В. М. ГОРОХОВСКИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ДОСТОВЕРНОСТЬ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОГНОЗОВ

В. М. Гороховский

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ДОСТОВЕРНОСТЬ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОГНОЗОВ

Москва, «Недра», 1977

УДК 624.131:551.49

Гороховский В. М. Математические методы и достоверность гидрогеологических и инженерно-геологических прогнозов. М., «Недра», 1977, 76 с.

Обсуждены некоторые проблемы применения в гидрогеологии и инженерной геологии методов математической физики при построении прогнозов и определении свойств объектов по натурным и режимным наблюдениям и математической статистики при изучении пространственной изменчивости свойств, выборе расчетных параметров, определении необходимых объемов исследований, проверке гипотез и в ряде других задач. Показано, что существуют задачи, в которых даже при удовлетворительном качестве исходной информации и тщательном подборе расчетных схем результаты могут нести неконтролируемые погрешности, и задачи, в которых замкнутая оценка погрешностей возможна. Рассмотрены пути повышения эффективности использования математических методов. Схожие в методологическом отношении проблемы существуют во всех геологических дисциплинах, поэтому в книге используется лишь самый элементарный математический аппарат и простейшие иллюстрации, допускающие непосредственную проверку на всех стадиях рассуждений и вычислений.

Книга предназначена для гидрогеологов, инженеров-геологов, а также может быть полезна для математиков, занимающихся обработкой геологической информации, и проектировщиков.

Табл. 9, ил. 6, список лит. — 47 назв

$\text{Г}\,\dfrac{20806-118}{043(01)-77}\,30-77$

ПРЕДИСЛОВИЕ

В предлагаемой книге обсуждаются вопросы, связанные с гидрогеологическими и инженерно-геологическими приложениями методов математической физики и математической статистики. С помощью методов математической физики решаются прямые (прогнозные) и обратные (определение свойств объектов по результатам опытных исследований и натурных наблюдений) задачи. Наиболее широко они используются при изысканиях с целью водоснабжения, орошения, осушения, прогнозировании динамики соле- и влагопереноса в грунтах и в подобных задачах. Среди статистических методов рассматриваются тренд-анализ, один из основных в настоящее время инструментов изучения и описания региональной изменчивости свойств; статистический подход к выбору расчетных параметров, широко практикуемый в гидрогеологии и инженерной геологии; задача статистической проверки и выбора гипотез в разнообразных видах, очень часто встречающаяся в приложениях математических методов, и другие вопросы. Эти две группы не исчерпывают, разумеется, всех методов прогнозов в гидрогеологии и инженерной геологии, но они используются шире, чем все остальные, чем и объясняется их выбор.

Геологические приложения математических методов сопровождаются многочисленными упрощающими допущениями. Они настолько привычны и естественны, что их последствия почти никогда не анализируются, а между тем во многих случаях ими полностью обесцениваются получаемые результаты. Чтобы показать это, в книге проводится сопоставление точных результатов, получаемых точным решением математических задач, к которым сводятся соответствующие гидрогеологические и инженерно-геологические задачи, с результатами, получаемыми при обычных для практики упрощающих предположениях и приемах. Возможности получения точных решений крайне ограничены. Кроме того, хотелось, чтобы читатель мог внимательно проследить за тем, как обычные в сущности предположения кардинально трансформируют задачи и как это отражается на получаемых результатах. Поэтому в качестве иллюстраций приводятся простейшие примеры, допускающие непосредственную проверку на любом этапе рассуждений и вычислений. Так, при обсуждении вопросов, связанных с применением методов математической физики, рассматриваются задачи определения положения установившейся кривой депрессии в системе канал — дрена или между двух дрен. Дифференциальные уравнения, к которым сводятся эти задачи, допускают простое интегрирование и получение точных аналитических решений для несложных случаев пространственной изменчивости коэффициентов фильтрации. Такие решения, к сожалению, почти невозможно получить, например, для уравнения теплопроводности, к которому сводятся многие задачи прогноза уровня грунтовых вод. При обсуждении влияния линеаризации на эффективность описания исследуемых взаимосвязей с помощью уравнений регрессий, последние строятся по двум точкам, когда содержат один подлежащий определению коэффициент, и по трем, когда коэффициентов два. Это делает вычисления простыми, а для дела сложность задачи и количество информации значения не имеют.

Читатель обнаружит некоторую асимметрию в распределении примеров. Методы математической физики рассматриваются почти исключительно в связи с гидрогеологическими задачами, а статистические — с инженерно-геологическими. Эта асимметрия отражает реально существующее положение. Но тенденции таковы, что методы математической физики все более входят в практику инженерно-геологических исследований, а статистические — все шире применяются в гидрогеологии. Несомненно, что эти тенденции будут развиваться и дальше. Поэтому совместное рассмотрение задач инженерной геологии и гидрогеологии представляется и целесообразным и полезным тем более, что на практике часто приходится сталкиваться и с теми и другими задачами одновременно. На подборе задач безусловно сказалось и то, что автору долгое время пришлось заниматься математической обработкой результатов инженерно-мелиоративных изысканий, в процессе которых решаются разнообразные задачи, связанные со строительством гидротехнических сооружений, поселков, дорог, ЛЭП, защитой территории от подтопления, засоления и т. д. Они являются широким комплексом геологических, гидрогеологических, инженерно-геологических, почвенных, геофизических и многих других видов исследований. При всем разнообразии объектов, задач и методов исследований обработка и интерпретация их результатов с точки зрения построения прогнозов и оценок их достоверности порождают достаточно схожие проблемы, которые сводятся к оценкам достоверности прогнозов, опирающихся на методы математической физики или статистики.

Затрагиваемые в книге вопросы неоднократно и плодотворно обсуждались с коллегами и специалистами из смежных областей. Особенно полезными были обмены мнениями с Л. С. Язвиным, М. В. Рацем, М. Т. Ойзерманом, которые, ознакомившись с работой в рукописи, сделали много ценных замечаний. Автор пользуется случаем выразить сердечную благодарность И. Н. Гороховской за постоянную помощь в работе при подготовке рукописи в печать.

ВВЕДЕНИЕ

В какой степени математические методы обеспечивают достоверность прогнозов? Правомочна ли постановка этого вопроса, если исключить, разумеется, случаи грубых ошибок и низкого качества исходной информации? Не является ли непрерывно расширяющееся применение математических методов и насыщение научно-исследовательских, геологических и проектно-изыскательских организаций новейшей вычислительной техникой ответом на него? Это обсуждение полезно начать с примера, представляющего общий методологический интерес.

Широко известен «великий триумф математики» — открытие планеты Нептун в 1846 г., существование и положение которой были предсказаны Леверье по неправильностям движения планеты Уран. Это блестящий пример решения обратной задачи — определения параметров системы по наблюдаемым возмущениям. Менее известно, что точно также знаменитый Леверье объяснял особенности движения планеты Меркурий. Он предсказал положение еще неоткрытой планеты и дал ей имя — Вулкан. Ее искали, но тщетно. Позже была выдвинута гипотеза, объясняющая особенности движения Меркурия влиянием космической пыли. Удалось подобрать такое распределение пыли в пространстве, которое объясняло также особенности движения Венеры, Земли и Марса. Такая удача не могла быть случайной. Но оказалось, что действительное распределение пыли в пространстве совершенно не соответствует предсказанию.

Есть определенный соблазн в пику «великому триумфу» назвать историю с Вулканом «великим провалом», но это было бы неверно. В обоих случаях математика выполнила одну и ту же работу. Прежде всего именно сопоставление действительных орбит Урана и Меркурия с их математическими моделями позволило обнаружить «неправильности». Среди множества предполагаемых причин этих «неправильностей» вполне правомочны гипотезы о неизвестных планетах и пылевых облаках, но высказанные в самом общем виде, они практически не допускают проверки. Математика позволила конкретизировать их до уровня, допускающего экспериментальную проверку, и в этом ее заслуга. В том же, что одна гипотеза подтвердилась, а другая — нет, математика не при чем. Просто «неправильности» движения Меркурия вызваны другой причиной. О ней тоже нужно было сначала догадаться, а для проверки — наблюдать, вычислять, сопоставлять.

Этот пример демонстрирует силу математических методов как инструмента эвристических исследований и их ограниченные доказательные возможности при неопределенности исходных посылок. В гидрогеологии и инженерной геологии математические методы используются в основном как средство доказательства. В значительной мере это объясняется прикладным характером решаемых задач. Цель большинства гидрогеологических и инженерно-геологических исследований — прогнозирование реакции среды, геологического объекта на возмущения, которые могут быть вызваны реализацией обосновываемых ими проектов. Сопоставление возможных осадок при различных проектных решениях в значительной степени определяет конструкции и способы возведения сооружений. Прогнозные дебиты и напоры — основные факторы при проектировании водозаборов. Параметры дренажа и сроки его строительства обосновываются прогнозами скорости подъема уровня грунтовых вод и развития вторичного засоления при различных системах орошения и т. д.

Современное проектирование — типичная процедура оптимизации, поиска лучшего решения. Именно этим определяется роль гидрогеологических и инженерно-геологических изысканий. Игнорируя, например, экономические соображения при проектировании мелиоративных систем при достигнутом уровне знаний можно обойтись не только без каких-либо прогнозов, но и без изысканий вообще. Достаточно построить густой закрытый дренаж, предусмотрев несколько этажей дрен по вертикали и возможность подключения и отключения каждой из них в отдельности. По той же причине преобладающее значение имеют количественные прогнозы. Для проектирования большей частью бесполезны прогнозы, выраженные в форме: «при орошении возможно заболачивание и засоление», хотя такие прогнозы важны при планировании изысканий, указывая на необходимость организации соответствующих исследований.

Природа геологических объектов и явлений и технические возможности практически исключают их исчерпывающее и достаточно детальное исследование. По этой причине любой прогноз реакции объекта на предполагаемые возмущения *содержит неопределенность. Возникает проблема сопоставительных* оценок его точности и надежности прогнозов, полученных разными методами и на разных моделях. Ее роль возрастает вместе с ростом масштабов проектов, сопровождающего финансового риска и опасных последствий для окружающей среды.

Практическая проверка эффективности различных методов прогнозирования в этом отношении крайне трудна. Неудачи проектов могут объясняться не только ошибками прогнозов, но и недостатками строительства и эксплуатации. Их удачи тоже не всегда доказывают правильность прогнозов. Они могут достигаться избыточной гарантированностью, приводящей к излишним экономическим затратам, или природой прогнозируемого процесса, из-за которой ошибки обнаруживаются нескоро. Даже когда ошибка в прогнозе не вызывает сомнений, ее можно объяснить качеством изысканий, неправильным заданием граничных условий, неточным знанием законов, описывающих прогнозируемые процессы и другими объективными причинами. Возможно по этим причинам, несмотря на то что по всем контрольным профилям на Цимлянском водохранилище прогнозируемая на 10 лет переработка берегов была перекрыта в первые 2—3 года [15], методы ее прогноза, по существу, не претерпели изменений.

Следствием этих обстоятельств является необходимость решать вопрос о достоинствах различных методов прогноза главным образом умозрительно на основании общих методологических соображений и особенностей решаемых задач. Достаточно общая точка зрения состоит в том, что получение гидрогеологических и инженерно-геологических прогнозов удовлетворительной точности возможно на моделях, представляющих геологические объекты в виде однородных, кусочнооднородных и градиентных расчетных схем с ограниченным количеством элементов. Сами прогнозы выполняются обычно методами математической физики, а величины расчетных параметров, характеризующих физические свойства элементов моделей, назначаются с помощью статистических методов. Считается, что точность получаемых результатов определяется в основном выбором расчетных параметров, и статистический подход к их назначению позволяет связать статистические оценки их достоверностей с надежностью прогнозов. Эти оценки, в свою очередь, зависят от объемов и методик исследования, что позволяет организовывать изыскания в соответствии с требованиями к надежности обосновываемых ими прогнозов. Иными словами, считается, что возможна замкнутая оценка достоверности прогнозов, т. е. оценка, опирающаяся только на свойства самого метода прогноза и качество информации об объекте.

В общем случае это, конечно, неверно. Такого рода оценки достоверности прогнозов уместно сравнить с оценкой достоверности нахождения планеты Вулкан в некоторой области пространства на основании точности измерений орбиты Меркурия. Этот пример, впрочем, не доказывает невозможность замкнутых оценок вообще. Он лишь подчеркивает необходимость решения вопроса об их существовании конкретным анализом конкретных задач. В настоящей книге автор показывает, что в задачах, в которых объектом прогноза является пространственно-временное распределение некоторой величины, такие оценки невозможны. Если же прогнозируется одно число — расход, суммарная осадка, максимальное понижение и т. д., то замкнутые оценки возможны, но требуют аккуратности в постановке задач и тщательной организации полевых исследований.

Напоминания о необходимости конкретного анализа не оригинальны. Их можно найти во многих работах, затрагивающих приложения математических методов в рассматриваемой области. Труднее разыскать конкретные примеры конкретных анализов, без которых эти напоминания сильно проигрывают. В серьезных методологических исследованиях по применению математических методов рассматриваются как правило возможности построения на их основе или с их помощью универсальных теорий. Получаемые в этих исследованиях результаты практически не отражаются на повседневной деятельности гидрогеологов и инженерных геологов. Действительно, из «небесспорности» результатов применения математики, возникающей из-за отсутствия достаточно формализованной понятийной базы геологии [8], никак не следует невозможность ее удачных применений в конкретных задачах. Впрочем, и в теоретических и в прикладных работах строгие обоснования часто подменяются общими рассуждениями. Например, необходимость и возможность применения статистических методов обосновывается неопределенностью ситуации, многочисленностью и случайностью воздействий, непредсказуемостью результатов и т. п. соображениями. При этом совершенно игнорируется то, что рабочий аппарат статистики — теория вероятностей предполагает статистическую устойчивость исследуемых величин и явлений, чего общие соображения гарантировать не могут [37], а поскольку статистическая устойчивость не анализируется, то получаемые результаты, вне зависимости от их правильности, нельзя признать научно обоснованными, что особенно неприятно при оценках последствий реализации различных проектов. В предлагаемой книге общие рассмотрения по возможности избегаются. Внимание сосредоточивается на конкретных примерах, результатах и их интерпретации. Из них следует, что существующая практика применения математических методов в гидрогеологии и инженерной геологии приводит во многих случаях к результатам, достоверность которых не поддается оценкам. Тщательная и совершенно конкретная постановка задач, возможно, позволит получать такие оценки для значительной группы задач. Но для многих важных прогнозов получение оценок их достоверностей замкнутым образом, т. е. исходя из качества информации и метода прогноза, невозможно в принципе. Для таких задач решающее значение приобретает оценка эффективности различных способов схематизации и прогнозирования путем сопоставления прогнозов с их реализацией. Такое сопоставление достаточно сложно, но разработка методик его проведения и критериев оценки является одной из самых актуальных проблем гидрогеологии и инженерной геологии. Наконец, обращается внимание на то, что математические методы мало используются как инструмент эвристических исследований, где они, пожалуй, наиболее эффективны.

СХЕМАТИЗАЦИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Начало гидрогеологического и инженерно-геологического прогнозирования связано с именами К. Кулона, А. Дарси, Ж. Дюпюи, А. Тима, Ф. Форхгеймера, Н. Е. Жуковского, Ж. Буссинеска, П. А. Миняева и др. Они являются пионерами применения методов математической физики. В последние десятилетия роль этих методов неуклонно увеличивалась. Это объясняется как необходимостью обосновывать все более сложные в техническом и ответственные в экономическом отношении проекты, требующие повышенной точности и достоверности прогнозов, так и возможностями, открываемыми развитием математики и вычислительной техники.

Практика прогнозов с использованием методов математической физики почти исключительно построена на замене реальных объектов моделями с постоянными и кусочно-постоянными свойствами с небольшим количеством границ раздела простейших геометрических форм [7, 27, 33, 38, 41, 43]. Объекты обычно предполагаются однородными в горизонтальных направлениях, состоящими не более чем из двух-трех слоев. Иногда допускаются неоднородности в плане, с границами разделов в виде вертикальных плоскостей или простых цилиндрических поверхностей. Возмущения тоже постоянны в пространстве и времени. В частности, в расчетах дренажа инфильтрация принимается постоянной в течение квартала, месяца, декады или хотя бы суток, при прогнозах развития кривой депрессии на водозаборах их расходы полагаются постоянными или изменяющимися скачками и т. д. Исключения крайне редки.

Распространению этой практики способствовал ряд обстоятельств. Важнейшие из них заключаются в следующем. Для решения задач методами математической физики требуется, чтобы все необходимые свойства объекта и его начальное состояние были известны в каждой его точке. Кроме того, должны быть известны возмущения и состояние объекта во всех точках ограничивающей его поверхности на каждый момент периода, для которого строится прогноз. Но природа геологических объектов такова, что их свойства и состояние могут быть определены только в ограниченном числе точек. Для решения задач, требующих сплошного задания параметров, приходится прибегать к интерполяциям и экстраполяциям. Само по себе это не страшно. Многие задачи математической физики корректны в том смысле, что небольшие ошибки в задании начальных и граничных условий, возмущений и свойств объекта ведут к небольшим ошибкам прогноза. Без этого важного свойства эти методы были бы практически бесполезны, так как получение безошибочных исходных данных принципиально невозможно. Беда в другом. Существующие геолого-генетические представления ограничивают набор приемов интерполяции и экстраполяции почти исключительно кусочно-однородными моделями. Их распространению способствовало также стремление уменьшить вычислительные трудности. С ними приходится считаться даже сейчас, а на начальной стадии внедрения математических методов ограниченные возможности получения решений полностью определяли постановку задач.

На ранней стадии применения математических методов их возможности и эффективность геологических приемов интерполяций и экстраполяций несколько преувеличивались. Это естественно, особенно если учесть новаторский характер приложений. И тем не менее первоначально результаты, полученные методами математической физики, рассматривались как грубые прикидки, указывающие в лучшем случае порядок прогнозируемых величин. По мере увеличения масштабов и стоимостей строительства, осознания оптимизационной природы проектирования, роста авторитета науки вообще, и математики в частности, этим прогнозам стали придавать все большее значение. Достаточно общим стало убеждение, что при надлежащем выборе расчетных значений параметров однородных частей такого рода моделей точность получаемых по ним прогнозов вполне удовлетворительна. Например, обсуждая возможность применения методов математической физики к задачам механики грунтов, М. Е. Харр [38, с. 9] пишет: «Окончательная проверка любой теории в технике основывается на ее способности предсказывать поведение сооружений; однако степень применимости решения зависит в общем от подставляемых исходных параметров».

В этом, безусловно, проявилось влияние практики других областей науки и техники. В строительстве и промышленности вместо реальных неоднородных материалов в вычислениях обычно оперируют идеальными, совершенно однородными. Отложив более подробное обсуждение этого вопроса до раздела «Что выбирать?», здесь отметим лишь следующее. Вера в то, что правильный подбор расчетных параметров гарантирует правильность прогнозов на кусочно-однородных моделях с ограниченным количеством элементов, отражается на критическом анализе неудач.

Анализ не идет далее утверждений, что ошибки связаны с неправильным выбором параметров, граничных условий и т. п. На самом деле положение значительно сложнее. Наряду с задачами, в которых переход к кусочно-однородным моделям допустим, по крайней мере, в принципе, существуют задачи, где такой переход ведет к неконтролируемым погрешностям. Получающиеся при решениях этих задач ошибки могут быть и большими, и малыми. Они не контролируемы, т. е. никаким выбором расчетных параметров их нельзя сделать меньше некоторого уровня, определяемого геологическим строением объекта. В качестве первого и наиболее простого примера рассмотрим вычисление положения кривой депрессии установившегося потока между совершенными каналом и дреной. С этим случаем приходится сталкиваться достаточно часто при проектировании плотин, отсечного дренажа и т. п. Ошибки здесь могут явиться причиной серьезных просчетов в оценках устойчивости откосов, суффозии и т. д. В соответствии с целью обсуждения исходная информация предполагается полной и абсолютно точной.

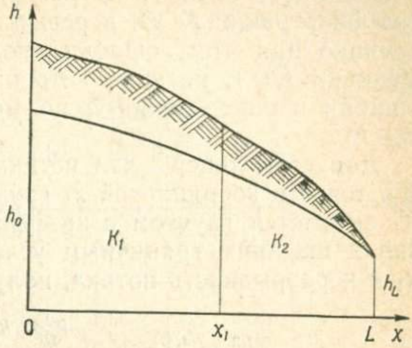

Рис. 1. Кривая депрессии в системе канал — дрена

Положение разыскиваемой кривой (рис. 1) в случае, когда коэффициента фильтрации — непрерывная функция координаты x, нигде на интервале $[0, L]$ не обращается в нуль ($K_{(x)} \neq 0$), описывается решением уравнения

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(K(x)\,h\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x}\right) = 0. \tag{1}$$

Уравнение (1) интегрируется просто. Если граничные условия заданы отметками уровня в канале ($h = h_0$ при $x = 0$) и дрене ($h = h_L$ при $x = L$), его решением является

$$h^2 = h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_L^2}{\int\limits_0^L \frac{\mathrm{d}x}{K(x)}} \int\limits_0^x \frac{\mathrm{d}x}{K(x)}. \tag{2}$$

Решение (2) явно зависит от распределения значений коэффициента фильтрации вдоль профиля $K(x)$. Если переменные значения коэффициента фильтрации в модели (1) заменить каким-либо одним расчетным $K_\text{р}$, то, вынеся его из-под знака дифференцирования и сократив, получаем уравнение

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(h\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x}\right) = 0, \tag{3}$$

которое, как и его решение при тех же граничных условиях,

$$h^2 = h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_L^2}{L}x, \tag{4}$$

совсем не зависит от выбранной величины $K_\text{р}$.

Переход к однородной модели означает отказ от вычислений по формуле (2) в пользу формулы (4). Поскольку точное решение (2) зависит от распределения значений коэффициентов фильтраций $K(x)$, а решение (4) от них не зависит, возникающие при этом ошибки полностью определяются видом функции $K(x)$, не зная которой можно лишь утверждать, что ошибки в определении h по модулю не превзойдут разности $h_0 - h_L$.

Допустим теперь, что истинный профиль кусочно-постоянен, и в точке с координатой x_1 грунт с коэффициентом фильтрации K_1 сменяется грунтом с коэффициентом фильтрации K_2. Добавив к прежним граничным условиям непрерывность h в точке x_1 и неразрывность потока, получаем, что для $x \leqslant x_1$

$$h^2 = h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_L^2}{1 + \dfrac{K_2 x_1}{K_1 (L - x_1)}} \cdot \frac{K_2}{K_1} \frac{x}{L - x_1}, \tag{5a}$$

а для $x \geqslant x_1$

$$h^2 = \frac{h_0^2 + \dfrac{K_2}{K_1} \dfrac{x_1}{L - x_1} h_L^2}{1 + \dfrac{K_2}{K_1} \dfrac{x_1}{L - x_1}} - \frac{h_0^2 - h_L^2}{1 + \dfrac{K_2}{K_1} \dfrac{x_1}{L - x_1}} \cdot \frac{x - x_1}{L - x_1}. \tag{5b}$$

Как и в предыдущем случае, величины ошибок при замене точного решения (5) решением для однородной схемы (4) могут оказаться самыми различными.

Некоторое представление об ошибках можно получить, сопоставляя результаты вычислений по формулам (5) и (4) для различных значений K_1, K_2, h_0, h_L и x_1. Два таких сопоставления приводятся в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Сопоставление решений (4) и (5) при $K_1/K_2 = L/x_1 = h_0/h_L = 2$

x/L	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Решение (5)	0,98	0,95	0,92	0,89	0,85	0,81	0,74	0,67	0,59
Решение (4)	0,96	0,92	0,88	0,84	0,79	0,74	0,69	0,63	0,57
Ошибки	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,05	0,04	0,02
Ошибки, %	2,0	3,6	4,4	5,6	7,1	8,6	6,8	6,0	3,4

величины h в таблицах выражены в долях h_0.

Как и следовало ожидать, несмотря на умеренные по бытующим представлениям различия в величинах коэффициентов фильтрации K_1 и K_2, ошибки в определении положения кривой депрессии оказываются самыми разными. Например, в случае, представленном в табл. 2, ее действительная оценка более чем вдвое превышает прогнозную по формуле (4), что на практике могло бы привести, например, к неверным оценкам устойчивости откоса.

Таблица 2

Сопоставление решений (4) и (5)

при $K_1/K_2 = \frac{h_0}{h_L} = 10$; $x_1/L = 0{,}9$

x/L	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Решение (5)	0,97	0,95	0,92	0,89	0,86	0,83	0,80	0,76	0,73
Решение (4)	0,95	0,89	0,84	0,78	0,71	0,64	0,55	0,46	0,33
Ошибки	0,02	0,06	0,08	0,11	0,15	0,19	0,25	0,30	0,40
Ошибки, %	2,1	6,3	8,7	12,4	17,5	22,9	31,2	39,5	54,8

Усложнив несколько задачу, обратимся к вычислению кривой депрессии установившегося потока к совершенной дрене (рис. 2) при постоянной инфильтрации W. Решение этой задачи сводится к интегрированию уравнения

$$\frac{d}{dx}\left(K(x)\, h \frac{dh}{dx}\right) = -W \quad (6)$$

и при обычных граничных условиях: $h = h_д$ при $x = 0$ и $dh/dx = 0$ при $x = L$ принимает вид

$$h^2 = h_д^2 + 2W \int_0^x \frac{L - x}{K(x)} dx, \quad (7)$$

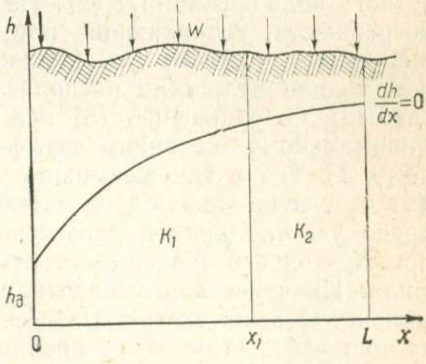

Рис. 2. Кривая депрессии при горизонтальном дренаже

где как и раньше $K(x) \neq 0$. Если переменные значения коэффициента фильтрации вдоль профиля заменить некоторым расчетным $K_р$, то вместо (7) получаем

$$h^2 = h_д^2 + \frac{W}{K_р}(2L - x)\, x. \quad (8)$$

Интересно сопоставить вид решений (7) и (8) при различных конкретных представлениях $K(x)$. Так, если $K(x) = a + bx$, то решение (7) обращается в

$$h^2 = h_д^2 + 2\frac{WL}{b}\left[\left(1 + \frac{a}{bL}\right)\ln\frac{K(x)}{a} - \frac{x}{L}\right]. \quad (9)$$

В случае кусочно-однородного разреза, когда в интервале $[0, x_1]$ коэффициент фильтрации грунтов равен K_1, а в интервале $[x_1, L]$—K_2, для $x \leqslant x_1$

$$h^2 = h_д^2 + \frac{W}{K_1}(2L - x)\,x, \tag{10a}$$

а для $x \geqslant x_1$

$$h^2 = h_д^2 + \frac{W}{K_1}(2L - x_1)\,x_1 + \frac{W}{K_2}(2L - x - x_1)(x - x_1). \tag{10b}$$

Наконец, при $K(x) = a + b\sqrt[3]{x - c}$, удобной для непрерывной аппроксимации предыдущей разрывной зависимости, получаем следующее экзотическое решение:

$$h^2 = h_д^2 + 2W\Big[3\frac{a^2}{b^3}\Big(L - c + \frac{a^3}{b^3}\Big)\ln\frac{K(x)}{K(0)} - 0{,}6\,(K^5(x) - K^5(0)) -$$

$$- \frac{a^2}{b^6}(K^3(x) - K^3(0)) - 3\frac{a}{b^3}\Big(L - c + \frac{a^3}{b^3}\Big)(K(x) - K(0))\Big]. \tag{11}$$

Даже простое рассмотрение решений (8—11) показывает, насколько выражение для кривой депрессии зависит от конкретного вида функции $K(x)$. Не зная его, невозможно оценить погрешности, возникающие при замене точного решения (7) однородной моделью (8). Можно лишь утверждать, что истинная кривая депрессии располагается между кривыми, рассчитанными по уравнению (8) при $K_р$, равном максимальному и минимальному значениям коэффициента фильтрации в интервале $[0, L]$. Точно так же можно утверждать, что если профиль имеет кусочно-однородное строение, то на прилегающем к дрене участке кривая депрессии описывается уравнением (8) при $K_р = K_1$ вне зависимости от строения остальной части профиля. Практическая ценность подобных утверждений минимальна. Обычно экстремальные значения коэффициентов фильтрации неизвестны, а те предположения, которые можно сделать, приводят к слишком широкому интервалу, покрывающему истинную кривую депрессии.

Для того чтобы получить представление о возможных ошибках, сравним результаты вычисления величины h_L, значения h при $x = L$ по формулам (8—11). В вычислениях принято $h_д = 0{,}1$ м², $W = 0{,}001$ м/сут, $L = 54$ м. Конкретные представления $K(x)$ подобраны так, чтобы во всех случаях минимальные, средние и максимальные значения коэффициентов фильтрации были одинаковы и равны соответственно 0,2; 0,5 и 0,8 м/сут. В частности, вычисления велись для зависимостей:

$$K = 0{,}2 + 0{,}011x, \tag{12a}$$

$$K = 0{,}8 - 0{,}011x, \tag{12b}$$

$$K = 0{,}5 + 0{,}1\sqrt[3]{x - 27}, \qquad (12c)$$

$$K = 0{,}5 - 0{,}1\sqrt[3]{x - 27}, \qquad (12d)$$

а также по формулам (8) и (10). В последнем случае полагалось $x_1 = 27$ м. Остальное ясно из табл. 3, в которой приводятся результаты вычислений. Как и следовало ожидать, возможные ошибки при использовании однородной расчетной схемы могут быть и малыми и большими даже при весьма умеренных амплитудах изменений фильтрационных свойств. Все зависит от истинного распределения значений коэффициентов фильтрации. Интересно, что достаточно большими, по крайней мере с мелиоративной точки зрения, могут быть ошибки и в случаях, когда аппроксимирующее выражение для $K(x)$ внешне удовлетворительно описывает истинное распределение. Так, выражение (12 c) неплохо аппроксимирует кусочно-однородную модель с $K_1 = 0{,}2$ и $K_2 = 0{,}8$, но получаемые для них h_L отличаются на 0,6 м, что часто слишком много.

Таблица 3

Сопоставление решений по формулам (8, 10, 12)

(8)			(12)				(10)	
$K_р$			a	b	c	d	$K_1=0{,}2$ $K_2=0{,}8$	$K_1=0{,}8$ $K_2=0{,}2$
0,2	0,5	0,8						
3,8	2,4	1,9	2,9	2,3	3,0	2,3	3,6	2,6

Обращение к другим представлениям $K(x)$ или к другим задачам, сводящимся к иным дифференциальным уравнениям, вряд ли что-нибудь добавит. Дело в том, что замена реальных объектов кусочно-однородными моделями кардинально меняет математические постановки задач. Например, установившийся режим подземных вод и распределение напряжений в массивах горных пород в отличие от кусочно-однородных моделей в натуре не описываются уравнением Лапласа. Переход к кусочно-однородным моделям облегчает решение задач, но возникающие при этом математические задачи не соответствуют реальной обстановке. Само по себе это обстоятельство не принципиально. Увеличивая количество однородных областей в модели, можно добиться удовлетворительной точности прогнозов. Именно так «работают» разностные схемы. Но на практике для детального разбиения объекта на однородные части отсутствует информация. Стоимость и производительность горных, опытных и лабораторных работ таковы, что получение информации о структуре и свойствах объекта в объеме, обеспечивающем надежность интерполяции, невозможно. Более того, в следующем разделе показывается, что часто не поддается оценке и точность, с которой определяются многие свойства объекта. Эти свойства, формирующие начальные и граничные условия и коэффициенты решаемых дифференциальных уравнений, по существу остаются неизвестными в том смысле, в котором это требуется методами математической физики, т. е. в каждой точке соответствующих областей. Тем самым остаются неизвестными и те дифференциальные уравнения, которые подменяются затем уравнениями Лапласа, Буссинеска, теплопроводности и т. п. Сколь разнообразны и неожиданны последствия таких подмен даже в самых простейших случаях, видно из приведенных примеров.

Существуют, впрочем, задачи, в которых переход к моделям с постоянными параметрами может быть теоретически обоснован. Так, если в системе канал — дрена, рассмотренной выше, требуется вычислить расход, то неоднородный по профилю разрез можно заменить однородным с расчетным значением коэффициента фильтрации

$$K_{\text{р}} = L \Bigg/ \int_0^L \frac{dx}{K(x)} . \tag{13}$$

При кусочно-однородном профиле с границей раздела в x_1 в той же задаче

$$K_{\text{р}} = \frac{K_1 \cdot K_2 L}{K_1 (L - x_1) + K_2 x_1} . \tag{14}$$

При определении по заданным $h_{\text{д}}$, L и W величины h_L во второй из рассмотренных задач замена тоже допустима. Для непрерывного и кусочно-однородного профиля с границей раздела в x_1 соответственно получаем

$$K_{\text{р}} = L^2/2 \int_0^L \frac{L - x}{K(x)} \, \mathrm{d}x; \tag{15}$$

$$K_{\text{р}} = \frac{K_1 \cdot K_2 L^2}{K_1 (L - x_1)^2 + K_2 (2L - x_1)\, x_1} . \tag{16}$$

Вообще, когда целью прогноза является одно число, переход к моделям с кусочно-постоянными параметрами допустим. Основанием для него служит известная «теорема о среднем», утверждающая, что при выполнении некоторых необременительных и практически всегда имеющих место условий

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)\, \varphi(x)\, \mathrm{d}x = f(x') \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x)\, \mathrm{d}x, \tag{17}$$

где x' — некоторая точка из интервала $[x_1, x_2]$. Теорема не указывает способа вычисления $f(x')$, когда неизвестно значение интеграла в левой части равенства (17). Слово «среднее» в ней означает лишь, что $f(x')$ по величине находится между минимальным и максимальным значениями $f(x)$ на интервале $[x_1, x_2]$ и отнюдь не связывается с каким-либо конкретным правилом его вычислений. Чтобы найти это «среднее», нужно знать точное решение — интеграл в левой части (17). В частности, выражения (13—16) получены сопоставлением соответствующих точных и модельных решений. Так, уравнение (15) следует из требования равенства правых частей точного решения (17) и модельного (8) при $x=L$.

Может показаться, что и в этой ситуации переход к кусочно-однородным схемам ведет к неконтролируемым погрешностям, поскольку для правильного выбора расчетных параметров необходимо знать точное решение или его аналитическое выражение и пространственно-временные распределения схематизируемых параметров. Для многих задач это действительно так. Но существуют задачи, в которых структура вхождения параметров в точное решение допускает достаточно простую интерпретацию, позволяющую получать оценки расчетных параметров, не зная их точных значений во всех точках рассматриваемой области. Например, значение $1/K_р$ в формуле (13) можно интерпретировать, как математическое ожидание величины $1/K(x)$ в интервале $[0, L]$. Способ осреднения особенно нагляден в кусочно-однородных разрезах. Переписав выражение (14) в виде

$$\frac{1}{K_р} = \frac{x_1}{L} \cdot \frac{1}{K_1} + \frac{L - x_1}{L} \cdot \frac{1}{K_2}, \tag{18}$$

сразу обнаруживаем, что $1/K_р$ — среднее из взвешенных по протяженности соответствующих участков величин $1/K_1$ и $1/K_2$. И если удается, скажем, с помощью статистических методов найти $1/K_р$, то его можно использовать для прогноза потерь воды из канала.

Следует иметь в виду, что в задачах, допускающих переход к кусочно-однородным моделям, способы вычисления расчетных значений параметров зависят от решаемых задач и прогнозируемых величин. Например, при вычислении h_L по формуле (8) вместо (7) расчетное значение $K_р$ находится иначе, чем в предыдущей задаче. Различия особенно наглядны для кусочно-однородных разрезов. Из выражения (16) для $K_р$ легко получаем

$$1/K_р = \frac{(2L - x_1)\,x_1}{L^2} \cdot \frac{1}{K_1} + \frac{(L - x_1)^2}{L^2} \cdot \frac{1}{K_2}, \tag{19}$$

в котором взвешивание ведется уже по L^2. Очевидно, совершенно другой должна быть формула для вычисления $K_р$, если прогнозируется не h_L, а L. В нее не должна входить сама величина L.

В принципе использование однородных и кусочно-однородных моделей допустимо и при расчете полей (уровней, напоров, напряжений, деформаций и т. д.). При этом, однако, придется для каждой рассматриваемой точки выбирать свои расчетные значения схематизированных параметров, т. е. строить для каждого расчета свою модель. Именно так поступают, например, в электроразведке методом вертикальных электрических зондирований. Там вводится понятие кажущегося удельного электрического сопротивления — сопротивления фиктивного однородного полупространства, обеспечивающее при заданных геометрических параметрах установки и силе тока ту же разность потенциалов, что и в натуре. Это аналог нашего расчетного значения параметра. Но оно различно для различных пар точек, для которых прогнозируется разность потенциалов, причем его значения могут изменяться в десятки и сотни раз. Для определения кажущихся сопротивлений разработаны специальные палетки.

Этот пример интересен в том отношении, что ситуация в электроразведке методом вертикальных электрических зондирований очень схожа с прогнозными расчетами в гидрогеологии и инженерной геологии. Ограниченное количество моделей, допускающих точные решения, и необходимость «работать» в условиях неполной информированности приводят к тому, что практика электроразведки богата не только блестящими успехами, но и серьезными неудачами. Доверие к получаемым с ее помощью результатам опирается не столько на достоинства математического аппарата, сколько на предшествующий опыт и сопоставления с фактическими наблюдениями, данными бурения, опробования.

Особо следует остановиться на решении прямых задач аналоговыми методами. Формальный аппарат аналитических методов, предполагающий серьезную математическую подготовку, вызывал и сейчас еще вызывает недоверие многих геологов из-за инстинктивного ощущения несоответствия сложности аппарата количеству и качеству исходной информации. Аналоговые методы и устройства выгодно отличаются простотой идей, наглядностью результатов, доступностью при минимальной подготовке. Это с самого начала создало благоприятную атмосферу для их внедрения. В свою очередь гидроинтеграторы и ЭГДА облегчили переход к сеточным интеграторам и конечно-разностным схемам, реализующимся на ЭВМ. В этом отношении роль аналоговых методов трудно переоценить. Высок их авторитет и сейчас. Результаты, полученные на сеточных интеграторах и ЭГДА, многими исследователями рассматриваются как окончательные и достоверные, в отличие от аналитических расчетов и вычислений даже по конечно-разностным схемам.

Аналоговые и конечно-разностные методы действительно расширяют возможности прогнозов, снимая многие ограничения на конфигурации объектов и границ, пространственно-временные распределения их свойств и возмущений. Но по сути они остаются лишь одним из методов приближенного решения уравнений математической физики. Их точность оценивается по тестовым задачам, имеющим строгие аналитические решения. При их применении мы наталкиваемся на те же принципиальные трудности. Всякая аналоговая модель реализует какую-то конкретную интерполяцию. Ошибки результата определяются тем, насколько в принятой интерполяции угадана действительная картина распределения схематизируемого признака. Эти ошибки не зависят от способа решения пока мы остаемся в рамках методов математической физики и редко поддаются оценке [10].

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВОЙСТВ ОБЪЕКТОВ

Выяснение свойств объектов — одна из важнейших целей гидрогеологических и инженерно-геологических изысканий. Одним из самых распространенных способов ее реализации являются решения обратных задач (т. е. определение свойств объектов по их реакции на возмущения, задаваемые в процессе опытных работ, или по режимным наблюдениям), реализуемые методами математической физики. Обратные задачи решаются и вне непосредственной связи с прямыми. Получаемые по ним характеристики используются в разнообразных задачах классификаций, так что оценка качества решения обратных задач представляет интерес не только в связи с прогнозированием.

Типичный пример обратной задачи — вычисление проводимости $T_\text{р}$ напорного водоносного горизонта из формулы

$$S_1 - S_2 = \frac{Q}{2\pi T_\text{р}} \ln \frac{r_2}{r_1}, \tag{20}$$

для распределения напора в артезианском водоносном горизонте при откачке из совершенной скважины в установившемся режиме с расходом Q. S_1 и S_2 — понижения напора в наблюдательных скважинах, отстоящих от водозаборной на расстояния r_1 и r_2. Решением обратной задачи является процесс подбора параметров модели по совпадению результатов моделирования с натурными и режимными наблюдениями и т. д. Вообще обратными их называют потому, что их решение так или иначе опираются на решения соответствующих прямых задач.

Определение свойств объектов из результатов полевых испытаний и натурных наблюдений решением обратных задач считается одним из наиболее надежных и противопоставляется определениям на образцах [27]. Недостатки последних связывают с несоответствием условий «работы» в образце и массиве, сложной структурой геологических объектов, из-за которой их свойства подвержены резкой изменчивости, для получения представительных результатов необходимо большое количество образцов. Кроме того, отбор, транспортировка и хранение образцов часто сопровождаются нарушением их структуры и свойств. Наконец, отбор образцов не всегда возможен по экономическим и техническим причинам. Определение же свойств объектов путем постановок и решений обратных задач позволяет проводить исследования без нарушений структуры и свойств объектов. Их результаты, например фильтрационные параметры, определяемые откачками или по режимным наблюдениям, относятся к более или менее значительным частям объекта, *просто огромным*, если их сравнивать с размерами отдельных образцов. Поэтому их можно интерпретировать как осреднения по большим количествам отдельных образцов и т. д.

Признавая критику изучения свойств объектов на образцах во многом справедливой, следует, однако, отметить, что с оценкой достоинств результатов решения обратных задач дело обстоит не так просто. Связь этих задач с прямыми сразу возвращает нас к проблемам, обсуждавшимся выше. Например, если модель, приведшая к уравнению (20) верна, то определяемое по нему значение проводимости не должно зависеть от выбора точек наблюдений. Точнее, их различия должны полностью объясняться ошибками в измерениях понижений, расхода и расстояний. На практике проводимости, определяемые в одном опыте, но при разном расположении наблюдательных скважин, отличаются гораздо сильнее, чем можно было бы ожидать, исходя из этих ошибок [35, 47].

Эти расхождения — не ошибки в общепринятом смысле. Они отражают неучтенные в моделях особенности объектов, их неоднородности, неодинаково влияющие на точки, по-разному относительно их расположенные. Это можно продемонстрировать на ошибках, по терминологии работы [30, стр. 57], формулы Гиринского-Бабушкина

$$K_{\text{р}} = \frac{0,16Q}{l_0\,(S_1 - S_2)} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_0}{r_1} - \operatorname{arsh} \frac{l_0}{r_2} \right) \qquad (21)$$

при применении ее к наблюдательным скважинам, удаленным от водозаборной на расстояния r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$) при $r_2 > 3m$ — утроенной мощности водоносного горизонта (l_0 — длина фильтра, остальные обозначения те же, что и в формуле (20)). Но формула (21) получена в предположении, что однородный напорный водоносный горизонт имеет бесконечную мощность. При ограниченной мощности с удалением наблюдательной скважины от водозаборной на понижение все больше влияет неучтенная нижняя граница водоносного горизонта, что приводит к зависимости величины $K_р$ от r_1 и r_2, которая оказывается связанной с истинным значением коэффициента фильтрации исследуемого горизонта K отношением

$$\frac{K}{K_р} = 1 + 2\sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^3}{[r^2 + (2nm)^2]^{3/2}} \tag{22}$$

$(2r = r_1 + r_2)$. Нетрудно видеть, что $K_р$ изменяется от K до 0 с ростом r. Эти закономерные изменения можно даже использовать для определения и K и m [12].

Рассмотрим несколько подробнее задачу, приведшую к выражению (20). Если разрез действительно однороден, то вычисляемая из этого выражения проводимость T одинакова с точностью, определяемой точностью измерений Q, S_1, S_2, r_1 и r_2 как бы ни выбирались расстояния r_1 и r_2. Предположим теперь, что на расстоянии $r_г$ от водозаборной скважины расположена круговая цилиндрическая граница, такая, что $T = T_1$ при $r \leqslant r_г$, $T = T_2$ при $r \geqslant r_г$. Полагая, что $r_2 > r_1$, легко находим, что при $r_2 \leqslant r_г$ и $r_1 \geqslant r_г$ выражение (20) оказывается верным с $T = T_1$ и $T = T_2$ соответственно. Но при $r_1 \leqslant r_г \leqslant r_2$ оно уже неверно. Вместо него имеем

$$S_1 - S_2 = \frac{Q}{2\pi}\left(\frac{1}{T_2}\ln\frac{r_2}{r_г} + \frac{1}{T_1}\ln\frac{r_г}{r_1}\right). \tag{23}$$

Если и теперь для вычисления проводимости воспользоваться формулой (20), то приравняв правые части выражений (20) и (23), обнаружим, что проводимость $T_р$ связана с истинными проводимостями T_1 и T_2 отношением

$$\frac{1}{T_р}\ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{T_1}\ln\frac{r_г}{r_1} + \frac{1}{T_2}\ln\frac{r_2}{r_г}. \tag{24}$$

Из него следует, что $T_р$ может принимать значения от T_1 до T_2. Интересно, что величина $1/T_р$ оказывается средней из величин $1/T_1$ и $1/T_2$ со специальным логарифмическим взвешиванием.

Конструирование примеров такого рода не составляет труда. Так, сопоставляя решения (10) и (8), находим, что замена неоднородного разреза однородным приводит при попытках определения $K_р$ по отметкам кривой депрессии в точках $x' \leqslant x_1$ и $x'' \geqslant x_1$ к значениям, зависящим от истинных коэффициентов фильтраций и точек наблюдений следующим образом:

$$\frac{1}{K_р}(2L - x'' - x')(x'' - x') = \frac{1}{K_1}(2L - x_1 - x')(x_1 - x') + \frac{1}{K_2}(2L - x'' - x_1)(x'' - x_1). \tag{25}$$

Здесь $1/K_р$ тоже оказывается средней из $1/K_1$ и $1/K_2$, но с очень любопытным взвешиванием, учитывающим расположение участков с различными коэффициентами фильтрации относительно дрены. Наконец, для систем канал — дрена, как следует из решения (4), по форме кривой депрессии установить $K_р$ *невозможно. Но если полагать известными потери из канала* Q, то уравнение кривой депрессии удается представить в виде

$$h^2 = h_0^2 - \frac{2Q}{K_р} x, \tag{26}$$

а для неоднородного разреза вместо выражения (5) имеют место выражения

$$h^2 = h_0^2 - \frac{2Q}{K_1} x \text{ и } h^2 = h_0^2 - \frac{2Q}{K_1} x_1 - \frac{2Q}{K_2}(x - x_1) \tag{27}$$

соответственно для $x \leqslant x_1$ и $x \geqslant x_1$. Сопоставляя уравнения (26) и (27), находим, что при $x' \leqslant x_1$ и $x'' \geqslant x_1$

$$\frac{1}{K_р}(x'' - x') = \frac{1}{K_1}(x_1 - x') + \frac{1}{K_2}(x'' - x_1). \tag{28}$$

И здесь $1/K_р$ зависит от выбора точек наблюдений, являясь осреднением величин $1/K_1$ и $1/K_2$ со взвешиванием по протяженности соответствующих участков.

Эти примеры показывают, что результаты решения обратных задач на кусочно-однородных моделях с ограниченным количеством элементов действительно являются осреднениями по некоторой части поля истинных значений изучаемого свойства. Характер осреднения зависит от геологического строения, способа и места возмущения объекта и от расположения пунктов наблюдения. Получаемые значения коэффициентов фильтрации изменяются в связи с изменением точек наблюдений от самых малых до самых больших истинных значений на объекте. Этот результат не является следствием специального подбора примеров. Он отмечается во многих работах [12, 30, 35], а в работах [5, 47] устанавливается и для фильтрационных параметров, определяемых по откачкам в неустановившемся режиме. Их изменчивость отнюдь не статистической природы. Например, как бы ни варьировали величины $K_р$, вычисленные по формуле (21), они всегда меньше истинного значения коэффициента фильтрации.

В работах [5, 35, 47] показывается, что использование в прогнозах *различных обычных применяемых* в статистике средних результатов решения обратных задач не гарантирует хорошего согласования прогноза с натурой.

Изменчивость результатов решения обратных задач вновь приводит к проблеме выбора расчетных значений. Тот факт, что эти результаты являются осреднениями по некоторым объемам, может даже усложнить формирование расчетных параметров.

Вычисление, например, расчетного значения коэффициента фильтрации по формулам (13), (15) требует знания распределения истинных значений коэффициентов фильтрации. Как их найти по коэффициентам фильтрации, полученным по откачкам, не ясно.

В этой связи *преимущества изучения свойств объектов постановкой и решением обратных задач не кажутся столь уж очевидными.* Способы осреднений, требуемые моделью, по которой намечается прогнозирование, и получаемые в опытах, из результатов которых формируются расчетные параметры, могут оказаться различными. В то же время физический смысл коэффициентов фильтрации, определяемых «по Дарси», соответствует смыслу коэффициентов фильтрации, входящих в дифференциальные уравнения, описывающие динамику подземных вод, и поэтому из них можно формировать расчетные параметры, например, по формулам (13), (15) и т. д.

В методах, основанных на решениях обратных задач, привлекает *«естественность» осреднения, происходящего как бы само собой.* Она порождает надежду, что если параметры определяются на той же модели, по которой намечается прогнозирование, неучтенные особенности объекта автоматически компенсируются. Надежды на такую компенсацию можно объяснить, например, прогнозирование водозаборов и определение фильтрационных параметров в сложных условиях на сравнительно простых расчетных схемах. Но для нее есть и более серьезные основания. Опытно-эксплуатационные откачки мало отличаются по условиям работы от компактных водозаборов, особенно на начальных стадиях работы. Поэтому при откачках прогнозируемые величины отчасти наблюдаются непосредственно, а вычисляемые по ним фильтрационные параметры следует скорее интерпретировать как некие эмпирические коэффициенты, связывающие расходы и понижения. В прогнозных расчетах они дают удовлетворительную точность в тот, по крайней мере, период, пока возмущение, создаваемое водозабором, не охватит большую область, чем та, которая была затронута при опытных работах. По тем же соображениям предпочтительнее штампы при изучении несущей способности грунтов, статические и динамические испытания свай непосредственно на объектах и т. п.

Но не следует думать, что такая компенсация происходит всегда. Особенно отчетливо отсутствие компенсации обнаруживается *в прогнозах* солевого режима зоны аэрации при орошении на моделях конвективно-диффузионного переноса, где идея компенсации эксплуатируется наиболее откровенно. Эта модель, практически единственно используемая для количественных прогнозов, в одномерном случае описывается уравнением

$$D\frac{d^2C}{dx^2} - V\frac{dC}{dx} = \frac{dC}{dt}, \tag{29}$$

в котором C — концентрация прогнозируемого компонента, D — его коэффициент молекулярной диффузии, V — скорость перемещения влаги, полагаемая как и D постоянной. Модель игнорирует наличие солей в скелете грунта и пленочной влаге, обменные реакции и еще многие факторы. Описываемый ею процесс при обычных значениях D и V сводится к замещению почвенной влаги оросительными водами, и если он имеет место в действительности, для рассоления было бы достаточно однократной промывки. На самом деле этого не происходит, так как влияние неучтенных факторов достаточно велико. Для того чтобы применять модель (29), безусловным достоинством которой является простота, пришлось под D понимать некий фиктивный коэффициент конвективной диффузии, на несколько порядков превышающей молекулярный. Тогда неполное вытеснение солей при промывках можно объяснять встречным диффузным потоком, соизмеримым по мощности с конвективным переносом. Поскольку качественно картина, даваемая подправленной моделью, близка к наблюдаемой в природе (для рассоления приходится прибегать к неоднократным промывкам), можно надеяться, что подобрав как следует D, удастся получить и удовлетворительное количественное совпадение. В полном согласии с обсуждаемыми представлениями предполагается, что для этого достаточно определить D по фактическим результатам промывок и натурных наблюдений так, как будто бы модель (29) верна.

Наводящие рассуждения такого рода обычны в геологии и часто подменяют строгие доказательства. На самом деле они обосновывают лишь «привлекательность» той или иной идеи, расчетного метода, модели, но не доказывают возможностей или результатов их реализаций. В частности, не происходит ожидаемой компенсации и при прогнозах солевого режима. Оказалось, что величина коэффициента конвективной диффузии, определяемая по промывкам, зависит от выбора точек солевого профиля и временных интервалов, используемых для его вычислений. Даже в литологически однородных разрезах его значения варьируют в диапазоне нескольких порядков [31, 44], чего не должно быть, если бы компенсация происходила.

Не все благополучно и с прогнозами работы водозаборов [35, 46]. Здесь существует явная тенденция к ухудшению точности прогнозов во времени. В общем случае компенсация не может быть гарантирована по тем же причинам, по которым не гарантируется точность решения прямых задач. Впрочем, как следует из способа решения обратных задач, во всех рассмотренных примерах получаемые параметры обеспечивают абсолютно точный прогноз для тех точек объекта и моментов времени, по которым они определялись. О результатах их применения к другим точкам и временным интервалам ничего сказать нельзя, за исключением того, что чем ближе в пространстве и времени точки, для которых строится прогноз, тем большую точность можно от него ожидать. Именно поэтому надежнее прогнозы на ранних этапах работы водозаборов.

В связи с этим разумно попытаться увеличить точность прогнозов, вовлекая большее количество точек наблюдений в процедуру определения параметров модели, обратившись, скажем, к различным интегральным методам, которые постепенно проникают в гидрогеологическую и инженерно-геологическую практику [27]. Пока они еще почти неизвестны широкому кругу специалистов, но существующие тенденции таковы, что в недалеком будущем они, вероятно, станут столь же обычными, как и методы решения обратных задач, применяемые сейчас. Поэтому представляется небезынтересным обсудить их достоинства и недостатки в сравнении с существующими методами решения обратных задач. Чтобы несколько конкретизировать обсуждение, рассмотрим подробно метод, предложенный В. Б. Георгиевским для определения фильтрационных свойств по режимным наблюдениям и откачкам, а также параметров солепереноса в зоне аэрации [9]. Наш выбор объясняется простотой идеи, математического аппарата и универсальностью метода. В частности, здесь он обсуждается в приложении к двум инженерно-геологическим задачам, что подчеркивает его возможности и позволяет еще более упростить изложение.

Идея метода состоит в том, чтобы с помощью интегрирований дифференциального уравнения, описывающего исследуемый процесс, свести задачу определения его коэффициентов к решению системы линейных уравнений. В процедуру интегрирований вовлекаются данные опытов, режимных и натурных наблюдений по более или менее значительной части объекта, вплоть до одновременного рассмотрения всей имеющейся по нему информации. Другим достоинством метода является возможность использования численных методов интегрирования, что освобождает от необходимости использовать, а следовательно, и знать точные решения соответствующих прямых задач, без чего «не работают» обычные методы решения обратных задач.

Пусть сухой откос в однородном грунте со сцеплением C, коэффициентом внутреннего трения K и объемным весом γ находится в состоянии предельного равновесия, описываемым уравнением, предложенным Н. Н. Масловым [24],

$$x' = \frac{P_0 + \gamma z}{P_0 K + \gamma K z + C}, \tag{30}$$

в котором $x' = dx/dz$ — заложение откоса на глубине z, а P_0 — нагрузка на его кромку. Задача заключается в определении величин C, K, γ и P_0 по формуле профиля откоса. Освобождаясь в выражении (30) от знаменателя и интегрируя по z в интервале от $z=0$ до $z=z_i$, получаем

$$(P_0K+C)\int_0^{z_i} x'dz+\gamma K\int_0^{z_i} x'zdz-\gamma\int_0^{z_i} zdz=P_0\int_0^{z_i} dz. \qquad (31a)$$

Если система координат такова, что $x=0$ при $z=0$, то из (31) следует

$$P_0Kx_i+\gamma K\int_0^{z_i} x'zdz+Cx_i-\frac{1}{2}\gamma z_i^2=P_0z_i \qquad (31b)$$

или учитывая, что

$$\int_0^{z_i} x'zdz=x_iz_i-\int_0^{z_i} xdz,$$

$$P_0Kx_i+\gamma K\left(x_iz_i-\int_0^{z_i} xdz\right)+Cx_i-\frac{1}{2}\gamma z_i^2=P_0z_i. \qquad (31c)$$

Уравнения (31) представляют ничто иное, как линейные уравнения относительно неизвестных P_0K, γK, C, γ и P_0

$$a_0P_0K+a_1\gamma K+a_2C-\frac{1}{2}a_3\gamma=a_4P_0, \qquad (31d)$$

в котором a_j — известные коэффициенты. Действительно, координаты точек профиля x_i, z_i можно получить топосъемкой, а интегралы, входящие в уравнения (31), вычислить точным интегрированием, если профиль $x=x(z)$ задан аналитическим выражением, методом парабол или трапеций, если он задан численно. Пять неизвестных вместо четырех получилось в результате того, что в качестве неизвестных выступают комбинации P_0K и γK. Для нахождения неизвестных следует взять пять различных точек z_i и построить систему из пяти уравнений (31). Но эти уравнения не имеют свободных членов, и образованная из них система оказывается однородной. Определение ее неизвестных возможно только с точностью до одного из них — четыре неизвестных выражаются через ее коэффициенты и пятое неизвестное. Чтобы задача стала определимой, необходимо задаться значением одного из них, а оставшиеся вычислять по системе из четырех уравнений. Удобно считать известной нагрузку на кромку откоса P_0. Если $P_0=0$, то будем считать известным объемный вес γ. Тогда остаются всего два неизвестных C и K, для определения которых достаточно выбрать две различные точки z_i и построить систему из двух уравнений.

Метод применим и для откосов в неоднородных грунтах. При этом системы (31) составляются для каждого слоя отдельно. Нагрузка на кровлю любого слоя P_0 включает нагрузку на кромку откоса и бытовое давление. Если определения вести сверху вниз, то для всех слоев, начиная со второго, P_0 оказывается известной, так что удается определить все три параметра C, K и γ. Лишь в самом верхнем слое может возникнуть необходимость в особом определении объемного веса.

Пусть, например, откос задан значениями x_i, в м, соответствующими значениям z_i, взятым с шагом $\Delta z = 0{,}25$ м от $z_0 = 0$ до $z_{40} = 10$ м: 0,00; 0,06; 0,13; 0,23; 0,35; 0,50; 0,66; 0,85; 1,06; 1,28; 1,53; 1,79; 2,06; 2,35; 2,65; 2,97; 3,31; 3,65; 4,01; 4,38; 4,76; 5,15; 5,55; 5,96; 6,38; 6,81; 7,25; 7,70; 8,15; 8,65; 9,09; 9,57; 10,05; 10,55; 11,55; 12,07; 12,59; 13,11; 13,64. Этот профиль характеризует откос в состоянии предельного равновесия в грунте с $K = 0{,}268$; $C = 0{,}4$ кгс/см²; $\gamma = 2$ т/м³ и $P_0 = 0$. Полагая известной величину γ, для определения K и C строим систему из двух уравнений вида (31с), положив в одном из них $z_i = z_{16} = 4$ м, а во втором $z_i = z_{40} = 10$ м

$$\left.\begin{aligned} 2K\left(4\times 2{,}97 - \int_0^4 x\,dz\right) + 2{,}97C = 16 \\ 2K\left(10 + 13{,}64 - \int_0^{10} x\,dz\right) + 13{,}64C = 100 \end{aligned}\right\}. \qquad (32)$$

Интегрирование в системе (32) можно выполнить методом трапеций

$$\int_0^{z_i} x\,dz \approx \Delta z\left(\sum_{i=1}^{i-1} x_i + \frac{1}{2}x_i\right),$$

где Δz — постоянный шаг интегрирования.

Так, при $\Delta z = 1$ м находим

$$\int_0^4 x\,dz \approx 1\times(0{,}23 + 0{,}85 + 1{,}79 + 2{,}97/2) \approx 4{,}35,$$

а при $\Delta z = 2$ м

$$\int_0^4 x\,dz \approx 2\times(0{,}85 + 2{,}97/2) \approx 4{,}67.$$

Точность окончательных результатов зависит от точности интегрирования, которая тем выше, чем меньше шаг Δz. Но, как следует из табл. 4, при достаточно плавном профиле она вполне удовлетворительна даже при сравнительно больших Δz.

Метод В. Б. Георгиевского изложен здесь в упрощенной модификации. Обычно интегрирования ведутся по всем независимым переменным (здесь независима только z), причем число интегрирований по каждой из них на единицу выше порядка соответствующей производной, для упрощения вычислений иногда вводятся модулирующие функции и т. д. Но все основные идеи метода сохранены.

Таблица 4

Зависимость значений сдвиговых характеристик от шага интегрирования

Δz	0,25	0,50	1,0	2,0
C	4,00	4,00	4,03	4,11
K	0,268	0,268	0,266	0,261

Практическая ценность разобранного примера казалось бы невелика. Откосы в состоянии предельного равновесия — редкость, и очень трудно установить, имеет ли оно место. Но именно здесь описываемый метод предлагает новые и интересные возможности. Оказывается, если откос имеет некоторый запас устойчивости, то получаемые по нему сдвиговые характеристики занижаются в соответствии с этим запасом. Если запас α постоянен вдоль профиля, это следует из цепочки равенств

$$x' = \alpha \frac{P_0 + \gamma z}{P_0 K + \gamma K z + C} = \frac{P_0 + \gamma z}{P_0 K_\alpha + \gamma K_\alpha z + C_\alpha}, \tag{33}$$

в которых $K_\alpha = K/\alpha$ и $C_\alpha = C/\alpha$. Последнее выражение в (33) отличается от (30) только обозначениями K_α и C_α вместо K и C. Поэтому именно K_α и C_α будут получены в результате применения метода. Формируя цепочку (33) в обратном порядке, находим, что использование K_α и C_α в прогнозных расчетах обеспечивает проектируемому профилю запас α. Если, к примеру, устойчивость некоторого профиля представляется удовлетворительной, но предполагается увеличить нагрузку на его бровку, то найденные по нему значения K и C обеспечивают проектному профилю тот же запас, что и у исходного, хотя сама величина запаса остается неизвестной. Если запас изменяется с глубиной, т. е. $\alpha = \alpha(z)$, то $K_\alpha = K/\alpha = K_\alpha(z)$, $C_\alpha = C/\alpha = C_\alpha(z)$ и успех зависит от возможности представления K_α и C_α в виде полиномов z не очень высокого порядка. Если $K_\alpha = \sum\limits_0^m K_i z^i$ и $C_\alpha = \sum\limits_0^n C_j z^j$, то вместо уравнения (33) получаем

$$x' = \frac{P_0 + \gamma z}{(P_0 + \gamma z) \sum\limits_0^m K_i z^i + \sum\limits_0^n C_j z^j}, \tag{34}$$

и задача сводится к отысканию коэффициентов K_i и C_j. Практика представления зависимостей в виде полиномов невысоких степеней в геологии обычна, но при этом порядок линейной системы резко возрастает. Задача становится более трудоемкой, но принципиально новых элементов в ней не появляется. К тому же, обращение к ЭВМ значительно снижает технические трудности.

Этот же метод можно применять для определения параметров моделей, представленных обычными, а не дифференциальными уравнениями с предварительным обращением их в дифференциальные. Например, по существующим теоретическим представлениям [38] связь между коэффициентом пористости ε и сжимающей нагрузкой P в одноосных компрессионных испытаниях описывается зависимостью

$$S = a\ln(1 + P/P_п), \qquad (35)$$

в которой $S=\varepsilon-\varepsilon_0$, ε_0 — коэффициент пористости при нагрузке $P=0$, а $P_п$ и a — параметры, подлежащие определению. Не вдаваясь в их физический смысл, заметим, что из-за неудобного вхождения $P_п$ это довольно сложная задача, решаемая обычно подбором. Но чаще вообще отказываются от рассмотрения зависимости (35) и обращаются к другим, не содержащим параметра $P_п$.

Продифференцируем выражение (35) по P и, освобождаясь от знаменателя, получим

$$a - P_п S' = PS'. \qquad (36)$$

Интегрирование (36) по P в интервале от 0 до P_i получаем, как и при выводе уравнения (31*в*)

$$aP_i - P_п S_i = P_i S_i - \int_0^{P_i} S dP, \qquad (37)$$

линейное уравнение относительно неизвестных параметров $P_п$ и a. Остальное ясно. В первых двух строках табл. 5 приведены результаты компрессионных испытаний. Выбрав в качестве $P_i=P_1=1$ кгс/см^2 и $P_i=P_7=7$ кгс/см^2 и построив систему из двух уравнений вида (37), находим $P_п=0{,}4$ кгс/см^2 и $a=0{,}007$. В третьей строке приводятся результаты вычислений по формуле (35) с найденными параметрами $P_п$ и a. Их сопоставление с опытными данными второй строки демонстрирует более чем хорошее согласие.

Таблица 5

Сопоставление фактических и расчетных компрессий

P_i, кгс/см^2	1	2	3	4	5	6	7
$S_i^н \cdot 10^3$	9	14	17	19	21	22	23
$S_i^р \cdot 10^3$	10	14	17	19	21	22	23

До сих пор представление метода велось в соответствии с существующей практикой, т. е. подчеркивались почти исключительно его достоинства. В связи с этим у недостаточно подготовленного читателя могло сложиться впечатление об его удивительной эффективности в сравнении с обычными методами решения обратных задач. Но значительная часть трудностей, с которыми приходится сталкиваться при отыскании параметров, лежит вне математики. Она связана с недостатком информации в широком смысле, включающем неполноту, неточность, а иногда ошибочность математических моделей объектов и исследуемых процессов, и не может быть преодолена чисто математическими средствами.

Так, получаемые описываемым методом результаты оказываются зависящими от выбора областей интегрирования, в чем легко убедиться, взяв в одном из уравнений при вычислении компрессионных параметров вместо $P_i = P_1 = 1$ кгс/см^2 $P_i = P_4 = 4$ кгс /см^2. Не редкость даже физически бессмысленные результаты — отрицательные коэффициенты фильтраций, уровнепроводности, конвективной диффузии и т. д. Вопреки ожиданиям [9], на результаты сильно влияют и погрешности измерений, которые могут резко увеличивать ошибки вычисления правых частей уравнений (37) и определителей образуемых из них систем. Совокупное рассмотрение исходного материала затрудняет обнаружение «выскакивающих» наблюдений и субъективную корректировку данных, столь обычную сейчас. Это тоже в какой-то степени тормозит применение метода.

Как и любой другой, этот метод обладает и достоинствами, и недостатками. Ясные представления о них — основа его эффективного использования. Метод достаточно легко реализуется на ЭВМ, единообразно позволяет решать различные задачи, не зависит от существования аналитических решений прямых задач и трудностей их обращения. При его реализации на ЭВМ можно, меняя области интегрирования при формировании систем линейных уравнений, получать наборы решений и выбирать затем те из них, которые лучше согласуются с исходными данными, например, в смысле наименьших квадратов.

В целом положение с постановкой и решением обратных задач еще более сложно, чем с прямыми. В последних имеется, по крайней мере, теоретическая возможность получения точного прогноза, если информация достаточно полна. Существование решений обратных задач менее ясно. В частности, когда коэффициенты фильтрации меняются только по вертикали, то в принципе его распределение по глубине может быть установлено однозначно откачкой в установившемся режиме, если известны напоры в каждой точке кровли водоносного горизонта. Если коэффициент фильтрации изменяется еще и по горизонтали, для однозначного решения необходимо, чтобы откачки были проведены в каждой точке какой-нибудь кривой. Однако и эти довольно ограниченные возможности носят скорее теоретический характер. Дело не только в технических и экономических трудностях реализации необходимых условий, но и в чрезвычайно жестких требованиях к точности всех измерений. Даже небольшие ошибки в них могут повлечь серьезные последствия в оценках свойств исследуемых объектов.

Вместе с тем создается впечатление, что при существующем подходе к опытным работам из них извлекается значительно меньше информации, чем они могут дать. Например, одна откачка в установившемся режиме в принципе позволяет определять коэффициенты фильтрации отдельных слоев в многослойных горизонтах, если известны их мощности, а в некоторых условиях и коэффициенты фильтрации и мощности [12].

Наконец, следует остановиться на решении обратных задач сопоставлением прогнозов, выполняемых на аналоговых устройствах при различных значениях параметров рассматриваемой модели, с фактическим состоянием объекта в анализируемом пространственно-временном интервале. Тот набор параметров модели, который обеспечивает наилучшее согласие, принимается как решение обратной задачи. Этот метод, как и прогнозы, выполняемые на аналоговых устройствах, имеют хорошую репутацию. Поскольку модели с ограниченным количеством однородных элементов не обеспечивают, вообще говоря, точного прогноза, при сопоставлениях всегда должны наблюдаться расхождения между результатами моделирования и натурой. Поэтому для объективизации оценок качества согласия необходимо ввести некоторую меру. Сейчас обычно вопрос о качестве сходимости решается субъективно. О степени сходимости можно, например, судить по упоминавшимся выше средним квадратам расхождений между прогнозными и наблюдаемыми величинами, величинами с обязательной оценкой изменения точности прогнозов во времени. Хотя этот метод может обеспечить удовлетворительный подбор параметров для прогноза на пространственно-временных интервалах, не слишком превышающих тот, по которому подбирались параметры модели, он не дает никакой гарантии на более отдаленное время, как впрочем и любые другие методы решения обратных задач.

Представляется, что необходима разработка методов решения обратных задач гидрогеологии и инженерной геологии не только в связи с подбором расчетных параметров прогнозных моделей, но и в связи с изучением структуры объектов.

Нет сомнений, что по результатам опытных работ можно определять положение границ раздела с резкими изменениями свойств, локальные неоднородности и т. д. Одним из сильнейших инструментов интерпретации может оказаться сопоставление результатов исследований на образцах и решений обратных задач, которые следует не противопоставлять друг другу, а, напротив, использовать комплексно.

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И ТОЧНОСТЬ ПРОГНОЗОВ

Рассмотрение прогноза вне связи с оценками его достоверности и возможными ошибками в значительной мере бессмысленно. Эти оценки обычно опираются на формулы теории ошибок

$$\Delta h = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial h}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2},$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{h} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial h}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}, \tag{38}$$

$$|\Delta h| = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial h}{\partial x_i} \Delta x_i \right|$$

где h — прогнозируемая величина, зависящая от n параметров $x_1, x_2, ..., x_n$; Δh и Δx_i — ошибки прогноза и параметров модели $h=f\ (x_1, x_2, ..., x_n)$, по которой он рассчитывается [11, 21].

Результаты, полученные по формулам теории ошибок, определяются конкретным видом модели $h=f(x_1, x_2, ..., x_n)$, по которой ведется прогноз. Поэтому иногда предлагают различать ошибки методологические, возникающие вследствие неправильного выбора модели, и метрологические — ошибки в определении параметров, входящих в расчетную схему. Первые предлагается находить путем сопоставления решений тестовых задач, представляя один и тот же объект в виде различных моделей, а вторые — по формулам теории ошибок. Тогда общая ошибка прогноза оказывается некоторой комбинацией методологических и метрологических погрешностей [30, 46].

Такой подход к оценке точности прогнозов представляется не вполне последовательным. В тех задачах, в которых возможны методологические ошибки, нет смысла говорить о метрологических. Дело в том, что величины последних зависят от конкретного представления расчетной схемы $h=f(x_1, x_2, ..., x_n)$, и их оценки верны настолько, насколько правильно угадано это представление. Если оно угадано неверно, о метрологических ошибках судить невозможно, да и не к чему. Так, если точное решение задачи дается выражениями (5), то имеет смысл говорить о возможных ошибках прогноза в связи с ошибками в определении коэффициентов фильтрации K_1, K_2 и координаты границы раздела x_1. Воспользовавшись, в частности, первым из уравнений (38), находим, что для интервала $0 \leqslant x \leqslant x_1$

$$\Delta (h^2) = \frac{\left(h_0^2 - h_L^2\right)(L - x_1)\, x}{[K_1 (L - x_1) + K_2 x_1]^2} \sqrt{(K_2 \Delta K_1)^2 + (K_1 \Delta K_2)^2}. \quad (39)$$

Если теперь вместо решения (5) вести прогноз по формуле (4), то окажется, что прогнозируемая величина не зависит от параметров разреза. Следовательно, метрологическая ошибка от этих факторов при использовании расчетной схемы (4) равна нулю. Выбор какой-либо третьей расчетной схемы приведет к новому значению метрологической ошибки и т. д. Верной, между тем, является только оценка (39), полученная по точному решению (5а).

Поэтому правильнее говорить о задачах, в которых имеют место *методологические ошибки*, и о задачах, где возникают метрологические ошибки. В частности, когда объектом прогноза являются поля значений и переход к кусочно-однородным моделям с ограниченным количеством элементов ведет к неконтролируемым последствиям, приходится сталкиваться с методологическими ошибками. Выше они объяснялись только ограниченными возможностями схематизации условий. Этого вполне достаточно для их возникновения, но схематизация — лишь одно из частных проявлений общей причины, состоящей в необходимости работать в условиях недостатка информации. Другие ее проявления — ошибки в формулировании граничных и начальных условий и оценках свойств объектов, неверные или неполные представления о физической сущности рассматриваемых процессов, приводящие к неверным математическим моделям, и т. п. Никакие тестовые задачи не позволяют оценивать методологические ошибки на реальных объектах. Единственный способ их изучения состоит в сопоставлении действительности с прогнозами, полученными при тех или иных схематизациях, граничных и начальных условиях и представлениях о механизме изучаемого процесса.

Иначе обстоит дело в задачах, в которых объектом прогноза является одно число. В них существование теорем о среднем делает теоретически вполне допустимым переход к кусочно-однородным схемам с ограниченным количеством элементов. Более того, выбор расчетных схем в такого рода задачах, вообще говоря, произволен. Поэтому в них бессмысленно обсуждать правильность выбора расчетных схем и методологические ошибки. Применение формул теории ошибок здесь вполне оправдано. Следует только иметь в виду, что в них должны участвовать ошибки аргументов именно расчетных схем. В частности, если, например, объектом прогноза являются потери воды из канала или уровень грунтовых вод в центре междренья и оцениваются возможные его погрешности в связи с ошибками в определении фильтрационных свойств, в выражениях (38) должны фигурировать не ошибки отдельных определений коэффициентов фильтрации, а ошибки их расчетных значений, вычисляемые по формулам (13—16).

Еще интереснее положение с оценками точности решения обратных задач. Применение моделей с ограниченным количеством однородных элементов приводит к тому, что получаемые результаты (одна величина вместо целого поля значений) оказываются некоторыми осреднениями. Несмотря на то что осреднение происходит естественным образом, само собой, его способ определяется множеством неконтролируемых факторов, так что остаются неизвестными ни его характер, ни объем, по которому осреднение происходит. Получаемые результаты несут метрологические ошибки, но эти ошибки обычно значительно меньше наблюдаемых разбросов определений [46], и совершенно не ясно, как к ним относиться. Эти разбросы не ошибки в обычном смысле слова. Они, например, несут информацию о структуре объекта, хотя этой информации, как правило, недостаточно для однозначной интерпретации. Различные комбинации из этих результатов могут систематически отличаться от истинных значений исследуемых свойств. Так, средние арифметические из результатов откачек, полученных при различном расположении наблюдательных скважин и обработанных по формуле (21), всегда меньше, точнее не больше истинного значения коэффициента фильтрации напорного однородного водоносного горизонта ограниченной мощности. Это следует из формулы (22). Наконец, что брать в качестве точного значения, от которого следует отсчитывать ошибки? Вероятнее всего, это могло бы быть то расчетное значение параметра, которое обеспечивает наиболее точный прогноз. Возникает вопрос, как его найти. Так, результаты формул (13) и (15) формируются из истинных значений коэффициентов фильтраций, а не из величин, получаемых из данных откачек по формуле (21).

Приходится с сожалением признать, что в настоящее время использование методов математической физики при решениях прогнозных и обратных гидрогеологических и инженерно-геологических задач, как правило, не может гарантировать получение результатов с заданной точностью. Более того, они не позволяют обычно оценивать и фактическую точность полученных с их помощью результатов. Это следствие не только промахов в организации и проведении полевых исследований, хотя они играют свою роль, но и принципиальных особенностей строения объектов геологической природы и возможности их изучения.

Эта достаточно пессимистическая оценка не является новостью. Здесь уместно вспомнить утверждение М. Н. Гольдштейна, что «современная механика грунтов позволяет для подавляющего большинства задач, которые ставит перед собой строительная практика, определять только порядок искомых величин, причем даже в самых благоприятных условиях ошибка может доходить до 100%» [11, с. 41]. К этому высказыванию нечего добавить, кроме разве того, что 100% в нем просто символ больших ошибок. Нет никаких оснований ограничивать относительную величину возможных погрешностей сверху. Впрочем, подобные признания — редкость. Охотнее публикуются материалы об удачных прогнозах. Чаще это делается несознательно — об успехах сообщать приятнее, но иногда неудачи стараются не замечать, маскировать вполне сознательно. Автору пришлось быть свидетелем исследований, связанных с прогнозированием потерь из небольшого водохранилища. По изысканиям условия для его строительства были признаны вполне удовлетворительными. Это подтверждалось аналитическим расчетом и моделированием на ЭГДА, которые дали совершенно одинаковые результаты: ожидаемые потери из водохранилища составляли 1,2 тыс. м^3/сут. В инженерно-геологическом заключении особенно подчеркивалось это совпадение как доказательство надежности прогноза. Увы, при заполнении водохранилища расходом в 120—130 тыс. м^3/сут в течение двух месяцев его удалось наполнить только наполовину. Ошибка, таким образом, составила около 10000%. В конце концов пришлось спускать воду и по дну хранилища создавать экран. Однако самое поучительное состоит в том, что никакого анализа причин столь грубой ошибки не проводилось. Более того, в появившейся года через два статье описывались исследования грунтов при выборе материала для экрана, проводившиеся той же организацией, и это заполнение называлось пробным. Это, во-первых, был намек на то, что возможность больших потерь не исключалась, а, во-вторых, событие, вызвавшее большой переполох в различных инстанциях, превращалось в рядовое.

Было бы неверно истолковывать эту критику как призыв к отказу от применения методов математической физики. При применении принципиально новых или недостаточно проверенных практикой проектных решений они часто являются единственным средством получения представлений о возможных последствиях. Бывает, что несмотря на их методологическую некорректность получаемые с их помощью результаты вполне приемлемы по своей точности. Вспомним недоумение М. Маскета по поводу удовлетворительной практической точности результатов, получаемых с помощью теории Дюпюи — Форхгеймера, при всей противоречивости посылок, на которые она опирается [23, с. 297—301]. Но следует настоятельно предостеречь от некритического отношения к результатам применения методов математической физики. Их основной недостаток заключается в невозможности оценки их точности замкнутым образом, т. е. методами самой же математической физики. Поскольку это связано с недостатком информации, бесполезны, в частности, и широко практикуемые сопоставления решений аналитическими и аналоговыми методами, безусловно эффективные при исследовании шагов дискретизации, упрощениях расчетных схем и в других случаях. Представление об ошибках, возникающих при использовании тех или иных моделей, приемов схематизаций и выбора расчетных значений параметров, может дать только сопоставление прогнозов с их реализацией.

Примером такого рода сопоставлений является работа Л. С. Язвина [46], где проанализирована реализация прогнозов на 114 водозаборах. Сопоставление, как и следовало ожидать, показало невысокое качество прогнозов. Так, из 89 водозаборов в артезианских бассейнах, лишь в 12 точность прогнозов признается удовлетворительной, в 76 — эксплуатационные запасы занижены и в одном случае завышены. У водозаборов в речных долинах неудовлетворительны прогнозы примерно в 80% случаев. В них эксплуатационные запасы завышены.

Л. С. Язвин не указывает критериев, по которым классифицировалось качество прогнозов, и поэтому приводимые здесь результаты лишь суммируют его оценки. К сожалению, автор не анализирует ошибки в связи с различными способами схематизации, выбора расчетных параметров. Он объясняет их главным образом плохим выбором граничных условий, что представляется вполне возможной, но вряд ли единственной причиной. Не всегда ясно, имеются ли в виду прогнозы, сделанные до ввода водозаборов в эксплуатацию, или в них использовался некоторый опыт эксплуатации, что естественно увеличивает их надежность. Наконец, Л. С. Язвин считает, что отчасти занижения эксплуатационных запасов производятся сознательно, а не являются ошибками. Такая практика действительно существует. Это известная концепция «запаса». Но «запас» ведет к увеличению затрат при разведке и эксплуатации и должен быть регламентирован. Поэтому следовало бы указать, какая часть ошибки прогноза связана с «запасом», и исключить ее при оценках.

Эта интересная и важная работа, свидетельствующая о не вполне благополучном положении с точностью прогнозов в области, где этому вопросу уделяется сравнительно много внимания, пока остается редким исключением. Отчасти это объясняется некритическим отношением к методам математической физики, верой, что правильная схематизация всегда дает правильные результаты, а ошибки контролируются формулами (38). Другая причина — трудности выявления того этапа работ, на котором допущена ошибка. Поэтому, несмотря на большой опыт эта сторона применения методов математической физики остается неизученной. Нет ни критериев для оценок точности, ни методик для их получения. Между тем они необходимы для того, чтобы отобрать из огромного множества применяемых сейчас расчетных методов, формул и приемов схематизации практически наиболее точные и надежные в тех или иных условиях. Одна из целей настоящей книги состоит в привлечении внимания специалистов к этому актуальному для дальнейшего развития гидрогеологии и инженерной геологии вопросу. Он не может быть решен отдельными лицами и даже организациями, а требует координированных коллективных усилий.

Ощутимые результаты этой работы, учитывая ее сложность, дело более или менее отдаленной перспективы. В настоящий момент важно ясно представлять доказательную силу методов математической физики и учитывать ее в практической деятельности. В частности, проектирование, строительство, эксплуатацию сооружений и проведение различных мероприятий желательно организовать так, чтобы их можно было корректировать по достигаемым результатам. Так, при эксплуатации водозаборов, если выясняется, что прогноз не оправдывается, меняют водоподъемное оборудование или проходят дополнительные выработки, добиваясь нужного эффекта. В принципе, видимо, допустимо постепенное, по мере надобности, сгущение сети вертикального и горизонтального дренажа и т. д. Этот путь предполагает тщательное наблюдение за сбываемостью прогноза. Чем раньше обнаруживаются ошибки, тем дешевле обойдется корректировка, и там, где она возможна, это лучшее практическое решение вопроса.

Достоверность прогнозов и рекомендаций увеличивается, когда определения расчетных параметров проводятся в опытах, имитирующих условия эксплуатации проектируемых сооружений или реализации мероприятий. Так, если даже отказаться от гидрогеологической трактовки параметров, получаемых в опытно-эксплуатационных откачках, и рассматривать их как эмпирические коэффициенты, входящие в зависимости между дебитами и понижениями, то, видимо, не вызывает сомнения возможность выбора таких их значений, которые обеспечат прогноз удовлетворительной точности, особенно на ранних стадиях. Прогнозируемые величины по существу непосредственно наблюдались при откачках, чего, например, нет, когда данные, полученные по откачкам и наливам, используются для прогноза горизонтального дренажа. То же можно сказать об изучении несущих способностей грунтов забивкой опытных свай, различных штамповых испытаний и т. п. Но полной компенсации неучтенных особенностей объектов не происходит и по мере удаления от пространственно-временного интервала, по которому выбирались расчетные параметры, качество прогноза может ухудшаться.

Значительно менее, чем следует, используется метод аналогий. Это объясняется, видимо, тем, что несмотря на определенные успехи, в целом, проблема установления аналогий и учета всех факторов, влияющих на ход и результаты сопоставляемых процессов, еще далека от разрешения. Однако отсутствие общих решений и подходов не исключает возможности эффективного использования аналогий в конкретных ситуациях. Полезным, в частности, может оказаться описанный в предыдущем разделе прием с использованием интегральных преобразований. С его помощью в качестве объекта — аналога удалось использовать тот же объект, для которого строится прогноз, и тем самым снять вопрос о геологическом подобии объекта и аналога.

Основой применения методов математической физики в приложениях является здравый смысл. Так, естественно больше полагаться на модели, прогнозы по которым лучше согласуются с натурой, в доступном для сопоставления пространственно-временном интервале, хотя хорошее совпадение на нем не гарантирует точного прогноза в дальнейшем. Поэтому желательно использовать гибкие математические модели, легко согласующиеся с натурными наблюдениями. В этом отношении интегральные преобразования тоже достаточно интересны. Например, выражение (34) — по существу модель для объекта с переменными параметрами, полученная из модели для объекта с переменными параметрами, полученная из модели для объекта с постоянными параметрами. Вместо скомпрометированной модели конвективной диффузии (29) и ее частных модификаций удобнее ввести универсальную модель одномерного перемещения некоторого компонента

$$mД \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - mV \frac{\partial C}{\partial x} - \Sigma \alpha_i (C_i - C) = m \frac{\partial C}{\partial t}, \qquad (40)$$

в которой m — относительная площадь живого сечения инфильтрующего раствора, а α_i и C_i — параметры, определяющие интенсивность обмена этим компонентом между различными формами его нахождения в грунте. Для модели (40) модель (29) послужила чисто эвристическим отправным моментом. Ее параметры можно интерпретировать просто как согласующие эмпирические коэффициенты, регулируя их количество объемом исходных данных для их определения и вычислительными возможностями.

В заключение еще раз подчеркнем, что хотя нет никаких ограничений на использование методов математической физики как аппарата исследований, вопрос о точности и достоверности получаемых с их помощью прогнозов может быть решен только путем сопоставления прогнозов и их реализаций. Разработка методик и критериев этих сопоставлений, а также само их проведение и анализ результатов — одна из важнейших задач.

ВСЕГДА ЛИ ПРИМЕНИМЫ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ?

В настоящее время статистические методы — наиболее широко используемый в геологии раздел математики. Методологические основания их применений приводятся в многочисленных работах А. Б. Вистелиуса, Г. К. Бондарика, И. С. Комарова, Д. А. Родионова и др. В прикладной «технической» геологии их наиболее четко и последовательно сформулировал М. В. Рац в работе [33]. Его важнейшие аргументы сводятся к следующему.

1. Свойства горных пород оцениваются с помощью экспериментов, результаты которых являются некоторыми осреднениями по некоторым областям, называемым определяющими областями экспериментов. Поскольку ни размеры, ни положение областей не могут быть зафиксированы с абсолютной точностью, значения свойств, определяемые экспериментально, оказываются случайными величинами. Добавим, что эти обстоятельства особенно ярко обнаруживаются при опытных и натурных исследованиях, сводящих определение свойств объектов к решению обратных задач математической физики, при котором далеко не всегда удается установить и характер осреднения, приведший к получаемому результату.

2. Обычно размеры определяющих областей экспериментов не велики по сравнению с размерами областей воздействия намечаемых сооружений и мероприятий, и получаемые в экспериментах осреднения в «малом» подвержены нерегулярной изменчивости, которую удобнее описывать статистически.

3. Статистические описания объектов более чем детерминистические, устойчивы к расположению и количеству точек наблюдений.

Существуют и другие причины, из-за которых оценкам гидрогеологических и инженерно-геологических свойств геологических объектов, используемым при принятии различных решений, присуща некоторая неопределенность, случайность в том смысле, что их значения не поддаются точному прогнозу. Ссылаются, в частности, на то, что эти свойства формируются под воздействием множества неизвестных факторов, по разному сказывающихся в различных точках исследуемых массивов, что результаты экспериментов зависят от структурных особенностей объекта и их расположения относительно мест проведения экспериментов, часто неизвестных, истории геологического развития и т. д. А. поскольку с материалом, содержащим неопределенность, «работают» теория вероятностей и математическая статистика, им, как говорится, и карты в руки.

Как ни многочисленны и ни разнообразны эти доводы, в сущности они аппелируют лишь к непредсказуемости изучаемых явлений и событий. Но математический аппарат теории вероятностей, используемый статистическими методами, построен для работы с явлениями, которым наряду с неопределенностью присуще еще и свойство статистической устойчивости (однородности), означающее, что каждому значению случайной величины соответствует пусть неизвестная, но вполне определенная вероятность [37]. Отсутствие статистической устойчивости, вообще говоря, не исключает использования статистических характеристик. Во многих задачах получаемые статистическими методами и приемами результаты являются лучшими в том же смысле, что и в тех случаях, когда статистическая устойчивость имеет место. Различие лишь в том, что при отсутствии статистической устойчивости «не работают» методы оценок достоверностей получаемых результатов. Поскольку в приложениях важны не только числа, но и их точность, это «лишь» кардинально меняет ситуацию. Так, коэффициенты уравнений регрессий, рассчитанные методом наименьших квадратов, являются лучшими в смысле наименьших квадратов вне зависимости от статистических свойств материала, на котором они получены. В этом качестве они почти без ограничений могут быть рекомендованы для аппроксимации результатов наблюдений или компактного описания каких-либо закономерностей. Но если возникнет вопрос точности аппроксимации в связи с тем, что она получена по случайной выборке, требование статистической устойчивости становится принципиальным. То же самое с определением расчетного значения коэффициента фильтрации.

Формулы (13) и (15) никак не связаны со статистической природой исходного материала, но оценки точности полученного результата уже существенным образом опираются на статистическую устойчивость.

Поэтому любое статистическое исследование должно включать проверку статистической однородности используемого материала. На практике это легче потребовать, чем осуществить. Во-первых, подобная проверка требует такого объема информации, которого в большинстве гидрогеологических и инженерно-геологических задач просто неоткуда взять. Во-вторых, положительный ответ на вопрос о статистической однородности материала далеко не всегда может быть обоснован достаточно строго. В этом смысле статистические методы гораздо эффективней при отклонении гипотез о статистической однородности. Наконец, в-третьих, предпринимая попытку проверки статистической устойчивости, приходится считаться с возможностью отрицательного результата, предполагающего отказ от дальнейшего применения статистических методов и ничего не предлагающего взамен. «В результате, — пишет В. Н. Тутубалин [37, стр. 144], — в целых областях знаний, например в геологии, нормой стал такой подход, при котором статистическая устойчивость вовсе не проверяется, что неизбежно приводит к серьезным ошибкам».

Впрочем, неизбежность серьезных ошибок — все же некоторое преувеличение. Правильнее сказать о возможности появления таких ошибок и необходимой в связи с этим тщательности при постановке и решении геологических задач статистическими методами, а также аккуратности в интерпретации результатов. В частности, существует значительное несоответствие геологического подхода к изучению и опробованию объектов требованиям статистического метода. Его существенным моментом является независимость испытаний. В геологии исследования проводятся либо по систематическим сетям, либо по непрерывно корректируемым гибким схемам. Обе методики приводят к смещению статистических оценок, причем величина смещения остается неизвестной. Но если систематические сети позволяют получать состоятельные оценки, т. е. оценки, смещения которых уменьшаются с ростом плотности сети, то гибкие схемы лишают оценки и состоятельности. Рассчитывать на сколько-нибудь резкие изменения существующих методик в организации проведения полевых работ не приходится. В настоящем виде эти методики учитывают теоретическое состояние соответствующих геологических дисциплин, опыт нескольких поколений гидрогеологов и инженерных геологов; они значительно эффективней методик, ориентированных на получение статистически корректной информации. Но в результате оказывается, что нельзя доверять статистическим оценкам даже в тех случаях, когда статистическая устойчивость обеспечивается самой постановкой задачи. В качестве примера можно сослаться на часто возникающую необходимость количественной оценки площади, на которой регистрируется некоторое свойство. Отношение этой площади к общей площади объекта равно вероятности того, что случайно заданная выработка обнаружит исследуемое свойство. Поэтому, если работы организованы по схеме, называемой в теории вероятностей схемой Бернулли, то искомая площадь оценивается по отношению количества скважин, обнаруживших требуемое свойство, к общему количеству скважин на объекте. Поддаются оценкам также достоверность и точность получаемых результатов. Но поскольку на практике не придерживаются схемы Бернулли, эти оценки лишены теоретических оснований.

Чтобы больше не возвращаться к этому вопросу, везде далее предполагается, что статистическая устойчивость имеет место и принятые системы получения информации обеспечивают независимость результатов наблюдений и опробований. Как показывает приведенный только что пример, задачи, в которых выполнение этих условий может быть гарантировано, существуют.

А ЕСТЬ ЛИ ТРЕНД?

В геологии широко распространено представление информации в виде разного рода эмпирических зависимостей, подбираемых с помощью метода наименьших квадратов. Это объясняется не только желанием компактно представить информацию, проникнуть в суть взаимосвязей природного комплекса и дать им количественные оценки. Для решения многих задач свойства объектов должны быть заданы сплошным образом, но непосредственное получение информации в таком объеме обычно невозможно. В связи с этим возникает необходимость в интерполяции имеющихся данных на неопробованные точки объекта. По многим причинам неодинаковы также возможности прямого изучения различных свойств. Одни из них исследуются более детально, другие — менее. Неодинаковы и наборы свойств, изучаемых в отдельных точках. Поэтому естественно желание прогнозировать значения одних свойств, используя информацию о других. Большинство задач такого рода решается построением методом наименьших квадратов регрессионных зависимостей между соответствующими величинами.

Наилучшие в смысле наименьших квадратов наборы коэффициентов уравнений регрессий заданных видов обеспечиваются методом наименьших квадратов вне зависимости от статистических свойств используемых материалов. Но поскольку обычно эти материалы являются незначительной долей тех множеств, в которых должны «работать» полученные наборы, возникает задача оценки их качества для генеральных совокупностей. Она составляет вероятностную часть метода наименьших квадратов.

Желание оценить точность и достоверность описания полученными эмпирическими выражениями взаимосвязей между различными факторами естественно. Но его реализация в гидрогеологической и инженерно-геологической практике наталкивается на ряд принципиальных трудностей. Их обсуждение удобно начать с простого примера применения метода наименьших квадратов к исследованию региональной изменчивости свойств, называемого тренд-анализом.

Рис. 3 взят из книги Г. К. Бондарика [3, с. 52] и дополнен кривой *3*. На рис. 3 представлены средние по скважинам значения удельных динамических сопротивлений сдвигу. Точные числовые значения этих величин равны (в знаменателях указываются номера соответствующих скважин): 110/28, 112/29, 110/30, 162/31, 106/32, 183/33, 106/33а, 114/34, 225/35, 234/36, 134/41, 270/42, 130/44, 140/45. Автор пишет [3, с. 52]: «Даже беглый взгляд на оценки средних значений показателей пенетрации песков позволяет высказать предположение о наличии тенденции к возрастанию величины показателя с юга (скв. 28, 29, 30) на север (скв. 42, 44, 45). График показывает, что в этом направлении увеличиваются как оценки средних значений показателя, так и размах его колебаний. Наличие тренда при этом проявляется настолько четко, особенно при анализе средних значений показателя по каждой тройке соседних скважин, что даже не требует проверки гипотезы о наличии тренда при помощи каких-либо строгих критериев». Постановка и решение задачи типичны для геологии. Действительно, коэффициент коррекции r, рассчитанный по средним значениям показателя по тройкам скважин, равен 0,99. Но если вычисления вести по парам, то $r = 0{,}54$. Расчет же по всем 14 скважинам дает $r = 0{,}4$. Оба последних значения не противоречат гипотезе об отсутствии линейного тренда и не согласуются с утверждением автора работы [3]. Наконец, представив тренд в виде периодической функции с возрастающей амплитудой, вроде кривой 3

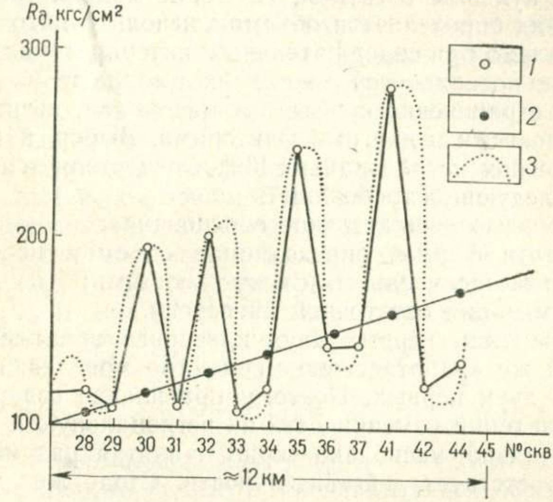

Рис. 3. Исследование тренда оценок средних величин динамического сопротивления пенетрации:

1 — средние величины динамического сопротивления по скважинам; *2* — средние, подсчитанные по трем соседним пенетрационным скважинам; *3* — периодическое представление тренда

на рис. 3, можно подобрать ее так, что корреляционное отношение окажется как угодно близким к единице и подтвердит утверждение автора не только о возрастании показателя с севера на юг, но и его размах. Продолжая далее, можно вновь и вновь доказывать то наличие тренда, то его отсутствие. Вопрос о том, есть ли он на самом деле и каково его конкретное представление, остается открытым.

Этот результат не нов и известен геологам [6, с. 75—76; 18, с. 268]. Но даже в работах, упоминающих о нем, не находится места для иллюстраций. У читателя создается впечатление, что эти упоминания — дань академизму, что для практики он не имеет никакого значения. Напротив, вновь и вновь приводятся примеры якобы успешного выделения региональной составляющей изменчивости, доказательств с помощью тренд-анализа глубоких закономерностей, механизма формирования различных свойств и т. п.

На самом деле это, конечно, не так. Даже в очевидном, по мнению автора работы [3] случае, форма тренда и само его существование оказываются при внимательном анализе не столь очевидными. Вообще, метод наименьших квадратов позволяет получать оценки для коэффициентов поверхностей тренда известного вида, но он немного дает для выбора этого вида. Это следует хотя бы из того, что всегда возможно построение поверхности с нулевым остатком. Но такие модели тренда бесполезны. Их вид определяется объемом используемого материала, что неприемлемо при содержательных интерпретациях. Поэтому при подборе поверхностей тренда их выбирают из некоторого множества, ограниченного объемом материала, вычислительными возможностями и другими факторами. Выбор, как и обычно в статистических исследованиях [39], осуществляется как компромисс из следующих требований:

1) разумное содержательное обоснование;
2) простота формы, определяемая объемом исходной информации и вычислительными возможностями;
3) минимизация остаточной дисперсии.

Субъективность первых двух критериев вне всяких сомнений. Третий же «работает» на множество моделей, отобранных с помощью двух первых. Поэтому правильнее говорить об условном разделении изменчивости на региональную и случайную, верном настолько, насколько верно принятая разумная модель тренда соответствует действительности. Столь же условны и все статистические оценки, получаемые на основании принятой модели. Более корректны отклонения некоторых представлений тренда и соответствующих им гипотез о механизме формирования региональной изменчивости, что немало само по себе.

Рассмотренный пример интересен еще в одном отношении. В качестве зависимой переменной в нем фигурируют средние значения динамического сопротивления пенетрации, а при обсуждении вопроса о наличии тренда автор обратился к средним из результатов по трем соседним скважинам. Вообще, для гидрогеологии и инженерной геологии достаточно типична установка на изучение взаимосвязей между средними значениями исследуемых величин.

Между тем замена частных значений их осреднениями по некоторым множествам порождает ряд проблем. Так, в приведенном примере оказалось, что коэффициент корреляции $r=0{,}4$ для линейного тренда, оцениваемого по отдельным скважинам, возрастает до 0,54, когда скважины группируются по две, и до 0,99, когда тренд устанавливается по средним из трех соседних выработок. Это не случайность. Как известно, при осреднении дисперсия уменьшается с ростом объема множества, по которому проводится осреднение. Поэтому оценки тесноты связей, в которых используются средние значения, оказываются зависящими от выбора осредняемого множества.

И этот факт известен статистикам [45, с. 360]. Для нас же он означает, что, скажем, тренд влажности, обнаруженный по ее средним значениям для квадратных участков со сторонами 60 км, не гарантирует существование тренда для индивидуальных значений влажностей и для ее средних значений по участкам со сторонами 5, 10 или 20 км. Поэтому исследование тренда по средним предполагает тщательное обоснование выбора способа осреднения.

Отмечаемый эффект проявляется не только в тренд-анализе. О том, что изучение взаимосвязей между осредненными величинами — возможный источник принципиальных ошибок и заблуждений, известно в почвоведении [14], многие проблемы которого в методологическом отношении схожи с геологическими. Особенно неприятным может оказаться завышение оценок тесноты связи при использовании осредненных данных при построении регрессионных зависимостей для определения свойств пород и грунтов. Наглядной иллюстрацией ошибочных рекомендаций может служить пример, заимствованный из работы [26, с. 11—12]. В нем рассчитываются сдвиговые характеристики (коэффициент внутреннего трения $\operatorname{tg}\varphi$ и сцепление C) как коэффициенты уравнения регрессии

$$\tau = P\operatorname{tg}\varphi + C, \tag{41}$$

в котором P — нормальное давление, а τ — сопротивление сдвигу. Исходные данные (табл. 6) предварительно осредняются по каждой нагрузке P_i, а затем для полученных 6 пар строится зависимость (41). Оказалось, что $\operatorname{tg}\varphi=0{,}056$, $C=0{,}842$ кгс/см² и коэффициент корреляции $r=0{,}913$. По критериям работы [26] это значение r позволяет считать, что полученные результаты надежны. Но расчет без осреднения по всем 66 парам значений τ_i и P_i при тех же $\operatorname{tg}\varphi$ и C дает $r=0{,}26$, что по тем же критериям относит полученные результаты к ненадежным.

Таблица 6

Результаты испытаний на сдвиг

Нагрузка, кгс/см²	Сопротивление сдвигу, кгс/см²										
1	0,962	0,612	0,612	0,888	1,038	1,188	0,812	0,988	0,875	0,588	0,738
2	0,962	0,688	0,662	1,112	1,118	1,325	0,988	1,025	1,075	0,800	0,662
3	1,125	0,800	0,700	0,900	1,475	1,400	1,150	1,175	1,300	0,800	0,975
4	1,412	0,850	0,650	1,075	1,312	1,425	1,250	1,175	1,162	0,850	0,950
5	1,125	0,900	0,675	1,225	1,225	1,650	1,025	1,075	1,500	0,975	1,038
6	1,138	0,950	0,625	1,500	1,375	1,588	1,025	1,150	1,100	0,912	1,011

Впрочем, осреднения в описываемых случаях, вообще говоря, не обязательны. Они проводятся для упрощения вычислений и от них более или менее легко отказаться. Значительно неприятнее тот факт, что многие свойства, изучаемые при инженерно-геологических и гидрогеологических исследованиях, такие, как объемные веса, влажность, сдвиговые и прочностные характеристики, коэффициенты фильтрации, минерализация грунтовых вод и засоление грунтов и т. п., в принципе не могут определяться иначе, как средние по некоторому объему, и большинству из этих свойств присущи масштабные эффекты II рода, а некоторым и I рода, подробно описанные М. В. Рацем [32].

Эффект II рода заключается в зависимости дисперсии исследуемого свойства от размеров определяющей области экспериментов, т. е. области, на которой происходит осреднение, и отражает уже обсуждавшееся влияние ее объема. Поэтому, например, только из-за различий в размерах образцов, на которых получены исходные данные, разными могут оказаться и выводы о наличии тренда изучаемого свойства. Еще более неприятен масштабный эффект I рода, заключающийся в том, что от размеров определяющей области эксперимента зависит математическое ожидание величины изучаемого параметра. Этот эффект имеет место, например, при изучении прочностных характеристик [32] и, видимо, фильтрационных свойств. Он делает неопределенными не только вопрос о наличии тренда, но и о распределении исследуемого свойства вообще.

В задачах, требующих, чтобы используемые в них параметры были заданы значениями в точках, можно было бы попробовать предельный переход, изучая статистические характеристики при различных определяющих областях экспериментов. Но при этом придется считаться с необходимостью резкого увеличения объемов исследований. К тому же часто в полевых экспериментах области определения и способы, которыми фактически осуществлялись осреднения, остаются неизвестными. (В качестве примеров назовем коэффициенты фильтрации, получаемые откачками, нагнетаниями и наливами, объемные веса и влажности, определяемые изотопными методами и т. п.). Поэтому в случаях, когда имеют место масштабные эффекты I и II родов и из самой задачи не ясно, какой должна быть определяющая область, например, размеры образцов, статистические методы и, в частности, оценки, опирающиеся на метод наименьших квадратов, значительно теряют в силе. То же происходит, когда невозможно гарантировать получение нужной определяющей области или провести измерения при заданной области определения.

Трудности, возникающие при работе с осредненными данными, связаны в сущности с произволом в выборе объектов для сопоставлений. Но немало задач, в которых они не возникают. К ним относится, например, геолого-структурный анализ, предметом которого является изучение пространственного положения геологических объектов, их мощностей, углов падения и т. п. Здесь каждой точке объекта соответствуют определенные глубины залегания кровли и подошвы, мощность, простирание исследуемого слоя и т. п. Поэтому именно в такого рода задачах достигнуты наибольшие успехи. Впрочем, и в них не следует особенно доверять оценкам точности и надежности построений, которые основываются на оценках корреляционных отношений и получаемых в предположении, что все условные распределения подчиняются нормальным распределениям с одинаковыми дисперсиями. Обычно выполнение этих условий не проверяется и судить о точности подобранных уравнений можно только на основании практического опыта.

Следующий пример показывает, сколь мало в геологических приложениях беспокоятся о действительной строгости статистических оценок. Для обеспечения определения параметров уравнений регрессий

$$\tilde{y} = f(x) \tag{42}$$

часто прибегают к линеаризации, которая достигается различными преобразованиями. В частности, во многих случаях вместо сглаживаемой переменной переходят к переменным $z=1/y$, $z=\lg y$, $z=y^2$, ..., $z=xy$ и т. п. [16, 21, 26]. Оказывается, однако, что коэффициенты преобразованных уравнений, найденные методом наименьших квадратов, не являются лучшими в смысле наименьших квадратов для исходного уравнения (42).

Рассмотрим уравнение

$$\tilde{y} = A \cdot 10^x, \tag{43}$$

которое приводится к линейному логарифмированием

$$\lg \tilde{y} = \lg A + x. \tag{44}$$

Если заданы пары $x_1=0$, $y_1=1{,}11$ и $x_2=2$, $y_2=90$, то метод наименьших квадратов, примененный к уравнению (44), дает $\lg A=0$ и уравнение (42) принимает вид

$$\tilde{y} = 10^x.$$

Но оно оказывается не лучшим в смысле наименьших квадратов, в чем легко убедиться, сравнив остаточные суммы квадратов для него и, скажем, для уравнения

$$\tilde{y} = 0{,}9 \cdot 10^x.$$

Другой пример — зависимость вида

$$\tilde{y} = \sqrt{B + x}\,, \tag{45}$$

которую в работе [21, с. 119] рекомендуется линеаризовать возведением в квадрат

$$\tilde{y}^2 = B + x.$$

Для пар значений $x_1=1$, $y_1=2$ и $x_2=100$, $y_2=9$ для последнего выражения метод наименьших квадратов дает $B=-8$, что равносильно для исходного уравнения (45) отсутствию решения вообще, поскольку оно теряет смысл для $x<8$.

Примеров такого рода множество. Но здесь мы ограничимся еще только одним, заимствованным из работы [38], в которой зависимости вида

$$\tilde{y}=A+B/x \tag{46}$$

рекомендуется линеаризовать преобразованием

$$\widetilde{yx}=Ax+B. \tag{47}$$

Пусть заданы 3 пары значений $x_1=1$, $y_1=10$; $x_2=5$, $y_2=4$ и $x_3=10$, $y_3=2$. Применение метода наименьших квадратов к уравнению (47) приводит к $A=1{,}07$ и $B=10{,}96$. Их подстановка в исходное уравнение (46) дает для остаточной суммы значение 4,8. Корректная линеаризация для выражения (46) достигается заменой $z=1/x$. Она приводит к $A=1{,}71$ и $B=8{,}36$ при остаточной сумме всего 0,8.

Причины столь неприятных последствий линеаризации достаточно просты. Уравнения регрессий, по крайней мере верно отражающие сглаживаемые зависимости, описывают поведение условных математических ожиданий сглаживаемых величин. Преобразования приводят к смещению этих математических ожиданий. Поэтому при возвращении к исходной переменной полученное уравнение описывает поведение не средних, а значений, соответствующих средним линеаризованной переменной, и естественно не обеспечивает минимума остаточной дисперсии.

Этот факт хорошо известен. О нем сообщается, например, в работах [1, 39]. Но он совершенно игнорируется литературой по геологии, в которой без каких-либо оговорок пишется об оценках достоверностей параметров уравнений регрессий, полученных линеаризацией, хотя они даже не всегда оптимальны в смысле наименьших квадратов.

При необходимости применения метода наименьших квадратов в подобной ситуации допускаются любые преобразования правой части уравнения (42). Когда этого недостаточно, то приходится прибегать к переборам. Например, в уравнении (45) процесс подбора можно начать с $B=-1$, для которого остаточная сумма квадратов $S=4$. Для $B=0$ $S=2$, для $B=1$ $S=1{,}56$, для $B=2$ $S=2{,}05$. Следовательно, лучшее в смысле наименьших квадратов значение B находится в интервале [0,2]. Сужая его, можно найти B с любой точностью. Так, для $B=1{,}5$ $S=1{,}32$, и интервал поиска сужается в [1, 2] и т. д.

Несмотря на существование приемов, облегчающих подбор, он, безусловно, увеличивает трудоемкость вычислений, но сейчас не видно ничего более корректного. Впрочем, его просто реализовать на ЭВМ. К тому же, когда из каких-либо соображений известны интервалы возможных значений разыскиваемых коэффициентов, вычисления сильно упрощаются. И наконец, если корреляционное отношение, полученное для выражения [42], коэффициенты которого определялись методом наименьших квадратов с помощью преобразования сглаживаемой переменной, достаточно высоко, можно не прибегать к подбору. Следует лишь считаться с возможностью существования небольшой систематической ошибки.

ЧТО ВЫБИРАТЬ?

Естественным следствием прогнозирования на моделях с ограниченным количеством однородных элементов является проблема выбора расчетных параметров, иногда называемых еще эффективными, которые заменяют в моделях множества действительных значений соответствующих свойств в каждом из однородных элементов. Сейчас практически общепринятым стал статистический подход к назначению этих параметров.

Поскольку целью всякого проектирования является выбор оптимального в некотором смысле решения, статистический подход к выбору расчетных параметров целесообразен, если он либо гарантирует определенную обеспеченность (вероятность успеха мероприятия), либо позволяет ее оценить. Обычно именно это и предполагается. Утверждается, например, что «то положение, что за расчетное значение принимается средняя величина коэффициента фильтрации... теоретически означает, что на 50% площади уровень грунтовых вод будет ниже проектной отметки, а на 50% площади — выше ее» [13, с. 67]. При выборе начального засоления грунтов зоны аэрации для прогноза их водносолевого режима «обычно в качестве расчетного используют среднюю арифметическую величину засоления. Она соответствует на целинных, еще не орошавшихся территориях 50% обеспеченности... По нашему мнению, при проектировании промывок следует исходить, по крайней мере, из 80—90% обеспеченности, с тем, чтобы недопромытыми оказались не более 10—20% площади» [22, с. 57—58].

Возможность регулирования обеспеченности мероприятий и надежности сооружений на моделях, параметры которых выбираются в соответствии со статистическими характеристиками заменяемых ими полей истинных значений свойств, видимо, представляется большинству специалистов очевидной. По крайней мере, в связи со статистическим подходом обсуждаются почти исключительно технические вопросы: какие средние (арифметические, геометрические, гармонические и т. п.) и в каких обстоятельствах лучше выбирать в качестве расчетных величин, оценивать их по нормальному, логнормальному или еще какому-либо распределению, когда из-за ограниченности материала истинный закон распределения установить не удается, как назначать доверительные интервалы и вероятности и т. д. В качестве примера можно сослаться на работу [4, с. 229—235], в которой формирование расчетных параметров изучалось с помощью аналогового моделирования: исследуемый объект составлялся из блоков со случайно выбираемыми значениями фильтрационных параметров. Оказалось, что «значение эффективного коэффициента водопроводимости при нормальном распределении близко к среднеарифметическому, при логнормальном — среднегеометрическому (расхождения не превышают 20%), при нерегулярном распределении — не контролируются статистическими оценками».

Между тем вопрос этот не так прост. Неясно, в частности, почему статистические оценки контролируют эффективные значения при нормальном и логнормальном и не контролируют при «нерегулярном», которое, хоть и отличается от первых двух, но, видимо, тоже является каким-то конкретным законом распределения вероятностей. Кстати, в обоих особо отмечаемых распределениях эффективные значения совпадают с наивероятнейшими. Но, скорее всего, это совпадение случайно. Во всяком случае, результаты, представленные в табл. 3, показывают, что при совершенно одинаковых статистических характеристиках объектов для решения одной и той же задачи в зависимости от размещения дрен относительно фильтрационных неоднородностей следует выбирать заметно различающиеся расчетные значения коэффициентов фильтрации. Сравнение решений (4) и (5) еще более наглядно. Вне зависимости от того, какое значение коэффициента фильтрации K_p, заключенное между величинами K_1 и K_2, будет выбрано в качестве расчетного, действительный уровень будет всюду выше или ниже прогнозного в зависимости от того, какое неравенство имеет место $K_1 < K_2$ или $K_1 > K_2$. Наконец, сошлемся на замечание М. В. Раца [33, с. 127], что «в ряде случаев сама идея осреднения, независимо от способа и этапа расчета, оказывается непригодной».

Как показано выше, прогнозные задачи (а именно для их решения назначают расчетные (эффективные) параметры) делятся на две группы. К одной из них принадлежат задачи, в которых объектами прогнозов являются пространственно-временные поля, например распределение уровней или просадок в пространстве и времени. Применение в таких прогнозах моделей с ограниченным количеством однородных элементов ведет к неконтролируемым ошибкам. Это означает, что ошибки могут быть и большими, и маленькими, но их невозможно оценить методами теорий вероятностей и ошибок. Видимо, лучшее, что можно здесь сделать, это попытаться подбирать эффективные значения методом наименьших квадратов.

Во второй группе задач объектом прогноза является одно число: расход, максимальный, минимальный или средний уровень на некотором участке за некоторый интервал времени, допустимая нагрузка и т. п. В них переход к моделям, состоящим из ограниченного количества однородных элементов, формально вполне корректен. Более того, выбор этих моделей по существу произволен. В такого рода задачах вопрос подбора эффективных параметров для принятых моделей правомочен. Однако, как показано в разделе, посвященном задачам прогноза, их выбор менее всего связан со статистическими свойствами заменяемых ими множеств. Он зависит не только от распределения осредняемого свойства в пространстве, но и от совершенно конкретных условий решаемой задачи. Это наглядно проявляется при сопоставлении способов осреднения в задачах о расходе в системе канал — дрена и мощности грунтового потока в центре междренья. В первом случае, в соответствии с формулой (18), в качестве расчетного значения коэффициента фильтрации $K_р$ следует брать среднее гармоническое со взвешиванием по длинам участков профиля с постоянными значениями коэффициента фильтрации. Во втором случае согласно формуле (19), взвешивание имеет значительно более сложный характер и учитывает положение дрены относительно фильтрационных неоднородностей, хотя строение профиля не изменилось. В частности, для получения результатов вычислений по формуле (10), представленных в табл. 3, на однородной модели объекта при совершенно одинаковых статистических характеристиках осредняемых значений коэффициентов фильтрации в качестве $K_р$ необходимо принимать соответственно 0,246 и 0,457 м/сут, т. е. значения, различающиеся почти вдвое.

В отличие от задач первой группы, в задачах, допускающих переход к расчетным параметрам, статистические характеристики осредняемых множеств, хотя и не определяют способа осреднения, но могут быть использованы при оценках точности вычисленных расчетных значений, когда эти значения формируются как обычные средние: арифметические, гармонические, геометрические и т. п. Наконец, существуют задачи, например оценки резервов, запасов солей, классификационные задачи и т. п., в которых статистические методы применимы к выбору эффективных значений настолько, насколько они применимы к изучению соответствующих свойств вообще. Поэтому возможность использования расчетных параметров, способы их построения и роль статистических методов в их выборе и оценках должны каждый раз обосновываться специальным анализом. Бессмысленно говорить об использовании средних арифметических, гармонических вне связи с конкретными условиями и задачами. Наконец, существенным моментом является природа материала, по которому производится выбор расчетных значений. Обычно он тоже является некоторым осреднением, причем часто неизвестны ни способ осреднения, ни охватываемое им множество. Поэтому исходные данные для вычисления расчетных параметров могут по физическому смыслу не соответствовать тем величинам, которые «работают» в расчетных формулах. Последствия этого факта, видимо, вообще не поддаются оценке.

Впрочем, схематизация условий и переход к расчетным параметрам не одна из многих возможностей, а скорее неизбежная необходимость. Другого пока не дано. Поэтому, пожалуй, самое важное — осознанный подход к проблеме в целом и ее деталям в конкретных ситуациях, постановка задач в соответствии с реальными возможностями, уточнение и согласование смысла требуемых и получаемых величин. Иногда одна лишь четкая постановка вопроса позволяет сузить круг конкурирующих подходов к выбору расчетных параметров.

В качестве простейшей иллюстрации рассмотрим выбор расчетного значения коэффициента фильтрации по данным кустовой откачки из совершенной скважины из однородного напорного горизонта. Формулу для определения коэффициента фильтрации запишем в виде

$$K_{i,j} = \frac{Q}{2\pi m\,(S_i - S_j)} \ln \frac{r_j}{r_i}\,, \tag{48}$$

где S_i и r_i — соответственно понижение в i-й наблюдательной скважине и расстояние до нее от центральной, Q — расход в центральной скважине и m — мощность водоносного горизонта. Индексы в обозначении коэффициента фильтрации показывают, по каким наблюдательным скважинам он получен. Если объект соответствует расчетной схеме, для которой выведена формула (48), никакой проблемы нет. Все $K_{i,j}$ одинаковы с точностью, определяемой ошибками измерений величин, входящих в выражение (48). Их осреднение имеет целью увеличить точность оценки реально существующего, но неизвестного значения коэффициента фильтрации исследуемого слоя. Если же опробуемый горизонт в плане неоднороден, то расхождения в $K_{i,j}$ образуются не только из-за ошибок измерений. Тем не менее смысл каждого отдельного $K_{i,j}$ по-прежнему достаточно очевиден. Таким следует назначать коэффициент фильтрации однородного водоносного горизонта той же мощности, если мы хотим по этой же модели прогнозировать разность напоров между наблюдательными скважинами i и j при различных Q. Между прочим, каждое $K_{i,j}$ является средним в том смысле, что имеет место следующее легко выводимое из выражения (48) соотношение:

$$\frac{1}{K_{1,n}} \ln \frac{r_n}{r_1} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{K_{i,i+1}} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}\,, \tag{49}$$

в котором $r_i < r_{i+1}$, а скважины с номерами $i=1$ и $i=n$ — крайние из рассматриваемой группы наблюдательных. Действительно, так как

$$\sum_{i=1}^{n-1} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} = \ln \frac{r_n}{r_1},$$

$1/K_{1,n}$ оказывается средней из значений $1/K_{i,\,i+1}$, взвешенных по величинам $\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$. Физический смысл этого среднего ничем не отличается от смысла любого частного значения $K_{i,\,j}$. К сожалению, почти ничего нельзя сказать об ошибках и прогнозах с использованием величин $K_{i,j}$ вне точек, в которых они определялись.

Пусть выбор расчетного значения коэффициента фильтрации $K_р$ производится для прогноза снижений напоров. Естественно потребовать, чтобы $K_р$ обеспечило лучший прогноз, хотя бы в смысле наименьших квадратов, а формулу

$$S_i - S_j = \frac{Q}{2\pi m K_р} \ln \frac{r_j}{r_i} \tag{50}$$

интерпретировать как некоторую эмпирическую зависимость, коэффициент которой $1/K_р$ требуется найти. Это сразу определяет процедуру выбора $K_р$. А именно, будем рассматривать только разности понижений соседних наблюдательных скважин. Остальные разности в соответствии с формулой (49) могут быть выражены через смежные. Точнее, будем рассматривать величины $t_i = \frac{2\pi (S_i - S_{i+1})}{2,3Q} m$ и $x_i = \lg \frac{r_{i+1}}{r_i}$, что превращает выражение (50) в

$$t_i = \frac{1}{K_р} x_i, \tag{51}$$

в котором точное значение $K_{i,\,i+1}$ заменено разыскиваемым расчетным $K_р$. По методу наименьших квадратов

$$K_р = \frac{\Sigma x_i^2}{\Sigma t_i x_i}. \tag{52}$$

Пусть, к примеру, $S_1 = 10$ м, $r_1 = 1$ м; $S_2 = 3$ м, $r_2 = 5$ м; $S_3 = 1$ м, $r_3 = 50$ м, а m и Q подобраны так, чтобы имело место $\frac{2,3Q}{2\pi m} = 1$. Тогда $t_1 = 7$, $x_1 = 0,7$; $t_2 = 2$, $x_2 = 1$ и $K_р = 0,216$. В то же время из (48) $K_1 = K_{1,2} = 0,1$, $K_2 = K_{2,3} = 0,5$; $K_{1,3} = 0,189$, $K_А = (K_1 + K_2)/r^2 = 0,3$; $K_Г = \sqrt{K_1 K_2} = 0,224$ и $K_{гар} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = 0,083$ (все коэффициенты фильтрации имеют размерность м/сут). Результаты вычислений остаточной суммы квадратов разностей между фактическими и расчетными понижениями при этих значениях коэффициентов фильтрации приводятся в табл. 7. В ней принято $\tilde{t}_i = \frac{x_i}{K}$, куда вместо K подставляется соответствующее значение из графы 1, t_1, t_2, x_1 и x_2 равны соответственно 7, 2, 0,7 и 1. Результаты, представленные в графе 8, показывают, как и следовало ожидать, что $K_р$ оказался лучшим в смысле наименьших квадратов. Близость к $K_р$ некоторых других расчетных значений — дело случая. Если бы, скажем, t_1 и t_2 равнялись соответственно 1,4 и 10, то при том же значении $K_Г = 0{,}224$, $K_р = 0{,}135$.

Таблица 7

Сопоставление различных способов вычисления расчетных коэффициентов фильтрации

K	$\tilde{t}_1$	$t_1-\tilde{t}_1$	$(t_1-\tilde{t}_1)^2$	$\tilde{t}_2$	$t_2-\tilde{t}_2$	$(t_2-\tilde{t}_2)^2$	$\sum\limits_1^2 (t_i-\tilde{t}_i)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
$K_р=0{,}216$	3,24	3,76	14,1	4,43	−2,43	5,4	19,5
$K_{1,2}=0{,}1$	7	0	0	10,00	−8,00	64,0	64,0
$K_{2,3}=0{,}5$	1,4	5,60	31,3	2	0	0	31,3
$K_{1,3}=0{,}189$	3,71	3,29	10,8	5,30	−3,30	10,9	21,7
$K_А=0{,}3$	2,33	4,67	21,8	3,33	−1,33	1,8	23,6
$K_Г=0{,}224$	3,18	3,82	14,6	4,46	−2,46	6,0	20,6
$K_{гар}=0{,}083$	8,44	−1,44	2,1	12,05	−10,05	100,0	102,1

По-существу этот подход реализуется при определении фильтрационных свойств по откачкам в неустановившемся режиме методами пространственного, временного и комбинированного прослеживаний [4] и при обработке результатов сдвиговых испытаний [16, 26]. В последнем случае в одной обработке объединяются различные опыты. Возможно, имеет смысл поступать также и с результатами откачек. Преимущества расчетных значений, подбираемых методом наименьших квадратов, достаточно очевидны. В тех случаях, когда известны статистические характеристики исходного материала, для них могут быть установлены доверительные вероятности и доверительные интервалы. Более того, оказывается возможным построение доверительных областей для прогнозируемых величин. Наконец, просто ясно, почему расчетные параметры выбираются именно так, а не иначе.

Впрочем, возможности статистических оценок, получаемых методом наименьших квадратов эффективных значений и основывающихся на них прогнозов, редки. Они совершенно отсутствуют, когда прогноз выходит за рамки тех пространственно-временных промежутков, по которым выбирались расчетные параметры. В этих случаях кое-какое представление о качестве прогноза могут дать исследования расхождений прогнозов и действительности в интервале, допускающем сопоставления. Этот прием, кстати, обычен при работах с эмпирическими моделями [39], но, разумеется, получаемые с его помощью оценки дают только качественную картину без каких-либо количественных заключений и гарантий.

Статистический подход к выбору расчетных параметров, как и концепция «запаса», — пример типичных для геологии заимствований из других областей науки и техники, где они появились уже сравнительно давно и зарекомендовали себя как достаточно эффективное средство защиты от последствий трудно учитываемых случайностей. При заимствовании не было уделено достаточно внимания специфике геологических условий.

Действительно, в технике также применяются решения задач математической физики, полученные в предположении постоянства свойств объектов и материалов, которые на самом деле не однородны. Там также случается, что фактические начальные и граничные условия не те, которые положены в основу используемой формулы. Но принципиальное отличие состоит в том, что возможность применения тех или иных методов расчета и правил выбора расчетных параметров в технике проверяется экспериментально в многочисленных опытах и испытаниях. Более того, она устанавливается для определенных допустимых степеней неоднородности, каждый раз контролируемых. После того, как испытания показали, что при этом качестве материалов и составляющих частей объекта функционирует с требуемой степенью надежности, дальнейшие заботы сводятся к сохранению технологии, к обеспечению таких условий, в которых его надежность установлена экспериментально. В тех же случаях, когда объект может оказаться в непредвиденной ситуации, как, например, самолет или автомобиль, взаимодействующие с внешней, неконтролируемой средой, роль испытаний еще более возрастает. Ими по существу контролируется каждый расчет и каждый объект.

Принципиальное отличие условий в гидрогеологии и инженерной геологии состоит в невозможности контроля степени однородности объектов, в необходимости принимать ее такой, какая она есть, не зная, кстати, какова она на самом деле. В этом смысле каждый геологический объект уникален, он не повторяется в серии, как автомобили или самолеты, и вряд ли для таких объектов достижима та степень достоверности, которая принята в промышленности и технике. Поэтому всякого рода теоретические соображения о выборе расчетных параметров имеют лишь наводящее значение, помогая в поисках критериев для оценок эффективности различных способов их получения по имеющейся информации. Они могут подсказать и способы их формирования. Но сама оценка эффективности может быть получена только сопоставлением действительных реакций объектов на возмущения с прогнозами этих реакций на моделях с по-разному выбранными расчетными параметрами. Маловероятно, что при этом будут найдены сколь-либо универсальные приемы. Но, возможно, удастся подобрать способы более или менее эффективные для определенных типов условий и задач.

КАКУЮ ГИПОТЕЗУ ПРЕДПОЧЕСТЬ?

Задача проверки статистических гипотез в геологических приложениях возникает часто и в разных формах. К этой задаче сводятся проверки гипотез о законах распределения вероятностей изучаемых признаков, наличии корреляций между ними, существовании и виде пространственного тренда, равенствах средних и дисперсий, определение необходимого количества наблюдений, отбраковка «выскакивающих» значений и т. д. Процедура проверки в простейшем виде списывается следующим образом. Имеются две конкурирующие гипотезы. Первую обозначим H_0 и назовем нулевой, а ее альтернативу — H_1. В соответствии с гипотезой H_0 некоторая величина x имеет функцией плотности распределения вероятностей $p(x)=f_0(x)$ и $p(x)=f_1(x)$ по гипотезе H_1. Обе плотности представлены на рис. 4. Возьмем некоторое число a и проведем единичное наблюдение над величиной x. Если окажется, что $x<a$, примем гипотезу H_0. В противном случае будем считать верной гипотезу H_1. Выбор гипотезы по этому правилу связан с риском ошибок двух родов. Ошибка 1-го рода состоит в неправильном отклонении гипотезы H_0. Она имеет вероятность

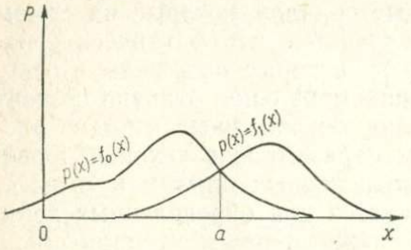

Рис. 4. Проверка статистических гипотез

$$\alpha=\int_a^\infty f_0(x)\,dx, \tag{53}$$

поскольку именно такой является вероятность для x принять значение $x\geqslant a$, когда верна гипотеза H_0. Ошибка 2-го рода состоит в принятии гипотезы H_0, когда истинной является гипотеза H_1. Вероятность этой ошибки

$$\beta = \int_{-\infty}^{a} f_1(x)\,dx. \qquad (54)$$

Двигая точку a, можно менять вероятности ошибок 1-го и 2-го рода. Сдвиг влево увеличивает первую, но уменьшает вторую, и наоборот, и если уметь оценивать потери от этих ошибок, выбор числа a можно оптимизировать, потребовав, например, чтобы ему соответствовал минимум математического ожидания возможных потерь.

Существует множество модификаций этой задачи.

Решения могут приниматься не по одному, а по ряду наблюдений; решающие правила могут использовать границы в виде многомерных поверхностей, а альтернативы состоять из нескольких гипотез. Выбор решающих правил всегда сводится к оптимизации возможных потерь, не обязательно, впрочем, выражающихся в экономических категориях. Но во всех них список альтернатив должен быть полным, а входящие в него гипотезы несовместимыми, т. е. одна и только одна из них должна оказаться верной. Обычно в литературе о необходимости снабжать гипотезы вероятностями быть верными не упоминается. Это равносильно предположению, что все они одинаково вероятны.

В геологических приложениях проверки статистических гипотез наталкиваются на трудности, связанные прежде всего с установлением полного списка альтернатив. Все возможные причины наблюдаемых результатов редко поддаются учету. Иногда и сам характер гипотезы H_0 затрудняет формулировку альтернатив. Так, обычно неясно, что противопоставить широко применяемым на практике проверкам «на нормальность» по асимметрии и эксцессу. Альтернатива — распределение отличается от нормального закона распределения вероятностей — не допускает количественных оценок вероятностей ошибок 2-го рода. Определение вероятностей ошибок 1-го рода значительно проще. Их вычисляют, задавшись статистическими параметрами распределений, признаваемых верными в соответствии с гипотезами H_0. Поэтому на практике, как правило, ограничиваются вычислением только этой вероятности и сопоставлением ее с некоторой величиной — уровнем значимости [16]. Если вероятность ошибки 1-го рода меньше уровня значимости, гипотеза H_0 отклоняется. В противном случае считается, что она не противоречит наблюдаемым результатам. Это фактически означает ее принятие. Возникает известная асимметрия. Отклонение гипотезы настолько корректно, насколько корректно выбран уровень значимости. Для принятия же гипотезы такая проверка ничего не дает, поскольку неизвестна вероятность того, что принимается неверная гипотеза. Так, кстати, обстоит дело и с выбором расчетных параметров методом доверительных интервалов. Как бы ни были велики соответствующие доверительные вероятности, к ним не следует относиться слишком серьезно. Они верны настолько, насколько верно в принятом для расчетов распределении угадано действительное распределение признака, но именно это не проверяется и не известно.

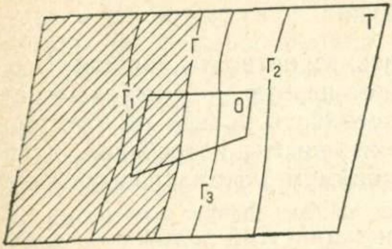

Рис. 5. Использование биноминального распределения в геологических задачах

Трудности существуют и в задачах, для которых полный список альтернатив известен. Мы обсудили их на примере задачи классификации в самой, разумеется, элементарной постановке.

Граница Г (рис. 5) делит территорию Т на две части. Требуется определить, какую часть объекта О занимает заштрихованный участок. Для определенности будем считать, что этот участок обладает некоторым специфическим свойством, например просадочностью, особым типом засоления грунтов, минерализацией или глубиной залегания грунтовых вод и т. п., и от доли x занимаемой им площади зависит, нужны ли на объекте какие-то мероприятия, их виды, объемы, стоимости. При этом для выбора решения важно не точное значение x, а в какой из м интервалов $[0, p_1]$, $[p_1, p_2]$, ... $[p_{м-2}, p_{м-1}]$, $[p_{м-1}, p_м]$ оно попадает.

При известном положении границы Г задача сводится к простому подсчету соответствующей площади. Но точное положение большинства геологических границ не известно. Обычно удается лишь определять полосу, в которой она содержится. Если эта полоса ограничена линиями $Г_1$ и $Г_2$, x может принимать значения из интервала [0, 1]. Если же она образуется линиями $Г_1$ и $Г_3$ или $Г_3$ и $Г_2$, интервал возможных значений x сужается. Предположив далее, что все возможные положения границы параллельны Г, легко установить соответствие между этими положениями и величинами x и, введя вероятности для Г, занять то или иное положение, рассчитать по ним функцию плотности вероятности величины $x—f(x)$. В частности, естественно считать все возможные положения Г из заданного интервала одинаково вероятными.

Введенные предположения, несмотря на их, казалось бы, искусственный характер, вполне в духе существующей геологической практики. Так, большинство гидрогеологических и инженерно-геологических границ в соответствии с геолого-генетическими представлениями проводятся по горизонталям и другим естественным рубежам. Найти связь между положениями границ и величинами x при этом нетрудно, даже если границы криволинейны или образуют изолированные контуры, а форма объектов сложна. Предположение о равновероятности событий, вообще, не принципиально. Но оно широко эксплуатируется в приложениях теории вероятностей и соответствует наибольшей неопределенности ситуации, что формально выражается в максимальной энтропии равномерных распределений для ограниченных переменных.

Для определения x можно воспользоваться тем, что x является вероятностью того, что точка наблюдений со случайно выбранными координатами попадает на заштрихованную часть объекта. Если, таким образом, намечаются N точек наблюдений, то вероятность, что равно K из них окажутся на этой части, описывается выражением

$$P_{K,N} = C_N^K x^K (1-x)^{N-K}, \tag{55}$$

известными как биномиальное распределение. Оценкой параметра x в этом распределении является отношение

$$\widehat{x} = K/N, \tag{56}$$

получаемое из наблюдений. При достаточно больших N распределение вероятностей для разностей $\widehat{x}-x$ хорошо аппроксимируется нормальным распределением со средним 0 и дисперсией $\widehat{x}(1-\widehat{x})/N$. Используя это и предполагая, что внутри каждого из интервалов любые значения x одинаково вероятны, можно по x рассчитать вероятность ошибок обоего рода для всех M классов и тем самым решить задачу проверки статистических гипотез в полном объеме.

Столь большие N, при которых «работает» нормальная аппроксимация, на практике редкость. Хорошо, когда задачу приходится решать по 20—30 наблюдениям, а о наличии просадочных грунтов на строительных площадках сплошь и рядом судят по исследованиям в 3—5 выработках. Если ими просадочность не обнаружена ($K=0$), то принимают, что $x=0$. Ясно, конечно, что при таких N пропуск просадочных грунтов достаточно вероятен, и никакие оценки этой вероятности просто невозможны.

Но и при малых N задачу классификации можно решить исчерпывающим образом, т. е. найти вероятность ошибок обоего рода при отнесении x к любому из классов. Для этого нужна упоминавшаяся уже функция плотности распределения вероятностей $f(x)$. Если $f(x)$ известна, то по теореме Бейесса [140] по результатам наблюдений получаем апостериорную плотность вероятностей

$$P(x)=\frac{x^K(1-x)^{N-K}f(x)}{\int\limits_0^1 x^K(1-x)^{N-K}f(x)\,dx}, \tag{57}$$

в которой N и K имеют тот же смысл, что и в выражении (55). Вероятность того, что x относится к i-у классу, теперь можно определить по формуле

$$\alpha_{K,N,i}=\int\limits_{P_{i-1}}^{P_i} P(x)\,dx, \tag{58}$$

в которой индексы при α показывают результаты наблюдений и оцениваемый класс. Эта вероятность совпадает с вероятностью ошибки 1-го рода, так как именно таков шанс ошибиться, отвергая принадлежность x к i-у классу. Вероятность ошибки 2-го рода равна

$$\beta_{K,N,i}=1-\alpha_{K,N,i}. \tag{59}$$

Если теперь выбирать класс из чисто вероятностных соображений, то следует предпочесть тот из них, для которого максимальная $\alpha_{K,N,i}$, или, что то же, минимальная $\beta_{K,N,i}$.

Конечно, зная $f(x)$, подобные оценки можно было бы получить и не прибегая к дополнительным наблюдениям

$$\alpha_i=\int\limits_{P_{i-1}}^{P_i} f(x)\,dx; \quad \beta_i=1-\alpha_i,$$

где i, как и раньше, номер рассматриваемого класса. Эти оценки, оправдываясь в целом на большом числе объектов, могут оказаться грубыми для конкретного объекта с его вполне конкретным значением x. Когда речь идет об определенном объекте, случайной оказывается не величина x, а наша оценка ее, суждение о ней. Именно для уточнения этих оценок и суждений проводятся наблюдения. В частности, если до проведения наблюдений для x равновероятно любое значение $(f(x)=1)$, а объект классифицируется в соответствии с отнесением x к одному из 4 интервалов [0—0,25], [0,25—0,5], [0,5—0,75], [0,75—1], то $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=0{,}25$, а $\beta_1=\beta_2=\beta_3=\beta_4=0{,}75$. После 4 наблюдений и расчетов по формулам (57) и (58), результаты которых представлены в табл. 8, положение изменилось.

Вероятности ошибок 1-го рода оказались различными для разных исходов наблюдений. Особенно сильны их изменения при крайних значениях $K=0$ и $K=4$.

Таблица 8

Вероятности ошибок 1-го рода при различных результатах 4 наблюдений при $f(x)=1$

Интервалы	K				
	0	1	2	3	4
0—0,25	0,763	0,367	0,103	0,016	0,001
0,25—0,5	0,206	0,445	0,397	0,172	0,030
0,5 —0,75	0,030	0,172	0,397	0,445	0,206
0,75—1	0,001	0,016	0,103	0,367	0,763

Формулы (57)—(59) исчерпывающе решают рассматриваемую задачу. Но успех омрачает та самая малость — необходимость использования в решении, а следовательно, откуда-то знать функцию $f(x)$. Кстати, при обсуждении этой же задачи для больших N без нее тоже не обошлось. Она была введена мимоходом, упоминанием о равновероятности любого x в каждом интервале. В этой конкретной задаче, которая рассматривалась здесь, выбор $f(x)$ связывался с вероятностью для границы занять то или иное положение. Предположение о равной вероятности этого события даже при узкой полосе возможных положений, пусть естественное, широко применяемое, но всего лишь предположение. Совершенно невозможно предсказать последствия ошибки в нем, так как они зависят от истинного вида $f(x)$. Некоторое представление о них можно получить модельным путем, проводя вычисления для различных $f(x)$. Если, например, точный вид $f(x)=2x$, то при тех же интервалах, что и в предыдущем примере ($f(x)=1$), вероятности ошибок 1-го рода, вычисляемые по формуле

$$\alpha_i = P_i^2 - P_{i-1}^2,$$

оказываются равными $\alpha_1=0{,}0625$, $\alpha_2=0{,}1875$, $\alpha_3=0{,}3125$ и $\alpha_4=0{,}4375$. Апостериорные значения этих же вероятностей для различных исходов 4 наблюдений приводятся в табл. 9.

Таблица 9

Вероятности ошибок 1-го рода при различных результатах 4 наблюдений при $f(x)=2x$

Интервалы	K				
	0	1	2	3	4
0—0,25	0,466	0,169	0,038	0,004	0,000
0,25—0,5	0,425	0,487	0,306	0,105	0,016
0,5—0,75	0,105	0,306	0,487	0,425	0,162
0,75—1	0,004	0,038	0,169	0,476	0,822

Ее сравнение с данными табл. 8 достаточно поучительно и показывает, что расхождения в значениях $\alpha_{K,N,i}$ могут иметь порядок самих значений. К сожалению, $f(x)=2x$ тоже не более чем предположение.

Таким образом, располагать полным списком гипотез еще не все. Существенным и чрезвычайно трудным моментом является упоминавшаяся выше необходимость приписывать этим гипотезам вероятности быть верными. Тем не менее, видимо, постановка задач, допускающая построение полного списка альтернатив, и особенно в виде задач на классификацию, представляется наиболее перспективной.

Не исключено, что именно это может оказаться и ключом к решению прямых задач. Например, при проектировании горизонтального систематического открытого дренажа условия эксплуатации таковы, что междренные расстояния могут быть, скажем, 100, 200 и 400 м, и конкретные результаты расчетов нужны по существу только для выбора соответствующего класса. Возможно, проще делать выбор путем классификации геологических условий и режима орошения. Такова ситуация и во многих других задачах. К настоящему времени имеется уже огромный опыт удачных и неудачных мероприятий, набурено и каждый год набуривается множество скважин. Например, только в Сарпинской низменности для целей мелиорации их пройдено десятки тысяч! Эти материалы, соответственным образом изученные и обобщенные, могут дать ту априорную информацию, которая необходима для конкретной постановки задач. Изучение и обобщение этих материалов — подходящий объект для статистических методов и ЭВМ, без применения которых они вряд ли вообще могут быть выполнены. Видимо, это как раз та задача, решение которой обещает наиболее быстрый прогресс в применении математических методов и наибольшую пользу от них.

Особо следует остановиться на задаче определения необходимых объемов исследований. Она возникает как поиск компромисса между желанием сократить сроки и стоимость изысканий и боязнью принять неверные решения из-за недостаточной изученности природных условий. Ее острота при существующих и непрерывно растущих темпах промышленного, гражданского, гидротехнического, мелиоративного строительства не требует пояснений. В частности, в гидрогеологии и инженерной геологии под минимально необходимым, называемым также оптимальным, количеством наблюдений понимают «число точек измерения геологического параметра, обеспечивающее получение оценки среднего значения параметра с заданной точностью и надежностью» [3, с. 118]. Находят его методами доверительных интервалов [3, 25, 34] и реже последовательного анализа.

Этот подход сразу следует отвергнуть для тех, как мы видели, многочисленных задач, в которых точность прогноза никак не связана с точностью оценки статистических характеристик, входящих в них параметров. Не стоит доверять ему и когда такая связь существует. Доверительные интервалы и критерии последовательного анализа строятся каждый раз в расчете на вполне конкретный закон о распределении вероятностей исследуемой величины, вид и числовые значения параметров которого приходится в большинстве случаев устанавливать по имеющейся выборке. Это сразу возвращает нас к задаче о проверке гипотез и ставит всю проблему в критическое положение.

Видимо, и здесь лучший выход в специальных постановках задач, сужающих круг возможных альтернатив, и, в частности, в постановке их как задач классификаций и использования биноминального распределения. Последнее имеет хотя бы то преимущество, что его дисперсия ограничена сверху величиной $0{,}25/N$. Если при этом удается откуда-нибудь получить априорную информацию о функциях плотности вероятностей, по которым классифицируется изучаемый параметр, то задача сведется к анализу результатов расчетов по формулам (57)—(59). Например, если результаты классификации x, представленные в табл. 8, кажутся достаточно надежными, то можно рассчитать такую же таблицу для $N=12$ (в ней, естественно, K должно меняться от 0 до 12). Если, например, оценке $\widehat{x}=0{,}25$ при $N=4$ ($K=1$) в первой таблице соответствует: $\alpha_{1,4,2}=0{,}445$, $\alpha_{1,4,1}+$ $+\alpha_{1,4,2}=0{,}812$, то при $N=12$ и той же оценке $\widehat{x}=0{,}25$ ($K=3$) $\alpha_{3,12,2}=0{,}542$ и $\alpha_{3,12,1}+\alpha_{3,12,2}=0{,}970$. Если и эти вероятности кажутся малыми, можно рассчитать, что даст дальнейшее увеличение N. Впрочем, и здесь для исчерпывающего решения задачи помимо $f(x)$ нужно знать и возможные потери, связанные с выбором расчетного значения. Но оказывается, что получить информацию об этих потерях куда труднее, чем об $f(x)$.

Иначе ставит и решает обсуждаемую задачу М. В. Рац [33]. Ссылаясь на несостоятельность требования экономии средств при геологических исследованиях из-за невозможности фактически оценивать связанный с этой экономией риск, он предложил оптимизировать распределение денег, выделяемых на изыскания, оставляя в стороне вопрос об их общей стоимости, поскольку он регулируется различными нормативными документами, сложившейся практикой и т. п. Оптимизация в конце концов сводится к минимизации дисперсии прогноза по выбранной расчетной схеме путем регулирования дисперсий средних значений участвующих в расчетах параметров, достигаемом соответствующим распределением средств между видами исследований и размещением точек наблюдений. При этом предполагается наличие какой-то информации об объекте еще до начала работ, а при ее отсутствии необходима непрерывная коррекция плана исследований в ходе их выполнения по мере поступления информации. Это обстоятельство могло бы осложнить реализацию описываемого подхода. Но, видимо, даже проведение работ во второй стадии может дать заметный эффект [29].

По существу этот подход является своеобразным приложением принципа наименьших квадратов, и в этом качестве его достоинства и практичность не подлежат сомнению. Но следует помнить, что речь в нем идет о том, как лучше тратить деньги в соответствии с имеющейся в объекте информацией и состоянием теоретических знаний, применяемыми расчетными схемами. В результате исследований расчетная схема может изменяться и тем самым обесценивать всю оптимизацию. Кроме того, не всегда по дисперсии прогноза можно судить об его действительной точности. В целом, сейчас, видимо, нет вполне удовлетворительных методов определения необходимых объемов наблюдений. Полное решение этой задачи, как справедливо указывает М. В. Рац, «требует специальных технико-экономических исследований, далеко выходящих за рамки инженерной геологии» [33, с. 201].

Наконец, со статистической проверкой гипотез тесно связана практика отбраковки «выскакивающих» значений. Статистика не дает никаких объективных критериев для исключения значений, далеко отстоящих от среднего. Более того, в достаточно больших выборках неограниченных переменных они должны появляться обязательно. Поэтому правила вроде «трех сигм» следует рассматривать не как право на отбрасывание соответствующих членов выборки, а как предупреждение о возможной ее неоднородности и необходимости внимательного изучения условий, в которых получены «выскакивающие» значения (в терминах проверки гипотез — выяснить альтернативы). Если при этом ничего не обнаружено, их просто нельзя отбрасывать, так как это может привести к занижению оценки дисперсии. Всякий опытный исследователь знает, что один «выскакивающий» неожиданный результат, если он не грубая ошибка, несет значительно больше информации, чем множество обычных, ожидаемых результатов. Хотя предупреждения такого рода в литературе встречаются, например [16, с. 113], практиками они почему-то игнорируются. Тем самым отбраковка «выскакивающих» значений становится актом совершенно произвольным и может в значительной степени искажать действительную картину.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

При обсуждении эффективности применения в гидрогеологии и инженерной геологии статистических методов, как и в случае с методами математической физики, интерес представляют не только, а часто и не столько сами результаты — различные прогнозы, но и возможность оценок их точности и достоверности. Казалось бы, статистические методы, созданные для работы с материалом, содержащим неопределенность, более чем что-либо иное соответствуют условиям получения, переработки и интепретации изыскательской информации. Но внимательный анализ проблемы почти сразу обнаруживает, что большинство оценок точности и достоверности выводов, основывающихся на статистических постановках и решениях практических задач, не имеет под собой оснований, и доверие к ним опирается на ошибочные и неточные представления об условиях применений и возможностях статистических методов.

Прежде всего принципиальным является условие статистической устойчивости. Без уверенности в статистической устойчивости любые оценки точностей и достоверностей прогнозов не являются ни точными, ни достоверными. Специальные исследования для ее проверки настолько бы увеличили объемы изысканий, что сделали бессмысленным применение статистических методов, основные достоинства которых большинство практиков усматривает в возможности сокращения объемов работ. Во многих случаях для ее проверки можно было бы попытаться использовать результаты предшествующих работ. Но даже там, где предшествующие работы дают достаточное количество материала, возникает второе из упоминавшихся препятствий, заключающееся в том, что геологические исследования нельзя рассматривать как независимые испытания.

Последнее обстоятельство представляется, пожалуй, наиболее принципиальным. Аккуратная постановка задач может облегчить проверку статистической устойчивости. Например, если контур объекта задан, то в задачах, связанных с оценками площадей, существование определенной вероятности обнаружить выработкой грунты обладающие некоторым свойством, не вызывает сомнения. Условие статистической устойчивости в них требует еще обеспечения случайности при выборе координат выработок. Проверить, обеспечивает ли тот или иной алгоритм равную вероятность для выработки попасть в любую точку объекта, можно достаточно полно, испытав его с помощью ЭВМ. Но согласятся ли геологи задавать выработки случайным образом и приведет ли такое задание к экономии средств и времени? Безусловно, у специалистов есть основания предпочесть иные сети наблюдений, в которых находит отражение их опыт и интуиция. Почти наверняка можно утверждать, что эти сети окажутся экономией, но статистические оценки, построенные на получаемых по ним материалам, лишаются теоретической обоснованности.

Еще менее основательны оценки надежностей функционирования проектируемых мероприятий и сооружений по статистическим характеристикам объектов и оценкам эффективных параметров моделей, по которым строятся прогнозы. Бессмысленно, например, использовать в расчетах среднее значение некоторого параметра только потому, что он описывается нормальным законом распределения вероятностей, или среднее геометрическое, если закон распределения — логнормальный, и, исходя из этого, получать доверительные интервалы для реакций объекта. Эти попытки должны обязательно предваряться содержательным анализом задач, из которого только и может выясниться теоретическая обоснованность их решения с помощью той или иной модели и способы подбора расчетных параметров.

По существу все это означает, что вопрос оценок точности и достоверности результатов, получаемых статистическими методами в замкнутом виде, т. е. исходя только из теоретических положений статистики и доставляемого изысканиями материала, чрезвычайно сложен. В принципе, существуют задачи и условия, когда такие оценки возможны. В большинстве же случаев они невыполнимы. Об эффективности различных статистических приемов и методов можно судить только путем сопоставлений прогнозов и их реализаций. При этом, если рассматриваются статистические оценки, должны выполняться все условия, необходимые для получения обоснованных заключений.

Это вовсе не означает, что до получения таких оценок следует отказаться от применения статистических методов. Следует лишь отказаться от необоснованных оценок, которые не только бесполезны, но и вредны, порождая уверенность там, где для этого нет оснований.

Но вполне разумно вычисление запасов с помощью средних или применение в качестве расчетных значений коэффициента фильтрации в соответствующих условиях их средних, определяемых по формулам (13—16, 18, 19, 24, 49) и т. д. Разумно некоторое увеличение или уменьшение этих значений в зависимости от того, какие погрешности более опасны. Неразумно пытаться оценивать по исходному материалу вероятность величин ошибок, если нет гарантии, что выполняются все необходимые условия для получения оценок. Заметим, что вводимые в СНиПах коэффициенты запаса, средние минимальные и т. п. вовсе не связываются с вероятностным оцениванием, хотя общие вероятностные соображения, видимо, сыграли роль при их разработке.

Точно так же никакой тренд-анализ не позволяет разделять региональную и случайную составляющие изменчивости. Но если вид тренда предполагается известным, а принцип наименьших квадратов удовлетворительным, то естественно воспользоваться методом наименьших квадратов для получения сразу лучших наборов коэффициентов по имеющемуся материалу. Можно было бы воспользоваться и другими методами, например минимизировать модули уклонений. Как бы то ни было, получаемые коэффициенты оказываются лучшими по тем критериям, по которым оптимизируются подбираемые зависимости и имеющимися материалами. Их использование вполне разумно, хотя другой материал дал бы другие коэффициенты.

Статистические методы по своей природе должны не завершать, а начинать доказательства. С их помощью нащупываются те особенности материала, на которых можно основывать различные содержательные гипотезы и построения. Например, удачное описание распределения в пространстве некоторого свойства некоторой математической зависимостью может послужить отправным моментом для построения гипотез о механизме региональной изменчивости. «Выскакивающее» значение может сигнализировать о влиянии какого-то нового, неожиданного фактора и т. д. Но доказательство того, что действительно имеет место именно такой механизм региональной изменчивости или влияние некоторого фактора, следует обосновывать другими аргументами.

Прежде чем привести пример именно такого применения статистических методов отметим, что одной из наиболее привлекательной их стороной является доступность при ограниченной математической подготовке. Ей способствует кажущаяся простота идей и математического аппарата. Последний почти исключительно сводится к элементарным преобразованиям типа логарифмирования или возведения в квадрат, вычислению средних, дисперсий, коэффициентов корреляций и т. п. и несложных манипуляций с таблицами. Все это не идет ни в какое сравнение с идеями и аппаратом, скажем, методов математической физики. К сожалению, не все статистические методы одинаково просты. Если гистограммы, доверительные интервалы, уравнения регрессий простейших видов, коэффициенты корреляции и корреляционные отношения «работают» буквально во всех проектно-изыскательских и геологических организациях, то более тонкие и технически сложные методы: дисперсионный, дискриминантный и факторный анализы, метод главных компонент и т. п. остаются пока достоянием элиты. А между тем с точки зрения решаемых в гидрогеологии и инженерной геологии задач и всестороннего анализа материала их возможности необычайно велики, что видно хотя бы из следующего примера.

В работе [19, с. 89—93] описывается задача классификации образцов сырой нефти, характеризуемых 22 показателями. Анализу были подвергнуты 8 образцов, взятых из двух продуктивных зон. Принадлежность к продуктивным зонам была известна только для одной из проб каждой зоны. Содержательный анализ, основанный на априорных сведениях и более ранних исследованиях, позволил решить эту задачу путем изучения связи между отношениями содержаний насыщенных смол к ароматическим r_1 и асфальтов к гидрокарбонатам r_2.

Параллельно к решению этой же задачи был привлечен метод главных компонент, позволивший обойтись без предварительного содержательного анализа. Насколько полученные результаты близки, можно судить по рис. 6. Оказалось, и это было установлено обоими методами, что существуют три различные продуктивные зоны, соответствующие группированию проб (см. рис. 6). К одной из них принадлежат образцы *C*, *B*,

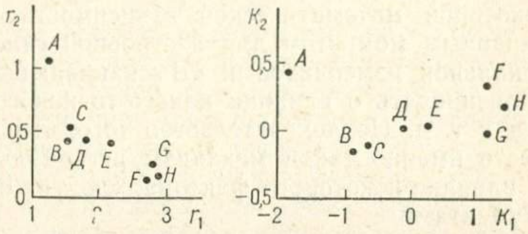

Рис. 6. Классификация образцов нефти:

r_1 и r_2 — отношения насыщенных фракций к ароматическим и асфальтовым к сумме гидрокарбонатов; K_1 и K_2 — величины первой и второй главных компонент в долях стандартного отклонения первой главной компоненты. *A* — обозначение и положение образца относительно принятой системы координат

D, *E*; к другой *F*, *G*, *H* и к третьей, ранее неизвестной, *A*. В данном случае удалось дать и содержательное описание полученных методом главных компонент результатов. Различия между образцами нефти из разных зон оказались связанными с содержанием парафинов. Вне всякого сомнения, что если бы результаты метода главных компонент были переданы специалистам до проведения содержательного анализа, он был бы проведен значительно быстрее и экономичнее.

Вообще, учитывая реальные возможности методов математической физики, можно ожидать, что задачи прогнозов все чаще будут ставиться и решаться как задачи классификаций. Этому способствует то, что на практике точные значения прогнозируемых величин не нужны. По условиям строительства и эксплуатации варианты возможных значений параметров мероприятий и сооружений обычно фиксированы. Никто не строит открытый систематический дренаж с расстояниями между дренами через 83 или 228 м. Да и вопрос о начале его строительства решается не в связи с точной динамикой подъема уровня грунтовых вод, а в соответствии с тем, достигнет или нет он некоторого критического уровня за 5, 8 или 10 лет. Также решается вопрос с допустимыми нагрузками, откосами и т. д. Задача по существу сводится к тому, чтобы из фиксированного множества возможных проектных решений выбрать вариант, более других соответствующий природным условиям.

Примеры успешной постановки и решения задач такого рода имеются [20].

В целом, применение статистических методов в инженерной геологии и гидрогеологии все еще остается искусством. Оно требует глубокого понимания существа как решаемых задач, так и статистических методов, за внешней простотой которых скрыто много подводных камней, тщательной постановки задач и интерпретации результатов. Успех и неуспех в значительной мере зависят от уровня профессиональной и статистической подготовки исполнителей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Время, когда необходимость и возможность применения математических методов в геологии приходилось доказывать и отстаивать, миновало безвозвратно. Возникла новая опасность. Часто результат вычислений воспринимается как последний и наиболее веский аргумент, с помощью математического аппарата пытаются разрешать содержательные трудности отнюдь не математической природы.

Некритическое отношение к результатам особенно опасно в прикладных дисциплинах, таких как гидрогеология и инженерная геология, где ими обосновываются ответственные решения. Ошибки при их принятии могут иметь и часто имеют тяжелые последствия. Такое отношение объясняется, с одной стороны, трудностями сопоставления гидрогеологических и инженерно-геологических прогнозов с их реализациями, а другой — легкостью, с которой неудачи можно оправдать низким качеством исходной информации, неправильным выбором моделей, их параметров, граничных условий и подобными обстоятельствами. Для ссылок на эти обстоятельства практика изысканий, к сожалению, дает еще немало оснований. Возможно, именно ими объясняется определенная небрежность в математических постановках задач, выборе методов их решения и интерпретации результатов, в которых явственно ощущаются злоупотребления общими соображениями и наводящими рассуждениями в ущерб конкретному анализу. В качестве примеров можно сослаться на дискуссии о том, что принимать за расчетный параметр — средние арифметические или геометрические в связи с распределением рассматриваемого свойства без конкретного анализа конкретных задач, или на утверждение, что отражение изменчивости геологических параметров «в соответствующих модельных представлениях наиболее целесообразных и удобных для расчетов и прогнозов всецело относится к сфере деятельности инженеров-геологов» [3, с. 144]. Действительно, как мы знаем, существуют задачи, в которых выбор структурных моделей произволен. Их вид удобно согласовывать с геологическими представлениями. Но даже в этих задачах способ формирования расчетных параметров определяется не только выбранной моделью, но и существом решаемой задачи. Но еще опаснее позиция специалистов, которые не согласны «не только с теми, кто отрицает возможность математики в геологии, но и с теми, кто требует, чтобы каждый раз перед тем, как статистически обработать материал, мы сначала доказали, что математика тут применима» [42, с. 214].

Одним из наиболее важных факторов, определяющих место математических методов в гидрогеологии и инженерной геологии, является то, что эти методы по многим причинам почти никогда не допускают замкнутых оценок точности и достоверности получаемых результатов, т. е. оценок, опирающихся только на свойства применяемых моделей и математического аппарата и качество исходной информации. Это, в общем, достаточно неприятное обстоятельство типично для эмпирических дисциплин. Взаимоотношения между объектами и моделями, правильность отражения в моделях особенности объектов, достаточных для получения прогнозов с требуемой точностью, не могут быть установлены априорно и даже экспериментально [28]. Наиболее полное представление о достоинствах различных способов схематизации условий и методов прогноза может дать только анализ практики их применений, сопоставление прогнозов с действительностью.

Как отмечалось в «Предисловии», такой анализ представляет достаточно сложную задачу, тем более, что сейчас не разработаны ни методики его проведения, ни даже критерии для оценок качества сопоставлений. И тем не менее его проведение — одна из самых актуальных задач для дальнейшего развития инженерной геологии и гидрогеологии. Накоплен значительный опыт изысканий, прогнозирований и реализаций самых разнообразных проектов, который надлежит исследовать и систематизировать. В этой работе применение математических методов и ЭВМ может оказаться особенно эффективным.

Хотя в рассматриваемой области сопоставления прогнозов и их реализаций еще редки, в геологии уже накоплен известный опыт их проведения. Методологически в схожем положении находятся геофизические методы исследований. Интепретация материалов в них почти полностью построена на решении прямых и обратных задач уравнений математической физики, полученных для идеальных моделей с кусочно-однородным строением. Реальные объекты лишь с большой натяжкой можно отождествлять с этими моделями. Пытаться в этих условиях теоретически доказать эффективность геофизических методов бессмысленно, решающим аргументом является практика. Бесспорно, у геофизиков случаются неудачи, но их количество уменьшается по мере освоения задачи и района работ. В этом отношении особенно поучительны каротажные исследования. В большинстве случаев подбор зондов в каротаже кажущихся сопротивлений и приемов интерпретации диаграмм осуществляется по опыту, полученному на опорных скважинах, но со временем именно каротаж станет основным методом оценки мощности и продуктивности слоев у нефтяников, угольщиков и при разведке на воду. Интересно, что геофизики иногда используют при интепретации и несоответствие объекта модели. Например, участки развития карста картируются по резким искажениям кривых электрических зондирований, вызванных неоднородностью объекта.

Какое-то время, возможно длительное, придется мириться с отсутствием *корректных оценок точности прогнозов.* К этому следует относиться реалистически. Опыт, интуиция и здравый смысл имели и еще долго будут иметь большое значение в принятии решений по результатам гидрогеологических и инженерно-геологических исследований, а не поддающийся оценке риск будет сопровождать эти решения. В этих условиях не следует пренебрегать традиционным институтом экспертизы. Более того, возникла настоятельная необходимость в изучении и анализе тех неосознанных, может быть, алгоритмов, которыми руководствуются эксперты. Превращение их опыта в общее достояние возможно окажется не менее эффективным, чем обсуждавшиеся выше сопоставления прогнозов и их реализаций. Во всяком случае здесь скорее можно ожидать практических результатов. В различных областях накоплен уже довольно большой опыт такого рода работ [2, 36] и, видимо, не стоит сомневаться в возможности построения программ классификаций, распознаваний достаточно полно имитирующих деятельность экспертов.

Следует отметить еще одну возможность. Вне зависимости от формальных оценок достоверностей гидрогеологических и инженерно-геологических прогнозов задача в общем виде состоит в том, чтобы принять решение, наиболее обоснованное и разумное. Разработка критериев обоснованности и разумности, безусловно, дело сложное. Обнадеживающим моментом является то, что такие критерии существуют. Один из них — широко известный критерий наименьших квадратов. В общем, разумными следует, видимо, считать решения, которые признаются правильными ретроспективно. В качестве примера такого решения обычно приводят рекомендации лететь самолетом, когда срочно нужно попасть в отдаленный пункт, хотя его последствия в случае аварии могут оказаться весьма нежелательными. В гидрогеологической и инженерно-геологической службе такого рода решения обычно обосновываются ссылками на инструкции, СНиПы, ГОСТы и другие документы, точное выполнение которых гарантирует исполнителя от неприятностей при любом фактическом качестве прогнозов.

И наконец, математические методы являются мощным инструментом эвристических исследований, генерирования, анализа и конкретизации до уровня, допускающего экспериментальную проверку, различных предложений и гипотез. На их использование в этом качестве не может быть наложено никаких ограничений. Степень доверия к полученным результатам и способ использования математических методов — личное дело исследователя. Ему может быть рекомендовано заботиться о математической строгости как наиболее быстром и эффективном способе исследования рассматриваемых проблем, но немало открытий было сделано вследствие ошибок и недоразумений. Если приведенное выше высказывание И. П. Шарапова имеет смысл, то только в связи с таким использованием математических методов. Индивидуальность геологических объектов, ограниченные возможности их изучения, недостаточное знание законов протекания геологических явлений и процессов превращает каждое гидрогеологическое и инженерно-геологическое исследование в научное, требующее выдумки, неформального, неалгоритмичного подхода. В то же время массовое производство невозможно построить только на опыте и интуиции, точнее на индивидуальном опыте и интуиции. Преодоление противоречия между этими сторонами гидрогеологических и инженерно-геологических изысканий — одна из актуальнейших задач. Ее решение в большой мере зависит от того, удается или нет сделать индивидуальный опыт общественным. Это обобщение вряд ли возможно без применения математических методов и ЭВМ.

Математические методы — всего лишь инструмент, который не следует переоценивать и недооценивать. Осознанное отношение к ним, включающее хорошее владение и знание действительных возможностей, силы и слабости — непременное условие повышения эффективности гидрогеологических и инженерно-геологических исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С. А. Статистические исследования зависимостей. М., «Металлургия», 1968, 228 с.

2. Айвазян С. А., Бежаева Э. И., Староверов О. В. Классификация многомерных наблюдений. М., «Статистика», 1974, 240 с.

3. Бондарик Г. К. Основы теории изменчивости инженерно-геологических свойств горных пород. М., «Недра», 1974, 272 с.

4. Боревский Б. В., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М., «Недра», 1973, 304 с.

5. Боревский Б. В., Язвин Л. С., Пересунько Д. И. Влияние осреднения фильтрационных параметров на точность гидрогеологических прогнозов. — «Тр. ВСЕГИНГЕО», вып. 32, 1970, с. 33—50.

6. Боровко Н. Н. Статистический анализ пространственных геологических закономерностей. Л., «Недра», 1971, 174 с.

7. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М., «Мир», 1971, 451 с.

8. Геология и математика. Новосибирск, «Наука», 1967, 254 с.

9. Георгиевский В. Б. Унифицированные алгоритмы для определения фильтрационных параметров. Киев, «Наукова думка», 1971, 327 с.

10. Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы. М., «Наука», 1973, 400 с.

11. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., «Стройиздат», 1971, 366 с.

12. Гороховский В. М., Язвин Л. С. К вопросу определения коэффициентов фильтрации в многослойных водоносных горизонтах. — «Тр. ВСЕГИНГЕО», вып. 32, 1970, с. 57—63.

13. Давидченко Н. Н. Коэффициент фильтрации при проектировании горизонтального дренажа на орошаемых землях. — «Вестник сельскохозяйственной науки», 1973, № 1, с. 67—73.

14. Дмитриев А. Е. Об использовании математической статистики в почвоведении. — «Почвоведение», 1972, № 5, с. 124—131.

15. Коломенский Н. В., Комаров И. С. Инженерная геология. М., «Высшая школа», 1964, 480 с.

16. Комаров И. С. Накопление и обработка информации при инженерно-геологических исследованиях. М., «Недра», 1972, 296 с.

17. Коноплянцев А. А., Семенов С. М. Прогноз и картирование режима грунтовых вод. М., «Недра», 1974, 216 с.

18. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. М., «Мир», 1969, 396 с.

19. Крамбейн У., Кауфман М., Мак-Кеннон Р. Модели геологических процессов. М., «Мир», 1973, 150 с.

20. Кулинкович А. Е. Геологу о кибернетике. М., «Недра», 1968, 30 с.

21. Малеванный Г. Г., Пирятин В. Д. Способ наименьших квадратов в гидрогеологических исследованиях и расчетах. Харьков, изд. ХГУ, 1972, 236 с.

22. Маргулис В. Ю. О расчетных показателях засоления и солеотдачи почв. — «Бюлл. Почвенного института им. В. В. Докучаева», 1972, вып. V, с. 51—65.

23. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949, 627 с.

24. Маслов Н. Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. М., «Высшая школа», 1968, 630 с.

25. Методическое пособие по инженерно-геологическому изучению горных пород, т. 1. М., изд. МГУ, 1968, 348 с.

26. Методическое руководство по камеральной обработке результатов лабораторных и полевых исследований горных пород. М., изд. Гидропроекта, 1964, 258 с.

27. Мироненко В. А., Шестаков В. М. Основы гидрогеомеханики. М., «Недра», 1974, 296 с.

28. Налимов В. В. Теория эксперимента. М., «Наука», 1971, 208 с.

29. Ойзерман М. Т. К вопросу о реализации адаптивного подхода в двухэтапном планировании экспериментов. — В кн.: Инженерные изыскания в строительстве. М., 1971, с. 58—65.

30. Оценка точности определения водопроницаемости горных пород. М., «Наука», 1971, 150 с. Авт.: Н. И. Ильин, С. Н. Чернышев, Е. С. Дзекцер, В. С. Зильберг.

31. Парфенова Н. И. Оценка миграции солей в условиях орошения земель Сарпинской низменности при возделывании культуры риса. — В кн.: *Теория и практика борьбы с засолением орошаемых земель.* М., «Колос», 1971, с. 58—70.

32. Рац М. В. Неоднородность горных пород и их физические свойства. М., «Наука», 1968, 108 с.

33. Рац М. В. Структурные модели в инженерной геологии. М., «Недра», 1973, 214 с.

34. Самсонов Б. Г. Об определении расчетных гидрогеологических параметров на основе совокупностей частных значений. — «Разведка и охрана недр», 1969, № 2, с. 48—53.

35. Сердюк Я. Я. Достоверность расчетных гидрогеологических параметров и оценка эффективности разведки подземных вод. Душанбе, «Дониш», 1974, 286 с.

36. Скворцов В. В. Математический эксперимент в теории разработки нефтяных месторождений. М., «Наука», 1970, 224 с.

37. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей. М., изд. МГУ, 1972, 232 с.

38. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов. М., Госстройиздат, 1971, 320 с.

39. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. М., «Мир», 1973, 958 с.

40. Худсон Д. Статистика для физиков. М., «Мир», 1971, 242 с.

41. Цытович Н. А. Механика грунтов. 2-е изд. М., «Высшая школа», 1973, 280 с.

42. Шарапов И. П. Применение математической статистики в геологии. М., «Недра», 1971, 245 с.

43. Шестаков В. М. Динамика подземных вод. М., изд. МГУ, 1973, 334 с.

44. Шестаков В. М. О постановке теоретических исследований процессов засоления и рассоления на орошаемых территориях. — В кн.: Теория и практика борьбы с засолением орошаемых земель. М., «Колос», 1971, с. 46—48.

45. Юл Д. Э., Кендэл М. Д. Теория статистики. М., Госстатиздат ЦСУ СССР, 1960, 780 с.

46. Язвин Л. С. Достоверность гидрогеологических прогнозов при оценке эксплуатационных запасов подземных вод. М., изд. ВСЕГИНГЕО, 1972, 150 с.

47. Язвин Л. С., Карулина В. Ф., Фаренгольц З. Д. К вопросу определения основных расчетных гидрогеологических параметров. — «Тр. ВСЕГИНГЕО», вып. 17, 1969, с. 113—136.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Введение	5
Схематизация и прогнозирование методами математической физики	9
Методы математической физики и определение свойств объектов	19
Методы математической физики и точность прогнозов	32
Всегда ли применимы статистические методы?	38
А есть ли тренд?	41
Что выбирать?	49
Какую гипотезу предпочесть?	56
Статистические методы и прогнозирование	64
Заключение	70
Список литературы	74

ИБ № 259

Викентий Михайлович Гороховский

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
И ДОСТОВЕРНОСТЬ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ
И ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОГНОЗОВ

Редактор издательства *Л. С. Цаплина*
Художественный редактор *К. В. Голиков*
Технические редакторы *Б. А. Илясова, Л. Я. Голова*
Корректор *М. П. Курылева*

Сдано в набор 1/X 1976 г. Подписано в печать 19/I 1977 г. Т-00521.
Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага № 2. Печ. л. 5,0. Уч.-изд. л. 4,91. Тираж 4700 экз.
Заказ 2539/5938-14. Цена 49 коп.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19.

Московская типография № 6 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
109088, Москва, Ж-88, Южнопортовая ул., 24.

Уважаемый товарищ!

В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «НЕДРА» ГОТОВЯТСЯ К ПЕЧАТИ НОВЫЕ КНИГИ

АРОНОВ В. И. Методы математической обработки геологических данных на ЭВМ. 12 л. 1р. 20 к.

В книге обобщен опыт применения математических методов обработки геологических данных на ЭВМ. Рассмотрены системы программирования, методы интерполяции и фильтрации геологических данных на ЭВМ, прогнозирование количественных геологических характеристик, тренд-анализ в геологии, разграничение геологических объектов, фактографические информационно-поисковые системы, автоматизированные информационно-поисковые системы, автоматизированные информационно-поисковые системы. Приведены примеры практического использования систем обработки геологических данных на ЭВМ.

Книга рассчитана на геологов и геофизиков, занимающихся изучением и внедрением математических методов и ЭВМ в геологии.

ПОЛЕЖАЕВ П. В., БОРИСОВИЧ В. Т., ВЛАСТОВСКИЙ А. М. Организация и планирование геологоразведочных работ. Учебное пособие. 20 л. 90 к.

Книга написана в соответствии с программой одноименного курса для инженерно-экономической специальности геологоразведочных вузов. Рассмотрены основные вопросы проектирования, планирования и финансирования геологоразведочных работ в свете новой системы планирования и экономического стимулирования. Описаны методы технического нормирования, научной организации труда и производства. Освещена специфика оплаты труда работников геологической службы. Большое внимание уделено научным основам управления геологоразведочным производством. Все вопросы изложены с учетом достижений в области экономико-математического моделирования процессов организации геологоразведочных работ и применения ЭВМ. Даны основы учета, отчетности и анализа производственно-хозяйственной деятельности геологических организаций.

Учебное пособие рассчитано на студентов геологоразведочных вузов, а также будет полезно работникам производственно-технических организаций.

49 коп.

НЕДРА