небольшой глубине водопроницаемого слоя.

Надо заметить, что данное опасение является в значительной мере *теоретическим*, так как на опытах такое погружение вниз раствора солевого индикатора не было констатировано.

#### § 44. ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ СЛИХТЕРА

Способ Сликтера, иначе называемый электролитическим, основан на том, что вода при введении в нее в качестве индикатора электролита, как например хлористого натрия или хлористого аммония, повышает свою электропроводность. В то же время известно, что пресная вода обладает очень слабой электропроводностью. Можно считать, что электропроводность прямо пропорциональна концентрации растворенных в воде электролитов и степени их диссоциации.

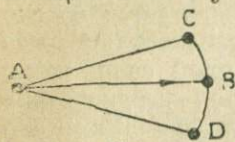
Поэтому, введя через верхнюю (считая по потоку) скважину в грунтовую воду какой-нибудь хороший электролит и установив в нижней скважине электроды для измерения сопротивления или силы тока, мы можем, не производя отбора проб воды и химического анализа, почти автоматически наблюдать первое появление индикатора и следить непрерывно за его ходом.

Благодаря этому способ Сликтера обладает в известных условиях несомненными преимуществами, в смысле удобства наблюдений и точности, сравнительно со способом поваренной соли и красящими индикаторами. Надо при этом отметить, что применение его возможно лишь в пресных подземных водах, так как соленые и вообще сильно минерализованные воды уже в естественном состоянии обладают высокой электропроводностью и добавочное введение электро-

лита в этом случае становится неощутительным для электроизмерительных приборов.

Для производства опытов по электролитическому способу Сликхтер применял следующую аппаратуру.

В водоносный пласт закладываются несколько скважин, оканчивающихся внизу сетчатыми фильтрами. Скважины располагаются в таком порядке, что две из них — верхняя *A* и нижняя *C* — находились по возможности на линии движения грунтовых вод (фиг. 60). По сторонам от скважины *C* закладываются еще две скважины *B* и *D*; при этом расстояние их от средней скважины *C* берется таким, чтобы углы *BAC* и *BAD* не превышали  $30^\circ$ . Расстояние от верхней скважины до нижних берется в зависимости от глубины скважин.



Фиг. 60. Схема расположения скважин при определении скорости движения грунтовых вод.

Таблица 15

Глубина скважин, м	Расстояния <i>AC</i> , <i>AB</i> и <i>AD</i> , м	Расстояния <i>BD</i> и <i>CB</i> , м
8—10	1,2	0,60
около 20	1,8	0,75
более 20	2,5	1,20

Надо заметить, что указанные расстояния могут изменяться также в зависимости от состава водоносных пород.

Порядок расположения скважин может видоизменяться. Например, при достаточной уверенности в направлении течения подземной воды можно было бы в случае необходимости ограничиться только одной средней *B*.

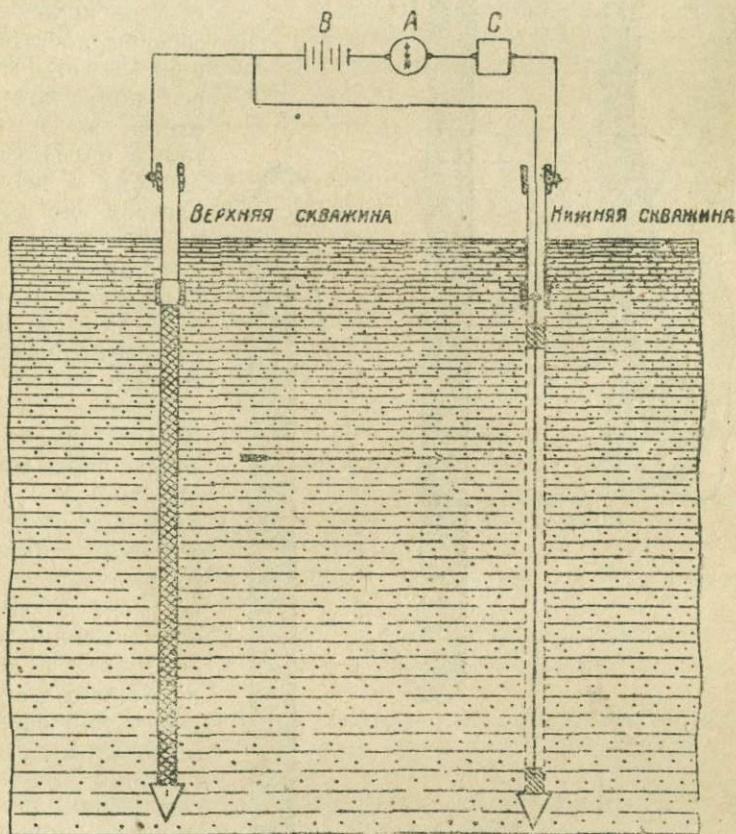
В каждую из нижних наблюдательных скважин устанавливается в пределах водоносного пласта электрод, устроенный из латунного никелированного стержня, толщиной около 1 см и длиной 1—1,5 м (фиг. 61). От обсадных труб электрод изолируется эбонитовыми пробками (фиг. 62).

Электрод может быть составлен по предложению Сликхтера из нескольких кусков проволоки, тщательно изолированных друг от друга и имеющих каждый свои провода, выходящие наружу; такой электрод позволяет, по указанию Сликхтера, определять скорости движения подземных вод на разных глубинах (надо отметить, что опыты такого рода совсем еще не известны в литературе). Как к электроду, так и к обсадным трубам припаяны клеммы, посредством которых к ним присоединяются электрические провода; при помощи последних электрод и обсадная труба присоединяются к полосам батареи, составляемой обычно из нескольких сухих элементов.

В качестве электролита Сликхтер на основании ряда лабораторных и полевых опытов избрал среди многих испробованных им солей *хлористый аммоний (нашатырь)*. Последний показал ряд положительных качеств, требуемых от индикатора и электролита: 1) он легко растворяется в воде, 2) не вступает в химическую реакцию ни с веществами,

содержащимися в воде, ни слагающими водоносные пласты породами; 3) хлористый аммоний обладает очень малым коэффициентом диффузии, 4) раствор его сообщает воде высокую электропроводность.

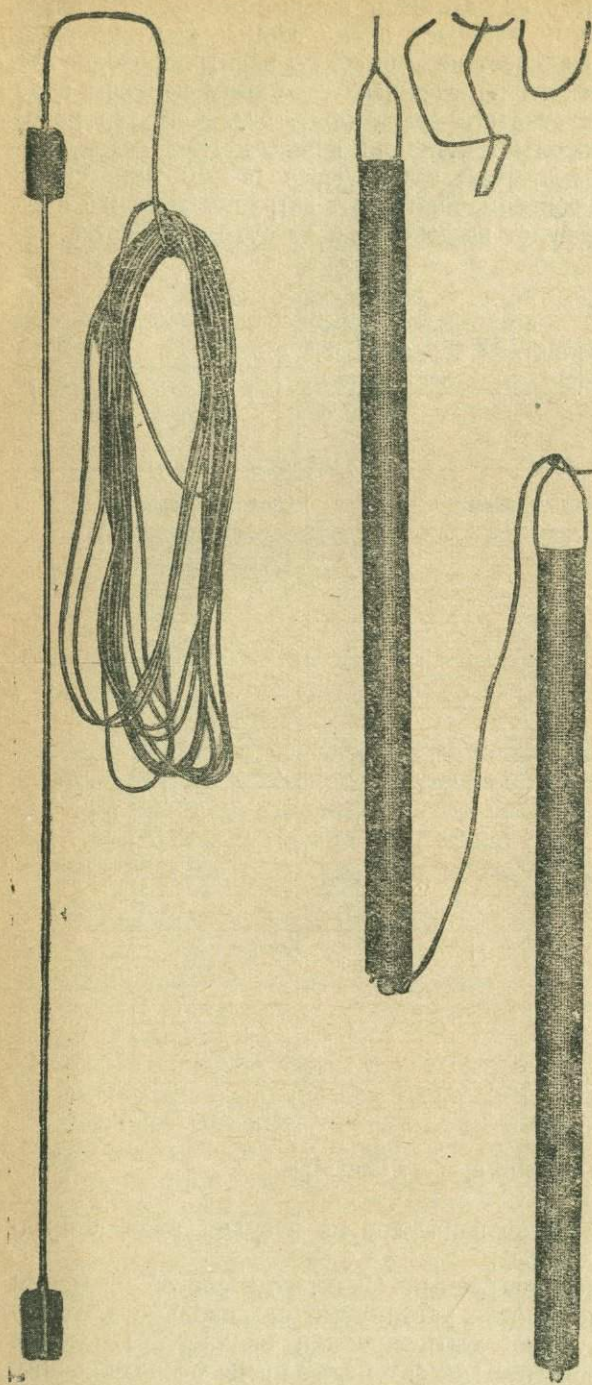
Хлористый аммоний вводится в верхнюю скважину в сухом виде при помощи латунного решетчатого ведра (фиг. 62). Слихтер рекомендует вводить его в несколько приемов: сначала 1—2 ведра, емкостью каждые по 800 г вещества, затем через 15—20 мин. снова 1—2 ведра и далее, таким образом, повторяют загрузку теми же порциями до тех пор, пока не будет введено 4—5 кг сухого вещества.



Фиг. 61. Схема прибора Слихтера.

Некоторые авторы запускают нашатырь не в сухом виде, а предварительно растворив его в воде.

Надо отметить, что рекомендуемый Слихтером способ введения электролита отдельными порциями, растянутый на довольно длительный период времени, не может быть признан вполне правильным с методической точки зрения, так как затемняет процесс продвижения электролита через контрольную скважину, тогда как при пуске электролита в один прием картина этого процесса должна быть более четкой.



Фиг. 62. Электрод и латунные ведра к прибору Слехтера.

Вместе с пуском электролита начинают наблюдения в контрольных нижних скважинах. Для этого через провода внутренний электрод присоединяется к одному полюсу батареи, а обсадная труба — к другому. В составленную, таким образом, электрическую цепь периодически через коммутатор включается амперметр, которым определяется сила тока в цепи. Пока раствор не дойдет до контрольной скважины, амперметр будет показывать одну и ту же величину; при первом же появлении электролита в контрольной скважине амперметр покажет резкое повышение силы тока, обусловленное увеличением электропроводности воды. Далее сила тока будет возрастать по мере продвижения новых порций электролита, пока не дойдет до некоторого максимума, после чего снова будет понижаться, весьма постепенно приближаясь к первоначальному значению. Причем, как уже отмечалось выше, уменьшение силы тока после перехода через максимум обыкновенно происходит значительно медленнее, чем первоначальное повышение при подходе к максимуму. Для наглядности показания амперметра изображают графически, откидывая по

горизонтальной оси координат время, а по вертикальной — силу тока (фиг. 63).

При описанном выше способе составления электрической цепи ток проходит лишь через воду в пределах одной скважины от стенок трубы к электроду; поэтому этим способом движение подземной воды обнаруживается лишь тогда, когда раствор электролита достигнет нижней скважины.

Электрическая цепь, по предложению Сливтера, может быть составлена другим способом, путем соединения с полюсами батареи обсадных труб верхней и нижней скважины. Тогда ток пойдет непосредственно через водоносный пласт, и движение подземной воды может быть, по мнению Сливтера, прослежено с самого момента пуска электролита. Однако, необходимо отметить, что в этом случае момент прихода раствора к нижней скважине не выделяется так отчетливо, как в первом случае.

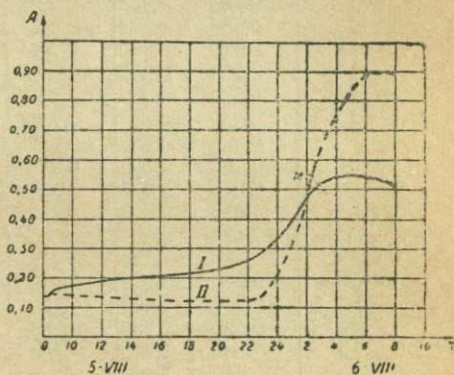
Поэтому Сливтер считает наилучшим соединением комбинацию из обоих рассмотренных способов. Для этого обсадная труба нижней скважины соединяется с одним полюсом батареи. Между ними включается амперметр. К другому же полюсу одновременно присоединяются обсадная труба верхней скважины и электрод, опущенный в нижнюю. Для определения силы тока может служить обыкновенный достаточно чувствительный амперметр или миллиамперметр, включаемый наблюдателем. Более удобным является применявшееся Сливтером самопишущее приспособление с коммутаторными часами, дающими контакт через определенные промежутки времени (в опытах Сливтера через 5 мин.).

Для иллюстрации приведем данные опытов Сливтера по определению скорости движения подземных вод на р. Сан-Габриель в Калифорнии.

В табл. 16 дается запись наблюдения по амперметру, а на фиг. 63 графическое изображение тех же наблюдений.

Из приведенных опытных данных видно, что момент появления электролита в нижней скважине обнаруживается вполне отчетливо; далее амперметр показывает постепенное, неуклонное возрастание содержания электролита до некоторого максимального значения, после чего снова отмечается падение по мере того, как главные порции электролита пройдут далее за наблюдательную скважину.

В описанном способе, как мы видим, применяется постоянный ток, под влиянием которого может создаваться поляризация электродов, затемняющая истинную картину хода электролита и приводящая к погрешностям. Во избежание этого вместо постоянного тока можно пользоваться переменным, для чего в цепь вводится небольшая спираль Румкорфа (зуммер) и вместо амперметра включается мостик



Фиг. 63. Кривые изменения силы тока в наблюдательной скважине (по Сливтеру).

A — сила тока в амперах; T — время в часах.

Время час./мин.	Скважина В		Скважина С		Скважина D		Примечания <sup>2)</sup>	
	Обсад- ные трубы	Элек- трод	Обсад- ные трубы	Элек- трод	Обсад- ные трубы	Элек- трод		
5/VIII								
8 —	0,140	0,360	0,142	0,332	0,150	0,390		
8.15	—	—	—	—	—	—	1NaCl	2NH <sub>4</sub> Cl 1NH <sub>4</sub> Cl
8.30	0,160	—	0,163	—	0,170	—		
9 —	0,168	—	0,170	—	0,180	—	1NaCl	
10 —	0,180	0,360	0,182	0,330	0,192	0,390		1NH <sub>4</sub> Cl
11.40	0,192	0,345	0,195	0,325	0,202	0,380		
— 23	0,202	0,340	0,202	0,320	0,210	0,370		1NH <sub>4</sub> Cl
— 14	0,205	0,345	0,204	0,340	0,210	0,370		
— 15	0,208	0,342	0,205	0,320	0,210	0,360	1NaCl	
— 16	0,210	0,350	0,205	0,320	0,210	0,370		
— 17	0,218	0,330	0,210	0,310	0,212	0,360		1NH <sub>4</sub> Cl
— 18	0,225	0,330	0,210	0,310	0,218	0,360		
— 19	0,230	0,330	0,218	0,310	0,220	0,360		
— 20	0,240	0,330	0,222	0,310	0,223	0,350	1NaCl	
— 21	0,250	0,330	0,222	0,320	0,225	0,352		
22.30	0,275	0,340	0,225	0,315	0,225	0,360		
24 —	0,350	0,600	0,230	0,310	0,230	0,340		1NH <sub>4</sub> Cl
6. VIII	0,420	0,850	0,240	0,310	0,230	0,340		
2.30	0,510	1,550	0,240	0,310	0,230	0,340		
4.15	0,560	2,000	0,240	0,310	0,230	0,340		
5.30	0,550	2,200	0,230	0,310	0,230	0,330		
7.45	0,520	2,250	0,230	0,310	0,225	0,330		
8.15	—	2,250	—	—	—	—		
9 —	—	2,200	—	—	—	—		

сопротивлений (Кольрауша или другой). При такой системе регистрируется уже не сила тока, а сопротивление цепи.

Чтобы перейти от получаемых при этом данных к графику хода концентраций электролита, необходимо вычислить величины, обратные сопротивлениям, замеренным по мостику:

$$A = \frac{1}{\Omega}.$$

При этом получаются величины, прямо пропорциональные концентрации электролита; по ним может быть построен график, подобный приведенному выше.

Пользуясь переменным током, можно достигнуть большей точности сравнительно с обычным способом Слехтера.

В наблюдениях за ходом электролита важное значение имеет первый момент появления электролита в нижней скважине, а также его дальнейший ход до достижения максимума.

Время, протекающее от первого появления электролита до максимума, колеблется в зависимости от скорости движения подземных вод: по Слехтеру от нескольких минут до нескольких часов (в приведенном примере около 5 час.).

<sup>1)</sup> Цифры приведены в амперах.

<sup>2)</sup> Формула  $2\text{NH}_4\text{Cl}$  означает, что в верхнюю скважину были введены два латунных сетчатых ведерка напатыря и соответствующее данной строке время. В каждом ведре содержится около 800 г электролита.

Некоторые исследователи (например Принц, а в начале и Сликхтер) полагали, что отмеченная постепенность появления раствора в нижней скважине обуславливается лишь диффузией. Последующие опыты, однако, «выяснили», как отмечает Сликхтер, — «что диффузия играет здесь самую ничтожную роль. Главной причиной этого является то обстоятельство, что центральная часть струйки воды в капиллярных каналах почвы движется быстрее, чем часть ее, прилегающая к стенкам этих же каналов».

Сликхтер, однако, не дает дальнейшего развития высказанной мысли о существовании различных скоростей подземной воды в порах грунта; по получаемым опытным данным он определяет лишь одну скорость; при этом, как уже указывалось в § 43, время, потребное для прохождения раствора, он определяет по «точке перегиба» (точка *M* на фиг. 63). Напомним, что Тим и другие немецкие исследователи определяют скорость по максимуму содержания раствора в нижней контрольной выработке.

Приведенные способы определения расчетного времени из опытов с индикаторами, однако, не удовлетворяют некоторых исследователей. П. И. Бутов справедливо отмечает, что данный вопрос «следует подвергнуть пересмотру» [30]. По его мнению ввиду неясности этого вопроса в настоящее время «следует из осторожности принимать начальный момент прихода индикатора в нижнюю скважину в случае определения максимального расхода (решение вопроса о притоке в подземные выработки) и момент прохождения максимальной интенсивности для минимального расхода (при решении вопроса водоснабжения)». Такой же точки зрения придерживается и Н. К. Тихомиров [23].

Нами, согласно изложенным в § 41 соображениям, предлагается определять две скорости: максимальную, характеризующую движение осевых струек воды в наиболее крупных порах, и среднюю скорость, характеризующую суммарный эффект движения воды в пласте и, следовательно, расход фильтрационного потока.

Опыты показывают, что момент прихода в нижнюю скважину первой порции индикатора, движущейся с максимальной скоростью, обнаруживается вполне отчетливо. Для индикатора с слабым коэффициентом диффузии мы с полным основанием можем принять этот момент за исходный для определения максимальной скорости. Что же касается средней скорости, то вопрос о ее точном определении по ходу индикатора до сих пор является не вполне выясненным.

Некоторые данные в этом отношении мы получили из лабораторных опытов, проведенных в гидрогеологической лаборатории МГРИ.

Эти опыты показали, что если принять для расчета средней скорости живое сечение равным полной площади пор, то средняя скорость определится временем прохождения максимума концентрации в контрольной выработке.

В некоторых случаях, однако, не удастся так просто подойти к определению средней скорости, например, когда получается несколько максимумов на кривой хода индикатора. В таких случаях необходимо давать более полную характеристику движения подземной воды и надо стремиться довести опыты до наибольшего завершения и не прекращать наблюдения сейчас же, как только концентрация индикатора перейдет через максимум.

В заключение отметим некоторые выводы, которые вытекают из вышеизложенного о методике проведения опытов по способу Слихтера.

1. *Введение индикатора должно производиться в минимально короткий срок, а не растянуто на ряд приемов*, как это, например, рекомендует Слихтер, так как концентрированная загрузка индикатора обеспечивает более правильный ход концентрации индикатора к нижней наблюдательной скважине и значительно облегчает интерпретацию опытных данных.

2. *Более рациональным следует считать составление электрической цепи из электрода, воды в нижней скважине и обсадных труб последней.* Такое соединение дает возможность наиболее точно установить момент первого появления индикатора и, следовательно, максимальную скорость, а также в последующем движении раствора не затемняет его переход через наблюдательную скважину. Комбинированное соединение по второму способу Слихтера следует считать менее рациональным. Соединение же электрической цепью обсадных труб верхней и нижней скважин можно допускать лишь отдельно в перерывы наблюдений по нижней скважине. Это полезно для наблюдения за первоначальным периодом движения подземной воды, пока раствор не дошел еще до нижней скважины.

3. Чтобы полней охарактеризовать исследуемый подземный поток, *надо добиваться возможно более частых наблюдений за индикатором, стремясь к непрерывной записи.* Наблюдения не следует прекращать вскоре после перехода раствора индикатора через максимум, а продолжать их далее некоторое время, чтобы убедиться, что нет нового подъема концентрации индикатора.

4. Необходимо с возможной полнотой при производстве опытов фиксировать естественное состояние потока, уклон поверхности грунтовых вод, геологический состав водоносной толщи, водопроницаемость и пористость пород.

## § 45. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ И СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД С ПОМОЩЬЮ ФЛЮОРЕСЦЕНЦИ И ДРУГИХ КРАСЯЩИХ ИНДИКАТОРОВ

В качестве красящих индикаторов наиболее известным и употребительным является *флюоресцин*, а также некоторые другие органические краски, обладающие флюоресценцией: *эозин*, *флюорантрон*. Последняя краска предложена недавно Н. К. Тихомировым для замены дорогого флюоресцина. Упомянутые краски пригодны лишь в щелочных и нейтральных водах.

Для кислых вод могут быть рекомендованы основные краски: *метиленовая синька*, *анилиновая синяя*. Некоторые авторы рекомендуют фуксин, который, однако, ввиду слабой растворимости и поглощаемости глиной оказывается мало пригодным в качестве индикатора.

Вышеназванные краски, применяемые для щелочных вод, растворяются в щелочи; другие же краски, применяемые в кислых водах, растворяются в слабой кислоте (уксусной и др.).

Рассмотрим подробнее применение флюоресцина.

*Флюоресцин* в порошке имеет цвет от красноватого до темно-коричневого. Раствор флюоресцина обладает прекрасной *желто-*

*зеленой флюоресценцией: в проходящем свете он желтый, в отраженном — зеленый.* Благодаря этому свойству флюоресценции может быть открыт при очень сильно разбавленных растворах. Невооруженным глазом его присутствие в воде обнаруживается при содержании *одной части в 40 млн. частей раствора, а с помощью флюорескопа его предельная видимость в зависимости от качества продукта определяется содержанием от 1 части в 500 млн. частей воды до 1 части в 10 000 млн.*

Перед употреблением флюоресценции растворяется в двойном или тройном количестве щелочи, например в аммиаке.

Раствор краски вводится в водоносный пласт обычно через буровую скважину или колодец. В некоторых случаях краска загружается в поглощающие выработки, в карстовые воронки и, наконец, прямо с поверхности в почву, когда это потребуются условиями опыта. В последних случаях краска просто вливается в назначенное место, в случае же буровых скважин она погружается туда обычно при помощи бутылки, которая разбивается затем желонкой. Н. К. Тихомировым с этой целью были предложены очень удобные приборы: один — в виде открытого цилиндра с донышком, опускаемого на шнурке; другой — в виде цилиндра без дна, но с загнутыми снизу краями, на которых может с помощью вазелина укрепляться легкий жестяной диск, служащий временно дном и при погружении легко выталкиваемый снизу водой (фиг. 64). Второй прибор признается автором наиболее удачным и на практике показал хорошие результаты.

Пущенную в воду краску следует при помощи того же прибора тщательно размешать во всей выработке.

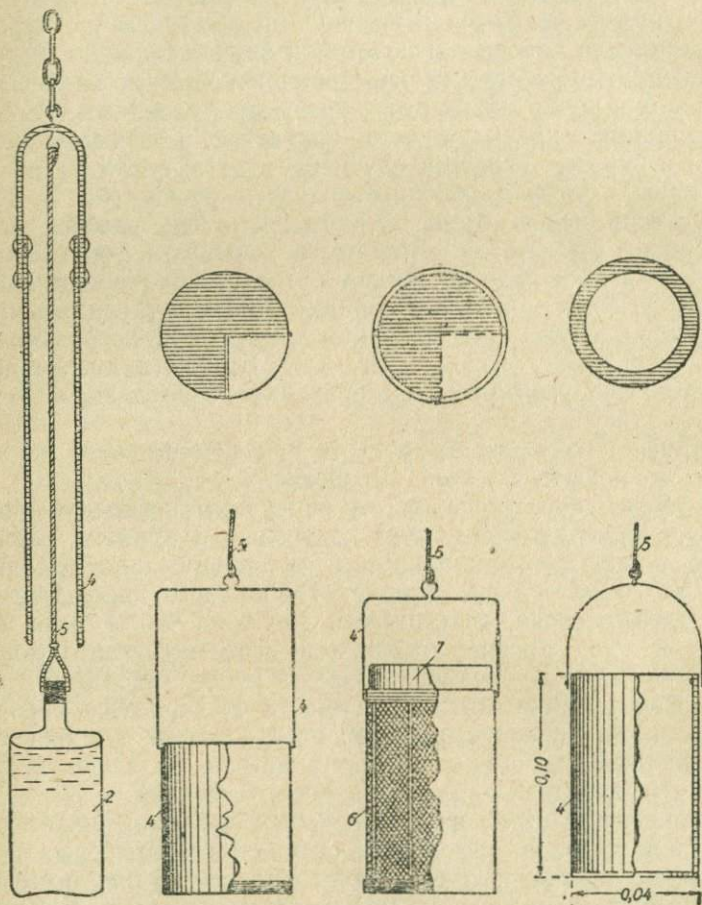
После пуска флюоресценции организуется периодический отбор образцов из наблюдательных или контрольных пунктов, располагающихся по концентрическим кругам, последовательно удаляющимся от места, где была пущена краска. Из каждого колодца в течение того или другого срока, достаточного для того, чтобы было отмечено появление и уход краски, отбирается соответствующее количество образцов в бутылки. Промежутки времени между отдельными пробами бывают весьма различными в зависимости от характера пород и расстояния до контрольных выработок: от 5—20 мин. для близких расстояний, не превышающих нескольких метров, до 1 час. и даже нескольких часов и дней — для больших расстояний.

Для извлечения проб из контрольных скважин может служить обыкновенная желонка или другие специальные приборы.

Для обнаружения в пробах воды краски лучше всего пользоваться флюороскопом, который может служить и для приблизительного определения степени окраски. Флюороскоп состоит из ряда длинных стеклянных трубок, обязательно белого стекла, длиной 50—100 см. Каждая трубка закрыта снизу резиновой пробкой, зачерненной порошком графита или тушью. Флюоресценция обнаруживается, если глядеть вдоль оси трубки, по появлению зеленой флюоресценции, проектируемой на черную поверхность пробки. Флюоресценция значительно отличается от естественного цвета воды, но неопытными наблюдателями иногда смешивается с последним. Для удобства трубки устанавливаются в особом штативе в виде узкого ящика с перегородками между отдельными трубками и с одной задней стенкой. Стенка эта с внутренней стороны и перегородки окрашиваются в белый цвет

эмалевой краской. Спереди ящик остается открытым. Нечетные гнезда для трубок занимаются трубками с растворами краски разных определенных концентраций, например:  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{50}$ ,  $\frac{1}{100}$ ,  $\frac{1}{500}$ ,  $\frac{1}{1000}$ ,  $\frac{1}{5000}$ ,  $\frac{1}{10000}$ ,  $\frac{1}{50000}$ ,  $\frac{1}{100000}$  и т. д., принимая за единицу окраску воды в выработке тотчас после запуска.

Проба воды, взятая из контрольного пункта, переливается в одну из пустых трубок флюороскопа, которая наполняется до высоты, равной высоте столба стандартных растворов.



Фиг. 64. Приборы для загрузки флюоресценна (по Тихомирову).

Устанавливая трубку с пробой в пустых гнездах (четных) между стандартами, определяют степень окраски пробы, рассматривая ее сверху вниз. Таким путем посредством ряда последовательных проб можно установить момент появления краски и постепенный ее ход через контрольные пункты, на основании чего можно составить график хода индикатора, откладывая на горизонтальной оси время, а на вертикальной концентрацию в каком-нибудь масштабе.

Количество краски, требуемое для опыта, различно в зависимости от ряда условий: расстояния, водопроницаемости и других

свойств водоносной породы, скорости движения воды, расхода источников или колодцев, свойств воды и т. д.

Н. К. Тихомиров для ориентировочного определения требуемого количества различных красок дает следующую таблицу:

Таблица 17

Название краски	Количество краски в сухой навески на каждые 10 м длины пути (I) для пород			
	глинистых	песчаных	трещиноватых	закарстованных
Флюоресцеин . . . . .	от—до 5—20	от—до 2—10	от—до 2—20	от—до 2—10
Флюорантрон . . . . .	5—20	2—10	2—20	2—10
Эозин . . . . .	5—20	2—10	2—20	2—10
Эритрозин . . . . .	10—40	10—30	10—40	10—40
Красная конго . . . . .	20—80	20—60	20—80	20—80
Метиленовая синька . . . . .	20—80	20—60	20—80	20—80
Анилиновая голубая . . . . .	20—80	20—60	20—80	20—80
Понсо красная 2 R . . . . .	10—40	10—30	10—40	10—40

С увеличением длины пути сверх 100 м количество краски увеличивается в 2—4 раза.

Приведенные цифры по сравнению с опытными данными большинства авторов являются несколько преуменьшенными, о чем можно судить по приводимым ниже результатам опытов с флюоресцеином.

По Мартелю (Martel) количество краски вычисляется по формуле:  $M = al$  (138), где  $M$  — количество краски в кг,  $a$  — количество протекающей воды (по источникам) в  $m^3$  в секунду,  $l$  — расстояние между местом ввода краски и пунктом наблюдения.

Для суждения о потребных количествах флюоресцеина важно учитывать также его стойкость, действие на него тех веществ, с которыми он приходит в соприкосновение во время опытов. Опыты показали, что флюоресцеин способен перемещаться под землей на значительные расстояния, не теряя своей окраски. При прохождении через гравий, песок, известняки, песчаник, глину он не теряет своих свойств и не поглощается ими, но обесцвечивается торфянистыми почвами и в присутствии свободных кислот, за исключением углекислоты; большое количество в воде известковых веществ, особенно карбонатов, также до некоторой степени ослабляет окраску. Флюоресцеин поглощается также деревом, поэтому колодцы с деревянным креплением непригодны для опытов с ним.

Для иллюстрации описанной способности флюоресцеина интересные данные дают опыты Trillat (табл. 18).

Скорость движения подземной воды по определению флюоресцеином получается как частное от деления расстояния  $L$ , пройденного краской, на время  $T$  от момента ввода краски до появления ее в контрольной выработке или до прохождения максимума окраски. В пер-

вом случае будет получена максимальная скорость, во втором — скорость, более близкая к средней:

$$u = \frac{L}{T}. \quad (139)$$

Таблица 18

Название породы	Содержание органических веществ, %	Содержание глинозема, %	Изменения раствора флюоресценна
Известняк . . . . .	0,00	6,09	Никакого изменения
Песок . . . . .	4,56	0,00	Почти никакого изменения
Глина . . . . .	7,96	7,20	То же
Торф . . . . .	49,07	35,00	Совершенно обесцвечивает
Навоз . . . . .	—	—	Никакого изменения

Купше-де-ла-Форе (Le Couprey de la Forest) показал, что полученные по формуле (139) результаты могут оказаться не совсем верными, если местом ввода индикатора будет не непосредственно водоносный пласт, а поверхность земли, так как в последнем случае время  $T$  будет складываться из промежутка времени  $t_1$ , которое потребуется для того, чтобы краска протекла в измеряемый подземный поток, и из времени  $t_2$ , потребного на прохождение исследуемого подземного пути до контрольного пункта. Следовательно, истинная скорость получится из формулы:

$$u_0 = \frac{L}{t_2} = \frac{L}{T - t_1}. \quad (140)$$

Разность между скоростью, вычисленной по формуле (139), и истинной, равна:

$$u_0 - u = \frac{L}{T - t_1} - \frac{L}{T} = \frac{L t_1}{T t_2} = \frac{L}{\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right) t_2}.$$

Полученное выражение показывает, что величина разности между истинной и наблюдаемой скоростью, т. е. величина ошибки измерения тем больше, чем больше время  $t_1$ , потребное для просачивания индикатора до водоносного пласта по отношению к времени хода индикатора в самом водоносном пласте.

Приведенные теоретические соображения о скоростях иллюстрируются отчасти таблицей 19 опытных данных, составленных Купше-де-ла-Форе <sup>1)</sup>.

Опыты с флюоресцином производились в различных местностях в большом числе и доставили много ценных фактических данных о естественной динамике подземных вод.

<sup>1)</sup> Цитируется по книге Принц «Гидрогеология».

Место запуска индикатора	Пройденный путь, м	Характер горной породы	Количество протекающей воды, л/сек	Скорость, м/сутки
Водопроницаемая почва . . . . .	6 000—8 400	Рыхлый известняк	20	4 224—6 168
Поглощающая яма . . . . .	1 250	Известняк с пустотами	300—400	24 000
Водопроницаемая почва . . . . .	4 750—6 006	Известняк с трещинами	7—8	1 028—1 992

В большом масштабе опыты производились во Франции. Посредством флюоресцеина там прослеживалось движение воды в разнообразных породах: в известняках, песчаниках, травертинах. В некоторых случаях флюоресцеин проходил поразительно длинные расстояния.

Скорости движения подземных вод, определенные опытами с флюоресцеином, достигают больших величин. Доль (Dole) приводит результаты опыта, показавшего скорость движения воды в кавернозных известняках 1 006,5 м/час.

Слихтер приводит случаи, когда опыты с флюоресцеином приводили к весьма важным результатам. Так, Кош установил при помощи флюоресцеина подземное соединение между бассейном Рейна и Дунаем, часть вод которого уходит при Зигмарингене в трещины юрского известняка.

Флюоресцеином часто пользуются при исследовании условий загрязнения подземных вод. Об этом мы находим указания в книге Слихтера, который сообщает о случае, когда с помощью флюоресцеина был обнаружен «исходный пункт загрязнения целого ряда источников — фабрика в расстоянии 5 миль от них».

Флюоресцеин применялся при изысканиях источников ключевой воды на Силлурийском плато к югу от Ленинграда, при этом была определена скорость движения подземной воды в трещиноватых глинистых известняках силлура от 21,3 до 25,6 м/час.

Осложнения в опытах с окрашиванием могут происходить от того, что не только скорость, но и направление течения подземной воды может сильно меняться в зависимости от количества атмосферных осадков и других факторов. «Дальнейшие причины ошибок, свойственных способу окрашивания, следует искать во встречающихся в каналах препятствиях, в неправильностях пути. Красящее вещество может задерживаться в углублениях канала, в боковых извилинах и т. д.» (Принц). Из приведенных выше примеров видно, что флюоресцеин применялся по преимуществу в более сильно проницаемых породах, например в трещиноватых и кавернозных известняках, и основной целью было установить не величину скорости, а главным образом выяснить связь между теми или иными пунктами или участками, чаще в целях определения санитарной надежности источников или с целью отыскания источников загрязнения. Этим объясняются и большие расстояния, применявшиеся в описанных выше опытах.

Применение же флюоресцеина для специального определения скорости грунтового потока в песчаных слоях при малых величинах скоростей в литературе мало известно, но можно считать, что при достаточно тщательной постановке опытов и с флюоресцеином и некоторыми другими красками (эозин) при определении концентраций краски флюороскопом и другими способами можно достигнуть вполне удовлетворительных результатов. В случаях сильной минерализации воды, флюоресцеин может заменить более точный способ Сликтера, неприменимый в минерализованных водах.

Известны также случаи применения флюоресцеина и других красок в нефтяном деле при наблюдении за подземными водами, обводняющими нефтеносные пласты, о чем мы находим интересные сведения в книге Амброза [17], в которой сообщается ряд примеров из американской практики. Для нефтяных вод краски являются основным индикатором, так как вследствие высокой солености этих вод хлориды для них неприменимы.

У Принца есть указания на случаи, когда повторные опыты с окрашиванием подземных вод давали различные результаты. Такого рода опыты были произведены над Падерскими источниками. Эти опыты показали, что на одном и том же участке скорость движения подземной воды сильно колеблется, что видно из нижеследующей таблицы:

Таблица 20

Опыты с окрашиванием на Падерских источниках по Штилле

Место окраски	Время	Красящее вещество	Количество, м	Подземный путь, м	Время, час.	Скорость, м/сутки
Выше Даля . . . . .	1/VI 1897	Кали уранин	1,5	9 000	32	6 750
Ниже " . . . . .	3/VI 1897	" "	1,5	6 600	21	7 900
То же . . . . .	11/VIII 1897	" "	2,0	6 900	60,5	2 750
Выше Даля . . . . .	24/XI 1897	" "	—	8 600	80	2 600

По указанию Принца здесь «разница в скоростях вызвана колебаниями количества воды и изменениями падения, связанными с этими колебаниями».

В других случаях различия в результатах повторных опытов указывают на возможность ошибок в определениях, которые иногда являются неизбежными, так как причинами таких ошибок являются свойства самих водоносных пластов и подземных потоков.

## § 46. ДРУГИЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ И НАПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Кроме описанных выше основных способов определения направления и скорости движения подземных вод известен еще ряд приемов, из которых некоторые имеют лишь теоретическое значение как способы, мало проверенные опытами, другие же часто рекомендуются в практических руководствах, но правильность и применимость их возбуждает сомнения. Поэтому, не приводя здесь подробного опи-

сания этих способов, мы ограничимся лишь краткой их характеристикой и указанием на их применимость в практике.

**Определение направления грунтового потока с помощью поплавков.** Этот способ описывается обычно в следующем виде.

В колодец или шурф достаточно большого диаметра (около 1 м) помещается на воду посредине легкий поплавок. Колодец закрывается осторожной крышкой и за поплавком наблюдают через небольшое отверстие, направляя на поверхность воды свет при помощи зеркала.

Когда поплавок подойдет к одной из стенок, его снова помещают у противоположной стенки и повторяют наблюдение. Направление передвижения поплавка принимается за направление потока грунтовых вод. Н. К. Тихомиров [23] рекомендует сразу применять два или несколько поплавков, устанавливаемых у противоположных стенок. Вместо поплавков по совету И. Г. Архангельского [27] можно пользоваться опилками, которые при наличии движения воды в одном направлении через некоторое время могут собраться на одной стороне колодца.

Способ поплавков очень прост и часто рекомендуется в практических руководствах по гидрогеологии. Но необходимо указать, что движение поплавка в колодце не гарантировано от разных случайностей и при малых скоростях надежность определения направления потока этим способом очень невысока.

Более вероятна его применимость при сравнительно больших скоростях движения грунтовых вод.

Способ поплавка должен подвергнуться еще опытному изучению, в настоящее же время степень и условия его применимости совершенно не ясны.

**Определение скорости потока по распространению волн грунтовых вод.** Этот способ основан на наблюдении за распространением естественных или искусственно вызванных волнообразных колебаний уровня грунтовых вод.

Некоторые исследователи, как например Гефер и Принц, принимают, что в грунтовых потоках с свободной поверхностью волнообразные движения уровня грунтовых вод, передаются вниз по потоку с такой же скоростью, с какой движется сама грунтовая вода.

На этом основании путем наблюдения за уровнем грунтовой воды в ряде пунктов определяется скорость передвижения волн грунтовых вод, естественных или воспроизведенных искусственно, и полученная в результате скорость распространения волны приравнивается к скорости самого грунтового потока. Последнее допущение, на котором базируется описываемый способ, вызывает, однако, возражения.

По мнению Принца [39], напорная волна движется со скоростью, одинаковой с естественной скоростью грунтовой воды лишь при свободной поверхности зеркала грунтовых вод. Там же, где водоносный пласт переходит в закрытый и напорный или артезианский, по замечанию Принца, «вступает в действие закон Паскаля... и движение волны продолжает передвигаться не со скоростью свободно движущейся грунтовой воды, а со скоростью звука».

К замечаниям Принца мы с полной уверенностью можем добавить, что и в случае грунтового потока с свободной поверхностью скорость распространения волны грунтовых вод неизмеримо больше действительной скорости движения грунтовых вод. Волна передви-

гается здесь не со скоростью звука, но со скоростью передачи гидростатического давления, затухающего частично вследствие перехода части воды в ненасыщенный слой над уровнем грунтовых вод. Скорость передачи гидростатического давления в грунтовом потоке наглядно можно наблюдать в фильтрационном лотке. В опытах, описанных выше, мы могли уже убедиться, что повышение или понижение уровня воды в одном конце лотка распространяется вдоль последнего в течение долей минуты.

Наблюдения в природных условиях над распространением колебаний уровня грунтовых вод показывают довольно большие скорости. Так например, при гидрогеологических исследованиях в районе Волгограда на Самарской Луке, производимых М. А. Везиоровской было установлено по наблюдательным скважинам, что колебания уровня воды р. Волги передаются грунтовыми водами вглубь аллювиальных террас со скоростью 250—300 м/сутки.

Необходимо еще сказать, что вызванная в одном месте водоносного пласта волна грунтовых вод передвигается не только вниз по направлению потока, но и вверх и в другие стороны. Обычное наблюдение в прибрежных местностях показывает, что колебания воды в открытом водоеме довольно быстро распространяются вглубь берега по направлению против грунтового потока, обычно текущего к берегу водоема, а не от него.

Все изложенное убеждает нас в том, что способ волн грунтовых вод основан на недоразумениях и не может быть применен к непосредственному определению скорости движения грунтовых вод.

**Способ Кочерина.** Д. И. Кочериным [21] было предложено определять расход и скорость грунтового потока с помощью одной скважины или шурфа. В шурф или скважину, имеющие проницаемые стенки в пределах водоносного пласта, вводится и размещается раствор какой-либо соли, например хлористого натрия или нашатыря.

Кочерин допускает, что шурф не изменяет режима грунтового потока в месте его заложения и что через него проходит такое же количество воды, какое соответствует его ширине и какое проходило бы через грунт, замещенный шурфом. По этому допущению указанное количество воды будет поступать с верхней, считая по течению, стороны шурфа и такое же количество будет уходить из шурфа вниз по потоку. Под влиянием этого движения будет изменяться постепенно концентрация раствора соли в шурфе.

Обозначив через  $\gamma$  переменную величину концентрации раствора соли в шурфе, будем иметь через каждый бесконечно малый промежуток времени  $dt$  изменение концентрации  $d\gamma$ . Это изменение произойдет вследствие того, что из шурфа выйдет воды  $Qdt$  и столько же войдет свежей воды, где  $Q$  — расход подземного потока, проходящего через шурф. Величина  $Q$  может быть выражена в зависимости от скорости фильтрации и площади вертикального сечения шурфа:

$$Q = v \cdot D \cdot h,$$

где  $D$  — ширина или диаметр шурфа,  $h$  — высота столба воды в шурфе.

Количество соли, которое выйдет вместе с водой из шурфа, будет равно произведению концентрации  $\gamma$  на количество воды  $Qdt$ :

$$d\Omega = \gamma D h dt.$$

То же количество может быть выражено посредством изменения величины концентрации другим способом:

$$d\Omega = -\omega h d\gamma,$$

где  $\omega$  — площадь сечения шурфа;

$h$  — высота столба воды в шурфе.

Знак минус в правой части написанного уравнения ставится потому, что  $\gamma$  есть величина убывающая, следовательно  $d\gamma$  — величина отрицательная.

Приравнявая правые части предыдущих выражений, получим уравнение:

$$v D h \gamma dt = -\omega h d\gamma.$$

По сокращении на  $h$  и по разделении переменных имеем:

$$v D dt = -\omega \frac{d\gamma}{\gamma}.$$

При постоянной скорости фильтрации  $v$  за промежуток времени от  $t_1$  до  $t_2$  имеем:

$$v D \int_{t_1}^{t_2} dt = -\omega \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \frac{d\gamma}{\gamma},$$

или

$$v D (t_2 - t_1) = -\omega (\ln \gamma_2 - \ln \gamma_1).$$

Приравнявая  $t_2 - t_1 = T$ , имеем:

$$v = \frac{\omega}{DT} \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \quad (141)$$

В случае круглого сечения шурфа или скважины диаметром  $D$  формула после подстановки  $\omega = \frac{1}{4} \pi D^2$  и сокращения принимает вид:

$$v = \frac{D}{4T} \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \quad (142)$$

В случае прямоугольного сечения шурфа с поперечным сечением

$$\left. \begin{aligned} \omega &= D \cdot L, \\ v &= \frac{L}{T} \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \end{aligned} \right\} (143)$$

Таким образом, по способу Кочерина на основании выведенных формул можно определять скорость фильтрации, а не действительную скорость, как это дается описанными выше способами индикаторов.

Заложив ряд опытных скважин или шурфов, можно определить соответственное количество значений скорости фильтрации. Помножив последнюю на мощность водоносного пласта  $H$ , получим для каждого пункта величину единичного расхода  $q$ :

$$q = vH.$$

Разбив соответственно числу пунктов определения всю ширину потока на участки шириной  $b_1, b_2, \dots$ , мы можем вычислить величину общего расхода потока по следующей формуле:

$$Q = q_1 b_1 + q_2 b_2 + \dots + q_n b_n$$

или

$$Q = v_1 H_1 b_1 + v_2 H_2 b_2 + v_3 H_3 b_3 \dots \quad (144)$$

В таком виде описывает свой способ Кочерин. Последний может быть видоизменен путем применения электрической регистрации изменений концентрации раствора соли в опытной выработке посредством амперметра, как и в способе Сликтера. Лучше всего здесь применять переменный ток и мостик для измерения сопротивления воды; обратные величины сопротивления пропорциональны концентрации раствора соли.

Способ Кочерина совсем еще не испытан на практике; у нас имеется лишь несколько лабораторных опытов, произведенных в фильтрационном лотке. Некоторые опыты показывают довольно хорошую сходимость с контрольными определениями скорости фильтрации по расходу потока.

Проработка этого способа в естественных условиях должна была бы иметь очень большое значение для практики ввиду относительной простоты требуемого оборудования, позволяющей определять скорости фильтрации в любой скважине и колодце.

Однако, надо предвидеть ряд препятствий, могущих ограничивать применение способа Кочерина, в числе их можно указать сопротивление недостаточно проницаемых стенок скважин или колодцев, затемяющую роль диффузии, влияние увеличения удельного веса воды при введении соли, различные колебания уровня и циркуляцию воды в выработке, могущие развиться помимо желания наблюдателей.

Более вероятной является применимость способа Кочерина к грунтовым потокам с большими скоростями, какие, например, мы имеем в горных галечниках. Кочерин, изучая гидрологию Крыма, рекомендует свой способ для определения расхода подземных потоков в долинах горных рек, выполненных галечниками, в которые там уходит нередко весь поверхностный поток.

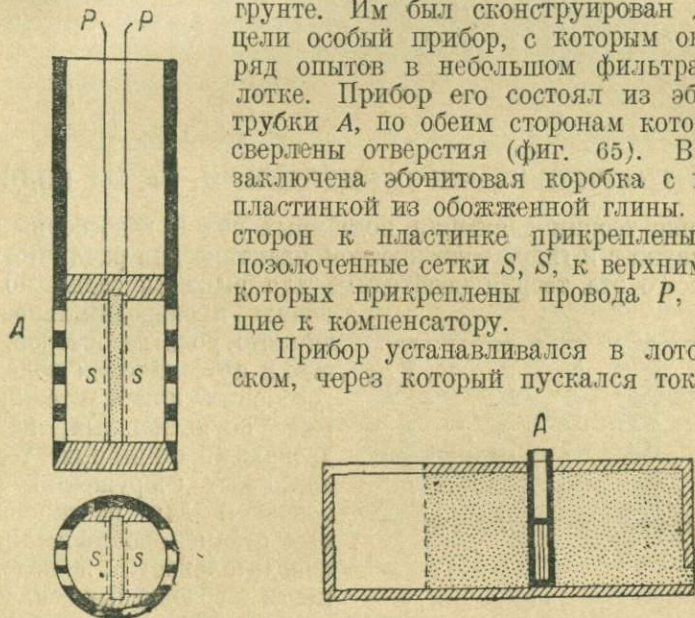
**Способ Ульферта.** Для способа Ульферта требуется, как и для способа Кочерина, лишь одна скважина. Прибор Ульферта состоит из водонепроницаемого цилиндра диаметром немного менее внутреннего диаметра фильтра. Боковая поверхность цилиндра покрывается раствором краски и в таком виде он погружается в скважину. При этом между цилиндром и фильтром остается кольцеобразное пространство, заполненное водой.

В случае неподвижной воды в водоносном пласте краска на поверхности цилиндра образует вертикальные полосы. В случае же движения грунтовой воды на боковой поверхности цилиндра образуются косые полосы краски. По направлению этих полос и отклонению их от вертикали считается возможным определить и направление и скорость движения грунтовых вод. Однако, как и в предыдущем случае, мы не можем в настоящее время рекомендовать этого способа для практического применения ввиду полного отсутствия опытных данных.

**Способ, основанный на явлении спонтанной поляризации.** Недавно появилось описание нового способа определения скорости и направления движения подземных вод по одной скважине, предложенного К. П. Козиным [20]. Этот весьма оригинальный способ основан на том, что при движении жидкостей через пористую среду и тонкие капиллярные трубки возникает электрический потенциал; такое же явление наблюдается и при фильтрации воды через песок.

К. П. Козину пришла в голову удачная мысль применить это явление, называемое некоторыми исследователями *электрофильтрацией*, к определению скорости и направления движения воды в песчаном грунте. Им был сконструирован для этой цели особый прибор, с которым он провел ряд опытов в небольшом фильтрационном лотке. Прибор его состоял из эбонитовой трубки А, по обеим сторонам которой просверлены отверстия (фиг. 65). В трубку заключена эбонитовая коробка с пористой пластинкой из обожженной глины. С обеих сторон к пластинке прикреплены медные позолоченные сетки S, S, к верхним концам которых прикреплены провода P, P, ведущие к компенсатору.

Прибор устанавливался в лоток с песком, через который пускался ток воды.



Фиг. 65. Прибор Козина для определения скорости движения подземных вод.

При этом было обнаружено следующее: когда пластинка устанавливалась перпендикулярно движению воды в песке, сейчас же в цепи обнаруживалась электродвижущая сила. Последняя через 2—6 мин. достигала максимума до  $4,10^{-4}$  V и затем начинала постепенно падать.

При повороте пластинок до  $60^\circ$  от указанного положения значения электродвижущей силы медленно спадали, а при повороте на  $90^\circ$  резко падали, проходя через нуль. Последнее явление позволяло фиксировать направление, поперечное направлению фильтрационного потока.

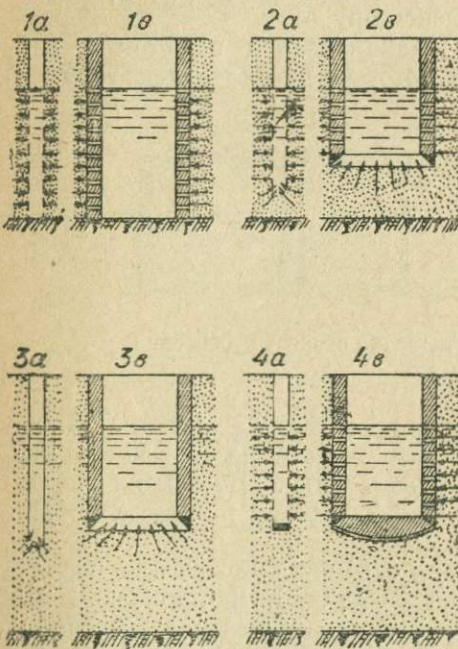
Рассмотренные опыты вполне основательно убеждают нас в возможности применить предлагаемый К. П. Козиним способ к определению как скорости, так и направления движения воды в естественных пористых грунтах.

# ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ВОДОСБОРНЫМ СООРУЖЕНИЯМ

(Теория грунтового и артезианского колодцев по Дюлю)

## § 47. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ТИПЫ ВОДОСБОРОВ

Изучение теории движения подземных вод к водосборным сооружениям служит в гидрогеологической практике для различных целей. Прежде всего эта теория необходима для решения задач по определению



Фиг. 66. Типы колодцев.

производительности различного рода водосборов: грунтовых и артезианских колодцев, водосборных или каптажных галерей, осушительных каналов и дренажей. Во-вторых, теория водосборных сооружений является основной для постановки опытных откачек по испытанию производительности и водопроницаемости водоносных пластов; на этой теории базируются и методика самих откачек и математическая обработка их результатов.

Рассматриваемые ниже типы водосборных сооружений могут быть охарактеризованы следующими определениями:

1. Колодцы грунтовые, закладываемые в первом сверху водоносном пласте с свободной поверхностью грунтовых вод.
2. Колодцы артезианские, закладываемые в закрытом пласте с напорной водой.
3. Те и другие подразделяются на *совершенные* колодцы, достигающие до основания водоносного пласта и имеющие проницаемые стенки на всю толщину пласта (фиг. 66, 1а, 1б), и *несовершенные* колодцы, не достигающие основания водоносного пласта или имеющие проницаемые стенки не на всю водоносную толщину. *Несовершенные* колодцы

могут быть с проницаемыми стенками и непроницаемым дном (4а, 4б), с проницаемыми стенками и проницаемым дном (2а, 2б) и, наконец, только с проницаемым дном, но со стенками непроницаемыми, т. е. колодцы без фильтров — (3а, 3б).

4. В зависимости от способа устройства и крепления стенок колодцы могут быть подразделены на шахтные или копаные и трубчатые или буровые. Отличительной особенностью первых сравнительно со вторыми являются их больший диаметр и обычно меньшая глубина.

5. *Горизонтальные водосборы: каптажные галлерей, осушительные каналы, закрытые дренажи, кяризы.* Последние отличаются от галлерей тем, что обычно закладываются осью вдоль потока, тогда как галлерей располагаются поперек потока. Те и другие комбинируются с вертикальными колодцами.

## § 48. УРАВНЕНИЕ ПРИТОКА ВОДЫ К АРТЕЗИАНСКОМУ КОЛОДЦУ ПО ДЮШОИ

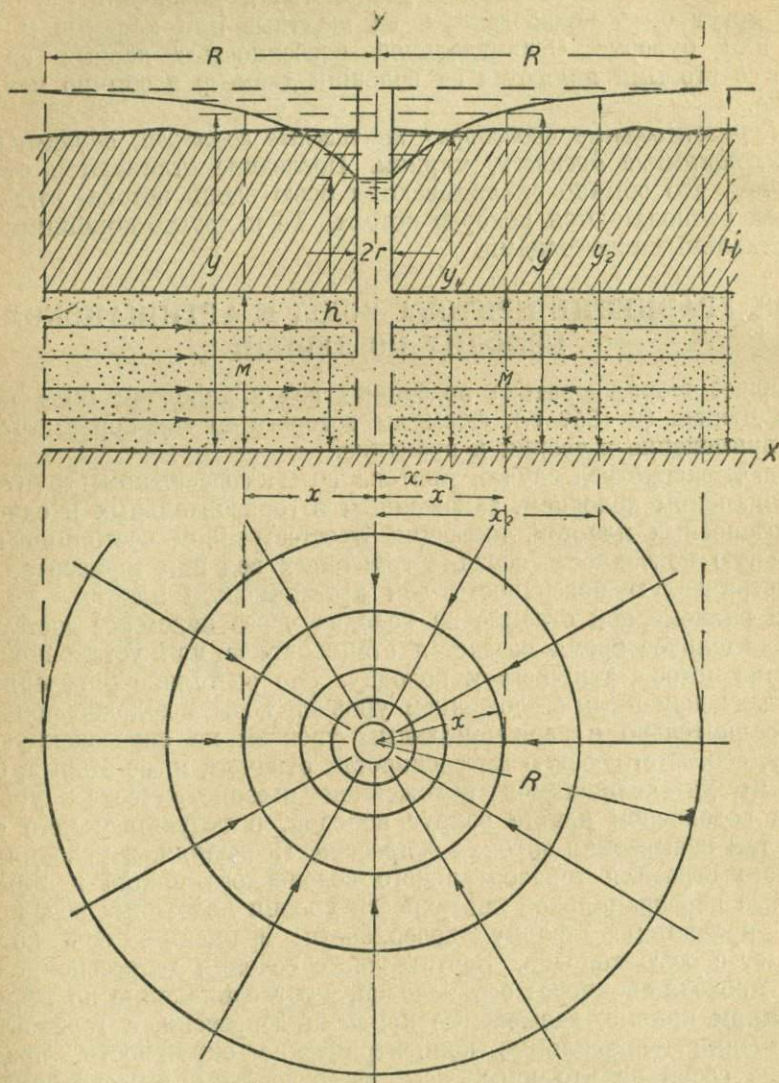
Впервые теория притока подземных вод к колодцам была исследована Дюшои (в 1857 г.), формулы которого до сих пор имеют широкое применение в теории и практике.

Дюшои рассмотрел случаи притока воды к совершенным грунтовым и артезианским колодцам, заложенным в горизонтальных и однородных водоносных пластах, имеющих в естественном состоянии горизонтальную поверхность зеркала грунтовых вод или горизонтальную пьезометрическую поверхность для артезианского пласта.

При равномерной откачке из колодца через некоторое достаточно продолжительное время создается стационарное или установившееся состояние потока, текущего к колодцу. Это состояние определяется: во-первых неизменным положением уровней воды в колодце, пониженным сравнительно с первоначальным уровнем на определенную величину, соответствующую интенсивности откачки, и, во-вторых, определенным установившимся положением пьезометрических уровней воды в водоносном пласте вокруг колодца, в результате чего образуется так называемая *воронка депрессии*. Последняя, в условиях однородного строения горизонтального водоносного пласта и горизонтальности первоначальной поверхности уровня подземных вод, приобретает правильную форму поверхности вращения, ось которой совпадает с осью колодца. Вертикальные сечения депрессионной воронки, проходящие через ось колодца, дают одинаковые по всем направлениям кривые, называемые кривыми депрессии, а горизонтальные сечения — правильные концентрические окружности, представляющие собой не что иное, как пьезоизогипсы пьезометрической поверхности в пределах воронки депрессии, которые нередко применяются для графического изображения депрессионной воронки в плане (фиг. 67).

Необходимо заметить, что на практике часто встречаются существенные отклонения от описанного состояния потока подземных вод при откачке как в отношении изменяемости режима потока во времени, так и в отношении развития очертаний депрессионной воронки, которая нередко принимает асимметричную форму; об этом в дальнейшем изложении будут даны более подробные указания.

Сейчас же рассмотрим теорию движения воды к артезианскому колодцу при описанных выше условиях установившегося движения и правильной формы депрессионной воронки, при горизонтальном залегании и однородном строении водоносного пласта.



Фиг. 67. Схема линий токов в сфере действия артезианского колодца.

При откачке воды из артезианского колодца вода будет притекать к нему равномерно со всех сторон по направлению к центру колодца.

Линии токов изобразятся в плане радиусами, а в разрезе прямыми параллельными границам водоносного пласта (фиг. 67). Поверхности равных напоров будут представлены рядом concentрических цилиндров, с осью в центре колодца.

Приняв основание пласта за ось  $OX$ , а ось колодца за ось  $OY$ , получим для любого цилиндрического сечения потока, текущего в колодец, следующие выражения напорного градиента  $I$  и площади сечения  $\omega$ :

$$I = \frac{dy}{dx}; \quad \omega = 2\pi xM,$$

где  $M$  — мощность пласта.

Подставив эти величины в основное уравнение Дарси, получим для расхода колодца:

$$Q = k 2\pi xM \cdot \frac{dy}{dx},$$

или по разделении переменных:

$$dy = \frac{Q}{2\pi kM} \frac{dx}{x},$$

где  $Q$  есть расход колодца, а  $k$  — коэффициент фильтрации пласта.

Проинтегрировав полученное уравнение, имеем:

$$y = \frac{Q}{2\pi kM} \ln x + C, \quad (145)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования.

Переходя к определенным интегралам, мы можем в зависимости от взятых пределов для переменных  $x$  и  $y$  рассмотреть следующие три случая.

1. Если мы имеем две наблюдательных скважины, расположенных по одной линии с центральной или с колодцем, откуда откачивается вода, то для каждой из наблюдательных скважин можно по предыдущему уравнению написать:

$$\left. \begin{aligned} 1) y_1 &= \frac{Q}{2\pi kM} \ln x_1 + C, \\ 2) y_2 &= \frac{Q}{2\pi kM} \ln x_2 + C, \end{aligned} \right\} \quad (146)$$

где  $x_1$  — расстояние от оси колодца до первой ближайшей наблюдательной скважины,

$y_1$  — уровень воды в той же скважине,

$x_2$  и  $y_2$  — те же величины для второй наблюдательной скважины.

Вычитая из второго уравнения первое, получим:

$$1) y_2 - y_1 = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{x_2}{x_1}. \quad (147)$$

2. Если имеется одна наблюдательная скважина на расстоянии  $x$  от оси колодца с пьезометрическим уровнем  $y$ , то в качестве другой точки возьмем примыкание кривой депрессии к стенке колодца, где пьезометрический уровень обозначим через  $h$ , а расстояние от оси колодца через  $r$ , равное радиусу колодца. Подставив эти данные вместо  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x_2$  и  $y_2$  в предыдущее уравнение, получим:

$$y - h = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{x}{r}. \quad (148)$$

3. Взяв вместо наблюдательной скважины крайнюю точку депрессионной кривой, лежащую на границе депрессионной воронки, имеем для этой точки следующие координаты: расстояние от оси колодца  $R$ , называемое радиусом влияния, и пьезометрический уровень воды  $H$ , равный первоначальной высоте статического уровня.

Подставляя эти величины в уравнение Дюпюи, имеем:

$$H - h = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{R}{r}. \quad (149)$$

Определив из последнего уравнения  $Q$ , получим формулу для расхода артезианского колодца:

$$Q = \frac{2\pi kM(H - h)}{\ln \frac{R}{r}}. \quad (150)$$

Приравняв понижение уровня при откачке:

$$H - h = s,$$

мы получим еще одну формулу для расхода колодца:

$$Q = \frac{2\pi kM \cdot s}{\ln \frac{R}{r}}. \quad (151)$$

Последние два уравнения являются основными формулами, служащими для расчета дебита артезианского колодца. Для практического пользования формула (151) путем подстановки значения  $\pi$  и перехода к десятичным логарифмам может быть представлена в виде:

$$Q = 2,73 \frac{k \cdot M \cdot s}{\lg R - \lg r} = 2,73 \frac{k \cdot M \cdot S}{\lg \frac{R}{r}}. \quad (152)$$

Последние две формулы показывают, что дебит артезианского колодца прямо пропорционален мощности водоносного пласта, его коэффициенту фильтрации и понижению уровня воды в колодце. Количество воды, которое дает колодец при понижении уровня воды на один метр, называется *удельным* дебитом. Величину последнего можно получить из формулы (151), положив  $s = 1$ :

$$q_1 = \frac{2\pi kM}{\ln \frac{R}{r}}. \quad (153)$$

Что касается радиуса действия и радиуса колодца, то согласно выведенной формуле влияние их на дебит значительно меньше, так как эти величины входят в формулу под знаком логарифма, а логарифмы изменяются гораздо медленнее, чем числа, что наглядно поясняется нижеследующими числовыми примерами:

полагая	$\frac{R}{r} = 10$	100	1 000	10 000
получаем	$\ln \frac{R}{r} = 2,3$	4,6	6,9	9,2

Из приведенных данных видно, что при изменении отношения  $R$  к  $r$  в десять раз логарифм изменяется не более, чем в два раза.

Рассмотренные соотношения приводят к выводу, что диаметр колодца несущественно влияет на дебит, однако, этот вывод не вполне оправдывается опытом и некоторые теоретические и практические соображения, которые будут изложены в дальнейшем, также убеждают в более существенном значении диаметра для дебита колодца, чем это показывает формула Дюпюи.

На основании выведенных формул (147) — (150) решаются две основных практических задачи:

- 1) теоретическое определение дебита колодца и
- 2) вычисление коэффициента фильтрации водоносного пласта по данным откачки.

Вторая задача будет подробно разобрана в специальном параграфе, сейчас же приведем пример для пояснения решения первой задачи.

*Пример.* Вычислить дебит совершенного артезианского колодца по следующим данным: мощность водоносного пласта  $M = 10$  м; коэффициент фильтрации пласта, сложенного средней крупности песком,  $k = 10$  м/сутки; диаметр колодца 20 см; статический уровень имеет высоту 20 м выше кровли пласта.

Вычислим удельный дебит колодца, задавшись средней величиной радиуса влияния в 100 м. Подставляя приведенные числовые величины в формулу, имеем:

$$q = 2,73 \frac{10 \cdot 10}{\lg \frac{100}{0,1}} = \frac{273}{3} = 91 \text{ м}^3/\text{сутки} = 1,05 \text{ л/сек.}$$

Для упражнения предлагаем читателям вычислить удельный дебит того же колодца для других значений коэффициента фильтрации: для крупного песка при  $k = 40$  м/сутки, для мелкозернистого песка при  $k = 3$  м/сутки.

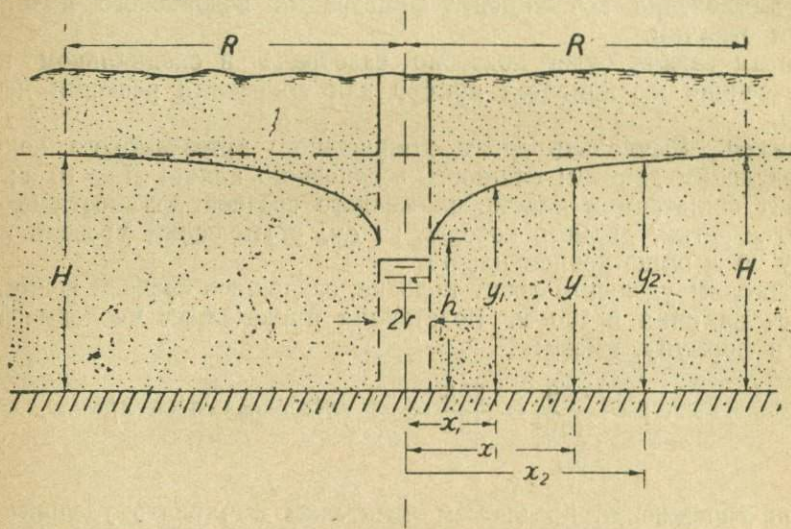
## § 49. ГРУНТОВЫЙ ТРУБЧАТЫЙ КОЛОДЕЦ

В случае обыкновенного грунтового колодца, заложенного в водоносном пласте с свободной поверхностью грунтовых вод, депрессионная воронка одновременно будет представлять собой реальную поверхность грунтового потока, текущего в колодец.

При этих условиях линии тока в плане изобразятся, как и в случае артезианского пласта, прямыми линиями, идущими к центру, в разрезе же, подобно случаю плоского грунтового потока, линии тока будут представлены системой кривых, приближающихся вверху к кривой депрессии, а внизу к прямым, параллельным основанию пласта. Поверхности равных напоров, или поперечные сечения потока, в этом разрезе будут представлены рядом кривых, нормальных к линиям токов. Кривизна тех и других линий, как показывает фиг. 7 (стр. 12), возрастает по мере приближения к колодцу вместе с возрастанием величины падения кривой депрессии и, наоборот, уменьшается с удалением от колодца, приближаясь на границе воронки депрессии к прямым.

Составляя для такого рода фильтрационного потока основное уравнение Дарси, мы, согласно правилам гидромеханики, должны были бы за поперечные сечения потока принимать описанные выше кривые поверхности равных напоров. Однако, Дюпюи для упрощения задачи принял за поперечные сечения потока вертикальные цилиндрические поверхности.

Здесь Дюпюи допустил то же упрощение, как и при выводе уравнения кривой депрессии грунтового потока. Как мы увидим в дальнейшем, при более или менее значительном понижении уровня воды в грунтовом колодце указанное допущение влечет за собой довольно существенные погрешности.



Фиг. 68. Схема депрессионной воронки грунтового колодца.

На основании указанных выше допущений имеем по Дюпюи следующее выражение для площади любого поперечного сечения потока, текущего в колодец (фиг. 68):

$$\omega = 2\pi xy$$

и для напорного градиента в том же сечении:

$$I = \frac{dy}{dx}.$$

Вспользуемся написанными значениями величин напорного градиента и площади поперечного сечения для составления основного уравнения Дюпюи, по которому величина расхода колодца получит следующее выражение:

$$Q = \omega k I = 2\pi x y k \frac{dy}{dx}. \quad (154)$$

Разделив переменные, имеем следующее дифференциальное уравнение:

$$2y dy = \frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{x}.$$

После интегрирования получим:

$$y^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \ln x + C. \quad (155)$$

Переходя к определенным интегралам, мы в зависимости от принятых пределов для  $x$  и  $y$  получим, как и в случае артезианского колодца, следующие три вида уравнения кривой депрессии для грунтового колодца при тех же значениях букв (см. стр. 137):

$$1) y_2^2 - y_1^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \ln \frac{x_2}{x_1}, \quad (156)$$

$$2) y^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \ln \frac{x}{r}, \quad (157)$$

$$3) H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \ln \frac{R}{r}. \quad (158)$$

Из последнего уравнения получим следующую формулу расхода грунтового колодца:

$$Q = \frac{\pi k (H^2 - h^2)}{\ln R - \ln r}. \quad (159)$$

Разложив разность квадратов на сумму и разность и положив  $H - h = s$ , имеет:

$$Q = \frac{\pi k (H + h)(H - h)}{\ln \frac{R}{r}} = \frac{\pi k (2H - s)s}{\ln \frac{R}{r}}. \quad (160)$$

Полагая  $s = 1$ , получим формулу для величины удельного дебита колодца:

$$Q = \frac{\pi \cdot k (2H - 1)}{\ln R - \ln r}. \quad (161)$$

Для практического применения, подобно предыдущему, можно подставить значение  $\pi$  и перейти к десятичным логарифмам:

$$Q = 1,366 \frac{k(2H - s)s}{\ln \frac{R}{r}} \quad (160')$$

и

$$q = 1,366 \frac{k(2H - 1)}{\ln \frac{R}{r}}. \quad (161')$$

Рассматривая влияние различных величин, входящих в формулу, находим, как и в случае артезианского колодца, что дебит грунтового колодца прямо пропорционален коэффициенту фильтрации и мощности водоносного пласта. Что же касается влияния понижения, то здесь мы имеем иную зависимость, не прямолинейную, как в случае артезианского колодца, а параболическую, так как  $s$  входит в формулу во второй степени.

Упомянутая параболическая зависимость показывает, что дебит грунтового колодца возрастает несколько в меньшей степени, чем по-

нижение, т. е. приращение дебита на каждый метр понижения по мере падения уровня воды в колодеже постепенно убывает. Влияние радиуса действия и диаметра колодежа, согласно выведенной формуле, несущественно, так как указанные величины входят под знаком логарифма.

Формула Дюпона для грунтового колодежа и приведенные сейчас выводы из нее относительно зависимости дебита от понижения и от диаметра колодежа в последнее время резко критикуются рядом авторов (Flügel, Kozeny и др.).

Прежде всего в этой формуле бросается в глаза явное противоречие, выявляющееся при оценке максимального дебита.

Величина последнего по формуле Дюпона получается при  $h = 0$  или при  $s = H$ :

$$Q = \frac{\pi k H^2}{\ln \frac{R}{r}}.$$

Так как  $h$  в данной формуле обозначает уровень грунтовой воды с внешней стороны фильтра, то, следовательно, при  $h = 0$  поперечное сечение грунтового потока у входа в колодеж должно быть равно нулю:  $\omega = 0$ .

Чтобы при этом получилось конечное значение расхода потока, равного:

$$Q = k\omega I,$$

необходимо представить себе возрастание напорного градиента

$I = \frac{dy}{dx}$  до бесконечности.

Однако, последнее допущение не вяжется с конкретной действительностью, так как *в грунтовом потоке с свободной поверхностью напорный градиент может возрасти максимум до единицы.*

Последний вывод поясним следующим путем.

Величина напорного градиента по правилам гидромеханики выражается отношением падения напора к расстоянию по пути фильтрации:

$$I = \frac{dy}{ds}.$$

У Дюпона эта величина заменена отношением падения напора к горизонтальной проекции пути  $dx$ :

$$I' = \frac{dy}{dx}.$$

В первом случае величина  $I$  может быть принята равной синусу угла падения элемента кривой депрессии или угла касательной к кривой:

$$I = \sin \theta.$$

Во втором случае  $I'$  равна тангенсу того же угла:

$$I' = \operatorname{tg} \theta.$$

При малом понижении уровня воды в колодце или достаточно большом расстоянии от колодца, где кривая депрессии имеет малый угол наклона, можно принять:

$$\sin \theta = \operatorname{tg} \theta$$

или

$$I = I'$$

При упомянутом условии, следовательно, формула Дюпюи должна давать достаточно точные результаты. При более же значительных углах падения депрессивной кривой между указанными величинами получается уже существенное расхождение. Около колодца этот угол может достигать больших величин, приближаясь к  $90^\circ$ .

Следовательно, максимальное истинное значение напорного градиента здесь в пределе приближается к единице:

$$I_{\max} \approx \sin 90^\circ = 1,$$

а по Дюпюи:

$$I_{\max} \approx \operatorname{tg} 90^\circ = \infty.$$

Изложенное приводит нас к заключению, что при больших понижениях, создающих значительную крутизну депрессионной кривой близ колодца, формула Дюпюи может дать большие погрешности.

Другое несоответствие с действительностью в формуле Дюпюи относится к влиянию диаметра колодца. По этой формуле дебит колодца очень мало возрастает с увеличением диаметра, будучи пропорционален приблизительно логарифму последнего (фиг. 69). Сравним для примера дебиты двух колодцев: один диаметром  $0,20 \text{ м}$  и другой  $2,0 \text{ м}$ .

При одинаковой мощности и понижении имеем:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\ln R - \ln r_2}{\ln R_1 - \ln r_1}.$$

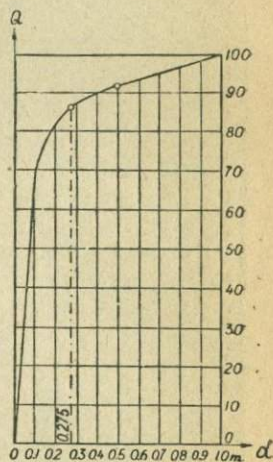
Принимая  $r$  влияния для обоих колодцев равным  $100 \text{ м}$  и подставив в формулу значения их радиусов  $r_1 = 1,0 \text{ м}$  и  $r_2 = 0,1 \text{ м}$ , получим:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{2,3 (\lg 100 - \lg 0,1)}{2,3 (\lg 100 - \lg 1,0)} = \frac{2 + 1}{2 - 0} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Результат вычисления показывает, что при возрастании радиуса колодца в десять раз дебит колодца по Дюпюи должен увеличиться только в полтора раза.

Рассмотренное соотношение приводит некоторых авторов к выводу, что для увеличения дебита не следует делать колодцы большого диаметра. Однако, этот вывод далеко не всегда оправдывается на практике. Влияние диаметра колодца в действительности оказывается гораздо более существенным.

Следует отметить, что существуют другие крайние мнения, преувеличивающие значение диаметра колодца. Некоторые полагают,



Фиг. 69. Диаграмма зависимости дебита колодца  $Q$  от диаметра  $d$ .

что дебит возрастает прямо пропорционально диаметру колодца, что тоже нельзя признать правильным.

Вопрос о зависимости между диаметром и дебитом колодца в настоящее время еще не имеет точного теоретического решения.

Опытные данные показывают, что действительные соотношения между дебитом колодца и диаметром занимают среднее положение между указанными крайними значениями.

За последние годы появились в печати работы проф. Козени [48], который пытался дать более точное решение задачи о притоке воды к грунтовому колодцу. Его решение в настоящий момент еще недостаточно проработано для практического применения; оно очень сложно и мало еще доступно для элементарного изложения. Поэтому мы ограничимся здесь лишь некоторыми выводами, появившимися в результате исследований Козени.



Фиг. 70. Фильтрационный поток к модели колодца (по Эренбергеру).

Производя опыты в лабораторий с моделью колодца, Козени обнаружил, что уровень воды в колодце при откачке лишь при самых малых понижениях совпадает с уровнем грунтовой воды у внешней поверхности его стенок. При более значительных понижениях это совпадение нарушается, так как уровень воды в колодце опускается более чем грунтовая вода у его стенок, образуя, таким образом, «скачок».

Величина этого скачка возрастает по мере увеличения интенсивности откачки или по мере понижения уровня воды в колодце. При этом на участке колодца, соответствующем прыжку, наблюдалось непосредственное стекание воды, проходящей из грунта через фильтр. Во время опытов можно было наблюдать, как вода, поступающая в колодец на участке прыжка, стекала по внутренним стенкам колодца вниз до уровня воды в последнем (фиг. 70).

Лабораторные опыты Эренбергера, предпринятые для проверки выводов из теории Козени, позволили установить следующую эмпирическую зависимость между величиной прыжка  $\Delta h = h - h'$  и понижением уровня воды в колодце:

$$\frac{h - h'}{H} = 0,50 \frac{(H - h')^{1,74}}{H} \quad (162)$$

или приближенно:

$$\frac{h - h'}{H} = 0,50 \frac{(H - h')^2}{H}, \quad (163)$$

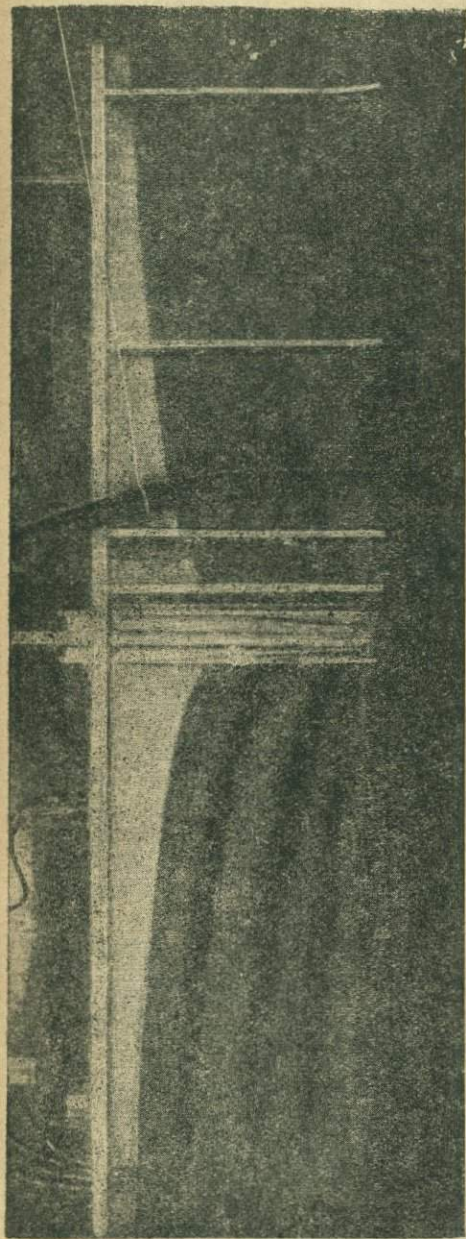
где  $h$  — уровень грунтовой воды у стенок колодца;

$h'$  — уровень воды в колодце;

$H$  — первоначальный естественный уровень грунтовых вод.

Для наибольшего возможного понижения при осушении колодца до дна, т. е. при  $h' = 0$ , имеем:

$$\Delta h = h - h' = 0,50 H. \quad (164)$$



Фиг. 70а. Фотоснимок фильтрационного потока к модели колодца (по опытам Эренбергера).

Последнее уравнение показывает, что при максимальном понижении уровня воды в колодце скачок  $\Delta h$  достигает величины  $0,5 H$ . Поэтому определяя  $h$  при  $h' = 0$ , имеем:

$$h_{\min} = 0,5 H.$$

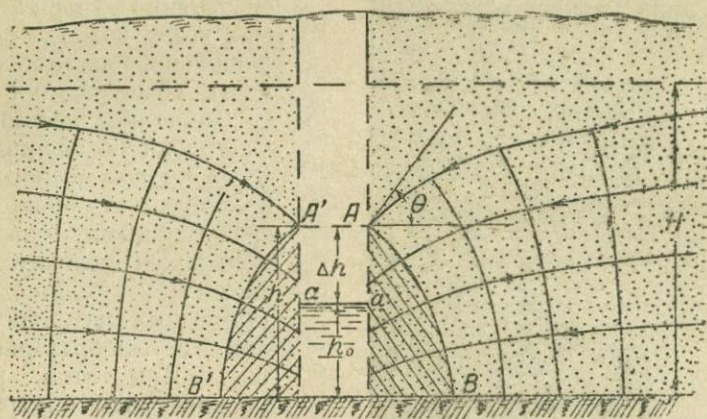
Из этого следует, что в условиях лабораторного опыта максимальное возможное понижение уровня грунтовых вод у колодца равно половине первоначальной мощности водоносного пласта.

Описанное явление скачка уровня воды при переходе ее из водоносного грунта в колодец отмечено и непосредственными опытами в природных условиях. Повидимому, величина скачка в природных условиях иная, чем в лабораторных опытах. При этом разность уровней воды внутри и вне колодца относилась обычно за счет сопротивления фильтра. Козени по этому поводу замечает, что эта разность обуславливается не только сопротивлением фильтра, но и особенностями истечения воды в грунте непосредственно у колодца. Мы могли бы добавить к этим замечаниям Козени, следующее объяснение причин происхождения прыжка. Описанный в начале параграфа характер искривления линий токов грунтовых вод у колодца показывает, что поверхности равных

напоров здесь в разрезе приобретут криволинейную форму. Если провести из точки пересечения кривой депрессии со стенками колодца поверхность равного напора, то вероятный вид последней

(фиг. 71) в разрезе представится кривой линией  $AB$ , отклоняющейся в верхней части от колодца под углом, соответствующим углу падения депрессионной кривой, а в нижней — приближающейся к вертикальной линии. На этой линии пьезометрический напор будет во всех точках одинаковым, равным высоте уровня грунтовой воды у конечной точки  $A$  кривой депрессии. Если бы на этой же высоте стоял и уровень воды в колодце, тогда бы вода, заключенная в участке грунта между поверхностью  $A-B$  и стенками колодца, не могла бы двигаться, так как, чтобы это движение совершалось, необходимо некоторое падение напора  $Aa$ , которое может развиться лишь за счет прыжка  $\Delta h$  или разности уровней воды в колодце и за стенками его в водоносном грунте.

Следовательно, мы можем сказать, что разность уровней воды внутри и вне грунтового колодца или прыжок, по Козени, развивается вследствие дополнительного сопротивления грунта, непосред-



Фиг. 71. Схема фильтрационных токов у стенок колодца.

ственно прилегающего к колодцу, а это сопротивление создается в результате отклонения линии токов грунтовой воды от горизонтального направления.

Надо заметить, что этим не исключается и влияние стенок колодца, которые тоже могут оказывать сопротивление входу воды в колодец и потребовать дополнительного понижения уровня воды.

Сказанное выше об искривлении поверхностей равного напора вблизи колодца приводит к заключению, что пьезометрические уровни воды по вертикали здесь будут на разных горизонтах иметь неодинаковую величину. Это явление может иметь существенное значение, повидимому, только в непосредственной близости к колодцу.

Другой вывод из теории Козени касается влияния радиуса колодца на его дебит. При этом Козени доказывает, что дебит возрастает с увеличением радиуса колодца значительно сильнее, чем это выходило по формуле Дюпюи, а при некотором значении отношения

$\frac{r}{H}$  производительность колодца можно считать пропорциональной радиусу.

В заключение следует еще указать на ряд явлений, нередко усложняющих движение грунтовой воды в колодец и затемняющих соотношение изучаемых величин.

В некоторых случаях существенную роль приобретает упомянутое выше сопротивление самого колодца или фильтра, создающее добавочное понижение уровня воды, добавочное увеличение прыжка. В таком же направлении могут действовать иногда и перемещения частиц грунта в водоносном грунте, ведущие к частичной закупорке пор или к засорению фильтра. В других же случаях суффозионные явления при интенсивной откачке приводят к значительному увеличению водопроницаемости грунта вокруг колодца, что представляет собой довольно обычное явление.

В результате такой промывки грунта отмечаемое выше «добавочное» сопротивление его при входе воды в колодец может значительно упасть, что соответственно отразится и на уровне воды в колодце.

Наконец, некоторые авторы обращают внимание на возможность при подходе грунтовой воды к колодцу изменения режима потока из ламинарного в турбулентный, что должно создавать некоторое дополнительное сопротивление и вызывать соответственное дополнительное понижение уровня воды в колодце сравнительно с тем, что дает формула Дюпюи. Одна из попыток осветить этот вопрос принадлежит Н. М. Победоносцову.

Принимая во внимание все сказанное относительно формулы Дюпюи, мы должны в заключение отметить, что она может давать более или менее точные результаты лишь при небольших понижениях, во всяком случае не больше  $0,5 H$ . При этом не надо забывать, что в эту формулу входит уровень грунтовой воды  $h$  или понижение с наружной стороны фильтра, что существенно отличается от уровня воды внутри колодца. Максимальный дебит колодца по формуле Дюпюи правильнее будет определен при  $h = 0,5 H$ .

Уравнение депрессивной воронки (156 и 157) также можно считать точным для более удаленных от колодца участков, для участка же в непосредственной близости к колодцу при значительных понижениях это уравнение не точно.

## § 50. РАДИУС ВЛИЯНИЯ КОЛОДЦА. ОБЛАСТЬ ПИТАНИЯ

Для теоретического определения радиуса влияния колодца в литературе существует ряд формул. Прежде всего он может быть определен из формулы Дюпюи по уравнению:

$$\ln R = \frac{Q}{\pi k (H^2 - h^2)} + \ln r.$$

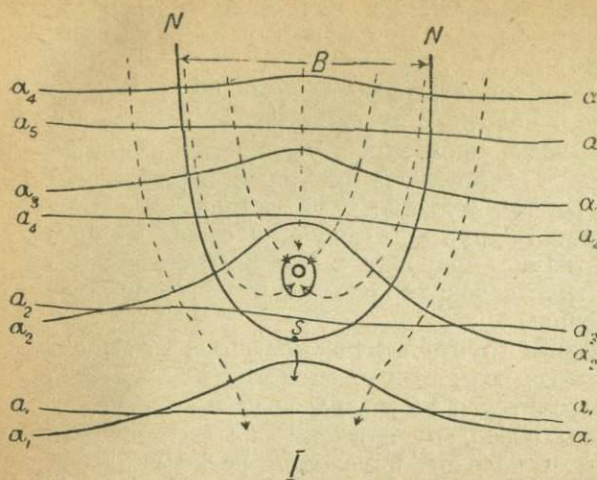
Однако, это уравнение иногда и в особенности для больших понижений дает неправдоподобные результаты.

И. Шульце (I. Schultze) вывел для радиуса влияния самостоятельную формулу:

$$R = \sqrt{\frac{6 H k T'}{\delta}}, \quad (165)$$

где  $T$  — время, протекшее от начала откачки;

$\delta$  — водостача грунта,



а остальные обозначения те же, что и ранее; при этом  $R$  и  $H$  в м, а  $k$  в м/сек или в м/сутки, соответственно чему  $T$  берется в секундах или в сутках. Независимо от Шульце подобная же формула выведена И. П. Кусакиным:

$$R = 47 \sqrt{\frac{6HkT}{\delta}}, \quad (166)$$

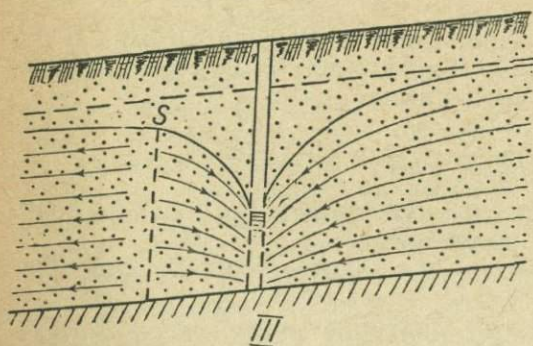
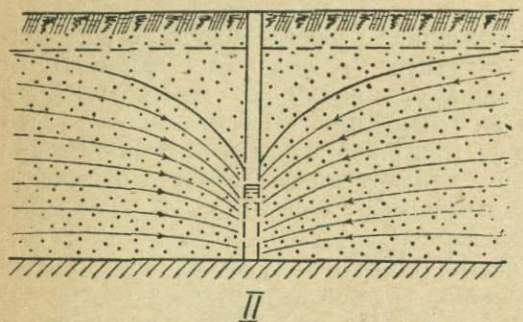
где обозначения те же, но  $k$  выражается в м/сек, а  $T$  в часах.

Та и другая формулы заключают в себе величину продолжительности откачки  $T$ , показывая, что радиус влияния возрастает при откачке с течением времени.

Эта зависимость может быть признана вполне вероятной, но лишь до известных пределов, так как радиус влияния беспрельдно возрастать не может.

С другой стороны, мы не находим в формулах ни величины дебита ни понижения, от которых, судя по этим формулам, радиус влияния будто бы не зависит. На самом деле это не так; зависимость  $R$  от дебита или интенсивности откачки вполне определено показывается опытом: чем больше дебит колодца или понижение, тем больше значение получает радиус влияния. Величина дебита учтена была Козени, который вывел для радиуса влияния формулу:

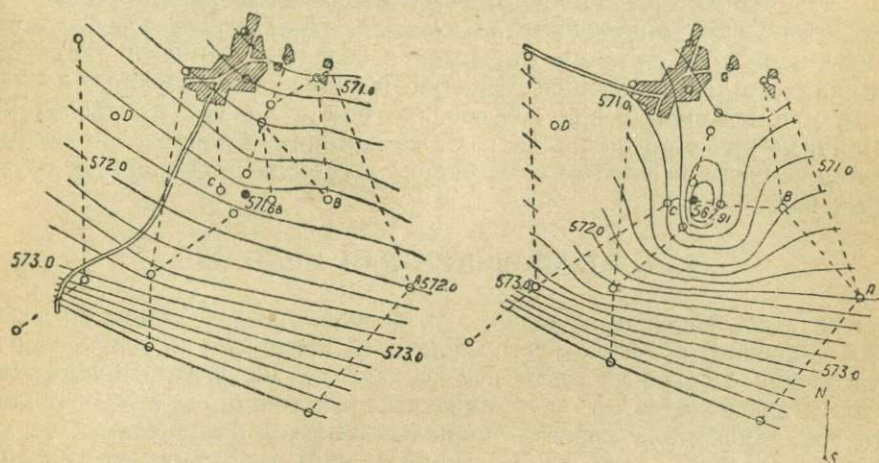
$$R = \sqrt{\frac{12T}{\delta}} \sqrt{\frac{qk}{\pi}}. \quad (167)$$



Фиг. 72. Схема асимметричной депрессионной воронки в грунтовом потоке.

I — план; II — разрез поперек направления потока; III — разрез вдоль потока.

Все приведенные выше формулы выведены из условия горизонтального положения естественного уровня грунтовых вод и горизонтального основания водоносного пласта. Иные результаты должны получиться при учете естественного течения грунтовых вод, если колодец будет заложен в грунтовом потоке. Прежде всего мы должны отметить здесь иной характер депрессионной воронки, приобретающей в грунтовом потоке асимметричную форму, что отчетливо выясняется из рассмотрения разрезов воронки и плана ее с гидроизогипсами (фиг. 72). Разрез воронки, секущий ее в направлении поперечном к первоначальному направлению потока, имеет симметричную форму. Разрез же в продольном направлении по отношению к естественному потоку имеет асимметричную форму. Верхняя ветвь кривой депрессии по мере удаления от колодца приближается к первоначальной



Фиг. 73. План депрессионной воронки опытного колодца в Глейзентале, близ Мюнхена.

I — до откачки; II — во время откачки.

поверхности грунтовых вод и падение по этой ветви направлено в одну сторону с естественным потоком — к колодцу. Нижняя ветвь кривой имеет два участка.

На ближайшем к колодцу участке кривая депрессии имеет падение по направлению к колодцу, обратное здесь направлению естественного потока. Этот участок кривой ограничен точкой максимальной высоты, называемой *водораздельной точкой*, ниже которой падение уровня грунтовых вод направлено от колодца вниз по потоку.

Если мы построим план в гидроизогипсах для рассматриваемой воронки, то найдем следующую картину (фиг. 72, I, фиг. 73, II).

Ближайшие к колодцу гидроизогипсы с высотой меньшей нижней водораздельной точки представляются в виде замкнутых кривых, внутри которых находится колодец, смещенный вверх по потоку от центральной части воронки; при этом гидроизогипсы оказываются более сгущенными в верхней части воронки, чем в нижней, что очень характерно и позволяет по одной форме воронки предугадать направление потока.

Остальные гидроизогиасы с высотой большей водораздельной точки будут иметь вид незамкнутых кривых, ветви которых будут расходиться в стороны ниже колодца. Проведя линии нормальные к гидроизогиасам, мы получим линии токов; при этом та линия, которая пройдет через водораздельную точку, будет служить водораздельной линией между токами, направленными к колодцу, и токами, проходящими мимо. Область, заключенная внутри этой водораздельной линии, называется *областью питания*.

Более широкая область, где происходит под влиянием колодца понижение уровня воды и отклонение токов вод от естественного направления, называется *областью влияния*.

Сравнивая все рассмотренное с симметричной воронкой, образующейся при нулевой первоначальной скорости грунтовых вод, найдем, что эта симметричная воронка изобразится рядом замкнутых концентрических окружностей. Водораздельная точка здесь отсутствует и область питания совпадает с областью влияния. Радиусы влияния для симметричной воронки во всех направлениях одинаковы, при асимметричной же воронке они в разных направлениях различны; при этом величина радиуса влияния в поперечном направлении зависит от естественного уклона и естественной скорости грунтовых вод.

## § 51. НЕСОВЕРШЕННЫЙ КОЛОДЕЦ

При несовершенном колодце, т. е. колодце, не достигающем до водонепроницаемого подстилающего слоя, вода притекает не только непосредственно с боков из части водоносного пласта, лежащей выше горизонта дна колодца, но и из нижележащей толщи, для которой линии тока имеют вид кривых, приподымающихся постепенно кверху по направлению к колодцу. На значительном расстоянии от колодца эти линии тока, однако, постепенно принимают горизонтальное направление, и характер фильтрационного потока там приближается к обычному случаю потока при совершенном колодце.

Описанная картина притока воды к несовершенному колодцу показывает, что воде, притекающей к этому колодцу, приходится преодолевать сравнительно с совершенным колодцем большее сопротивление и, следовательно, при одной и той же величине дебита в несовершенном колодце должно быть большее понижение (фиг. 74).

Форхгеймер получил эмпирическим путем следующее соотношение величин дебита того и другого колодцев:

$$\frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{h}{t}} \sqrt{\frac{h}{2h-t}}, \quad (168)$$

где  $Q$  — дебит совершенного колодца;

$q$  — дебит несовершенного колодца с проницаемыми стенками, но с непроницаемым дном;

$h$  — высота пониженного уровня воды в совершенном колодце или высота уровня воды в несовершенном колодце, считая от основания водоносного пласта (фиг. 74);

$t$  — высота уровня воды в несовершенном колодце, считая от дна последнего, или длина рабочей части фильтра.

Форхгеймер считает, что его формула одинаково применима и в случае, когда фильтр находится в верхней части водоносного пласта, и в случае, когда фильтр опущен ниже в любую более глубокую часть пласта.

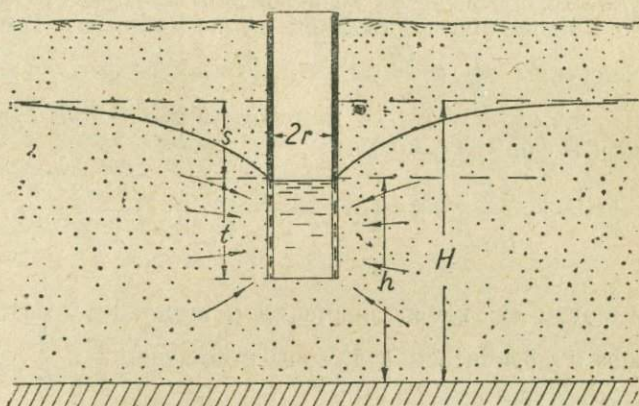
Объединяя формулу (168) с формулой Дюпюи (150), получим следующее выражение для дебита несовершенного колодца:

$$q = \frac{k\pi(H^2 - h^2)}{\ln \frac{R}{r}} \sqrt{\frac{t}{h}} \sqrt[4]{\frac{2h-t}{h}}. \quad (169)$$

В случае несовершенного колодца с проницаемым дном и стенками колодца Форхгеймер дает другую формулу:

$$\frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{h}{t+0,5r}} \sqrt[4]{\frac{h}{2h-t}}, \quad (170)$$

где  $r$  — радиус колодца, а остальные величины те же, что и выше.



Фиг. 74. Несовершенный колодец.

Рассмотренные формулы выведены для грунтового колодца, но по указанию Люммерта Форхгеймер предлагал им пользоваться и для артезианского несовершенного колодца. При этом в формуле (168) вместо величины  $h$  должна быть поставлена вся мощность артезианского пласта; обозначая последнюю через  $T$ , имеем:

$$\frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{T}{t}} \sqrt[4]{\frac{T}{2T-t}},$$

а также

$$\frac{Q}{q} = \sqrt{\frac{T}{T+0,5r}} \sqrt[4]{\frac{T}{2T-t}}. \quad (171)$$

Для иллюстрации соотношения между дебитами совершенного и несовершенного колодцев приведем табличку (на стр. 152) и диаграмму (фиг. 75).

Из таблички видно, что указанное соотношение между дебитами (нижняя строка таблицы) возрастает медленнее, чем относитель-

ное уменьшение длины фильтра  $\frac{h}{t}$ ; например, при уменьшении длины фильтра в 3 раза против полной глубины совершенного колодца дебит несовершенного колодца падает лишь в 1,5 раза, при уменьшении длины фильтра в 10 раз дебит несовершенного колодца уменьшается примерно в 3 раза.

Таблица 21

$\frac{h}{t}$	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0
$\sqrt{\frac{h}{t}} \sqrt[4]{\frac{h}{2h-t}}$	1,16	1,27	1,41	1,52	1,74	1,94	2,11	2,42	3,05

Пользуясь формулой (169), проследим на нижеследующем примере изменение дебита несовершенного колодца в зависимости от мощности водоносного пласта при постоянной длине фильтра. Вычислим ряд значений величины  $\frac{q}{k}$  и  $\frac{Q}{k}$  для следующих данных:  $t=2$  м,  $R=100$  м,  $r=8,5$  см,  $h=H-1$  или понижение  $H-h=1$ . Поставив эти значения в формулу, получим:

$$\frac{q}{k} = \frac{\pi(2H-1)}{\ln \frac{R}{r}} \sqrt{\frac{H-1}{2}} \sqrt[4]{\frac{H-1}{2(H-1)-2}}$$

Наряду с этим для тех же значений  $H$  вычислим дебиты совершенного колодца и подсчитаем величины отношений  $\frac{q}{k}$  и  $\frac{Q}{k}$ . Полученные данные сведем в табл. 22.

Таблица 22

$H$	3	5	10	15	20	25	30
$\frac{q}{k}$	2,22	3,13	4,58	5,62	6,60	7,40	8,11
$\frac{Q}{k}$	2,22	4,00	8,43	12,90	17,3	21,8	26,2

При  $H=3$  колодец будет совершенным.

При дальнейшем возрастании  $H$  получится несовершенный колодец с все увеличивающимся отношением мощности к длине рабочей части колодца. Приведенная таблица показывает, что несовершенный колодец при этом, сохраняя длину фильтра неизменной, будет увеличивать свой дебит в меньшей степени, чем совершенный колодец, вскрывающий при каждом значении  $H$  всю толщу водоносного пласта; но это возрастание дебита несовершенного колодца оказывается еще довольно значительным и, по мнению многих авторов, начиная с некоторой ве-

личины мощности, является явно преувеличенным и формула Форхгеймера при этом становится неприменимой.

Наряду с эмпирическими формулами Форхгеймера для несовершенных колодцев существует теоретическое исследование Ротера (Rother). По установленной последним зависимости дебит несовершенного колодца при возрастании убывает по сравнению с совершенным быстрее, чем по формуле Форхгеймера (фиг. 75). Повидимому, зависимость, выведенная Ротером, более близка к действительности. Формулы Ротера имеют очень сложный вид и на практике в естественных условиях они еще не проверены, как и формула Форхгеймера.

Паркер (Parker) высказал мнение, что влияние откачки из такого колодца распространяется далеко не на всю глубину водоносного пласта и практически можно принять за глубину активного питающего слоя полторную величину глубины погружения колодца, считая от первоначального уровня воды:

$$h_a = 1,5 (s + t), \quad (172)$$

где  $s$  — понижение уровня воды в колодце;

$t$  — длина рабочей части фильтра.

Здесь очевидно предусматривается тот случай, когда водопроницаемая часть колодца находится вверху, начинаясь непосредственно от уровня воды.

По мнению проф. Замарина, «критерий Паркера», повидимому, характеризует нижний предел активной зоны; верхний же предел будет близок к  $2(s + t)$ . Он дает следующий ряд значений мощности активного слоя  $h_a$  для разных величин относительно понижения:

$$\left. \begin{array}{l} s = 0,2 (s + t) \dots \dots \dots h_a = 1,3 (s + t), \\ s = 0,3 (s + t) \dots \dots \dots h_a = 1,5 (s + t), \\ s = 0,5 (s + t) \dots \dots \dots h_a = 1,7 (s + t), \\ s = 0,8 (s + t) \dots \dots \dots h_a = 1,85 (s + t). \end{array} \right\} \quad (172a)$$

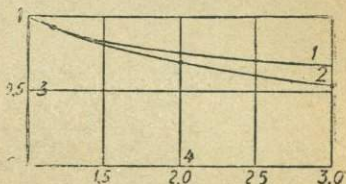
**Пример.** Вычислить дебит несовершенного артезианского колодца, закладываемого в толще межморенных песков в районе Минска. Мощность водоносного пласта 38,69 м, коэффициент фильтрации 24,05 м/сутки, диаметр колодца  $d = 2r = 20$  см, длина фильтра  $t = 8$  м.

Вычислим дебит при понижении на 1 м, применяя формулу:

$$q_1 = \frac{2\kappa Ms}{\ln \frac{R}{r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{T}{t}} \sqrt[4]{\frac{T}{2T-t}}}$$

Подставив числовые значения букв, имеем для удельного дебита:

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{2 \cdot 24,05 \cdot 38,69 \cdot 1}{\ln 100 - \ln 0,10} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{38,69}{8}} \sqrt[4]{\frac{38,69}{238,69 - 8}}} = 645 \cdot \frac{1}{1,8} = \\ &= 358 \text{ м}^3/\text{сутки} = 4,2 \text{ л/сек.} \end{aligned}$$



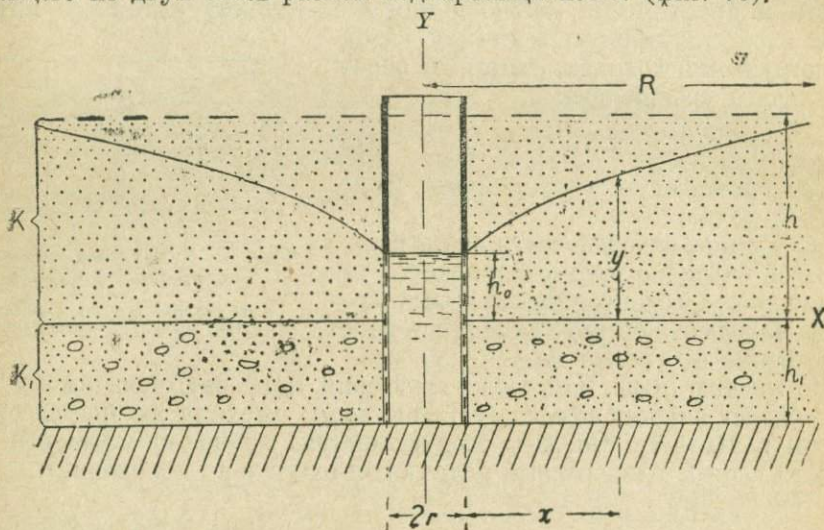
Фиг. 75. Диаграмма дебита несовершенного колодца.

-- по Ротеру; 2 — по Форхгеймеру  
3 — дебит колодца; 4 — отношение  $h : t$

## § 52. ФОРМУЛЫ ПРИТОКА ВОДЫ К ГРУНТОВОМУ И АРТЕЗИАНСКОМУ КОЛОДЦАМ ПРИ СЛОИСТОМ СТРОЕНИИ ВОДОНОСНОГО ПЛАСТА

**Грунтовый колодез.** Теория притока подземных вод к водосборным сооружениям в неоднородных пластах находится в зачаточном состоянии. Мы можем рассмотреть лишь простейшие случаи слоистого строения водоносного пласта.

Впервые формула притока воды к грунтовому колодезю, заложенному в слоистом водоносном пласте, была выведена И. Шульце (I. Schultze), которым был разобран случай водоносного пласта, состоящего из двух слоев разной водопроницаемости (фиг. 76).



Фиг. 76. Грунтовый колодез в водоносном пласте из двух слоев разной водопроницаемости:  $k_1$  и  $k$ .

Применяя основное дифференциальное уравнение Дюпюи к двум слоям, можно для общего количества воды, притекающего к колодезю в единицу времени, написать:

$$Q = 2\pi h_1 k_1 x \frac{dy}{dx} + 2\pi k x y \frac{dy}{dx}, \quad (173)$$

где  $Q$  — количество воды, извлекаемое из колодезю в единицу времени, или «расход колодезю»;

$h_1$  — мощность нижнего слоя;

$h$  — мощность верхнего слоя;

$y$  — высота уровня воды в пределах депрессионной воронки над промежуточной границей обоих слоев;

$k$  и  $k_1$  — коэффициенты фильтрации верхнего и нижнего слоя.

Разделив переменные, имеем:

$$2y \, dy + 2h_1 \frac{k_1}{k} dy = \frac{Q \, dx}{\pi k x}.$$

Интегрируем:

$$y^2 + 2h_1 y \frac{k_1}{k} = \frac{Q}{\pi k} \ln x + C, \quad (174)$$

На границе воронки депрессии при  $x = R$ , т. е. радиусу влияния колодца,  $y = h$ . Подставив эти значения  $x$  и  $y$  в предыдущее уравнение, получим:

$$h^2 + 2h_1 h \frac{k_1}{k} = \frac{Q}{\pi k} \ln R + C. \quad (175)$$

Исключая из двух последних уравнений постоянное  $C$  путем вычитания, получим уравнение кривой депрессии:

$$h^2 - y^2 + 2h_1 \frac{k_1}{k} (h - y) = \frac{Q}{\pi k} (\ln R - \ln x). \quad (176)$$

От выведенной выше формулы для одиночного колодца можно перейти к другим видам формулы, принимая различные пограничные значения  $y$  и  $x$ . При  $x = r$ ,  $y = h_0$ . Подставляя эти значения в формулу (174) и исключая с помощью формулы (175) постоянное  $C$ , имеем для расхода колодца выражение:

$$Q = \frac{\pi k \left[ h^2 - h_0^2 + (h - h_0) 2h_1 \frac{k_1}{k} \right]}{\ln R - \ln r}. \quad (177)$$

Точно так же для двух наблюдательных скважин на расстоянии  $x_1$  и  $x_2$  от оси колодца и с высотами уровня воды  $y_1$  и  $y_2$  можно написать:

$$Q = \frac{\pi k \left[ y_2^2 - y_1^2 + (y_2 - y_1) 2h_1 \frac{k_1}{k} \right]}{\ln x_2 - \ln x_1}. \quad (178)$$

Выведенные формулы могут быть применены и для большего числа слоев; при этом  $k_1$  должно быть заменено через  $K_1$  — средний коэффициент фильтрации нижней части пласта, а  $h$  — через  $M$  — мощность той же части.

В случае большого числа слоев можно также для приближенных подсчетов воспользоваться обыкновенной формулой Дюпюи, заменив в ней коэффициент фильтрации  $k$  величиной среднего или эффективного коэффициента  $K$ , вычисляемого на основании послойных определений водопроницаемости водоносных пород:

$$Q = \frac{\pi K (H^2 - h^2)}{\ln R - \ln r}. \quad (179)$$

По поводу формул Шульце И. П. Кусакин делает ряд замечаний:

1. Потери напора в верхнем слое вызываются не только горизонтальным движением воды, но и вертикальным опусканием ее из верхнего слоя в нижний. Только потому Шульце не учитывает эти движения, что вертикальное движение незначительно, а между тем при учете их математическая формулировка процесса становится весьма затруднительной».

2. «Формулы практически могут считаться пригодными только при условии, что проницаемости слоев отличаются друг от друга незначительно. Если же проницаемость верхнего слоя очень мала по сравнению с таковой нижнего, то явление принимает другой характер. В этом случае верхний слой является относительно перекрывающим водоупором, а потому движение воды в нижнем слое следует рассматривать как движение напорной воды. Что же касается верхнего слоя, то поверхность уровня воды в нем должна рассматриваться тогда независимо от нижнего слоя».

3. «Предел действия в верхнем слое отличен от такового в нижнем... допущение общности величины  $R$  для обоих слоев справедливо практически лишь тогда, когда  $k$  и  $k_1$  незначительно отличаются друг от друга».

4. «Соответственно различным  $k$  и  $k_1$ ,  $h$  и  $h_1$ , а следовательно, и различным  $R$  и  $R_1$  уклоны уровня в разных слоях для одной и той же точки поля будут различны. Только для малой разницы между  $k$  и  $k_1$  практически можно понимать уклон одинаковым для обоих слоев».

К замечаниям Кусакина следует еще добавить некоторые соображения, выясняющие особенности притока воды к колодцам в слоистых грунтах.

Важнейшим моментом являются потери напора, вызываемые вертикальным передвижением воды из верхних слоев в нижние. Надо отметить, что такое вертикальное передвижение существует и при однородном строении водоносного пласта; оно особенно проявляется вблизи колодца, где имеет место крутое падение депрессионной кривой и где линии токов значительно отклоняются от горизонтального направления. Учет вертикального движения и в случае однородного пласта создает большие осложнения в решении задачи. Одно из таких решений принадлежит, как известно, Козени. Теория же Дюпюи не учитывает вертикальных перемещений воды, движущейся к колодцу.

Основное осложнение в случае слоистого пласта заключается в том, что в таком пласте водопроницаемость значительно меньше в вертикальном направлении, чем в горизонтальном, согласно приведенным в гл. III данным. Поэтому вертикальные передвижения воды здесь должны проявиться большими потерями напора, чем в однородном пласте. Эти добавочные потери напора должны сказаться в виде несколько увеличенных понижений уровня воды или в виде более заметного уменьшения удельного дебита при возрастающем понижении уровня воды при откачке. Особенно существенное значение это обстоятельство должно иметь для несовершенных колодцев, при которых вертикальные передвижения воды в пласте имеют место в значительном размере.

Из сказанного можно сделать один практический вывод, что коэффициент фильтрации, определенный откачкой из слоистой толщ, должен быть несколько преуменьшенным сравнительно с коэффициентом фильтрации пласта в горизонтальном направлении, так как во время откачки мы имели движения воды в пласте не только горизонтальные, но и вертикальные, связанные с дополнительными сопротивлениями вследствие меньшей водопроницаемости слоистого грунта в направлении поперечном к напластованию.

Что касается практической применимости выведенных выше формул Шульце, то вопрос этот сейчас можно считать открытым и требующим экспериментальных и дальнейших теоретических исследований.

**Артезианский колодез.** Аналогично предыдущему, рассматривая расход колодца как сумму расходов отдельных слоев, напишем:

$$Q = \frac{2\pi k_1 h_1 s}{\ln R - \ln r} + \frac{2\pi k_2 h_2 s}{\ln R - \ln r} + \dots$$

или, вынося за скобку:

$$Q = \frac{2\pi (h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots) s}{\ln R - \ln r}, \quad (180)$$

где  $h_1, h_2$  — мощности отдельных слоев,  $k_1, k_2$  — их коэффициенты фильтрации,  $s$  — понижение уровня воды. Для двух наблюдательных скважин имеем:

$$Q = \frac{2\pi (h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots) (s_1 - s_2)}{\ln x_2 - \ln x_1},$$

где  $y_1$  и  $y_2$  — уровни воды в соответствующих наблюдательных скважинах,  $s_1 - s_2$  — разность понижений в них.

Вводя величину среднего коэффициента фильтрации:

$$K = \frac{h_1 k_1 + h_2 k_2 + \dots}{h_1 + h_2 + \dots}$$

и общую мощность  $M = h_1 + h_2 + \dots$ , приведем формулу к виду, аналогичному уравнению Дюпюи:

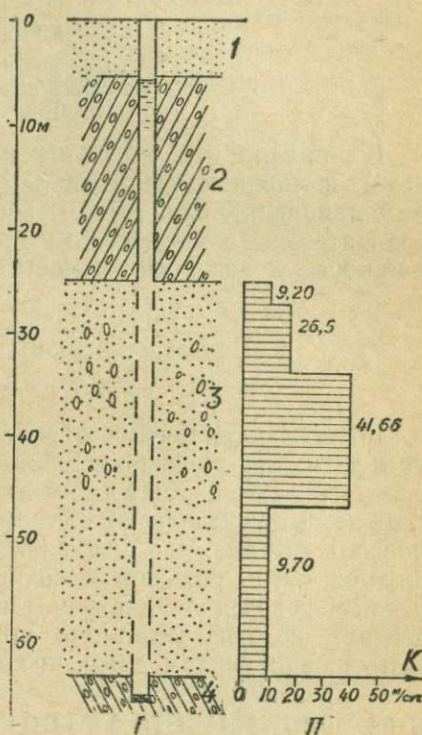
$$Q = \frac{2\pi K M s}{\ln R - \ln r} \dots \quad (181)$$

**Пример.** Вычислить удельный дебит для буровой скважины, заложной в межморенных песках близ г. Минска (эксплуатационная скважина № 1)<sup>1</sup>.

По данным геологического разреза и по лабораторным исследованиям (фиг. 77) водоносный горизонт состоит из четырех слоев с различными коэффициентами фильтрации:

Таблица 23

Мощности слоев, начиная сверху, $h$ . . . . .	1,89	6,90	13,85	16,06
Коэффициент фильтрации, $k$ . . . . .	9,20	26,5	41,66	9,70



Фиг. 77. Разрез (I) и эпюра водопроницаемости артезианской скважины в районе г. Минска.

1 — надморенный песок; 2 — верхняя морена; 3 — межморенные пески; 4 — нижняя морена.

<sup>1</sup> См. Г. В. Богомолов. К методике определения производительности водоносных пластов откачкой. Москва, 1933, стр. 64, 66.

Общая мощность водоносной толщи 38,69 м. Диаметр фильтра 11,2 см. Остальные данные см. геологический разрез скважины (Фиг. 77).

Прежде всего вычислим средний коэффициент фильтрации пласта по формуле:

$$K = \frac{\sum kh}{\Sigma h} = \frac{9,20 \cdot 1,89 + 26,5 \cdot 6,90 + 41,66 \cdot 13,85 + 9,70 \cdot 16,06}{1,89 + 6,90 + 13,85 + 16,06} = \\ = \frac{930,51}{38,69} = 24,05 \text{ м/сутки.}$$

Подставляя эту величину и другие значения букв в формулу (152), вычисляем удельный дебит. Радиус влияния при этом получим приблизительно равным 500 м, увеличивая здесь его значение сравнительно с предыдущим примером ввиду значительно большей мощности и водопроницаемости толщи.

$$q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 24,05 \cdot 38,69}{2,3 (\lg 500 - \lg 0,056)} = \frac{5880}{2,3 (2,699 - 2,748)} = \frac{5880}{9,12} = \\ = 635 \text{ м}^3/\text{сутки} = 7,5 \text{ л/сек.}$$

По поводу полученного результата надо отметить, что вычисленная величина удельного дебита колодца в данных условиях может рассматриваться, как максимальная, и полностью реализована может быть лишь при заложении фильтровой колонны на всю мощность водоносного пласта, т. е. на 38,69 м. Такая длина фильтра представляется очень большой и конкретно здесь был бы устроен несовершенный колодец с фильтром длиной метров 8—10. При таком оборудовании колодца дебит его при том же понижении должен уменьшаться, как увидим ниже, процентов на 50.

### § 53. ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДЮПЮИ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ВОДОНЕПРОИЗВОДИМОСТИ И ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТОВ ОТКАЧКОЙ. МЕТОД ТИМА

Из уравнений депрессионных кривых для грунтового и артезианского колодца можно определить величину коэффициента фильтрации:

1) в случае грунтового колодца мы имеем:

$$k = \frac{Q (\ln x_2 - \ln x_1)}{\pi (y_2^2 - y_1^2)}; \quad (182)$$

2) в случае артезианского колодца:

$$k = \frac{Q (\ln x_2 - \ln x_1)}{2\pi M (y_2 - y_1)}. \quad (183)$$

На основании написанных уравнений, зная количество откачиваемой воды  $Q$  и уровни воды  $y_2$  и  $y_1$  в двух наблюдательных скважинах, мы можем подсчитать величину  $k$  — коэффициента фильтрации пласта. Впервые этот метод определения водопроводимости пласта был применен в Германии Тимом, по имени которого он и носит название *метода Тима*.

Тим применял откачки не только к однородным пластам, но и к разнородным, поэтому величина  $k$ , определяемая им, правильнее соответствовала среднему или эффективному коэффициенту фильтрации пласта, и эту величину он даже обозначал другой буквой  $\epsilon$ . Некоторые немецкие авторы и сам метод откачки называли « $\epsilon$ -метод».

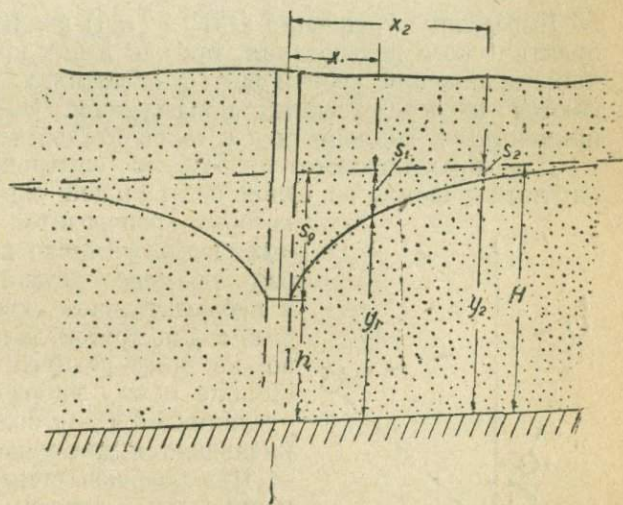
Написанные выше формулы выведены при условии горизонтального положения естественной поверхности уровня грунтовых или напорных вод и при горизонтальном основании водоносного пласта, от которого в указанных формулах ведется измерение уровней воды.

Эти же формулы при некотором видоизменении применяются и к грунтовым или артезианским потокам с наклонной поверхностью уровней воды и с наклонным залеганием водоносных пластов. Как уже отмечалось ранее, в последнем случае получается асимметричная форма депрессионной воронки.

Исследуя такую воронку, Тим нашел возможным допустить, что при переходе от горизонтального пласта к наклонному с поверхностью уровня воды, параллельной основанию пласта, можно перейти от симметричной воронки к асимметричной следующим путем. Понижения уровня во всех точках депрессионной воронки остаются теми же, что и при горизонтальной поверхности уровня грунтовых вод. Откладывая эти понижения от наклонной поверхности естественных статических уровней, получим новую асимметричную поверхность депрессионной воронки (фиг. 78). Измеряя теперь уровни воды не от горизонтальной, а от наклонной поверхности основания водоносного пласта, мы получим те же величины, что и в первом случае. Приняв за ось  $x$  наклонное основание пласта, Тим вывел такие же уравнения депрессионной воронки, как и уравнения Дюпюа, отнесенные лишь к косоугольной системе координат.

Преобразуем уравнения (182) и (183), подставив  $y_1 = H - s_1$  и  $y_2 = H - s_2$ , где  $s_1$  и  $s_2$  — соответствующие понижения уровня воды. После подстановки значений  $y_1$  и  $y_2$  в уравнение для артезианского пласта, имеем:

$$k = \frac{Q (\ln x_2 - \ln x_1)}{2\pi M [(H - s_2) - (H - s_1)]} = \frac{Q (\ln x_2 - \ln x_1)}{2\pi M (s_1 - s_2)}. \quad (184)$$



Фиг. 78. Схема асимметричной депрессионной воронки.

В уравнении (182) для грунтового потока предварительно разложим разность квадратов  $(y_2^2 - y_1^2)$  на множители и тогда уже сделаем подстановку:

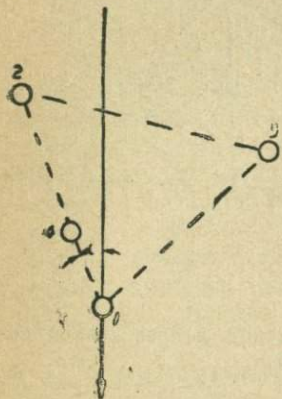
$$y_2^2 - y_1^2 = (y_2 + y_1)(y_2 - y_1) = (2H - s_1 - s_2)(s_1 - s_2).$$

После подстановки уравнение (182) примет вид:

$$k = \frac{Q(\ln x_2 - \ln x_1)}{\pi(2H - s_1 - s_2)(s_1 - s_2)}. \quad (185)$$

Выведенные уравнения (184) и (185) являются более удобными для практического пользования, так как в них прямо используются величины понижений уровня воды в скважинах, которые обычно и получаются непосредственным наблюдением. Эти уравнения одинаково применимы к наклонным и к горизонтальным пластам.

Для практического проведения опытной откачки устраивается опытный участок из одной центральной скважины или колодца, из которых производится откачка, и наблюдательных скважин, число которых по Тиму должно быть не менее двух. Расстояние, ближайшее к наблюдательной скважине, берется не более 5 м, а для другой дальней — от 10 м и более, но не далее радиуса влияния колодца. Расстояние между наблюдательными скважинами увеличивается для более проницаемых пород и уменьшается для менее проницаемых.



Фиг. 79. Тимовский треугольник скважин.

При большой степени разнородности и изменчивости водоносных пород и при более детальном изучении число наблюдательных скважин увеличивается и они располагаются по двум или нескольким лучам. Существует несколько типов опытных участков; наиболее употребительные из них следующие:

- 1) четыре луча наблюдательных скважин по две скважины в каждом луче;
- 2) два луча взаимно перпендикулярных и направляемых обычно один по направлению естественного потока подземных вод, другой — по простирацию потока;
- 3) три луча скважин под углом  $120^\circ$ ;
- 4) треугольник скважин, из которых одна служит центральной, а на одной из двух сторон треугольника ближе к центральной закладывается еще одна наблюдательная — четвертая. Эта система скважин предложена была Тимом и носит наименование *тимовского треугольника* (фиг. 79).

Помимо указанных наблюдательных *лучевых скважин* нередко закладываются непосредственно вблизи центральных так называемые *затрубные*, назначением которых является определение величины сопротивления фильтра или скачка уровня воды, наблюдающегося при откачке из колодцев.

В некоторых случаях добавляется одна или несколько скважин на небольшом расстоянии от наблюдательных для постановки опыта с индикаторами с целью изучения действительных скоростей движе-

ния воды при откачке и получения данных для вычисления скоростных коэффициентов водопроницаемости по формуле:  $k_0 = \frac{u}{l}$ .

В целях более подробного исследования различных участков исследуемого водоносного пласта, следует устраивать несколько пар наблюдательных колодцев и несколько колодцев для откачек; в особенности это необходимо, когда исследуемый пласт отличается большой неоднородностью и непостоянством состава.

Определение коэффициента фильтрации с меньшей точностью может быть произведено при одной наблюдательной скважине и даже с помощью только одной центральной.

При одной наблюдательной и центральной скважинах для вычисления коэффициента фильтрации имеем для артезианского колодца формулу, полученную из уравнения (148):

$$k = \frac{Q (\ln x - \ln r)}{2\pi M (y - h)} \quad (186)$$

или полагая  $y = H - s$  и  $h = H - s_0$ , получим формулу, пригодную и для артезианского потока в наклонном пласте:

$$k = \frac{Q (\ln x - \ln r)}{2\pi M (s_0 - s_1)} \quad (187)$$

Для грунтового колодца на основании уравнения (157) имеем:

$$k = \frac{Q (\ln x - \ln r)}{\pi (y^2 - h^2)} \quad (188)$$

или, разлагая разность квадратов  $(y^2 - h^2)$  на множители и делая те же подстановки, что и для предыдущих уравнений, имеем для грунтового потока:

$$k = \frac{Q (\ln x - \ln r)}{\pi (2H - s_1 - s_0) (s_0 - s_1)} \quad (189)$$

По аналогии с предыдущим для одиночного колодца получим следующие формулы:

1) для артезианского колодца:

$$k = \frac{Q (\ln R - \ln r)}{2\pi Ms} \quad (190)$$

2) для грунтового колодца:

$$k = \frac{Q (\ln R - \ln r)}{\pi (2H - s)s} \quad (191)$$

Использование для вычисления коэффициента  $k$  наблюдений за понижением уровня в центральной скважине или просто данных откачек из одиночной скважины влечет за собой погрешность ввиду различия уровня воды внутри и вне колодца, в то время как по Дюпюи мы должны иметь уровень воды, с внешней стороны фильтра. Эта погрешность устраняется, если иметь затрубную скважину; тогда вместо понижения  $s_0$  в центральной берется понижение  $s_1$  в затруб-

ной, соответственно вместо радиуса колодца  $r$  в формулу подставляется расстояние от оси колодца до затрубной  $r_1$ .

При большой глубине уровня воды затрубную скважину устраивать затруднительно, например при испытании артезианских пластов. Вместо этого Люммерт (Lummert) предложил оборудовать центральную или одиночную скважину для откачки фильтром особой конструкции, дающим возможность определять уровень воды  $h$  с наружной стороны колодца, как это и требуется по уравнению Дюпюи.

Разобранные выше формулы имеют в виду совершенные колодцы, применение которых, однако, в случае большой мощности водоносного пласта бывает крайне затруднительным или даже невозможным. Часто для опытных откачек устраиваются несовершенные колодцы, иногда с небольшой длиной фильтра, начиная от 2 м.

Для вычисления коэффициента фильтрации в данном случае при одной центральной и наблюдательной скважине на основании уравнения Форхгеймера имеем:  
для напорных вод:

$$k = \frac{Q (\ln x - \ln r)}{2\pi M (s_0 - s_1)} \sqrt{\frac{M}{t}} \sqrt[4]{\frac{M}{2M-t}};$$

для грунтовых вод:

$$k = \frac{Q (\ln x - \ln r)}{\pi (2H - s_0 - s_1) (s_0 - s_1)} \sqrt{\frac{h}{t}} \sqrt[4]{\frac{h}{2h-t}},$$

где  $s_0$  — понижение уровня воды в центральной скважине;

$s_1$  — понижение в наблюдательной скважине.

Остальные обозначения те же, что и ранее.

Вычисление  $k$  по приведенным сейчас формулам, как и в случае совершенного колодца, связано с погрешностями, обусловливаемыми сопротивлением колодца, которое здесь не учитывается и которое в несовершенном колодце ввиду сокращенной длины фильтра может еще более возрасти.

Эта погрешность может быть избегнута при устройстве затрубной скважины или при употреблении хорошо оборудованного фильтра Люммерта. При этом необходимо в формулах сделать соответствующие замены: вместо понижения в центральной и радиуса колодца надобно поставить понижение в затрубной и расстояние до затрубной.

При наличии наблюдательных скважин в случае значительного расстояния их от центральной, например не менее двойной глубины основания водоносного пласта, считая от дна колодца, можно принять, что линии тока распространяются на этом расстоянии от колодца на всю толщу пласта; поэтому здесь возможно применить обычные формулы (182) и (183), выведенные для совершенного колодца.

Определяемая по описанным выше формулам величина коэффициента фильтрации может рассматриваться как средний или эффективный коэффициент, распространяемый на всю толщу водоносного пласта, хотя бы он имел и неоднородное строение. Определение коэффициента фильтрации послойное для неоднородных пластов до сих пор совсем еще не разработано. Некоторые попытки в этом отношении возможны путем использования формулы Шульце для притока воды к колодцу, в водоносной толще из двух слоев разной водопроницаемости.

По этому вопросу мы находим следующие предложения у К. И. Добровольского [32].

Последний рассматривает два случая.

В одном случае, когда «проницаемость нижнего слоя заведомо меньше верхнего (например верхний слой — галечник, а нижний — суглинок), он рекомендует скважину первоначально довести лишь до поверхности нижнего слоя и произвести откачку с обработкой результатов по обычной формуле для однородного пласта, принимая нижний слой за водонепроницаемый. В результате получается величина водопроницаемости верхнего слоя. Затем скважина доводится до нижнего слоя и откачка проводится из обоих слоев.

Результаты подсчитываются по формуле Шульце, в которую предварительно подставляется величина водопроводимости верхнего слоя из предыдущего определения.

Во втором случае, когда наоборот водопроницаемость верхнего слоя меньше, скважиной вскрываются оба слоя и производят две откачки. Первую при понижении уровня воды, не доходящем до нижнего слоя. Вторую — при значительно большем понижении, чтобы пониженный уровень воды в скважине был уже в пределах нижнего пласта.

Результаты второй откачки подсчитываются по формуле, приводящейся к формуле артезианского колодца, составленной для нижнего пласта, что дает величину коэффициента фильтрации нижнего пласта. Результаты первой откачки, подсчитанные по формуле Шульце с подстановкой коэффициента фильтрации нижнего слоя из предыдущего подсчета, дают водопроводимость верхнего слоя.

Добровольский показывает, что при некоторых соотношениях между понижением и мощностями слоев можно достигнуть минимальных погрешностей при таких подсчетах.

Определив путем откачки коэффициент  $k$ , перейдем к определению производительности или расхода естественного потока подземных вод по уравнению Дарси:

$$Q = k\omega I,$$

где  $Q$  — расход воды для рассматриваемого участка водоносного пласта;

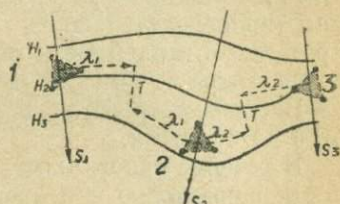
$k$  — коэффициент фильтрации для данного участка;

$\omega$  — площадь поперечного сечения потока нормальная к его направлению и равная  $\omega = Bh$ ;

$I$  — напорный градиент.

Для определения величин  $\omega$  и  $I$  Тим закладывает ряд треугольников скважин, по которым определяются путем измерения уровня воды и нивелировки скважин гидроизогипсы и направление потока, показанное на рисунке стрелками  $S$ , проходящими через центры тяжести треугольников (фиг. 80).

Для определения общей площади поперечного сечения потока он разбивается на участки, границы которых проходят посредине между треугольниками скважин. Для каждого участка ширина потока



Фиг. 80. Определение ширины грунтового потока (по Тиму)

определяется по длине гидроизогипсы, проходящей через центр тяжести треугольника:

$$l_1 = \lambda_1 + \lambda_2, l_2 = \lambda_2 + \lambda_3 \text{ и т. д.}$$

Уклон грунтового потока определяется просто, если одна из пар скважин треугольника придется как раз на линии тока; в общем же случае направление потока образует с той или иной соседней парой скважин какой-нибудь угол  $\alpha$  (см. фиг. 79), тогда истинный уклон потока  $I$  получится делением на  $\cos \alpha$  величины уклона, определенного для указанной пары скважин. Та же величина может быть определена просто по гидроизогипсам путем деления разности высот двух гидроизогипс на расстояние между ними по направлению течения или по нормали.

Приведем в заключение еще некоторые практические сведения, о производстве откачек.

Интенсивность откачки должна быть такова, чтобы получить достаточное понижение уровня: 2—4 м в центральном колодце. Требуемая производительность откачки изменяется в довольно широких пределах в зависимости от степени водоносности пласта, начиная от долей литра в секунду и до нескольких десятков литров в секунду.

В опытных работах Тима производительность откачки колебалась от 5 до 60 л/сек.

В течение одного опыта откачка должна производиться по возможности равномерно и непрерывно; для проверки равномерности периодически замеряется расход воды. Чтобы откачиваемая вода не просачивалась обратно в водоносный пласт, ее отводят на сторону на достаточное расстояние. Одновременно с откачкой производятся наблюдения за уровнем воды в наблюдательных скважинах, которые должны быть хорошо проницаемы, чтобы всякое изменение уровня грунтовых вод или напора отражалось в них легко и быстро.

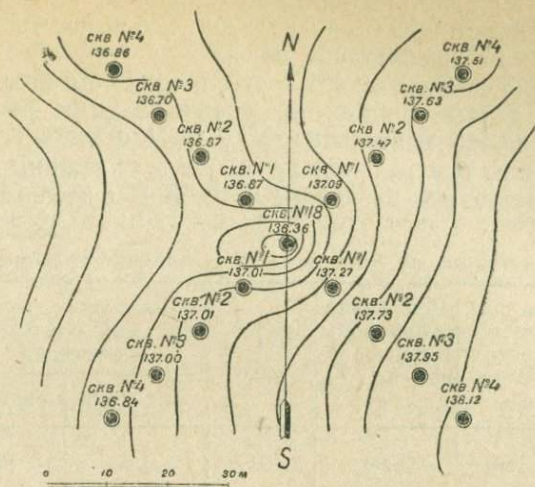
Откачка производится до тех пор, пока не будет достигнуто стационарное состояние уровня воды или близкое к нему, т. е. пока уровни воды при однообразной откачке, постепенно понижаясь, не установятся на некоторой высоте.

В это время, не прерывая откачки, производится во всех скважинах измерение установившегося уровня воды и отмечается величина понижения уровня  $s$  по отношению к первоначальному уровню, замеченному до откачки.

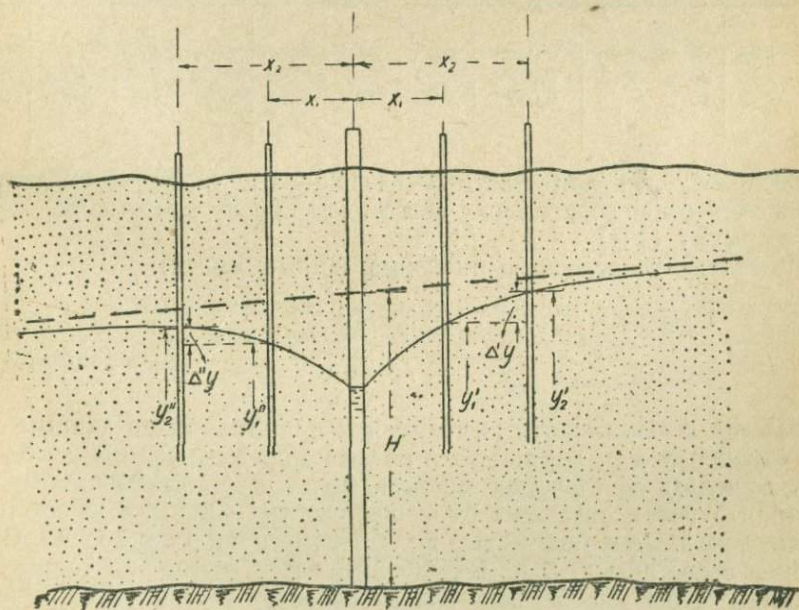
Все данные периодических замеров и одновременных замеров уровней воды от начала и до конца опыта тщательно записываются. Последние замеры расхода и уровней, которые будут признаны близкими к стационарным, подставляются в соответствующие формулы.

После откачки полезно произвести наблюдение за восстановлением уровня в колодцах и скважинах, что дает ценный материал для суждения о водоносности исследуемого горизонта, а также и о водопроницаемости. В случае хорошо водопроницаемых пород уровни восстанавливаются быстро, а в слабопроницаемых — чрезвычайно медленно. Если принять время и уровень воды за координаты, то получится кривая восстановления уровня колодца, форма которой весьма наглядно характеризует данный водоносный пласт.

*Пример 1.* Вычислить коэффициенты фильтрации по данным опытных откачек из межморенного артезианского водоносного горизонта



Фиг. 81. План опытного участка для откачек у дер. Шульгино, в окрестностях Москвы (по Богомолу). Гидронизогипсы через 0,2 м.



Фиг. 82. Асимметричная воронка.

в г. Минске. Мощность водоносного пласта  $M = 37$  м; длина фильтра 10,3 м; диаметр фильтра 112 мм. Геологический разрез и статический уровень изображены на фиг. 77 (см. стр. 157). Опытный участок состоял из тимовского треугольника (см. фиг. 79).

Приводим данные понижения уровня воды в центральной скважине № 1 и в наблюдательных № 2 и № 3 (табл. 23). Расстояние скважины № 2 от центральной  $x_2 = 60$  м, а скважины № 3  $x_3 = 120$  м. (Данные заимствованы из работы Г. В. Богомолова [29].)

Таблица 24

Откачка из скважины № 1 в районе г. Минска

Продолжительность откачки, час.	Понижение уровня воды в центральной скв. № 1, м	Дебит, л/сек	Понижение уровня в наблюдательных скважинах	
			скв. № 2	скв. № 3
120	1,00	6,6	0,10	0,04
247	5,70	16,55	0,32	0,16

Данные опытных откачек в районе

№ откачек	Понижение в центральной скважине	Продолжительность непрерывной откачки на каждое понижение	Средний дебит, м <sup>3</sup> /сек	Понижение в наблюдательных скважинах, м							
				северо-восточный луч				юго-западный луч			
				1	2	3	4	1	2	3	4
1	1,05	46 ч. 10 м.	0,0099	0,25	0,06	0,00	0,00	0,24	0,03	0,00	0,00
2	2,40	23 " 40 "	0,0196	0,72	0,15	0,05	0,02	0,70	0,53	0,50	0,30
3	3,10	45 " — "	0,0327	1,00	0,40	0,13	0,08	0,95	0,68	0,56	0,35

Воспользуемся для подсчета коэффициента фильтрации данными понижения в наблюдательных скважинах при первой откачке, применив формулу (184).

Подставив в последнюю числовые данные, имеем:

$$k = \frac{Q \ln \frac{x_2}{x_1}}{2\pi M (s_1 - s_2)} = \frac{0,00662 \ln \frac{120}{60}}{2 \cdot 3,14 \cdot 37 (0,10 - 0,04)} = 0,00033 \text{ м/сек.}$$

**Пример 2.** Вычислить коэффициенты фильтрации по данным опытных откачек у дер. Шульгино в районе Москвы. Откачка производилась с целью определения производительности грунтового потока. Опытная буровая скважина была оборудована фильтром на всю толщину водоносного пласта мощностью 20 м. Диаметр фильтра 200 мм. Общая глубина скважины 21,3 м. Водоносный пласт состоит из толщ флювиогляциальных песков, подстилаемых юрской глиной. Геологический разрез приведен был ранее в табл. 5 при проработке примера на подсчет среднего коэффициента фильтрации пласта по данным послынного

определения водопроницаемости (стр. 67). Уровень грунтовых вод стоит на глубине 1,3 м от поверхности. Опытный участок помимо центральной скважины состоял из четырех лучей наблюдательных скважин по 4 скважины в каждом луче, расположенных на расстоянии 10 м одна от другой (фиг. 81). Откачка производилась 4½-дюймовым центробежным насосом. Данные откачек изложены в табл. 25.

Вычислим коэффициент фильтрации для 1-й и 2-й наблюдательных скважин северо-восточного луча при первом понижении:

$$k = \frac{Q \ln \frac{x_2}{x_1}}{\pi (2H - s_1 - s_2) (s_1 - s_2)} = \frac{0,0099 \ln \frac{20}{10}}{3,14 (2 \cdot 20 - 0,25 - 0,06) (0,25 - 0,06)} = 0,00028 \text{ м/сек.}$$

Коэффициент фильтрации может быть вычислен для каждой пары наблюдательных скважин, в результате чего получится ряд значений  $k$ . Из этих значений окончательное может быть определено как среднее арифметическое.

Таблица 25

д. Шульгино близ Москвы

№ откачек	Понижение в центральной скважине	Продолжительность непрерывной откачки на каждое понижение	Средний дебит, м <sup>3</sup> /сек	Понижение в наблюдательных скважинах, м								Примечание
				северо-восточный луч				северо-западный луч				
				1	2	3	4	1	2	3	4	
1	1,05	46 ч. 10 м.	0,0099	0,25	0,06	0,00	0,00	0,24	0,03	0,00	0,00	Мощность водоносного слоя равна 20 м
2	2,40	23 " 40 "	0,0196	0,72	0,15	0,05	0,02	0,70	0,53	0,50	0,30	
3	3,10	45 " — "	0,0327	1,00	0,40	0,13	0,08	0,95	0,68	0,56	0,35	

По предложению автора [33] можно вычислить  $k$  сразу по четырем лучам посредством формулы:

$$Q = \frac{\pi k H_m \sum \Delta s}{4 (\ln x_2 - \ln x_1)}, \quad (192)$$

где  $H_m$  — средняя мощность водоносного пласта между рассматриваемыми наблюдательными скважинами, которая может быть вычислена по формуле:

$$H_m = \frac{8H - (\sum s_1 + \sum s_2)}{8},$$

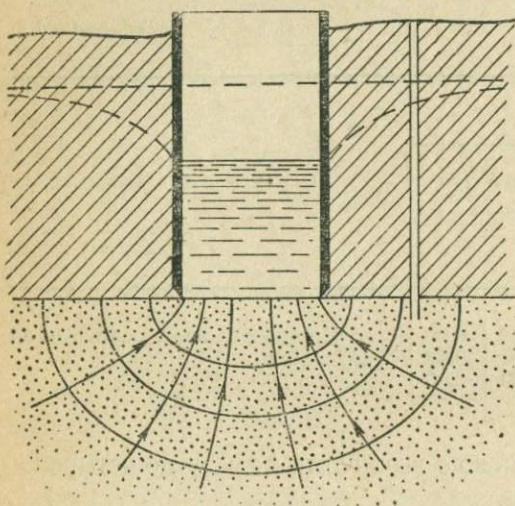
где  $H$  — естественная мощность водоносного пласта до откачки;  $\sum s_1$  и  $\sum s_2$  — суммы понижений в первых и вторых наблюдательных по всем четырем лучам;  $\sum \Delta s$  обозначает сумму разностей понижения тоже по четырем лучам. Для каждого луча  $\Delta s = s_1 - s_2$ . Вместо  $\Delta s$  можно брать разницы уровней воды в соседних скважинах  $\Delta u$  (фиг. 82).

# ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ВОДОСБОРНЫМ СООРУЖЕНИЯМ

(Продолжение)

## § 54. ШАХТНЫЕ КОЛОДЦЫ С ПРОНИЦАЕМОМ ДНОМ

Шахтные и копаные колодцы обычно не глубоко погружаются в верхнюю часть водоносного пласта, и вода в них поступает преимущественно через дно. Боковые же стенки таких мелких шахтных колодцев играют сравнительно небольшую роль в питании колодцев,



Фиг. 83. Шахтный колодец с проницаемым плоским дном.

Характер движения воды к таким колодцам обуславливается тем, что токи воды, притекающие к колодцу, должны, приближаясь к нему, изменять свое направление из горизонтального в вертикальное.

При этом линии равного напора в общем случае имеют вид полуэллипсов (фиг. 83).

В частном случае при полусферической форме дна колодца и при достаточно большой глубине подстилающего водонепроницаемого пласта можно принять, что токи воды совершаются по прямым линиям, направленным радиально к центру полусферического дна колодца (фиг. 84). Нормальные к ним поверхности, т. е. поверхности равных напоров, в этом случае приобретают форму полусфер, концентричных с полусферическим дном колодца.

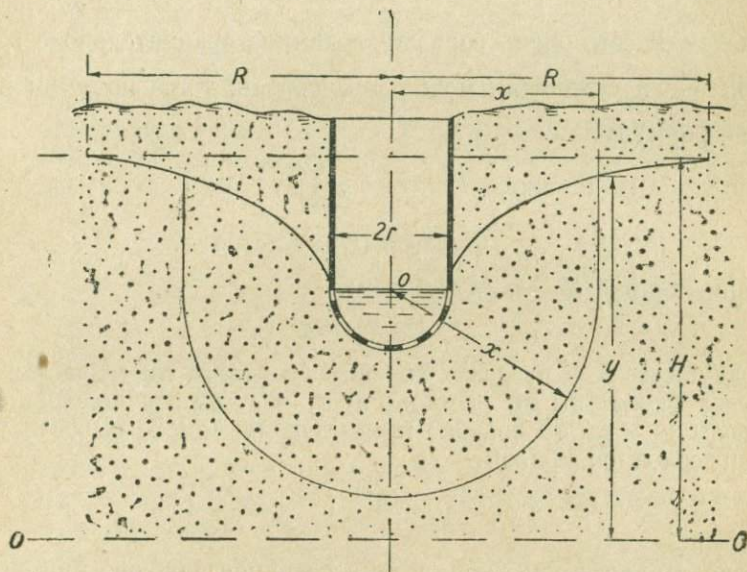
тем более, что проницаемость стенок этих колодцев бывает часто весьма несовершенной. Наряду с этим встречаются, конечно, и более глубокие шахтные колодцы, вскрывающие мощные толщи водоносных пород и получающие воду с боков, как и трубчатые колодцы. К такого рода глубоким шахтным колодцам в полной мере применима уже рассмотренная в предыдущей главе теория притока воды к совершенным и несовершенным трубчатым колодцам. От последних шахтные глубокие колодцы будут отличаться только диаметром.

В настоящем же параграфе мы остановимся на теории мелких шахтных колодцев с проницаемым дном.

Эти поверхности, как мы уже видели ранее, являются одновременно поперечными сечениями потока. В любом поперечном сечении на расстоянии  $x$  от оси колодца, мы можем написать на основании уравнения Дарси следующее выражение для скорости фильтрации:

$$v = k \frac{dy}{dx},$$

где  $y$  обозначает высоту уровня грунтовых вод на расстоянии  $x$  от оси колодца.



Фиг. 84. Шахтный колодец с полусферическим дном.

Величина расхода всего фильтрационного потока для того же сечения может быть выражена как произведение скорости фильтрации на площадь поперечного сечения, равную площади полусферы с радиусом  $x$ :

$$Q = \omega v = 2\pi x^2 v.$$

Подставив сюда предыдущее выражение  $v$ , имеем дифференциальное уравнение:

$$Q = 2\pi x^2 k \frac{dy}{dx}.$$

После разделения переменных получим:

$$dy = \frac{Q}{2\pi k} \frac{dx}{x^2}.$$

Интегрируя это уравнение, имеем:

$$y = -\frac{Q}{2\pi k} \cdot \frac{1}{x} + C, \quad (193)$$

где  $C$  — постоянное интегрирования.

Переходя к определенным интегралам, имеем следующие пределы изменения переменных:  $x$  изменяется от  $r$  до  $R$ ; где  $r$  — радиус колодца, а  $R$  — радиус влияния;  $y$  изменяется соответственно от  $h$  до  $H$ , где  $h$  — уровень воды в колодце и  $H$  — высота естественного уровня грунтовых вод или уровня на расстоянии  $R$  радиуса влияния. Подставляя данные пределы  $x$  и  $y$  в предыдущие уравнения и исключая постоянное  $C$ , получим:

$$H - h = \frac{Q}{2\pi k} \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right). \quad (194)$$

Так как  $R$  есть очень большая величина сравнительно с  $r$ , то величиной  $\frac{1}{R}$  в уравнении можно пренебречь; тогда получим приближенную формулу:

$$H - h = \frac{Q}{2\pi kr}, \quad (195)$$

$$Q = 2\pi kr(H - h) \quad (196)$$

или, приравнявая  $H - h = s$ , имеем:

$$Q = 2\pi krs.$$

В случае, если в пределах воронки депрессии имеются две наблюдательных скважины на расстоянии  $x_1$  и  $x_2$  от оси колодца с уровнями воды  $y_1$  и  $y_2$ , то подобно предыдущему, можно вывести уравнение депрессионной кривой:

$$y_2 - y_1 = \frac{Q}{2\pi k} \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) \quad (197)$$

или, сопоставляя любую точку депрессионной кривой, имеющую координаты  $x$  и  $y$ , с начальным положением депрессионной кривой у колодца, получим другой вид уравнения этой кривой:

$$y - h = \frac{Q}{2\pi k} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right). \quad (198)$$

Если дно колодца будет плоским, а не полусферическим, то вода должна встретить при входе в колодец несколько большее сопротивление и поэтому при одном и том же расходе воды, потеря напора или понижение уровня воды  $s = H - h$  должно быть соответственно большим, чем при полусферической форме дна колодца.

Форхгеймер показал, что поверхности равных напоров в этом случае имеют форму эллипсоидов вращения, а линии токов — форму гипербол, мнимые оси которых совпадают с осью колодца (см. фиг. 83).

Для величины дебита этого колодца Форхгеймер дает следующее выражение:

$$Q = 4krs. \quad (199)$$

При этом данная формула в точности отвечает чертежу, т. е. случаю, когда колодец доходит дном только до верха напорного водоносного пласта. Если же колодец опущен несколько ниже или непроницаемая кровля совсем отсутствует и имеется свободная поверхность

грунтовых вод, то в этом случае приток воды в колодец несколько облегчается и поэтому:

$$H - h < \frac{Q}{4kr}.$$

Увеличение притока воды при свободной поверхности грунтовых вод, сравнительно с напорным потоком, изображенным на фиг. 83, происходит за счет некоторого увеличения площади поперечного сечения сверх площади полусферы. Однако, это увеличение при небольшом погружении колодца в водоносный пласт не может достигнуть значительных размеров, равно как и погрешность при пользовании формулами (196) и (199) не может считаться существенной.

Выведенные формулы, как и формулы Дюпюи, могут быть применены для решения двух задач: 1) для приближенного теоретического расчета дебита колодцев и 2) для вычисления коэффициента фильтрации водоносного пласта на основании данных опытной откачки.

*Пример.* В качестве примера вычислим коэффициент фильтрации по откачке из шурфа, данные о которой заимствованы из книги П. И. Шипенко «Определение коэффициента фильтрации способом откачки» (стр. 30). В этой книге описаны опытные откачки из неглубоких шурфов, заложенных в аллювиальных песчано-галечных отложениях поймы р. Ак-Дарьи (рукав р. Заревшана). Эти отложения почти до верху насыщены водой, уровень которых стоит от поверхности на глубине 0,8 м. Толща их имеет значительную мощность и проведенными разведочными выработками до основания не пройдена. Опытный шурф был погружен в водоносный пласт на глубину 1,20 м от уровня воды. Диаметр шурфа 0,8 м.

При откачке производительностью 1 л/сек было достигнуто понижение уровня воды в шурфе на 0,85 м.

Применим для вычисления коэффициента фильтрации формулу шахтного колодца с полусферическим дном, на основании которой имеем для  $k$ :

$$k = \frac{Q}{2\pi rs} = \frac{0,001}{2 \cdot 3,14 : 0,4 \cdot 0,85} = 0,00045 \text{ м/сек} = 0,045 \text{ см/сек}.$$

Шипенко для тех же данных откачки произвел расчет по другим формулам: по формуле Дюпюи (Тима) для совершенного колодца он получил  $k = 0,084 \text{ см/сек}$ , по формуле Форхгеймера для несовершенного колодца получено  $k = 0,066 \text{ см/сек}$ .

## § 55. ФОРМУЛЫ СМРЕКЕРА

Смрекер в 1878 г. выступил с критикой закона Дарси, взамен которого он выдвинул формулу:

$$v = \left( \frac{I}{c} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (200)$$

или

$$v = k_c I^{\frac{1}{m}}.$$

По Смрекеру  $m$  никогда не бывает равным 1, как это было бы в случае движения воды по закону Дарси. В песчаных и песчано-галечных грунтах  $m$  принимает промежуточное значение между 1 и 2.

В среднем, по его мнению, оно может быть положено равным  $3/2$ , и тогда его формула принимает вид:

$$v = k_c I^{3/2}.$$

В настоящее время вопрос о пределах применимости тех и других формул еще не изучен, но в практике принято считать, что формула Смрекера более применима к крупнозернистым песчано-галечным грунтам, а некоторые исследователи пользуются ей и для водоносных трещиноватых пород.

Рассмотрим здесь основанные на формуле Смрекера уравнения притока подземных вод к грунтовым и артезианским колодцам.

**Грунтовый колодец.** Приняв те же обозначения, что и при выводе формулы Дюпюи для совершенного колодца (фиг. 68), и применяя формулу Смрекера, мы можем для расхода грунтового потока, текущего в колодец, написать уравнение:

$$Q = 2\pi x y k_c \left( \frac{dy}{dx} \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (201)$$

Разделив переменные и возведя обе части уравнения в степень  $m$ , имеем:

$$Q^m = (2\pi k_c)^m x^m y^m \frac{dy}{dx},$$

или

$$y^m dy = \left( \frac{Q}{2\pi k_c} \right)^m \frac{dx}{x^m}. \quad (201a)$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2 или от скважины № 1 до скважины № 2, получим уравнение депрессионной воронки:

$$y_2^{m+1} - y_1^{m+1} = \left( \frac{Q}{2\pi k_c} \right)^m \frac{m+1}{m-1} \left( \frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}} \right). \quad (202)$$

Подставим вместо  $x_1$  величину радиуса колодца  $r$ , вместо  $x_2$  — радиус влияния  $R$ , и соответственно вместо  $y_1$  — уровень воды у самого колодца  $h$  (или, пренебрегая сопротивлением фильтра, уровень воды внутри колодца  $h_0$ ), вместо  $y_2$  — высоту уровня воды на границе воронки депрессии или высоту первоначального уровня  $H$ . Тогда, определив дебит колодца, получим формулу:

$$Q = 2\pi k_c \sqrt[m]{\frac{H^{m+1} - h^{m+1}}{\frac{1}{r^{m-1}} - \frac{1}{R^{m-1}}} \cdot \frac{m-1}{m+1}}. \quad (203)$$

Несколько в ином виде те же формулы выведены в книге Сурина «Водоснабжение». Сурин при интегрировании дифференциального

уравнения (201) принимает для  $x$  пределы  $x$  и  $R$ , а для  $y$  — пределы  $y$  и  $H$ . Далее он получает, что ввиду большой величины  $R$  последняя может быть принята равной бесконечности, а величина частного  $\frac{1}{R^{m-1}}$  может быть приравнена нулю. Коэффициент  $k_c$  Сурия

заменяет через  $\left(\frac{1}{C}\right)^{\frac{1}{m}}$ .

В таком случае уравнение депрессионной кривой приобретает вид:

$$H^{m+1} - y^{m+1} = \left(\frac{Q}{2\pi}\right)^m C \cdot \frac{m+1}{m-1} \cdot \frac{1}{x^{m-1}}. \quad (204)$$

Точно так же для дебита колодца при этих допущениях вместо уравнения (203) получается:

$$Q = 2\pi \sqrt{\frac{m-1}{m+1} \frac{(H^{m+1} - y^{m+1}) x^{m-1}}{C}}. \quad (205)$$

Последние уравнения вошли во все руководства по методике опытных откачек; между тем, приходится отметить, что эти формулы являются менее точными сравнительно с формулами (202) и (203), и на практике они при некоторых значениях  $m$ , близких к единице, приводят к большим неточностям, так как величина показателя  $(m-1)$  при этом приближается к нулю и величина частного  $\frac{1}{R^{m-1}}$

даже при очень большом значении  $R$  становится далеко не малой величиной (см. приводимые ниже примеры).

При пользовании формулами Смрекера для расчетов дебита колодца и грунтового потока и для характеристики водопроницаемости пород необходимо знать две величины:  $m$  и  $k_c$ , для вычисления которых по данным откачек необходимо иметь по крайней мере два уравнения, составленные для двух разных понижений. Следовательно, для употребления формул Смрекера должно быть сделано минимум две откачки при разных понижениях.

*Пример.* Для примера вычислим коэффициенты Смрекера по откачкам у дер. Шульгино, данные о которых приведены выше в примере 2 § 53 (стр. 166). Возьмем для подсчета данные наблюдений в скважинах № 1 и 2 северо-восточного луча.

Таблица 26

	Понижение в наблюдательной скважине		
	Дебит	№ 1	№ 2
Первое понижение . . .	9,9	0,25	0,06
Второе . . . . .	19,6	0,72	0,15

Для двух разных понижений имеем два уравнения:

1) для первого понижения:

$$y_2^{m+1} - y_1^{m+1} = \left( \frac{Q_1}{2\pi k_c} \right)^m \frac{m+1}{m-1} \left( \frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}} \right);$$

2) для второго понижения:

$$z_2^{m+1} - z_1^{m+1} = \left( \frac{Q_2}{2\pi k_c} \right)^m \frac{m+1}{m-1} \left( \frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}} \right).$$

Во втором уравнении уровень воды для второго понижения обозначаем для отличия от первого через  $z_1$  и  $z_2$ .

Разделив первое уравнение на второе и сократив постоянные члены в правой части, имеем:

$$\frac{y_2^{m+1} - y_1^{m+1}}{z_2^{m+1} - z_1^{m+1}} = \frac{Q_1^m}{Q_2^m}. \quad (206)$$

Значения  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $z_1$  и  $z_2$  определим, вычитая из первоначального уровня воды  $H = 20$  м, величины понижений:

$$y_1 = 20 - 0,25 = 19,75,$$

$$y_2 = 20 - 0,72 = 19,28,$$

$$z_1 = 20 - 0,06 = 19,94,$$

$$z_2 = 20 - 0,15 = 19,85.$$

Решая уравнение (206), подстановкой определим  $m$ . Для этого обозначим левую часть уравнения через  $a$ , а правую через  $b$  и будем подставлять различные значения  $m = 1; 1,25; 1,50; 1,75$  и  $2$ . Определим соответствующие значения  $a$  и  $b$ , пользуясь для вычисления степеней логарифмами.

При  $m = 1$  имеем:

$$a_1 = \frac{y_2^{m+1} - y_1^{m+1}}{z_2^{m+1} - z_1^{m+1}} = \frac{19,94^2 - 19,75^2}{19,85^2 - 19,28^2} = 0,33;$$

$$b_1 = \left( \frac{Q_1}{Q_2} \right)^1 = \frac{9,9}{19,6} = 0,51.$$

При  $m = 1,25$ :

$$a_2 = \frac{19,94^{2,25} - 19,75^{2,25}}{19,85^{2,25} - 19,28^{2,25}} = 0,32;$$

$$b_2 = \left( \frac{9,9}{19,6} \right)^{1,25} = (0,506)^{1,25} = 0,43.$$

При  $m = 1,5$ :

$$a_3 = \frac{19,94^{2,5} - 19,75^{2,5}}{19,85^{2,5} - 19,28^{2,5}} = 0,32;$$

$$b_3 = \left( \frac{9,9}{19,6} \right)^{1,5} = 0,36.$$

При  $m = 1,75$ :

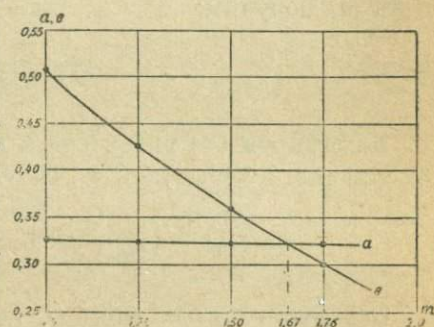
$$a_4 = \frac{19,94^{2,75} - 19,75^{2,75}}{19,8^{2,75} - 19,28^{2,75}} = 0,32;$$

$$b_4 = \left( \frac{9,9}{19,6} \right)^{1,75} = 0,30.$$

На основании вычисленных значений  $a$  и  $b$  путем графического построения (фиг. 85) находим  $m$ , удовлетворяющее уравнению. Для этого на горизонтальной оси отложим заданные значения  $m$ , а по вертикальной оси отложим сначала вычисленные значения  $a$  и соединим точки непрерывной кривой, затем также построим кривую для  $b$ .

Точка пересечения этих кривых дает искомую величину  $m = 1,67$ .

Подставив найденную величину  $m$  и другие значения букв в одно из уравнений депрессионной кривой: для первого понижения или для второго понижения (стр. 174), определим  $k_c$ :



Фиг. 85. График для определения показателя  $m$  в формуле Смрекера

$$k_c = \frac{Q_1}{2\pi} \sqrt[1,67]{\frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}}} \cdot \frac{m+1}{y_2^{m+1} - y_1^{m+1}} \cdot \frac{m-1}{m-1} =$$

$$= \frac{0,0099}{2 \cdot 3,11} \sqrt[1,67]{\frac{1}{19,94^{0,67}} - \frac{1}{12^{0,67}}} \cdot \frac{1,67+1}{19,94^{4,67} - 19,75^{2,67}} \cdot \frac{1,67-1}{1,67-1} = 0,000355 \text{ м/сек},$$

что довольно близко к величине  $k$ , подсчитанной ранее по Дюшюи.

Если вычислить  $m$  и  $k$  по другим парам скважин, то получатся новые значения, иногда значительно отличающиеся между собой. В некоторых случаях при определении  $m$  не удастся на графике получить пересечение кривых  $a$  и  $b$  в пределах значений  $m$  от 1 до 2. Это бывает тогда, когда удельный дебит откачки при втором понижении оказывается больше, чем при первом понижении, т. е. дебит возрастает не нормально, увеличиваясь в большей степени, чем понижение.

В этом случае ясно, что данные откачки не точны и могут содержать большие погрешности. Формула Смрекера здесь не может быть использована даже для приблизительных подсчетов. Следует сказать, что и вообще практическое применение формулы Смрекера довольно затруднительно и ее преимущество перед формулой Дюшюи, основанной на законе Дарси, еще не доказано.

**Артезианский колодец.** Применяя основную формулу Смрекера к артезианскому колодцу, имеем:

$$Q = 2\pi k_c M x \left( \frac{dy}{dx} \right)^{\frac{1}{m}}.$$

От аналогичного уравнения (201) для грунтового колодца последнее уравнение отличается тем, что вместо переменной мощности  $y$  мы имеем здесь постоянную мощность  $M$  (см. фиг. 67).

Разделив переменные и возвысив обе части уравнения в степень  $m$ , получим:

$$dy = \left( \frac{Q}{2\pi k_c M} \right)^m \frac{dx}{x^m}.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 с радиусом  $x_1$  до сечения 2 с радиусом  $x_2$ , находим:

$$y_2 - y_1 = \left( \frac{Q}{2\pi k_c M} \right)^m \cdot \frac{1}{m-1} \cdot \left( \frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}} \right). \quad (207)$$

Определив отсюда дебит  $Q$ , получим:

$$Q = 2\pi k_c M \sqrt[m]{\frac{y_2 - y_1}{\frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}}} \cdot (m-1)}. \quad (207a)$$

Подставляя в последнее уравнение  $y_2 = H$ , т. е. первоначальному пьезометрическому уровню;  $y_1 = h$ , т. е. уровню воды в колодце при откачке, и соответственно  $x_2 = R$  и  $x_1 = r$ , получаем выражение дебита колодца:

$$Q = 2\pi k_c M \sqrt[m]{\frac{H - h}{\frac{1}{r^{m-1}} - \frac{1}{R^{m-1}}} \cdot (m-1)}. \quad (208)$$

Величина  $H - h$  может быть заменена через  $s$ , равное понижению пьезометрического уровня воды у колодца.

При этом из формулы (208) мы заключаем, что дебит колодца пропорционален понижению в степени  $m$ .

Выведенные формулы могут быть использованы для определения с помощью откачки констант  $m$  и  $k_c$ , необходимых для расчета артезианского потока и артезианского колодца по Смрекеру.

Если мы имеем две наблюдательных скважины и две откачки при разных понижениях, то мы можем написать два уравнения:

1) для первого понижения:

$$y_2 - y_1 = \left( \frac{Q_1}{2\pi k_c M} \right)^m \left( \frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}} \right) \frac{1}{m-1}; \quad (207b)$$

2) для второго понижения:

$$z_2 - z_1 = \left( \frac{Q_2}{2\pi k_c M} \right)^m \left( \frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}} \right) \frac{1}{m-1}. \quad (207c)$$

Разделив первое уравнение на второе и сократив постоянные, получим:

$$\frac{y_2 - y_1}{z_2 - z_1} = \frac{Q_1^m}{Q_2^m}, \quad (209)$$

откуда путем логарифмирования, находим:

$$m = \frac{\lg(z_2 - z_1) - \lg(y_2 - y_1)}{\lg Q_2 - \lg Q_1}. \quad (210)$$

В последних уравнениях разности пьезометрических уровней могут быть заменены через разности понижений.

Уравнение (210) показывает, что в случае артезианского водоносного пласта величина показателя  $m$  находится гораздо проще, чем при грунтовых водах с свободной поверхностью.

В последних уравнениях по разности пьезометрических уровней депрессионной кривой (207b) или (207c) найдем  $k_c$ :

$$k_c = \frac{Q_1}{2\pi M} \sqrt[m]{\frac{\frac{1}{x_1^{m-1}} - \frac{1}{x_2^{m-1}}}{(y_2 - y_1)(m-1)}}. \quad (211)$$

Выведенные уравнения могут быть использованы и в тех случаях, когда вместо двух наблюдательных скважин имеется лишь одна или их совсем нет.

При этом мы поступаем так же, как это было указано при рассмотрении формулы Дюпюи.

## § 56. ПРИТОК ВОДЫ К ВОДОСБОРАМ В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДАХ. ФОРМУЛА ШЕЗИ-КРАСНОПОЛЬСКОГО

Движение воды в трещиноватых породах является в настоящее время наименее изученным. По своему существу это движение совершенно отличается от фильтрации в зернистых породах; поэтому и закономерности, установленные для последних, не могут быть перенесены непосредственно на трещиноватые породы.

В трещиноватых породах размеры отдельных пор или пустот обыкновенно неизмеримо крупнее, чем в обычных зернистых грунтах, что обуславливает и значительно большие величины скоростей подземных вод, циркулирующих в трещиноватых породах. Естественные скорости подземных вод в них достигают сотен и тысяч метров в сутки, превышая в тысячи раз скорости в песчаных породах. Поэтому в случае трещиноватых пород о явлениях фильтрации в типичном их развитии уже не приходится говорить. Краснопольский рассматривает движение воды в трещиноватых породах, как «аналогию с движением воды в сложной системе закрытого водопровода» [10, стр. 71]. Он полагает, что для практических расчетов движения

подземных вод в трещиноватых породах можно принять тот же закон, какой существует для более крупных и капиллярных труб и каналов, т. е. закон турбулентного движения, при котором скорость пропорциональна корню квадратному из уклона.

На этом основании для трещиноватых пород Краснопольский предлагает применять следующую видоизмененную формулу Шези, приведенную к виду, аналогичному формуле Дарси:

$$u = k_0 \sqrt{I}, \quad (212)$$

где  $u$  — средняя скорость в трещинах;

$k_0$  — коэффициент скорости движения воды в трещинах.

Помножив обе части формулы на коэффициент живого сечения  $\varphi$ , близкий к коэффициенту пористости, и на площадь сечения потока  $\omega$ , получим выражение расхода:

$$Q = u\varphi\omega = k_0\varphi\omega\sqrt{I}.$$

По аналогии с зернистыми грунтами мы можем величину  $u\varphi$  рассматривать как некоторую приведенную скорость, соответствующую скорости фильтрации; эту величину получим, поделив расход на общую площадь сечения потока  $\omega$ :

$$v = \frac{Q}{\omega} = u\varphi = k_0\varphi\sqrt{I}.$$

Приравняв в последнем уравнении  $k_0\varphi = k_{III}$ , получим формулу, аналогичную формуле Дарси:

$$v = k_{III}\sqrt{I}, \quad (213)$$

где  $k_{III}$  тоже может быть назван коэффициентом фильтрации.

Как  $v$ , так и  $k_{III}$  здесь являются величинами, приведенными к общей площади сечения потока в трещиноватом массиве. Они представляют собой, как и в случае зернистых пород, такие величины скорости, которые получались бы, если бы все сечение потока было свободно для движения воды при неизменном расходе.

Следует заметить, что «приведенность» величин  $v$  и  $k_{III}$  выступает здесь очень резко. Отношение действительной скорости в трещинах к приведенной скорости фильтрации, равное  $\frac{1}{\varphi}$ , при небольшой общей пористости или скважности породы должно достигать значительной величины, гораздо большей, чем в песчаных грунтах.

Краснопольский [35] применил формулу Шези в приведенной выше формуле (213) для составления уравнения притока воды к грунтовым и артезианским колодцам. Рассмотрим сначала грунтовой колодец. Для любого цилиндрического сечения потока, направленного в колодец, можем написать на основании тех же соображений, что и при выводе уравнений Дюпюи и Смрекера

$$Q = 2\pi xy k_{III} \sqrt{\frac{dy}{dx}}. \quad (214)$$

Обозначения те же, что и при выводе уравнения Дюпюи (см фиг. 68).

Возвысив обе части уравнений в квадрат и разделив переменные, имеем:

$$y^2 dy = \left( \frac{Q}{2\pi k_{III}} \right)^2 \frac{dx}{x^2}. \quad (215)$$

Интегрируя это уравнение в пределах от сечения 1 до сечения 2, получим уравнение депрессионной кривой:

$$\frac{1}{3} (y_2^3 - y_1^3) = \left( \frac{Q}{2\pi k_{III}} \right)^2 \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right). \quad (216)$$

Определив отсюда  $Q$ , имеем другой вид того же уравнения:

$$Q = 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{y_2^3 - y_1^3}{3 \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)}}. \quad (217)$$

Подставим вместо  $y_2$  величину первоначального уровня грунтовых вод  $H$  и вместо  $y_1$  — пониженный уровень воды у колодца  $h$  во время откачки; соответственно этому подставим вместо  $x_1$  и  $x_2$  величины радиуса колодца  $r$  и радиуса влияния  $R$ . В результате получим выражение дебита колодца:

$$Q = 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{H^3 - h^3}{3 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}}. \quad (218)$$

Последнее уравнение представим в другом виде, приравняв  $H - h = s$  или  $h = H - s$  и сделав следующие преобразования:

$$\begin{aligned} Q &= 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{H^3 - (H-s)^3}{3 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}} = \\ &= 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{H^3 - (H^3 - 3H^2s + 3Hs^2 - s^3)}{3 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}} = \\ &= 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{3H^2s - 3Hs^2 + s^3}{3 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}} = 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{\left( H^2 - Hs + \frac{1}{3}s^2 \right) s}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}} = \\ &= 2\pi k_{III} H \sqrt{\frac{\left( 1 - \frac{s}{H} + \frac{s^2}{3H^2} \right) s}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}. \end{aligned}$$

В последней формуле при понижениях небольших сравнительно с общей мощностью пласта, числами, содержащими  $H$  в знаменателе можно пренебречь; тогда получим:

$$Q = 2\pi k_{III} H \sqrt{\frac{s}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}. \quad (219)$$

Последняя приближенная формула расхода грунтового колодца показывает, что дебит пропорционален корню квадратному из понижения уровня воды. При небольшом радиусе колодца ввиду значительной величины  $R$  сравнительно с  $r$  можно приравнять  $\frac{1}{R} = 0$ ; в результате получим еще более упрощенную формулу:

$$Q = 2\pi k_{III} H \sqrt{rs}, \quad (220)$$

которая показывает, что дебит колодца в трещиноватых породах приблизительно пропорционален корню квадратному из радиуса или диаметра колодца.

Выведенные формулы могут быть использованы для вычисления коэффициента водопроницаемости  $k_{III}$  по откачке. Например, имея две наблюдательных скважины, из формулы (217) находим:

$$k_{III} = \frac{Q}{2\pi} \sqrt{\frac{3 \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)}{y_2^3 - y_1^3}}.$$

Точно так же можно получить формулы для вычисления  $k_{I,II}$  из других уравнений.

Необходимо помнить при этом, что  $k_{III}$ , определенное по формулам Краснопольского, может отличаться по величине от  $k$ , вычисленного по формуле Дюпюи.

**Артезианский колодец.** Для артезианского колодца (фиг. 67) первоначальное дифференциальное уравнение потока принимает вид:

$$Q = 2\pi x M k_{III} \sqrt{\frac{dy}{dx}}. \quad (221)$$

Разделив переменные и возвысив в квадрат, имеем:

$$dy = \left( \frac{Q}{2\pi M k_{III}} \right)^2 \cdot \frac{dx}{x^2}.$$

Интегрируя в пределах от сечения 1 до сечения 2, имеем:

$$y_2 - y_1 = \left( \frac{Q}{2\pi M k_{III}} \right)^2 \left( \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right), \quad (222)$$

откуда

$$Q = 2\pi M k_{III} \sqrt{\frac{y_2 - y_1}{\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}}}. \quad (223)$$

Подставляя  $y_2 = H$ ,  $y_1 = h$ ,  $x_2 = R$ ,  $x_1 = r$ , получаем:

$$Q = 2\pi M k_{III} \sqrt{\frac{H - h}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}. \quad (224)$$

Из последней формулы видим, что дебит артезианского колодца в трещиноватых породах пропорционален корню квадратному из понижения  $s = H - h$ .

Опыт, однако, показывает, что и в случае трещиноватых пород колодцы нередко дают линейную зависимость между дебитом и понижением. Из этого можно заключить, что и в трещиноватых породах возможно движение ламинарное, что при тонких трещинах и не очень интенсивной откачке является вполне вероятным. К таким тонко трещиноватым породам можно применять и формулы, основанные на законе Дарси.

Вместо формулы (224) можно с некоторым приближением перейти к более простому выражению, полагая как и в случае грунтового колодца,  $\frac{1}{R} = 0$ :

$$Q = 2\pi Mk_{III} \sqrt{rs}. \quad (225)$$

## § 57. КРИВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЕБИТА ГРУНТОВОГО КОЛОДЦА ОТ ПОНИЖЕНИЯ

Из формулы Дюпюи мы видим, что *дебит колодца находится в параболической зависимости от уровня воды  $h$ , при откачке.*

Это соотношение наглядно выявляется, если написать два уравнения для переменного расхода  $Q$  и для максимального расхода  $Q_{\max}$  при  $h=0$ :

$$Q = \frac{\pi k (H^2 - h^2)}{\ln \frac{R}{r}}; \quad Q_{\max} = \frac{\pi k (H^2)}{\ln \frac{R}{r}}.$$

Определим отсюда отношение  $\frac{Q}{Q_{\max}}$ , принимая величину  $\ln \frac{R}{r}$  постоянной:

$$\frac{Q}{Q_{\max}} = \frac{H^2 - h^2}{H^2} = 1 - \left(\frac{h}{H}\right)^2.$$

Или положив  $h = H - s$ , где  $s$  есть понижение уровня воды, имеем:

$$\frac{Q}{Q_{\max}} = 1 - \left(\frac{H-s}{H}\right)^2. \quad (226)$$

Уравнение (226) может быть выражено в другом виде

$$(H-s)^2 = \frac{H^2}{Q_{\max}} (Q_{\max} - Q). \quad (227)$$

Полученной зависимостью воспользовался А. Тим, приняв  $H$  за уровень воды в колодце, а  $s$  за понижение уровня.

Это допущение, как мы видели, по существу в формуле Дюпюи было бы неправильным, но на практике оказалось довольно близким к действительности, подтверждаясь рядом опытов.

А. Тим представляет зависимость дебита колодца от понижения уровня воды в нем или так *называемую кривую дебита*, в следующем виде:

$$(S-s)^2 = \alpha (Q_{\max} - Q), \quad (228)$$

где  $S$  — максимальное понижение уровня воды в колодце;

$Q_{\max}$  — соответствующий этому понижению дебит;

$s$  — любое заданное понижение;  
 $Q$  — дебит при этом понижении;  
 $a$  — постоянный коэффициент.

Легко видеть, положив  $s = 0$  и  $Q = 0$ , что

$$a = \frac{S^2}{Q_{\max}}$$

Геометрический смысл этого уравнения ясно выражен на фиг. 86.

На основании выведенного уравнения, зная первоначальную мощность водоносного пласта  $H$  и имея данные для одной откачки:  $s_1$  и  $Q_1$ , можно определить  $Q_{\max}$  и  $a$  и составить уравнение кривой дебита, а с помощью последнего определить значение дебита при любом заданном понижении.

А. Тим применял те же уравнения для случая, когда  $S$  оставалось неизвестным; для этого для вычисления параметров уравнения требовалось минимум две откачки, дающие две пары данных.

Приведем пример из опытных работ А. Тима в Глейзентале близ Мюнхена, где им для опытного колодца на основании данных откачек составлено следующее уравнение кривой дебита:

$$(6,54 - s)^2 = 0,215(199,9 - Q).$$

В данном случае Тим имел четыре откачки при разных понижениях, которые позволили сделать сопоставление дебитов, вычисленных теоретически, с наблюдаемыми, что и выполнено в табл. 26.

Кривая дебита этого колодца изображена на фиг. 87. Максимальный дебит колодца, согласно этой кривой, получается при понижении уровня воды на 6,54 м.

Таблица 27

Пониже- ние, м	Дебит, м/сек		Разность
	по откачке	по вы- числению	
6,54	—	199,9	—
5,09	190	190,1	+ 0,1
3,84	163	166,0	+ 3,0
2,89	141	138,0	- 3,0
1,39	78	76,7	- 1,3
0,00	0	1,2	+ 1,2

Описанный вид уравнения кривой дебита был подтвержден лабораторными опытами Эренбергера (Ehrenberger) [45], который эмпирически пришел к следующей зависимости:

$$Q = Q_{\max} \left( 1 - \frac{h^2}{H^2} \right).$$

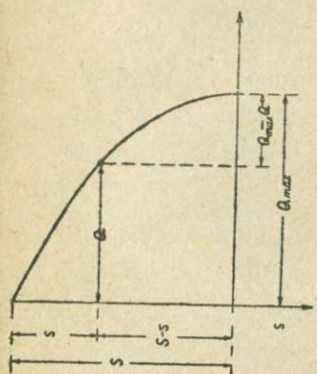
Это уравнение, как мы видели выше, путем подстановки  $h = H - s$  приводится к уравнению (226).

Для дальнейшего выяснения зависимости между дебитом колодца и понижением уровня воды следует привести некоторые выводы Ковени, который отчетливо разъяснил необходимость строго различать уровни воды вне колодца и внутри его.

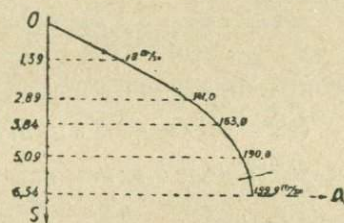
Для того и другого уровня получаются различные кривые дебита: для первого максимум дебита достигается при понижении уровня грунтовой воды у колодца до половины первоначальной высоты (см. фиг. 88, кривая I), а для второго — при понижении уровня до дна колодца (см. фиг. 88, кривая II).

Это соотношение подтверждено только лабораторными опытами. В естественных водоносных пластах, особенно неоднородных, можно ожидать несколько иных количественных соотношений между скачком и понижением, но в принципе положение Козени о скачке является правильным.

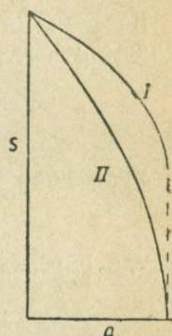
Знание зависимости между дебитом колодца и понижением уровня воды имеет большое практическое значение. На этом основан обычный способ расчета дебита колодца по пробной откачке при небольшом понижении. Самый правильный ход расчета при этом



Фиг. 86. Кривая зависимости дебита грунтового колодца от понижения уровня воды.



Фиг. 87. Кривая дебита опытного колодца в Глейзентале близ Мюнхена (по А. Тиму).



Фиг. 88. Схема кривой дебита грунтового колодца (по Козени).

вытекает из вышеизложенного. Прежде всего необходимо по данным откачки найти параметры уравнения кривой дебита. Указанные параметры могут быть вычислены на основании одной откачки; при этом величина  $S$  определяется как возможное максимальное понижение уровня воды, равное глубине колодца, считая от первоначального статического уровня.

Для определения  $Q$  и  $a$  пишем два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad & a = \frac{S^2}{Q_{\max}}, \\ 2) \quad & (S - s)^2 = a (Q_{\max} - Q), \end{aligned} \right\} \quad (228a)$$

где  $Q$  и  $s$  — дебит и понижение, полученные пробной откачкой.

Решая оба уравнения, определяем  $a$  и  $Q_{\max}$ , а определив их, можем, пользуясь уравнением кривой дебита, найти значение дебита при любом понижении.

**Пример.** Составить уравнение кривой дебита для колодца, имеющего глубину от уровня воды до дна 12,0 м, давшего при понижении на 3,24 м 7 480 м<sup>3</sup>/сутки. Определить дебит при понижении на 5 м.

Подставляя числовые данные  $Q_1 = 7\,480 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,  $s_1 = 3,24 \text{ м}$  и  $S = 12,0 \text{ м}$  в систему уравнений (228a), имеем:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \alpha = \frac{12^2}{Q_{\max}}, \\ 2) \quad & (12 - 3,24)^2 = \alpha (Q_{\max} - 7\,480). \end{aligned}$$

Подставляя значение  $\alpha$  из первого уравнения во второе, получим:

$$(12 - 3,24)^2 = \frac{12^2}{Q_{\max}} (Q_{\max} - 7\,480)$$

или

$$8,76^2 Q_{\max} = 12^2 Q_{\max} - 12^2 \cdot 7\,480,$$

откуда:

$$Q_{\max} = \frac{144 \cdot 7\,480}{144 - 76,74} = 16\,272 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Подставляя найденное значение  $Q$  во второе уравнение, определяем  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{144}{16\,272} = 0,009.$$

Уравнение кривой дебита для данного колодца примет вид:

$$(12 - s)^2 = 0,009 (16\,272 - Q),$$

откуда определяем дебит колодца при заданном понижении  $s = 5 \text{ м}$ :

$$Q = 16\,272 - \frac{(12 - 5)^2}{0,009} = 10\,828 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Задача по определению дебита колодца для заданного понижения на основании пробной откачки может быть значительно упрощена, если положить, что дебит колодца пропорционален понижению. Тогда определяем сначала удельный дебит из формулы:

$$q = \frac{Q}{s} = \frac{7\,480}{3,24} = 2\,309 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Помножив удельный дебит на величину заданного понижения, имеем:

$$Q = q \cdot s = 2\,309 \cdot 5 = 11\,545 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Вполне естественно, что получившийся здесь результат является несколько преувеличенным сравнительно с подсчетом по параболической зависимости. Но для приближенного расчета дебита колодца при небольших понижениях этот способ является допустимым и в практике он применяется чаще других способов.

При составлении уравнений кривых дебита неизбежны некоторые погрешности, источником которых являются ошибки и неточности при получении опытных данных. Поэтому одной-двух откачек для данной цели недостаточно.

Необходимо для большей точности сделать по крайней мере три откачки при разных понижениях; тогда становится возможным контроль.

Математическая обработка опытных данных в случае трех и более откачек становится более сложной, так как, вычисляя параметры уравнений кривой дебита описанным выше путем, мы получим ряд значений этих параметров, иногда существенно расходящихся между собой. Возникает задача найти определенные параметры, наиболее близко удовлетворяющие всем опытным данным. Для решения этой задачи служит способ наименьших квадратов, который разберем в § 60 при рассмотрении вопроса о кривых дебита артезианского колодца.

## § 58. КРИВЫЕ ДЕБИТА АРТЕЗИАНСКОГО КОЛОДЦА

Уравнение Дюпюи для артезианского колодца

$$Q = 2\pi kM \frac{H-h}{\ln \frac{R}{r}}$$

показывает, что дебит такого колодца приблизительно прямо пропорционален понижению уровня воды. Следовательно, кривая дебита в данном случае будет иметь вид прямой линии.

Однако, прямолинейный закон дебита в артезианских колодцах нередко нарушается даже в случае песчаного водоносного пласта, для которого применимость закона Дарси не возбуждает никакого сомнения.

Причинами же указанных нарушений прямолинейного закона дебита являются те дополнительные сопротивления движению воды, которые развиваются при входе воды в колодец и в самом колодце при достаточно большей его длине. Последнее сопротивление, как и при движении воды в трубах, пропорционально квадрату скорости или расхода, тогда как сопротивление при фильтрации через водоносный пласт пропорционально первой степени расхода. На этом основании мы можем суммарное сопротивление или общую величину потери напора  $H-h$  выразить следующим уравнением:

$$H-h = aQ + bQ^2. \quad (229)$$

Написанное уравнение параболы может служить общим выражением уравнения кривой дебита, видоизменяясь в зависимости от значения постоянных величин  $a$  и  $b$ .

Согласно уравнению (229) мы находим, что ось этой параболы направлена вертикально, а вершина ее  $C$  находится за пределами интересующего нас участка, т. е. участка  $AB$ , выражающего дебит колодца (фиг. 89).

Если через точку  $A$  на оси колодца, соответствующую статическому уровню воды в колодце, провести касательную к параболе  $AF$ , то тангенс угла этой касательной с горизонтальной осью, как легко видеть, имеет величину:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{BD}{AB} = \alpha.$$

Уравнение касательной примет вид:

$$\begin{aligned} H-h &= \alpha Q, \\ s &= \alpha Q, \end{aligned} \quad (230)$$

принимая

$$\frac{Q}{s} = \frac{1}{a} = c,$$

имеем другой вид того же уравнения:

$$Q = cs, \quad (230a)$$

где  $c$  означает величину удельного дебита, т. е. дебита при понижении на 1 м.

Уравнение (230) выражает собой зависимость дебита  $Q$  от понижения, когда сопротивление самого колодца имеет незначительную величину и когда движение воды в водоносном пласте совершается по закону Дарси. В этом случае член с  $Q^2$  в уравнении (229) может быть без заметной погрешности отброшен.

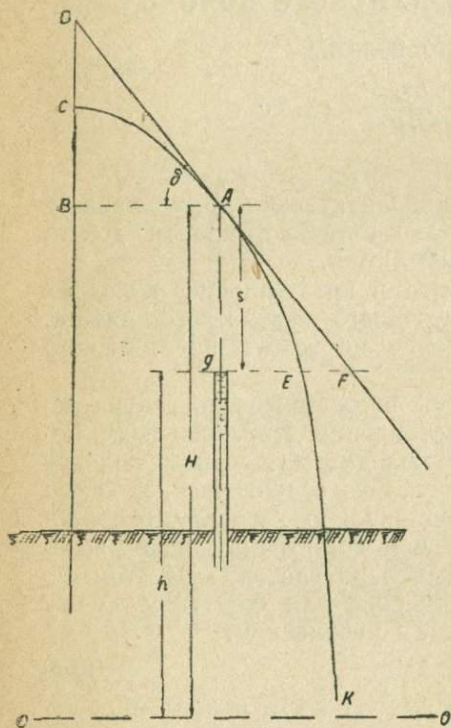
Геометрически величина дебита колодца при этом выразится отрезком горизонтальной прямой  $GF$ , проведенной на уровне соответствующего понижения от оси колодца до касательной.

Возрастание сопротивления самого колодца сказывается в некотором уменьшении дебита при том же понижении; величина дебита в этом случае выразится отрезком  $gl$  от оси колодца до параболы.

Такая парабола и выражающее ее двучленное уравнение (229) может служить более общим выражением зависимости дебита от понижения, распространяясь и на тот случай, когда движение подземной воды, притекающей к колодцу, отклоняется от закона Дарси. Последнее явление может иметь место в трещиноватых и в грубообломочных пластах при достаточно интенсивной откачке. В данном случае двучленному уравнению может быть дано такое толкование. Первый член с  $Q$  в первой степени выражает собой сопротивление для частей потока, обладающего ламинарным движением, например, в удаленных от колодца участках депрессионной воронки. Второй член с  $Q^2$  выражает сопротивление частей потока, текущего турбулентным движением, что можно ожидать вблизи колодца, а также и в самом колодце.

Добавочное сопротивление, создаваемое самим колодцем, может быть выражено формулой сопротивления в трубах, по которой коэффициент  $b$  равен:

$$b = \frac{\lambda l}{d^5}, \quad (231)$$



Фиг. 89. Кривая дебита артезианского колодца.

где  $\lambda$  — коэффициент, равный в среднем 0,0015;

$l$  — длина обсадной трубы;

$d$  — внутренний диаметр трубы.

## § 59. СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КРИВОЙ ДЕБИТА ПО ДАННЫМ ПРОБНЫХ ОТКАЧЕК

Чтобы составить уравнение кривой дебита в его более общем виде:

$$H - h = aQ + bQ^2,$$

необходимо определить входящие в него постоянные  $H$ ,  $a$  и  $b$ .

В некоторых случаях  $H$  определяется путем наблюдений; это так называемая величина *установившегося или статического уровня*, которая получается после достаточно продолжительного спокойного стояния воды в скважине.

В случае самоизливающейся скважины для этой цели обычно наращиваются трубы.

Однако, не всегда удается определить  $H$  путем непосредственных наблюдений, препятствием чему обычно являются высокие напоры фонтанирующих вод.

В таком случае  $H$ , равно как и другие постоянные  $a$  и  $b$ , может быть определено на основании данных определения дебитов при различных понижениях уровня. Соответственно трем неизвестным, мы, следовательно, должны составить для этого три уравнения, для чего требуются три пары величин  $Q$  и  $h$ , т. е. три откачки при разных понижениях уровня воды. Величина статического уровня, когда ее нельзя определить непосредственным наблюдением, может быть вычислена по двум откачкам, дающим два значения для расхода и уровня воды при откачке:  $Q_1$ ,  $h_1$  и  $Q_2$ ,  $h_2$ .

При этом уровни воды могут измеряться от любой принятой плоскости нулевого уровня: от поверхности земли, от основания пласта, от уровня моря, от условного нуля.

Для двух откачек имеем следующие два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} H - h_1 &= aQ_1 + bQ_1^2; \\ H - h_2 &= aQ_2 + bQ_2^2. \end{aligned} \right\} \quad (232)$$

Исключая из этой системы двух уравнений  $a$  и определяя  $H$ , имеем:

$$H = \frac{h_2 Q_1 - h_1 Q_2}{Q_1 - Q_2} - b Q_1 Q_2. \quad (232a)$$

Для исключения  $b$  необходимо было бы иметь данные третьей откачки  $h_3$  и  $Q_3$ , на основании которых можно было бы составить третье уравнение, аналогичное уравнениям (232).

Но можно обойтись и без третьей откачки, определив  $b$  по формуле (231), как коэффициент сопротивления труб.

При небольших же величинах дебита член  $b \cdot Q_1 \cdot Q_2$  обычно имеет незначительную величину сравнительно с предыдущим членом и может быть опущен. Тогда будем иметь:

$$H = \frac{h_2 Q_1 - h_1 Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

Когда статический уровень известен, то коэффициенты  $a$  и  $b$  в двухчленном уравнении кривой дебита могут быть определены простейшим алгебраическим путем по двум откачкам, при двух разных понижениях. На основании данных двух откачек напишем два уравнения:

$$s_1 = aQ_1 + bQ_1^2,$$

$$s_2 = aQ_2 + bQ_2^2,$$

где  $s_1$  и  $s_2$  — понижения уровня воды в колодце при первой и второй откачке;

$Q_1$  и  $Q_2$  — соответствующие дебиты.

Решая эту систему двух уравнений, определяем  $a$  и  $b$ :

$$a = \frac{s_1 Q_2^2 - s_2 Q_1^2}{Q_1 Q_2^2 - Q_2 Q_1^2}, \quad (233)$$

$$b = \frac{s_1 Q_2 - s_2 Q_1}{Q_1^2 Q_2 - Q_2^2 Q_1}. \quad (234)$$

*Пример.* Составим уравнение кривой дебита для одной из артезианских скважин в районе г. Минска, заложенной в межморенном водоносном горизонте. По данным Г. В. Богомоллова при опытных откачках на два понижения определено: при первом понижении  $s_1 = 2,0$  м скважина давала  $Q_1 = 6,62$  л/сек, при втором понижении  $s_2 = 5,7$  дебит  $Q_2 = 16,55$  л/сек.

На основании приведенных данных напишем два уравнения:

$$2,0 = a \cdot 6,62 + b \cdot 6,62^2,$$

$$5,7 = a \cdot 16,55 + b \cdot 16,55^2.$$

Решая эту систему уравнений относительно неизвестных  $a$  и  $b$ , находим:

$$a = \frac{2 \cdot 16,55^2 - 5,7 \cdot 6,62^2}{6,62 \cdot 16,55^2 - 16,55 \cdot 6,62^2} = 0,279;$$

$$b = \frac{5,7 \cdot 6,62 - 2 \cdot 16,55}{16,55^2 \cdot 6,62 - 6,62^2 \cdot 16,55} = 0,0042.$$

Подставляя вычисленные значения коэффициентов  $a$  и  $b$  в уравнение кривой дебита, получим:

$$s = 0,279Q + 0,0042Q^2.$$

Пользуясь этим уравнением, определим возможные величины дебитов при понижении на 8 и на 10 м. Для этого, решая квадратное уравнение и подставляя сначала  $s = 8$  м, затем  $s = 10$  м, находим:

$$1) Q_8 = \frac{-0,279 + \sqrt{0,279^2 + 4 \cdot 0,0042 \cdot 8}}{2 \cdot 0,0042} = 21,6 \text{ л/сек};$$

$$2) Q_{10} = \frac{-0,279 + \sqrt{0,279^2 + 4 \cdot 0,0042 \cdot 10}}{2 \cdot 0,0042} = 25,7 \text{ л/сек}.$$

Решая ту же задачу по способу удельных дебитов на основании одной откачки при понижении на 2,0 м, мы получили бы другие значения  $Q$ :

$$1) \quad Q_8 = \frac{6,62}{2} \cdot 8 = 26,48 \text{ л/сек};$$

$$2) \quad Q_{10} = \frac{6,62}{2} \cdot 10 = 33,10 \text{ л/сек},$$

что даст значительно преувеличенные результаты.

## § 60. ПРИМЕНЕНИЕ СПОСОБА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЙ КРИВЫХ ДЕБИТА

Для более или менее точного получения кривой дебита двух или трех откачек бывает не всегда достаточно.

Отдельные откачки вследствие неточности наблюдений дают всегда некоторые отклонения от действительности, и эти отклонения при составлении уравнений могут привести к значительным ошибкам. Поэтому для повышения точности необходимо увеличить число откачек.

В таком случае количество опытных данных, т. е. значения  $Q$  и  $h$ , будет превышать число неизвестных величин. Келлер предложил при этом пользоваться способом наименьших квадратов, посредством которого можно определить наиболее вероятные значения постоянных величин, входящих в уравнения (229) и (230), и тем самым установить вид кривой, наиболее близко отвечающей опытным данным.

Способ наименьших квадратов заключается в следующем. Подставив имеющиеся опытные данные в уравнение кривой дебита (229), мы получаем ряд уравнений с неизвестными  $a$  и  $b$ :

$$H - h_1 - aQ_1 - bQ_1^2 = 0,$$

$$H - h_2 - aQ_2 - bQ_2^2 = 0,$$

$$H - h_3 - aQ_3 - bQ_3^2 = 0.$$

Неизвестной может быть также высота статического уровня  $H$ . Способ наименьших квадратов заключается в том, чтобы найти такие значения неизвестных параметров, при которых сумма квадратов левых частей, написанных выше уравнений, будет минимумом:

$$\sum (H - h - aQ - bQ^2)^2 = \min.$$

Взяв частные производные по  $H$ , по  $a$  и по  $b$ , и приравняв их нулю, получим три уравнения:

$$\left. \begin{aligned} nH - \sum h - a \sum Q - b \sum Q^2 &= 0; \\ H \cdot \sum Q - \sum hQ - a \sum Q^2 - b \sum Q^3 &= 0; \\ H \cdot \sum Q^2 - \sum hQ^2 - a \sum Q^3 - b \sum Q^4 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (235)$$

В первом уравнении  $n$  обозначает число опытов.

Из этих уравнений можно легко определить неизвестные  $a$ ,  $b$  и  $H$ .

Если  $H$  известно, то будем иметь лишь два уравнения для определения неизвестных  $a$  и  $b$ :

$$\left. \begin{aligned} \sum Q(H-h) - a \sum Q^2 - b \sum Q^3 &= 0; \\ \sum Q^2(H-h) - a \sum Q^3 - b \sum Q^4 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (236)$$

Способ наименьших квадратов можно применить и при составлении уравнения прямой, выражающей зависимость дебита артезианского колодца от понижения:

$$s = aQ.$$

Подобно предыдущему, взяв производные от суммы квадратов левой части уравнения прямой и приравняв ее нулю, получим:

1) когда  $H$  не известно:

$$\left. \begin{aligned} nH - \sum h - a \sum Q &= 0, \\ H \sum Q - \sum hQ - a \sum Q^2 &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (237)$$

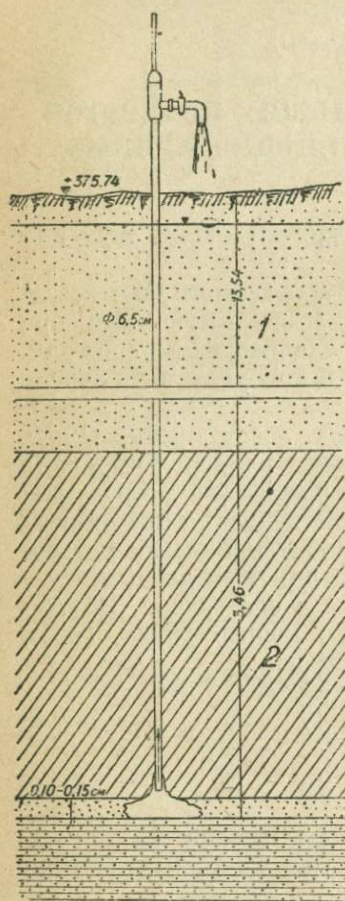
2) когда  $H$  известно:

$$\sum (H-h)Q - a \sum Q^2 = 0. \quad (238)$$

*Пример 1.* Приведем примеры подсчета уравнений кривых дебита из книги Келлера [34], составленные для опытного артезианского колодца в г. Нюрнберге. Колодец этот имел глубину 17 м, диаметр обсадных труб — 6,5 см. Вверху колодец был снабжен краном и стеклянной трубкой для измерения напора (фиг. 90). При спокойном стоянии воды в колодце уровень ее устанавливался на высоте 2,75—2,90 м над поверхностью земли, колеблясь в указанных пределах (табл. 28).

Путем регулирования краном был определен ряд дебитов при разных положениях уровня самоизливающейся воды.

По изложенным данным задача по составлению уравнений кривых дебита может быть решена двумя способами: 1) принимая положение статического уровня известным и 2) считая высоту статического уровня неизвестной.



Фиг. 90. Артезианская скважина в г. Нюрнберге.

Таблица 28

№ понижений	1	2	3	4	5	6
Высота уровня воды над поверхностью земли $h_1$ , м . . . . .	2,37	1,77	0,92	0,73	0,54	0,13
Дебит колодца $Q$ , л/сек . . . . .	0,36	0,89	1,49	1,69	1,82	2,11

## Вычисление коэффициентов кривых дебита при известной величине $H$ .

Принимая положение статического уровня равным средней величине  $H = \frac{2,75 + 2,90}{2} = 2,83$ , вычислим коэффициенты для обоих видов уравнений кривой дебита:

$$1) H - h = s = aQ,$$

$$2) H - h = s = aQ + bQ^2.$$

Для вычисления параметров написанных уравнений по способу наименьших квадратов воспользуемся уравнениями (236) и (238). Данные для вычислений расположим в табл. 29.

Таблица 29

№ откачек	$Q$ наблюденное, л/сек	$h$ наблюденное, м	$s = H - h$ , м	$Qs$	$Q^2$	$Q^2s$	$Q^3$	$Q^4$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	2,83	0	—	—	—	—	—
1	0,36	2,37	0,43	0,17	0,13	0,06	0,05	0,02
2	0,89	1,77	1,06	0,94	0,79	0,84	0,71	0,63
3	1,49	0,92	1,91	2,85	2,22	4,24	3,31	4,93
4	1,69	0,73	2,10	3,55	2,86	6,01	4,82	8,16
5	1,82	0,54	2,29	4,17	3,31	7,59	6,03	10,97
6	2,11	0,13	2,70	5,70	4,45	12,62	9,39	19,82
Сумма $\Sigma =$			10,52	17,38	13,76	30,76	24,31	44,53

Определив из уравнения (238) коэффициент  $a$  и подставив из таблицы числовые значения сумм (столбцы 4 и 5) получим:

$$a = \frac{\Sigma(H - h) Q}{\Sigma Q^2} = \frac{\Sigma s Q}{\Sigma Q^2} = \frac{17,37}{13,76} = 1,262.$$

Подставив полученное значение коэффициента  $a$  в уравнение прямой (230), имеем:

$$s = 1,262 Q.$$

Из этого уравнения мы можем определить удельный дебит колодца и найти любое значение дебита по заданной величине понижения.

$$1) q = \frac{1}{1,262} = 0,79 \text{ л/сек};$$

$$2) Q = \frac{s}{1,262}.$$

Для определения коэффициентов  $a$  и  $b$  двучленного уравнения кривой дебита решаем систему уравнений (236) и подставляя числовые данные из табл. 29, находим:

$$a = \frac{\sum Q^4 \cdot \sum Q(H-h) - \sum Q^3 \cdot \sum Q^2(H-h)}{\sum Q^2 \cdot \sum Q^4 - \sum Q^3 \cdot \sum Q^3} =$$

$$= \frac{44,53 \cdot 17,38 - 24,31 \cdot 30,76}{13,76 \cdot 44,53 - 24,31 \cdot 24,31} = 1,217;$$

$$b = \frac{\sum Q^2 \cdot \sum Q^2(H-h) - \sum Q^3 \cdot \sum Q(H-h)}{\sum Q^2 \cdot \sum Q^4 - \sum Q^3 \cdot \sum Q^3} =$$

$$= \frac{13,76 \cdot 30,76 - 24,31 \cdot 17,38}{13,76 \cdot 44,53 - 24,31 \cdot 24,31} = 0,087.$$

Подставив вычисленные значения коэффициентов в формулу (229), получим параболическую кривую дебита:

$$s = 1,217Q + 0,087Q^2.$$

Сравнивая это уравнение с полученным выше уравнением прямой, находим, что в данном случае оба уравнения довольно близко сходятся между собой, так как коэффициент при  $Q^2$  имеет очень малую величину.

Следовательно, уравнение прямой здесь могло быть применено с достаточной точностью.

**Составление уравнения кривой дебита при неизвестной величине статического уровня  $H$ .** Составим теперь такое же уравнение для прямой дебита, считая  $H$  неизвестным; для этого воспользуемся системой уравнений (237). Данные для вычислений располагаем в табл. 30.

Таблица 30

№ откачек	$Q$ наблю- денное, л/сек	$h$ наблю- денное <sup>1)</sup> , м	$hQ$	$Q^2$	$hQ^2$	$Q^3$	$Q^4$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,36	2,37	0,85	0,13	0,31	0,05	0,02
2	0,89	1,77	1,57	0,79	1,40	0,71	0,63
3	1,49	0,92	1,37	2,22	2,04	3,31	4,93
4	1,69	0,73	1,23	2,86	2,09	4,83	8,16
5	1,82	0,54	0,98	3,31	1,79	6,03	10,97
6	2,11	0,13	0,27	4,45	0,53	9,39	19,82
Сумма $\Sigma$	8,36	6,46	6,27	13,76	8,16	24,31	44,53

<sup>1)</sup> Уровень воды  $h$  измеряется от поверхности земли.

Решая уравнение (237) относительно  $H$  и  $a$  и подставляя числовые данные из табл. 29, найдем:

$$1) H = \frac{\sum h \cdot \sum Q^2 - \sum hQ \cdot \sum Q}{n \sum Q^2 - \sum Q \cdot \sum Q} = \frac{6,46 \cdot 13,76 - 6,27 \cdot 8,36}{6 \cdot 13,76 - 8,36 \cdot 8,36} = 2,88;$$

$$2) a = \frac{\sum h \cdot \sum Q - n \sum hQ}{n \sum Q^2 - \sum Q \cdot \sum Q} = \frac{6,46 \cdot 8,36 - 6 \cdot 6,27}{6 \cdot 13,76 - 8,36 \cdot 8,36} = 1,31.$$

В целом уравнение прямой, выражающее зависимость дебита от понижения, примет вид:

$$2,88 - h = 1,31 Q.$$

Напомним, что  $h$  — высота уровня воды, измеряемая от поверхности земли. Для уровней воды выше поверхности земли  $h$  имеет положительные значения, для уровней воды ниже поверхности земли значения  $h$  отрицательны.

*Пример 2.* В качестве другого примера возьмем данные опытных откачек из артезианской скважины близ г. Тулы, заложённой М. Е. Альтовским в трещиноватых известняках упинского яруса каменноугольной системы в целях определения производительности заключенного в этих известняках артезианского водоносного горизонта. Откачки из этой скважины дали следующие результаты:

Таблица 31

№ понижений	1	2	3	4	5	6
Величина понижения $s$ , м . . . . .	1,09	1,62	1,97	2,44	2,84	3,25
Величина дебита $Q$ , л/сек . . . . .	7,16	10,07	12,26	13,55	15,17	17,11

Обработав данные откачек по способу наименьших квадратов, М. Е. Альтовский получил для кривой дебита исследуемой скважины следующее уравнение:

$$s = 0,1152 Q + 0,0045 Q^2.$$

Самих вычислений мы здесь не приводим и предоставляем сделать для упражнения самим читателям, пользуясь образцами первого примера.

Полученное уравнение имеет уже более существенное отличие от уравнения прямой, в чем легко убедиться, взяв несколько значений  $Q$  при разных понижениях и сравнив их с удельным дебитом по первому понижению или вычислив для сравнения по способу наименьших квадратов одночленное уравнение дебита, т. е. уравнение прямой (230).

## § 61. ЗАМЕЧАНИЯ О ПРЕДЕЛАХ ПРИМЕНИМОСТИ КРИВЫХ ДЕБИТА КОЛОДЦЕВ ПРИ БОЛЬШИХ ПОНИЖЕНИЯХ УРОВНЯ ВОДЫ

В заключение необходимо отметить, что кривые дебита являются важнейшим средством для расчета производительности колодцев на основании данных пробных откачек. При этом расчетный дебит может быть не только в пределах величин, определявшихся пробными откачками, но и может значительно превышать последние. Однако, здесь нельзя обойтись без ограничений, так как уравнения кривых дебита, составленные на основании нескольких откачек, несомненно близки к действительности лишь при понижениях, не сильно отличающихся от опытных. Мы совсем не можем быть уверенными в точности и применимости этих кривых при очень больших расчетных понижениях, значительно превышающих произведенные пробные откачки, что обычно и бывает при испытании глубоких колодцев с большой производительностью.

По предложению М. Е. Альтовского, исследовавшего посредством рассмотренных выше уравнений большое число колодцев, кривая дебита может быть использована для расчета дебита колодца при понижениях, не превышающих более чем на 30—50% максимального из понижений, достигаемых при опытных откачках, на основании которых составлено уравнение кривой дебита.

Для объяснения вопроса об изменении характера кривой дебита при значительных понижениях надо отметить, что с увеличением интенсивности откачки при больших понижениях возможно ожидать развития турбулентности потока при входе воды в колодец и соответственное возрастание сопротивления, что должно повлечь за собой возрастание коэффициента  $b$  во втором члене уравнения (229).

Фиг. 91. Кривая дебита колодца.

Некоторые исследователи полагают, что кривая дебита колодца при более или менее значительной глубине его может быть схематически разделена на три участка (фиг. 91). Первый верхний участок имеет форму близкую к прямой (фиг. 91, I), свидетельствуя о том, что при малых дебитах движение воды совершается по закону Дарси и дебит прямо пропорционален понижению. Следующий второй участок (фиг. 91, II) имеет форму параболы, указывая на развитие турбулентности потока. Нижний третий участок (фиг. 91, III) имеет вид линии, почти параллельной оси колодца, показывая, что дебит колодца достигает величины близкой к максимальному пределу уже тогда, когда понижение еще сравнительно далеко не доходит до дна колодца.

Дальнейшее увеличение понижения уровня дает очень малое возрастание дебита и практически является невыгодным, так как сопряжено с большим ростом затрат на большую высоту подъема воды и на оборудование.

## § 62. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛОДЦЕВ

Колодцы, заложенные в одном и том же водоносном пласте, действуют независимо друг от друга лишь тогда, когда расстояние между ними является настолько большим, что сферы действия колодцев не пересекаются между собой. При более близком расстоянии колодцы взаимно влияют друг на друга, уменьшая величину своего дебита.

Для двух одинаковых колодцев эта интерференция выражается следующей зависимостью:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\lg u}{1 - \left(\frac{v^2 + 1}{v}\right)}, \quad (239)$$

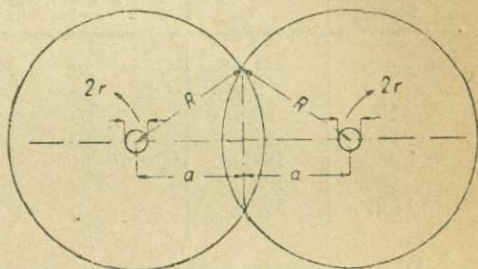
где  $Q_1$  есть первоначальный дебит каждого колодца при отсутствии взаимодействия;

$Q_2$  — дебит каждого колодца при взаимодействии;

$u$  — отношение радиуса влияния к радиусу самого колодца  $R : r$ ;

$v$  — отношение радиуса влияния к половине расстояния между колодцами  $R : a$  (фиг. 92).

Вычислив ряд значений отношения  $Q_2 : Q_1$  при  $u = 1000$ , проф. Л. С. Лейбензон дает следующую таблицу:



Фиг. 92. Взаимодействие двух колодцев.

Таблица 32

Значения $\frac{Q_2}{Q_1}$ при $\frac{R}{r} = 1000$						
$\frac{R}{a}$	1	2	4	10	100	$\frac{R}{r}$
$\frac{Q_2}{Q_1}$	1	0,97	0,90	0,81	0,64	0,53

Для трех взаимодействующих колодцев при том же значении  $\frac{R}{r} = 1000$  Л. С. Лейбензон дает другую таблицу (табл. 33).

Таблица 33

$\frac{R}{a}$	$\frac{1}{2}$	4	10	$\frac{1}{2} u$
$\frac{Q_3}{Q_1}$	0,96	0,70	0,9	0,36

Слихтер произвел ряд наблюдений над взаимодействием колодцев, имеющих диаметр 6 дюймов и радиус влияния 600 футов (189 м), и определил потери расхода при одновременном действии двух колодцев,

трех колодцев и при большем числе колодцев (табл. 34). Понижение уровня при откачке было 10 футов.

Таблица 34

Расстояние между колодцами		Потеря расхода для каждого колодца в %		
		при 2 колодцах	при 3 колодцах	при большем числе колодцев
фут.	м			
5	1,52	38	55	—
10	3,05	35	61	—
100	30,5	20	31	66
200	51,0	15	—	45
400	122,0	11	—	24
600	183,0	—	—	14
1000	305,0	6	—	6

Весьма показательные данные по взаимодействию колодцев были получены Алтуховым и Фейгиным, производившим исследование в районе силурийского плато к югу от Ленинграда с целью испытания водоносности силурийских известняков. В окрестностях Гатчины, близ деревни Сализи, ими были заложены пять буровых скважин: одна центральная, две в 30 саж. (64 м) от центральной к западу и востоку, другие две в 30 саж. к северу и к югу от центральной. Первая пара скважин — западная и восточная — вскрыли всю толщу известняков до подстилающих песков, вторая пара углубилась в известняках лишь на глубину 10 саж.

Наблюдения производились при отдельном действии каждой скважины, при одновременном действии всех скважин, и при действии их попарно. Полученные результаты изложены в табл. 35.

### § 63. ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД К ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ВОДОСБОРАМ

Водосборная галерея или канава, доходящая до основания водоносного пласта. Простейшим видом горизонтального водосбора является канава или галерея, вскрывающая всю толщу водоносного пласта до его водонепроницаемого ложа (фиг. 93). Рассмотрим при этом случай горизонтального залегания водонепроницаемого подстилающего ложа.

Величина единичного расхода грунтового потока, текущего в канаву с одной стороны, по Дююи, может быть выражена следующим уравнением:

$$q = ky \frac{dy}{dx},$$

где  $y$  — высота уровня воды над водоупорным ложем для любого произвольно взятого сечения на расстояниях от края канавы, другие обозначения по предыдущему.

Разделив переменные, имеем:

$$y dy = \frac{q}{k} dx.$$

	Расход при действии скважин в отдельности (в тыс. вед. сут. по данным откачки)		Расход при одновременном действии 4 скважин	Потеря в %	Расход при действии 1 и 2 скважин	Потеря в %	Расход при действии 1 и 3 скважин	Потеря в %	Расход при действии 1 и 4 скважин	Потеря в %	Расход при действии 1 и 5 скважин	Потеря в %	Расход при действии 2 и 4 скважин	Потеря в %	Расход при действии 2 и 5 скважин	Потеря в %	Расход при действии 3 и 4 скважин	Потеря в %
	Центральная . . . . .	165	— — — —	72	53	112	32	128	22	128	22	128	22	—	—	—	—	—
Западная . . . . .	—	128 — — —	65	49	87	32	—	—	—	—	—	—	103	24	103	20	—	—
Восточная . . . . .	—	— 103 — —	43	58	—	—	72	30	—	—	—	—	—	—	—	—	79	23
Северная . . . . .	—	— — 112 —	45	60	—	—	—	—	72	36	—	—	72	30	—	—	79	23
Южная . . . . .	—	— — — 112	52	54	—	—	—	—	—	—	79	29	—	—	79	29	—	—
	620 тыс. вед. в сут.		277	55	299	32	200	25	200	28	208	25	175	27	182	24	159	26

Проинтегрировав, получаем:

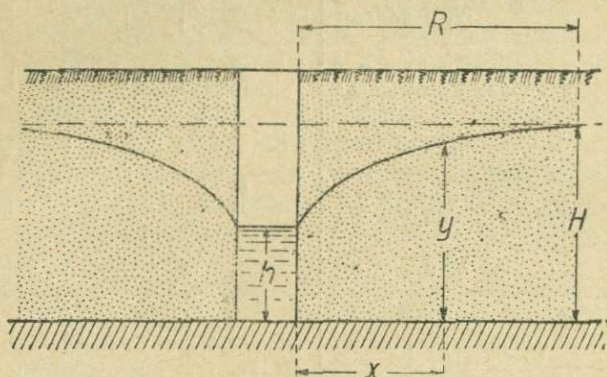
$$\frac{y^2}{2} = \frac{q}{k}x + C.$$

Так как при  $x=0$ , т. е. у края канавы уровень воды  $y=h$  уровню воды в канаве, то после подстановки указанных значений  $x$  и  $y$  мы можем определить постоянное  $C$ .

$$C = \frac{h^2}{2}.$$

Подставив в предыдущее уравнение значение  $C$ , получим уравнение кривой депрессии грунтовых вод в районе действия водосборной канавы:

$$y^2 = 2 \frac{q}{k}x + h^2. \quad (240)$$



Фиг. 93. Схема водосборной галереи.

Уравнение это является параболой; оно аналогично уравнению Дюпюи для депрессионной кривой в горизонтальном водоносном пласте.

Обозначим через  $R$  расстояние, на которое распространяется понижение уровня грунтовых вод. Уровень воды на этом расстоянии от канавы равен первоначальной высоте  $H$ .

Подставив в уравнение (240)  $x=R$  и  $y=H$  и определив  $q$ , получим для единичного расхода выражение:

$$q = k \frac{H^2 - h^2}{2R}. \quad (241)$$

Для дебита канавы или галерей длиной  $B$  в случае притока воды с одной стороны имеем формулу:

$$Q = Bk \frac{H^2 - h^2}{2R}. \quad (242)$$

Для определения притока с обеих сторон предыдущую величину надо удвоить.

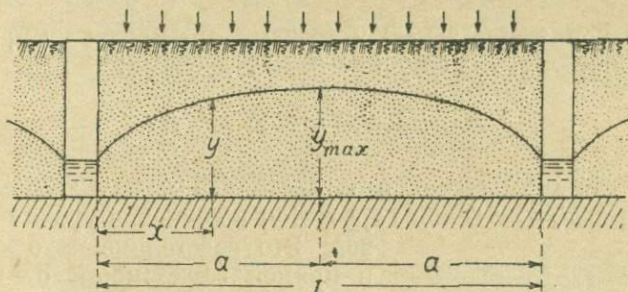
Разложив в формуле (242) разность квадратов на сумму и разность, мы можем написать:

$$Q = Bk \frac{H+h}{2} \cdot \frac{H-h}{R} = Bk \cdot \frac{H+h}{2} \cdot I_0.$$

В последней формуле через  $I_0$  обозначена величина среднего уклона кривой депрессии.

Величина уклона  $I_0$  зависит от ряда факторов, среди которых важнейшее значение имеет водопроницаемость грунта. Чем больше водопроницаемость, тем меньше уклон депрессионной кривой. Для практических расчетов при проектировании осушительных каналов и дренажей принимаются следующие значения  $I_0$  в зависимости от рода грунтов:

Для наиболее проницаемых грунтов . . . . .	0,003 — 0,006
„ песков . . . . .	0,006 — 0,020
„ пестаных почв . . . . .	0,02 — 0,05
„ суглинистых грунтов . . . . .	0,05 — 0,10
„ глинистых грунтов . . . . .	0,10 — 0,15
„ тяжелых глин . . . . .	0,15 — 0,20



Фиг. 94. Депрессионная кривая между дренажными каналами.

Выведенное уравнение параболы может применяться при проектировании осушительных каналов для определения величины понижения уровня воды между канавами и для расчета расстояния между ними. Но для этой цели более применимым является уравнение Роте (I. Rothe), к описанию которого переходим.

**Уравнение Роте.** Роте вывел уравнение депрессионной кривой между канавами, учитывая инфильтрацию атмосферных осадков. Это уравнение было уже нами разобрано ранее в § 20 гл. II, где нами было для водораздельного пространства (фиг. 94) составлено уравнение депрессионной кривой:

$$y^2 - h^2 = \frac{w}{k} (2ax - x^2).$$

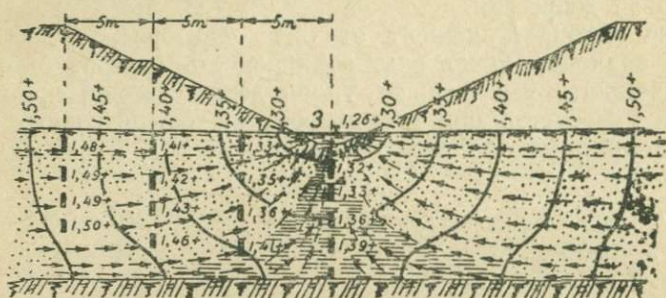
Из этого уравнения для середины расстояния между канавами или дренами имеем:

$$y_{\max} = \sqrt{\frac{w}{k} a^2 + h^2}.$$

Если уровень воды в канаве  $h$  имеет небольшую величину, то:

$$y_{\max} = a \sqrt{\frac{w}{k}}$$

Задаваясь определенной высотой стояния уровня грунтовых вод между дренами, равной первоначальной высоте уровня  $H$ , убавленной



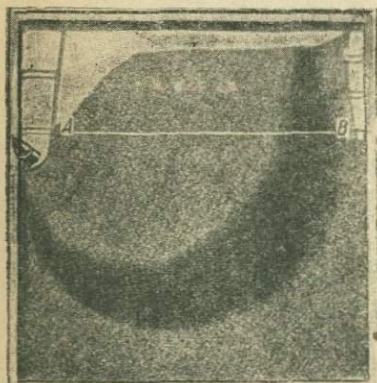
Фиг. 95. Диаграмма линий токов и линий равного напора в сфере действия дренающего канала (по Пеннинку).

на заданное понижение  $s$  между дренами, мы можем из предыдущего уравнения определить расстояние между дренами:

$$L = 2a = 2(H - s) \sqrt{\frac{k}{w}} \quad (243)$$

Из этой формулы видно, что расстояние между дренами должно быть тем меньше, чем больше требуется понижение уровня грунтовых вод. Это расстояние находится также в прямой зависимости от водопроницаемости грунта: в более водопроницаемых грунтах оно может быть больше, в менее проницаемых — меньше. Количество осадков или количество инфильтрационных вод влияет на расстояние между дренами в обратном отношении: чем больше выпадает и просачивается в грунт атмосферных вод, тем более должны быть сближены дренаи, тем гуще должна быть их сеть.

**Опыты Пеннинка.** Предыдущие формулы имеют в виду случаи, когда водонепроницаемое подстилающее ложе грунтовых вод находится близко от поверхности, приблизительно на уровне дна осушительных канав. В этих случаях приток воды к канавам или дренам совершается главным образом с боков. В случае же большой глубины залегания водоупорного ложа под дренами оказывается мощная толща водоносного грунта, и при действии дрены вода притекает не только с боков, но и со дна. Это было доказано теоретическими исследова-



Фиг. 96. Фотоснимок фильтрационного тока к модели дренажа по лабораторным опытам Пеннинка.

нам совершается главным образом с боков. В случае же большой глубины залегания водоупорного ложа под дренами оказывается мощная толща водоносного грунта, и при действии дрены вода притекает не только с боков, но и со дна. Это было доказано теоретическими исследова-

дованиями (Жуковский, Форхгеймер) и подтверждено опытами, которые были произведены инж. Пеннинком (Pennink) в Голландии.

Пеннинк для изучения характера движения грунтовых вод, притекающих к дренам, опускал на различную глубину пьезометрические трубки, при помощи которых он определял величину пьезометрического напора в различных точках фильтрационного потока.

На основании этих наблюдений он изучал распределение напоров, строя поверхности равных напоров и линии токов. При этом было установлено, что поверхности равных напоров в вертикальном сечении, перпендикулярном оси канала имеют вид концентрических кривых, располагающихся вокруг смоченного периметра дрены (фиг. 95).

Линии же токов, нормальные к поверхностям равного напора, показывают при этом, что вода движется к дрене со всех сторон и притекает в канаву как через боковые стенки, так и через дно.

Возможность движения воды к дренам через дно снизу вверх можно иллюстрировать довольно простыми лабораторными опытами в фильтрационном лотке с стеклянной стенкой и с моделью дрены, заложеной в песок. Применяя подкрашивание струек вод темной краской в лотке, наглядно можно наблюдать траекторию такой струйки (фиг. 96).

**Уравнение проф. А. Н. Костякова.** Применительно к описанному выше характеру движения грунтовых вод к дрене при глубоком залегании водоупорного ложа проф. А. Н. Костяков дал следующий вывод уравнения депрессионной кривой для междудренного пространства.

Выражая через уравнение Дюпюи количество воды, поступающей в дрину на единицу длины, имеем:

$$q = k \omega \frac{dy}{dx}, \quad (244)$$

где  $\omega$  — площадь поперечного сечения потока на расстоянии  $x$  от оси дрены,  $y$  — уровень грунтовой воды.

Поперечным сечением потока в данном случае является поверхность равного напора, которая может быть принята близкой к боковой поверхности цилиндра с радиусом равным  $x$ . Поэтому площадь поперечного сечения будет равна:

$$\omega = 1 \cdot a \cdot x,$$

где  $a$  есть величина дуги по линии равного напора, а  $ax$  — длина этой дуги, по величине, близкой к четверти окружности или несколько большей, следовательно:

$$\omega = ax = \frac{\pi}{2} x + y,$$

где  $y$  — высота уровня грунтовых вод над горизонтальной плоскостью, проходящей через дрину.

Выражая расход  $q$  через количество просачивающихся в почву осадков, имеем другое уравнение:

$$q = w \left( \frac{L}{2} - x \right), \quad (245)$$

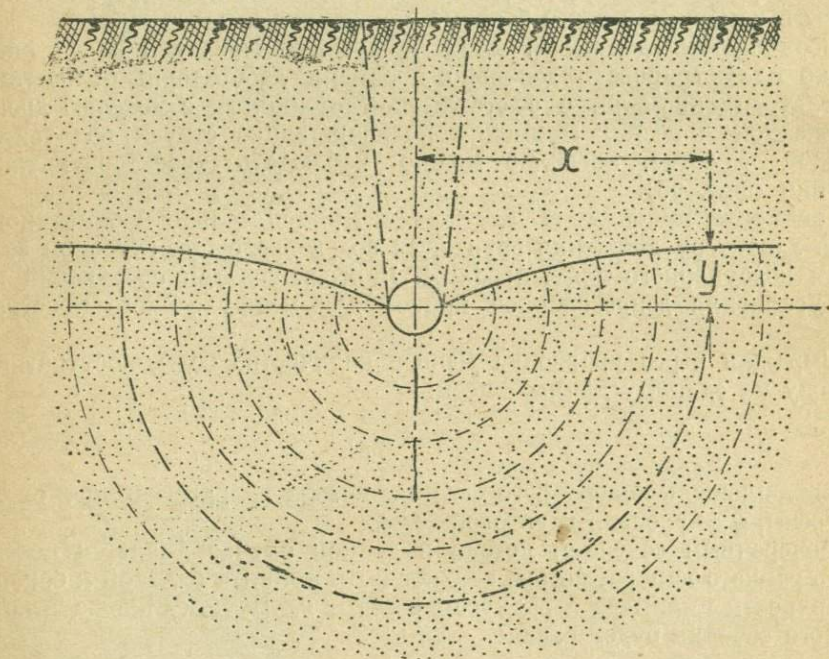
где  $w$  — количество осадков, просачивающееся на единицу площади.  
 $L$  — расстояние между дренами.

Приравнивая правые части обоих уравнений (244) и (245), получаем:

$$w \left( \frac{L}{2} - x \right) = kax \frac{dy}{dx}.$$

Разделив переменные, имеем:

$$\frac{wL}{2} \cdot \frac{dx}{x} - wdx = akdy.$$



Фиг. 97. Схема дренажа при глубоком залегании водоупорного ложа.

Интегрируя это уравнение, находим:

$$\frac{wL}{2} \ln x - wx = ak y + C, \quad (246)$$

где  $C$  есть постоянная интегрирования.

Чтобы перейти к определенному интегралу, положим  $x = r$  и  $y = 0$ , находим значение постоянного  $C$ .

$$\frac{wL}{2} \ln r - wr = C.$$

После подстановки значения  $C$  в уравнение (246), получаем уравнение кривой депрессии:

$$\frac{wL}{2} (\ln x - \ln r) - w(s - r) =cky. \quad (247)$$

Приравняв в последнем уравнении  $s = \frac{L}{2}$ ,  $y = H$ , находим формулу:

$$\frac{wL}{2} \left( \ln \frac{L}{2} - \ln r \right) - w \left( \frac{L}{2} - r \right) = ckH,$$

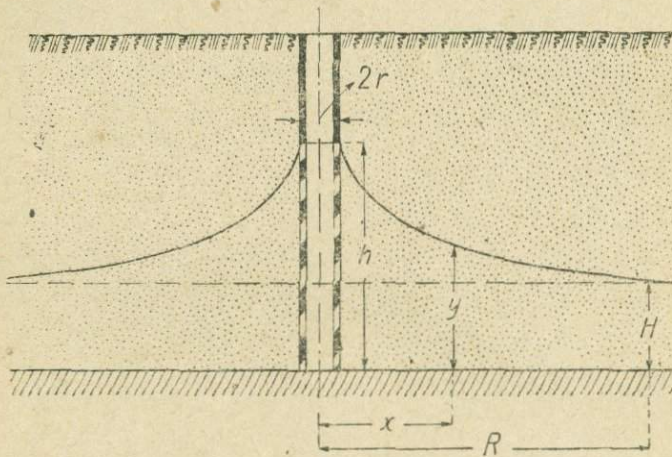
из которой можно определить величину  $L$  расстояния между дренами.

---

## ПОГЛОЩАЮЩИЕ КОЛОДЦЫ И ШУРФЫ

## § 64. ПОГЛОЩАЮЩИЕ КОЛОДЦЫ

Всякий колодец, опущенный в водоносный пласт, способен не только давать воду при откачке из него, но и поглощать воду при нагнетании или наливании ее в колодец. При этом в колодце, создается некоторое повышение уровня воды, под влиянием которого образуется движение воды в водоносном пласте по направлению от колодца в стороны (фиг. 98).



Фиг. 98. Поглощающий совершенный колодец.

В зависимости от этого и уровень воды в водоносном пласте будет иметь падение от колодца, образуя коническую кривую поверхность, имеющую вид опрокинутой депрессионной воронки обыкновенного колодца. В случае открытого водоносного пласта эта обратная воронка будет представлять действительную поверхность грунтовых вод вокруг колодца, в случае же закрытого артезианского пласта — пьезометрическую поверхность напорных вод.

Для поглощающего колодца может быть составлено уравнение движения подземных вод, аналогичное уравнению Дюпюи. Отличием здесь будет обратное направление падения подземных вод, поэтому величина  $dy$ , входящая в дифференциальное уравнение Дюпюи, будет иметь здесь отрицательную величину и в уравнении мы должны

поставить знак минус. Для грунтового ~~действующего~~ колодца мы имеем:

$$Q = -2\pi kxy \frac{dy}{dx}.$$

Разделим переменные:

$$-ydy = \frac{Q}{2\pi k} \cdot \frac{dx}{x}.$$

Интегрируем это уравнение:

$$-\frac{y^2}{2} = \frac{Q}{2\pi k} \ln x + C.$$

Переходя к определенному интегралу и исключая постоянное  $C$ , мы получим несколько видов уравнения в зависимости от принятых для  $x$  и  $y$  пределов.

1. Подставляя вместо  $y$  уровни воды  $y_1$ , и  $y_2$ , в двух точках депрессионной кривой, или в двух наблюдательных скважинах, а вместо  $x$  расстояние  $x_1$  и  $x_2$  от оси колодца до этих скважин и определив  $Q$ , получаем:

$$Q = \frac{\pi k (y_1^2 - y_2^2)}{\ln x_2 - \ln x_1} \quad (248)$$

2. Приравнивая в предыдущем уравнении  $x_1 = r$  — радиусу колодца и  $x_2 = R$ , т. е. радиусу влияния или расстоянию, на котором уже не сказывается повышение уровня воды, получим:

$$Q = \frac{\pi k (h^2 - H^2)}{\ln R - \ln r} \quad (249)$$

Выведенные формулы отличаются от формул колодца, извлекающего из пласта воду, лишь знаком; в ней  $h$  и  $H$  переменились местами. Подобно этому мы могли бы получить формулу для артезианского колодца по Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi k M (h - H)}{\ln R - \ln r} \quad (250)$$

Для трещиноватых пород на основании формулы Шези-Краснопольского мы можем написать:

1) для грунтового колодца:

$$Q = 2\pi k_{III} \sqrt{\frac{h^3 - H^3}{3 \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}}; \quad (251)$$

2) для артезианского колодца:

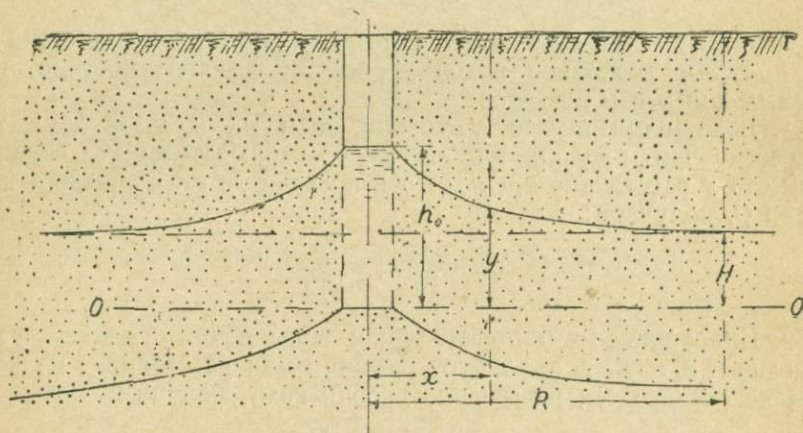
$$Q = \pi M k_{III} \sqrt{\frac{h - H}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}.$$

Когда нагнетание производится в сухую породу, то в написанных выше формулах можно положить  $H = 0$ . Например, формулы (249) и (250) примут вид:

$$Q = \frac{\pi k h^2}{\ln R - \ln r}, \quad (253)$$

$$Q = \frac{2\pi k M h}{\ln R - \ln r}. \quad (254)$$

В случае несовершенного колодца Добровольский допускает, что активная часть поглощающего водоносного грунта ограничена снизу поверхностью, идентичной депрессионной поверхности грунтовых вод (фиг. 99).



Фиг. 99. Поглощающий несовершенный колодец.

В таком случае толщина активного слоя будет равна величине  $h_0$ , равной длине действующей части колодца или высоте столба воды в колодце, считая от его дна.

Расход колодца будет равен при этом

$$Q = -2\pi k h_0 x \frac{dy}{dx}.$$

Разделив переменные, имеем:

$$-dy = \frac{Q}{2\pi k h_0} \cdot \frac{dx}{x}$$

откуда проинтегрировав по  $x$  в пределах от  $r$  до  $R$ , а по  $y$  в пределах от  $h_0$  до  $H$ , получим формулу такую же, как для артезианского колодца:

$$Q = \frac{2\pi r h_0 (h_0 - H)}{\ln R - \ln r}, \quad (255)$$

где  $H$  обозначает высоту первоначального уровня, измеряемую от дна колодца.

Выведенные формулы могут быть использованы как для расчета колодцев, так и для обработки данных опытного нагнетания с целью испытания водопроницаемости водоносных или сухих пород.

Технические приемы нагнетания довольно обстоятельно разработаны Н. К. Тихомировым и В. С. Борисовым, которыми также описаны конструкции тампонов, применяющихся при испытании пород по горизонтам.

## § 65. ПОГЛОЩАЮЩИЙ КОЛОДЕЦ С ПРОНИЦАЕМОМ ДНОМ

О фильтрации из колодца, имеющего проницаемое дно и непроницаемые стенки, мы можем составить понятие по аналогии с шахтным колодцем, рассмотренным в § 54.

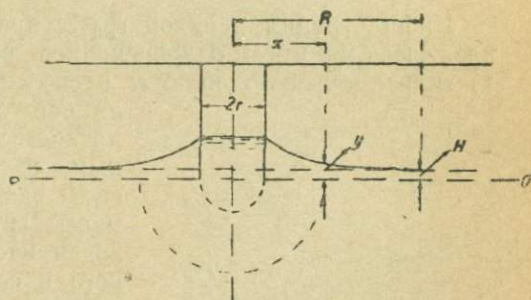
В некоторых случаях поглощающий колодец или шурф может быть приведен к колодцу с полусферическим дном (фиг. 100).

В таком случае движение воды будет происходить по радиальным линиям, а за поперечные сечения потока могут быть приняты полусферы концентричные с полусферой дна колодца. Любое сечение потока на расстоянии  $x$  от оси колодца, может быть представлено, как полусферическая поверхность с радиусом  $x$ . Площадь этого сечения равна:

$$\omega = 2\pi x^2.$$

Расход потока, проходящего через это сечение, может быть выражен уравнением:

$$Q = k\omega I = -k2\pi x^2 \frac{dy}{dx}.$$



Фиг. 100. Схема поглощающего шурфа.

Знак минус здесь берется потому, что  $y$  — величина убывающая, так как уровень воды падает от колодца. Разделив переменные, имеем:

$$-dy = \frac{Q}{2\pi k} \cdot \frac{dx}{x^2},$$

откуда интегрируя, получаем:

$$-y = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{x} + C, \quad (256)$$

где  $C$  есть постоянное интегрирования, которое находим из следующих условий. При  $x=r$ , т. е. радиусу колодца, величина  $y=h$  — уровню воды в колодце:

$$C = -h + \frac{Q}{2\pi k} \cdot \frac{1}{r}.$$

Подставляя это значение  $C$  в формулу (256) и определяя  $Q$ , получаем уравнение:

$$Q = \frac{2\pi k (h-y)}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}. \quad (257)$$

Полагая в этом уравнении  $y = H$ , т. е. первоначальному уровню воды, а  $x = R$  — радиусу влияния, получим другую формулу для поглощающего колодца:

$$Q = \frac{2\pi k (h - H)}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}} \quad (258)$$

Так как величина  $R$  довольно велика в сравнении с  $r$ , то можно принять  $\frac{1}{R} = 0$ . В результате получим более простую приближенную формулу:

$$Q = 2\pi k (h - H) r. \quad (259)$$

Выведенные формулы могут быть использованы как для расчета дебита, так и для определения коэффициента фильтрации путем налива или нагнетания.

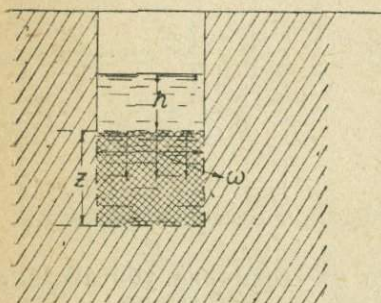
## § 66. ИНФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ ШУРФОВ В СУХОЙ ГРУНТ

Инфильтрация в сухой грунт представляет собой явление сложное. Здесь мы имеем одновременное действие двух основных факторов: 1) гидравлического напора расположенной выше воды и 2) капиллярного отрицательного давления, проявляющегося в данном случае капиллярным всасыванием воды.

Капиллярные силы развиваются на границе смоченной массы грунта и создают в насыщенной водой массе вакуум, под влиянием которого и совершается капиллярное движение воды в порах грунта.

При просачивании воды прямо вниз, по вертикальному направлению обе указанных силы складываются и скорость инфильтрации оказывается больше обычной скорости фильтрации при движении воды в насыщенном грунте, как, например, это происходит при действии поглощающего колодца, заложённого в водоносном грунте.

Фиг. 101. Инфильтрация в сухой грунт.



Принимая, что в зоне инфильтрации вода насыщает грунт полностью и движется по закону Дарси, мы могли бы для инфильтрации вниз в сухую породу, ограниченную с боков цилиндрической поверхностью (фиг. 101), написать следующее уравнение:

$$Q = \omega k \frac{H_k + h + z}{z}, \quad (260)$$

где  $Q$  — расход воды на инфильтрацию;

$\omega$  — площадь поперечного сечения фильтрующей цилиндрической колонны грунта;

$H_k$  — высота капиллярного поднятия или капиллярная способность грунта;

$z$  — глубина просачивания;

$h$  — толщина слоя воды над поверхностью грунта.

Написанное уравнение, однако, еще недостаточно полно отражает действительные условия, создающиеся при просачивании воды в сухой грунт.

Помимо капиллярности Цункер обращает внимание еще на воздух, вытесняемый водой из грунта при инфильтрации. Этот воздух оказывает некоторое сопротивление просачивающейся воде, требуя на свое передвижение некоторую долю общего действующего напора. Обозначив сопротивление воздуха через  $A$  и введя эту величину в предыдущее выражение, Цункер дает следующую форму для расхода инфильтрационного потока:

$$Q = \omega k \frac{H_k + h + z - A}{z} \quad (260a)$$

или, переходя к скорости фильтрации:

$$v = k \frac{H_k + h + z - A}{z} \quad (261)$$

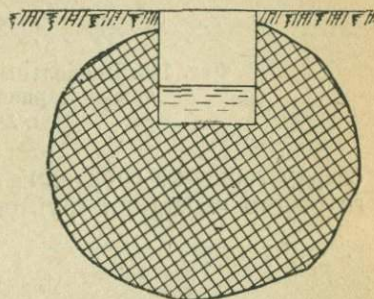
Влияние воздуха при инфильтрации в сухой грунт проявляется также в том, что часть воздуха остается в грунте, образуя так называемый «защемленный воздух». Эти воздушные участки и пузырьки среди насыщенной водой массы грунта являются тоже источником дополнительных сопротивлений, которые, впрочем, при достаточно длительной инфильтрации могут исчезнуть вследствие постепенного растворения воздуха в воде.

Надо отметить что при инфильтрации возможно выделение воздуха из самой воды, чему должно способствовать пониженное давление в инфильтрационной зоне, создаваемое под влиянием отрицательного капиллярного давления.

Влияние капиллярного всасывания наиболее заметно выражено в начальный период инфильтрации и более сказывается в глинистых грунтах. В песках оно является значительно меньшим и в некоторых случаях может считаться несущественным.

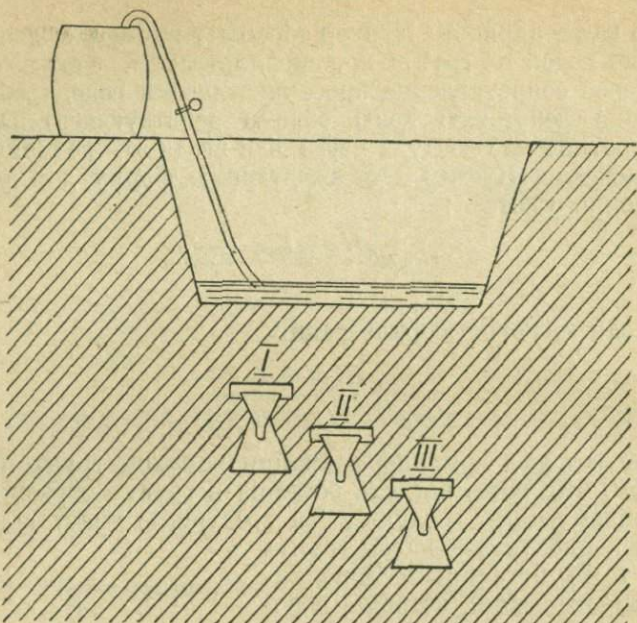
При инфильтрации из шурфа в сухой грунт вследствие действия капиллярных сил, вода движется не только по вертикали вниз, но и в стороны по горизонтальному направлению и даже вверх вблизи стенок шурфа (фиг. 102).

Грунт, насыщаемый просачивающейся водой, образует некоторое «тело смачивания», имеющее в общем случае форму эллипсоида. В грунтах с высокой капиллярной способностью (суглинки, песчаные глины) этот эллипсоид смачивания в начальный период инфильтрации бывает очень близок к сфере, так как в этот период капиллярные силы преобладают. Далее, при более продолжительном опыте начинают преобладать фильтрационные движения вниз и тело смачивания принимает грушевидную форму.



Фиг. 102. Сфера смачивания при инфильтрации в сухой грунт.

При неглубоком залегании грунтовых вод просачивающаяся вода через некоторое время достигает капиллярной зоны, окаймляющей



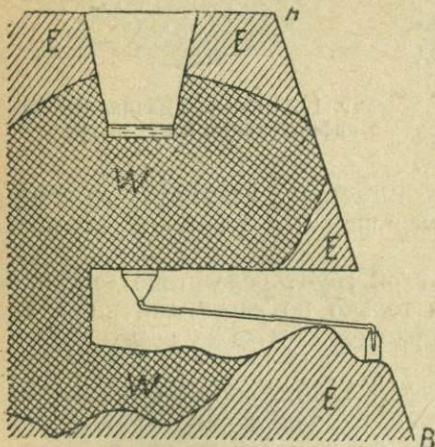
Фиг. 103. Продольный разрез опытного шурфа у берега арыка Нарпай в Средней Азии (по Бутову).

*I, II, III*—ниши с воронками.

сверху горизонт грунтовых вод, и сливается с последними. В случае глубокого залегания грунтовых вод этого слияния может и не быть, и смоченный грунт оказывается как бы подвешенным над нижележащей толщей ненасыщенного грунта.

Обычно границы тела смачивания при инфильтрации являются очень резкими и легко различаются по цвету.

Указанные особенности инфильтрационного движения воды были отмечены рядом опытов. Очень интересные наблюдения в этом отношении сделаны проф. П. И. Бутовым при изучении водопроницаемости лесовидных суглинков в бассейне р. Зеравшан в Средней Азии [31]. Им был заложен шурф на расстоянии 1 м от берегового обрыва арыка Нарпай (фиг. 103, 104). Под шурфом со стороны обрыва на глубине 0,5, 0,75 и 1,00 м были устроены



Фиг. 104. Поперечный разрез шурфа через нижнюю воронку III (по опытам Бутова)

ниши (*I, II, III*). В шурф из бака напускалась вода, уровень которой поддерживался на 10 см над дном шурфа.

Опыт продолжался 10 суток; при этом были записаны следующие наблюдения:

через 68 час. от начала опыта было отмечено появление влажности на стенке *AB* приблизительно на уровне дна шурфа (фиг. 104); через 154 час. влага появилась в потолке и стенках *I* и *II* ниш; через 145 час. в шурф было введено 500 см<sup>3</sup> раствора флюоресцеина. По стенкам шурфа наблюдалось капиллярное поднятие воды вверх; за 68 час. оно достигло высоты 68 см и за 190 час. от начала опыта — 85 см.

В течение 10 суток в шурф было влито 8,32 м<sup>3</sup> воды, в среднем за сутки 0,832 м<sup>3</sup> воды.

Скорость инфильтрации была наибольшей вначале и далее постепенно уменьшалась:

1-е сутки . . . . .	1,515 м <sup>3</sup>
2-е " . . . . .	1,138 "
3-е " . . . . .	0,988 "
4-е " . . . . .	0,815 "
5-е " . . . . .	0,750 "
6-е " . . . . .	0,675 "
7-е " . . . . .	0,675 "
8-е " . . . . .	0,475 "
9-е " . . . . .	0,600 "
10-е " . . . . .	0,690 "

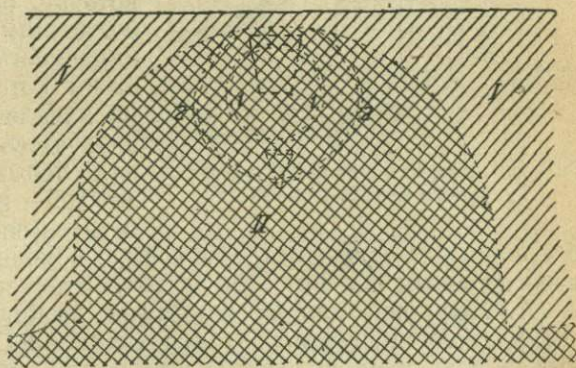
За последние двое суток расход воды несколько увеличился после чистки дна шурфа. По окончании опыта через шурф и нижнюю нишу был сделан разрез, на котором ясно были видны границы смоченного грунта (фиг. 105).

На глубине 4 м от дна шурфа тело смачивания сливалось с естественно влажным грунтом, увлажненным благодаря капиллярному поднятию воды из более глубоких слоев.

Флюоресцеин, запущенный в шурф, прошел в грунт почти по сфере радиусом около 1,2 м (фиг. 105, 2 и 2').

Весьма интересный факт обнаружили наблюдения в 3-й нише под шурфом, где в воронке не оказалось ни одной капли воды, несмотря на то, что суглинок был в сильной степени насыщен водой, которая выделялась при сдавливании грунта.

Аналогичное явление было установлено другим опытом, произведенным с целью исследования фильтрации из оросительного канала. Для этого у правого берега арыка Нарпай в том же районе был заложен шурф, которым были пройдены суглинки, содержащие сверху линзы и прослойки песка и гравия. Со дна шурфа в сторону канала



Фиг. 105. Распространение влажности в поперечном сечении к длине шурфа (по опытам Вутова).

в суглинках был пройден небольшой штрек так, что передняя часть его оказалась под арыком, наполненным водой (фиг. 106).

«Ни в шурфе, ни в штреке, — пишет П. И. Бутов, — воды не было, хотя суглинок был настолько влажен, что при сдавливании в руке выделял воду».

Приведенные факты служат отличным доказательством того, что инфильтрация в сухой грунт с высокой капиллярной способностью идет в виде капиллярного потока и сопровождается образованием вакуума. Поэтому при вскрытии грунта, содержащего воду, просачивающаяся в этих условиях, на обнаженной поверхности образуется система капиллярных менисков, создающих за собой в насыщенной водой грунте давление меньшее атмосферного, т. е. меньшее, чем на воздухе у обнаженного грунта.

Существованием этой капиллярной поверхности и объясняется описанное выше явление, что просачивающаяся вода не вытекает

в штрек, заложенный в инфильтрующем грунте. Штрек в данном случае оказывается как бы непроницаемым телом для просачивающейся воды, которая должна обтекать его по сторонам, чтобы двигаться дальше.

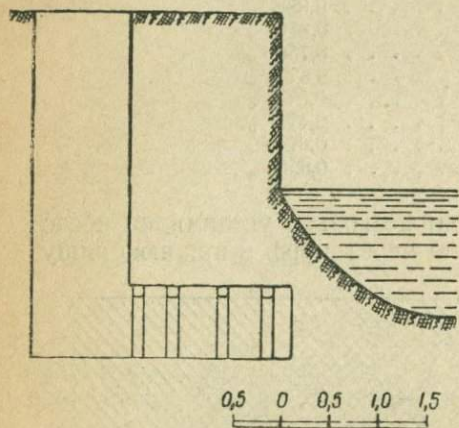
На основании сказанного мы вправе здесь отметить ошибочность мнений некоторых исследователей, которые, руководясь подобными наблюдениями, заключают о водонепроницаемости грунтов или об отсутствии потерь воды на фильтрацию из каналов. Точно так же мы можем здесь отметить непригодность для испытания водонепроницаемости высоко капиллярных глинистых грунтов способа, основанного на на-

блюдениях за просачиванием воды с помощью штреков, аналогичным изображенным на фиг. 103 и 104. Этот способ пытался применить А. А. Молчанов для исследования свойств грунтов на месте проектируемого Меручанского водохранилища на р. Мургаб и получил сильно преуменьшенные результаты. Вода в его опыте просачивалась не только вниз, но и в стороны, минуя воронку, подставленную снизу. Несмотря на довольно значительное количество воды, поступающее сверху в грунт (от 347 до 1350 л), в воронку ее просачивалось ничтожное количество (от 0,1 до 0,4 см<sup>3</sup>/сутки).

## § 67. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОДОНПРОНИЦАЕМОСТИ СУХИХ ГРУНТОВ ПУТЕМ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА ИНФИЛЬТРАЦИЕЙ

Величина инфильтрации находится в прямой зависимости от водонепроницаемости грунта. Поэтому наблюдая за скоростью инфильтрации, мы могли бы определить и величину водонепроницаемости.

Этот метод, обеспечивая полное сохранение естественной структуры грунта и всех его особенностей, влияющих на водонепроницаемость,



Фиг. 106. Разрез через шурф и штрек у берега арыка Нарпай.

должен заслуживать серьезного внимания исследователей, и действительно мы находим в литературе целый ряд относящихся к данному вопросу исследований и изобретений (см. работы Дояренко, Замарина, Болдырева, Бутова, Виндемана, Трофимова, Семенова).

Приходится, однако, отметить, что до сих пор способы опытной инфильтрации мало изучены с теоретической и методической стороны, что отчасти мешает их распространению в практике.

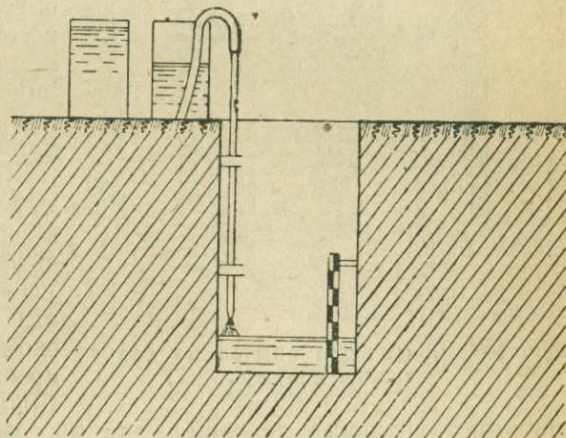
Рассмотрим здесь наиболее применимые способы Болдырева и Замарина.

**Способ Болдырева.** Способ Болдырева заключается в следующем.

В сухом грунте выбивается шурф, не доходящий до уровня грунтовых вод. На дно шурфа непрерывно подается вода, для чего на поверхности земли у бровки шурфа устанавливается 2—3 сосуда известной емкости, а от сосудов до дна шурфа проводится трубка с крапом в конце (фиг. 107).

Уровень воды в шурфе поддерживается постоянно на одной и той же высоте — около 10 см над дном шурфа. Для наблюдения за уровнем воды устанавливается рейка с делениями через 1 см. Определив количество воды, инфильтрующей из шурфа в единицу времени, т. е. расход инфильтрационного потока  $Q$  и разделив на площадь  $\omega$  дна шурфа, мы получим среднюю скорость инфильтрации:

$$v = \frac{Q}{\omega}.$$



Если при этом мы могли бы определить величину напорного градиента  $I$ , то разделив полученную величину скорости на  $I$ , мы определили бы и величину коэффициента фильтрации:

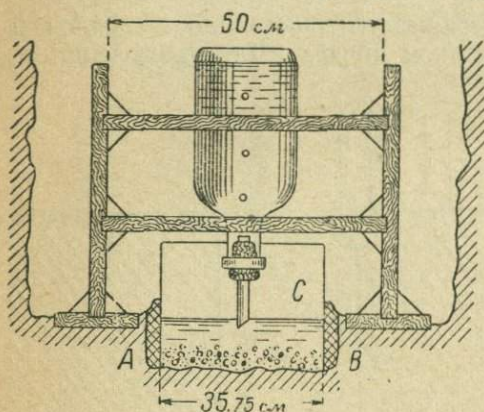
$$k = \frac{v}{I}.$$

Болдырев допускает, что при наибольшей величине слоя воды в шурфе, не более 10 см, создающейся при достаточно длительной инфильтрации, напорный градиент равен единице. В таком случае определяемая непосредственно опытом скорость инфильтрации, называемая Болдыревым «кажущейся скоростью инфильтрации» (по причине того, что эта скорость отнесена ко всему сечению), будет выражать прямо величину коэффициента фильтрации:

$$k = v = \frac{Q}{\omega}.$$

К такому выводу о напорном градиенте мы, исходя из приведенных выше теоретических сведений о инфильтрации, могли бы прийти путем следующих допущений: во-первых, полагая, что инфильтрация совершается лишь вертикально вниз, помещаясь в цилиндрической колонне грунта с сечением, равным дну шурфа; во-вторых, не принимая во внимание капиллярных сил, увеличивающих скорость просачивания; в-третьих, принимая, что глубина просачивания  $z$  настолько велика, что отношение  $\frac{h+z}{z}$ , выражающее в данных условиях напорный градиент, можно приравнять единице.

Несмотря на такое упрощенное представление об инфильтрации из шурфа и упрощенный пересчет на коэффициент фильтрации в некоторых случаях определения водопрооницаемости по Болдыреву довольно близко сходятся с лабораторными данными и, повидимому, близки к истине.



Фиг. 108. Прибор для опытов по фильтрации в шурфе.

Но чаще, однако, мы получаем по Болдыреву большие расхождения с другими определениями и, вероятнее всего, для глинистых грунтов при этом получаются преувеличенные результаты, что обусловливается недоучетом капиллярных сил.

#### Видоизменение способа Болдырева.

Способ Болдырева в несколько видоизмененном виде применялся автором для исследования водопрооницаемости суглинков на Волго-Донском водоразделе в районе проектируемой трассы канала.

Приводим здесь нижеследующие

инструктивные указания для проведения опытов по данному способу:

1. В испытуемом грунте устраивается шурф до глубины, на которой предположено произвести опыт. Размеры шурфа должны быть достаточно большими, чтобы в нем было удобно расположиться для наблюдений и установить прибор, дно шурфа должно быть приблизительно 60 см шириной и длиной не меньше 1 м. С одной стороны шурфа следует устроить в грунте ступеньки.

2. На дне шурфа выбивается зумпф  $AB$  (фиг. 108) диаметром около 400 м и глубиной 10 см. В этот зумпф вставляется железный цилиндр высотой около 20 см и диаметром 35,75 см. Такая величина диаметра взята потому, что представляет удобство при вычислениях; площадь поперечного сечения такого цилиндра будет равна кругло 1 000 см<sup>2</sup>.

Получающийся зазор между боковой поверхностью железного цилиндра  $C$  и стенками зумпфа плотно затрамбовывается глиной. Цилиндр служит для защиты стенок зумпфа от размывания и от осыпания.

На дно зумпфа тоже с целью защиты его от размывания насыпается слой гравия или песка около 3—5 см толщиной. Еще

лучше этот защитный слой покрыть нечастой металлической сеткой.

3. В зумпф заливается вода, уровень которой поддерживается при помощи так называемого мариоттова сосуда, устроенного следующим образом. Бутыл емкостью 3—5 л наполняется водой, закрывается пробкой с отверстием, в которое вставлена трубка, и в таком виде опрокидывается горлом вниз.

При опрокидывании отверстие трубки прикрывается пальцем и конец трубки погружается в воду.

Бутыл в таком положении укрепляется на специальной деревянной подставке. Последняя вместе с бутылкой предварительно устанавливается так, чтобы конец трубки был как раз на высоте 10 см или другой требуемой высоте над поверхностью испытуемого грунта, при этом защитный слой гравия включается в те же 10 см.

Конец трубки при установке сначала должен погрузиться на несколько сантиметров в воду, для чего последняя в момент установки бутылки должна наполнять зумпф на соответственно большую, чем 10 см высоту.

Пока уровень воды в зумпфе будет стоять выше конца трубки, вода из бутылки не будет вытекать. Затем, когда часть воды просочится в грунт и уровень дойдет до конца трубки, через последнюю будут вытекать небольшие порции воды, на место которой в бутылку будут подниматься пузырьки воздуха.

Таким образом будет поддерживаться на одной высоте уровень воды, а по количеству уходящей из бутылки воды можно измерить расход воды на инфильтрацию. Для последней цели предварительно следует разметить бутылку делениями на литры и доли их.

Когда вода из одной бутылки израсходуется вся, на ее место немедленно ставится другая такая же бутылка.

4. Наблюдения за расходом воды записываются с часами или секундомером в следующей форме:

Таблица 36

№ шурфов	Место-нахождение и исследуемый грунт	№ отсчетов	Отсчеты				Количество инфильтр. воды от начала опыта $W$ , см <sup>3</sup>	Продолжительность опыта $T$ , сек	Расход воды $Q = \frac{W}{T}$ см/сек	Скорость фильтрации $v = \frac{Q}{z}$ см/сек
			Время			Количество воды				
			час.	мин.	сек.					

5. Продолжительность опытов должна быть достаточно большой, чтобы достигнуть постоянной величины скорости фильтрации или почти постоянной. Обыкновенно это бывает через 5—6 час.

6. Для наглядности следует строить график, откладывая на горизонтальной оси время, а на вертикальной — скорость фильтрации.

7. После опыта следует углубить несколько шурф, подробно опи-

сать пройденные породы и отобрать образцы из каждого слоя в размере около 500 г для механического анализа и для определения влажности. Желательно также отбирать монолиты для определения коэффициента фильтрации в лаборатории.

Кроме того, из самого нижнего слоя грунта отбирается большой образец для параллельного лабораторного определения коэффициента фильтрации.

В случае глины и суглинков образец берется с сохранением структуры в виде цилиндра около 8 см в диаметре и 15 см высотой.

Монолитный образец заливается парафином или воском и в таком виде доставляется в лабораторию.

8. Место шурфа точно фиксируется на карте и на профилях и описывается как со стороны рельефа, так и геологического строения. Высотная отметка определяется по ближайшим реперам нивелировкой.

9. При выборе места под опытный шурф должно быть учтено геологическое строение и глубина грунтовых вод.

Обычно шурфы закладываются в нескольких пунктах, различных по гидрогеологическим условиям и являющихся более или менее типичными для отдельных исследуемых участков, например: 1) в мощных однородных суглинках с глубоким уровнем грунтовых вод, 2) в суглинках с неглубоким уровнем грунтовых вод, 3) в суглинках, подстилаемых сильно проницаемыми песками, 4) в морене, 5) в мелких глинистых песках и т. д.

Весьма показательные данные были получены опытами, произведенными по описанному методу Н. В. Родионовым при испытании водопроницаемости глинистых песков и супесей в районе проектируемого водохранилища на р. Бузулук в Самарском Заволжье. Данные опытов показывают наглядно, как скорость инфильтрации вначале довольно быстро уменьшается, затем постепенно приближается к некоторой предельной величине, которую затем сохраняет почти неизменной.

Наблюдения показывают, что продолжительность опытов, необходимая для получения установившейся скорости, должна быть около 10 час.

Сопоставление результатов этих испытаний с лабораторными определениями показало близкое сходство тех и других.

**Способ проф. Е. А. Замарина.** Принимая, что в глинистых грунтах при глубоком положении грунтовых вод форма растекания воды из круглого шурфа близка к шаровой, проф. Е. А. Замарин [27] предложил следующий способ подсчета коэффициента фильтрации по данным наблюдений за просачиванием из шурфов.

Для ряда моментов времени  $t_1, t_2, t_3, \dots$ , просачивающаяся вода будет занимать последовательно сферы I, II, III, ... с радиусами  $R_1, R_2, R_3, \dots$  (фиг. 109).

Положение этих сфер можно определить, исходя из объема просочившейся воды за соответствующие моменты времени.

Объем всей сферы (первой или других) равен:

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 = 4,19 R_1^3.$$

В этот объем, помимо грунта, насыщенного водой, входят еще:

1) объем воды в шурфе, равный  $V_2 = \pi a^2 H$ ;

2) объем сегмента над сферой

$$V_3 = \frac{1}{2} \pi a^2 h + \frac{1}{3} \pi h^3,$$

где  $a$  — радиус шурфа;

$H$  — высота уровня воды над дном шурфа;

$h$  — высота сегмента над шурфом (фиг. 109).

Последняя величина может быть выражена через  $R$  и  $a$  следующей формулой:

$$h = R - \sqrt{R^2 - a^2}. \quad (262)$$

Вычитая из общего объема сферы объема  $V_2$  и  $V_3$ , получим объем грунта в сфере:

$$V_0 = V_1 - V_2 - V_3 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 - \pi a^2 H - \frac{1}{2} \pi a^2 h - \frac{1}{6} \pi h^3.$$

Количество воды, просочившейся в грунт, может быть выражено через объем насыщенного водой грунта  $V_0$  следующим образом.

Объем всех пор и, следовательно, всей воды, содержащейся в насыщенном грунте, будет равен  $V_0 p$ , где  $p$  есть пористость грунта. Отсюда надо вычесть объем воды, содержащейся до опыта в виде естественной влажности, который выразим как произведение веса частиц грунта на естественную влажность последнего:

$$V_0 (1 - p) \gamma \cdot m,$$

где  $\gamma$  — удельный вес частиц грунта.

$m$  — естественная влажность в долях единицы.

На основании предыдущего объем воды, поглощенный грунтом, выразится следующим уравнением:

$$W = V_0 [p - (1 - p) \gamma m], \quad (263)$$

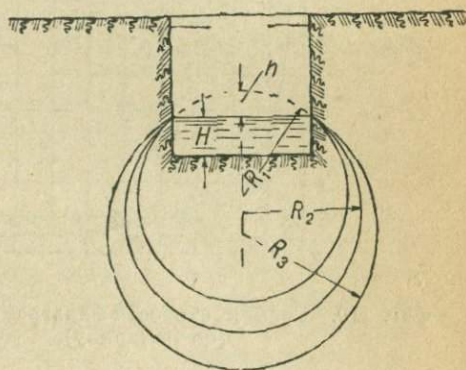
из которого можно определить  $V_0$ , а по этой величине и по выведенным раньше уравнениями можно подобрать значение  $R_1$ . При этом величина  $h_1$  в предыдущих уравнениях исключается через выражение (262).

Для определения радиуса второй сферы составляем другое уравнение, выразив количество поглощенной воды  $W_2$  через разность объемов первой и второй сфер.

При этом для упрощения допускаем, что объем сегмента над водой остается неизменным. На этом основании получаем:

$$W_2 = 2\pi (R_2^3 - R_1^3) [p - (1 - p) \gamma m]. \quad (264)$$

Так же поступим для вычисления радиусов следующих сфер: третьей, четвертой и т. д. Для каждой сферы, зная ее радиус, опреде-



Фиг. 109. Фильтрация из шурфа (по Замарину).

лим поверхность ее как поверхность шарового пояса высотой  $(2R - h)$  по формуле:

$$\theta = 2\pi R(2R - h). \quad (265)$$

Из найденных по последней формуле значений  $\theta$  вычислим для промежутков между соседними сферами средние величины площадей сечения инфильтрационного потока:

$$\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}, \quad \frac{\theta_2 + \theta_3}{2} \text{ и т. д.}$$

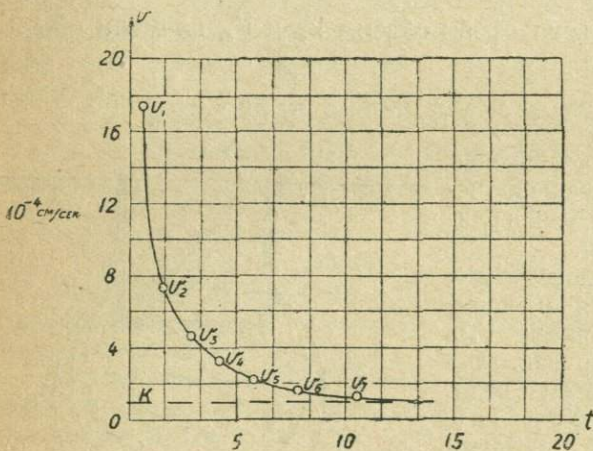
Далее переходим к определению средних скоростей фильтрации, путем деления объемов воды  $W_2, W_3, \dots$ , поглощенных за наблюдаемые

промежутки времени, на средние величины поверхностей и на время  $t$ :

$$v_2 = \frac{2W_2}{(\theta_1 + \theta_2)t_2};$$

$$v_3 = \frac{2W_3}{(\theta_2 + \theta_3)t_3}. \quad (266)$$

По найденным значениям строится кривая (фиг. 110), которая обычно показывает постепенное убывание скорости фильтрации и приближение ее к некоторому пределу. Предел этот найдем по фиг. 110, проведя асимптоту  $k$



Фиг. 110. График скорости фильтрации из шурфа (по Замарину).

к кривой. На фиг. 110 изображен пример, проработанный Е. А. Замариным. Полученная по этому примеру  $k = 0,0001 \text{ см/сек}$ .

Е. А. Замарин в предлагаемом способе подсчета полагает, что в пределе действующий напорный градиент в рассматриваемом потоке равен единице и, следовательно, найденное предельное значение скорости фильтрации будет выражать собой величину коэффициента фильтрации.

Капиллярные силы в изложенной теории Е. А. Замарина не учитываются.

## ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПОД ГИДРОТЕХНИЧЕСКИМИ СООРУЖЕНИЯМИ

### § 68. ЯВЛЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ УСТРОЙСТВЕ ПЛОТИН. ОПЫТЫ КЛИББОРНА

Сооружение плотин и устройство водохранилищ в местах развития водопроницаемых пород влечет за собой возникновение ряда явлений, важных с точки зрения гидротехники и гидрогеологии:

- 1) *фильтрацию под плотинами и в обход плотин, вызывающую утечку воды и деформацию грунтов;*
- 2) *утечку воды из водохранилищ в другой бассейн;*
- 3) *изменение естественного режима и подпор грунтовых вод в районе сооружения и водохранилища, о чем уже говорилось раньше в гл. IV.*

Все эти явления должны быть в каждом отдельном случае изучены с достаточной полнотой и учтены при проектировании сооружений. При этом в задачу гидрогеолога входит не только изучение природных гидрогеологических условий района и естественного режима грунтовых вод, но и составление прогноза об указанных выше явлениях фильтрации и подпора. Последние могут потребовать соответствующих практических мероприятий, что должно быть своевременно предусмотрено и отражено в проектировании.

С этой точки зрения наше внимание прежде всего привлекают явления, связанные с фильтрацией воды под гидротехническими сооружениями. Этому вопросу посвящено большое число исследований, о которых можно составить довольно полное представление по трудам академика *Н. Н. Павловского* [63], проф. *Е. А. Замарина* [59, 60], проф. *Терцаги* [64, 65] и др. Здесь мы рассмотрим лишь основные сведения из данных исследований.

Остановимся вначале на старейших работах американских ученых: *Клибборна* (Klibborn) и *Бляя* (Bligh).

Клибборну принадлежит одна из первых экспериментальных работ по данному вопросу, произведенная еще в 1896 г. Он провел ряд опытов по фильтрации, пользуясь горизонтальной трубой длиной 120 фут. и внутренним диаметром 2 фут. С одного конца трубы, откуда поступала вода, можно было создавать напор до 20'. Труба заполнялась однородным песком. Для наблюдений за распределением напора при фильтрации вдоль по трубе были устроены через каждые 10 фут. пьезометры.

В число задач, поставленных Клибборном, входили следующие вопросы:

- 1) передача напора при фильтрации через песок и закон изменения напора в зависимости от расстояний по трубе;
- 2) расход воды, фильтрующей через песок при разных напорах;
- 3) установление величины напоров, создающих скорости фильтрации, способные вымывать частицы песка.

По первому вопросу опыты Клибборна показали, что падение напора вдоль трубы совершается по прямой линии, что было вполне естественным ожидать, так как его труба была по всей длине одинакового диаметра и заполнялась однородным песком. Клибборн допускал, что такое же прямолинейное падение напора можно принять и для фильтраций под основанием плотины.

По вопросу об определении количества воды, просачивающейся под плотиной, Клибборн не нашел возможным вывести какие-либо заключения из произведенных опытов, так как при этом должен был столкнуться с вопросом о глубине, на которую простирается фильтрационный поток под плотиной. Для суждения о последнем вопросе его ограниченные опыты ничего не давали.

Для третьего вопроса о вымывающих напорах или вымывающих скоростях Клибборн получил ряд ценных наблюдений по выносу песка фильтрующей водой и пришел к весьма важным выводам: 1) при проектировании плотин необходимо произвести испытание грунта в 120-футовой трубе, увеличивая напорный градиент путем постепенного сокращения длины трубы, пока не начнется вымывание песка. Определенная этим опытом минимальная ширина основания плотины должна быть увеличена на 25% для запаса прочности; 2) флютбет плотины должен иметь толщину, достаточную для того, чтобы оказывать сопротивление давлению воды снизу; 3) перед плотиной должен устраиваться понур в виде бетонного покрытия на слое глины. Устройством понура достигается уменьшение противодавления в основании плотины, а также предупреждается развитие вымывающих скоростей фильтрации.

## § 69. ТЕОРИЯ БЛЯЯ

Дальнейшее развитие идей Клибборна мы находим у Бляя, который не производил экспериментов и главным образом базировался на изучении существующих сооружений. Особенное внимание Бляй уделял тем сооружениям, на которых происходили какие-либо аварии. Он выделил также ряд наиболее удачных сооружений, изучая которые он вырабатывал нормы для относительных размеров важнейших частей плотин. В общем Бляй широко использовал опыт самого строительства и на этой базе разработал теорию расчета флютбетов гидротехнических сооружений.

В основе его теории лежит допущение, что наиболее опасная фильтрация происходит вдоль поверхности соприкосновения подошвы сооружения с грунтом (фиг. 111). Движение же воды в самой толще водопроницаемого грунта им совсем не учитывается, как будто оно совсем отсутствует.

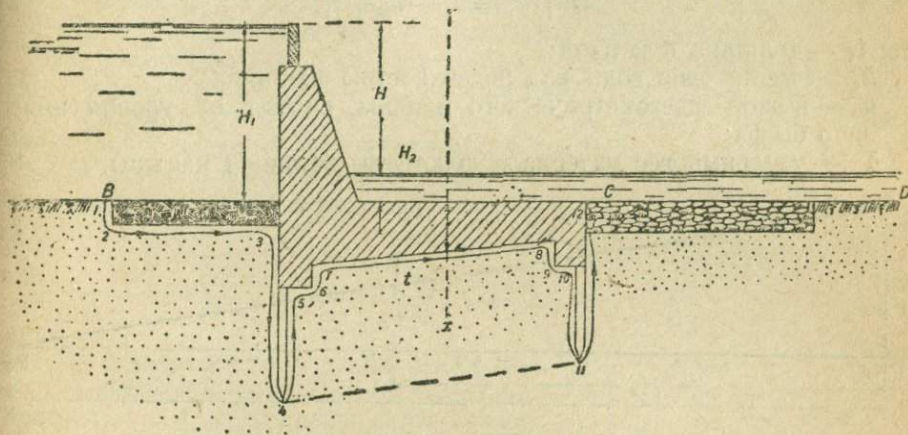
Во-вторых, Бляй принимал, что падение напора вдоль указанного пути фильтрации прямо пропорционально расстоянию, т. е. он, как и Клибборн, полагал, что фильтрация под плотиной совершается так же, как в трубе одинакового сечения, вытянутой вдоль подземного

контура сооружений. При этом допускалось также, что сопротивление движению во всех частях пути фильтрации одинаково.

Расчет флютбетов сооружений, основанный на этих предположениях, включает в себе две основных задачи:

1. *Определение допустимой длины пути фильтрации, измеряемого по подземному контуру сооружения.* Эта длина должна быть такова, чтобы скорости фильтрации не превышали допустимой величины, выше которой начинается вымывание частиц грунта.

2. *Определение толщины флютбета, которая должна бы быть достаточной для противодействия давлению воды снизу.* При решении первой задачи Бляй вместо допустимых скоростей фильтрации пользуется понятием *допустимых напорных градиентов.*



Фиг. 111. Разрез флютбета плотины.

На основании изучения существующих гидротехнических сооружений Бляй установил для различных грунтов допустимые значения напорного градиента или верней его обратную величину:

$$C = \frac{1}{I_0} = \frac{L}{H}, \quad (267)$$

где  $L$  — длина пути фильтрации;

$H$  — действующий напор, т. е. разность уровней верхнего и нижнего бьефов.

Установленные Бляем значения  $C$  приведены ниже:

I. Ил и мельчайший песок . . . . .	$C = 18$
II. Мелкий песок . . . . .	$C = 15$
III. Обыкновенный крупозернистый песок . . . . .	$C = 12$
IV. Гравий и гравелистый песок . . . . .	$C = 9$
V. Гравий и галька . . . . .	$C = 4-6$
VI. Глинистые грунты . . . . .	$C = 5-9$

По Бляю длина развернутого контура флютбета должна удовлетворять условию:

$$L > HC. \quad (268)$$

Практически, однако, не всегда возможно определение длины пути фильтрации вести по развернутому контуру сооружения. В тех слу-

чаях, когда флютбеты снабжаются шпунтами в несколько рядов, при сравнительно близком расстоянии между шпунтами, более правильным будет брать длину пути фильтрации не по контуру флютбета между шпунтами, а по *линии, огибающей концы шпунтов*, которая может быть на много короче линии контура (фиг. 111, 4—11).

Толщина флютбета, как уже указывалось ранее, должна быть рассчитана по Бляю на сопротивление протыводавлению. Величина последнего определяется с помощью эпюры напоров развернутого подземного контура сооружения (фиг. 112). Условия равновесия вертикального столбика из кладки флютбета площадью, равной единице, при затопленном флютбете определяются уравнением:

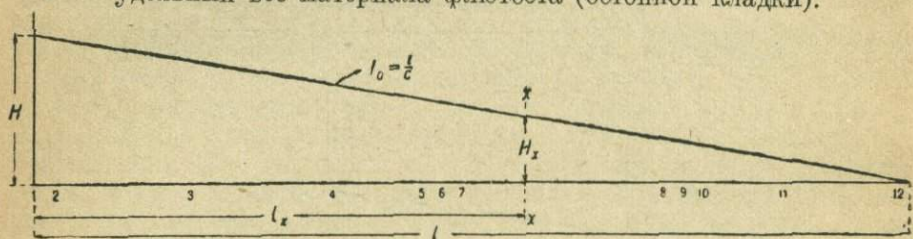
$$\delta t + h_1 = h_1 + h_0 + t,$$

где  $t$  — толщина флютбета;

$h_1$  — высота слоя воды над поверхностью флютбета;

$h_0$  — высота пьезометрического напора, считая от уровня нижнего бьефа;

$\delta$  — удельный вес материала флютбета (бетонной кладки).



Фиг. 112. Эпюра напоров под плотиной (по Бляю).

Удельный вес воды принят равным единице.

Определив из предыдущего уравнения  $t$ , имеем:

$$t = \frac{h_0}{\delta - 1}. \quad (269)$$

В случае незатопленного флютбета условие равновесия флютбета примет вид:

$$\delta t = h_0 + t,$$

откуда получим для  $t$  выражение, одинаковое с предыдущим:

$$t = \frac{h_0}{\delta - 1}. \quad (270)$$

Способ Бляя очень простой и за последние 20 лет был широко распространен в гидротехнической практике.

Приходится, однако, отметить, что представление о фильтрационном потоке под сооружением, принятое Бляем за основу, является *слишком упрощенным и слишком далеким от действительности*, и отгаз Бляя от рассмотрения всего фильтрационного потока в толще грунта под сооружением, естественно, не мог содействовать развитию более правильного понимания явлений фильтрации под гидротехническими сооружениями и уточнению приемов расчета сооружений.

## § 70. ТЕОРИЯ СТРУЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ПОД ГИДРОТЕХНИЧЕСКИМИ СООРУЖЕНИЯМИ

Теория струйного движения грунтовых вод во всей области грунта под сооружением наиболее полно разработана акад. Н. Н. Павловским [63]. В этой теории рассматривается движение, установившееся и плоское.

Перемещение воды вдоль оси плотины при этом отсутствует. Грунт во всей области потока принимается однородным.

В теории струйного движения ставится задача: найти для любой точки фильтрационного потока скорость фильтрации и величину пьезометрического напора. Аналитическое решение этой задачи является очень сложным и требует знания специальных отраслей математики, в частности теории функций комплексного переменного.

Мы попытаемся здесь изложить лишь основные понятия о постановке задачи и методе ее решения, примененном акад. Н. Н. Павловским.

В основу теории фильтрационного потока положен закон Дарси. Применяя последний к горизонтальной и вертикальной составляющим скорости фильтрации плоского потока, можно написать:

$$v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x}; \quad v_y = -k \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (271)$$

где  $x$  и  $y$  — координаты любой точки потока относительно осей  $OX$ ,  $OY$  и расположенных в плоскости движения грунтовых вод (фиг. 113);

$h$  — пьезометрический напор в точке  $(x, y)$ , измеряемый от какой-нибудь плоскости сравнения;

$k$  — коэффициент фильтрации.

Третья составляющая  $v_z$ , параллельная оси  $OZ$ , перпендикулярной к плоскости потока, как в случае плоского движения, должна быть равна нулю:

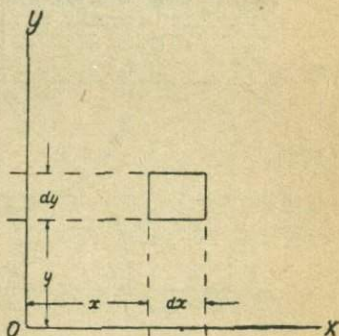
$$v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} = 0.$$

Для бесконечно малого элемента грунта, ограниченного гранями  $dx$  и  $dy$ , скорость фильтрации через грань  $dy$  с абсциссой  $x + dx$  имеет величину:

$$v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx.$$

Для площадки  $dy$  с абсциссой  $x$  величина скорости фильтрации выражена уравнением (271). Помножив ту и другую скорость на  $dy$ , мы получим выражения объемов жидкости, входящей в элемент и вытекающей из него через его вертикальные грани  $dy$ :

$$v_x dy; \quad v_x dy + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy.$$



Фиг. 113. Схема элемента фильтрующего грунта.

Разность между этими объемами будет равна:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy.$$

Точно так же получим для граней  $dx$  с ординатами  $y$  и  $y+dy$  разность объемов входящей и выходящей воды:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} dy \cdot dx.$$

Складывая оба написанных выражения, получим общую величину изменения объема воды при фильтрации через рассматриваемый элемент грунта. По условию неразрывности эта величина должна быть равна нулю, что дает в результате:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy dx = 0.$$

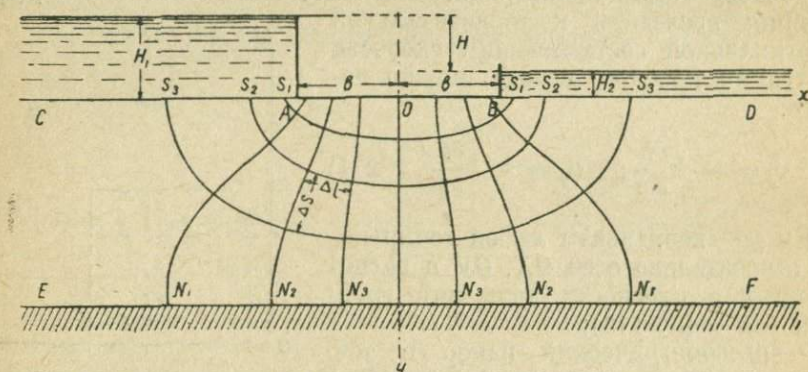


Рис. 114. Линии тока и равного напора при фильтрации под плотиной.

После сокращения на  $dx \cdot dy$  имеем:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (272)$$

Полученное уравнение неразрывности можно представить в другом виде, подставив сюда значения скоростей согласно уравнению Дарси в дифференциальной форме (271) и сократив на  $k$ :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0. \quad (273)$$

Это уравнение называется, как известно, уравнением Лапласа. Оно показывает, что движение грунтовой воды может рассматриваться, как движение идеальной жидкости, причем  $h$  или  $kh$  будет выражать потенциальную функцию давлений.

Такого рода движение совершается по линиям тока, нормальным к поверхностям равного потенциала или равного напора.

Функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа, называется гармонической. Поэтому характер изменения напоров в области фильтрационного потока прежде всего определяется свойствами указан-

ной функции. Кроме того, направления линий тока и поверхностей равного напора зависят от так называемых *пограничных условий*.

Характер изменения напора в области, занятой фильтрационным потоком, а также и направления линий тока зависят от очертания границ потока. В данном случае это будут подземные контуры сооружения и границы водопроницаемого грунта. Указанная зависимость выражается так называемыми *пограничными условиями*, которые дают нам новые уравнения, дополняющие уравнение Лапласа.

В фильтрационном потоке под сооружением мы имеем граничные поверхности двух родов: 1) проницаемые поверхности грунта  $AC$  и  $BD$ , по которым фильтрационный поток сообщается с верхним и нижним бьефом, 2) непроницаемые поверхности  $AB$ , по которым водопроницаемый грунт соприкасается с водонепроницаемыми частями сооружения (фиг. 114). Сюда же относится поверхность подстилающего водонепроницаемого пласта ( $EF$ ).

Для проницаемых граничных поверхностей имеем следующие условия:

1) для участка  $AC$  в верхнем бьефе:

$$h = H_1, \quad (274)$$

2) участка  $CD$  в нижнем бьефе:

$$h = H \quad (275)$$

На непроницаемых границах потока скорости по направлению, перпендикулярному к граничным поверхностям, должны быть равны нулю, что выражается уравнением:

$$v_n = -k \frac{dh}{dn}$$

или

$$\frac{dh}{dn} = 0. \quad (276)$$

Решение написанных выше уравнений формулируется, как *задача по определению внутри заданной области проницаемого грунта такой гармонической функции напоров, которая удовлетворяла бы пограничным условиям [(274), (275), (276)]*.

Для решения ее Н. Н. Павловский принял метод конформных отображений, идея которого заключается в следующем.

Данная область фильтрующего грунта (фиг. 114) с граничными условиями, определяемыми контурами сооружения и естественными геологическими границами проницаемой толщи, конформно изображается на другую вспомогательную область, или на вспомогательную модель движения, для которой решение задачи известно или является настолько простым, что может быть получено элементарным путем.

Основным признаком конформного отображения, важным для нашей задачи, является сохранение ортогональности кривых линий равного напора и линий токов. Это преобразование с помощью аналитических функций дает изображение, подобное данному в бесконечно малых элементах. В описанном ниже примере система квадратов при конформном отображении преобразуется в систему криволи-

нейных квадратов, которые при уменьшении их до бесконечно малых размеров становятся подобными правильным квадратам.

В качестве вспомогательной области Н. Н. Павловский берет прямоугольник, у которого две противоположные стороны  $A'B'$  и  $C'D'$  (фиг. 115) являются водонепроницаемыми и соответствуют непроницаемым поверхностям  $AB$  и  $EF$  грунта в верхнем и нижнем бьефе заданной области, другие же две стороны  $A'C'$  и  $B'D'$  соответствуют проницаемым границам области фильтрующего грунта.

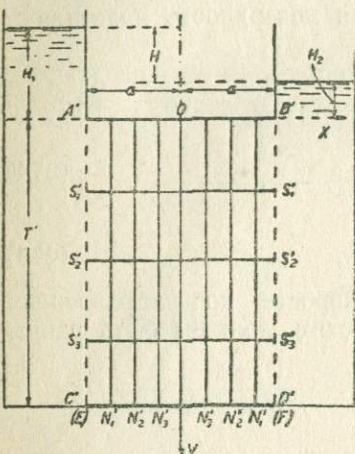
Непосредственно для описанного вспомогательного прямоугольника задача разрешается очень просто.

Линии течений в прямоугольнике будут представлены прямыми  $S_1, S_2, \dots$ , параллельными непроницаемым сторонам  $A'B'$  и  $C'D'$ , а линии равных напоров — прямыми  $N_1, N_2, \dots$ , перпендикулярными первым или параллельными проницаемым сторонам  $A'C'$  и  $B'D'$ . Для более конкретного пояснения метода конформных отображений рассмотрим случай плотины с плоским флютбетом при ограниченной глубине подстилающего водопроницаемого ложа (фиг. 114).

Вспомогательной моделью движения для данного случая будет служить описанный выше прямоугольник (фиг. 115).

За начало координат на чертеже сооружения примем середину плотины. Ось  $X$  направим вдоль поверхности грунта, по нижнему бьефу, а ось  $Y$  — вертикально вниз.

Соответственно этому в области вспомогательного прямоугольника за начало координат примем середину линии  $A'B'$ , а положительное направление оси  $X$  направим по линии  $OB'$ , ось  $Y$  направим вниз. Положим длину  $A'B' = 2a$ .



Фиг. 115. Вспомогательный прямоугольник для случая конечной глубины водоупорного слоя.

Для такой системы координат функция напоров выразится уравнением:

$$h = \frac{H_1 + H_2}{2} - \frac{H}{2} \frac{X}{a}. \quad (277)$$

Расход для слоя толщиной  $Y$ , считая от верхней поверхности  $A'B'$ , выразится уравнением:

$$\psi = k \frac{H_1 - H_2}{2a} \cdot Y. \quad (278)$$

Полный расход будет иметь выражение:

$$Q = k \frac{H_1 - H_2}{2a} \cdot T,$$

где  $T$  — общая мощность водопроницаемого пласта.

Линии равного напора в нормальном прямоугольнике, как мы уже видели, представлены прямыми, параллельными оси  $Y$ , следовательно, уравнения этих линий здесь будут иметь вид:

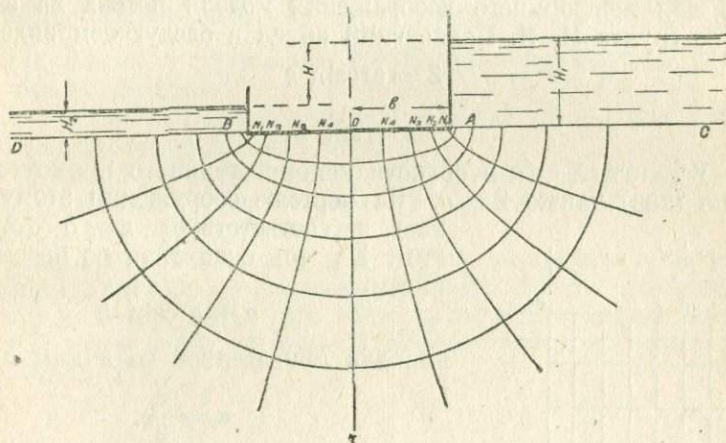
$$X = \text{const}. \quad (279)$$

Точно так же линии тока суть прямые, параллельные оси  $X$ , и выражаются уравнением:

$$Y = \text{const.} \quad (280)$$

Полученную на вспомогательном прямоугольнике картину фильтрационного потока надо отобразить конформно на заданную область грунта под сооружением (см. фиг. 114) так, чтобы линия  $A'B'$  совместилась с основанием флотбета  $AB$ , линия  $A'C'$  — с поверхностью грунта  $AC$  в верхнем бьефе, линия  $BD$  — с поверхностью грунта  $B'D'$  в нижнем бьефе, линия  $C'D'$  ( $E'F'$ ) — с поверхностью водонепроницаемого ложа грунтового потока  $EF$ .

При этом линии токов, представленные на вспомогательном прямоугольнике прямыми  $S'_1, S'_2, S'_3, \dots$ , изобразятся на чертеже сооружения кривыми  $S_1, S_2, S_3, \dots$ , линии же равного напора, представленные на вспомогательном прямоугольнике прямыми  $N'_1, N'_2, N'_3, \dots$ , превратятся на чертеже сооружения в кривые  $N_1, N_2, N_3, \dots$ .



Фиг. 116. Линии тока и равного напора при безграничной глубине подстилающего слоя.

Теория конформного изображения дает возможность определить при этом функциональную зависимость между координатами  $YOX$  вспомогательной области нормального прямоугольника и координатами  $xoy$  заданной области грунта.

Эта зависимость выражается с помощью некоторой изображающей функции:  $Z = F(z)$  или обратно  $z = f(Z)$ , где  $z$  есть комплексное переменное для области  $xoy$ :

$$z = x + yi, \quad (282)$$

а  $Z$  — комплексное переменное для области  $XOY$ :

$$Z = X + Yi. \quad (283)$$

Полагая в последнем уравнении:

$$F(z) = \varphi(xy) + \psi(xy)i, \quad (284)$$

получим функции действительных переменных:

$$X = \varphi(xy); \quad Y = \psi(xy) \quad (285)$$

Эти функции и выражают связь между точками области  $XOY$  и области  $zoу$ .

Дальнейшее решение задачи рассмотрим для случая плоского флютбета при безграничной глубине залегания водоупорного ложа, для которого ход решения является относительно более простым (фиг. 116).

Для облегчения задачи и для обобщения акад. Н. Н. Павловский вводит понятие приведенных величин, приравнивая:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Напор в нижнем бьефе} \dots\dots h_2 = 0, \\ \text{Действующий напор} \dots\dots H = 1, \\ \text{Полудлина флютбета} \dots\dots b = 1, \\ \text{Коэффициент фильтрации} \dots\dots k = 1. \end{array} \right\} \quad (286)$$

Примем систему координат ту же, что и в предыдущем примере.

Вспомогательный прямоугольник для данного случая примет вид бесконечной ленты грунта, вытянутой по вертикали (фиг. 117). Функцию ( $z$ ) для конформного изображения модели потока на заданное очертание грунта Н. Н. Павловский вывел в следующем виде:

$$Z = \arcsin z$$

или

$$z = \sin Z. \quad (287)$$

При  $Y = 0$  и  $X = a$  в области вспомогательного прямоугольника имеем по (283) также  $Z = a$ . На чертеже сооружения этому значению  $z$  соответствует  $z = b$  (см. фиг. 116). На этом основании из предыдущего имеем:

$$a = \arcsin b$$

или для приведенной величины  $b = 1$ :

$$a = \frac{\pi}{2}.$$

Последним определяется вид нормального треугольника. На основании уравнений (282) и (283) имеем:

$$x + yi = \sin(X + Yi), \quad (288)$$

что по теории комплексного переменного дает

$$x + yi = \sin X \cdot \operatorname{Ch} Y + i \cos X \cdot \operatorname{Sh} Y, \quad (289)$$

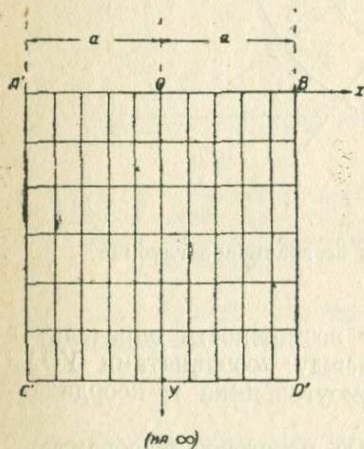
где  $\operatorname{Ch}$  и  $\operatorname{Sh}$  — символы гиперболического косинуса и гиперболического синуса.

Отделяя вещественные и мнимые части, получаем:

$$\left. \begin{array}{l} x = \sin X \operatorname{Ch} Y; \\ y = \cos X \operatorname{Sh} Y. \end{array} \right\} \quad (290)$$

Возвысив в квадрат и разделив первое уравнение на  $\operatorname{Ch}^2 Y$ , а второе на  $\operatorname{Sh}^2 Y$ , имеем:

$$\frac{x^2}{\operatorname{Ch}^2 Y} = \sin^2 X; \quad \frac{y^2}{\operatorname{Sh}^2 Y} = \cos^2 X,$$



Фиг. 117. Вспомогательный прямоугольник для случая безграничной глубины подстилающего слоя.

откуда, складывая, получаем:

$$\frac{x^2}{Ch^2 Y} + \frac{y^2}{Sh^2 Y} = 1. \quad (291)$$

Точно так же разделена на  $\sin^2 X$  и  $\cos^2 X$  и вычтя одно уравнение из другого, получим:

$$\frac{x^2}{\sin^2 X} - \frac{y^2}{\cos^2 X} = 1. \quad (292)$$

Ранее мы видели, что на вспомогательной плоскости  $Z$  уравнения линии токов и линий равного напора имеют вид:

$$Y = \text{const}; X = \text{const}.$$

Следовательно, на плоскости чертежа сооружения  $z$  те же линии будут выражены уравнениями, которые получим из (291) и (292), задаваясь различными значениями  $Y$  и  $X$ .

Например, приравнявая  $X = -\frac{\pi}{2}; -0,4\pi; \dots 0; \dots +0,4\pi; +\frac{\pi}{2}$  и подставляя их в уравнение (292), мы получим ряд уравнений линий равных напоров.

Точно так же, полагая  $Y = 0; 0,1\pi; 0,2\pi; \dots \pi; \dots \infty$ , получим из (291) ряд уравнений линий тока.

Не трудно было бы убедиться, что кривые, выраженные указанными уравнениями, будут взаимно ортогональными, как и в области вспомогательного прямоугольника.

На основании этих уравнений можно построить ортогональную сетку кривых, которые наглядно изображают картину движения грунтовых вод (см. фиг. 116). Для этого надо, решая совместно уравнения линий токов и линий равного напора, найти ряд точек их пересечения (табл. 37).

Таблица 37

Y	X = 0		X = 0,1π		X = 0,2π		X = 0,3π		X = 0,4π		X = 0,5π	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0π	0	0	0,309	0	0,588	4	0,809	0	0,951	0	1,000	0
0,1π	0	0,320	0,324	0,304	0,618	0,259	0,850	0,188	0,999	0,099	1,050	0
0,2π	0	0,672	0,372	0,639	0,708	0,544	0,975	0,395	1,145	0,208	1,205	0
0,3π	0	1,085	0,456	1,031	0,868	0,878	1,193	0,638	1,403	0,335	1,475	0
0,4π	0	1,611	0,586	1,532	1,115	1,303	1,534	0,948	1,804	0,498	1,896	0
0,5π	0	2,299	0,774	2,185	1,474	1,860	2,028	1,351	2,383	0,710	2,507	0

В ортогональной сетке для рассматриваемого примера значение напора  $h$  будет изменяться через  $0,1 H$ , а для приведенной величины  $H = 1$  через  $0,1$ . С помощью выведенных уравнений и ортогональной сетки можно определить значения напора, расхода и скорости фильтрации в любой точке потока. С практической точки зрения важно рассмотреть изменение названных элементов фильтрационного потока непосредственно у сооружения. Для этого Н. Н. Павловский строит «приведенные» эпюры напоров и расходов.

$x$	-1,00	-0,98	-0,95	-0,9	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2
$h_r$	1,00	0,94	0,90	0,86	0,80	0,71	0,63	0,56
$u_r$	$\infty$	1,60	1,02	0,73	0,53	0,40	0,35	0,33

Эпюра напоров или противодавлений в основании сооружения будет получена, если положить  $Y=0$  и  $y=0$ , что по уравнению (288) дает:

$$X = \arcsin x, \text{ или } x = \sin X,$$

откуда, согласно уравнению (277), получаем для напора выражение:

$$h_r = \frac{1}{2} \frac{\arcsin x}{\pi} = \frac{\arccos x}{\pi}. \quad (293)$$

Подставляя это выражение в уравнение Дарси в дифференциальной форме (271), найдем выражение скорости фильтрации вдоль флютбета, принимая приведенное значение  $k=1$ :

$$u_r = -1 \frac{dh_r}{dx} = -\frac{d \arccos x}{\pi dx} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (294)$$

Величины приведенных напоров вдоль основания сооружения, подсчитанные по формулам (293) и (294) для ряда значений  $x = -1,0; -0,98; -0,95; \dots 0; +0,2; \dots +1,0$ , приведены в табл. 38.

Эпюра расходов вдоль поверхности грунта по линии  $CD$  в нижнем бьефе получится при  $X = \frac{\pi}{2}$ ,  $y=0$ , при этих условиях уравнение (288) дает:

$$x = \sin \left( \frac{\pi}{2} + Yi \right) = \cos Yi = Ch Y$$

или

$$Y = \operatorname{arc} Ch x, \quad (295)$$

отсюда для приведенного расхода воды, приходящегося на ординату  $Y$  для области вспомогательной модели движения, получим согласно (278) при  $k=1$ :

$$\psi_r = \omega k I = Y \frac{1}{\pi}$$

или

$$\psi_r = \frac{\operatorname{arc} Ch x}{\pi}. \quad (296)$$

0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,95	0,98	1,00
0,50	0,44	0,37	0,29	0,21	0,14	0,10	0,16	0
0,32	0,33	0,35	1,40	0,53	1,73	1,02	1,60	$\infty$

Из последнего можно получить выражение для скоростей в каждой точке, разделив расход  $d\psi_r$  на площадь  $dx$ :

$$v_r = -\frac{d\psi_r}{dx} = -\frac{1}{\pi} \frac{d \operatorname{arc} Ch x}{dx} = -\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, \quad (297)$$

где  $x$  может изменяться от 1 до  $\infty$ .

Задавая различные значения  $x = 1,0; 1,05; 1,1; \dots$ , построим эпюры расходов и скоростей для верхнего бьефа. Причем эпюра расходов дается здесь в виде суммарной кривой, выражающей весь расход на участке от конца флютбета до точки дна водохранилища с абсциссой  $x$  (табл. 39).

Таблица 39

$x$	1,00	1,05	1,1	1,20	1,32	1,48	1,67	1,90	2,18	2,51	2,90	5,00
$\psi_r$	0	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,73
$u_r$	$\infty$	0,99	0,65	0,48	0,37	0,29	0,24	0,20	0,17	0,14	0,12	0,07

Аналогично предыдущему найдем выражение расходов и скоростей для поверхности грунта  $AB$  в верхнем бьефе.

$$\psi_r = \frac{1}{\pi} \operatorname{arc} Ch x,$$

$$v_r = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}.$$

Скорости здесь отличаются лишь знаком.

Эпюры скоростей и расходов для верхнего бьефа будут одинаковы с теми же эпюрами для нижнего бьефа.

Эпюра расходов для сечения потока по оси сооружений (по оси симметрии  $oy$ ) может быть найдена при  $X=0$ ;  $x=0$ , что по уравнению (288) дает:

$$yi = \sin Yi = iSh Y,$$

$$Y = \operatorname{arc} Sh y,$$

на основании чего по уравнению (278) получим:

$$\psi_r = \frac{1}{\pi} \operatorname{arc} Sh y. \quad (298)$$

Переходя к выражению скоростей вдоль того же левого сечения, находим:

$$u_r' = \frac{1}{\pi} \frac{d \operatorname{arc} Sh y}{dy} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{y^2 + 1}}. \quad (299)$$

Последние две формулы позволяют по предыдущему построить эпюры скоростей и расходов по вертикальному сечению потока, приведенному по оси сооружения.

Чтобы перейти от приведенных величин к действительным, для рассмотренного случая плоского флютбета при безграничной глубине подстилающего непроницаемого слоя, необходимо полученные приведенные величины помножить на реальные заданные значения действующего напора  $H$  и коэффициента фильтрации  $k$ . Кроме того, надо принять во внимание, что приведенные величины выражены в масштабе полудлины флютбета. Это должно быть учтено при построении эпюр для реальных размеров сооружения, т. е. при этом расстояния  $x$  или  $y$  должны быть помножены на величину полудлины флютбета  $b = \frac{L}{2}$ .

Помимо рассмотренного случая, задача по определению элементов фильтрационного потока разрешена акад. Павловским также для сооружения с плоским флютбетом при конечной глубине основания водопроницаемого фильтрующего грунта, для сооружения с одним или двумя шпунтами и для других случаев.

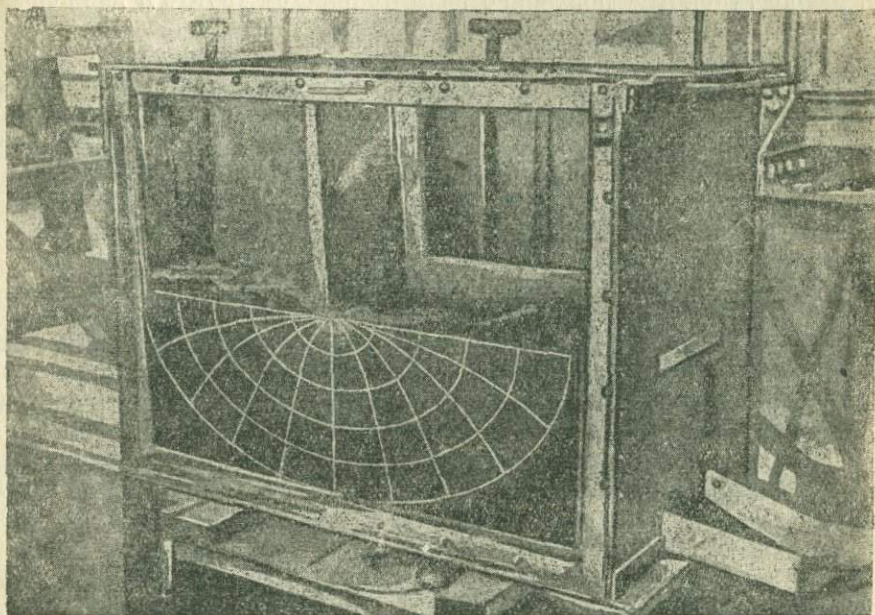
## § 71. ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА ПОД СООРУЖЕНИЯМИ С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ЛОТКОВ

Аналитическое решение задачи, которое было охарактеризовано выше, встречает большие трудности вследствие сложности приемов интегрирования дифференциальных уравнений движения или уравнений, изображающих функции при конформных преобразованиях. Во многих случаях это решение становится совсем невозможным при более сложных контурах сооружения и основания толщии водопроницаемого грунта. Более доступным методом исследования вопроса в таких случаях являются лабораторные и частью полевые опыты. Для лабораторного опытного исследования явлений фильтрации под сооружением прежде всего могут служить специальные фильтрационные лотки, которые позволяют воспроизвести явление фильтрации с помощью модели сооружения, устанавливаемой в лотке, нагруженной соответствующим грунтом.

Фильтрационный лоток оборудуется примерно в таком же виде, как это было показано ранее в § 23. Он снабжается рядом пьезометров, позволяющих в ряде точек замерять величину пьезометрического напора и на этом основании построить путем интерполяций линии равных напоров, а по ним и линии токов.

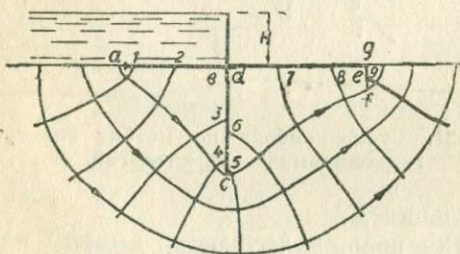
Одна из стенок фильтрационного лотка устраивается иногда из стекла, что позволяет непосредственно наблюдать фильтрационные токи воды. На фиг. 118 приводится изображение такого небольшого лотка, на стеклянной стенке которого показана зарисованная ортогональная сетка линий равного напора и линий тока.

На основании полученной с помощью лотка указанной ортогональной сетки не трудно определить все требуемые элементы фильтрационного потока, построить эпюры напоров и скоростей и определить расход фильтрационного потока.



Фиг. 118. Фильтрационный лоток (по Замарину).

Например, для построения эпюры напоров или противодавлений вдоль основания сооружения (фиг. 119) необходимо вычертить развернутый в виде прямой линии подземный контур сооружения (фиг. 120) подобно тому, как это делалось для такого же построения по Бляю.



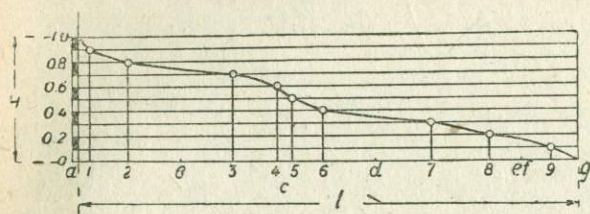
Фиг. 119. Фильтрация под плотиной со шпунтом.

На развернутой линии контура отмечают точки пересечения последних с линиями равных напоров и от этих точек по ординатам откладываются соответствующие величины напоров. Соединив концы ординат плавной кривой, получим эпюру напоров.

## § 72. МЕТОД ЭЛЕКТРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ

Опыты в фильтрационных лотках являются в общем довольно громоздкой операцией. Для этого требуется довольно значительная площадь в лаборатории для установки лотка, довольно продолжительное время для загрузки лотка грунтом и для производства самих опытов.

Та же задача о фильтрации под сооружениями может решаться более удобным весьма изящным методом электро-гидродинамических аналогий, впервые предложенным акад. Павловским. Этот метод, сокращенно обозначаемый иногда, как метод ЭГДА, основан на том, что между струйным движением воды в пористом грунте и движением электрического тока в проводящей электричество среде существует математическая аналогия. То и другое движение подчиняются уравнению Лапласа:



электрического тока в проводящей электричество среде существует математическая аналогия. То и другое движение подчиняются уравнению Лапласа:

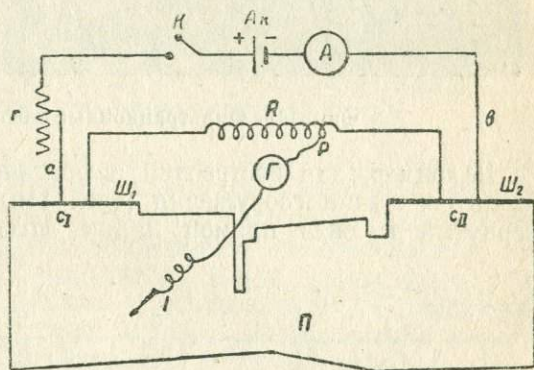
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0,$$

Фиг. 120. Эшора напоров для плотины со шпунтом.

где  $h$  есть потенциал напора, для фильтрационного движения или электрический потенциал для движения электрического тока.

На основании этой аналогии мы можем заменить опыт в фильтрационном лотке менее громоздким опытом с электрическим током. Для этой цели берется пластинка из электропроводящего материала, например станиоль, наклеенная на картон. Из пластинки вырезается контур фильтрующего массива, согласно очертаниям основания сооружения и естественного водонепроницаемого ложа потока (фиг. 121).

Части контура  $C_I$  и  $C_{II}$ , соответствующие границе соприкосновения грунта с водой верхнего и нижнего бьефа, плотно соединяются по всей длине с толстыми медными шинами  $Ш_1$  и  $Ш_2$ . Последние присоединяются через провода  $a$  и  $b$  к полюсам аккумулятора  $A_h$ , служащего источником тока (фиг. 121).



Фиг. 121. Схема прибора по методу электрогидродинамических аналогий.

В эту цепь кроме того, включаются амперметр  $A$  и рубильник  $K$ .

К шинам присоединяется другая цепь, включающая агометр или реохорд  $R$ , содержащий 10 витков (или другое число) калиброванной никелиновой проволоки, каждый виток которой разделен на 100 частей; так что все сопротивление агометра оказывается разделенным на 1 000 частей. Любая часть проволоки агометра может быть включена в цепь с помощью подвижного контакта  $p$ . От последнего идет провод, включающий гальванометр  $\Gamma$  и заканчивающийся острой контактной иглой  $I$ , которая может прикасаться к любой точке пластинки  $\Pi$ . При этом если потенциал этой точки будет отличаться от потенциала контакта  $p$ , то это будет обнаруживаться гальванометром.

Цепь  $pII$  может при данной схеме соединения заменить собой мостик Уитстона. Замыкая цепь с помощью рубильника  $K$ , мы получаем в пластинке электрическое поле с потенциалом, постепенно изменяющимся от шины  $III_1$  к шине  $III_2$ . Прикасаясь к пластинке  $II$  контактной иглой, мы можем найти на ней ряд точек, потенциал которых будет одинаков с потенциалом контакта.

Последний же с помощью агометра может быть установлен на любой величине потенциала. Величина же этого потенциала может быть определена по принципу мостика Уитстона.

Установив, например, контакт  $p$  агометра на деление 0,1 и найдя контактной иглой точки, имеющие потенциал одинаковый с контактом  $p$ , мы этим самым найдем точки с потенциалом, равным 0,1 ( $V_1 - V_2$ ), где  $V_1 - V_2$  есть разность потенциалов на первой шине и на второй шине. Таким образом, можно построить ряд линий равного потенциала через равные интервалы, устанавливаемые с помощью агометра.

Эти линии наносятся на выбеленной поверхности пластинки карандашом. Полученная таким путем система линий равных напоров используется для построения линий токов и эпюр давлений снизу на флотбет.

Для построения линий токов проводят ряд линий, нормальных к эквиупотенциальным кривым, через такие интервалы, чтобы пересечения тех и других образовали сеть криволинейных квадратов.

Для построения эпюры противодавлений на флотбет на основании полученной системы линий равных напоров поступаем так же, как в предыдущем параграфе, где было описано построение эпюры противодавлений по ортогональной сетке, полученной опытным путем (стр. 233).

Метод электро-гидродинамических аналогий может быть использован и для исследования других случаев движения подземных вод. Некоторые исследователи высказывают мысль о применении этого метода к экспериментальному исследованию вопросов движения подземных вод в неоднородных грунтах [56, 57]. Проф. В. Г. Глушков [56] указал на возможность применения метода ЭГДА для изучения движения грунтовых вод не только в плоскости, но и в пространстве.

## § 73. ДЕЙСТВИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА НА ГРУНТ

При фильтрации под гидротехническими сооружениями, а также вообще при движении подземных вод в толще водопроницаемого грунта могут происходить следующие явления:

1. *Выщелачивание легко растворимых соединений, как например хлоридов, сульфатов и отчасти карбонатов.*

2. *Вынос коллоидальной составной части грунта с разрушением микроагрегатов коагулированных глинистых грунтов.*

3. *Внутренний размыв, ведущий к механическому вымыванию мелких частиц грунта при развитии достаточно больших скоростей движения воды в порах.*

4. *Выпирание грунта в виде общего движения грунтовой массы под влиянием гидродинамического давления фильтрующей воды.*

Из перечисленных явлений некоторое теоретическое освещение получило только последнее, т. е. выпирание грунта под влиянием

гидродинамического давления, что же касается выноса мелких частиц и внутреннего размыва, известных под именем *суффозии*, то эти явления до сих пор остаются не изученными и не ясными по своей природе.

Сама суффозия, понятие о которой впервые ввел покойный академик *А. П. Павлов*, до сего времени существует более теоретически, как некоторая гипотеза, применяемая для объяснения ряда природных явлений. *А. П. Павлов*, например, объяснял суффозией формирование пологих склонов балок, отчасти возникновение оползней.

Другие исследователи описывают особого типа суффозионные воронки или относят к суффозионным явлениям некоторые случаи просадок грунтов.

Между тем, само явление суффозионного выноса никем по-настоящему не зарегистрировано в природе. Точно так же никому не удалось хорошо воспроизвести явления суффозии на опытах.

Попытки теоретического исследования механической суффозии тоже пока не привели к положительным результатам. Проф. *И. В. Бобков* пытался для оценки определения величины вымывающих скоростей пользоваться формулой *Стокса*, выражающей скорость падения частиц в спокойной воде:

$$u = \frac{2}{9} g \frac{\gamma - \gamma_1}{\mu} \cdot \frac{d}{4} \text{ см/сек}, \quad (300)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести;

$\gamma$  — удельный вес вещества падающих частиц;

$\gamma_1$  — удельный вес воды или другой жидкости;

$\mu$  — вязкость воды или другой жидкости;

$d$  — диаметр частиц.

Единицы измерения по системе *CGS*.

Эта формула дает возможность определить не только скорость падения частиц в спокойной воде, но и ту скорость восходящего вертикального движения воды, при которой частицы данного диаметра будут находиться во взвешенном состоянии.

При больших скоростях частицы эти должны увлекаться током воды вверх. Некоторые значения скоростей, вычисленные по формуле *Стокса*, приведены в нижеследующей табличке (табл. 40).

Таблица 40

Диаметр частиц, мм	Скорость падения в спокойной воде, см/сек
0,0005	$191 \cdot 10^{-7}$
0,001	$760 \cdot 10^{-7}$
0,05	$214 \cdot 10^{-5}$
0,10	$855 \cdot 10^{-5}$
0,50	$214 \cdot 10^{-3}$

Величины вымывающих скоростей, даваемые формулой *Стокса*, до сих пор опытом не проверялись, но вероятнее всего они сильно

преувеличены. Параллельный подсчет напорных градиентов, потребных для создания таких скоростей, дает часто величины, на много превышающие те *критические напорные градиенты*, при которых по Терцаги, как увидим далее, происходит общее разрушение грунта.

Отмеченное обстоятельство вызывает вполне естественное сомнение по вопросу о применимости формулы Стокса к определению величин *вымывающих скоростей*. Это сомнение находит себе оправдание в том, что условия, для которых выведена данная формула, слишком далеки от действительных условий движения воды в порах грунта. Стокс имел в виду падение частиц в объеме жидкости неограниченных размеров. При *фильтрации же в пористом грунте мы имеем дело со стесненным движением воды вместе с вымываемыми частицами в условиях ограниченных размеров пор грунта*, сечения которых немного превышают величину вымываемых частиц. Большое значение должна иметь также изменчивость сечения пор по пути движения. Ни то ни другое формулой Стокса не учитывается, между тем как указанные обстоятельства должны иметь в данном явлении решающее значение.

Более конкретно освещен, как говорилось уже выше, вопрос о выщирании грунта под влиянием гидродинамического давления, создаваемого фильтрационным потоком. Теоретическое рассмотрение этого вопроса впервые было дано проф. Терцаги.

*Гидродинамическое давление есть следствие того сопротивления, которое оказывает грунт движению в нем воды. По величине же давление соответствует потере напора при фильтрации.*

Рассматривая вертикально поднимающийся фильтрационный поток, мы можем для призматического элемента фильтрующего грунта длиной  $dl$  и с поперечным сечением  $d\omega$  (фиг. 122) получить следующее выражение для давления снизу вверх:

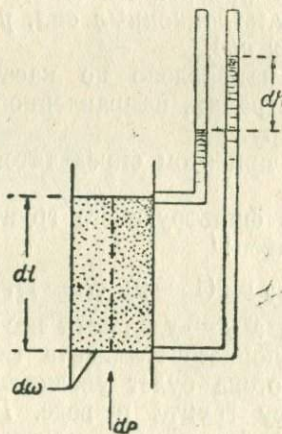
$$dp = \Delta dh d\omega,$$

где  $dh$  есть разность пьезометрических уровней, на верхней и нижней границах элемента, т. е. потеря напора;  $\Delta$  — плотность воды. Силу  $dp$  можно рассматривать как объемную, относя ее к единице объема:

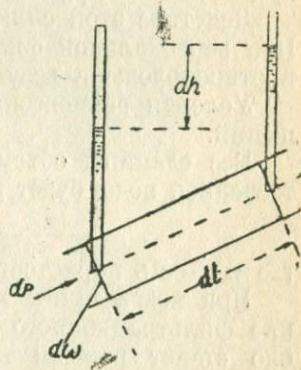
$$K = \frac{dp}{d\omega dl} = \Delta \frac{dh d\omega}{dl d\omega} = \Delta \frac{dh}{dl} = \Delta I \quad (301)$$

или, приняв плотность  $\Delta$  воды равной единице, получим:

$$F = I. \quad (302)$$



Фиг. 122. Вертикальный элемент фильтрационного потока.



Фиг. 123. Элемент фильтрационного потока.

Такое же выражение мы получили бы и для элемента грунта при любом направлении фильтрационного потока.

Формула (302) показывает, что *фильтрационное давление численно равно величине напорного градиента* и как будто не зависит от скорости фильтрации.

На самом деле последнее заключение является лишь кажущимся, так как в зависимости от той или иной величины напорного градиента мы будем иметь и соответствующую скорость фильтрации.

Приняв во внимание формулу Дарси, мы можем положить  $I = \frac{v}{k}$ ; тогда получим другое выражение для гидродинамического давления, в котором отчетливо выявляется значение скорости и коэффициента фильтрации:

$$F = \Delta \frac{v}{k}. \quad (303)$$

*Сила F, выраженная уравнением (302), может рассматриваться как результирующая фильтрационных сил, развивающихся в грунте при движении грунтовых вод.*

Действие этой силы направлено по касательной к линии тока. При вертикальной фильтрации, направленной снизу вверх, эта сила противоположена весу грунта.

Условия равновесия при этом определяются из следующих соотношений.

Вес единицы объема фильтрующего грунта за вычетом веса вытесненной воды будет равен:

$$\rho = (1 - p)(\gamma - 1),$$

где  $p$  — есть пористость, а  $\gamma$  — удельный вес частиц грунта.

При возрастании напорного градиента гидродинамическое давление фильтрационного потока будет увеличиваться и при  $F = I = \rho$  оно станет равным весу грунта в воде. *Грунт при этом как бы теряет весь свой вес и деформируется или выпирается.*

*Этот градиент, подвешивающий или выпирающий грунт, называется критическим.*

Принимая удельный вес песка равным 2,65 и пористость в пределах от 0,5 до 0,3 найдем, что  $\rho$  или равное ему  $I$  для песка имеет величину от 0,8 до 1,2. Опыты в лаборатории в общем подтверждают выведенное Терцаги выражение величины критического напорного градиента. Такие опыты очень легко поставить в обыкновенном приборе Тима, направляя фильтрацию снизу вверх. Прибор для этой цели лучше применять стеклянный, чтобы можно было непосредственно наблюдать за характером деформации в грунте при достижении критического напорного градиента.

*При вертикальной фильтрации в противоположном направлении сверху вниз фильтрационная сила суммируется с весом грунта и способствует его уплотнению;* в действительности опыт в некоторых случаях показывает при такой фильтрации уплотнение грунта. Такое явление носит название *фильтрационного уплотнения*.

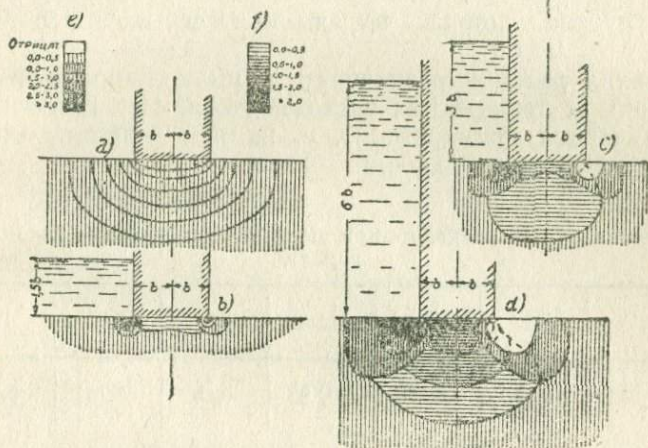
В грунтовом потоке под гидротехническим сооружением в различных участках имеет место и то и другое явление:

*На участке грунта, прилегающем к верхнему бьефу, преобладает*

фильтрация сверху вниз, что вызывает здесь фильтрационное уплотнение грунта, на участке нижнего бьефа, наоборот, имеют место фильтрационные силы, направленные вверх и ведущие к разрыхлению или даже к вытравливанию грунта в случае достижения критического напорного градиента. На промежуточном участке преобладает горизонтальное движение грунтовых вод, что ведет и к образованию горизонтальных сил в грунте по направлению от верхнего бьефа к нижнему.

Здесь действие фильтрационных сил совпадает с направлением сдвигающих усилий, создающихся давлением подпертой воды на плотину. Как уже было выше сказано, величина фильтрационного давления, согласно уравнению Терцаги, численно равна в каждой точке напорному градиенту.

Об изменениях этой величины в фильтрационном потоке под сооружением можно судить по ортогональной сетке линий токов и линий равных напоров, сгущение которых показывает на увеличение фильтрационных сил и разрежение, наоборот, — на ослабление.



Фиг. 124. Диаграмма гидродинамических давлений (по Терцаги).

Весьма наглядную картину о характере и распределении фильтрационных сил в грунте под плотиной представляет диаграмма Терцаги (фиг. 124), на которой показаны участки, выделенные по величине и направлению суммарной силы, получающиеся от сложения фильтрационного давления и веса грунта в воде. При этом в нижнем бьефе у конца флотбета намечается участок, где эта суммарная сила имеет отрицательную величину, т. е. где под влиянием давления фильтрационного потока снизу вверх грунт теряет свой вес и может быть вытертым.

Терцаги предлагает для предохранения грунта от выщипывания в нижнем бьефе укладывать слой из гравия или другого материала с большей водопроницаемостью, чем естественный грунт. В этом слое, работающем как обратный фильтр, ввиду его большой водопроницаемости движение фильтрационных вод будет происходить при относительно небольшой величине напорного градиента, вследствие чего гравий будет давать некоторую дополнительную нагрузку на грунт, противодействующую выщипывающей силе.

## § 74. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСХОДА НА ФИЛЬТРАЦИЮ ПОД ПЛОТИНАМИ

Определение расхода по Павловскому для случая плоского флютбета. Точное аналитическое определение расхода грунтового потока под плотинной требует полного решения задачи о фильтрационном потоке, например, по методу акад. Павловского, что в большинстве случаев представляет большие трудности. Однако, для некоторых случаев можно пользоваться уже готовыми решениями. Например, для случаев плоского флютбета при бесконечной глубине водоупорного ложа грунтового потока мы можем воспользоваться выведенной ранее формулой приведенного расхода для вертикального сечения, проведенного по оси плотины:

$$\varphi_r = \frac{1}{\pi} \operatorname{arcs} Shy,$$

где  $y$  — глубина потока, выражаемая в масштабе полудлины флютбета.

Подставляя различные значения  $y$ , мы получим данные для построения эпюры приведенных расходов (табл. 41). При этом расходы здесь получаются суммарные, т. е. на всю величину ординаты  $y$ , считая от основания флютбета.

Таблица 41

Значение приведенных расходов при бесконечной глубине водопроницаемого грунта

$y$	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10	20
$\varphi_r$	0,032	0,063	0,156	0,283	0,462	0,704	0,964	1,174

Чтобы перейти от приведенных расходов к действительным, достаточно помножить первые на величину действующего напора  $H$  и коэффициента фильтрации  $k$ , а также учесть, что  $y$  выражается в масштабе полудлины флютбета  $b = \frac{L}{2}$ .

Приведем также значения расходов для случая плоского флютбета при конечной глубине основания водопроницаемого грунта.

В книге акад. Павловского приводится таблица приведенных расходов для данного случая, вычисленных при различных значениях отношения глубины основания водоносного пласта  $T$  к полудлине флютбета  $b = \frac{L}{2}$  (табл. 42, 2-й столбец).

Определение расхода по приближенной формуле. Приближенно расход потока можно определить, применяя непосредственно формулу Дарси. При этом величина среднего пути фильтрации определяется из того соображения, что фильтрационные токи помимо горизонтального пути, равного приблизительно длине флютбета, проходят также вертикальный путь в верхнем бьефе вниз и в нижнем обратно вверх. В среднем то и другое вертикальное передвижение может быть принято равным суммарно глубине потока  $T$  (фиг. 125).

На этом основании величина расхода грунтового потока шириной в единицу выразится формулой:

$$q = kH \cdot \frac{T}{2b + T}. \quad (304)$$

Поделив числитель и знаменатель написанного выражения на  $b$ , приведем его к другому виду:

$$q = kH \frac{\tau}{2 + \tau}, \quad (305)$$

где  $\tau = \frac{T}{b}$ .

Последняя формула показывает, что расход потока в данном случае зависит не от абсолютных величин длины флютбета и мощности водоносного пласта, а от соотношения этих величин.

На основании последней формулы можно перейти к выражению приведенной величины расхода при  $k = 1$ ,  $H = 1$  и  $b = 1$ :

$$q_r' = \frac{\tau}{2 + \tau}. \quad (306)$$

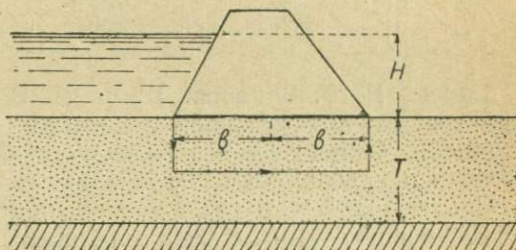
Вычислив значения приведенных расходов для тех же величин  $\tau = \frac{T}{b}$ , как

и в предыдущих случаях, сравним полученные значения с расходами по данным акад. Павловского. При этом найдем, что приближенная формула дает довольно точные результаты для значений  $\tau$ , не превышающих 2, т. е. для величин мощности, не превышающих длину флютбета. Для значений  $\tau = 5$  погрешность формулы тоже еще сравнительно невелика — около 12% в сторону уменьшения. Это сравнение дает основание рекомендовать формулу (304) или (305) для приближенного определения расхода на фильтрацию под плотиной и при большой мощности водопроницаемой толщи грунта; при этом следует вычисленную величину расхода увеличивать приблизительно на 10—20%.

Некоторые авторы предлагают другое приближенное выражение расхода:

$$q = kT \cdot \frac{H}{2b}. \quad (307)$$

В этой формуле длина пути фильтрации принимается равной длине флютбет  $2b$  и, следовательно, напорный градиент принимается максимальным, а не средним, как это принято в формуле (304). Поэтому, по данной формуле получается преувеличенный расход, что особенно сказывается при больших величинах мощности водопроницаемого



Фиг. 125. Фильтрация под плотиной при ограниченной глубине водоупорного слоя.

пласта. Для сравнения выведем из предыдущей формулы выражение приведенного расхода (табл. 42).

$$q_r'' = \frac{1}{2} \tau. \quad (308)$$

Подсчитав ряд значений  $q_r''$ , сравним их с другими выражениями приведенного расхода (табл. 42).

Таблица 42

$\tau = \frac{T}{b}$	Пр и в е д е н н ы е р а с х о д ы				
	по Павловскому $q_r$	по формуле $q_r' = \frac{\tau}{2 + \tau}$	$\frac{q_r'}{q_r}$	по формуле $q_r'' = \frac{1}{2} \tau$	$\frac{q_r''}{q_r}$
20	1,27	0,91	0,72	10,00	7,91
10	1,03	0,89	0,81	5,00	4,85
5	0,82	0,72	0,88	2,50	3,05
2	0,53	0,50	0,94	1,00	1,89
1	0,35	0,33	0,95	0,50	1,44
1/2	0,215	0,20	0,98	0,25	1,22

**Способ Н. В. Бобкова.** Проф. Н. В. Бобков [55] допускает, что фильтрация под плотиной с плоским основанием совершается по эллипсам, концентрическим между собой (фиг. 126). Это допущение несколько упрощает действительную картину фильтрационных токов, но вполне приемлемо для приближенного решения задачи.

За первую линию тока принимаем основание флютбета длиной  $L = 2b$ .

Приняв остальные линии тока концентрическими, мы будем для ряда последовательных эллипсов иметь следующие выражения величин больших и малых полуосей:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{L}{2} + \Delta s, & a_1 &= \Delta s, \\ b_2 &= \frac{L}{2} + 2\Delta s, & a_2 &= 2\Delta s, \\ &\dots\dots\dots & & \dots\dots\dots \\ b_n &= \frac{L}{2} + n\Delta s, & a_n &= n\Delta s, \end{aligned}$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — малые полуоси эллипсов;

$b_1, b_2, \dots, b_n$  — большие полуоси;

$L$  — ширина основания плотины;

$\Delta s$  — приращение длины полуосей при переходе от одного эллипса к последующему.

Длина каждого полуэллипса определяется по формуле:

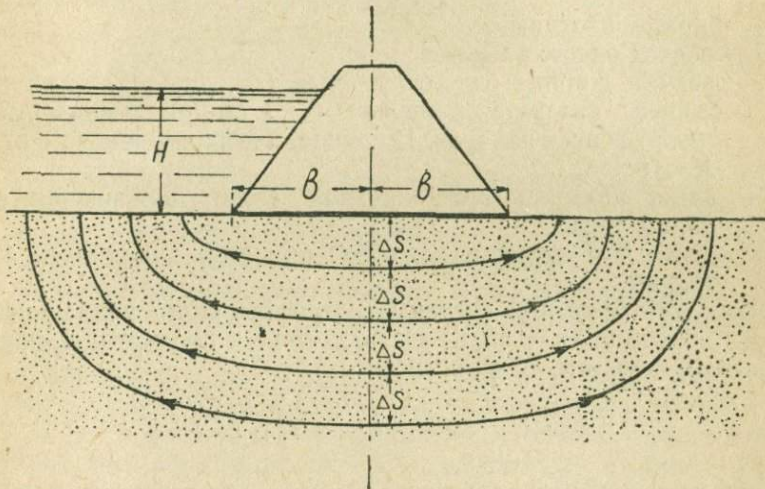
$$l = \frac{1}{2} \pi (a + b) \rho, \quad (309)$$

где величина  $\rho$  может быть определена из следующей таблицы:

$\frac{b-a}{b+a}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\rho$	1,0025	1,0100	1,0226	1,0404	1,0635	1,0922	1,1267	1,1677	1,2155	1,2732

Длина пути фильтрации для каждого элемента потока определяется как среднее арифметическое из длины двух соседних эллипсов.

$$l_1^{\text{cp}} = \frac{l+l_1}{2}; \quad l_2^{\text{cp}} = \frac{l+l_2}{2}; \quad l_3^{\text{cp}} = \frac{l+l_3}{2}. \quad (310)$$



Фиг. 126. Схема фильтрационных токов к способу Бобкова.

Величина единичного расхода для каждого элемента потока определяется по формуле Дарси:

$$\begin{aligned} q_1 &= \omega_1 \cdot k \cdot \frac{H}{l_1^{\text{cp}}}, \\ q_2 &= \omega_2 \cdot k \cdot \frac{H}{l_2^{\text{cp}}}, \\ &\dots \dots \dots \\ q_n &= \omega_n \cdot k \cdot \frac{H}{l_n^{\text{cp}}}, \end{aligned} \quad (311)$$

где  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  суть площади сечения каждого элемента, определяемые планиметром по разрезу вдоль оси плотины или вычисляемые по формуле:

$$\omega = B \Delta s, \quad (312)$$

где  $B$  — ширина потока в пределах каждого элемента, определяемая по геологическому разрезу или равная приблизительно длине плотины.

В случае очень большой мощности водопроницаемой толщи грунта Н. В. Бобков предлагает ограничивать вычисление глубиной, для которой скорость получается незначительной, приближающейся к скоростям, характеризующим малопроницаемые породы.

**Определение расхода по ортогональной сетке.** Обыкновенно система из линий равных напоров и линий токов строится так, что их пересечения образуют криволинейные квадраты. При этом, как мы видели, в § 70, линии тока разделяют весь поток на ряд элементов или полос, имеющих одинаковый расход.

Применяя к одному такому элементу формулу Дарси, имеем:

$$\Delta Q = k B \Delta s \frac{H}{M \Delta l},$$

где  $B$  — ширина плотины;

$\Delta Q$  — расход одного элемента;

$\Delta s$  — средняя ширина одного элемента (см. фиг. 114) или одной стороны квадрата, измеряемая по линии равного напора;

$M$  — число поясов напоров. В случае, изображенном на фиг. 114,  $M = 8$ ;

$\Delta l$  — длина квадрата ортогональной сетки, измеряемая вдоль линии тока;

произведение  $M \Delta l$  представляет собой при этом длину пути фильтрации.

Так как для принятой системы построения сетки криволинейных квадратов величина  $\Delta s = \Delta l$ , то эти величины в предыдущей формуле сокращаются, вследствие чего имеем:

$$\Delta Q = I k \frac{H}{M}. \quad (313)$$

Общий расход будет получен как сумма элементарных расходов:

$$Q = N \Delta Q = I k \cdot H \frac{N}{M}, \quad (314)$$

где  $N$  есть число полос или элементов потока.

Для случая, представленного на фиг. 114,  $N = 4$ . Форхгеймер предложил для приближенного определения элементов фильтрационного потока под плотинной, в том числе для определения расхода этого потока, графический способ построения сетки криволинейных квадратов. С этой целью толщу водопроницаемого грунта между основанием плотины и водупорным пластом разделяют на одинаковое число полос. При этом надо стремиться линии тока, разграничивающие полосы, провести так, чтобы ширина полос изменялась вместе с изменением общего поперечного сечения водопроницаемого грунта. Построив таким путем плавные линии тока, разделяют каждую из них на одно и то же число отрезков, равных по длине расстоянию между соседними линиями тока.

Соединяя полученные точки плавными кривыми, получают линии ортогональные к линиям тока. В первом построении будет получена довольно грубая искаженная картина квадратов, которая далее может быть рядом повторных построений исправлена. В некоторых случаях удастся построить довольно точно систему криволинейных квадратов.

При этом следует руководиться готовыми образцами ортогональных сеток, полученных аналитическим или экспериментальным путем. В случае большой глубины водонепроницаемого основания потока или когда последнее оказывается не достигнутым буровыми скважинами, Е. А. Замарин предлагает рассматриваемую зону фильтрационного потока ограничивать крайней линией тока, т. е. линией эллипса с малой полуосью, равной указанной выше глубине от  $1,0L$  до  $1,25L$  для плоского флюэта и глубине от  $1,25L$  до  $1,5L$  — для одношпунтового.

## § 75. ФИЛЬТРАЦИЯ ПОД СООРУЖЕНИЯМИ В НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТАХ

Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями до сих пор изучалась только для однородных грунтов. Поэтому несмотря на достижение высокой точности и полноты решения некоторых задач из этой теории, последняя в большинстве случаев не может дать конкретного отражения природных особенностей геологического строения грунта под сооружением, обладающего часто сложным неоднородным составом. Решения, выведенные на основе допущения однородности грунта в таких случаях могут служить для качественной характеристики явления и не могут дать количественного обоснования для инженерного расчета сооружений.

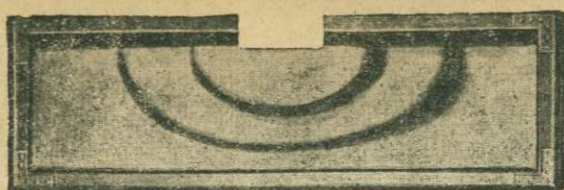
В связи со сказанным, естественно, возникает потребность в освещении вопроса о влиянии неоднородности грунта на характер фильтрации под сооружением.

Впервые конкретные указания на важную роль неоднородного строения грунта при фильтрации под плотинами мы находим у Терцаги. Последний обратил внимание на значение прослоев и линз грубозернистого материала, которые существенно изменяют характер распределения напоров и линий токов сравнительно с однородными грунтами, и в некоторых случаях создают непосредственную опасность прорыва грунта под сооружениями. Он пишет: «Результат теоретических расчетов прорыва оправдывается только в том случае, если грунт совершенно однороден. На практике угроза прорыва значительно усугубляется благодаря промежуточным крупнозернистым слоям, недостаточной плотности в пазах досчатых шпунтов и разрыхленному и размытому грунту...»

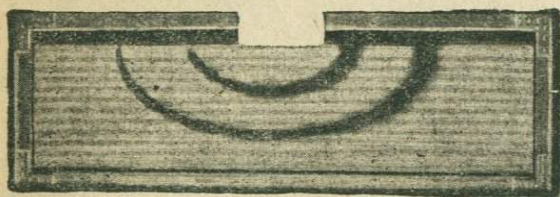
Аналитическое решение задач по фильтрации в неоднородных грунтах, подобное, например, решениям, данным акад. Павловским, представляет необычайные трудности.

Более доступными здесь являются методы экспериментального исследования: например опыты в фильтрационных лотках с моделями неоднородных грунтов, исследования по методу электро-гидродинамических аналогий, непосредственные наблюдения над действующими сооружениями на неоднородных грунтах. Что касается теоретического исследования задач, то здесь в настоящее время возможны лишь приближенные (гидравлические) решения, основанные на некоторых упрощающих допущениях.

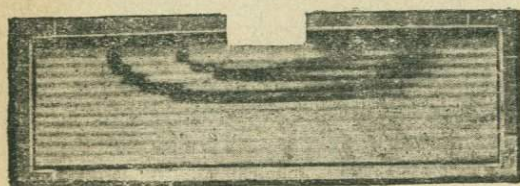
Первая попытка экспериментального изучения явлений фильтрации под плотинами в неоднородных грунтах принадлежит проф. Шаффернак (Schaffernak), который недавно (1934 г.) опубликовал результаты лабораторных опытов по фильтрации в слоистых грун-



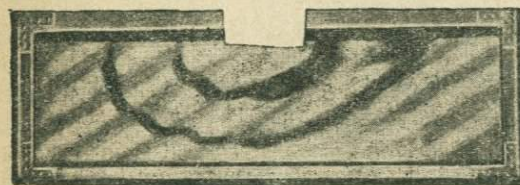
a



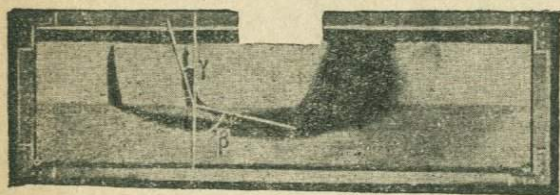
b



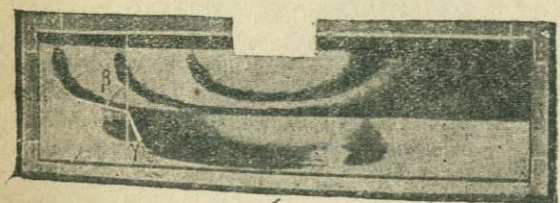
c



d



e



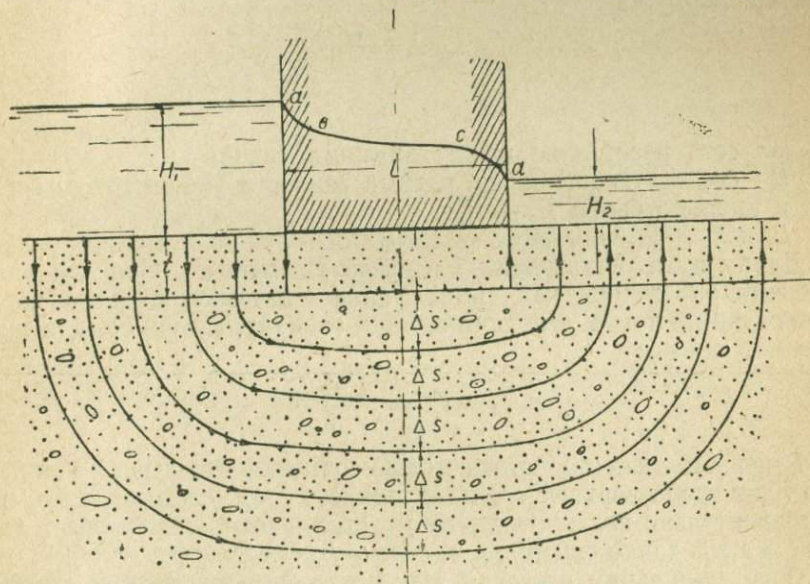
f

Фиг. 127. Фильтрационные токи под моделями плотин в слоистых грунтах (по опытам Шаффернака).

тах [68]. На фиг. 127 представлены фотоснимки фильтрационных потоков, воспроизводимых в лотке со стеклянной стенкой при помощи окраски струй. Эти опыты показывают, как и ранее упомянутые опыты Дахлера, что траектории фильтрационных токов здесь имеют вид зигзагообразных кривых с резкими переломами на контактах слоев с разной проницаемостью. Характерной особенностью этих траекторий являются более короткие участки пути в малопроницаемых слоях и более удлиненные — в более проницаемых. В связи с этим в тонкослоистых грунтах наблюдается несколько большая растянутость линий токов в горизонтальном направлении (фиг. 127, b, c) в сравнении с однородным грунтом (фиг. 127, a). Указанная особенность фильтрационных токов очень характерно проявляется в водопроницаемой толще, состоящей из двух пластов: верхнего малопроницаемого и нижнего, хорошо проницаемого. При таком строении в верхнем пласте фильтрация идет в верхнем бьефе почти вертикально вниз. В толще же нижнего слоя фильтрация резко изменяет свое направление на горизонтальное, а затем в нижнем бьефе снова резко переходит

в почти вертикальное (фиг. 127, *e, f*). Описанные картины фильтрационного движения ясно показывают, что элементы фильтрационного потока при слоистом строении грунта примут иное выражение, чем это получалось в теории движения грунтовых вод в однородных грунтах. Вполне очевидно, что картина фильтрационного потока при более сложном строении неоднородного грунта, например при одновременных горизонтальных и вертикальных изменениях состава и водопроницаемости, еще более усложнится.

Автору этой книги принадлежит попытка дать приближенное теоретическое решение некоторых задач по фильтрации под плотиной, основанной на неоднородной толще водопроницаемых грунтов, состоящей из двух пластов, из которых нижний сложен из хорошо про-



Фиг. 128. Схема фильтрационного потока под плотиной при меньшей водопроницаемости верхнего слоя.

ницаемого грунта, а верхний является значительно менее проницаемым и имеет сравнительно небольшую мощность (в пределах нескольких метров).

Такой случай напластования весьма часто встречается в практике гидротехнического строительства; например, по такой схеме очень часто бывают построены аллювиальные образования.

При очень большой мощности нижнего хорошо проницаемого слоя для приближенного рассмотрения задачи примем, что линии тока в верхнем слое имеют направление вертикальное, а в нижнем имеют вид сжатых эллипсов (фиг. 128). В качестве вероятной особенности очертания линий токов в данном случае можно указать на возможность резкого перелома их при переходе из верхнего слоя в нижний и сближения линий токов в связи с этим.

Для упрощения задачи можно последним обстоятельством пренебречь и допустить, что кривые линии токов concentричны и выделяемые ими элементы (ленточки) потока на всем протяжении сохраняют

свои сечения, определяемые в разрезе расстоянием между линиями тока. Рассматривая выделенные таким образом элементы потока, мы можем для каждого из них применить уравнение (102), выведенное ранее в § 30 для случая напорного потока постоянной мощности и с водопроницаемостью, резко изменяющейся по пути движения. Весь путь фильтрации здесь подразделяется на следующие три участка: первый участок нисходящего потока на протяжении  $t$ , равном толщине верхнего слоя; второй — по дуге сжатого эллипса длиной  $l$  в пределах нижнего слоя; третий — в пределах верхнего слоя в нижнем бьефе протяжением, равным так же, как и 1-й участок, толщине верхнего слоя  $t$ .

На основании этих данных единичный расход каждого потока выразится формулой:

$$q = \Delta s \frac{H}{2 \frac{t}{k_1} + \frac{l}{k_2}}, \quad (315)$$

где  $\Delta s$  есть расстояние между линиями токов;

$H$  — действующий напор, равный разности уровней воды верхнего и нижнего бьефа  $H_1 - H_2$ ;

$k_1$  и  $k_2$  — коэффициенты фильтрации верхнего и нижнего слоев.

Длину пути фильтрации  $l$  в пределах нижнего слоя для каждого элемента определяем как среднее арифметическое из длин двух соседних линий токов, ограничивающих элемент; например, для первого элемента имеем:

$$l = l_1^{\text{ср}} = \frac{l_0 + l_1}{2}.$$

В первом элементе потока можно принять, что первая линия тока проходит вдоль верхней границы нижнего слоя; следовательно, можно приблизительно положить длину участка первой линии тока в данном слое равной длине флютбега, т. е.  $l_1 = L$ .

Определив таким способом для ряда элементов потока, охватывающих толщу водопроницаемого пласта на достаточно большую глубину (например равную приблизительно длине флютбега), и составив для каждого элемента формулу (315), мы можем вычислить общий расход потока.

Предлагаемый способ подсчета расхода на фильтрацию под плотной сходен со способом Н. В. Бобкова, но отличается от него тем, что учитывает изменения величины водопроницаемости по пути фильтрации, тогда как Н. В. Бобков имеет в виду на всем протяжении потока однородный грунт; расход в делювии или верхнем слое он подсчитывает отдельно.

Формулой (315) помимо определения расхода можно воспользоваться для освещения вопроса об изменении напоров и напорных градиентов под влиянием переменной величины водопроводимости. С этой целью определим величину падения напора для участка 1-го элемента потока в пределах верхнего слоя. Для этого участка можно написать уравнение:

$$q_1 = \Delta s k_1 \frac{H_1 - H_t}{t},$$

где  $H_1$  — напор в верхнем бьефе;

$H_t$  — пьезометрический напор на нижней границе верхнего слоя.

Выражая тот же расход по формуле (315) и приравнявая оба выражения, имеем:

$$\frac{H_1 - H_t}{\frac{t}{k_1}} = \frac{H}{2 \frac{t}{k_1} + \frac{l}{k_2}},$$

откуда можно определить  $H_1 - H_t$ , как долю общего действующего напора:

$$H_1 - H_t = \frac{H \frac{t}{k_1}}{2 \frac{t}{k_1} + \frac{l}{k_2}} = \frac{H}{2 + \frac{l}{t} \cdot \frac{k_1}{k_2}}. \quad (316)$$

Полученная потеря напора для верхнего слоя является одинаковой как в верхнем, так и в нижнем бьефе.

От этой величины можно перейти к приближенному выражению среднего напорного градиента в пределах верхнего слоя, разделив величину потери напора  $H_1 - H_t$  на длину пути фильтрации  $t$ :

$$I_t = \frac{H_1 - H_t}{t} = \frac{H}{2t + l \frac{k_1}{k_2}}. \quad (317)$$

Для ближайшего к плотине фильтрационного потока длину  $l$  можно положить равной длине флютбета  $L$ . Тогда получим:

$$I_t = \frac{H}{2t + L \frac{k_1}{k_2}}. \quad (318)$$

Полученное выражение напорного градиента можно применить для оценки действия фильтрационного потока на грунт верхнего слоя для участка нижнего бьефа, ближайшего к концу флютбета, где выходные скорости и градиент имеют максимальные значения.

Для пояснения вычислим значения потери напора и напорного градиента в указанном участке нижнего бьефа для следующих числовых данных:

Длина флютбета . . . . .	$L = 50$ м;
Мощность верхнего слоя . . . . .	$t = 1$ м;
Отношение коэффициентов фильтрации верхнего и нижнего слоев . . . . .	$k_1 : k_2 = 1 : 10$ ;
Действующий напор . . . . .	$H = 10$ м.

По формуле (316) имеем:

$$H_1 - H_t = \frac{H}{2 + \frac{50}{1} \cdot \frac{1}{10}} = \frac{H}{7} = \frac{10}{7}$$

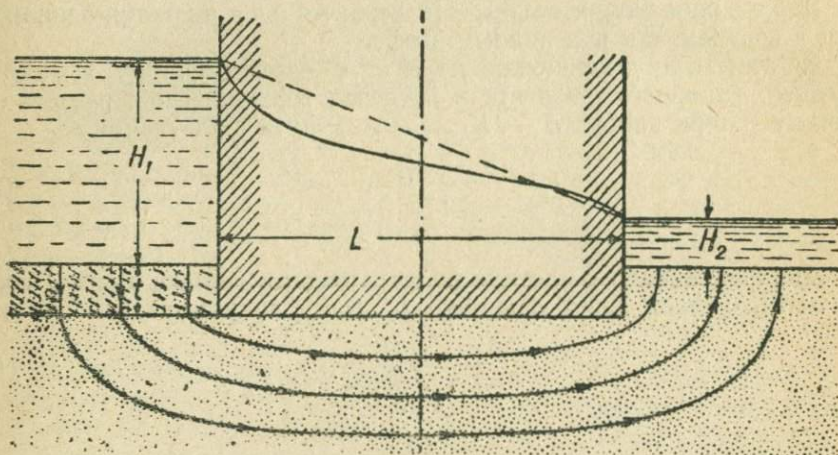
и по формуле (317):

$$I_t = \frac{10}{2 \cdot 1 + 50 \cdot \frac{1}{10}} = 1 \frac{1}{7}.$$

Полученный результат показывает, что напорный градиент при выходе фильтрационного потока в нижнем бьефе достигает в данном примере величины, близкой к критическому градиенту или даже превышает таковой. Для тех же размеров сооружения в случае однородного строения грунта этого не получилось бы.

На этом основании мы можем заключить, что присутствие над толщей хорошо водопроницаемого грунта сравнительно менее проницаемого слоя создает в нижнем бьефе значительно менее благоприятные условия для устойчивости сооружения, вследствие большой опасности возможного выщирания грунта.

Также менее благоприятным складывается здесь распределение напоров снизу вдоль флютбета. Присутствие в нижнем бьефе малопроницаемого покрывающего слоя создает некоторое затруднение выходу фильтрационных вод, что ведет к развитию повышенного противодавления в его части, прилегающей к нижнему бьефу.



Фиг. 129. Фильтрация под плотиной при наличии верхнего менее проницаемого слоя в верхнем бьефе.

Принимая, что при небольшой мощности верхнего слоя давление на флютбет будет отражать величину напоров в нижнем слое, мы могли бы представить себе схематически эпюру противодавлений. Последняя будет состоять из трех частей: двух крутопадающих участков в начале и конце флютбета и более пологой части в большей средней части (см. фиг. 128).

Дополнительно к разобранный задаче можно было бы рассмотреть случай, когда верхний малопроницаемый слой распространен только с одной стороны сооружения, в верхнем или нижнем бьефе. С другой же стороны этот слой отсутствует, и прямо на поверхность выходит нижний хорошо водопроницаемый слой (фиг. 129, 130).

Для того и другого случая величина единичного расхода одного элемента фильтрационного потока примет вид:

$$q = \Delta s \frac{H}{\frac{l}{k_1} + \frac{l}{k_2}}. \quad (319)$$

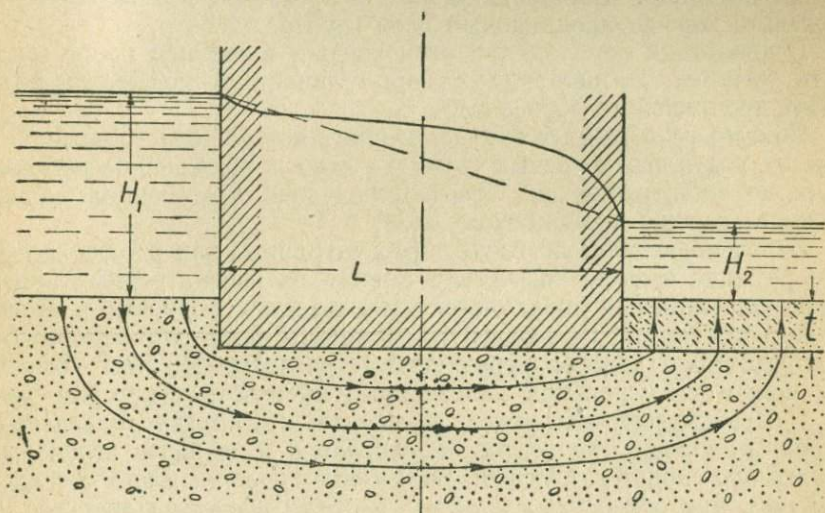
Величина потери напора, приходящейся на долю верхнего слоя, будет равна:

$$H_1 - H_t \text{ или } H_t - H_2 = \frac{H}{1 + \frac{l}{t} \cdot \frac{k_1}{k_2}}. \quad (320)$$

Напорный градиент в верхнем слое выразится формулой:

$$I_t = \frac{H}{t + l \frac{k_1}{k_2}}. \quad (321)$$

Из формулы (319) заключаем, что расход в рассматриваемых случаях будет несколько больше, чем при сплошном распространении



Фиг. 130. Фильтрация под плотиной при наличии верхнего менее проницаемого слоя в нижнем бьефе. 3

верхнего покрывающего слоя. Что же касается вопроса о влиянии верхнего слоя в этих случаях на величину напорного градиента и на распределение напоров снизу на флютбет, то при наличии этого слоя в верхнем бьефе мы должны отметить его положительную роль, как естественного понура. Понуром называется в гидротехнике непроницаемое покрытие, устраиваемое на дне верхнего бьефа впереди плотины с целью уменьшить величину фильтрации в водонепроницаемые слои, выходящие в верхнем бьефе. Присутствие в верхнем бьефе естественного малопроницаемого покрова способствует погашению значительной части напора, что ведет к понижению противодавлений в основании флютбета и к уменьшению напорных градиентов на выходах фильтрационного потока в нижнем бьефе. Формулы (319), (320), (321) могли бы быть применены также с некоторыми дополнениями к количественной оценке действия искусственного понура, когда водонепроницаемость материала для понура является несовершенной, что мы имеем, например, в случае применения для этой цели песчаных сульфитов или сушесей.

В другом случае, когда сплошной покров верхнего малопроницаемого слоя имеется только в нижнем бьефе, а в верхнем же он отсутствует или выклинивается, выведенные выше формулы свидетельствуют о значительном ухудшении условий, как в отношении напорного градиента на выходах фильтрационных вод, так и распределения противодавлений, сравнительно со случаем сплошного развития этого слоя и тем более в сравнении с однородным строением грунта.

Напорный градиент в нижнем бьефе при этом возрастает, и под влиянием подпора, создаваемого верхним слоем, в нижнем бьефе должно повышаться противодавление.

Рассмотренная задача приводит к практическому выводу, что при проектировании сооружения в геологических условиях, подобных описанным случаям, необходимо учесть отрицательную роль присутствия в нижнем бьефе малопроницаемого покрова, перекрывающего нижележащий хорошо проницаемый слой грунта.

В некоторых случаях при этом следует в нижнем бьефе закладывать дренажи, дающие выход фильтрационным водам из нижнего более проницаемого горизонта.

Помимо разобранных случаев в книге автора [62] «Движение подземных вод в неоднородных грунтах» дано приближенное решение задачи по фильтрации под сооружением при ограниченной мощности нижнего хорошо проницаемого слоя.

Изложенное выше не следует рассматривать, как вполне законченное решение задачи. Мы имели в виду на рассмотренных примерах лишь показать, как проявляется влияние неоднородности, в частности слоистости грунта, на важнейшие элементы фильтрационного потока: распределение напоров, градиенты и расходы. В этом отношении мы можем на основании изложенного высказать некоторые выводы:

1. Прежде всего мы можем заключить, что картина изменения напоров, напорных градиентов и скоростей в области неоднородного грунта под гидротехническим сооружением должна иметь совсем иной вид, чем при однородных грунтах, поэтому расчеты флюктов, основанные на допущении однородности строения грунта, могут оказаться весьма ненадежными.

2. Некоторые случаи неоднородности несут в себе серьезные опасности в смысле влияния фильтрационного потока на устойчивость сооружения, и эти опасности могут быть не замечены, если рассчитывать сооружение, как на однородном грунте.

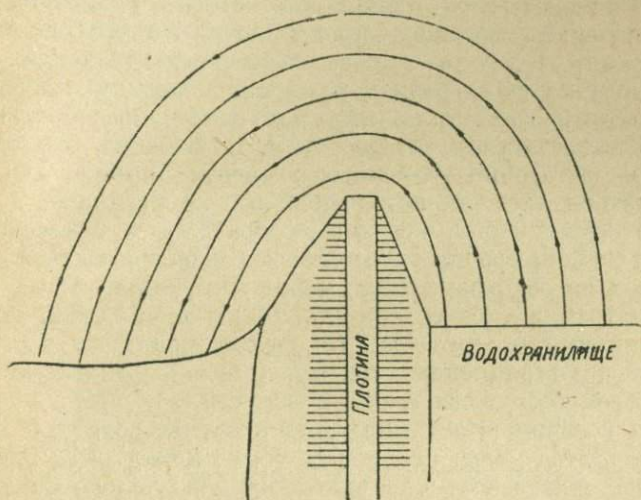
3. Правильная постановка проектирования и расчета гидротехнических сооружений на водопроницаемых грунтах может быть обеспечена лишь при условии, что при этом достаточно конкретно будут отражены действительные особенности геологического строения и в частности детальная картина изменения водопроводимости грунтов как в горизонтальном направлении, так и в вертикальном.

4. Дальнейшее уточнение задачи по фильтрации под сооружениями должно идти в направлении учета изменения поперечных сечений потока, что приводит к необходимости рассматривать движение грунтовых вод не только в одной плоскости, перпендикулярной оси сооружения, но и в плане. Должна быть поставлена задача по рассмотрению фильтрационного потока в целом с учетом изменений сечения потока или поперечных разрезов долины на всем протяжении потока от верхнего до нижнего бьефа.

## § 76. ФИЛЬТРАЦИЯ В ОБХОД ПЛОТИНЫ

Фильтрация в обход плечей плотины имеет место в том случае, когда плотина упирается в берега, сложенные водопроницаемыми породами. При этом создаются фильтрационные токи, траектории, которых имеют приблизительно вид эллипсов, огибающих плечо плотины.

Для построения линий токов прием расстояния между шими одинаковыми (фиг. 131).



Фиг. 131. Схема фильтрации в обход плотины.

Линиями тока весь поток разделяется на ряд элементов, для каждого из которых можно написать следующее выражение единичного расхода:

$$q = \Delta s \cdot k \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l},$$

где  $\Delta s$  — расстояние между линиями тока;

$h_1$  и  $h_2$  — мощности фильтрационного потока в верхнем и нижнем бьефах или высоты уровней воды относительно поверхности водопроницаемого слоя;

$H_1$  и  $H_2$  — отметки уровня воды в верхнем и нижнем бьефах;

$l$  — длина пути фильтрации, измеряемая по линиям тока.

Предел распространения данного фильтрационного потока вглубь берега прежде всего может определяться границей распространения водопроницаемых пород, например, если это не широкая аллювиальная терраса, то такой границей боковой фильтрации могут служить непроницаемые породы коренного берега. Если же эта непроницаемая граница находится далеко, например, когда коренные породы тоже водопроницаемы, тогда предел боковой фильтрации будет зависеть от естественной поверхности грунтовых вод прибрежного массива. При крутом подъеме естественного уровня грунтовых вод вглубь берега, зона боковой фильтрации имеет более ограниченные размеры, чем при пологом.

Если, например, поверхность грунтовых вод на небольшом расстоянии от берега достигает высоты проектного уровня воды в бьефе, то и граница зоны боковой фильтрации будет проходить ближе к реке.

В случае относительно низкого стояния грунтовых вод и большой ширины водораздельного массива, фильтрационный поток в обход плотины может распространиться на большое расстояние, но практически расчет можно ограничить некоторой более активной зоной, так как элементы фильтрационного потока с удалением от плеча плотины уменьшают свой расход пропорционально увеличению длины пути фильтрации. Вопрос о том, на каком элементе можно окончить подсчет расхода на фильтрацию, решается в каждом отдельном случае, подобно тому, как это принято делать при подсчете расхода на фильтрацию под плотинами по способу Н. В. Бобкова, т. е. останавливаясь на тех достаточно удаленных элементах потока, для которых будут получаться расходы, незначительные по величине.

В случае ограниченной ширины водораздела и невысокого положения естественного уровня грунтовых вод может создаться движение грунтовых вод из водохранилища, через водораздел. Тогда границей боковой фильтрации следует считать линию тока, длина которой не превышает ширины водораздела. По такому принципу построены на фиг. 3 линии фильтрационных токов в пределах узкой луки, с одной стороны которой сооружена плотина (см. стр. 9).

Величина коэффициента фильтрации в случае более или менее однородного строения пород, слагающих берег, может быть принята постоянной. Она может быть определена приблизительно по лабораторным данным или же путем опытной откачки. Здесь, как и при фильтрации под плотинами, неоднородность строения берегов может в некоторых случаях иметь весьма важное значение как в отношении величины расхода на фильтрацию, так и в отношении влияния грунтового потока на устойчивость берегов.

Рассмотрим один из обычных случаев неоднородного строения берега долины, сложенного из хорошо водопроницаемых пород и прикрытого плащом значительно менее проницаемого делювия. Фильтрационный поток в обход плотины по предыдущему может быть изображен схематически системой линий токов в виде концентрических кривых, огибающих плечо плотины (см. фиг. 131).

Рассмотрим движение грунтовой воды в одном из элементов потока, ограниченном двумя соседними линиями токов. Для этого изобразим поток в развернутом виде. При этом получится картина, аналогичная рассмотренному ранее случаю водораздельного массива, сложенного в середине из хорошо водопроницаемых пород и прикрытого по склонам малопроницаемыми (фиг. 132).

Для простоты примем водопроницаемое основание потока горизонтальным.

Принимая ширину выделенного элемента потока постоянной на всем протяжении, мы можем применить здесь уравнение грунтового потока для случая резкой смены водопроницаемости пород:

$$q = \Delta s \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3} \right)}, \quad (322)$$

где  $h_1$  и  $h_2$  — уровни воды в верхнем и нижнем бьефах над горизонтальным основанием водоносного пласта:

$l_1$  и  $l_3$  — толщина слоя делювия в верхнем и нижнем бьефах;

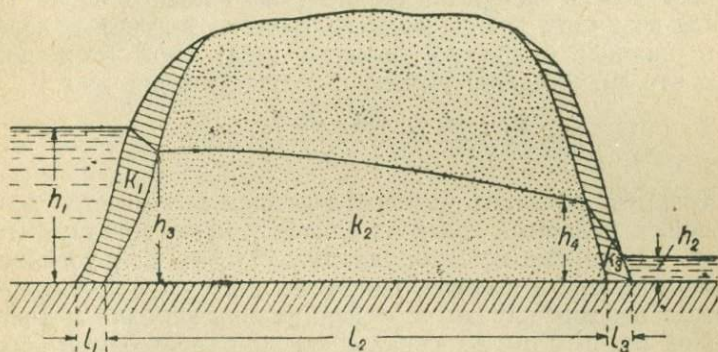
$l_2$  — длина пути фильтрации в пределах коренного массива, измеряемая как среднее арифметическое двух соседних линий тока, ограничивающих элемент;

$k_1$  и  $k_3$  — коэффициенты фильтрации делювия в верхнем и нижнем бьефах;

$k_2$  — коэффициент фильтрации пород основного массива берега.

С помощью приведенной формулы может быть подсчитан расход на фильтрацию по всем отдельным элементам потока.

Выведенной формулой можно также воспользоваться для освещения вопроса об изменении напорного градиента, величину которого особенно важно знать для участка потока в пределах делювиального



Фиг. 132. Разрез вдоль элемента фильтрационного потока в обход плотины при наличии делювия в берегах.

пласта в нижнем бьефе. Для этого участка можно написать уравнение:

$$q = \Delta s \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l_3} k_3.$$

Приравнивая правую часть последнего уравнения правой части уравнения (322), имеем:

$$\frac{l_1^2 - h_3^2}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \frac{l_3}{k_3}} = \frac{h_1^2 - h_2^2}{\frac{l_3}{k_3}}. \quad (323)$$

Определив из этого уравнения  $h_3$ , мы можем легко вычислить средний напорный градиент для потока в пределах делювиального пласта:

$$I = \frac{h_1 - h_2}{l_3}.$$

Разберем числовой пример для следующих данных:

$$l_1 = l_3 = 5 \text{ м}; \quad l_2 = 100 \text{ м}; \quad k_1 = k_3 = 1 \text{ м/сутки}; \\ k_2 = 27 \text{ м/сутки}; \quad h_1 = 12 \text{ м}; \quad h_2 = 2 \text{ м}.$$

Подставляя эти данные в формулу (322), получаем величину расхода на один элемент потока шириною 1 м:

$$q = \frac{12^2 - 2^2}{2 \left( 2 \frac{5}{1} + \frac{100}{20} \right)} = 3,7 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Для сравнения определим расход при отсутствии делювия с обеих сторон потока:

$$q' = \frac{12^2 - 2^2}{2 \cdot 100} \cdot 20 = 14,0 \text{ м}^3/\text{сутки}.$$

Этот подсчет показывает, что наличие делювиального покрова сокращает величину потерь на фильтрацию в данном случае в три раза по сравнению с тем, что имеет место при отсутствии делювия.

Определим теперь напорный градиент на выходе потока. Вычислим сначала величину уровня воды на границе делювия и коренного массива в нижнем бьефе по формуле (323), при этом получим  $h_4 = 6,4$  м, что для среднего уклона в толще делювия дает:

$$I = \frac{h_4 - h_2}{l_3} = \frac{6,4 - 2,0}{5} = 0,89.$$

Получающаяся величина подпора делювием оказывается довольно значительной, а напорный градиент близок к критическому, что должно создать здесь явно неблагоприятные условия для устойчивости делювиального пласта и вызвать оползание или сплыв последнего.

В природе нередки случаи оползней, развивающихся в аналогичных условиях подпирания делювиальными или террасовыми образованиями коренных водоносных горизонтов, и процесс оползания в таких случаях в значительной мере обязан гидродинамическому давлению грунтовых вод, а также значительному насыщению водой перекрывающего грунта.

## § 77. ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ ВОДОХРАНИЛИЩ

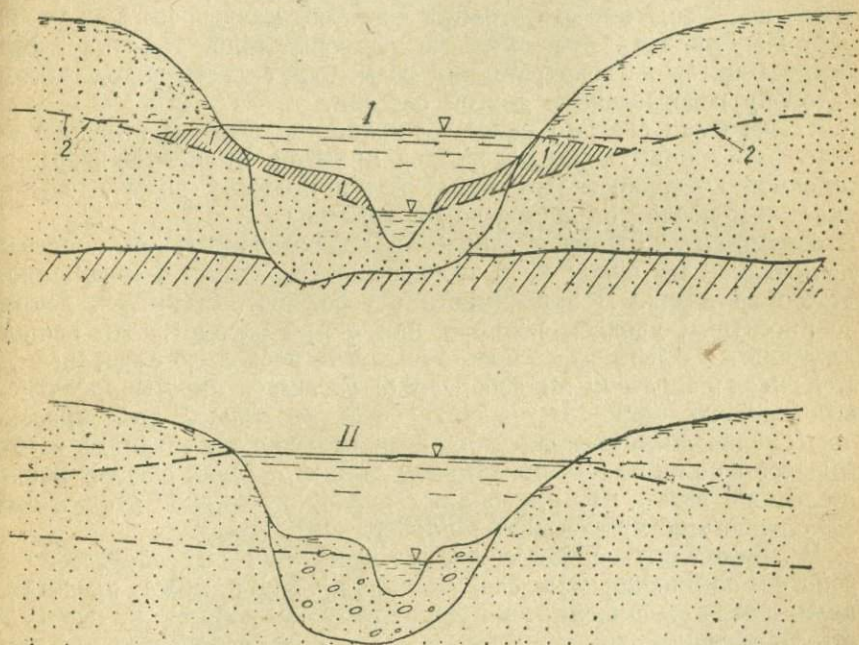
Утечка воды из водохранилищ, устроенных в области развития водопроницаемых пород, помимо непосредственной фильтрации под плотиной и в обход плотины возможна при соответствующих условиях также путем фильтрации в берега и дно водохранилища и путем фильтрации через водораздел в другие бассейны.

При определении потерь на фильтрацию из водохранилища необходимо различать период первоначального наполнения водохранилища после окончания строительства и период его дальнейшего существования, когда грунтовые воды в районе водохранилища примут стационарное положение, соответствующее положению уровня воды в водохранилище.

В указанный начальный период происходит прежде всего насыщение водой толщ грунта, лежащих выше естественного уровня грунтовых вод до нового положения поверхности последних. Дальнейшая фильтрация будет находиться в прямой зависимости от нового установившегося состояния грунтовых вод в зоне подпора. Из сказанного следует, что для суждения о возможных потерях на фильтрацию

необходимо знать прежде всего естественное состояние уровней грунтовых вод, как на дне, так и по берегам, во-вторых, надобно составить себе представление о будущем состоянии грунтовых вод, о возможных направлениях их течения и уклонах и, наконец, необходимы данные о водопроницающей способности пород.

Рассмотрим некоторые случаи фильтрации в берега и через водораздел, имея в виду участки водохранилища, достаточно удаленные от плотины, где уже не сказывается заметно дренирующее действие нижнего бьефа. Здесь следует выделить прежде всего два основных случая в зависимости от состояния поверхности зеркала грунтовых вод:



Фиг. 133. Фильтрация из водохранилища в берега.

*1-й случай.* Грунтовые воды довольно круто поднимаются с удалением от берега к водоразделу, и уровень их на сравнительно небольшом расстоянии от берега достигает высоты, близкой к проектному уровню водохранилища или даже превышает его (фиг. 133, I)

*2-й случай.* Грунтовые воды слабо или совсем не поднимаются вглубь берега, и уровень их на большом (на всем) протяжении у побережья и далее в пределах водораздела находится ниже уровня водохранилища (фиг. 133, II).

В первом случае фильтрация из водохранилища будет иметь место лишь в начальный период наполнения водохранилища, когда будет происходить насыщение сухих толщ грунта. В дальнейшем при длительном стационарном режиме водохранилища возможно такое состояние грунтовых вод по берегам, когда не только будет отсутство-

вать утечка воды из водохранилища, но даже будет происходить его питание грунтовыми водами. В случае переменного режима водохранилища, когда оно периодически осушается и снова наполняется, фильтрация в берега будет повторяться. Потери на фильтрацию в рассматриваемом случае вообще не могут достигать значительных размеров и имеют существенное значение лишь при весьма ограниченном и непостоянном питании, что мы имеем в большинстве водохранилищ засушливого юго-востока.

Во втором случае, помимо потерь на первоначальное насыщение сухих слоев, возможно образование и постоянной утечки воды при дальнейшем стационарном существовании водохранилища.

Определение размера возможной при этом потери на фильтрацию приводит нас к задаче о фильтрации через водораздел, так как утечка воды может принять существенные размеры лишь в случае, если просачивающиеся из водохранилищ воды, будут иметь выход по другую сторону водораздела в другой бассейн.

Как уже было сказано ранее, ближайшим путем к решению вопроса о фильтрации через водораздел является выяснение форм депрессионной поверхности грунтовых вод в пределах водораздельного массива до и после устройства водохранилища.

В общем случае кривая депрессии на водораздельном пространстве имеет, как мы знаем из § 20, форму дуги эллипса, обращенного выпуклостью вверх. В зависимости от соотношения кривой депрессии с проектным уровнем подпора, как и при рассмотрении вопроса о фильтрации в берега, здесь можно выделить несколько случаев:

1. *Кривая депрессии на водоразделе достигает высоты проектного уровня подпора (фиг. 134, I), или даже превышает этот уровень.* В этом случае после наполнения водохранилища кривая депрессии подымается еще выше (см. пунктирная линия), из чего следует вполне определенный вывод, что *при данных условиях никакой утечки воды из водохранилища происходить не будет.*

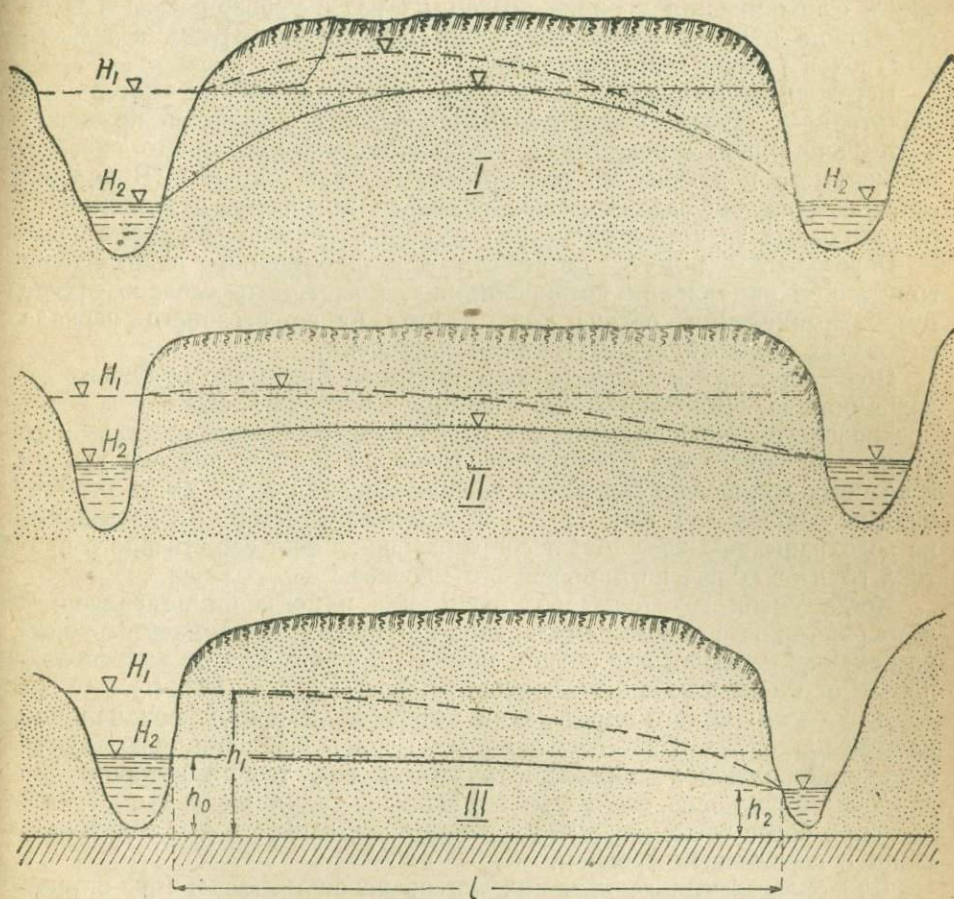
2. В другом случае, когда *кривая депрессии на водоразделе до устройства водоподпорного сооружения проходит ниже проектного подпора*, после наполнения водохранилища ее положение будет зависеть от водопроницаемости пород слагающих водораздел, ширины водораздела, инфильтрации сверху и других факторов. При не очень большой водопроницаемости и достаточно большой ширине водораздела, кривая депрессии может и после подпора сохранить водораздел, который лишь переместится к водохранилищу (фиг. 134, II).

В этом случае, как и в предыдущем, никакой утечки из водохранилища не будет.

3. Такие же как и в предыдущем случае соотношения естественной кривой депрессии и проектного уровня водохранилища при большой водопроницаемости пород и малой ширине водораздела могут после подъема уровня воды в водохранилище привести к другому соотношению грунтовых вод на водоразделе. *При достаточно большом подпоре может образоваться грунтовый поток в направлении от водохранилища в одну сторону через водораздел в другой бассейн.* В этом случае будет происходить утечка воды из водохранилища.

4. Наконец, возможен случай, довольно обычный в практике, когда в пределах водораздела *естественная кривая депрессии имеет падение в одну сторону от верхнего бьефа к нижнему*, не образуя водо-

раздела. Следовательно, в этом случае, уже в естественном состоянии имеет место фильтрация из водохранилища, через водораздельный массив. Ясно, что после подъема воды в водохранилище фильтрация еще больше усилится. Рассмотренный случай практически может иметь место при малой ширине водораздела, высокой водопроницающей способности массива и при незначительной инфильтрации сверху, которая по сравнению с расходом грунтового потока через водораздел имеет ничтожную величину.



Фиг. 134. Формы поверхности грунтовых вод на водоразделе.

В этом случае легко предугадать ту форму грунтового потока, который получится после подъема воды в верхнем бьефе. Это будет та же кривая депрессии, как и до подъема воды, но лишь с большей величиной уклона грунтовых вод.

Фильтрация в дно водохранилища, помимо первоначального насыщения сухих грунтов, может происходить лишь в том случае, если существуют пути утечки воды за пределы бассейна водохранилища.

Прежде всего такая утечка воды может совершаться через водораздел, как и при фильтрации в берега. Но, кроме того, возможен

уход воды в более глубокие слои, если с ними существует связь через проницаемые породы, например в артезианские водоносные слои, когда водохранилище попадает в область питания последних.

Особое место среди рассмотренных случаев фильтрации из водохранилищ должна занять утечка воды по карстовым путям, так как эта утечка может отличаться своими большими размерами и характером движения воды. Однако, и здесь в общем применимы высказанные выше соображения об оценке возможного ухода воды на основании сопоставления уровней подземных вод с уровнем воды в водохранилище и на основании изучения естественного режима подземных вод в районе водохранилища.

Переходя к вопросу о количественном определении потерь на фильтрацию, прежде всего необходимо сказать, что здесь не может быть какого-либо стандартного шаблонного универсального способа, применимого к любому из рассмотренных выше случаев. В каждом отдельном случае задача может решаться по-своему, в зависимости от природных гидрогеологических условий и режима водохранилища.

Определение потерь, потребных для насыщения сухих толщ грунта при наполнении водохранилища, может быть сделано просто путем вычисления объема толщ грунта от естественного зеркала грунтовых вод до будущей границы насыщения.

Под площадью затопления этой границей будет дно будущего водохранилища. По берегам же границу насыщения обычно наносят предположительно в зависимости от случаев состояния естественного уровня грунтовых вод близ берега. В случае крутого подъема уровня грунтовых вод вглубь берега эта зона насыщения будет иметь ограниченные размеры (см. фиг. 131, I) и, кроме того, потеря на насыщение из водохранилища здесь будет сокращаться за счет естественного притока грунтовых вод из прибрежного массива.

Когда уклон грунтовых вод очень мал и когда он направлен от водохранилища с самого начала, зона насыщения принимается равной нескольким десяткам или сотням метров в зависимости от высоты подпора и от степени водонепроницаемости пород (см. фиг. 133, II).

Для более точного определения потерь воды при первоначальном насыщении сухих толщ грунта потребовалась бы постановка задачи о неустановившемся движении грунтовых вод, теория которого для данного случая еще совсем не изучалась. Такая же задача возникает при более точном изучении режима грунтовых вод у водохранилища с переменным уровнем.

Для определения дальнейших потерь на фильтрацию при стационарном состоянии водохранилищ основным методом является составление уравнений движения подземных вод для отдельных участков зоны фильтрации из водохранилища; при этом выбор тех или других уравнений основывается на изучении геологического строения указанной зоны и на достаточном правдоподобном прогнозе характера будущего состояния грунтовых потоков в районе водохранилища.

Например, при фильтрации через водораздел задача в простейшем случае сводится к составлению уравнения движения грунтовых вод по двум сечениям потока, из которых верхнее расположено около уреза воды водохранилища, а нижнее на выходе грунтового потока по другую сторону водораздела (фиг. 134, III).

Выбор того или иного уравнения здесь определяется условиями

залегания и строения водопроявляющих пород. В случае однородного строения можно применить формулу Дюпюи, формулу Павловского, а также видоизмененную формулу Дюпюи для наклонных пластов, применимую для любых случаев прямого и обратного наклона.

В случае более сложного неоднородного строения водораздельного массива можно воспользоваться уравнениями движения подземных вод в неоднородных пластах, выведенных в гл. III. Из случаев неоднородного строения водораздельного массива следует выделить массив водопроницаемых пород, перекрываемых по обе стороны водораздела или по одну сторону менее проницаемыми делювиальными или аллювиальными образованиями. Движение грунтовых вод через неоднородный массив такого строения было уже рассмотрено ранее в гл. III при выводе уравнения движения грунтовых вод в водоносном пласте с резко переменной в горизонтальном направлении водопроницаемостью.

В постановке работ по определению потерь на фильтрацию из водохранилищ следует учесть, что размер потерь во многих случаях сказывается незначительным сравнительно с общим расходом реки, питающей водохранилище. Поэтому в таких случаях, т. е. когда водохранилище устраивается на реке со сравнительно большим постоянным расходом, вообще не стоит предпринимать работы по подсчету возможных потерь на фильтрацию. Исключением являются случаи утечки воды через карстовые пути; размер потерь в этих случаях может достигать очень больших размеров, имеющих практическое значение даже для крупных рек.

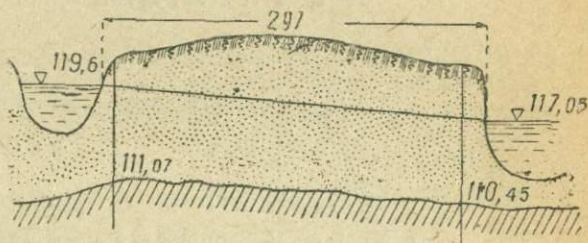
При небольшом же расходе рек или при непостоянном питании водохранилища определение расхода на фильтрацию приобретает решающее значение для всего строительства.

**Пример 1.** В качестве примера рассмотрим фильтрацию из водотока в р. Москву близ Раушской набережной в г. Москве (фиг. 135).

Уровень грунтовых вод, как показывают буровые скважины, имеет падение в одну сторону к р. Москве. Водораздел между каналом и рекой сложен здесь неоднородной толщей песчаных и песчано-глинистых образований. Ввиду отсутствия детальных данных о их водопроницаемости примем всю толщу однородной с коэффициентом фильтрации, равным  $10 \text{ м/сутки}$ .

Водопроницаемым ложем грунтового потока служит слой пестроцветных глин верхнекаменноугольного возраста. Поверхность водонепроницаемого ложа несколько волнистая и имеет переменный уклон, но для простоты примем уклон одинаковым, определяемым отметками ложа в крайних буровых скважинах: у берега канала — 111,07; у берега реки — 110,45.

Уровень воды в канале при подпоре плотиной в конце канала ле-



Фиг. 135. Разрез вдоль фильтрационного потока через водораздел.

том стоит на отметке 119,60 м; уровень воды в реке в то время — 117,04. Определим единичный расход по формуле:

$$q = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}$$

Из приведенных данных имеем:

$$h_1 = 119,60 - 111,07 = 8,53 \text{ м,}$$

$$h_2 = 117,04 - 110,45 = 6,59 \text{ м.}$$

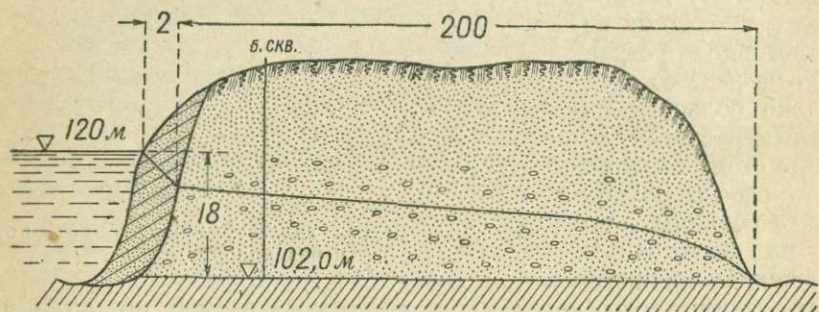
Расстояние от канала до реки  $l = 297$  м.

Подставляя числовые данные в формулу единичного расхода, получим:

$$q = 10 \cdot \frac{8,53 + 6,59}{2} \cdot \frac{119,60 - 117,04}{297} = 0,734 \text{ м}^3/\text{сутки.}$$

Переходя к расходу на 1 пог. км, получим:

$$Q = 734 \text{ м}^3/\text{сутки} = 8,5 \text{ л/сек.}$$



Фиг. 136. Разрез вдоль фильтрационного потока через водораздел при наличии делювиального плаща по берегу водохранилища.

**Пример 2.** Вычислим расход на фильтрацию через водораздел, сложенный толщей флювиогляциальных песчано-галечных и валунных образований с средним коэффициентом фильтрации 53 м/сутки.

Со стороны водохранилища берег покрыт плащом делювия средней толщиной 2 м, представленного супесями с коэффициентом фильтрации 0,2 м/сутки (фиг. 136).

Основание водопроницаемой толщи флювиогляциальных отложений залегает горизонтально на отметке 102,0 м, приблизительно на уровне дна водохранилища. Отметка уровня воды в водохранилище 120,0 м. Ширина указанного выше водораздела, отделяющего водохранилище от соседней долины, 200 м.

Определим потери на фильтрацию через этот водораздел на 1 пог. км берега водохранилища.

Применим здесь формулу:

$$q = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \left( \frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right)}$$

По условиям задачи имеем следующие числовые значения букв:

$$\begin{aligned}h_1 &= 120 - 102 = 18 \text{ м}; h_2 = 0; \\k_1 &= 0,2 \text{ м/сутки}; k_2 = 53 \text{ м/сутки}; \\l_1 &= 2 \text{ м}; l_2 = 200 \text{ м}.\end{aligned}$$

Подставляя в формулу приведенные числовые значения, имеем:

$$q = \frac{18^2}{2 \left( \frac{2}{0,2} + \frac{200}{53} \right)} = 12 \text{ м}^3/\text{сутки}$$

или на погонный километр:

$$Q = 12\,000 \text{ м}^3/\text{сутки} = 14 \text{ л/сек}.$$

Вычислим для сравнения расход, который был бы при отсутствии деловия:

$$q_1 = k \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} = 53 \frac{18^2}{2 \cdot 200} = 43 \text{ м}^3/\text{сутки}$$

или на 1 пог. км  $Q = 43\,000 \text{ м}^3/\text{сутки} = 49,8 \text{ л/сек}$ . Полученный без учета деловия результат превышает первый в  $3\frac{1}{2}$  раза, что ясно доказывает существенную водоудерживающую роль делювиального малопроницаемого покрова.

## § 78. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ ВОДОХРАНИЛИЩ ПО МЕТОДУ АНАЛОГИЙ

Нередко составление уравнений движения грунтовых вод при подсчете потерь на фильтрацию составляет большие трудности и требует большого объема разведочных и опытных работ для определения элементов залегания и водопроницаемости пластов. Но иногда указанный объем работ можно значительно сократить, пользуясь нижеследующим методом, который можно назвать методом аналогий.

Последний возможен в том случае, если в работе проектируемого водохранилища существуют более или менее определенно выраженные естественные грунтовые потоки, расход которых не трудно замерить. Такой замер расхода возможен, например, если грунтовый поток выходит на поверхность в виде источников. Подобный случай представлен на фиг. 137, изображающей схематический разрез через водораздел между р. Свиягой и Волгой близ г. Ульяновска, и фиг. 138, изображающей тот же разрез более конкретно. Этот разрез показывает, что в толще галечников, слагающих данный водораздел, существует естественный грунтовый поток, направленный от Свияги к Волге. По склону к Волге в так называемой Киндяковской роще упомянутые галечники прорезаны до подстилающей их толщи аптских глин рядом оврагов, и весь грунтовый поток выходит здесь в виде родников. Суммарный расход последних определяет собой общий расход грунтового потока.

Зная этот естественный расход потока, через водораздел легко перейти к оценке будущего расхода, могущего быть при устройстве водохранилища на верхней реке. Для этой цели расход будущего по-

тока по аналогии с естественным потоком может быть выражен уравнением:

$$q = k \cdot \frac{h_1' + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 + z_1 - H_2}{l},$$

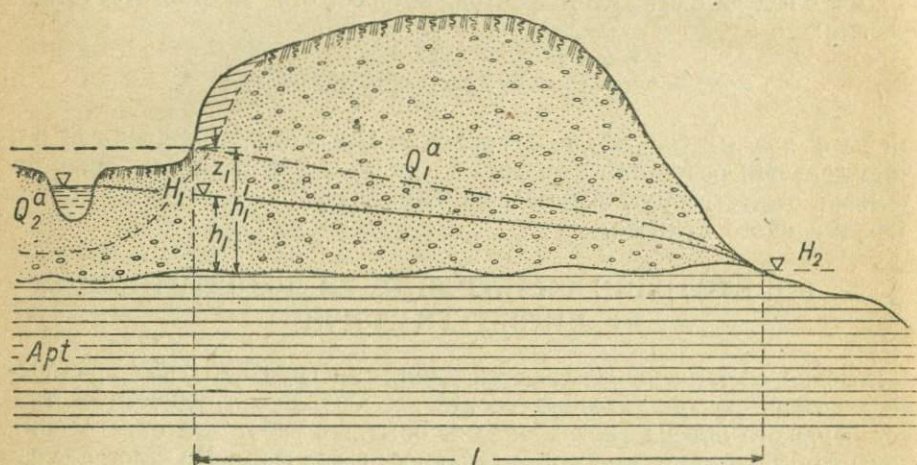
где  $h_1'$  — мощность будущего грунтового потока близ уреза водохранилища;

$H_1$  — отметка естественного уровня грунтовых вод там же;

$h_2$  — средняя мощность водоносного пласта на выходах в другой фильтрующей долине; в случае выходов на поверхность основания водоносного пласта  $h_2 = 0$ ;

$H_2$  — средняя отметка выхода грунтовых вод в дренирующих долинах;

$z_1$  — подъем уровня грунтовой воды у водохранилища, который можно положить равным величине проектируемого подпора.



Фиг. 137. Разрез вдоль фильтрационного потока через водораздел.

По той же формуле для естественного расхода грунтового потока можно написать:

$$q_0 = k \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}.$$

Взяв отношение первого расхода ко второму, получим:

$$\frac{q}{q_0} = \frac{h_1' + h_2}{h_1 + h_2} \cdot \frac{H_1 + z_1 - H_2}{H_1 - H_2}. \quad (324)$$

В полученной формуле  $k$  сократилось, что может быть допущено в том случае, когда слои, куда переходит поверхность грунтовых вод после их подъема, мало отличаются по водопроницаемости от пород в пределах естественной толщи водоносного пласта.

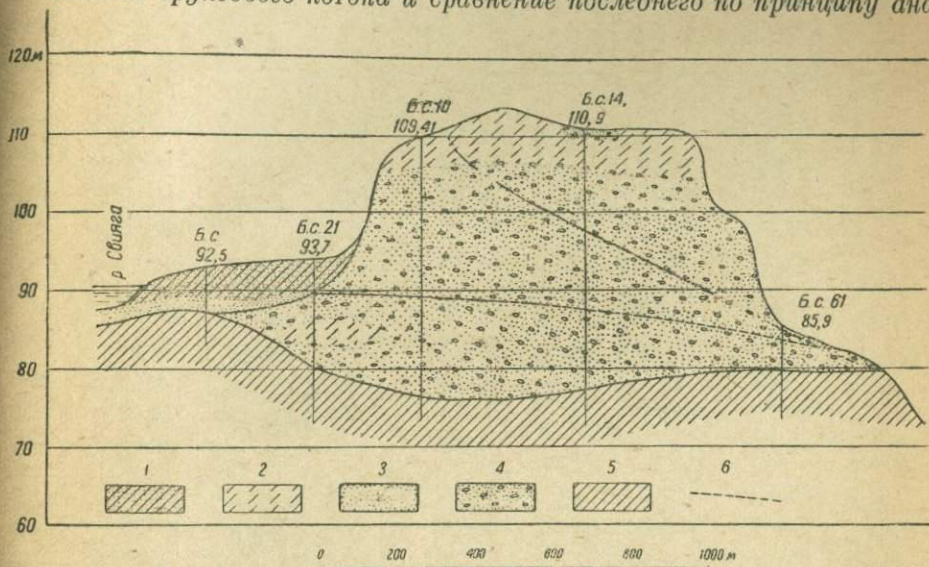
Из выведенного отношения легко вычислить и расход потока после устройства водохранилища, так как величина  $q_0$  может быть определена непосредственно путем замера расхода источников на выходах

грунтового потока, а остальные величины определяются простыми разведками.

В случае горизонтального положения водоупорного ложа формула (324) примет вид:

$$\frac{q}{q_0} = \frac{(h_1 + z_1)^2}{h_1^2} \quad (325)$$

В основе описанного способа лежит определение расхода естественного грунтового потока и сравнение последнего по принципу ана-



Фиг. 138. Геологический разрез через водораздел между р. Волгой и р. Свиягой близ Киндяновской балки к югу от г. Ульяновска (по Яковлеву и Гиздель).

- |            |                                 |
|------------|---------------------------------|
| 1—суглинок | } современный и древний аллювий |
| 2—супесь   |                                 |
| 3—песок    |                                 |
| 4—галечник |                                 |

5—глина нижнего отдела меловой системы; 6—уровень грунтовых вод.

логии с расходом будущего потока. Поэтому данный метод и называется методом аналогии.

Применение последнего во многих случаях может давать самые надежные результаты.

Этим методом можно воспользоваться также для оценки потерь на фильтрацию в трещиноватых породах, где применение уравнений движения подземных вод часто является весьма затруднительным или вообще невозможным.

Особенно плодотворным должно быть использование данного метода в случае устройства водохранилища в области развития карста, где обычная теория движения подземных вод не может дать положительных результатов и решение задачи должно быть построено на основе изучения естественного режима карстовых вод.

Таблицы

функций  $\varphi(\eta)$  для расчета уравнений неравномерного движения грунтовых вод (по Павловскому)

Таблица I

Прямой уклон ( $i > 0$ ). Кривая спада

$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$\Delta$
0,01	-0,00004	0,00016	0,36	-0,0863	0,0057	0,71	-0,5279	0,0251
0,02	-0,0002	0,0002	0,37	-0,0920	0,0060	0,72	-0,5530	0,0264
0,03	-0,0004	0,0004	0,38	-0,0980	0,0063	0,73	-0,5794	0,0277
0,04	-0,0008	0,0005	0,39	-0,1043	0,0065	0,74	-0,6071	0,0292
0,05	-0,0013	0,0006	0,40	-0,1108	0,0068	0,75	-0,6363	0,0308
0,06	-0,0019	0,0007	0,41	-0,1176	0,0071	0,76	-0,6671	0,0326
0,07	-0,0026	0,0008	0,42	-0,1247	0,0074	0,77	-0,6997	0,0345
0,08	-0,0034	0,0009	0,43	-0,1321	0,0077	0,78	-0,7342	0,0365
0,09	-0,0043	0,0010	0,44	-0,1398	0,0080	0,79	-0,7707	0,0387
0,10	-0,0053	0,0012	0,45	-0,1478	0,0083	0,80	-0,8094	0,0413
0,11	-0,0065	0,0013	0,46	-0,1562	0,0086	0,81	-0,8507	0,0441
0,12	-0,0078	0,0014	0,47	-0,1648	0,0090	0,82	-0,8948	0,0472
0,13	-0,0092	0,0016	0,48	-0,1738	0,0095	0,83	-0,9420	0,0506
0,14	-0,0108	0,0017	0,49	-0,1833	0,0099	0,84	-0,9926	0,0545
0,15	-0,0125	0,0019	0,50	-0,1932	0,0102	0,85	-1,0471	0,0596
0,16	-0,0144	0,0020	0,51	-0,2034	0,0106	0,86	-1,1061	0,0641
0,17	-0,0164	0,0021	0,52	-0,2140	0,0110	0,87	-1,1702	0,0700
0,18	-0,0185	0,0022	0,53	-0,2250	0,0115	0,88	-1,2402	0,0771
0,19	-0,0207	0,0024	0,54	-0,2365	0,0120	0,89	-1,3173	0,0853
0,20	-0,0231	0,0026	0,55	-0,2485	0,0125	0,90	-1,4026	0,0943
0,21	-0,0257	0,0028	0,56	-0,2610	0,0130	0,905	-1,4489	0,0991
0,22	-0,0285	0,0029	0,57	-0,2740	0,0135	0,910	-1,4980	0,0521
0,23	-0,0314	0,0031	0,58	-0,2875	0,0140	0,915	-1,5501	0,0556
0,24	-0,0345	0,0032	0,59	-0,3015	0,0147	0,920	-1,6057	0,0593
0,25	-0,0377	0,0034	0,60	-0,3162	0,0153	0,925	-1,6653	0,0640
0,26	-0,0411	0,0036	0,61	-0,3315	0,0160	0,930	-1,7293	0,0691
0,27	-0,0447	0,0038	0,62	-0,3475	0,0167	0,935	-1,7984	0,0750
0,28	-0,0485	0,0040	0,63	-0,3642	0,0174	0,940	-1,8734	0,0820
0,29	-0,0525	0,0042	0,64	-0,3816	0,0182	0,945	-1,9554	0,0903
0,30	-0,0567	0,0044	0,65	-0,3998	0,0190	0,950	-2,0457	0,1004

$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $
0,31	-0,0611	0,0046	0,66	-0,4188	0,0199	0,955	-2,1461	0,1128
0,32	-0,0657	0,0048	0,67	-0,4387	0,0208	0,960	-2,2589	0,1285
0,33	-0,0705	0,0050	0,68	-0,4595	0,0217	0,965	-2,3874	0,1492
0,34	-0,0755	0,0053	0,69	-0,4812	0,0228	0,970	-2,5366	0,0670
0,35	-0,0808	0,0055	0,70	-0,5040	0,0239	0,972	-2,0036	0,0721
0,974	-2,6757	0,0780	0,984	-3,1512	0,1315	0,994	-4,1220	0,4035
0,976	-2,7537	0,0850	0,986	-3,2827	0,1521	0,996	-4,5255	0,6912
0,978	-2,8387	0,0933	0,988	-3,4348	0,1804	0,998	-5,2167	0,6921
0,980	-2,9320	0,1034	0,990	-3,6152	0,2211	0,999	-5,9088	
0,982	-3,0354	0,1158	0,992	-3,8363	0,2857			

Таблица II

Прямой уклон ( $i > 0$ ). Кривая подпора

$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $
100,0	104,5951	10,1065	32,0	35,4340	1,0328	13,5	16,0257	0,5408
90,0	94,4886	10,1191	31,0	34,4012	1,0339	13,0	15,4849	0,5425
80,0	84,3695	10,1354	30,0	33,3673	1,0351	12,5	14,9424	0,5445
70,0	74,2341	5,0752	29,0	32,3322	1,0364	12,0	14,3979	0,5465
65,0	69,1589	5,0814	28,0	31,2958	1,0377	11,5	13,8514	0,5488
60,0	64,0775	5,0885	27,0	30,2581	1,0392	11,0	13,3026	0,5513
55,0	58,9890	5,0972	26,0	29,2189	1,0408	10,5	12,7513	0,5541
50,0	53,8918	1,0206	25,0	28,1781	1,0426	10,0	12,1972	0,2224
49,0	52,8712	1,0210	24,0	27,1352	1,0445	9,8	11,9748	0,2230
48,0	51,8502	1,0215	23,0	26,0910	1,0465	9,6	11,7518	0,2235
47,0	50,8287	1,0220	22,0	25,0445	1,0488	9,4	11,5283	0,2242
46,0	49,8067	1,0225	21,0	23,9957	1,0513	9,2	11,3041	0,2247
45,0	48,7842	1,0230	20,0	22,9444	0,5266	9,0	11,0794	0,2253
44,0	47,7612	1,0235	19,5	22,4178	0,5274	8,8	10,8541	0,2260
43,0	46,7377	1,0241	19,0	21,8904	0,5282	8,6	10,6281	0,2266
42,0	45,7136	1,0247	18,5	21,3622	0,5290	8,4	10,4015	0,2274
41,0	44,6889	1,0253	18,0	20,8332	0,5298	8,2	10,1741	0,2282
40,0	43,6636	1,0260	17,5	20,3034	0,5308	8,0	9,9459	0,2290
39,0	42,6376	1,0267	17,0	19,7726	0,5318	7,8	9,7169	0,2298
38,0	41,6109	1,0274	16,5	19,2408	0,5327	7,6	9,4871	0,2308

$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $
37,0	40,5835	1,0281	16,0	18,7081	0,5339	7,4	9,2563	0,2317
36,0	39,5554	1,0290	15,5	18,1742	0,5341	7,2	9,0246	0,2328
35,0	38,5264	1,0299	15,0	17,6391	0,5364	7,0	8,7918	0,2339
34,0	37,4969	1,0308	14,5	17,1027	0,5378	6,8	8,5579	0,2351
33,0	36,4657	1,0317	14,0	16,5649	0,5392	6,6	8,3228	0,2365
6,4	8,0863	0,2376	2,2	2,3823	0,1870	1,23	-0,2397	0,0544
6,2	7,8487	0,2393	2,1	2,1953	0,1953	1,22	-0,2941	0,0565
6,0	7,6094	0,2408	2,0	2,0000	0,2054	1,21	-0,3506	0,0588
5,8	7,3686	0,2425	1,9	1,7946	0,2177	1,20	-0,4094	0,0613
5,6	7,1261	0,2445	1,8	1,5769	0,2336	1,19	-0,4707	0,0641
5,4	6,8816	0,2465	1,7	1,3433	0,2541	1,18	-0,5348	0,0672
5,2	6,6351	0,2488	1,6	1,0892	0,2823	1,17	-0,6020	0,0706
5,0	6,3863	0,1253	1,50	0,8069	0,0303	1,16	-0,6726	0,0745
4,9	6,2610	0,1260	1,49	0,7766	0,0306	1,15	-0,7471	0,0790
4,8	6,1350	0,1267	1,48	0,7460	0,0310	1,14	-0,8261	0,0841
4,7	6,0083	0,1274	1,47	0,7150	0,0315	1,13	-0,9102	0,0901
4,6	5,8809	0,1281	1,46	0,6835	0,0320	1,12	-1,0003	0,0970
4,5	5,7528	0,1290	1,45	0,6515	0,0325	1,11	-1,0973	0,1053
4,4	5,6238	0,1299	1,44	0,6190	0,0330	1,100	-1,2026	0,0563
4,3	5,4939	0,1307	1,43	0,5860	0,0335	1,095	-1,2589	0,0591
4,2	5,3632	0,1318	1,42	0,5525	0,0341	1,090	-1,3180	0,0621
4,1	5,2314	0,1328	1,41	0,5184	0,0347	1,085	-1,3801	0,0656
4,0	5,0986	0,1339	1,40	0,4837	0,0353	1,080	-1,4457	0,0696
3,9	4,9647	0,1351	1,39	0,4484	0,0360	1,075	-1,5153	0,0740
3,8	4,8296	0,1364	1,38	0,4124	0,0367	1,070	-1,5893	0,0791
3,7	4,6932	0,1377	1,37	0,3757	0,0374	1,065	-1,6684	0,0850
3,6	4,5555	0,1392	1,36	0,3383	0,0381	1,060	-1,7534	0,0920
3,5	4,4163	0,1408	1,35	0,3002	0,0390	1,055	-1,8454	0,1003
3,4	4,2755	0,1426	1,34	0,2612	0,0399	1,050	-1,9457	0,1104
3,3	4,1329	0,1444	1,33	0,2213	0,0408	1,045	-2,0561	0,1228
3,2	3,9885	0,1466	1,32	0,1805	0,0418	1,040	-2,1789	0,1385
3,1	3,8419	0,1485	1,31	0,1387	0,0428	1,035	-2,3174	0,1592
3,0	3,6934	0,1514	1,30	0,0959	0,0439	1,030	-2,4766	0,0710
2,9	3,5420	0,1542	1,29	0,0520	0,0451	1,028	-2,5476	0,0761
2,8	3,3878	0,1572	1,28	0,0069	0,0069	1,026	-2,6237	0,0820

$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\varphi(\eta)$	$ \Delta $
2,7	3,2306	0,1606	1,27846	0	0,0393	1,024	-2,7057	0,0890
2,6	3,0700	0,1645	1,27	-0,0393	0,0478	1,022	-2,7947	0,0973
2,5	2,9055	0,1690	1,26	-0,0871	0,0492	1,020	-2,8920	0,1074
2,4	2,7365	0,1741	1,25	-0,1363	0,0508	1,018	-2,9994	0,1198
2,3	2,5624	0,1801	1,24	-0,1871	0,0526	1,016	-3,1192	0,1355
1,014	-3,2547	0,1564	1,007	-3,9548	0,1552	1,002	-5,2126	0,6942
1,012	-3,4111	0,1841	1,006	-4,1100	0,1833	1,001	-5,9068	
1,010	-3,5952	0,1063	1,005	-4,2933	0,2242			
1,009	-3,7015	0,1188	1,004	-4,5175	0,2887			
1,008	-3,8203	0,1345	1,003	-4,8062	0,4064			

Обратный уклон ( $i < 0$ )

Таблица III

$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $
0,010	-0,00005	0,00005	0,17	-0,0130	0,0014	0,42	-0,0693	0,0030
0,015	-0,0001	0,0001	0,18	-0,0144	0,0016	0,43	-0,0723	0,0031
0,020	-0,0002	0,0001	0,19	-0,0160	0,0017	0,44	-0,0754	0,0031
0,025	-0,0003	0,0001	0,20	-0,0177	0,0017	0,45	-0,0785	0,0031
0,030	-0,0004	0,0002	0,21	-0,0194	0,0018	0,46	-0,0816	0,0031
0,035	-0,0006	0,0002	0,22	-0,0212	0,0018	0,47	-0,0847	0,0032
0,040	-0,0008	0,0002	0,23	-0,0230	0,0019	0,48	-0,0879	0,0033
0,045	-0,0010	0,0002	0,24	-0,0249	0,0020	0,49	-0,0912	0,0033
0,050	-0,0012	0,0002	0,25	-0,0269	0,0020	0,50	-0,0925	0,0034
0,055	-0,0014	0,0003	0,26	-0,0289	0,0021	0,51	-0,0979	0,0034
0,060	-0,0017	0,0003	0,27	-0,0310	0,0021	0,52	-0,1013	0,0034
0,065	-0,0020	0,0004	0,28	-0,0331	0,0022	0,53	-0,1047	0,0035
0,070	-0,0024	0,0003	0,29	-0,0353	0,0023	0,54	-0,1082	0,0035
0,075	-0,0027	0,0003	0,30	-0,0376	0,0024	0,55	-0,1117	0,0036
0,080	-0,0030	0,0004	0,31	-0,0400	0,0024	0,56	-0,1153	0,0036
0,085	-0,0034	0,0004	0,32	-0,0424	0,0024	0,57	-0,1189	0,0037
0,090	-0,0038	0,0004	0,33	-0,0448	0,0025	0,58	-0,1226	0,0037
0,095	-0,0042	0,0005	0,34	-0,0473	0,0026	0,59	-0,1263	0,0037
0,10	-0,0047	0,0010	0,35	-0,0499	0,0026	0,60	-0,1300	0,0038
0,11	-0,0057	0,0010	0,36	-0,0525	0,0027	0,61	-0,1338	0,0038

$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $
0,12	-0,0067	0,0011	0,37	-0,0552	0,0027	0,62	-0,1376	0,0038
0,13	-0,0078	0,0012	0,38	-0,0579	0,0028	0,63	-0,1414	0,0039
0,14	-0,0090	0,0012	0,39	-0,0607	0,0028	0,64	-0,1453	0,0039
0,15	-0,0102	0,0014	0,40	-0,0635	0,0029	0,65	-0,1492	0,0040
0,16	-0,0116	0,0014	0,41	-0,0664	0,0029	0,66	-0,1532	0,0040
0,67	-0,1572	0,0040	1,2	-0,4116	0,0555	11,5	-8,9743	0,4608
0,68	-0,1612	0,0041	1,3	-0,4671	0,0574	12,0	-9,4351	0,4622
0,69	-0,1653	0,0041	1,4	-0,5245	0,0592	12,5	-9,8973	0,4636
0,70	-0,1694	0,0041	1,5	-0,5837	0,0608	13,0	-10,3609	0,4650
0,71	-0,1735	0,0042	1,6	-0,6445	0,0623	13,5	-10,8259	0,4661
0,72	-0,1777	0,0042	1,7	-0,7068	0,0636	14,0	-11,2920	0,4672
0,73	-0,1819	0,0042	1,8	-0,7704	0,0649	14,5	-11,7592	0,4682
0,74	-0,1861	0,0043	1,9	-0,8353	0,0661	15,0	-12,2274	0,4692
0,75	-0,1904	0,0043	2,0	-0,9014	0,0672	15,5	-12,6966	0,4702
0,76	-0,1947	0,0043	2,1	-0,9686	0,0683	16,0	-13,1668	0,4710
0,77	-0,1990	0,0044	2,2	-1,0369	0,0692	16,5	-13,6378	0,4718
0,78	-0,2034	0,0044	2,3	-1,1061	0,0701	17,0	-13,1096	0,4762
0,79	-0,2078	0,0044	2,4	-1,1762	0,0710	17,5	-14,5822	0,4734
0,80	-0,2122	0,0045	2,5	-1,2472	0,0719	18,0	-15,0556	0,4741
0,81	-0,2167	0,0045	2,6	-1,3191	0,0726	18,5	-15,5297	0,4726
0,82	-0,2212	0,0045	2,7	-1,3917	0,0733	19,0	-16,0043	0,4753
0,83	-0,2257	0,0045	2,8	-1,4650	0,0740	19,5	-16,4796	0,4759
0,84	-0,2302	0,0046	2,9	-1,5390	0,0747	20,0	-16,9555	0,9535
0,85	-0,2348	0,0046	3,0	-1,6137	0,3822	21,0	-17,9090	0,9555
0,86	-0,2394	0,0046	3,5	-1,9959	0,3947	22,0	-18,8645	0,9575
0,87	-0,2440	0,0047	4,0	-2,3906	0,4047	23,0	-19,8220	0,9591
0,88	-0,2487	0,0047	4,5	-2,7953	0,4129	24,0	-20,7811	0,9608
0,89	-0,2534	0,0047	5,0	-3,2082	0,4200	25,0	-21,7419	0,9623
0,90	-0,2581	0,0048	5,5	-3,6282	0,4259	26,0	-22,7042	0,9636
0,91	-0,2629	0,0048	6,0	-4,0541	0,4310	27,0	-23,6678	0,9649
0,92	-0,2677	0,0048	6,5	-4,4851	0,4355	28,0	-24,6327	0,9661
0,93	-0,2725	0,0048	7,0	-4,9206	0,4393	29,0	-25,5988	0,9672
0,94	-0,2773	0,0049	7,5	-5,3599	0,4429	30,0	-26,5660	0,9682
0,95	-0,2822	0,0049	8,0	-5,8028	0,4459	31,0	-27,5342	0,9693
0,96	-0,2871	0,0049	8,5	-6,2487	0,4487	32,0	-28,5035	0,9702

$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $	$\eta$	$\psi(\eta)$	$ \Delta $
0,97	— 0,2920	0,0049	9,0	— 6,6974	0,4512	33,0	— 29,4787	0,9710
0,98	— 0,2939	0,0050	9,5	— 7,1486	0,4535	34,0	— 30,4447	0,9718
0,99	— 0,3019	0,0050	10,0	— 7,6021	0,4556	35,0	— 31,4165	0,9726
1,0	— 0,3069	0,0512	10,5	— 8,0577	0,4574	36,0	— 32,3891	0,9734
1,1	— 0,3581	0,0535	11,0	— 8,5151	0,4592	37,0	— 33,3625	0,9740
38,0	— 34,3365	0,9746	48,0	— 44,1082	0,9798	100,0	— 95,3849	
39,0	— 35,3111	0,9753	49,0	— 45,0880	0,9802			
40,0	— 36,2864	0,9759	50,0	— 46,0682	0,9064			
41,0	— 37,2623	0,9765	55,0	— 50,9746	4,9145			
42,0	— 38,2388	0,9770	60,0	— 55,8891	4,9213			
43,0	— 39,2158	0,9775	65,0	— 60,8104	4,9270			
44,0	— 40,1933	0,9780	70,0	— 65,7374	4,9319			
45,0	— 41,1713	0,9785	75,0	— 70,6693	4,9362			
46,0	— 42,1498	0,9790	80,0	— 75,6055	9,8736			
47,0	— 43,1288	0,9794	90,0	— 85,4891	9,8958			

Приложение II

Таблица натуральных логарифмов чисел от 1 до 109

(основание  $e = 2,71828...$ )

Десятки \ Единицы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	—	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794
1	2,3026	2,3979	2,4849	2,5649	2,6391	2,7081	1,7726	2,8332	2,8904	2,9444
2	2,9957	3,0445	3,0910	3,1355	3,1781	3,2189	3,2581	3,2958	3,3322	3,3673
3	3,4012	3,4340	3,4657	3,4965	3,5264	3,5553	3,5835	3,6109	3,6376	3,6636
4	3,6889	3,7136	3,7377	3,7612	3,7842	3,8067	3,8286	3,8501	3,8712	3,8918
5	3,9120	3,9318	3,9512	3,9703	3,9890	4,0073	4,0254	4,0431	4,0604	4,0775
6	4,0943	4,1109	4,1271	4,1431	4,1589	4,1744	4,1897	4,2047	4,2195	4,2341
7	4,2485	4,2627	4,2767	4,2905	4,3041	4,3175	4,3307	4,3438	4,3567	4,3694
8	4,3820	4,3944	4,4067	4,4188	4,4308	4,4427	4,4543	4,4659	4,4773	4,4886
9	4,4998	4,5109	4,5218	4,5326	4,5433	4,5539	4,5643	4,5747	4,5850	4,5951
10	4,6052	4,6151	4,6250	4,6347	4,6444	4,6540	4,6634	4,6728	4,6821	4,6913

## СПИСОК ГЛАВНЕЙШЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### А. Литература к гл. I, II, III и IV

#### а) Русская

1. Каменский Г. Н., Корчебоков Н. А. и Разин К. П. Движение подземных вод в неоднородных пластах. Москва 1935.
2. Каменский Г. Н. и Гармонов И. В. Карты водопроницаемости и динамических запасов грунтовых вод в бассейне р. Пехорки. Труды I гидрогеологического съезда. Вып. 6, Москва — Ленинград 1933.
3. Кене В. Учение о грунтовых водах. Госстройиздат, Москва — Ленинград 1932.
4. Лейбензон Л. С. Нефтепромысловая механика. Ч. II, Москва 1934.
5. Люгер. Водоснабжение городов. Перевод Боровича, 1901.
6. Павловский Н. Н. Гидравлика. Ч. I, изд. Упр. водн. хозяйства Средней Азии и Госуд. научн. мелior. института, Ленинград 1928.
7. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями. Петроград 1923.
8. Павловский Н. Н. Неравномерное движение грунтовых вод. Гос. институт сооружений. Сообщено 19, Москва 1930.
9. Павловский Н. Н. Неравномерное движение грунтовых вод. Дальнейшее развитие вопроса. Ленинград 1930.
10. Полюнов Б. Б. К вопросу о факторах водопроницаемости естественных почв и грунтов. Изд. Гос. научн. мелior. инст. Ленинград 1929.
11. Черкасас А. А. Водозадерживающее действие глиняной одежды водохранилища и канала. Гос. инст. сооруж. Сообщение 32, Москва — Ленинград 1931.

#### б) Иностранная

12. Boussinesq. Essai sur la théorie des eaux courantes. Paris 1877.
13. R. Dachler. Über Sickerwasserströmungen in geschichtetem Material. „Die Wasserwirtschaft“, 1933, Nr. 2.
14. Dupuit. Memoire sur la mouvement de l'eau à travers les terrains perméables. Paris 1857.
15. Forchheimer. Ph. Hydraulik. Dritte Auflage. Leipzig und Berlin 1930.
16. Lueger. Theorie der Bewegung des Grundwassers. Stuttgart 1883.

### Б. Литература к гл. V

#### а) Русская

17. Амброз А. В. Подземные условия нефтяных месторождений. Изд. Сов. нефт. промышл., Москва 1923.
18. Весиоровская М. А. Наблюдение над режимом грунтовых вод в пойме р. Волги Самарской Луки. Очерк гидрогеологических исследований Волгостроя. Москва 1934.
19. Геффер Г. Подземные воды и источники. Госиздат, Москва — Ленинград 1925.

20. *Козин К.* О возможности определения направления движения подземных вод в горных породах по одной скважине. Вопросы гидрогеологии. Вып. I.
21. *Кочерин Д. И.* Определение расхода свободных грунтовых вод. Мат. по водн. изыск. в Крыму, 1916. Гидрометр. отд., вып. 1.
22. *Слиттер.* Подземные воды (пер. с англ. Стопневича), ОПБ 1912.
23. *Тихомиров Н. К.* Определение направлений и скоростей движения подземных вод в различных породах. Геол. изд., Москва 1931.

#### б) Иностранная

24. *Dole R.* Use of fluorescein in the study of underground Waters. Water Supply paper, 160, U. S. Geol. Survey 1906.
25. *Тшет А.* Verfahren für Messung natürlicher Grundwasser geschwindigkeiten. „Polyt. Natizblatt VXLII, 1887.

### В. Литература к гл. VI, VII и VIII

#### а) Русская

26. *Альтовский М. Е.* Расчет дебита буровых скважин по данным опытных откачек. Сборник трудов водопроводного сектора, Москва 1931.
27. *Архангельский Г., Замарин Е. и Решеткин М.* Полевые исследования водоотдачи грунтов. Москва — Ташкент 1932.
28. *Бобков Н. В.* Инженерно-геологические исследования в связи с проектированием инженерных сооружений. Ленинград 1932.
29. *Богомолов Г. В.* К методике определения производительности водонесных пластов откачкой. Гидротехеинист., вып. 18, Москва 1933.
30. *Бутов П. И.* Определение мощности подземных потоков. Москва — Ленинград 1931.
31. *Бутов П. И.* О проницаемости для воды лессовидных суглинков в Средней Азии. «Вестник ирригации» № 3, 1929.
32. *Добровольский К. П.* Теоретическое основание методов исследования на водопроницаемость. Тифлис 1932.
33. *Каменский Г. П. и Богомолов Г. В.* Подсчет коэффициента фильтрации для случая асимметричной воронки депрессии. «Гидротехнич. строительство» № 2—3, 1932.
34. *Келлер Г.* Напорные воды. Москва.
35. *Краснопольский А. А.* Грунтовые и артезианские колодцы. Т. I, II, III. «Горный журнал» 1912.
36. *Кусакин И.* Искусственное понижение уровня грунтовых вод. Ленинград 1930.
37. *Люгер.* Водоснабжение городов. Перевод. Боровичи, 1901.
38. *Молчанов Л. А.* Исследование фильтрационных свойств грунтов и вероятной потери воды из проектируемого Меручанского водохранилища. «Вестник ирригации» № 12, 1927.
39. *Принц.* Гидрогеология. Москва 1932.
40. *Саваренский Ф. П.* Определение коэффициента водопроницаемости. Геолог. изд. Гл. геологоразвед. упр., Ленинград 1931.
41. *Саваренский Ф. П.* Гидрогеология. Гос. научн.-техн. изд., Москва—Ленинград—Новосибирск 1934.
42. *Сурип А. А.* Водоснабжение. Ч. I, изд. Кубуч, Ленинград 1926.
43. *Шипенко П. И.* Определение коэффициента фильтрации способом откачки. Гос. энерг. изд., Ленинград—Москва 1933.

#### б) Иностранная

44. *Dupuit.* Memoire sur la mouvement l'eau à travers les terraines permeables. Paris 1857.
45. *Ehrenberger.* Versuche über Ergiebigkeit von Brunnen Zeitschrift Öst. Ingenieur u. Architekten Vereines 1928. Heft 9 ff, Wien.
46. *Flügel K.* Kritische untersuchungen über die Theorien der grundwasserbewegung und ihre Anwendung auf die vollkommenen Brunnen. Karlsruhe 1928.
47. *Козену.* Theorie und Berechnung der Brunnen Wasserkraft Wasserwirtschaft. 1933, Н. 8, 9, 10
48. *Козену.* Über grundwasser bewegung. Wasserkraft und Wnsserwirtschaft. 1927, Н. 5.
49. *Lueger und Weyrauch.* Die Wasserversorgung der Städte. I Band, Leipzig 1914.

50. *Prinz*. Hydrologue. Berlin 1923 (имеется обширнейший список литературы).  
51. *Schultze*. Die Grundwasserabsenkung in Theorie und Praxis. Berlin 1924.  
52. *Smreker*. Das Grundwasser. S. 27.  
53. *Thiem A.* Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlocher, Schachtbrunnen und Filtergallerien. «Journ. für Gasbeleitung und Wasserversorgung» 1870.  
54. *Thiem G.* Hydrologische Methoden. Leipzig 1906.

### Г. Литература к гл. IX

#### а) Русская

55. *Бобков Н. В.* Инженерно-геологические исследования в связи с проектировкой различных сооружений. Москва — Ленинград 1931.  
56. *Глушков В. Г.* Коэффициент сопротивления фильтрации и расход воды на фильтрацию под плотинами и из водохранилищ. «Изв. гидролог. инст.» № 46. Ленинград 1932.  
57. *Давидович В. И.* Метод электро-гидродинамических аналогий. Ленинград 1932.  
58. *Жуковский Н. Е.* Просачивание воды через плотины. Опытн.-мелиор. часть НКЗ, вып. 30, 1923.  
59. *Замарин Е. А.* Расчет движения грунтовых вод. Изд. отд. ИВХ, Ташкент 1928.  
60. *Замарин Е. А.* Движение грунтовых вод под гидротехническими сооружениями. Изд. НИХИ, Ташкент 1931.  
61. *Замарин Е. А.* Гидротехнический расчет сооружений. Москва — Ташкент, 1933.  
62. *Каменский Г. Н.* Движение подземных вод в неоднородных пластах. Москва 1935.  
63. *Павловский Н. Н.* Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями. Петроград 1923.  
64. *Терцаги К.* Инженерная геология, Москва 1932.  
65. *Терцаги К.* Строительная механика грунта. Москва 1933.

#### б) Иностранная

66. *Dachler R.* Über Sickerwasserstömungen in Geschichtetem Material. Wasserwirtschaft. 1933, Nr. 2.  
67. *Forchheimer.* Zur Grundwasserbewegung nach isothermischen Kurwencharen. Sitzungsbericht der Akad. d. Wiss. Wien 1917.  
68. *Schaffernak.* Erforschung der physikalischen Gesetze nach welchen die Durchsickerung des Wassers durch eine Talsperre oder durch untergrund stattfindet. Wasserwirtschaft. Nr. 30, 1933, S. 399.
-

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Предисловие . . . . .	3
-----------------------	---

### Глава I. Вводная

§ 1. Задачи динамики подземных вод . . . . .	5
§ 2. Условия применения основных законов движения подземных вод . . . . .	6
§ 3. Элементы фильтрационного потока . . . . .	8
§ 4. Основные типы фильтрационных потоков . . . . .	9
§ 5. Общее дифференциальное уравнение движения подземных вод. Уравнение Дюпюи . . . . .	13
§ 6. Однородные и неоднородные по водопроницаемости пласты . . . . .	15
§ 7. Установившееся и изменяющееся во времени движение подземных вод . . . . .	16
§ 8. Грунтовые потоки с свободной поверхностью и напорные потоки . . . . .	17

### Глава II

#### Теория движения подземных вод в однородных пластах

§ 9. Равномерное движение грунтовых вод в наклонном пласте . . . . .	19
§ 10. Движение грунтовых вод в горизонтальном водоносном пласте . . . . .	21
§ 11. Неравномерное движение грунтовых вод в наклонных водоносных пластах . . . . .	24
§ 12. Движение грунтовых вод при обратном уклоне . . . . .	28
§ 13. Применение формул неравномерного движения грунтовых вод для определения расхода грунтового потока . . . . .	30
§ 14. Видоизмененное уравнение Дюпюи для наклонного пласта . . . . .	33
§ 15. Общая приближенная формула расхода подземного потока . . . . .	35
§ 16. Движение грунтовых вод при переменном уклоне основания водоносного пласта . . . . .	37
§ 17. Уравнение движения напорных вод в однородном пласте постоянной мощности . . . . .	39
§ 18. Приближенная формула расхода для напорного потока переменной мощности . . . . .	41
§ 19. Радиальный поток . . . . .	42
§ 20. Уравнение движения грунтовых вод в горизонтальном пласте при учете инфильтрации сверху . . . . .	44
§ 21. Приближенное уравнение движения грунтовых вод в наклонном пласте при учете инфильтрации . . . . .	49
§ 22. Замечания об использовании выходов подземных вод при практическом применении выведенных выше уравнений . . . . .	50
§ 23. Проработка уравнений движения грунтовых вод на опытах в фильтрационном лотке . . . . .	53
§ 24. Некоторые выводы из теории движения подземных вод в водоносных пластах . . . . .	57

### Глава III

#### Теория движения подземных вод в неоднородных пластах

§ 25. Случай неоднородного строения водоносных пластов . . . . .	61
§ 26. Понятие о среднем коэффициенте фильтрации пласта . . . . .	62
§ 27. Равномерное движение подземных вод в слоистом пласте . . . . .	62
§ 28. Движение грунтовых вод в слоистом горизонтальном пласте . . . . .	67

§ 29.	Движение воды в артезианском пласте, при постепенно изменяющейся водопроницаемости пласта . . . . .	Стр. 69
§ 30.	Движение подземных вод в водоносных пластах при резких сменах водопроницаемости пород . . . . .	70
§ 31.	Приближение уравнения движения подземных вод для неоднородных пластов более сложного строения . . . . .	74
§ 32.	Приближенное уравнение депрессионной кривой в неоднородном пласте при учете инфильтрации . . . . .	75
§ 33.	Об изучении водопроницаемости толщ неоднородных грунтов . . . . .	76

#### Глава IV

##### Определение подпора грунтовых вод

§ 34.	Явление подпора и связь его с режимом грунтовых вод . . . . .	78
§ 35.	Определение подпора грунтовых вод по формуле Дююи для горизонтального однородного пласта . . . . .	79
§ 36.	Определение подпора грунтовых вод в случае наклонной поверхности основания пласта . . . . .	83
§ 37.	Определение подпора грунтовых вод с помощью видоизмененной формулы Дююи для наклонного пласта . . . . .	92
§ 38.	Определение подпора грунтовых вод при изменении области питания . . . . .	95
§ 39.	Определение подпора грунтовых вод в неоднородных по водопроницаемости пластах . . . . .	101

#### Глава V

##### Опытное определение действительной скорости движения подземных вод

§ 40.	Теоретическое представление о движении воды в порах грунта . . . . .	107
§ 41.	Определение направления потока по карте гидроизогипс и теоретическое вычисление скорости . . . . .	112
§ 42.	Индикаторы и предъявляемые к ним требования . . . . .	113
§ 43.	Определение скорости движения подземных вод с помощью поваренной соли . . . . .	114
§ 44.	Электролитический способ Сликтера . . . . .	115
§ 45.	Определение направления и скорости движения подземных вод с помощью флюоресценции и других красящих индикаторов . . . . .	122
§ 46.	Другие способы определения скорости и направления движения подземных вод . . . . .	128

#### Глава VI

##### Движение подземных вод к водосборным сооружениям (Теория грунтового и артезианского колодцев по Дююи)

§ 47.	Предварительные определения. Типы водосборов . . . . .	134
§ 48.	Уравнение притока воды к артезианскому колодцу по Дююи . . . . .	135
§ 49.	Грунтовой трубчатый колодец . . . . .	139
§ 50.	Радиус влияния колодца. Область питания . . . . .	147
§ 51.	Несовершенный колодец . . . . .	150
§ 52.	Формулы притока воды к грунтовому и артезианскому колодцам при сложном строении водоносного пласта . . . . .	154
§ 53.	Применение уравнений Дююи к определению водопроницаемости и производительности водоносных пластов откачкой. Метод Тима . . . . .	158

#### Глава VII

##### Движение подземных вод к водосборным сооружениям (продолжение)

§ 54.	Шахтные колодцы с проницаемым дном . . . . .	168
§ 55.	Формулы Смрекера . . . . .	171
§ 56.	Приток воды к водосборам в трещиноватых породах. Формула Шези-Краснопольского . . . . .	177
§ 57.	Кривые зависимости дебита грунтового колодца от понижения . . . . .	181

§ 58. Кривые дебита артезианского колодца . . . . .	Стр. 185
§ 59. Составление уравнения кривой дебита по данным пробных откачек . . . . .	187
§ 60. Применение способа наименьших квадратов к определению параметров уравнений кривых дебита . . . . .	189
§ 61. Замечания о пределах применимости кривых дебита колодцев при больших понижениях уровня воды . . . . .	194
§ 62. Взаимодействие колодцев . . . . .	195
§ 63. Движение грунтовых вод к горизонтальным водосборам . . . . .	196

### Глава VIII

#### Поглощающие колодцы и шурфы

§ 64. Поглощающие колодцы . . . . .	204
§ 65. Поглощающий колодец с проницаемым дном . . . . .	207
§ 66. Инфильтрация из шурфов в сухой грунт . . . . .	208
§ 67. Определение водопроницаемости сухих грунтов путем наблюдения за инфильтрацией . . . . .	212

### Глава IX

#### Движение подземных вод под гидротехническими сооружениями

§ 68. Явления фильтрации, возникающие при устройстве плотин. Опыты Клийборна . . . . .	219
§ 69. Теория Бляя . . . . .	220
§ 70. Теория струйного движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями . . . . .	223
§ 71. Опытное определение элементов фильтрационного потока под сооружениями с помощью фильтрационных лотков . . . . .	232
§ 72. Метод электро-гидродинамических аналогий . . . . .	233
§ 73. Действие фильтрационного потока на грунт . . . . .	235
§ 74. Определение расхода на фильтрацию под плотинами . . . . .	240
§ 75. Фильтрация под сооружениями в неоднородных грунтах . . . . .	245
§ 76. Фильтрация в обход плотины . . . . .	253
§ 77. Фильтрация из водохранилищ . . . . .	256
§ 78. Определение фильтрации из водохранилищ по методу аналогий . . . . .	263

#### Приложение I

Таблицы функций $\varphi(\eta)$ для расчета уравнений неравномерного движения грунтовых вод (по Павловскому) . . . . .	266
Таблица I. Прямой уклон ( $i > 0$ ). Кривая спада . . . . .	266
Таблица II. Прямой уклон ( $i > 0$ ). Кривая подпора . . . . .	267
Таблица III. Обратный уклон ( $i < 0$ ) . . . . .	269

#### Приложение II

Таблица натуральных логарифмов чисел от 1 до 109 . . . . .	271
Список главнейшей литературы . . . . .	272

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть	По чьей вине
7	18 снизу	$I = bv^2$	$I = av$	авт.
15	5 сверху	вертикального сечения к нормальному	нормального сечения к вертикальному	"
19	3 снизу	деления	умножения	"
20	3 сверху	$Q = \frac{kVh}{\cos \alpha} \cdot \frac{H_1 - H_2}{l}$	$Q = kVh \cos \alpha \frac{H_1 - H_2}{l}$	"
26	Подпись под фиг. 16	<i>I</i> — кривая спада, <i>II</i> — кривая подпора	<i>I</i> — кривая подпора, <i>II</i> — кривая спада	"
53	5 сверху	результат	резервуар	тип.
155	16 снизу	$h$	$h_1$	авт.
183	9 снизу	$\alpha = \frac{S^2}{\dots}$	$\alpha = \frac{S^2}{Q_{\max}}$	авт. и тип.
195	11 сверху	$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\lg u}{1 \left( \frac{v^2 + 1}{v} \right)}$	$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\lg u}{\lg u + \lg \left( \frac{v^2 + 1}{2v} \right)}$	тип.
196	4 снизу	расстояниях	расстоянии $x$	корр.
203	3 — 4 сверху	$s$	$x$	"
217	4 сверху	$V_3 = \frac{1}{2} \pi a^2 h + \frac{1}{6} \pi h^3$	$V_3 = \frac{1}{2} \pi a^2 h + \frac{1}{6} \pi h^3$	тип.
225	21 сверху	$h = H$	$h = H_2$	"

3 р. 20 к. Пер. 60 к.  
ГР-55-5-2

8240

8960.