

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ
И
ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА
ГОРНЫХ ПОРОД

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ
И
ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА
ГОРНЫХ ПОРОД

Под редакцией проф. Н. Н. ВЕРИГИНА



МОСКВА
«НЕДРА»
1977



2178

Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. М., «Недра», 1977, 271 с. Авт.: Н. Н. Веригин, С. В. Васильев, В. С. Саркисян, Б. С. Шержуков.

В книге освещаются принципы и методы определения гидродинамических и геохимических параметров горных пород, грунтов и почв. Дается классификация параметров, описаны схемы и режимы проведения экспериментальных работ по их определению в лабораторных и полевых условиях, а также при режимных наблюдениях. Методы определения параметров основаны на решениях дифференциальных уравнений фильтрации, диффузии и массообмена. Наряду с использованием существующих теоретических и экспериментальных работ значительное место в книге занимают оригинальные результаты авторов.

Книга рассчитана на широкий круг гидрогеологов, инженеров-геологов, гидротехников и строителей, а также научных работников, занимающихся вопросами полевых и лабораторных исследований свойств горных пород. Кроме того, книга может быть использована в качестве учебного пособия студентами гидрогеологических, гидротехнических и горных факультетов и институтов.

Табл. 42, ил. 114, список лит. — 239 назв.

Авторы: *Н. Н. Веригин, С. В. Васильев, В. С. Саркисян, Б. С. Шержуков*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Важнейшей составной частью изысканий в районах строительства различного рода сооружений, гидромелиоративных систем горных предприятий и других объектов является определение гидродинамических и геохимических параметров горных пород. В дальнейшем эти параметры используются при расчетах и обосновании конструкций и режимов эксплуатации сооружений. Поэтому правильность оценки вводимых в расчет параметров определяет в значительной мере надежность и технико-экономическую эффективность проектируемых и строящихся сооружений, объектов и систем.

В первом разделе монографии изложены лабораторные и полевые методы определения гидродинамических параметров горных пород, водоносных пластов и скважин: проницаемости, пьезопроводности, активной пористости, гидроемкости (водоотдачи, дефицита насыщения), капиллярного вакуума, параметров влагопереноса при неполной насыщенности грунтов, размещения границ пласта, скин-эффекта скважин. Излагаются методы оценки этих параметров посредством длительных и кратковременных откачек, наливов и нагнетаний. Ряд методов предназначен для определения параметров в процессе бурения скважин (при постоянных дебите или давлении, а также при восстановлении естественного уровня).

В книге подробно изложены методы определения параметров в специальных опытных скважинах посредством откачек, нагнетаний, наливов, а также опытов с индикаторами. Все эти методы даны для водоносных и неводоносных пород, в том числе изотропных и анизотропных. Отдельно изложена методика опытных наливов и индикаторных опытов в шурфах.

Даны методики оценки параметров по данным наблюдений за режимом подземных вод, а также по гидрографу рек.

Во втором разделе монографии описываются лабораторные и полевые методы определения геохимических параметров пород и пластов: коэффициентов конвективной диффузии, удельной емкости массообмена между фильтрующейся жидкостью (газом) и породой, константы скорости массообмена, параметров линейной и нелинейной изотерм массообмена (при фильтрации в породах растворов, эмульсий и суспензий).

Параметры массообмена определяются для процессов сорбции и десорбции, а также для растворения и выпадения солей из водных растворов. Отдельно изложена методика определения параметров массообмена при кольматаже и суффозии в призабойной зоне скважин.

При определении геохимических параметров используются опыты с индикаторами при непрерывном и импульсном вводе их в горные породы и пласты.

Для расчета параметров по данным экспериментов используются аналитические решения задач теории фильтрации, диффузии и изотермического массообмена в пористых средах, интегральные методы обработки результатов опытов и метод статистических моментов.

Применение изложенных в монографии способов определения гидродинамических и геохимических характеристик пород и их комплексов позволит получать более достоверные исходные материалы для проектирования и строительства гидротехнических и гидромелиоративных сооружений, горных предприятий и водохозяйственных систем промышленности.

Введение, главы I, II, VIII, XIV, § 1 и 3 главы XI, § 1, 2 и 4 главы XII, § 1 главы XIII и § 4 главы XVI и заключение написаны Н. Н. Веригиным, главы III, V, IX и § 1—3 главы XVI — Н. Н. Веригиным и В. С. Саркисяном, главы X, XVII и § 3 главы XIII — Н. Н. Веригиным и С. В. Васильевым, глава IV — В. С. Саркисяном, главы VI, VII, XV, § 2 главы XI, § 3 главы XII, § 2 главы XIII — Б. С. Шержуковым.

В написании отдельных разделов книги принимали участие А. С. Малышев (главы II и XIV, примеры расчетов к главам XII—XIV), Н. К. Голованова (§ 2 главы XII и § 1 главы XIII) и Е. С. Дзекцер (§ 1, 2 главы V).

Ценные советы даны В. Д. Бабушкиным и В. С. Голубевым. В подготовке материалов для книги и в оформлении рукописи принимали участие А. В. Шибанов, Ю. Л. Тарощин, Л. Н. Копалина, Г. А. Мурашова, Т. М. Мазиллина, В. П. Сарыкина и З. В. Терехова, которым авторы выражают глубокую признательность.

ВВЕДЕНИЕ

Определение механических, физических и химических свойств горных пород необходимо для геомеханики, геофизики и геохимии в целях прогнозов и расчетов различных процессов, происходящих в земной коре в естественных условиях и особенно при искусственных воздействиях человека на горные породы, а также процессов, происходивших в земной коре и мантии в прошлом.

Настоящая работа посвящена методам определения гидродинамических и геохимических параметров горных пород, грунтов и почв, необходимых для подземной гидрогазодинамики (геогидродинамики), геохимической гидродинамики и т. д.

В работе затрагиваются также вопросы оценки некоторых параметров, имеющих значение не только для гидродинамики, но и для механики горных пород, поскольку гидродинамические процессы зависят от напряженно-деформированного состояния пород.

В геогидродинамике изучается фильтрация различных жидкостей и газов в пластах проницаемых пористо-трещиноватых горных пород (скальных, полускальных и рыхлых), изолированных от соседних пластов непроницаемыми или слабопроницаемыми породами (напорные пласты-коллекторы). В таких пластах фильтруют пресные подземные воды, рассолы, нефть, метан и другие флюиды. Скорость их течения обычно резко уменьшается с увеличением глубины. Движение их происходит вдоль по пласту в направлении наибольшего градиента напора и может сопровождаться перетеканием в соседние пласты (верхние и нижние — в зависимости от соотношения напоров).

Кроме того, в геогидродинамике изучается фильтрация воды в пористых и трещиноватых породах (рыхлых, реже скальных и полускальных) со свободной поверхностью (безнапорные пласты). Пласты со свободной поверхностью обычно являются первым от поверхности земли водоносным слоем (горизонтом), питающимся за счет инфильтрации атмосферных осадков, а иногда фильтрации воды из поверхностных водоемов. Фильтрационный поток в первом от поверхности водоносном пласте (безнапорном, реже напорном) называют грунтовым потоком, а поток в пластах любой глубины — подземным.

Геогидродинамика изучает также фильтрацию воды и воздуха в грунтах зоны аэрации, залегающих между поверхностью земли и грунтовым потоком, а также в почвах. В отличие от глубоких пластов фильтрация воды здесь может происходить с полным или частичным насыщением пор грунтов и почв. В последнем случае она называется инфильтрацией.

Гидродинамические параметры горных пород, определяемые на основе методов геогидродинамики, используются в мелиорации и гидротехнике для расчета: 1) фильтрации воды из водохранилищ, каналов оросительной сети и на полях орошения; 2) действия горизонтального и вертикального дренажа и коллекторно-дренажной сети; 3) фильтрации в теле, основании и в зоне береговых примыканий плотин и других гидротехнических сооружений.

Наряду с этим они применяются в горном деле для расчета водопритоков к карьерам, разрезам, шахтам и другим горным выработкам, а также расчета действия систем водопонижения (осушения) шахтных полей, карьеров и разрезов. Правильная оценка параметров играет важную роль при разработке нефтяных и газовых месторождений, в том числе для оптимального размещения эксплуатационных скважин и скважин заводнения, повышающих пластовое давление в нефтяной залежи, а также для назначения наивыгоднейшего режима их действия.

Знание этих параметров необходимо для водного хозяйства промышленности, городов и других населенных пунктов, где с помощью методов геогидродинамики рассчитываются подземные водозаборы, движение подземных вод в районах гидроузлов и каналов для водоснабжения, а также фильтрация из хранилищ жидких и твердых промышленных отходов.

В результате этих расчетов обычно определяются 1) изменения глубины подземных вод, вызванные действием гидромелиоративных сооружений и горных разработок; 2) потери на фильтрацию из водохранилищ, каналов; 3) число, размещение и режим действия скважин на нефтегазовых месторождениях, а также на территориях подземных водозаборов, вертикального дренажа и водопонижительных установок.

В геохимической гидродинамике изучается фильтрация в горных породах многокомпонентных флюидов (жидкостей и газов, содержащих ассоциированные с ними взвешенные, эмульгированные и растворенные вещества), сопровождающаяся диффузией этих веществ и массообменом между ними и горными породами. Эта фильтрация может иметь место в водоносных и нефтегазовых пластах, а также в грунтах зоны аэрации и почвах. В частности в геохимической гидродинамике исследуется фильтрация растворов солей, кислот и щелочей, суспензий, содержащих взвешенные минеральные и органические частицы, эмульсий (в том числе газо-жидкостных), газов, содержащих твердые частицы (в частности, дым) и капельно-рассеянных жидкостей (аэрозолей).

При фильтрации в горных породах растворов, суспензий и эмульсий происходит молекулярная диффузия находящихся в них компонентов, вызываемая броуновским движением частиц, и конвективная диффузия (гидродинамическая дисперсия), обуславливаемая хаотичностью порового пространства, а также флуктуациями скорости и концентрационного фронта в порах и трещинах разного размера.

Вместе с тем при фильтрации многокомпонентных флюидов происходит выделение некоторых компонентов из флюида и поглощение их фильтрующей породой (массообмен I типа) или выделение некоторых составляющих из породы и присоединение их к флюиду (массообмен II типа). Простейшими видами массообмена I типа являются адсорбция из растворов, кристаллизация и выпадение растворенных веществ в осадок, прилипание взвешенных и эмульгированных частиц к поверхности пор и трещин (кольматаж ими породы). Аналогичными видами массообмена II типа являются десорбция веществ из породы, растворение и вымыв их из нее, отрыв частиц от породы и вынос их (суффозия).

Геохимические параметры горных пород используются в мелиорации и гидротехнике для прогноза солевого режима грунтовых вод, грунтов зоны аэрации и почв на орошаемых землях, вблизи водохранилищ, каналов и дренажно-коллекторной сети, для оценки возможности растворения солей в основании и примыканиях гидросооружений, а также для расчета промывания почв, предотвращения их вторичного засоления после промывок, устранения вымыва удобрений, адоксимикулатов и гумуса из почв в грунты и грунтовые воды.

Эти параметры имеют значение при проведении геохимических поисков полезных ископаемых на основе выявления ореолов рассеяния их в подземных водах, грунтах и почвах, при добыче металлов и других полезных ископаемых методом подземного растворения и вымыва специальными растворителями, при повышении нефтеотдачи пластов с помощью оторочек из растворителей и поверхностно-активных веществ (ПАВ), нагнетаемых в скважины внутриконтурного заводнения нефтяных месторождений.

Специальные параметры необходимы для расчета инъекции цементных силикатных, смоляных, битумных и глинистых растворов в горные породы с целью повышения их прочности и непроницаемости.

Наконец, изучение гидрохимических свойств горных пород требуется в области водного хозяйства промышленности и населенных пунктов для прогноза солевого состава воды в подземных водозаборах и поверхностных водоемах и для оценки миграции токсических веществ в районах накопителей жидких и твердых промтовходов, а также в местах подземного захоронения этих отходов.

Методы определения фильтрационных и физико-химических свойств горных пород основаны на применении фундаментальных аналитических решений уравнений общей подземной гидродинамики и подземной химической гидродинамики, а также на использовании графоаналитических и численных приемов их решения, моделирования на АВМ и расчетов на ЭЦВМ. Уравнения гидродинамики решаются после существенных их упрощений, сводящихся к усреднению ряда входящих в них величин и линеаризации уравнений. Определяемые такими путями параметры отражают влияние этих упрощений, что снижает стабильность параметров и обуславливает их применимость в условиях, не слишком отличающихся от тех, при которых эти параметры были найдены.

Наиболее важными для гидродинамических и геохимических расчетов являются коэффициент фильтрации k , свободная пористость пород n_0 , пьезопроводность пластов a , коэффициент гидродинамической дисперсии λ и обменная емкостью пород n .

Гидродинамические и геохимические параметры определяются двумя путями. Первый путь основан на создании в породах искусственного фильтрационного потока в условиях какой-либо простой схемы, для которой известно аналитическое решение, и регистрации в этом потоке давления (напора), скорости, расхода воды и концентраций находящихся в ней и в породах различных веществ. Подобные схемы обычно воспроизводят одномерную фильтрацию жидкостей и ассоциированных с нею веществ (линейная, осесимметричная и сферическая фильтрация). Эти схемы создаются в лабораторных условиях с помощью специальных приборов для определения параметров или в полевых условиях посредством откачек, нагнетаний, наливов и слежения за индикаторами в опытных скважинах и шурфах. Второй путь основывается на регистрации давления (напора), скорости и концентраций различных веществ в естественных потоках подземных вод. Регистрация этих характеристик естественных потоков производится в специальных скважинах для наблюдений за гидродинамическим и гидрохимическим режимом подземных вод. Для определения параметров этим путем привлекаются также данные наблюдений за расходами и минерализацией воды в реках. Оба указанных пути позволяют определять гидродинамические и геохимические параметры пород, пластов и скважин прямыми методами.

Кроме прямых методов в практике геологической разведки нефтегазовых месторождений и гидрогеологических исследований для строительства, мелиорации и горного дела используются также косвенные методы определения параметров. Эти методы основаны на применении геофизических исследований гор-

ных пород (электрических, сейсмических, тепловых, ядерных, реже гравитационных и магнитных). В горных породах искусственно создаются различные физические (электрические, температурные нейтронные и др.) поля или продуцируются сейсмические волновые процессы и измеряются их характеристики, а также регистрируются электрические, упругие и другие характеристики пород в естественных условиях. Затем посредством специальных тарировочных кривых или формул осуществляется переход от геофизических характеристик пород (электросопротивление, диэлектрическая постоянная, скорость распространения упругих волн и т. д.) к гидродинамическим параметрам (проницаемость, пористость, влажность, деформируемость пород и т. д.).

Косвенные методы ограничены тем, что тарировочные соотношения для каждого региона и вида пород требуют отдельных исследований.

Вероятные ошибки при определении параметров прямыми методами довольно значительны, что обусловлено приближенным характером используемых при этом теоретических решений и обычно значительной неоднородностью и анизотропностью пород.

Так, коэффициент фильтрации грунта k может быть оценен для хорошо проницаемых песчаных и гравийно-галечных пород с точностью до 10—30%, для малопроницаемых глинистых пород возможные ошибки при его определении доходят уже до 2 раз, а для трещинно-пористых скальных пород — до 1,5—2 раз. Еще большие ошибки возникают при оценке пьезопроводности a и коэффициента дисперсии λ , где они колеблются от 50% для песчаных и гравийно-галечных грунтов до 3—5 раз для глинистых и скальных пород.

При лабораторном определении параметров ошибки больше, чем при полевом их определении. В связи с этим появилась серия работ, имевших целью установить переходные коэффициенты от лабораторных значений параметров к полевым, принимавшимся за истинные. Однако указанное расхождение объясняется меньшей представительностью свойств породы в малых ее объемах, влиянием нарушения естественной структуры пород, иногда облегченной фильтрацией вдоль стенок приборов и другими обстоятельствами. При увеличении числа лабораторных опытов повышается их представительность, а при устранении других отмеченных выше их дефектов лабораторные и полевые значения параметров должны быть достаточно близки друг к другу. Поэтому указанные выше переходные коэффициенты не имеют смысла. При использовании косвенных методов вероятные ошибки еще более возрастают.

Распространение значений параметров, определенных лишь в ограниченном числе пунктов данного пласта или породы на весь массив пород или гидрогеологический регион, для которого выполняются расчеты, вносит дополнительную погрешность. С целью оценки этой погрешности применяются вероятностно-статистические методы, позволяющие для каждого генетически и литологически однотипного пласта или комплекса их установить необходимое число опытов, требующееся для обеспечения заданной точности оценки параметров.

Эта погрешность может быть больше или меньше указанных выше вероятных ошибок при прямом определении параметров.

Весьма существенной нам представляется оценка возможных ошибок в гидродинамических и геохимических прогнозах и расчетах в связи с еще недостаточной точностью определения основных параметров. Поэтому прогнозы и расчеты должны вестись по крайней мере для двух случаев:

а) для осредненных значений параметров, найденных с учетом вероятной ошибки при их прямых или косвенных определениях;

б) для наиболее неблагоприятных значений всех параметров, позволяющих получить результаты прогноза или расчета с заведомым запасом (размеры этого запаса также должны быть приблизительно оценены).

В последние годы получила распространение методика определения параметров с помощью решения обратных задач. Сущность ее состоит в том, что значения параметров и их распределение в массиве пород определяются из условия, чтобы поля напоров, скоростей, концентраций совпадали с наблюдаемыми в опытных или режимных скважинах. Такая оценка параметров связана с решением математически некорректных задач, так как любому заданному полю этих характеристик может отвечать неограниченно большое число возможных распределений и численных значений параметров. Иначе говоря, такого рода обратные задачи не имеют единственного решения и потому применение этих способов оценки параметров требует разработки специальной методики, позволяющей выбрать из множества решений наиболее вероятное. Методика исследования фильтрации и оценки параметров, особенно гидродинамических, имеет длительную историю.

Оценка проницаемости горных пород по данным откачек воды из скважин и колодцев впервые начала применяться в 60-80-е годы прошлого столетия, после опубликования работ Ж. Дююи (1863 г.) и А. Тима (1880 г.), использовавших теорию стационарного движения жидкости и получивших первые теоретические формулы для определения притока воды к колодцам и скважинам в напорных и безнапорных пластах. Позднее эти формулы стали использоваться для определения проницаемости по данным наливов и нагнетаний воды в водоносные породы. В 1934 г. появилась первая работа А. Тейса, в которой была приведена формула, характеризующая действие скважины при нестационарной фильтрации. Однако решение А. Тейса подвергалось необоснованной критике и долгое время на практике не использовалось.

Между тем, при откачках, нагнетаниях и наливах небольшой длительности, когда режим фильтрации имеет резко выраженный неустановившийся характер, формулы Дююи — Тима неприменимы. При откачках в пластах, питающихся через слабопроницаемые водоупоры за счет соседних водоносных слоев, а также в пластах, граничащих с более проницаемыми водоносными породами, формулы Дююи — Тима не применимы при любой длительности откачек.

До начала 60-х годов не было ясно, при какой длительности того или иного опыта (откачки, нагнетания, налива) фильтрацию можно считать установившейся и пользоваться соответствующими решениями. Тогда не были еще достаточно широко известны критерии, позволяющие судить о степени стабилизации фильтрационного потока во время опытов. На практике вопрос о необходимой длительности опыта решался некоторыми, условными нормами, зависящими от степени изменения той или иной его характеристики (обычно понижения и дебита).

Такое положение приводило в одних случаях к тому, что опытные работы велись излишне долго, что вызывало их удорожание.

В других случаях из-за недостаточной длительности опыта параметры пластов по уравнениям установившегося движения определялись неправильно, причем величина ошибки оставалась невыясненной.

Так, коэффициент фильтрации, определенный по данным о понижениях уровня в центральной и наблюдательной или двух наблюдательных скважинах, согласно формуле Дююи, обратно пропорционален разности понижений в расчетных скважинах. При недостаточной стабилизации потока эта разность может

быть значительно больше, чем в условиях установившегося движения. Поэтому коэффициент фильтрации оказывается заниженным против действительного, и притом иногда в несколько раз.

При откачках и нагнетаниях с меньшими, а затем с большими понижениями в опытной скважине степень стабилизации потока оказывается наиболее высокой при максимальном понижении. В соответствии с этим водопроницаемость пород, определенная по формуле Дюпюи для меньшего понижения, оказывается более низкой, чем для большего понижения. При откачках и нагнетаниях сначала с большими понижениями, а затем с меньшими наблюдается обратное: водопроницаемость, найденная по малому понижению, оказывается более высокой, чем водопроницаемость, определенная по большому понижению.

Такого рода дефекты, устраняются, если для оценки параметров пользоваться уравнениями неустановившегося движения, что позволяет в ряде случаев уменьшить длительность опытов и удешевить их. В тех случаях, когда стабилизация достигается сравнительно быстро, уравнения неустановившейся фильтрации обращаются в уравнения квазистационарного движения, частным случаем которых являются формулы Дюпюи — Тима. Только в этих случаях параметры достаточно точно определяются и по этим уравнениям.

Эти положения были изложены в работе Н. Н. Веригина [37], где было впервые дано систематическое изложение методики определения параметров на основе теории неустановившейся фильтрации. Это направление было продолжено и развито в работах В. С. Трегубова (1964 г.), В. М. Шестакова [112], Б. С. Шержукова [108, 109], Ф. М. Бочевера [21]. Таким образом, в практике опытно-фильтрационных работ наметился коренной перелом, и начиная с 60-х годов для определения параметров по данным откачек применяются главным образом уравнения нестационарной фильтрации, а при достаточной стабилизации течения — уравнения стационарной фильтрации.

Однако в целом ряде работ до сих пор пользуются устаревшими представлениями. Это относится в частности к опытным нагнетаниям и наливам. Так, в работе А. Г. Лыкошина и Л. П. Коняровой (1968 г.), как и ранее, рекомендуется определять удельное водопоглощение, равное расходу воды на 1 м длины опытного интервала и на 1 м повышения давления в опытной скважине. Между тем удельное водопоглощение не является физическим параметром, определяющим проницаемость пород, так как в значительной мере зависит от размеров опытного интервала (его длины и диаметра).

В некоторых книгах рекомендуется определять водопроницаемость пород по данным откачек из одиночных скважин. Это относится к работам Е. С. Керкиса [58], А. И. Силина-Бекчурина [85], И. А. Скабаллановича [86], М. Е. Альтовского (1962 г.). При этом для определения коэффициента фильтрации используется формула Дюпюи, в которую вводится так называемый радиус влияния. Последний принимается либо по произвольным рекомендациям в зависимости от типа пород, либо по разным формулам, в которых радиус влияния зависит от понижения уровня в скважине и водопроницаемости пород (формулы Зихардта, Кусакина, Керкиса и др.).

Между тем, еще в работах Н. Н. Павловского (1922 г.), П. Я. Полубариновой-Кочиной [79] и в более позднем исследовании Н. Н. Веригина и Л. Б. Зубова (1969 г.) было выяснено, что радиус влияния, разграничивающий зону изменения напора в потоке от остальной его части, где такие изменения отсутствуют, может быть оценен только при анализе неустановившегося движения с учетом сил инерции и упругости, а для безнапорного потока с учетом и гравитационных сил. В условиях же установившегося движения вообще, в том числе

и движения, описываемого уравнением Дюпюи для скважины, никакого «радиуса влияния» не существует, так как влияние откачки в той или иной мере всегда распространяется до внешних границ пласта. Поэтому в уравнения установившегося движения, в том числе и в формулу Дюпюи, входит не радиус влияния, а расстояние от скважины до внешней границы пласта с заданным напором.

Вследствие этого по откачке из одиночной скважины при установившейся фильтрации водопроницаемость пласта может быть найдена лишь в том случае, если известны положение и форма внешних границ пласта, на которых напор является заданным (в частности постоянным во времени).

Но так как границы пласта обычно удалены от опытной скважины, то достаточная стабилизация течения, допускающая применение уравнений стационарной фильтрации, наступает лишь спустя длительное время. Кроме того, вблизи скважины почти всегда возникает дополнительное сопротивление (скин-эффект), затрудняющее определение проницаемости. Поэтому для ее оценки откачки из одиночных скважин нецелесообразны, а рекомендуются кустовые откачки при наличии хотя бы одного луча с одной-двумя контрольными скважинами.

При опытных откачках и нагнетаниях целесообразно применять несовершенные скважины. Они вызывают существенное изменение напоров в сравнительно ограниченной части водоносного пласта и позволяют производить зональные определения параметров по глубине вместо оценки их осредненных значений для всего пласта с помощью совершенных скважин, на что впервые было указано В. Д. Бабушкиным [8]. В пластах большой мощности несовершенные скважины могут оказаться единственно приемлемыми для опытных откачек и нагнетаний. Наконец, несовершенные скважины обходятся дешевле совершенных.

В пласте неограниченной мощности точное решение задачи для несовершенной скважины, примыкающей к водоупорной кровле и действующей при установившемся режиме фильтрации, получено Форхгеймером и переработано Н. К. Гириным, В. М. Насбергом, В. Д. Бабушкиным и Н. Н. Веригиным.

В. Д. Бабушкин [9] получил новые решения для скважины, заглубленной ниже водоупорной кровли, а в дальнейшем и для скважины в многослойном пласте и под дном реки.

В пласте ограниченной мощности решение для несовершенной скважины при жестком режиме фильтрации получено М. Маскетом (1931—1933 гг.).

Однако длительное время эти результаты не использовались, а вместо них применялись эмпирические и грубо приближенные формулы Паркера, Козени и др.

Задачи о действии несовершенных скважин в пласте ограниченной и неограниченной мощностей при нестационарном режиме фильтрации были получены в 1953—1957 гг. А. Л. Хейном и Н. Н. Веригиным. При недостаточной стабилизации потока оценка параметров возможна только с помощью этих решений.

Для определения проницаемости неводоносных грунтов А. К. Болдырев применил опытные наливывы в шурфы. Для уменьшения бокового растекания воды в этих опытах Н. С. Нестеров предложил наливывы в шурф и цилиндрическое кольцо в его центре. В обоих этих случаях проницаемость определялась по уравнению установившейся фильтрации. Это требует длительного времени и значительного объема воды, необходимых для достаточной стабилизации течения. Кроме того, при малой мощности грунтов зоны аэрации течение воды из шурфа не успевает стабилизироваться до смыкания фильтрационных вод с грунтовыми.

Ввиду этого для наливов в шурфы Н. Н. Биндеманом [15] и Н. Н. Веригиным [29, 37] были предложены методы определения проницаемости, дефицита насыщения и капиллярного вакуума, основанные на уравнениях нестационарной фильтрации.

Для определения проницаемости по данным наливов и нагнетаний в скважины в неводоносных грунтах точные решения отсутствуют. Поэтому нами используются приближенные решения.

В начале 30-х годов в нефтяной промышленности по инициативе Л. С. Лейбензона [64], В. Н. Щелкачева (1940 г.) в СССР и М. Маскета (1937 г.) в США получили распространение различные методы определения параметров пласта, основанные на использовании данных эксплуатации нефтяных скважин (особенно данных о восстановлении пластового давления при выключении скважин).

После опубликования работ М. Маскета и В. Н. Щелкачева об упругом режиме фильтрации широкое распространение получили методы определения проницаемости и пьезопроводности по данным эксплуатации нефтяных скважин. Различные способы определения этих коэффициентов для проектирования разработки нефтяных месторождений были предложены С. Н. Назаровым (1955 г.), И. А. Чарным [101], А. Л. Хейном [97], Г. И. Баренблаттом [41], Ю. П. Борисовым и В. П. Яковлевым [49] и др.

В последние годы литература, описывающая методы определения фильтрационных параметров горных пород, пополнилась рядом монографий. Отметим здесь обстоятельные работы В. М. Шестакова и др. (1974 г.), Б. В. Боровского, Б. Г. Самсонова и Л. С. Язвина [20], С. Н. Бузинова и И. Д. Умрихина [27], В. Д. Бабушкина, Н. И. Плотникова и В. М. Чуйко [10], Л. Г. Кульпина и Ю. А. Мясникова [62].

Для ускоренного исследования пластов и скважин при геологоразведочных работах в последнее время все более широкое применение находят испытатели и опробователи пластов, созданные в ряде организаций (УФНИИ, ВНИИБТ, ВУФВНИИ Геофизика, ВНИГНИ и др.) Технология проведения исследований и методы расчета параметров освещены в монографии А. М. Ясашина и А. С. Яковлева [117].

В подавляющем большинстве работ методы определения параметров основаны на линейном законе фильтрации.

Методы оценки фильтрационных параметров при нелинейном законе фильтрации рассматривались в работах А. А. Краснопольского (1912 г.), А. С. Храмушева, В. М. Насберга (1954 г.), И. А. Чарного (1956 г.) и Н. Н. Веригина [37].

Способ оценки водопроницаемости и мощности заилненной зоны в руслах рек и водоемов по данным откачек предложены В. Д. Бабушкиным [9], Ф. М. Бочевым, Н. Н. Лапшиным и Э. М. Хохлатовым (1968 г.).

Определение параметров в двухслойном пласте изложено в работах В. А. Мироненко и Л. И. Сердюкова (1968 г.), Н. З. Моркоса и В. М. Шестакова (1966 г.), Н. З. Моркоса и Д. А. Манукьяна (1968 г.).

Методика определения геохимических параметров описана в отдельных работах Н. Н. Веригина, Н. К. Головановой, А. Е. Орадовской, Ф. М. Бочевера, В. М. Шестакова, Б. С. Шержукова и др. В систематическом изложении она впервые приводится в данной книге.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Глава I

КЛАССИФИКАЦИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ, СПОСОБЫ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ ГЕОГИДРОДИНАМИКИ

§ 1. Виды параметров, способы их определения и расчетные схемы

Гидродинамические, или фильтрационные параметры характеризуют свойства горных пород и фильтрующихся в них флюидов (жидкостей, газов, растворов, суспензий, эмульсий), а иногда конструкции горных выработок. В табл. 1 приводится общая сводка гидродинамических параметров с указанием их обозначений, размерности и соотношений между ними.

Параметры n_0 , k_0 , α_n , n_e , μ_0 , ω , e определяются физико-механическими свойствами только горных пород (формой и распределением макро- и микропор и трещин по размерам, минеральным составом скелета, шероховатостью поверхности пор и другими факторами). Параметры k , a , β^* , n_m , n_n , n_b , H_k , v_e , δ , T , β зависят от физико-механических и отчасти физико-химических свойств пород (в том числе от их лиофильности или лиофобности) и фильтрующихся флюидов (от их плотности, вязкости, поверхностного натяжения и проч.). Параметры ζ и ζ_s , помимо свойств пород и флюидов, зависят также от конструкции и размеров горных выработок (в том числе скважин).

Емкостные свойства напорных пластов зависят от деформативности пород и фильтрующейся жидкости, определяемых коэффициентом упругоэластичности β^* , а также от изменения напора в пласте s . Именно внутренняя емкость напорного пласта μ_c , равная объему воды, вытекающей из единицы объема породы при понижении напора или втекающей в единицу ее объема при повышении напора s , выражается следующим образом:

$$\mu_c = \frac{km}{a} = \frac{s_*}{s}, \quad (I.1)$$

где s_* — изменение мощности пласта m .

Полная внутренняя емкость напорного пласта будет [81]:

$$\mu_c^* = \frac{k(H+m)}{a} = \gamma\beta^*(H+m), \quad \left(H = \frac{p}{\gamma}\right), \quad (I.2)$$

где H — напор; p — давление на кровле напорного пласта и m — его мощность.

При наличии свободной поверхности, помимо внутренней емкости, пласт имеет еще и внешнюю емкость, обусловленную перемещением свободной поверхности. Емкостные свойства пласта со свободной поверхностью (безнапорного пласта) главным образом зависят от водоотдачи или дефицита насыщения породы и отчасти от деформативности пород и жидкости.

При гравитационном режиме фильтрации, когда деформативность безнапорного пласта несущественна, емкость его определяется водопоглощением

Наименование параметра	Обозначение	Размерность в системе СИ	Соотношение между параметрами
Коэффициент фильтрации пласта	k	м/с	$k = \frac{k_0 \gamma}{\mu} = \frac{k_0 g}{\nu}$
Проницаемость породы	k_0	м ²	$k_0 = \frac{\mu k}{\gamma} = \frac{\nu k}{g}$
Пьезопроводность пласта	a	м ² /с	$a = \frac{k_0}{\mu \beta^*} = \frac{k}{\gamma \beta^*}$
Коэффициент деформационной емкости (упругоэластичности) пласта	β^*	м ² /Н	$\beta^* = n_0 \beta_{ж} + (1 - n_0) \beta_{п}$
Модуль линейного сжатия или растяжения породы	$E_{п}$	Н/м ²	$E_{п} = 1/\beta_{п}$
Коэффициент линейного сжатия или растяжения породы	$\beta_{п}$	м ² /Н	$\beta_{п} = 1/E_{п}$
Проводимость пласта	T	м ² /с	$T = km$
Уровнепроводность пласта	a	»	$a = kh_{ср}/\mu_{к}$
Пьезоуровнепроводность	a	»	$a = \frac{kh_{ср}}{\mu_{с} + \mu_{к}}, \mu_{к} = \mu_{п} = \mu_{в}$
Пористость (полная влагоемкость) породы	$n_{с}$	—	$n_0 = 1 - \gamma_{п}/\gamma_{ск}$
Естественная влажность	$n_{е}$	—	
Молекулярная влагоемкость грунта	$n_{м}$	—	
Капиллярная влагоемкость грунта	$n_{к}$	—	$n_{к} = n_{п}$ или $n_{в}$
Свободная пористость породы	n_0	—	$n_0 = n_{с} - n_{м}$
Дефицит насыщения	μ_0	—	$\mu_0 = n_{с} - n_{е}$
Водоотдача породы	$\mu_{в}$	—	$\mu_{в} = n_{с} - n_{в}$
Водопоглощение породы	$\mu_{п}$	—	$\mu_{п} = n_{с} - n_{п}$
Капиллярный вакуум	$h_{к}$	м	
Удельная поверхность породы	ω_s	м ⁻¹	$\omega_s = n_{с}/l$
Толщина пленки молекулярно-связанной воды	δ	м	$\delta = n_{м}/\omega_s$
Гидравлический радиус породы	l	»	$l = n_{с}/\omega_s$
Скорость распространения продольной волны в пласте	v_e	м/с	$v_e = \sqrt{g/\gamma \beta^*} = \sqrt{ag/k}$
Скин-эффект скважины	$\zeta_{с}$	—	$\zeta_{с} = \zeta + \zeta_s$
Сопротивление, обусловленное степенью вскрытия пласта и заглублением в него фильтра скважины	ζ	—	—
Сопротивление, зависящее от конструкции скважины, пленки и пробки в ней, а также от кольматажа или суффозии в породах призабойной зоны	ζ^*	м/с	—
Модуль питания грунтового потока (модуль грунтового стока)	ε	м/с	$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_{п}$

Условные обозначения: μ —абсолютная (динамическая) вязкость, Н·с/м² ($H = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$); γ —кинематическая вязкость, м²/с; γ —объемная масса жидкости, Н/м³, $\beta_{ж}$ —коэффициент сжимаемости жидкости, м²/Н; g —ускорение силы тяжести, м/с²; $\gamma_{ск}$ —объемная масса скелета породы (истинная объемная масса), Н/м³; $\gamma_{п} = \gamma_{ск} (1 - n_{с})$ —объемная масса породы, Н/м³; $n_{п}$ —капиллярная влагоемкость пород при их насыщении; $n_{в}$ —капиллярная влагоемкость их при осушении; $h_{ср}$ —средняя мощность безнапорного пласта, m —мощность напорного пласта; ε_a и $\varepsilon_{п}$ —поступления воды в поток сверху (из грунта зоны аэрации) и снизу (из нижележащих пород).

породы μ_n на свободной поверхности пласта при повышении напора и водоотдачей породы на свободной поверхности пласта μ_b при понижении напора.

Таким образом, для безнапорного пласта емкость его сосредоточена на свободной поверхности и является внешней емкостью.

Водопоглощение породы на свободной поверхности пласта равно части пористости, насыщаемой жидкостью при подъеме уровня грунтовой воды. Водоотдача породы на свободной поверхности пласта равна части ее пористости, отдающей жидкость при понижении уровня.

Водопоглощение и водоотдача зависят от скорости изменения уровня (напора) w . При медленном его изменении водонасыщение равно дефициту насыщения $\mu_0 = n_c - n_e$, а водоотдача равна свободной пористости $\mu_b = n_c - n_m$.

При гравитационно-упругом режиме фильтрации, когда деформативные свойства безнапорного пласта существенны, емкость его μ_s определяется суммой внутренней деформационной емкости и водопоглощения (при повышении напора) или водоотдачи (при понижении напора) и тогда

$$\mu_s = \mu_c + \mu_n \quad \text{или} \quad \mu_s = \mu_c + \mu_b, \quad a_s = \frac{kh_{cp}}{\mu_b}, \quad (I.3)$$

где a_s — пьезоупругопроводность (или напоропроводность) пласта.

Отметим здесь, что величина упругоэластичности μ_c при повышении и понижении напора различна. Именно этим частично объясняется то обстоятельство, что удельные дебиты скважин в одном и том же пласте при откачках и нагнетаниях являются различными.

Из изложенного следует, что упругоэластичность μ_* , зависящая от изменения напора s , а также водопоглощение μ_n и водоотдача μ_b , зависящие от скорости этого изменения w , сравнительно постоянны лишь при малых s и w .

Более стабильны полная упругоэластичность μ_c^* , дефицит насыщения μ_0 и свободная пористость n_0 .

Методы определения параметров делятся на лабораторные и полевые.

Лабораторные методы основаны на опытах одномерной фильтрации при насыщении, осушении, капиллярной пропитке и инфильтрации в образцах пород с ненарушенной структурой и влажностью. При насыщении, капиллярной пропитке и осушении в образцах породы возникает движущийся фронт промачивания (осушения) породы. Лабораторные опыты выполняются на приборах различной конструкции и позволяют определять главным образом параметры пород k_0 , k , μ_k , μ_0 , μ_b , μ_n , H_k , a .

Полевые методы определения гидродинамических параметров (опытно-фильтрационные работы) проводятся как в водоносных, так и в неводоносных пластах.

Опытно-фильтрационные работы могут быть подразделены на следующие группы: 1) откачки жидкости из скважин в водоносных пластах; 2) наливы и нагнетания жидкости в скважины в водоносных пластах; 3) мгновенные изменения дебита скважин (в частности, восстановление начального напора после выключения скважин); 4) весьма быстрые (мгновенные) изменения давления в скважине; 5) создание гармонических колебаний давления или дебита в скважинах; 6) наливы и нагнетания в скважинах в неводоносных породах; 7) наливы и опыты инфильтрации в шурфах; 8) опыты с применением индикаторов.

Мгновенные и кратковременные откачки, нагнетания и наливы в процессе бурения скважин позволяют производить скоростные определения параметров. Такие опыты могут проводиться и по окончании бурения скважины. Определения параметров с помощью таких опытов называются скоростными

(экспресс-методы). Сюда относятся мгновенные наливывы и откачки (в том числе с применением опробователей и испытателей пластов), а также наливывы и откачки через открытый забой скважины.

По данным откачек, наливывов, нагнетаний в водоносные пласты определяются коэффициент фильтрации, преезопроводность, водоотдача, недостаток насыщения, а если в пласт при этом вводится индикатор, то можно определить также активную пористость. Для неводоносных пластов находятся коэффициент фильтрации, капиллярный вакуум, капиллярная влагоемкость или активная пористость (с применением индикатора).

По данным наблюдений за режимом подземных вод (например, по данным об изменениях уровня грунтовых вод, происходящих при паводках или наполнении и опорожнении водохранилищ и каналов) определяются параметры e/k , μ_0 , μ_v , μ_n , a .

При проведении опытных откачек, нагнетаний и наливывов в скважины должна быть намечена определенная расчетная схема опыта, которая зависит от следующих основных факторов: 1) природных геологических условий (мощности пласта, характера его внешних границ в плане и разрезе, степени неоднородности и изотропности пород); 2) гидравлического типа водоносного пласта (напорного или безнапорного); 3) конструкции опытной скважины (размещения ее рабочей части в пласте, формы и размеров проходных отверстий, наличия или отсутствия гравийной обсыпки); 4) режима откачки, налива или нагнетания (с постоянным расходом, с постоянным понижением уровня, мгновенное изменение напора).

При откачках, а также нагнетаниях и наливывах в водоносные породы следует размещать опытные и наблюдательные скважины в некотором удалении от внешних границ пласта в плане (от водотоков и водоемов, поверхностей контакта пород разной проницаемости и др.). Тогда независимо от формы пласта и характера его внешних границ фильтрационные характеристики пород могут определяться по уравнениям неограниченного пласта. Это обуславливается тем, что влияние внешних границ ничтожно мало и не сказывается на результатах опытов даже при большой их длительности.

Например, при определении коэффициента фильтрации по данным кустовой откачки в напорном пласте, ограниченном в плане линией равного напора (полуограниченный пласт с постоянным напором на этой границе), имеем [37]

$$k_{\Pi} = \frac{Q}{2\pi m (s_0 - s_1)} \left[\ln \frac{r_1}{r_0} - \sqrt{1 + \left(\frac{r_1}{2b}\right)^2} \right], \quad (I.4)$$

где Q — дебит скважины; m — мощность пласта; r_0 — радиус опытной скважины; r_1 — расстояние от опытной скважины до наблюдательной (по линии параллельной к реке); s_0 и s_1 — понижения в опытной и наблюдательной скважинах; b — расстояние от опытной скважины до границы пласта (до реки).

Если же определить коэффициент фильтрации с помощью формулы для неограниченного пласта (т. е. без учета влияния внешней границы), то будем иметь

$$k_0 = \frac{Q}{2\pi m (s_0 - s_1)} \ln \frac{r_1}{r_0}. \quad (I.5)$$

Из условия, что ошибка при определении k не должна превышать величины σ , найдем

$$\left| \frac{k_{\Pi} - k_0}{k_{\Pi}} \right| \leq \sigma. \quad (I.6)$$

Подставляя сюда значения k_n и k_o , получим

$$\frac{r_1}{b} = 2 \sqrt{e^\psi - 1}; \quad \psi = \frac{2\sigma}{1+\sigma} \ln \frac{r_1}{r_0}. \quad (1.7)$$

Из табл. 2 следует, что при $\sigma = 1\%$ $r_1 \approx 0,09-0,8b$, при $\sigma = 5\%$ $r_1 \approx (1-1,93)b$, а при $\sigma = 10\%$ $r_1 \approx (1,4-2,94)b$. Таким образом получается, что при $r_1 < 2b$ обеспечивается достаточная точность определения коэффициента фильтрации по уравнениям неограниченного пласта. При неустановившемся режиме фильтрации эти уравнения дадут еще более точный результат.

Таблица 2

σ	Значения $r_1/b = f(\sigma, r_1/r_0)$ при разных r_1/r_0			
	10	30	100	1000
0.01	0.0930	0.5276	0.6176	0.7652
0.05	0.9894	1.2362	1.4834	1.9288
0.1	1.3674	1.746	2.1480	2.94

Для пласта, ограниченного в плане двумя параллельными прямыми границами равного напора (полосообразный пласт), влияние ближайшей к опытной скважине границы будет примерно таким же, как в случае полуограниченного пласта, а влияние более удаленной от скважины границы будет совершенно ничтожным.

Таким образом, для оценки параметров не следует применять формулу Форхгеймера для скважин у реки. Тем более нет смысла в применении еще более сложных формул для скважины в полосообразном или других пластах. Однако это не относится к определению параметров по данным эксплуатации водозаборов. При расстояниях между скважинами, сравнимых с расстояниями до границ пласта, приходится пользоваться уравнениями для пластов разных типов.

Более существенно влияние внешних границ исследуемого пласта в вертикальном разрезе (кровля и подошва пласта).

По характеру кровли и подошвы следует различать три основных типа пластов:

1) подошва и кровля менее проницаемые, чем породы исследуемого пласта и мощность его ограничена (пласт I типа);

2) кровля пласта менее или более проницаема, чем породы пласта, а мощность его неограничена (пласт II типа).

В настоящей работе приводятся точные решения для скважин в пластах I и II типов.

Если пласт ограниченной мощности более или менее однороден, то при мощности примерно до 8—10 м следует проходить совершенные скважины, а при большей мощности — несовершенные, размещенные у кровли в случае напорного пласта или у свободной поверхности грунтовой воды в случае безнапорного пласта. При соблюдении этих условий можно избежать установки чрезмерно длинных фильтров.

Если пласт ограниченной мощности неоднороден, то опытную скважину целесообразно устраивать несовершенной с короткой рабочей частью (фильтром) и размещать ее в зонах разной проницаемости. При этом в напорном



пласте несовершенная скважина может примыкать к его кровле, подошве или располагаться внутри пласта. В безнапорном потоке несовершенная скважина может примыкать к свободной поверхности потока, к подошве пласта или располагаться внутри пласта. В этих случаях при кратковременных откачках из опытов определяются значения параметров для отдельных зон (слоев) водоносного пласта, что позволяет изучать неоднородно-слоистые породы.

При опытных нагнетаниях и наливах в неводоносные породы через скважины важно, чтобы радиус зоны насыщения пород R был значительно меньше напора в опытной скважине s_0 (примерно $R < 0,1 s_0$). Это позволяет пренебречь влиянием силы тяжести и упростить расчетную схему определения параметров.

В последующих главах приводятся методы определения параметров для всех охарактеризованных выше видов опытно-фильтрационных работ, типов пластов и расчетных схем опытов.

§ 2. Основной закон фильтрации жидкостей и газов в горных породах

В основе подземной гидрогазодинамики лежит закон фильтрации жидкостей и газов через пористые среды, в том числе горные породы и грунты. Этот закон был установлен Дарси на основе опытов фильтрации воды через песок в лаборатории Парижского водопровода в 1858 г. Он состоит в том, что скорость фильтрации v линейно зависит от градиента напора I и выражается равенством:

$$v = -kI; \quad I = \frac{dH}{dL}; \quad H = \frac{p}{\gamma} + z, \quad (1.8)$$

где H — напор на пути фильтрации длиной L ; p — давление в точке, находящейся на высоте z над произвольной плоскостью сравнения; γ — объемная масса жидкости.

Коэффициент пропорциональности между v и I называется коэффициентом фильтрации. Он равен скорости фильтрации при градиенте $I = 1$, знак минус в первом уравнении обусловлен тем, что вдоль пути фильтрации (линии тока) напор H уменьшается.

Если v и I изменяются с течением времени, то фильтрация является неустановившейся (нестационарной). Если же v и I постоянны, то фильтрация является установившейся (стационарной). Фильтрация, при которой v , I , H зависят от 1, 2 и 3 координат x , y , z называется соответственно одно-, двух- и трехмерной. Одномерная фильтрация, при которой v , I , H зависят только от одной координаты x , будет линейной, от радиуса-вектора $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — осесимметричной (цилиндрическая симметрия), а от радиуса-вектора $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ — сферосимметричной (сферическая симметрия).

Двухмерную фильтрацию в вертикальной плоскости, когда величины v , I , H зависят от координат x и z , называют плоской, а двухмерную фильтрацию в горизонтальной плоскости, когда они зависят от координат x и y , — плановой.

При пренебрежимо малых силах инерции кинематическая составляющая напора $v^2/2gn_0^2$ также мала и потому напор H зависит только от силы давления $p\omega$ и от силы тяжести $\gamma\omega z$ (ω — площадь горизонтального сечения потока). Величина p/γ равна энергии (работе) $p\omega z$, отнесенной к массе жидкости $\gamma\omega z$, которую способна совершить сила давления $p\omega$ на пути z . Величина z равна работе $\gamma\omega z^2$, отнесенной к массе жидкости $\gamma\omega z$, которую способна совершать сила тяжести $\gamma\omega z$ на пути z .

При одномерной фильтрации с цилиндрической и сферической симметрией линии одинаковых v , I , H совпадают друг с другом.

При установившейся линейной фильтрации величины v и I вдоль пути фильтрации L одинаковы (т. е. не зависят от L и не изменяются со временем), а напор H зависит от координаты x линейно. В этом случае второе уравнение (I.8) можно интегрировать, что дает:

$$I = \frac{H}{L} \cdot H = H_1 - H_2, \quad H_{1,2} = \frac{p_{1,2}}{\gamma} + z_{1,2}, \quad (\text{I.9})$$

где $H_{1,2}$ — напоры; $p_{1,2}$ — давления в двух любых точках (сечения) потока (в том числе на входе в породу и выходе из нее); L — расстояние между ними; $z_{1,2}$ — высоты этих точек над произвольной плоскостью сравнения.

Коэффициент фильтрации k зависит от свойств породы и фильтрующейся жидкости или газа, а именно:

$$k = \frac{\gamma}{\mu} k_0, \quad k_0 = 0,0055 d_0^2 \frac{n_0^3}{(1-n_0)^2}, \quad (\text{I.10})$$

где μ — абсолютная вязкость жидкости (газа); k_0 — проницаемость; d_0 — эффективный диаметр пор породы; n_0 — ее свободная пористость. Выражение для k_0 предложено Дж. Козени и П. К. Карманом.

Величины n_0 , d_0 и k_0 определяются структурой и свойствами породы и почти не зависят от свойств фильтрующейся жидкости или газа. Однако вследствие обмена между фильтрующимися жидкостями (газами) и породой (отдельными ее составляющими) в процессе фильтрации (массообмена) величины n_0 , d_0 , k_0 могут изменяться. По этой причине проницаемость породы k_0 , определенная посредством фильтрации воды, нефти, воздуха, азота, может заметно различаться.

Величины γ и μ зависят от свойств фильтрующихся жидкостей и газов, а также содержания различных ассоциированных с ними примесей (твердых, жидких, газообразных), но не зависят от свойств породы. Вместе с тем под влиянием массообмена при фильтрации величины γ и особенно μ также могут изменяться. В случае присоединения веществ, содержащихся в фильтрующихся жидкости или газе, к породе величины γ , n_0 , k_0 и μ уменьшаются, а в случае присоединения составляющих породы к жидкости или газу эти величины возрастают.

Указанные явления обуславливают существенную изменчивость параметров n_0 , d_0 , k_0 , μ . Более того, исследования фильтрации после открытия закона Дарси показали, что и при отсутствии этих явлений зависимость скорости фильтрации v от градиента I имеет гораздо более сложный характер.

Еще в 70-х годах XIX в. было обнаружено, что при градиентах, больших I_1 , зависимость v от I приобретает нелинейный характер и описывается, например, уравнением Прони в виде:

$$I = \frac{v}{k_1} + \beta \left(\frac{v}{k_2} \right)^2, \quad (\text{I.11})$$

где β — безразмерный параметр нелинейной фильтрации; $k_{1,2}$ — коэффициенты фильтрации при действии законов Дарси и Шези.

Из этой зависимости при $k_2 = \infty$ получается закон течения Дарси, а при $k_1 \rightarrow \infty$ — закон Шези, справедливый для равномерного течения в каналах и трубах. Чем более проницаема порода, тем меньше градиент, при котором нарушается закон Дарси. При этом еще Д. Линдквистом было замечено, что

нелинейная зависимость вида (I.11) начинает действовать при градиентах, меньших чем те, при которых в фильтрационном потоке появляются вихри и возникает существенная турбулентность. Зависимость вида (I.11) дает выпуклую кривую $v = f(I)$, при которой с ростом I скорость v увеличивается относительно медленнее I (рис. 1, кривая BC). Затем в 20—30-е гг. нашего столетия было установлено, что при очень больших давлениях и градиентах происходят разрывы пласта, а также вымыв или выпор частиц фильтрующей породы. Тогда проницаемость ее резко возрастает и кривая зависимости $v = f(I)$ становится вогнутой, круто поднимается вверх и поэтому с ростом I скорость v увеличивается быстрее I (см. рис. 1, кривая CD).

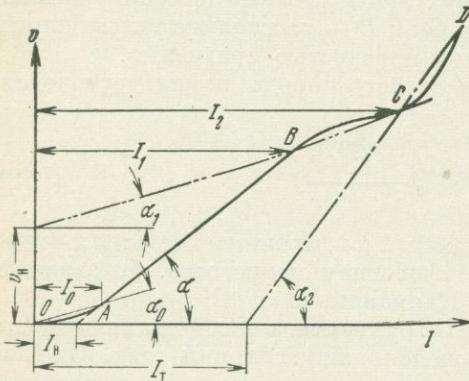


Рис. 1. Зависимость скорости фильтрации v от градиента напора

$$h = \operatorname{tg} \alpha; h_0 = \operatorname{tg} \alpha_0; h_1 = \operatorname{tg} \alpha_1; h_2 = \operatorname{tg} \alpha_2$$

тов, шламы, смазочные масла и др.), показали, что их течение начинается лишь после преодоления некоторого начального сопротивления сдвигу. В соответствии с этим для таких жидкостей имеет место начальный градиент фильтрации I_0 , и потому прямая $v = f(I)$ начинается не в начале координат, а из точки на оси абсцисс $v = 0$, $I = I_n$ (см. рис. 1, пунктир).

Опыты С. А. Роза и А. И. Чуракова по фильтрации воды через глину и суглинки приводили к большим значениям градиента I_0 ($I_0 \geq 1-2$). Последними опытами Н. С. Нерпиной показано, что для ньютоновских жидкостей фильтрация происходит в соответствии с кривой OA и, следовательно, начального градиента для них не существует [76]. То же подтверждают и опыты В. М. Павилонского, в которых начальный градиент отсутствовал или не превышал точности измерений ($I_0 < 0,1$).

Таким образом, из диаграммы $v = f(I)$ вытекает, что существуют по крайней мере три критические точки A , B , C и соответствующие им критические градиенты I_0 , I_1 и I_2 (см. рис. 1) и скорости v_0 , v_1 и v_2 .

Для галечно-гравелистых и крупнотрещиноватых пород характерен верхний участок кривой BC , где заметны отклонения от закона Дарси и наиболее приемлемой является двучленная зависимость v от I вида (I.11). Для тех же пород и песков нижний нелинейный участок кривой OA при фильтрации воды практически отсутствует и может появиться лишь при фильтрации вязко-пластических жидкостей. Наконец, для суглинков и глин нижний участок может быть значительным.

Чем менее прочна порода на разрыв и сдвиг, тем меньше градиент I_2 , при котором нарушается закон Прони. Наконец, несколько позднее было замечено, что в малопроницаемых грунтах, содержащих связную воду (глины, суглинки) при градиентах, меньших I_0 , фильтрация воды и других жидкостей, подчиняющихся ньютоновскому закону вязкости, отсутствует вовсе (Н. П. Пузыревский, С. А. Роза, С. В. Нерпин, Б. П. Горбунов, А. И. Чураков и др.) или является крайне слабой (см. рис. 1, кривая OA).

Опыты с фильтрацией вязко-пластических жидкостей, подчиняющихся закону трения Бингама — Шведова (некоторые виды нефти и нефтепродуктов,

Для грунтов разной проницаемости диаграммы $v = f(I)$ имеют разную форму. Нижний участок нелинейной фильтрации OA играет существенную роль только для малопроницаемых глинистых пород (а в средне- и сильнопроницаемых — только для вязко-пластических жидкостей). Средний криволинейный участок BC актуален главным образом для сильнопроницаемых пород, где он начинается при меньших градиентах. Наконец, верхний участок нелинейной фильтрации CD представляет интерес для слабопрочных пород (несвязных и слабо сцементированных), где он начинается при более низких градиентах.

Широкое развитие теории и ее приложений возможно лишь при линейном законе фильтрации, когда применим принцип суперпозиции (сложения) течений, позволяющий просто получать решение большего числа задач. Поэтому для участков диаграммы $v = f(I)$ OA , AB , BC и CD рекомендуются следующие линейные аппроксимации основного закона течения:

$$\begin{aligned} v &= k_0 I \quad (0 < I < I_0) \quad (\text{на } OA); \\ v &= kI \quad \text{или} \quad v = k(I - I_n) \quad (I_0 < I < I_1) \quad (\text{на } AB); \\ v &= v_n + k_1 I = k_1 \left(I + \frac{v_n}{k_1} \right) \quad (I_1 < I < I_2) \quad (\text{на } BC); \\ v &= k_2 (I - I_T) \quad (I > I_2) \quad (\text{на } CD). \end{aligned}$$

Величины I_n , I_T представляют собой отрезки на оси абсцисс при $v = 0$, v_n — отрезок на оси ординат при $I = 0$, $I_{0, 1, 2}$ — градиенты в точках наибольшей кривизны A , B , C на кривой $v = f(I)$, определяемые экспериментально при лабораторных и полевых опытах. При $I \gg I_n, I_T, v_n/k_1$ этими величинами можно пренебречь.

§ 3. Уравнения фильтрации жидкостей и газов в горных породах и краевые условия

Основные уравнения подземной гидродинамики включают уравнения движения, сохраняемости массы и состояния, имеющие вид [67]:

$$u = -\frac{k_0}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad v = -\frac{k_0}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad w = -\frac{k_0}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right); \quad (I.12)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho n_0)}{\partial t} = 0; \quad (I.13)$$

$$\rho = \rho_e [\beta_{ж}(p - p_e) + 1]; \quad n_0 = n_e + \beta_n (1 - n_e)(p - p_e), \quad (I.14)$$

где u , v , и w — составляющие скорости фильтрации, параллельные осям координат x , y , z ; p — давление; n_0 — пористость породы; ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести; n_e и ρ_e — пористость и плотность при естественном давлении в пласте. $\beta_{ж} = 1/E_{ж}$ и $\beta_n = 1/E_n$ — коэффициенты деформируемости жидкости и породы, обратные модулям деформации $E_{ж}$ и E_n . Величина $\beta_{ж}$ характеризует упругие деформации жидкости. Величина β_n характеризует совместно упругую и остаточную (пластическую) деформации. Она может изменяться в зависимости от знака, частоты и длительности изменений напора (давления) в пласте.

При уменьшении давления ($p < p_e$), когда порода пласта сжимается ($n < n_e$), величина β_n чаще всего больше, чем при увеличении давления ($p > p_e$), когда порода расширяется ($n > n_e$). С ростом числа колебаний напора

величина β_n уменьшается. Если в (I.14) принять $n - n_e = s_*/m$, где s_* — сжатие или растяжение слоя породы мощностью m , то уравнение состояния для породы будет аналогично формуле Терцаги для осадки грунта s_* [132], т. е.

$$s_* = \frac{\beta_n (p - p_e) m}{1 + \epsilon_e}; \quad \epsilon_e = \frac{n_e}{1 - n_e} \quad (\text{I.15})$$

Тогда величина β_n будет идентична коэффициенту уплотнения породы по Терцаги.

Исключая из системы уравнений (I.12)–(I.14) величины v , w , ρ , и n , пренебрегая квадратами производных и $\partial p / \partial z$, а также осредняя величины n и ρ , являющиеся множителями при производных, получим уравнение неустановившейся фильтрации в напорном пласте [67]

$$a \Delta h = \frac{\partial h}{\partial t}; \quad a = \frac{k}{\gamma \beta^*} = \frac{k_0}{\mu \beta^*} = \frac{km}{\mu_c} \quad (\text{I.16})$$

$$h = z + \frac{p}{\gamma}; \quad \beta^* = n_e \beta_{ж} + (1 - n_e) \beta_n, \quad (\text{I.17})$$

здесь Δ — оператор Лапласа; h — напор в пласте, а остальные обозначения указаны ранее.

Для пластов со свободной поверхностью принимают, что горизонтальные составляющие скорости u , v и производная $\partial h / \partial t$ одинаковы по глубине, причем на границах слоев разной проницаемости эти составляющие относятся друг к другу как коэффициенты фильтрации соседних слоев. В соответствии с этим течение осредняют по глубине, сводя пространственное течение к плановому. Уравнения движения и сохранения массы для таких течений со свободной поверхностью в однородном пласте будут:

$$q_x = kh \frac{\partial h}{\partial x}; \quad q_y = kh \frac{\partial h}{\partial y}; \quad (\text{I.18})$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \epsilon = (\mu_k + \mu_c) \frac{\partial h}{\partial t}; \quad (\text{I.19})$$

$$\mu_c = \gamma \beta^* m = \frac{km}{a}, \quad (\text{I.20})$$

здесь $h(x, y, t)$ — напор на свободной поверхности, отсчитываемый от подошвы пласта (глубина потока); q_x и q_y — удельные расходы потока в направлении осей x и y ; μ_k — внешняя емкость (при подпоре $\mu_k = \mu_n$, а при спаде — $\mu_k = \mu_e$); μ_c — внутренняя емкость (уругоемкость) того же слоя; $\epsilon = \epsilon_a + \epsilon_n$ — модуль питания потока, равный расходу воды, поступающему на единицу его площади через свободную поверхность ϵ_a и через его ложе (подошву) ϵ_n , причем:

$$\epsilon_a = (\epsilon_{ин} + \epsilon_k) - \epsilon_n, \quad (\text{I.21})$$

где $\epsilon_{ин}$ — расход воды, поступающей на свободную поверхность потока сверху, вследствие инфильтрации атмосферных и других вод; ϵ_k — то же, вследствие конденсации на свободной поверхности пара из воздуха в зоне аэрации грунтов; ϵ_n — расход воды, испаряющейся со свободной поверхности потока (с учетом транспирации растениями).

Величина ϵ изменяется по сезонам года и от года к году.

В уравнении для ϵ присутствует величина ϵ_k или ϵ_n (например, при низких ночных температурах ϵ_k , а при высоких дневных ϵ_n). При определении

величины ε_a за более или менее длительный период необходимо учитывать величины ε_k и ε_n совместно.

Уравнения (I.16), (I.17) описывают упруго-гравитационный режим фильтрации, при котором приращения удельных расходов $q_{x,y}$ вдоль координатных осей компенсируются деформациями водоносной толщи грунтов и изменением положения свободной поверхности потока. Если жидкость и водоносная толща несжимаемы, то $\beta^* = 0$, и эти уравнения описывают жесткий гравитационный режим фильтрации. В напорном пласте $\mu_k = 0$, и тогда имеет место деформационный (упругий) режим фильтрации.

Подставляя значения $q_{x,y}$ по (I.18) в равенство (I.19) и линейризуя полученное уравнение, найдем

$$a \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + b = \frac{\partial u}{\partial t}; \quad u = 0,5h^2, \quad (I.22)$$

где

$$a = \frac{kh_s}{\mu_s}; \quad b = \frac{\varepsilon h_s}{\mu_s}; \quad (I.23)$$

$$\mu_s = \mu_k + \mu_c; \quad h_s = 0,5(h_{\max} + h_{\min})\beta_0, \quad (I.24)$$

здесь h — высота свободной поверхности над подошвой пласта; h_s — та же высота, осредненная при линейризации уравнения; β_0 — коэффициент осреднения, определенный из сравнения точного нелинейного уравнения с решением линейризованного уравнения [67].

В случае осесимметричного потока вместо (I.22) будет

$$\frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + b = \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (I.25)$$

Для напорного пласта, отделенного малопроницаемыми прослойками от соседних пластов, уравнение фильтрации имеет вид

$$km \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + v_1 + v_2 = n_0 \frac{\partial h}{\partial t}, \quad v_1 = k_k \frac{h - h_k}{m_k}, \quad v_2 = k_n \frac{h - h_n}{m_n}, \quad (I.26)$$

здесь $v_{1,2}$ — скорость протекания воды через кровлю и подошву пласта; h — напор в пласте; k_k, m_k — коэффициент фильтрации и мощность малопроницаемого слоя, залегающего в кровле пласта; k_n, m_n — то же, для малопроницаемого слоя, залегающего в подошве пласта; h_k, h_n — напоры в соседних водоносных пластах, находящихся над кровлей и под подошвой пласта.

При лабораторных и полевых опытах рассматриваются одномерные вертикально-восходящие и вертикально-нисходящие фильтрационные потоки.

Для однородно-анизотропных пород уравнение фильтрации можно представить следующим образом:

$$k_r \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + k_b \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\mu_c}{m} \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (I.27)$$

где k_r — коэффициент фильтрации в горизонтальном направлении; k_b — то же в вертикальном; μ_c — упругоемость.

Выражение (I.27) можно представить в таком виде

$$a \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (I.28)$$

где

$$a = \frac{k_r m}{\mu_c} \quad \text{или} \quad a = \frac{k_r h_s}{\mu_s}, \quad z_s = \sigma z, \quad \sigma = \frac{k_r}{k_b}. \quad (I.29)$$

Для решения задачи гидродинамики, кроме приведенных здесь основных уравнений необходимы начальное условие, определяющее значение напора h при $t = 0$, и условия, устанавливающие значение напора h , нормальной скорости v_n , производной $\partial h/\partial t$ или соотношений между ними на границах области фильтрации. Эти условия приводятся ниже при изложении решений различных задач, необходимых для определения гидродинамических параметров.

Теория движения влаги в капиллярной зоне грунтов основана на предположении, что в ней не только давление p_k и скорость фильтрации v , но также насыщенность порового пространства η и проницаемость k_0 являются функциями координат и времени.

Уравнения движения и сохранения массы при жестком режиме фильтрации имеют вид

$$u = -\frac{k_k}{\gamma} \frac{\partial p_k}{\partial x}; \quad v = -\frac{k_k}{\gamma} \frac{\partial p_k}{\partial y}; \quad w = -\frac{k_k}{\gamma} \left(\frac{\partial p_k}{\partial z} - \gamma \right), \quad \gamma = \rho g; \quad (I.30)$$

$$\frac{\partial (w\rho)}{\partial x} + \frac{\partial (v\rho)}{\partial y} + \frac{\partial (w\rho)}{\partial z} + \frac{\partial (w\rho)}{\partial t} = 0, \quad (I.31)$$

где z — вертикальная ось, направленная вниз; x, y — горизонтальные оси; $k_k = k_0 \gamma/\mu$ — коэффициент фильтрации; k_0 — проницаемость капиллярной зоны; γ — объемная масса влаги; ρ и μ — плотность и вязкость; w — объемная влажность грунта (отношение объема воды к объему всего грунта, включающему его скелет, воду и воздух).

Примем здесь

$$p_k = -\rho g h_k = -\gamma h_k \quad (h_k > 0); \quad (I.32)$$

$$\eta = \frac{\omega - n_m}{n_c - n_m}, \quad \text{или} \quad \omega = n_0 \eta + n_m, \quad (n_0 = n_c - n_m), \quad (I.33)$$

где n_m — предельное (максимальное) содержание связной влаги в грунте; n_c — пористость грунта; n_0 — его свободная (активная) пористость; h_k — высота капиллярного вакуума.

Вводя в (I.31) u, v, w из (I.30), а затем p_k, w из (I.32), (I.33), найдем

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) - \frac{1}{n_0} \frac{\partial k_k(\eta)}{\partial z};$$

$$D = \frac{k_k(\eta)}{n_0} \frac{dh_k(\eta)}{d\eta}. \quad (I.34)$$

Подобное уравнение впервые получено Е. Букингом и Л. А. Ричардсом [131]. Оно содержит три функции $\eta, k_k(\eta)$ и $h_k(\eta)$.

Поэтому для его решения необходимы дополнительные зависимости k_k и h_k от насыщенности η . Последние обычно принимаются в виде степенных уравнений вида

$$k_k = k \eta^i; \quad h_k = \alpha_0 - \beta_0 \eta^s = H_k (1 - \eta^s), \quad (I.35)$$

где k — коэффициент фильтрации при полном насыщении пор грунта; H_k — максимальная высота вакуума (при $\eta = 0$).

С. Ф. Аверьянов по аналогии с аппроксимацией Л. С. Лейбензона для уравнения Козени — Кармана, связывающего проницаемость с пористостью, принял в (I.35) $i = 3,56$ [2]. По опытным данным Н. Н. Биндемана $i = 3$, а А. И. Будаговского $i = 4$. Эксперименты показали также, что допустимо принимать $\alpha_0 = 0, \beta_0 < 0$ и $s = -1$. Нами в работе [34] было принято $s = 1$ и для любого i получено нелинейное уравнение инфильтрации второго порядка,

которое затем упрощалось и приводилось к нелинейному уравнению первого порядка или к линеаризированному уравнению второго порядка. П. Я. Кочин и И. Калабуховой [80], а затем Дж. Филипом [122] были предложены методы решения нелинейного уравнения (I.34) для произвольных зависимостей $k_k(\eta)$ и $h_k(\eta)$.

В нашей работе [42] были приняты следующие зависимости $k_k(\eta)$ и $h_k(\eta)$:

$$k_k = k\eta; \quad h_k = \frac{Dn_0}{k} \ln \frac{1}{\eta}. \quad (I.36)$$

При $\eta = 1$ ($\omega = n_0$) величины $k_k = k$ и $h_k = 0$, а при $\eta = 0$ ($\omega = \omega_0$) получается $k = 0$ и $h_k \rightarrow \infty$.

Подстановка (I.34) в (I.36) приводит к линейному уравнению, идентичному уравнению конвективной диффузии и теплопроводности с постоянными коэффициентами D и v , т. е.

$$D \Delta n - v \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t}; \quad v = \frac{k}{n_0}; \quad n_0 = n_c - n_m, \quad (I.37)$$

где Δ — оператор Лапласа.

Простейшая теория движения жидкости (влаги) в капиллярной зоне грунтов была разработана А. Цункером и В. В. Ведерниковым [28]. Она основана на предположении, что в капиллярной зоне воздух отсутствует, поровое пространство грунта полностью насыщено жидкостью, поэтому объемная влажность грунта ω равна свободной пористости n_0 и коэффициент насыщения $\eta = \omega/n_0 = 1$. Вместе с тем давление p_k и скорость фильтрации v в этой зоне являются функциями координат и времени, причем всегда величина $p_k < 0$.

Таким образом, в этой теории считается, что капиллярное давление p_k не зависит от ω и η , поскольку $\eta = 1$, а p_k может иметь различное значение.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГОРНЫХ ПОРОД

§ 1. Способы определения физико-механических и гидродинамических параметров, схемы лабораторных приборов и методика опытов

В лабораторных условиях определяются некоторые физико-механические характеристики пород, необходимые для гидродинамических расчетов. К их числу относятся объемная масса породы при естественной влажности γ_e , в сухом состоянии γ_n и скелета породы $\gamma_{ск}$, а также естественная влажность n_e , пористость n_c , дефицит насыщения μ_0 породы. Кроме того, в лаборатории находятся физические характеристики фильтрующихся жидкостей и газов, а именно: плотность ρ , вязкость μ , газонасыщенность жидкости ξ , содержание в ней каких-либо примесей c .

Наряду с этим в лабораторных условиях исследуется фильтрация жидкостей и газов (в том числе содержащих растворенные, взвешенные и эмульгированные в них компоненты), в процессе которой определяются следующие гидродинамические параметры: проницаемость k_0 , коэффициент фильтрации k_f , коэффициент капиллярной фильтрации k_k , активная пористость n_0 , коэффициент пьезопроводности a , капиллярная влагоемкость n_k , водопоглощение μ_n , водоотдача μ_v , капиллярный вакуум H_k . Указанные параметры определяются для грунтов зоны аэрации и водоносных пластов, сложенных рыхлыми, полускальными и скальными породами. При необходимости для этих пород проводятся специальные исследования (например, исследование закрепления грунтов для придания им прочности и непроницаемости посредством инъекции цементного, силикатного, битумного и других затвердевающих растворов и суспензий). Для пластов-коллекторов, содержащих нефть, газ, конденсат, а также рассолы и рапу, являющихся сырьем для химической промышленности, проводится определение тех же свойств пород, причем особое внимание уделяется оценке пористости, трещиноватости, проницаемости, газового фактора и нефтеотдачи пород. В необходимых случаях проводятся специальные исследования таких коллекторов (например, изучение влияния растворителей на нефтеотдачу, теплового воздействия на вязкость нефти и депарафинизацию коллекторов, действия гидроразрыва и волны давления на проницаемость пород). Специальные исследования пород здесь не рассматриваются.

Общие физико-механические параметры пород и грунтов, необходимые для гидродинамических расчетов, определяются по методике, принятой в инженерной геологии, грунтоведении и механике горных пород.

К числу этих параметров относятся объемная масса сухой породы γ_n и ее скелета $\gamma_{ск}$, естественная влажность n_e , пористость n_c и дефицит насыщения μ_0 .

Объемная масса скелета породы $\gamma_{ск}$ определяется в пикнометре. В последний заливается вода в объеме w_1 и определяется ее масса вместе с пикнометром g_1 . Затем в пикнометр помещается грунт, предварительно высушенный в сушильном шкафу при 105°C . Далее находится объем воды и грунта в пикно-

метре w_2 и их масса вместе с пикнометром g_2 . Объемная масса скелета породы определяется по формуле:

$$\gamma_{\text{ск}} = \frac{g_2 - g_1}{w_2 - w_1}. \quad (\text{II.1})$$

Объемная масса породы в сухом состоянии $\gamma_{\text{п}}$ находится посредством определения массы g_c и объема w_c образца грунта, высушенного при температуре 105°C . Объемная масса породы при естественной влажности γ_e также находится с помощью массы g_e и объема w_e образца сразу после удаления с него парафина, предотвращающего высыхание. Величины $\gamma_{\text{п}}$ и γ_e равны:

$$\gamma_{\text{п}} = \frac{g_{\text{п}}}{w_{\text{п}}}; \quad \gamma_e = \frac{g_e}{w_e}. \quad (\text{II.2})$$

Величины объемов $w_{\text{п}}$ и w_e для грунтов вычисляются по объему бюксы или грунтоноса, занятого образцом, а для скальных и полускальных пород — по объему воды, вытесненной при погружении в нее запарафинированного образца w_* , а именно

$$w = w_* - \frac{g'' - g'}{\Delta}, \quad (\text{II.3})$$

где g' — масса образца без парафина; g'' — масса его в запарафинированном виде; Δ — объемная масса парафина.

Пористость (полная влагоемкость) грунта n_c , равная отношению объема пор к объему всего грунта (т. е. частиц и пор вместе), находится по формуле:

$$n_c = 1 - \frac{\gamma_{\text{п}}}{\gamma_{\text{ск}}} \quad (\text{II.4})$$

Естественная влажность грунта, равная отношению объема воды к объему всего грунта (т. е. частиц и пор, занятых водой и воздухом или другим газом), находится так:

$$n_e = \frac{\gamma_e - \gamma_{\text{п}}}{\gamma_0}, \quad (\text{II.5})$$

где γ_0 — объемная масса воды.

Насыщенность пор водой ζ и дефицит насыщения породы μ_0 определяются следующим образом:

$$\zeta = \frac{n_e}{n_c}, \quad \mu_0 = n_c - n_e. \quad (\text{II.6})$$

Помимо объемной естественной влажности n_e иногда оказывается необходимой весовая естественная влажность, равная отношению массы воды к массе скелета (w_1) или к массе скелета и воды вместе (w_2). Эти влажности выражаются таким образом:

$$w_1 = \frac{\gamma_e - \gamma_{\text{п}}}{\gamma_{\text{п}}}; \quad w_2 = \frac{\gamma_e - \gamma_{\text{п}}}{\gamma_e} \quad (\text{II.7})$$

Физические свойства фильтрующихся жидкостей и газов также определяются с помощью стандартной аппаратуры (плотномеров, вискозиметров и других приборов).

Гидродинамические параметры для пород глубокого залегания определяются на стандартном приборе АКМ-2, позволяющем осуществлять фильтрацию жидкостей, газов и многокомпонентных флюидов. С его помощью определяются параметры k , k_0 , фазовые проницаемости для многокомпонентных флюидов k_i , начальный градиент фильтрации $I_{\text{н}}$ и другие параметры кривой $v = f(I)$.

Опыты на этом приборе ведутся при пластовых давлениях и температуре, достигающих значительных величин (до $5 \cdot 10^7$ Па и 100° С).

Прибор АКМ-2 по своей схеме идентичен приборам Дарси, Дюпюи — Тима и Тима — Каменского [87], именно в нем осуществляется стационарная фильтрация при постоянных напорах на входе и выходе. Он описан в соответствующих инструкциях и здесь подробно не рассматривается.

Гидродинамические параметры для пород сравнительно неглубокого залегания определяются разработанным нами стандартным прибором фильтро-

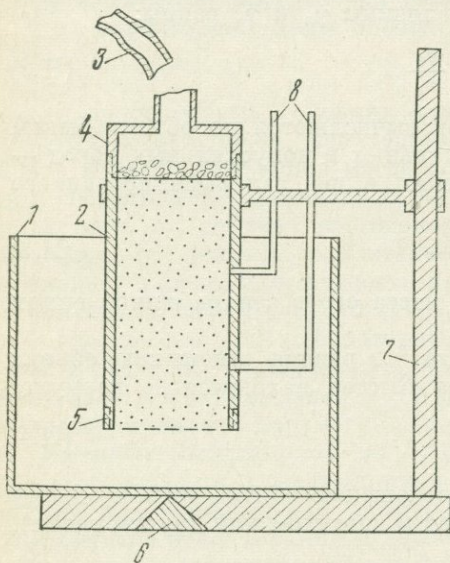


Рис. 2. Принципиальная схема фильтрационного прибора

метр-1. С его помощью находятся параметры k , k_0 , k_k , n_m , n_k , n_a , μ_n , μ_b , H_k , причем опыты на этом приборе ведутся при давлениях и температурах пород, соответствующих естественным и проектным условиям.

Прототипом фильтрометра-1 послужили простейшие приборы для изучения фильтрации, предложенные Г. Н. Каменским [3], В. М. Павиловским [5, 6], трубка Спецгео, а также капилляриметры Н. Е. Жуковского и Г. Бескова [3].

В отличие от приборов типа АКМ-2 в фильтрометре-1, как правило, отсутствуют постоянные во времени напоры (неподвижные уровни на входе и выходе), а эксперимент проводится при нестационарном режиме фильтрации.

Фильтрометр (рис. 2) состоит из трех цилиндрических трубок с прозрачными градуированными вставками; большой трубки 1 с дном, являющейся мерным сосудом, малой трубки, служащей пробоотборником или грунтоносом 2, и присоединенной к ней сверху водоподающей (питающей) трубки 3. Малая трубка — грунтонос на время отбора образца грунта с ненарушенной структурой имеет верхнее днище 4, соединенное со штативом. С нижней части грунтоноса после извлечения образца отбирается небольшая проба для определения объемной массы и влажности, после чего там устанавливается сетка 5 (для сыпучих грунтов — двойная). При проведении опытов большая трубка устанавливается на крестовину штатива 6, а малая трубка опускается в большую и закрепляется на штативе 7 с помощью опорного кольца. Грунтонос может иметь пьезометры 8, присоединенные к нему после извлечения образца грунта.

В процессе всех опытов, кроме исследования проницаемости, верхнее днище трубки грунтоноса снимается, и поверхность грунта в ней сообщается с атмосферой.

При исследовании проницаемости сверху на грунтонос навинчивается крышка с водоподающей трубкой 3 и фильтрация происходит сверху вниз.

Опыты на фильтрометре ведутся в следующем порядке:

- 1) исследуется капиллярная пропитка образца грунта снизу без подпора и определяются параметры H_k , k_k и n_k ;
- 2) образец грунта опускается в большую трубку под воду на глубину L_0

и изучается водопоглощение грунта под напором, что позволяет найти параметры k_n , H_k , μ_n ;

3) на малую трубку-грунтонос навертывается крышка с питающей трубкой, в которую заливается вода и изучается напорная фильтрация в грунте, что позволяет определить величины k и k_0 при разных градиентах;

4) питающая трубка снимается, грунтонос с образцом грунта поднимается вверх и исследуется осушение грунта, что позволяет определить параметры n_m , $\mu_v k$.

При необходимости изучения фильтрации при больших градиентах (до 50—200) верхняя питающая трубка присоединяется к насосу, с помощью которого в ней поддерживается постоянное давление.

Все четыре этапа позволяют взаимно контролировать результаты экспериментов и выяснить зависимость параметров от величины градиентов, газонасыщенности жидкости, ее минерализации и других факторов.

Фильтрометр используется также для определения геохимических параметров горных пород.

§ 2. Влагоемкость, высота вакуума и коэффициент фильтрации при капиллярной пропитке грунта

Для определения капиллярной влагоемкости n_k , капиллярного вакуума H_k и коэффициента капиллярной фильтрации k_k стандартный грунтонос с прозрачной продольной прорезью после удаления парафина и отбора пробы для определения объемной массы и влажности закрепляется в кольце штатива (см. рис. 2). Затем грунтонос своим нижним концом погружается в большую трубку с водой на 1—1,5 см ниже ее уровня. В процессе опыта это погружение сохраняется постоянным, для чего грунтонос периодически опускается вниз. При опыте регистрируются изменения с течением времени уровня воды в большой трубке, масса грунтоноса вместе с водой и высота капиллярного поднятия воды в образце h (визуально по прозрачной прорези грунтоноса).

При жестком режиме фильтрации напор вдоль образца изменяется по линейному закону, а скорость фильтрации по высоте образца одинакова и равна

$$\mu_k \frac{dh}{dt} = k_k \frac{H_k - h}{h}; \quad \mu_k = n_k - n_e, \quad (\text{II.8})$$

где h — высота капиллярного поднятия в момент времени t ; k_k — коэффициент капиллярной фильтрации; μ_k — дефицит капиллярного насыщения грунта; H_k — полная высота капиллярного вакуума.

Интегрирование (II.8) в пределах от h , t до 0 приводит к соотношению

$$\frac{k_k t}{\mu_k H_k} = \tau(\alpha); \quad \tau(\alpha) = -[\alpha + \ln(1 - \alpha)]; \quad \alpha = \frac{h}{H_k} < 1. \quad (\text{II.9})$$

Из уравнения (II.9) видно, что $h \rightarrow H_k$ при $t \rightarrow \infty$. Однако обычно величина h оказывается стабильной спустя непродолжительное время после начала опыта.

Пусть в моменты времени $t = t_{1, 2}$ высота капиллярного поднятия составила $h = h_{1, 2}$. Подставляя эти значения t и h в (II.9), получим два уравнения с неизвестными k_k/μ_k и H_k . Исключая из них k_k/μ_k , найдем:

$$\alpha_2 = \frac{\bar{t} \ln(1 - \alpha_2) - \ln(1 - \alpha_2 \bar{h})}{\bar{h} - \bar{t}}; \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{t} = \frac{t_1}{t_2}; \quad \bar{h} = \frac{h_1}{h_2}; \quad \alpha_2 = \frac{h_2}{H_k}.$$

Величина α_2 находится по графику $\alpha_2 = f(\bar{t}, \bar{h})$ (рис. 3), построенному по уравнению (II.10). Найденное по графику значение α_2 можно уточнить, подставив его в правую часть уравнения. Если полученное новое значение α_2 отличается от величины α_2 , найденной по графику, более чем на 5%, расчет повторяется до тех пор, пока различие между предыдущим и последующим его значениями не превысит указанной величины.

Зная для моментов времени $t_{1, 2}$ объем воды, израсходованной на насыщение образца (по уменьшению объема воды в мерном сосуде или по увеличению массы образца) $w_{1, 2}$, затем находят искомые параметры μ_k, H_k и k_k по формулам

$$\mu_k = \frac{4(w_2 - w_1)}{\pi d^2 (h_2 - h_1)}; \quad H_k = \frac{h_2}{\alpha_2};$$

$$k_k = \mu_k \frac{H_k}{t_2} \tau(\alpha_2), \quad (\text{II.11})$$

где d — внутренний диаметр грунтоноса. Для определения H_k рекомендуется принимать $\bar{h} = 0,5$ или $0,9$.

Следует отметить, что величины μ_k и n_k при разных $t_{1, 2}$ и $h_{1, 2}$ оказываются различными. Это обусловлено заземлением воздуха в капиллярной зоне, которое тем больше, чем выше скорость капиллярного поднятия. Последняя же уменьшается в процессе опыта и потому в начале его значения μ_k меньше, чем в конце.

Величины коэффициента капиллярной фильтрации k_k при разных $t_{1, 2}$ и $h_{1, 2}$ также несколько различаются. В начале опыта, когда капиллярная влагоемкость меньше, а заземление воздуха больше, значения k_k ниже, нежели в конце опыта. В этом сказывается приближенность теорий, в которых вакуум внутри капиллярной зоны считается независимым от влажности.

Чтобы судить о степени изменения μ_k и k_k в процессе капиллярного поднятия, удобно заменить уравнение (II.8) конечно-разностным соотношением вида:

$$\mu_k \frac{h_n - h_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} = k_k \frac{H_k - h_{cp}}{h_{cp}}; \quad h_{cp} = 0,5 (h_n + h_{n-1}), \quad (\text{II.12})$$

где h_{n-1} и h_n — высоты капиллярного поднятия в моменты времени t_{n-1} и t_n .

Примем в уравнении (II.11) $w_2 = w_n, w_1 = w_{n-1}$, где w_n и w_{n-1} — уменьшение объема воды в мерном цилиндре (увеличение ее объема в образце грунта) в моменты времени t_n и t_{n-1} . Тогда из (II.11) и (II.12) получим

$$\mu_k = \frac{4(w_n - w_{n-1})}{\pi d^2 (h_n - h_{n-1})}; \quad k_k = \mu_k \frac{h_n - h_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \cdot \frac{h_{cp}}{H_k - h_{cp}}. \quad (\text{II.13})$$

В этих уравнениях величина H_k принимается по высоте поднятия на конец опыта, когда эта величина стала стабильной, или определяется по равенству (II.11).

Зная μ_k и k_k на разные моменты времени, можно получить зависимость их от высоты капиллярного поднятия $h = 0,5 (h_n + h_{n-1})$, времени его достиже-

ния $t = 0,5 (t_n + t_{n-1})$ и истинной скорости капиллярного подъема, равной

$$u = \frac{dh}{dt} = \frac{k_k}{\mu_k} \frac{H_k - h_{cp}}{h_{cp}}. \quad (\text{II.14})$$

Эти зависимости позволяют оценить область относительной стабильности k_k , μ_k . Величины μ_k и k_k по (II.13) характеризуют их значения на фронте капиллярной пропитки. Обычно они меньше значений μ_k и k_k , полученных по формуле (II.14), определяющей некоторые осредненные их значения в пределах высоты капиллярного поднятия $h_2 - h_1$. Значения μ_k и k_k на фронте капиллярного подъема по (II.13) меньше зависят от h и являются более стабильными.

Если μ_k определять по (II.13), а H_k и k_k по (II.11), то величины μ_k и k_k также меньше зависят от t , h , u .

При известном дефиците капиллярного насыщения μ_k капиллярная влажность грунта n_k вычисляется по второму равенству (II.8). При малых u величина $n_k \rightarrow n_0$ и $\mu_k \rightarrow \mu_0$, где μ_0 — дефицит насыщения породы.

§ 3. Водопоглощение, высота вакуума и коэффициент фильтрации при пропитке грунта под напором

Рассмотрим сначала методику определения этих характеристик грунта, исходя из допущения, что в капиллярной зоне имеется вакуум $H_k(z, t)$ при

полном заполнении пор грунта водой. После окончания опыта по определению μ_k , k_k и H_k находят водопоглощение грунта при наличии капиллярной зоны μ_n . Малая трубка-пробоотборник длиной l_0 с грунтом, насыщенным водой на начальную высоту h_0 мгновенно погружается в большую трубку на глубину $H_0 > h_0$. С целью использования максимальной разности напоров можно выбрать глубину H_0 так, чтобы уровень воды в большой трубке сразу после погружения достиг дна грунтоноса. Для этого необходимо соблюдать условия $\omega_1 H_0 = (\omega_2 - \omega_1)(l_0 - H_0)$ или $H_0 = l_0(1 - \alpha)$.

Здесь

$$\alpha = \omega_1 / \omega_2; \quad \omega_1 = 0,25\pi d_0^2; \quad \omega_2 = 0,25\pi D^2, \quad (\text{II.16})$$

где D — внутренний диаметр большой трубки, а d_0 — наружный диаметр малой трубки.

При насыщении высота $h_0 \leq h_k$, $h_0 < H_0$, а при осушении всегда $h_0 > h_k$, $h_0 > H_0$.

После погружения в любой момент времени t скорость фильтрации в малой трубке будет

$$\mu_n \frac{dh}{dt} = k_n \frac{H - h + H_k}{h}, \quad (\text{II.17})$$

где H — высота уровня воды в большой трубке; h — высота фронта насыщения в малой трубке над дном грунтоноса (нижней частью малой трубки). При этом

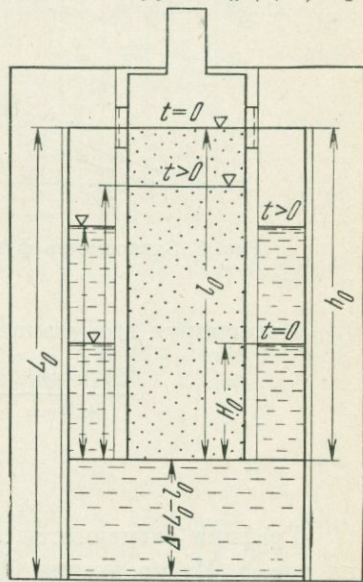


Рис. 4. Принципиальная схема работы фильтрометра в случае определения водопоглощения, всдоотдачи, высоты капиллярного вакуума и коэффициента фильтрации

в процессе опыта высота H будет уменьшаться, а h увеличиваться. Между ними должно быть соотношение:

$$\mu_n (h - h_0) \omega_1 = \omega_2 (l_0 - H) \quad \text{или} \quad H = l_0 - \mu_n \alpha (h - h_0); \quad \left(\alpha = \frac{\omega_1}{\omega_2} \right). \quad (\text{II.18})$$

Вводя это значение H в (II.17), получим:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{k_n (1 + \mu_n \alpha)}{\mu_n} \frac{H_{\max} - h}{h}; \quad H_{\max} = \frac{H_k + l_0 + \mu_n \alpha h_0}{1 + \mu_n \alpha}, \quad (\text{II.19})$$

где H_{\max} — максимальная высота подъема фронта насыщения при $t \rightarrow \infty$.

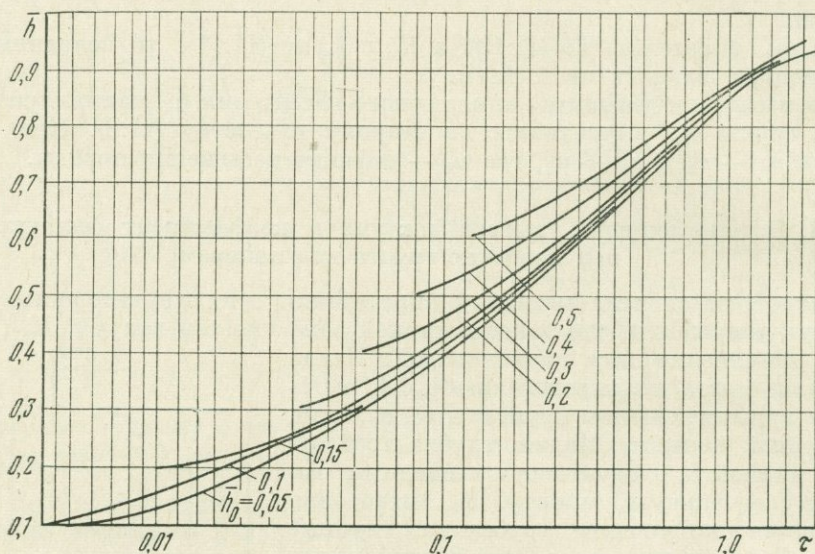


Рис. 5. Зависимость функции τ от параметра \bar{h} для некоторых значений \bar{h}_0 .

Интегрируя это уравнение в пределах от h , t до h_0 , 0 , найдем:

$$\frac{k_n (1 + \mu_n \alpha) t}{\mu_n H_{\max}} = \ln \frac{1 - \bar{h}_0}{1 - \bar{h}} - (\bar{h} - \bar{h}_0) = \tau(\bar{h}, \bar{h}_0); \quad (\text{II.20})$$

$$\bar{h} = \frac{h}{H_{\max}}; \quad \bar{h}_0 = \frac{h_0}{H_{\max}}.$$

Графики зависимости τ от величины \bar{h} для различных \bar{h}_0 представлены на рис. 5. Из уравнения (II.20) следует, что при $\bar{h} = 1$ или $h = H_{\max}$ время $t \rightarrow \infty$. Подставляя в (II.18) это значение h , получим

$$H = l_0 - \mu_n \alpha (H_{\max} - h_0) = H_{\max} - H_k. \quad (\text{II.21})$$

Зная высоты фронта насыщения в малой трубке $h_{1, 2}$ и высоты уровня воды в большой трубке $H_{1, 2}$ на моменты времени $t_{1, 2}$, найдем μ_n по формуле

$$\mu_n = \frac{\omega_2 (H_1 - H_2)}{\omega_1 (h_2 - h_1)} = \frac{(H_1 - H_2)}{\alpha (h_2 - h_1)} \quad (H_1 > H_2; \quad h_2 > h_1). \quad (\text{II.22})$$

При известных α , h_0 и μ_n по (II.22), принимая в (II.20) $h = h_{1, 2}$, $t = t_{1, 2}$ и разделив полученные два уравнения друг на друга, будем иметь:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\bar{h}_1 - \bar{h}_0 + \ln(1 - \bar{h}_1) - \ln(1 - \bar{h}_0)}{\bar{h}_2 - \bar{h}_0 + \ln(1 - \bar{h}_2) - \ln(1 - \bar{h}_0)}; \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{H_{\max}}. \quad (\text{II.23})$$

По этому уравнению строится график $t_1/t_2 = f(H_K/l_0)$ и по нему при известном t_1/t_2 находится H_K . Затем из (II.20) при $t = t_1$ или t_2 и $\tau = \tau_1$ или τ_2 определяется k_n , т. е.

$$k_n = \mu_n \frac{H_{\max}}{t_{1, 2}} \frac{\tau_{1, 2}}{1 + \mu_n \alpha}. \quad (\text{II.24})$$

Если величина H_K известна из предыдущего опыта капиллярной пропитки, то для любого значения h и t из (II.24) сразу находится k_n (без предварительного определения H_K по графику). При отсутствии предварительной капиллярной пропитки в (II.20) $\bar{h}_0 = 0$ и $\tau = -[\ln(1 - \bar{h}) + \bar{h}]$ при

$$\bar{h} = h/H_{\max} \quad \text{и} \quad H_{\max} = \frac{H_K + l_0}{1 + \mu_n \alpha}. \quad (\text{II.25})$$

Переходя к конечно-разностной форме для уравнения (II.17), получим:

$$k_n = \frac{h_n - h_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \frac{h_{\text{ср}} \mu_n}{H_{\max} - h_{\text{ср}}}; \quad h_{\text{ср}} = 0,5 (h_n + h_{n-1}). \quad (\text{II.26})$$

Подставляя туда значения $h = h_{n, n-1}$ через $H = H_{n, n-1}$ из (II.18), найдем:

$$k_n = \frac{H_{n-1} - H_n}{t_n - t_{n-1}} \cdot \frac{h_{\text{ср}}}{H_{\max} - h_{\text{ср}}} \mu_n, \quad (\text{II.27})$$

где

$$h_{\text{ср}} = \frac{0,5 (l_0 + \mu_n \alpha h_0 - H_n - H_{n-1})}{\alpha \mu_n}; \quad \mu_n = \frac{H_{n-1} - H_n}{\alpha (h_n - h_{n-1})}. \quad (\text{II.28})$$

Здесь H_{\max} выражается по (II.19), H_K принимается по результатам предыдущего опыта капиллярной пропитки.

В уравнениях (II.27) и (II.28) $H_{n, n-1}$ — высоты уровня воды в большой трубке над ножом грунтоноса в моменты времени $t_{n, n-1}$. Высоты капиллярной и гравитационной зон h_k и h_r для любого момента времени t находятся по соотношениям:

$$h_k = \frac{H_K h}{H + H_K}; \quad h_r = \frac{H h}{H + H_K}. \quad (\text{II.29})$$

Их значения сразу после погружения малой трубки в большую ($t = 0$) получаются из (II.29) при $h = h_0$, а их предельные величины (при $t \rightarrow \infty$) — при $h = H_{\max}$, $H = H_{\max} - H_K$. В последнем случае $h_k = H_K$ и $h_r = H_{\max} - H_K$.

Для грунтов, у которых капиллярная зона полностью или почти полностью насыщена водой, величины $k_n \approx k_k \approx k$ и $\mu_n \approx \mu_k \approx \mu_0$ ($\mu_0 = n_0 - n_e$ — дефицит насыщения грунта). Иначе говоря, для таких грунтов влагоемкость грунта на фронте капиллярной пропитки под напором n_n равна капиллярной влагоемкости n_k ($n_n = n_k$). При наличии воздуха в капиллярной зоне величины k_n , k_k , k , μ_n , μ_k , μ_0 , а также n_n , n_k и n_0 оказываются различными и зависящими от скорости водонасыщения u .

§ 4. Проницаемость горных пород и грунтов

После водонасыщения под напором до выхода воды на верхнюю поверхность образца производится исследование проницаемости грунта. Для этого на верхнюю часть грунтоноса навинчивают крышку с градуированной стеклянной трубкой, имеющей сверху воронку. Затем через эту воронку в трубку за-

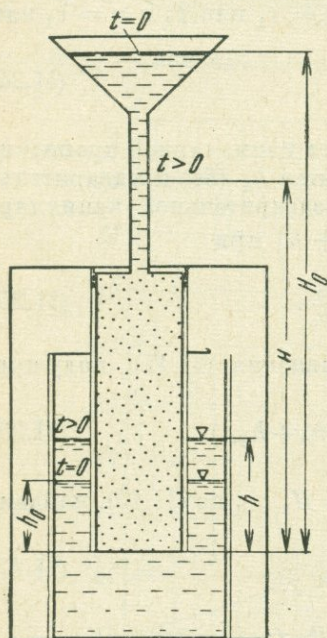


Рис. 6. Принципиальная схема работы фильтрометра в случае определения проницаемости пород

ливают воду, заполняющую пространство между верхней поверхностью грунта и крышкой, а также всю стеклянную трубку до основания воронки, где насечено нулевое деление. При этом из воды предварительно должен быть удален окклюдированный в ней кислород и воздух. После заливки малая трубка-пробоотборник поднимается из большой до высоты, при которой низ образца грунта остается погруженным под уровень воды в большой трубке на глубину 1—1,5 см. В таком положении малая трубка закрепляется неподвижно на штативе прибора. Тогда при длине стеклянной трубки, равной 1—2 длинам трубки-грунтоноса, создается градиент, равный соответственно 2—3. Под действием последнего происходит фильтрация воды сверху вниз, за время которой для разных моментов времени фиксируются уровни в стеклянной и большой трубках. С целью обеспечить необходимую точность определения уровней воды для малопроницаемых грунтов стеклянная трубка может иметь диаметр от 2 до 20 мм, а диаметр большой трубки должен превышать наружный диаметр грунтоноса не более чем на 5—10 мм. Для грунтов средней и большой проницаемости диаметр стеклянной трубки может быть увеличен до 15—40 мм, а разность диаметров большой трубки и грунтоноса может повышаться до 15—20 мм. В случае

жесткого режима уравнение фильтрации в образце грунта при изменяющихся уровнях в стеклянной и большой трубках будет

$$\omega_3 \frac{dH}{dt} = -k \frac{H-h}{l} \omega_0; \quad (\text{II.30})$$

$$\omega_3 (H_0 - H) = (\omega_2 - \omega_1) (h - h_0), \quad (\text{II.31})$$

где H и h — высота уровня в стеклянной трубке-пъезометре и в большой трубке над низом малой трубки в момент времени t ; H_0 и h_0 — те же высоты в начале опыта (в момент времени $t = 0$); l — длина образца грунта в малой трубке; n_0 — активная пористость; k — коэффициент фильтрации; ω_0 и ω_1 — площади внутреннего и внешнего поперечного сечения малой трубки; ω_2 и ω_3 — площади внутреннего поперечного сечения большой и водоподающей трубок (рис. 6).

Найдем h из (II.31)

$$h = \alpha (H_0 - H) + h_0; \quad \alpha = \frac{\omega_3}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (\text{II.32})$$

Подставляя это значение h в (II.30) и интегрируя его в пределах от t до 0 и от H до H_0 , получим

$$k = \frac{l\bar{t}}{\beta(1+\alpha)t}; \quad \bar{t} = \ln \frac{1-\bar{h}_0}{\bar{H}(1+\alpha)-(\alpha+\bar{h}_0)}; \quad \beta = \frac{\omega_0}{\omega_3}; \quad \bar{h}_0 = \frac{h_0}{H_0}; \quad \bar{H} = \frac{H}{H_0}. \quad (\text{II.33})$$

Зависимости функции \bar{t} от параметра \bar{h}_0 для трех значений α , равных 0,5; 1,0; 1,5, представлены на рис. 7, 8, 9.

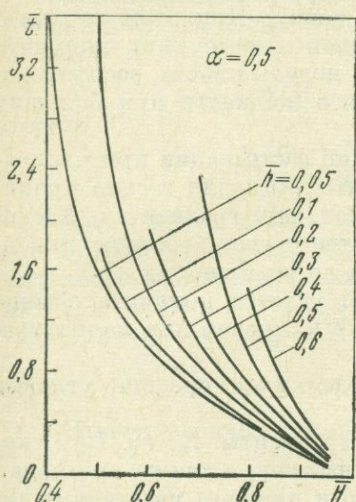


Рис. 7. Зависимость функции \bar{t} от параметра \bar{H} для различных значений \bar{h} при $\alpha=0,5$

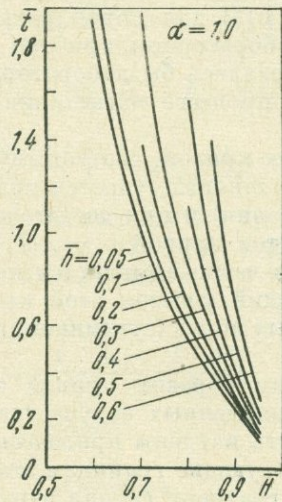


Рис. 8. Зависимость функции \bar{t} от параметра \bar{H} для различных значений \bar{h} при $\alpha = 1,0$

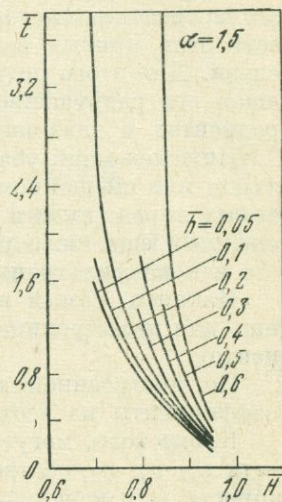


Рис. 9. Зависимость функции \bar{t} от параметра \bar{H} для различных значений \bar{h} при $\alpha = 1,5$

Из (II.33) видно, что при $t \rightarrow \infty$ знаменатель дроби под знаком логарифма в (II.33) обращается в нуль. Из этого условия вытекает следующее предельное значение H

$$H = H_s = \frac{\alpha + \bar{h}_0}{1 + \alpha} H_0. \quad (\text{II.34})$$

Подставляя это значение H в первое равенство (II.32), получим $h = H$. При $h_0 = 1,0-1,5$ см и $H_0 > 30$ см $\bar{h} \approx 0$ (с точностью до 5%) получим

$$\bar{t} = \ln \frac{1}{\bar{H}(1+\alpha)-\alpha}; \quad H_s = \frac{\alpha}{1+\alpha} H_0. \quad (\text{II.35})$$

Чтобы обеспечить одинаковую точность определения объемов воды, вытекающей из стеклянной трубки и поступающей в большую трубку, необходимо принять $\alpha = 1$. Это соответствует следующему соотношению между диаметрами трубок

$$\frac{d_2}{d_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2}. \quad (\text{II.36})$$

В этом случае будет

$$\bar{t} = \ln \frac{1}{2\bar{H}-1}; \quad H_s = 0,5H_0. \quad (\text{II.37})$$

Для определения k при разных градиентах I необходимо вычислять k_{\max} по (II.33) для разных значений t и соответствующих ему величин H и h . После этого рекомендуется построить график зависимости скорости фильтрации от градиента $v = f(I)$, где

$$I = \frac{H-h}{l}; \quad v = kI.$$

Получим кривую, в общих чертах напоминающую ранее приведенные стандартные кривые $v = f(I)$ для пород разных типов. При этом верхнюю часть этих кривых на лабораторном приборе данной конструкции получить нельзя. Для этого потребовалась бы лабораторная модель пласта, воспроизводящая его разрушение в процессе нагнетания в нее жидкости при больших градиентах и давлениях.

Нижележащий участок кривой, соответствующий фильтрации при квадратичном или смешанном ее законах, удается получить лишь для весьма проницаемых пород (галечки, гравия) и при достаточно больших градиентах. Расположенный еще ниже участок кривой $v = f(I)$ соответствует действию линейного закона фильтрации и четко выявляется почти во всех опытах.

Наконец, самый нижний участок этой кривой удается получить обычно лишь для малопроницаемых пород (суглинков, глин) и притом для малых градиентов.

По построенной таким образом кривой определяются средние угловые коэффициенты на всех выявленных ее участках.

Кроме того, могут быть найдены критические градиенты I_0, I_1, I_2 и скорости v_0, v_1, v_2 , соответствующие границам этих участков, а также начальная скорость v_n и начальный градиент I_n для верхнего и нижнего участков нелинейной фильтрации. Величины v_n и I_n , как указывалось ранее, не являются физическими параметрами. Они представляют собой отрезки на осях v и I при приближенной замене на участках нелинейной фильтрации кривых линий прямыми (т. е. при линейаризации закона движения на этих участках).

Если необходимо исследовать фильтрацию при больших градиентах, возникающих, например, в основании высоконапорных плотин или у входа потока в скважины с высоким дебитом, то вместо стеклянной трубки на грунтонос сверху навинчивается цилиндр с поперечным сечением, в 30—50 раз превышающим площадь поперечного сечения грунтоноса. Этот цилиндр присоединяется к насосу с регулирующим устройством, позволяющим поддерживать постоянный напор, или снабжается поршнем, который может передавать на воду над образцом грунта постоянное давление. Тогда фильтрация в образце грунта может вестись при градиентах от 5 до 200 и более. При фильтрации в рыхлых легко деформирующихся грунтах (суглинках, лёссе, иле, торфе и др.), а при больших градиентах и в слабо деформирующихся породах (вплоть до полускальных и скальных пористо-трещиноватых породах) их деформации существенно сказываются на режиме фильтрации. На режиме фильтрации сказывается и деформируемость воды, содержащей растворенные или окклюзированные (в виде пузырьков) газы.

В первый период времени после начала опыта имеет место деформационный (упругий) режим фильтрации. Он проявляется в том, что расход воды, входящей в образец грунта сверху, оказывается большим расхода, выходящего из образца снизу. Разность этих расходов, обычно очень небольшая, уходит на компенсацию сжатия образца грунта и воды. При таком режиме фильтрации условие (II.31) не выполняется.

Сжатие образца породы и воды при фильтрации Δl и линейной зависимости деформации от давления выражается равенством

$$\Delta l = \gamma(H - L)\beta^*l; \quad \beta^* = n_0\beta_{ж} + (1 - n_0)\beta_{п},$$

где γ — объемная масса воды; β^* — коэффициент деформационной емкости водонасыщенной породы; l — длина образца; $\beta_{ж}$ и $\beta_{п}$ — коэффициент сжимаемости жидкости и породы.

Произведение величины сжатия Δl на площадь поперечного сечения образца породы ω_0 будет равно разности объемов воды, поступившей и вышедшей из образца за время t , т. е.

$$\Delta l \omega_0 = \gamma(H - h)\beta^*l\omega_0 = \omega_3(H_0 - h) - (\omega_2 - \omega_1)(h - h_0), \quad (\text{II.38})$$

откуда

$$\beta^* = \frac{\alpha_1(H_0 - H) - (h - h_0)}{\gamma\alpha_0(H - h)l}; \quad \alpha_0 = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}; \quad \alpha_1 = \frac{\omega_3}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (\text{II.39})$$

Ввиду малой длины образца сжимаемость породы и грунта в нем сказывается лишь в первый период опыта. Поэтому величина Δl по (II.38) более или менее значительна лишь в начале опыта, а с течением времени она стремится к нулю.

При $\alpha_1 = 1$ и $h_0 = 0$

$$\beta^* = \frac{1}{\gamma l \alpha_0} \frac{H_0 - (H + h)}{H - h}. \quad (\text{II.40})$$

Пьезопроводность породы a равна:

$$a = \frac{k}{\gamma\beta^*}, \quad (\text{II.41})$$

где k находится по (II.33) в конце опыта, когда $\beta^* \approx 0$. Последнее условие обусловлено тем, что уравнение (II.30), строго говоря, применимо только для жесткого режима фильтрации или близкого к нему, при котором скорости фильтрации во всех сечениях образца приблизительно одинаковы, что возможно лишь при $\beta^* = 0$.

Параметры k и a можно оценить также исходя из основного уравнения деформационного режима фильтрации в конечно-разностной форме, а именно:

$$a \cdot \frac{H_n - h_n}{l^2} = \frac{(H_n - h_n) - (H_{n-1} - h_{n-1})}{t_n - t_{n-1}}, \quad (\text{II.42})$$

где H_n и H_{n-1} — высоты уровня в водоподводящей трубке над низом малой трубки-грунтоноса в моменты времени t_n и t_{n-1} ; h_n и h_{n-1} — высоты уровня воды в большой трубке над низом малой в те же моменты времени.

Из (II.42) получаем

$$a = \frac{l^2}{t_n - t_{n-1}} \left(1 - \frac{H_{n-1} - h_{n-1}}{H_n - h_n} \right); \quad k = \gamma\beta^*a. \quad (\text{II.43})$$

Определение β^* , a и k по (II.39), (II.41) и (II.43) для разных t должно давать более или менее стабильные результаты. Однако для больших значений t разность объемов воды по (II.38) становится настолько малой, что ее трудно уловить, и тогда эта стабильность нарушается.

Устойчивые значения β^* , a и k получаются лишь в том случае, если содержание растворенного и содержащегося в пузырьках газа в образце грунта и в воде, залитой в питающую трубку, одинаково. Лучше всего, если оно

минимальное. Если во время насыщения образца под напором газосодержание в нем оказалось ббльшим, чем в воде, заливаемой в питающую трубку, то объем воды, входящий в образец породы, будет меньше объема, выходящего из него, и потому в (II.38) величина $\Delta l < 0$. Тогда рассматриваемый метод определения β^* , a и k неприменим.

Если газосодержание в образце меньше, чем в воде, поступающей в питающую трубку, то в начале опыта величина a будет больше, а величина β^* меньше, чем в последующее время, поскольку с ростом содержания газа в воде сжимаемость ее увеличивается.

При тщательном проведении опыта с дегазированной водой в образце и питающей трубке для определения β^* , k и a целесообразно применять более строгую теорию. Именно в этом случае необходимо воспользоваться решением уравнения упругого режима фильтрации при следующих условиях

$$H(z, 0) = H_0, \quad \omega_3 \frac{\partial H(0, t)}{\partial t} = -k\omega_0 \frac{\partial H(0, t)}{\partial z}; \quad (\text{II.44})$$

$$(\omega_2 - \omega_1) \frac{\partial H(l, t)}{\partial t} = -k\omega_0 \frac{\partial H(l, t)}{\partial z}. \quad (\text{II.45})$$

Второе условие (II.44) и условие (II.45) определяют то обстоятельство, что расходы фильтрационного потока во входном сечении образца грунта $z = 0$ и выходном его сечении $z = l$, равны изменениям во времени объема воды соответственно в питающей и большой трубках. Уравнения (II.44) и (II.45) называются условиями V рода и впервые были применены в работах С. Ф. Аверьянова [59] и Н. Н. Веригина [36].

§ 5. Водоотдача, молекулярная влагоемкость, высота вакуума и коэффициент фильтрации при осушении водонасыщенного грунта

После окончания опыта водонасыщения грунта при предварительно сформированной капиллярной зоне или без нее проводится специальный эксперимент осушения грунта, имеющий целью определить водоотдачу водонасыщенной породы при снижении напора μ_b и молекулярную влагоемкость ее n_m .

Водоотдача водонасыщенной породы μ_b определяется соотношением $\mu_b = n_b - n_m$, где n_b — влажность капиллярной зоны грунта после ее водонасыщения под напором (отношение объема воды в этой зоне к объему всего грунта) и n_m — влажность гунта, обусловленная молекулярными силами и определяемая после свободного вытекания воды из образца грунта (отношение объема влаги, удерживаемой молекулярными силами, к объему всего грунта).

Для определения μ_b малая трубка-грунтонос, насыщенная гравитационной и капиллярной водой в большой трубке на полную ее высоту, быстро поднимается из большой трубки и устанавливается на штативе таким образом, чтобы низ пробы грунта в грунтоносе был на 0,5—1 см ниже уровня воды в большой трубке. Это погружение низа грунтоноса под уровень воды поддерживается в течение всего опыта. После установки малой трубки в такое положение начинается вытекание воды из нее в большую трубку. При этом поверхность капиллярной зоны, где высота вакуума равна H_k , а также горизонт воды, где давление равно нулю, опускаются вниз.

Для грунтов, где капиллярная зона полностью насыщена водой, скорость ее опускания будет

$$\mu_b \frac{dh}{dt} = -k_k \frac{h - H_k}{h}, \quad (\text{II.46})$$

где μ_b — водоотдача; k_k — коэффициент капиллярной фильтрации; H_k — высота капиллярного вакуума; h — высота фронта осушения (верхней границы капиллярной зоны) над уровнем воды в большой трубке.

Знак минус в (II.46) обусловлен тем, что с увеличением t , высота h уменьшается.

Интегрируя (II.46) в пределах от h_0 , 0 до h , t , получим:

$$\mu_b = \frac{k_k t}{H_k \tau_1}; \quad \tau_1 = \ln \left(\frac{\bar{h}_0 - 1}{\bar{h} - 1} \right) + (\bar{h}_0 - \bar{h});$$

$$\bar{h}_0 = \frac{h_0}{H_k}; \quad \bar{h} = \frac{h}{H_k}; \quad h_0 = l_0 - H,$$
(II.47)

где h_0 — высота верхней границы капиллярной зоны над горизонтом воды в большой трубке для момента времени $t = 0$.

Зависимости функции τ_1 от \bar{h} для различных значений \bar{h}_0 приведены на рис. 10.

Если считать, что величина H_k найдена из предыдущих опытов капиллярного всасывания и водонасыщения грунта под напором, а величина $k_k = k$ определена из опыта напорной фильтрации, то из (II.46) непосредственно находится водоотдача μ_b . Из визуального наблюдения через прозрачную вставку грунтоноса можно определить значения $h_{1,2}$ на моменты времени $t_{1,2}$. Обычно регистрация высот $h_{1,2}$ по изменению цвета грунта при его осушении значительно труднее, чем определение этих же высот по цвету грунта при его водонасыщении. Это вызвано тем, что грунт выше понижаящегося фронта капиллярного насыщения и ниже его имеет почти одинаковую окраску. Ввиду этого рекомендуется в начале опыта слегка подкрасить верх грунта в малой трубке красящим раствором, не изменяющим поверхностное натяжение и вязкость воды. В этом случае снижение капиллярного фронта прослеживается более четко. Зная $h_{1,2}$ для моментов времени $t_{1,2}$ из (II.47), как и ранее, находим:

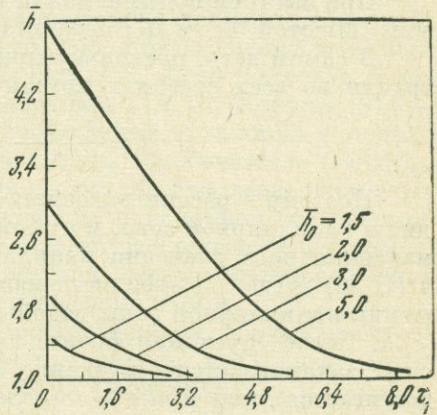


Рис. 10. Зависимость функции τ_1 от параметра \bar{h} для различных значений \bar{h}_0

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\ln(\bar{h}_0 - 1) - \ln(\bar{h}_1 - 1) + (\bar{h}_0 - \bar{h}_1)}{\ln(\bar{h}_0 - 1) - \ln(\bar{h}_2 - 1) + (\bar{h}_0 - \bar{h}_2)}; \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{H_k} \quad (i = 0, 1, 2).$$
(II.48)

По (II.48), зная $h_{1,2}$, можно построить кривую зависимости t_1/t_2 от H_k и при полученном из опыта значении t_1/t_2 определить H_k .

Величина μ_b определится из соотношения

$$\mu_b = \frac{w_2 - w_1}{0.25 \pi d^2 (h_2 - h_1)},$$
(II.49)

где $w_{1,2}$ — объемы воды, вытекающей из малой трубки в большую за время $t_{1,2}$, определяемые по изменению объема воды в большой трубке или по изменению массы воды в малой трубке.

Зная H_k из (II.48), μ_k из (II.49), по первому уравнению (II.47) находят k_k , причем в выражении τ_1 в (II.47) принимается $\bar{h} = \bar{h}_1$ или \bar{h}_2 . При этих

вычислениях величины μ_B и k_k являются некоторыми средними величинами для зоны грунта высотой $l_2 - l_1$ и соответствующей ей средней скорости опускания капиллярного фронта $u = dh/dt$. Чтобы исследовать влияние скорости фронта на величину μ_B , следует перейти в (II.46) к конечным разностям. Тогда уравнения (II.49) и (II.46) примут вид:

$$\mu_B = \frac{w_n - w_{n-1}}{0,25\pi d^2 (h_n - h_{n-1})}; \quad k_k = \mu_B \frac{h_n - h_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \cdot \frac{h_{cp}}{h_{cp} - H_k}; \quad h_{cp} = 0,5 (h_n + h_{n-1}), \quad (II.50)$$

где w_n и w_{n-1} — приращения объема воды в большой трубке от начала опыта до моментов времени t_n и t_{n-1} (за вычетом объема воды, вытекающей из контрольных пьезометров); h_n и h_{n-1} — высота границы капиллярной зоны над уровнем воды в большой трубке в те же моменты времени.

Величина H_k в (II.50) считается известной из предыдущих опытов или из уравнения (II.48). При определении μ_B и k_k по (II.50) периоды времени t_n и t_{n-1} , высоты h_n и h_{n-1} , а также объемы w_n и w_{n-1} должны мало отличаться друг от друга, но при этом точность определения разностей $t_n - t_{n-1}$, $h_n - h_{n-1}$ и $w_n - w_{n-1}$ должна быть не менее 5%.

При быстром подъеме малой трубки из воды в ней образуется капиллярная зона высотой $h_k > H_k$; гравитационная же зона в ней отсутствует вовсе.

В самом деле, поскольку при жестком режиме скорость и градиент фильтрации во всех сечениях потока одинаковы, должно быть

$$I = \frac{h - H_k}{h} = \frac{h_k - H_k}{h_k} \quad \text{или} \quad h = h_k. \quad (II.51)$$

Поэтому в рассматриваемом случае осушения грунта фильтрация происходит в капиллярной зоне, и притом в условиях, когда высота этой зоны больше максимального значения капиллярного вакуума H_k . В соответствии с этим в (II.46) введен коэффициент капиллярной фильтрации k_k . При полном насыщении капиллярной зоны водой $k_k = k$, а при частичном ее насыщении $k_k < k$. После опускания фронта насыщения до некоторой высоты $h = h_1 > H_k$ опыт заканчивается (опускание фронта до $h = H_k$, как это видно из (II.47), достигается лишь при $t \rightarrow \infty$). Затем малая трубка с образцом грунта приподнимается выше уровня воды в большой трубке и оставляется в таком положении до полного стекания всей свободной влаги из образца грунта. В течение всего этого времени регистрируется объем воды, вытекающей из пробы грунта. Зная массу малой трубки с грунтом после длительного свободного стекания воды из нее g_1 и массу той же трубки с тем же грунтом без воды g_2 , найдем молекулярную влагоемкость грунта

$$n_m = \frac{g_1 - g_2}{0,25\pi d_0^2 l_0 \gamma}; \quad g_2 = 0,25\pi d_0^2 l_0^2 \gamma_{ск} (1 - n_0) + q_0. \quad (II.52)$$

Дефицит молекулярного насыщения грунта равен

$$\mu_m = n_0 - n_m, \quad (II.53)$$

где d_0 и l_0 — внутренний диаметр и длина малой трубки; $\gamma_{ск}$ — объемная масса скелета грунта; n_0 — пористость грунта; g_0 — масса грунтоноса без грунта. Величины $\gamma_{ск}$ и n_0 находятся по формулам (II.1) и (II.4).

Такой метод определения влагоемкости был предложен А. Ф. Лебедевым и назван им методом высоких колонн [63].

ОТКАЧКИ, НАГНЕТАНИЯ И НАЛИВЫ В СКВАЖИНЫ В ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

В большинстве случаев при изысканиях скважины устраиваются несовершенными (т. е. длина их водоприемной части l меньше мощности пласта m). Несовершенные скважины в напорном пласте могут быть заменены постоянно действующими источниками (стоками), непрерывно и равномерно распределенными вдоль оси рабочей части скважины и образующими линейный сток конечной длины. Если интенсивность всех точечных стоков одинакова и постоянна во времени, то интенсивность образованного ими линейного стока на единицу его длины также будет одинаковой и постоянной во времени. При этом расход потока, поступающего внутрь скважины через ее цилиндрическую боковую поверхность радиусом r_0 , не будет строго постоянным, но при малых размерах радиуса он весьма быстро достигает практически постоянной величины. Поэтому замена реальной скважины линейным стоком постоянной интенсивности хорошо воспроизводит действие скважины с постоянным во времени дебитом Q .

Для несовершенной скважины с рабочей частью, примыкающей к кровле пласта, с помощью метода источников М. Маскетом [66] было получено решение для случая установившегося режима фильтрации, а А. Л. Хейном [97] — для случая неустановившегося режима (при размещении скважины у кровли пласта). Однако вычисления последнего оказались ошибочными (таблицы коэффициентов ψ и ζ). Н. Н. Веригин, используя результаты вышеуказанных исследований, рассмотрел несовершенные скважины в напорном и безнапорном пластах ограниченной мощности с рабочей частью, расположенной у кровли или подошвы пласта, а также внутри пласта при нестационарном режиме фильтрации [35, 37, 39] и составил таблицы и графики для ψ и ζ .

В настоящей работе для определения сопротивления, обусловленного несовершенством скважины по степени вскрытия пласта, приводятся более удобные и подробные таблицы, составленные В. С. Саркисяном.

§ 1. Пласт ограниченной мощности с непроницаемой кровлей и подошвой при размещении скважины у его кровли или подошвы ($c = 0$)

Пусть неограниченный в плане пласт дренируется несовершенной по степени вскрытия скважиной. Подошва и кровля непроницаемы, а породы пласта изотропны. Пласт предполагается горизонтальным (рис. 14).

Задача сводится к интегрированию дифференциального уравнения (I.25) ($b = 0$) при следующих краевых условиях

$$s(r, z, 0) = 0; \quad \frac{\partial s(r, 0, t)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial s(r, m, t)}{\partial z} = 0; \quad (\text{III.1})$$

$$0 \leq z \leq l, \quad 2\pi mk \left| r \frac{\partial s}{\partial r} \right|_{r=r_0} = -Q = \text{const}; \quad (\text{III.2})$$

$$s(\infty, z, t) = 0 \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2}), \quad (\text{III.3})$$

где s — изменение уровня воды в любой точке пласта; Q — дебит скважины; k и a — коэффициенты фильтрации и пьезопроводности; m — мощность пласта (при откачках $s, Q > 0$ при нагнетаниях $s, Q < 0$).

Два последних условия (III.1) показывают, что кровля и подошва пласта непроницаемы, а условие (III.2) — постоянство дебита откачки. Для решения вводится функция точечного источника

$$s = \frac{q}{(2\sqrt{\pi at})^3} \exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right), \quad (\text{III.4})$$

где q — интенсивность источника; R — расстояние от точечного источника до точки с координатами r и z , которое определяется следующим образом

$$R^2 = (z - \eta)^2 + r^2, \quad (\text{III.5})$$

здесь η — расстояние от кровли пласта до источника.

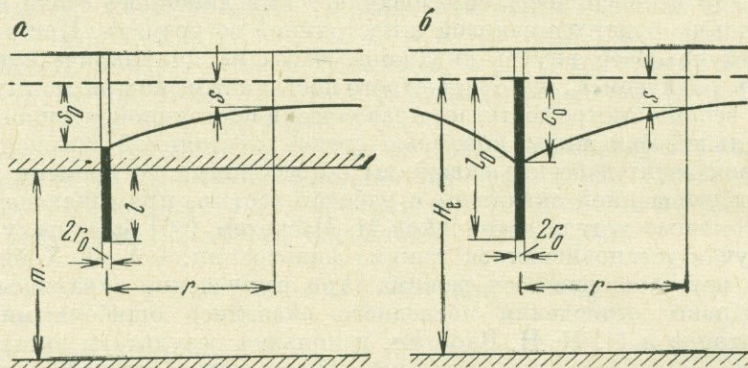


Рис. 11. Расчетная схема притока воды к несовершенной скважине, размещенной у границы пласта (a — в напорном пласте, b — в безнапорном пласте)

Если интегрировать (III.4) по высоте рабочей части скважины и по времени, то получим решение для линейного постоянно действующего источника

$$s = \frac{Q}{8\pi kl \sqrt{\pi a}} \int_0^l \int_0^t \frac{1}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R^2}{4a(t-\tau)}\right) \times d\tau d\eta, \quad (\text{III.6})$$

где l — длина рабочей части скважины; Q — ее дебит.

Чтобы удовлетворить двум последним граничным условиям (III.1), разместим выше кровли и ниже подошвы пласта точечные источники (рис. 12). Ординаты этих источников относительно кровли пласта A_n и B_n выражаются следующим образом:

$$A_n = (-1)^{n+1} \{0,5m [2n + 1 + (-1)^{n+1}] + \eta\}; \quad (\text{III.7})$$

$$B_n = (-1)^n \{0,5m [2n + 3 + (-1)^n] - \eta\}, \quad (\text{III.8})$$

где $n = 0, 1, 2 \dots \infty$.

Из (III.7—8) следует, что величины A и B с четными и нечетными индексами составляют последовательности, у которых координата z соответственно будет

$$z = -\eta + 2nm, \quad z = \eta + 2nm. \quad (\text{III.9})$$

Во втором уравнении (III.9) член $n = 0$ соответствует координате источника оригинала в пласте.

В (III.8) и (III.9) величина n принимает значения от $+\infty$ до $-\infty$. Тогда для s по (III.6) будем иметь

$$s = \frac{Q}{8\pi k l \sqrt{\pi a}} \left\{ \int_0^l d\eta \int_0^t \frac{1}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4a(t-\tau)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[e^{-\frac{(z+\eta-2nm)^2}{4a(t-\tau)}} + e^{-\frac{(z-\eta-2mn)^2}{4a(t-\tau)}} \right] d\tau \right\}. \quad (\text{III.10})$$

Согласно формуле Пуассона [57], имеем

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(z+\eta-2nm)^2}{4a(t-\tau)}} &= \frac{\sqrt{\pi a(t-\tau)}}{m} \times \\ &\times \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{k\pi}{m} (z+\eta) e^{-\frac{k^2\pi^2 a(t-\tau)}{m^2}} \right]; \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(z-\eta-2nm)^2}{4a(t-\tau)}} &= \frac{\sqrt{\pi a(t-\tau)}}{m} \times \\ &\times \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{k\pi}{m} (z-\eta) e^{-\frac{k^2\pi^2 a(t-\tau)}{m^2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.11})$$

Вводя (III.11) в (III.10), получим

$$s = \frac{Q}{4\pi k l m} \left\{ \int_0^l d\eta \int_0^t \frac{1}{t-\tau} e^{-\frac{r^2}{4a(t-\tau)}} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2\pi^2 a(t-\tau)}{m^2}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\cos \frac{n\pi}{m} (z+\eta) + \cos \frac{n\pi}{m} (z-\eta) \right) \right] d\tau \right\}. \quad (\text{III.12})$$

Интегрируя это выражение по η , найдем

$$s_z = \frac{Q}{4\pi k m} \left[-\text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4at} \right) + \psi \right], \quad (\text{III.13})$$

где

$$\psi = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos \left(\frac{n\pi}{m} z \right) \sin \left(\frac{n\pi}{m} l \right) w(u, b_n); \quad (\text{III.14})$$

$$w(u, b_n) = \int_u^{\infty} \exp \left[-\left(v + \frac{b_n^2}{4v} \right) \right] \frac{dv}{v}; \quad (\text{III.15})$$

$$b_n = \frac{r}{m} \pi n; \quad u = \frac{r^2}{4at}. \quad (\text{III.16})$$

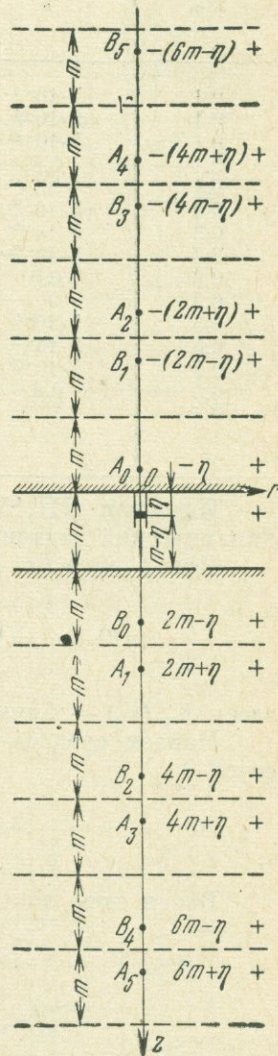


Рис. 12. Схема отображения источников относительно непроницаемой кровли и подошвы пласта

По формулам (III.13)—(III.16) можно подсчитать изменения уровня в любой точке пласта и, в частности, на его кровле (т. е. при $z = 0$). Для случая $z = 0$ в табл. 3 приведены значения коэффициента ψ . Данные этой таблицы показывают, что при $0,5 \geq u \geq 5 \cdot 10^{-5}$ и $m/r > 0,5$ величиной ψ по сравнению с $-Ei(u)$ в формуле (III.13) можно пренебречь. С увеличением m/r параметр ψ увеличивается, а с увеличением l/m и u — уменьшается.

Таблица 3

l/m	u	Значение ψ при разных m/r				
		0,5	1	3	10	30
0,1	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00397	0,124	2,117	11,538	28,129
0,1	$5 \cdot 10^{-3}$	0,00397	0,124	2,113	11,571	26,993
0,1	$5 \cdot 10^{-2}$	0,00397	0,124	2,111	10,319	19,567
0,1	0,5	0,0024	0,122	1,282	4,067	6,438
0,1	5	0,000338	0,00184	0,00689	0,0114	0,0153
0,3	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00346	0,107	1,594	5,938	11,679
0,3	$5 \cdot 10^{-3}$	0,00346	0,107	1,592	5,918	9,683
0,3	$5 \cdot 10^{-2}$	0,00346	0,107	1,591	5,079	5,571
0,3	0,5	0,00345	0,105	0,890	1,319	1,371
0,3	5	0,000294	0,00150	0,00268	0,00275	0,00289
0,5	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00257	0,0775	0,998	3,076	5,269
0,5	$5 \cdot 10^{-3}$	0,00173	0,0520	0,669	2,074	3,536
0,5	$5 \cdot 10^{-2}$	0,00134	0,0405	0,520	1,611	2,400
0,5	0,5	0,00257	0,0761	0,498	0,527	1,786
0,5	5	0,000218	0,000983	0,00111	0,00114	0,00115

Интеграл (III.15) был получен М. С. Хантушем [94] для другой гидродинамической задачи.

При $t \rightarrow \infty$ ($u \rightarrow 0$) этот интеграл принимает вид

$$w(0, b_n) = \int_0^{\infty} \exp \left[- \left(v + \frac{b_n^2}{4v} \right) \right] \frac{dv}{v} = 2K_0(b_n) = 2K_0 \left(\pi n \frac{r}{m} \right), \quad (\text{III.17})$$

здесь $K_0(b_n)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Найдем среднее понижение на поверхности цилиндра радиусом r и высотой l

$$s = \frac{1}{2\pi r l} \int_0^l 2\pi r s_z dz = \frac{1}{l} \int_0^l s_z dz. \quad (\text{III.18})$$

Вводя сюда значение s_z по (III.13) и интегрируя, получим

$$s = \frac{Q}{4\pi T} R; \quad R = -Ei(-u) + \zeta; \quad T = km; \quad (\text{III.19})$$

$$-Ei(-u) = \int_u^{\infty} \frac{1}{y} e^{-y} dy; \quad u = \frac{r^2}{4at}; \quad (\text{III.20})$$

$$\zeta = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m}{l} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \sin \left(\pi n \frac{l}{m} \right) \right]^2 w(u, b_n). \quad (\text{III.21})$$

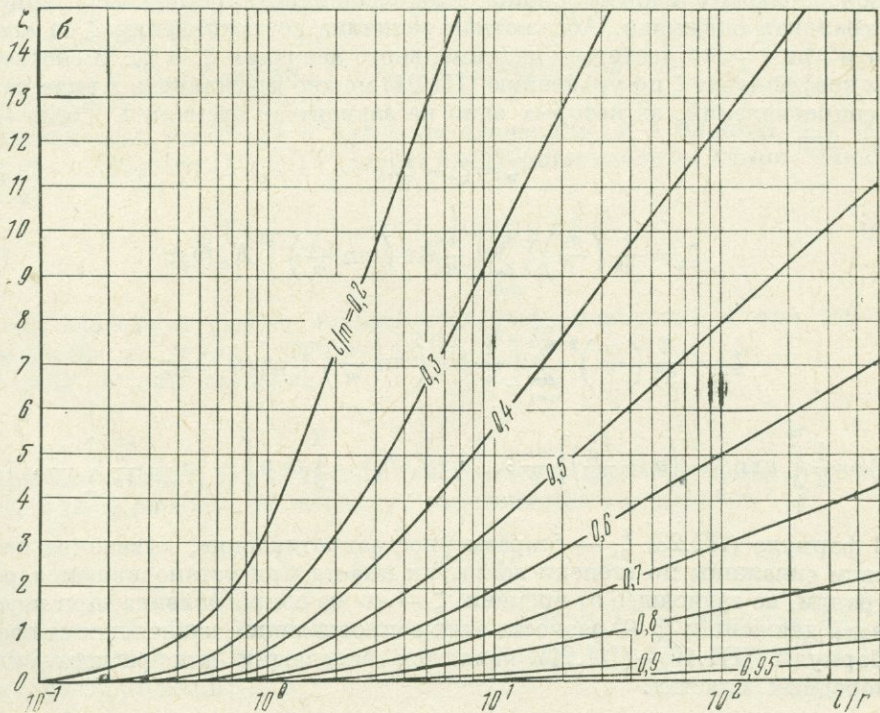
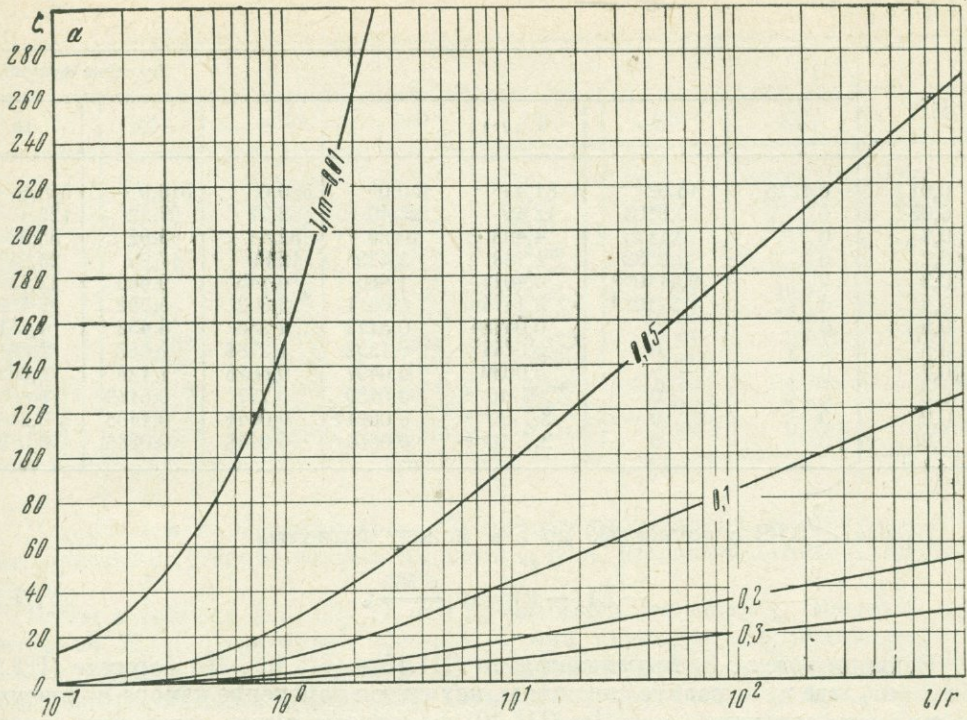


Рис. 13. Графики функции дополнительного сопротивления для расчета несовершенных скважин (а — для $l/m = 0,01-0,3$; б — для $l/m \geq 0,2$)

l/m	Значение функции ζ_s						
	10^{-2}	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-1}$	1	5	10	20
0,01	0,1218	13,62	81,43	150,0	399,0	519,9	646,8
0,05	0	0,9103	12,45	25,40	72,77	97,12	122,4
0,1	0	0,1175	4,498	10,29	32,41	43,92	55,88
0,2	0	0,0032	1,189	3,423	12,89	17,95	23,25
0,3	0	$9,6 \cdot 10^{-6}$	0,4017	1,486	6,745	9,660	12,73
0,4	0	$3 \cdot 10^{-6}$	0,1414	0,6911	3,862	5,702	7,659
0,5	0	0	0,04784	0,3172	2,256	3,452	4,741
0,6	0	0	0,0147	0,1352	1,2788	2,047	2,891
0,7	0	0	0,0039	0,0497	0,6616	1,126	1,652
0,8	0	0	$7,87 \cdot 10^{-4}$	0,0139	0,277	0,5169	0,8056
0,9	0	0	$8,7 \cdot 10^{-5}$	0,00211	0,0641	0,1408	0,2484
0,95	0	0	$2,7 \cdot 10^{-5}$	0,0004	0,0148	0,0366	0,0736

При $u < 0,09$ с точностью до 5% можно записать

$$- \text{Ei}(-u) = \ln \frac{0,562}{u}. \quad (\text{III.22})$$

Величины w , u , b_n выражаются по (III.15)—(III.16). По формуле (III.19) при $r = r_0$, где r_0 — радиус скважины, находится изменение напора на внешней поверхности скважины s_0 . По (III.19) находится также изменение уровня в любой наблюдательной скважине, расположенной на такой же глубине, что и центральная скважина. Абсолютная величина сопротивления ζ со временем растет и при $t \rightarrow \infty$ достигает максимального значения $\zeta = \zeta_s$. В соответствии с этим коэффициент ζ по уравнению (III.21) можно представить в виде разности двух сопротивлений, из которых одно не зависит от времени t . Тогда (III.21) примет вид

$$\zeta = \zeta_s - \zeta_t, \quad (\text{III.23})$$

где

$$\zeta_s = \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{m}{l} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \sin \left(\pi n \frac{l}{m} \right) \right]^2 K_0(b_n); \quad (\text{III.24})$$

$$\zeta_t = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m}{l} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n} \sin \left(\pi n \frac{l}{m} \right) \right]^2 w_t(u, b_n); \quad (\text{III.25})$$

$$K_0(b_n) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \exp \left[- \left(v + \frac{b_n^2}{4v} \right) \right] \frac{dv}{v}, \quad w_t(u, b_n) = \int_0^u \exp \left[- \left(v + \frac{b_n^2}{4v} \right) \right] \frac{dv}{v}. \quad (\text{III.26})$$

В формуле (III.23) ζ_s — безразмерное сопротивление, вызванное несовершенством скважины по степени вскрытия пласта при установившемся режиме фильтрации, не зависящее от времени; ζ — то же сопротивление, при неустановившемся движении; ζ_t — разность этих сопротивлений, зависящая от времени.

Формулы (III.19)—(III.21) являются основными для расчета скважин в однородных пластах.

при разных l/r

30	50	100	200	300	500	1000	5000
724,0	823,5	957,8	1090	1166	1262	1396	1752
137,4	156,5	182,5	208,5	223,8	243,1	269,2	330,0
63,01	72,04	84,39	96,77	104,0	113,2	125,6	154,5
26,41	30,43	35,91	41,43	44,66	48,73	54,26	67,11
14,57	16,90	20,10	23,32	25,20	27,58	30,81	3830
8,834	10,33	12,38	14,45	15,66	17,19	19,26	24,08
5,519	6,514	7,880	9,255	10,06	11,08	12,46	15,68
3,404	4,063	4,970	5,885	6,422	7,101	8,023	10,16
1,976	2,395	2,975	3,562	3,9064	4,342	4,934	6,310
0,9884	1,228	1,562	1,902	2,102	2,356	2,700	3,503
0,3217	0,4212	0,5643	0,7127	0,8008	0,9125	1,065	1,421
0,1020	0,1435	0,2065	0,2741	0,3151	0,3672	0,4388	0,6062

В табл. 4 и на графике (рис. 13) приведены значения коэффициента несовершенства по степени вскрытия пласта $\zeta_s (l/m, l/r)$, вычисленные по формуле (III.24).

Ранее в работах [23, 35, 37, 39] приводились значения $\zeta_s (l/m, m/r)$, подсчитанные Н. Н. Веригиным, которые вошли почти во все руководства по расчету несовершенных скважин. В настоящей работе приведены заново вычисленные значения $\zeta_s (l/m, l/r)$. Вычисления показали, что при $l/r < 10^{-2}$ и $1 > l/m \geq 0,05$ коэффициент $\zeta_s \approx 0$. С увеличением l/r коэффициент ζ_s резко возрастает, а с увеличением l/m — резко уменьшается.

В уравнении (III.21)

$$\sin \pi n \left(1 - \frac{l}{m}\right) = \pm \sin \pi n \frac{l}{m},$$

где верхний знак относится к нечетным значениям n , а нижний — к четным. Ввиду этого функция (III.21) обладает следующим свойством (при одинаковых m/r и u)

$$\zeta \left(1 - \frac{l}{m}\right) = \left(\frac{1}{\frac{m}{l} - 1}\right)^2 \zeta \left(\frac{l}{m}\right). \quad (\text{III.27})$$

Этим свойством удобно пользоваться для вычислений ζ при $l/m > 0,5$, если известны значения ζ при $l/m < 0,5$.

В табл. 5 даны значения

$$\sigma = \frac{\zeta_t}{\zeta_s - \zeta_t}.$$

При известных ζ_s и σ величина коэффициента несовершенства, обусловленная нестационарностью фильтрации, определяется по формуле

$$\zeta_t = \frac{\sigma \zeta_s}{1 + \sigma},$$

где ζ_s находится из табл. 4.

Данные табл. 5 показывают, что при $u \leq 10^{-5}$, $l/r \leq 100$ и при $1 > l/m \geq 0,05$ ошибка от пренебрежения ζ_t не превышает 3,1%. При $l/r > 100$ эта ошибка увеличивается.

Таблица 5

l/m	u	Значение $\sigma = \zeta_t / \zeta$ при разных l/r					
		1	10	30	100	300	500
0,1	10^{-5}	—	—	$5,58 \cdot 10^{-4}$	$3,07 \cdot 10^{-2}$	—	—
0,3	10^{-5}	—	—	—	$2,66 \cdot 10^{-3}$	$9,18 \cdot 10^{-2}$	—
0,5	10^{-5}	—	—	—	$3,05 \cdot 10^{-5}$	$1,19 \cdot 10^{-2}$	$3,49 \cdot 10^{-2}$
0,7	10^{-5}	—	—	—	—	$8,88 \cdot 10^{-3}$	$3,88 \cdot 10^{-2}$
0,9	10^{-5}	—	—	—	—	$1,08 \cdot 10^{-3}$	$8,44 \cdot 10^{-3}$
0,1	10^{-4}	—	$1,15 \cdot 10^{-3}$	$3,70 \cdot 10^{-2}$	0,172	—	—
0,3	10^{-4}	—	—	$2,64 \cdot 10^{-3}$	$9,90 \cdot 10^{-2}$	0,293	—
0,5	10^{-4}	—	—	$1,99 \cdot 10^{-5}$	$4,73 \cdot 10^{-2}$	0,218	0,320
0,7	10^{-4}	—	—	—	$1,45 \cdot 10^{-2}$	0,137	0,227
0,9	10^{-4}	—	—	—	$2,08 \cdot 10^{-3}$	$4,42 \cdot 10^{-2}$	$9,10 \cdot 10^{-2}$
0,1	10^{-3}	—	$6,01 \cdot 10^{-2}$	0,228	0,531	—	—
0,3	10^{-3}	—	$5,55 \cdot 10^{-3}$	0,129	0,415	0,734	—
0,5	10^{-3}	—	$6,95 \cdot 10^{-5}$	$6,15 \cdot 10^{-2}$	0,316	0,620	0,776
0,7	10^{-3}	—	0	$1,77 \cdot 10^{-2}$	0,203	0,485	0,631
0,9	10^{-3}	—	0	$2,69 \cdot 10^{-3}$	$7,06 \cdot 10^{-2}$	0,250	0,373
0,1	10^{-2}	$4,85 \cdot 10^{-3}$	0,388	0,816	1,37	—	—
0,3	10^{-2}	—	0,229	0,637	1,18	—	—
0,5	10^{-2}	—	0,114	0,480	1,0	1,52	—
0,7	10^{-2}	—	$3,88 \cdot 10^{-2}$	0,311	0,787	1,29	1,54
0,9	10^{-2}	—	$8,31 \cdot 10^{-3}$	0,117	0,424	0,863	1,09
0,1	10^{-1}	0,298	1,85	2,95	4,26	—	—
0,3	10^{-1}	$3,43 \cdot 10^{-2}$	1,46	2,53	3,82	—	—
0,5	10^{-1}	$6,94 \cdot 10^{-4}$	1,12	2,16	3,40	4,62	—
0,7	10^{-1}	0	0,746	1,68	2,89	4,10	4,62
0,9	10^{-1}	0	0,336	0,930	1,95	3,07	3,62
0,1	1	6,0	23,25	34,6	—	—	—
0,3	1	3,295	19,4	30,0	44,7	—	—
0,5	1	1,684	16,1	26,3	39,3	51,9	—
0,7	1	0,756	12,1	22,0	34,0	44,2	51,9
0,9	1	0,353	6,49	13,8	24,3	35,7	41,4

С увеличением параметра u доля ζ_t от ζ растет. При $u = 0,1$, $l/r > 1$ величина $\sigma > 1$, т. е. $\zeta_t > \zeta$. Для практических расчетов при значениях $u \geq 10^{-3}$ и $l/r \geq 1$ нельзя пренебрегать величиной ζ_t .

Полученные результаты могут быть приближенно распространены и на скважины в пласте со свободной поверхностью (см. рис. 11, б). В этом случае изменение уровня будет

$$s = H_e - \sqrt{H_e^2 - \frac{Q}{2\pi k} R}; \quad R = -\text{Ei}(-u) + \zeta, \quad (\text{III.28})$$

где H_e — начальная (естественная) глубина потока при $t = 0$.

При вычислении величины ζ для незатопленного фильтра (см. рис. 11, б) вместо m и l следует принять осредненные значения мощности пласта и длины фильтра за время действия скважины, определяемые по формулам

$$m = H_0 - 0,5s_0, \quad l = l_0 - 0,5s_0, \quad (\text{III.29})$$

где H_0 — начальная глубина потока в месте расположения скважины; l_0 — начальная (полная) длина фильтра скважины; s_0 — понижение в скважине к моменту времени t .

При вычислении ζ для затопленного фильтра используется выражение для ζ в случае скважины, размещенной внутри пласта.

Для совершенных скважин $\zeta = 0$. При $t \rightarrow \infty$ понижение s стремится к бесконечности. Поэтому приведенные выше формулы применимы лишь при $t \leq t_s$, где t_s — время, в течение которого уровень воды в скважине опускается до низа ее водоприемной части.

§ 2. Пласт ограниченной мощности с непроницаемой кровлей и подошвой при размещении скважины внутри пласта ($c \neq 0$)

Рассмотрим широко распространенные на практике несовершенные скважины с рабочей частью, находящейся на расстоянии c от кровли пласта (рис. 14).

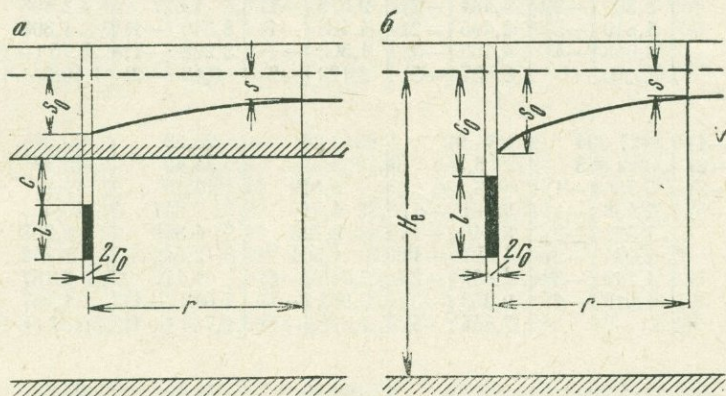


Рис. 14. Расчетная схема притока воды к несовершенной скважине, размещенной внутри водоносного пласта (а — в напорном пласте, б — в безнапорном пласте)

Для решения этой задачи проинтегрируем уравнение (III.4) по η в пределах от c до $c + l$ и по t от 0 до t аналогично предыдущему для понижения s_z , получаем формулу

$$s_z = \frac{Q}{4\pi km} [-Ei(-u) + \psi_1] \quad (III.30)$$

где

$$\psi_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{m}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} \left[\sin \frac{\pi n}{m} (c + l) - \sin \pi n \frac{c}{m} \right] \cos \pi n \frac{z}{m} w(u, b_n) \right\}, \quad (III.31)$$

здесь u , b_n , $w(u, b_n)$ выражаются по (III.15)—(III.16).

По зависимостям (III.30)—(III.31) можно найти понижение s_z в любой точке пласта с координатами r и z . В частном случае при $z = 0$ определяется понижение уровня на кровле пласта.

Найдем далее осредненное значение напора на поверхности цилиндра радиусом r и высотой l , т. е.

$$s = \frac{1}{l} \int_c^{c+l} s_z dz. \quad (III.32)$$

l/m	Значение функции ζ_s						
	0,1	0,5	1	5	10	20	30
	$\bar{c} =$						
0,05	8,422 (-1)	9,133	17,44	55,37	77,97	102,1	116,8
0,1	1,083 (-1)	3,614	7,707	25,61	36,20	47,68	54,66
0,2	2,818 (-3)	9,831 (-1)	2,700	10,48	15,14	20,21	23,29
0,3	7,905 (-5)	3,237 (-1)	1,168	5,516	8,177	11,10	12,88
0,4	2,138 (-6)	1,075 (-1)	5,244 (-1)	3,126	4,790	6,642	7,778
0,5	0	3,321 (-2)	2,248 (-1)	1,778	2,845	4,052	4,801
0,6	0	8,860 (-3)	8,494 (-2)	9,578 (-1)	1,627	2,405	2,894
0,7	0	1,819 (-3)	2,495 (-2)	4,488 (-1)	8,349 (-1)	1,308	1,612
0,8	0	2,043 (-4)	4,155 (-3)	1,503 (-1)	3,298 (-1)	5,75 (-1)	7,40 (-1)
0,9	0	0	8,637 (-5)	2,129 (-2)	6,40 (-2)	1,408 (-1)	2,003 (-1)
	$\bar{c} =$						
0,05	7,265 (-1)	7,294	14,97	52,64	75,29	99,37	114,0
0,1	9,417 (-2)	2,873	6,349	23,81	34,40	45,87	52,84
0,2	2,322 (-3)	7,786 (-1)	2,164	9,519	14,15	19,21	22,29
0,3	6,038 (-5)	2,458 (-1)	9,061 (-1)	4,914	7,547	10,46	12,25
0,4	0	7,523 (-2)	3,840 (-1)	2,723	4,359	6,203	7,338
0,5	0	2,024 (-2)	1,487 (-1)	1,501	2,542	3,742	4,488
0,6	0	4,225 (-3)	4,665 (-2)	7,715 (-1)	1,416	2,187	2,674
0,7	0	4,913 (-4)	9,253 (-3)	3,362 (-1)	7,012 (-1)	1,167	1,469
0,8	0	0	7,844 (-4)	1,098 (-1)	2,766 (-1)	5,167 (-1)	6,813 (-1)
	$\bar{c} =$						
0,05	4,62 (-1)	5,790	13,28	50,89	73,49	97,62	112,2
0,1	5,859 (-2)	1,995	5,168	22,48	33,06	44,55	51,51
0,2	1,226 (-3)	4,588 (-1)	1,546	8,682	13,30	18,36	21,44
0,3	0	1,187 (-1)	5,670 (-1)	4,351	6,973	9,887	11,67
0,4	0	2,605 (-2)	2,003 (-1)	2,341	3,965	5,806	6,940
0,5	0	3,688 (-3)	5,913 (-2)	1,255	2,283	3,480	4,225
0,6	0	2,432 (-4)	1,473 (-2)	6,442 (-1)	1,279	2,047	2,534
0,7	0	4,901 (-5)	9,253 (-3)	3,362 (-1)	7,012 (-1)	1,167	1,469
	$\bar{c} =$						
0,05	2,578 (-1)	5,218	12,68	50,29	72,91	97,01	111,6
0,1	2,547 (-2)	1,589	4,696	21,98	32,57	44,05	51,01
0,2	3,415 (-4)	2,798 (-1)	1,269	8,357	12,97	18,03	21,11
0,3	0	5,133 (-2)	4,193 (-1)	4,146	6,767	9,680	11,46
0,4	0	8,215 (-3)	1,414 (-1)	2,239	3,862	5,701	6,835
0,5	0	3,688 (-3)	5,913 (-2)	1,255	2,283	3,480	4,225
0,6	0	4,225 (-4)	4,665 (-2)	7,715 (-1)	1,416	2,187	2,674
	$\bar{c} =$						
0,05	1,450 (-1)	4,972	12,43	50,05	72,64	96,76	111,4
0,1	6,098 (-3)	1,424	4,516	21,80	32,39	43,86	50,83
0,2	0	2,231 (-1)	1,189	8,266	12,88	17,94	21,02
0,3	0	5,133 (-2)	4,193 (-1)	4,147	6,767	9,680	11,46
0,4	0	2,605 (-2)	2,003 (-1)	2,341	3,965	5,806	6,939
0,5	0	2,024 (-2)	1,487 (-1)	1,501	2,542	3,742	4,488
	$\bar{c} =$						
0,05	1,233 (-1)	4,939	12,39	50,00	72,62	96,72	111,3
0,1	6,098 (-2)	1,424	4,516	21,80	32,39	43,86	50,82
0,2	3,415 (-4)	2,798 (-1)	1,269	8,357	12,97	18,03	21,11
0,3	0	1,187 (-1)	5,669 (-1)	4,351	6,973	9,886	11,67
0,4	0	7,523 (-2)	3,840 (-1)	2,723	4,359	6,203	7,338

	при разных l/r						
	50	100	200	300	500	1000	5000
	$\bar{c} =$						
0,05	135,6	161,0	187,0	202,0	221,1	247,3	307,7
	63,55	75,77	88,07	95,25	104,4	116,8	145,5
	27,23	32,66	38,14	41,36	45,42	50,93	63,75
	15,18	18,34	21,54	23,42	25,78	29,00	36,49
	9,246	11,27	13,32	14,53	16,05	18,12	22,93
	5,770	7,115	8,480	9,283	10,30	14,78	14,88
	3,532	4,422	5,329	5,864	6,539	7,458	9,596
	2,013	2,579	3,158	3,500	3,933	4,523	5,896
	9,648 (-1)	1,287	1,621	1,819	2,070	2,134	3,213
	2,878 (-1)	4,207 (-1)	5,635 (-1)	6,497 (-1)	7,599 (-1)	9,109 (-1)	1,264
	$\bar{c} =$						
0,1	132,8	158,3	184,2	199,3	218,3	244,5	305,0
	61,72	73,93	86,23	93,43	102,6	114,9	143,7
	26,23	31,66	37,14	40,36	44,62	49,93	62,75
	14,54	17,70	20,90	22,78	25,14	28,36	35,85
	8,804	10,83	12,88	14,09	15,60	17,68	22,49
	5,457	6,802	8,166	8,969	9,984	11,36	14,57
	3,311	4,202	5,108	5,642	6,318	7,236	9,374
	1,870	2,436	3,015	3,357	3,790	4,379	5,753
	9,050 (-1)	1,227	1,560	1,759	2,010	2,353	3,153
	$\bar{c} =$						
0,2	131,1	156,5	182,5	197,5	216,6	242,6	303,2
	60,39	72,62	84,91	92,11	101,2	113,6	142,4
	25,38	30,82	36,29	39,51	43,57	49,09	61,91
	13,96	17,13	20,32	22,20	24,56	27,78	35,27
	8,406	10,43	12,48	13,69	15,21	17,28	22,09
	5,194	6,539	7,904	8,706	9,721	11,10	14,31
	3,171	4,061	4,968	5,502	6,177	7,096	9,234
	1,870	2,436	3,015	3,357	3,790	4,380	5,753
	$\bar{c} =$						
0,3	130,5	155,9	181,9	196,9	215,9	242,1	302,6
	59,90	72,12	84,42	91,61	100,7	113,1	141,9
	25,05	30,49	35,96	39,18	43,24	48,76	61,57
	13,75	16,92	20,11	21,99	24,36	27,58	35,06
	8,301	10,33	12,38	13,59	15,11	17,18	21,99
	5,194	6,539	7,904	8,706	9,721	11,10	14,31
	3,111	4,202	5,108	5,642	6,318	7,236	9,374
	$\bar{c} =$						
0,4	130,2	155,7	181,6	196,7	215,7	241,9	302,3
	59,71	71,92	84,22	91,41	100,5	112,9	141,7
	24,97	30,40	35,88	39,10	43,16	48,67	61,49
	13,75	16,92	20,11	21,99	24,36	27,58	35,06
	8,406	10,43	12,48	13,69	15,21	17,28	22,09
	5,457	6,802	8,166	8,969	9,984	11,36	14,57
	$\bar{c} =$						
0,5	130,2	155,6	181,6	196,6	215,7	241,8	302,3
	59,71	71,92	84,22	91,41	100,5	112,9	141,7
	25,05	30,49	35,96	39,18	43,24	48,75	61,57
	13,96	17,12	20,32	22,20	24,56	27,78	35,27
	8,804	10,83	12,88	14,09	15,61	17,68	22,49

Вводя сюда значение s_z , будем иметь

$$s = \frac{Q}{4\pi km} R; \quad R = -\text{Ei}(-u) + \zeta \left(\frac{l}{m}, \frac{l}{r}, \frac{c}{m}, u \right), \quad (\text{III.33})$$

где

$$\zeta = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m}{l} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n^2} \left[\sin \frac{\pi n}{m} (c+l) - \sin \frac{\pi n}{m} c \right]^2 \cdot w(u, b_n) \right\}. \quad (\text{III.34})$$

Представим (III.34) в виде разности двух сопротивлений, из которых одно не зависит от времени, аналогично (III.23)

$$\zeta_s = \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{m}{l} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n^2} \left[\sin \frac{\pi n}{m} (c+l) - \sin \frac{\pi n}{m} c \right]^2 k_o(b_n) \right\}; \quad (\text{III.35})$$

$$\zeta_t = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{m}{l} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n^2} \left[\sin \frac{\pi n}{m} (c+l) - \sin \frac{\pi n}{m} c \right]^2 w_t(u, b_n) \right\}. \quad (\text{III.36})$$

В табл. 6 приведены значения ζ_s (l/r , l/m , c/m).

При этом значения ζ_s даны для $\bar{c} \leq 0,5$ ($\bar{c} = c/m$). Для значений $\bar{c} > 0,5$ коэффициент несовершенства ζ_o определяется по следующему соотношению:

$$\zeta(\bar{c}) = \zeta(1 - \bar{c} - \bar{l}), \quad \bar{c} = c/m \quad \bar{l} = l/m.$$

$\zeta(0,6) = \zeta(0,4)$. Отсюда следует, что значение $\zeta(0,6)$ в таблице соответствует $\bar{c} = 0,4$. В случаях, когда $\bar{c} + \bar{l} = 1$ ($\bar{l} = l/m$), для определения ζ_s используется табл. 4.

В работе [23, 39] приводятся графики для определения коэффициента ζ . Из решений (III.30)–(III.34) следует, что параметр $\zeta = f(\bar{c}, \bar{l}, \bar{r}, \bar{z}, u)$, а в графиках, приведенных в [74], ζ не зависит от \bar{l} .

По выражению (III.33) при $r = r_o$ находится понижение в самой скважине s_o . При $r > r_o$ по (III.33) определяются осредненные значения понижения в контрольной скважине.

Полученное решение можно распространить на скважины в пласте со свободной поверхностью, у которых динамический уровень воды находится в пределах непроницаемой (глухой) части скважины, а рабочая ее часть (фильтр) располагается ниже этого уровня, и потому является затопленной (см. рис. 14, б). В процессе откачки из таких скважин при постоянном дебите высота нависания свободной поверхности над верхом их фильтра s со временем уменьшается, а действующая длина фильтра l остается постоянной и равной начальной его длине l_o . Этим скважины с затопленным фильтром отличаются от рассмотренных ранее скважин с незатопленной рабочей частью, у которых в процессе откачки высота нависания s равна нулю, а длина фильтра l со временем уменьшается.

Для скважины с затопленным фильтром понижение уровня определяется по формуле (III.28), принимая в ней

$$R = -\text{Ei}(-u) + \zeta(l/r, l/m, c/m, u), \quad (\text{III.37})$$

здесь ζ находится по (III.34). При этом вместо m , l и c следует принимать осредненные их значения за время действия скважины t , определенные по формулам

$$m = H_0 - 0,5s_0; \quad l = l_0; \quad c = c_0 - 0,5s_0, \quad (\text{III.38})$$

где c_0 — начальное написание уровня грунтовых вод над верхом фильтра.

§ 3. Определение гидродинамических параметров по методам произвольных и характерных точек, логарифмической аппроксимации и эталонным кривым

Гидродинамические параметры пластов могут быть определены на основании вышеприведенных фундаментальных решений о притоке воды к скважинам. Параметры k и a определяются, как правило, по данным измерений напора (давления) в наблюдательных (контрольных) скважинах, так как в этом случае можно пренебречь сопротивлением ζ и всеми другими видами сопротивлений в призабойной зоне и в самой центральной скважине ζ_c . По данным измерения напора в центральной скважине можно найти k и общее сопротивление $\zeta_c = \zeta + \zeta_*$ или приведенную пьезопроводность a^* , включающую сопротивление ζ_c . Величины ζ_c или a^* затем используются для расчета понижений и дебитов, больших чем в опытной скважине. Иногда вместо a^* вводят так называемый приведенный радиус скважины r^* , включающий сопротивление ζ_c .

При откачках, наливах и нагнетаниях в скважинах различают неустановившийся и квазиустановившийся режимы фильтрации. Последний характеризуется тем, что пьезометрическая поверхность потока описывается тем же уравнением, что и при установившейся фильтрации. Это последнее условие выполняется с ошибкой не более 5% при $u < 0,09$ ($at/r^2 > 2,8$). В соответствии с этим зона квазистационарного режима в процессе опыта появляется вблизи опытной скважины и с течением времени увеличивается (ее радиус $r = 0,58\sqrt{at}$).

Существуют несколько способов определения гидродинамических параметров по экспериментальным данным. Однако чтобы пользоваться тем или другим методом, сначала производится статистическая обработка экспериментальных данных. В результате при откачке с дебитом $Q = \text{const}$ строится график функции $s = f(t)$ и $s = f(r)$ (при наличии наблюдательных скважин).

Обычно в гидрогеологической практике на графике $s = f(t)$ наносятся данные откачки в виде отдельных точек. Затем по данным точкам проводится осредненная плавная кривая. При этом суммы расстояний от осредненной кривой до точек, расположенных выше и ниже ее, по абсолютной величине должны быть одинаковыми. Для определения параметров все данные о понижениях на тот или иной момент времени принимаются по осредненной кривой.

Наиболее распространенные методы определения гидродинамических параметров приводятся ниже.

Метод произвольных точек. В этом методе для определения параметров k и a используются две произвольные точки экспериментальных кривых $s = f(t)$ или $s = f(r)$, отвечающие:

а) напорам в наблюдательной скважине $s = s_1, s_2$ в моменты времени $t = t_1, t_2$;

б) напорам в двух наблюдательных скважинах $s = s_1, s_2$ или в центральной и наблюдательной $s = s_0, s_1$ в моменты времени t . Расчетные формулы для определения коэффициентов k и a получаются из решения (III.19) или (III.33) и приводятся в табл. 7, в которой r_1 и r_2 — расстояния от оси центральной

Формулы для определения коэффициентов фильтрации и пьезопроводности пластов

Таблица 7

Квазиустановившаяся фильтрация	Неустановившаяся фильтрация
Напорный пласт	
<i>По одной наблюдательной скважине при понижениях s_1 и s_2 для моментов $t=t_1, t_2$</i>	
$k = \frac{Q}{4\pi m (s_2 - s_1)} \ln \frac{t_2}{t_1};$ $a = 0,445 \frac{r_1^2}{t_1} \exp \left(\frac{4\pi k m s}{Q} - \zeta_1 \right)$	$k = \frac{Q}{4\pi m s_1} [-Ei(-u) + \zeta_1];$ $a = 0,25 \frac{r_1^2}{u t_1}.$
<p>Параметр $u = f(t_1/t_2, s_1/s_2)$ определяется по графику (рис. 15, а) или из соотношения</p> $\frac{s_1}{s_2} = \frac{-Ei(-u) + \zeta_1}{-Ei(-u t_1/t_2) + \zeta_1}$	
<i>По двум наблюдательным скважинам для момента времени t_1 при понижениях в скважинах s_1 и s_2 ($s_1 > s_2$)</i>	
$k = \frac{Q}{4\pi m (s_1 - s_2)} \left(2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \zeta_1 - \zeta_2 \right);$ $a = 0,445 \frac{r_1^2}{t_1} \exp \left(\frac{4\pi k m s}{Q} - \zeta_1 \right)$	$k = \frac{Q}{4\pi m s_1} [-Ei(-u) + \zeta_1];$ $a = 0,25 \frac{r_1^2}{u t_1}.$
<p>Параметр $u = f(r_2^2/r_1^2, s_2/s_1)$ определяется по графику (рис. 15, б) или из соотношения</p> $\frac{s_2}{s_1} = \frac{-Ei(-u r_2^2/r_1^2) + \zeta_2}{-Ei(u) + \zeta_1}$	
<i>По центральной и наблюдательной скважинам</i>	
$k = \frac{Q}{4\pi m (s_0 - s_1)} \left(2 \ln \frac{r_1}{r_0} + \zeta_0 - \zeta_1 \right);$ $a = 0,445 \frac{r_1^2}{t_1} \exp \left(\frac{4\pi k m s_1}{Q} - \zeta_1 \right)$	$k = \frac{Q}{4\pi m s_1} [Ei(-u) + \zeta_1];$ $a = a^* e^{-\zeta_0};$ $a = 0,25 \frac{r_1^2}{u t_1}.$
<p>Параметр $u = f(r_0^2/r_1^2, s_1/s_0)$ определяется по графику (см. рис. 15, а) или из соотношения</p> $\frac{s_1}{s_0} = \frac{-Ei(-u) + \zeta_1}{-Ei(-u r_0^2/r_1^2) + \zeta_0}$	

Квазиустановившаяся фильтрация	Неустановившаяся фильтрация
Безнапорный пласт	
<i>По одной наблюдательной скважине при понижениях s_1 и s_2 для моментов $t=t_1, t_2$</i>	
$k = \frac{Q}{4\pi (s_2 - s_1) [He - 0,5 (s_1 + s_2)]} \ln \frac{t_2}{t_1};$ $a = 0,445 \frac{r_1^2}{t_1} \exp \left[\frac{4\pi k s (He - 0,5 s_1) - \zeta_1}{Q} \right]$	$k = \frac{Q}{4\pi s_1 (He - 0,5 s_1)} [-Ei(-u) + \zeta_1];$ $a = 0,25 \frac{r_1^2}{u t_1}.$
<p>Параметр u определяется по графику (см. рис. 15, а) или из соотношения</p> $\frac{s_1 (He - 0,5 s_1)}{s_2 (He - 0,5 s_2)} = \frac{-Ei(-u) + \zeta_1}{-Ei(-u t_1/t_2) + \zeta_2}$	
<i>По двум наблюдательным скважинам для момента времени t_1 при понижениях в скважинах s_1 и s_2 ($s_1 > s_2$)</i>	
$k = \frac{Q}{4\pi (s_1 - s_2) [He - 0,5 (s_1 + s_2)]} \left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \zeta_1 - \zeta_2 \right];$ $a = 0,445 \frac{r_1^2}{t_1} \exp \left[\frac{4\pi k s_1 (He - 0,5 s_1) - \zeta_1}{Q} \right]$	$k = \frac{Q}{4\pi s_1 (He - 0,5 s_1)} [-Ei(u) + \zeta_1];$ $a = 0,25 \frac{r_1^2}{u t_1}.$
<p>Параметр u определяется по графику (см. рис. 15, б) или из соотношения</p> $\frac{s_2 (He - 0,5 s_2)}{s_1 (He - 0,5 s_1)} = \frac{-Ei(-u r_2^2/r_1^2) + \zeta_0}{-Ei(-u) + \zeta_1}$	
<i>По центральной и наблюдательной скважинам для момента времени t_1 при понижениях в центральной скважине s_0 и в наблюдательной s_1</i>	
$k = \frac{Q}{4\pi (s_0 - s_1) [He - 0,5 (s_0 + s_1)]} \left[2 \ln \frac{r_1}{r_0} + \zeta_0 - \zeta_1 \right];$ $a = 0,445 \frac{r_1^2}{t_1} \exp \left[\frac{4\pi k s_1 (He - 0,5 s_1) - \zeta_1}{Q} \right]$	$k = \frac{Q}{4\pi s_1 (He - 0,5 s_1)} [-Ei(-u) + \zeta_1];$ $a = a^* e^{-\zeta_0}; a^* = 0,25 \frac{r_1^2}{u t_1}.$
<p>Параметр u определяется по графику (см. рис. 15, а) или из соотношения</p> $\frac{s_1 (He - 0,5 s_1)}{s_0 (He - 0,5 s_0)} = \frac{-Ei(-u) + \zeta_1}{-Ei(-u_0^2/r_1^2) + \zeta_0}$	

скважины до первой и второй наблюдательных скважин; ξ_1, ξ_2 — сопротивления, учитывающие степень вскрытия пласта наблюдательными скважинами (при этом считается, что в этих скважинах сопротивление $\xi_* = 0$).

При квазистационарном режиме фильтрации разница понижений в двух скважинах не зависит от времени и определение проводимости пласта ($T = km$) осуществляется по зависимостям, аналогичным формулам Дююи.

Помимо определения k и a по двум моментам времени можно находить их, используя всю кривую (или часть этой кривой). Для этого в случае $u = r^2/4at > 0,09$ применяется метод эталонной кривой, предложенный А. Тейсом, а при $u < 0,09$ — метод, основанный на логарифмической аппроксимации интегральной показательной функции, предложенный Н. Н. Веригиным.

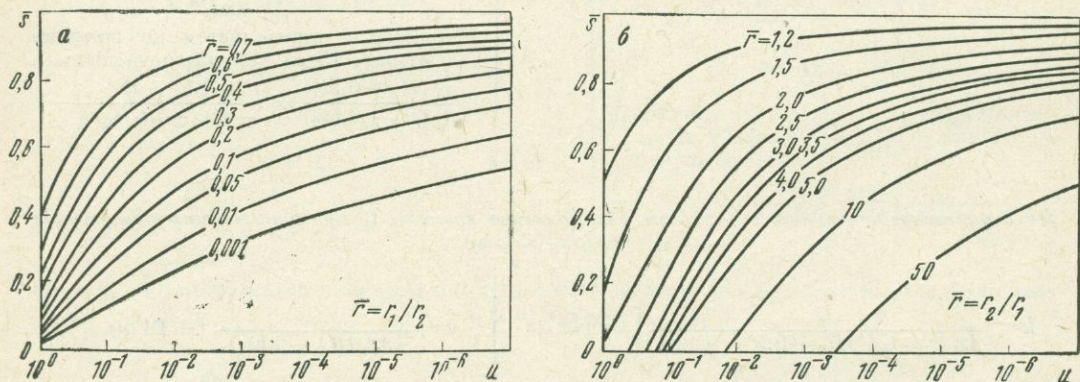


Рис. 15. Графики $\bar{s} = f(\bar{r}, u)$ (а — для $\bar{r} = 0,001-0,7$; б — для $\bar{r} \geq 1,2$)

По методу эталонной кривой параметры определяются следующим образом. Принимая для наблюдательных скважин $\xi = 0$ и логарифмируя (III.19) — (III.20), найдем

$$\lg \frac{s}{s_p} - \lg R = \lg \frac{Q}{4\pi T s_p}; \quad \lg \frac{1}{u} - \lg \frac{t}{t_p} = \lg \frac{4at_p}{r^2}. \quad (\text{III.39})$$

где s_p — понижение в скважине в момент времени t_p ; t_p — продолжительность откачки; s — то же, для любого момента времени t ($t < t_p$), $R = -\text{Ei}(-u)$.

По данным откачек строится график $\lg \bar{s}$ от $\lg \bar{t}$ ($\bar{s} = s/s_p$, $\bar{t} = t/t_p$) и на него накладывается эталонный график $\lg R$ от $\lg 1/u$. Путем передвижения параллельно координатным осям (рис. 16) добиваются их наилучшего совпадения. Определяя для любой совмещенной точки величины \bar{s} , R , $1/u$ и \bar{t} находим проводимость T и коэффициент пьезопроводности a

$$T = \frac{Q}{4\pi s_p} R; \quad a = \frac{r^2}{4t} \cdot \frac{1}{u} \quad (\text{III.40})$$

Теперь по данным об изменении понижения в центральной скважине определяем величину

$$\xi_c = \frac{Q}{4\pi T s_0} + \text{Ei}\left(-\frac{r_0^2}{4at}\right). \quad (\text{III.41})$$

Метод логарифмической аппроксимации. При $u < 0,09$ понижение в любой момент времени в наблюдательной скважине можно определить по формуле

$$\bar{s} = \frac{Q}{4\pi T s_p} \ln \left(\frac{2,25at_p}{r^2} \bar{t} \right); \quad \bar{s} = \frac{s}{s_p}; \quad \bar{t} = \frac{t}{t_p}$$

или

$$\left. \begin{aligned} \bar{s} &= A + B \lg \bar{t}; \\ A &= \frac{0,183Q}{T s_p} \lg \frac{2,25at_p}{r^2}; \quad B = \frac{0,183Q}{T s_p}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.42})$$

По данным опытной откачки строится график в координатах \bar{s} и $\lg \bar{t}$, который согласно (III.42) должен иметь вид прямой (рис. 17). Величина A —

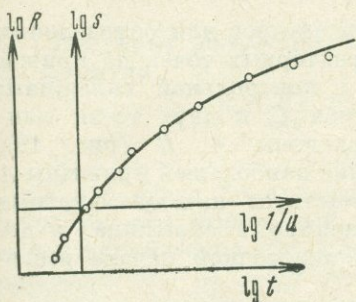


Рис. 16. Определение параметров по эталонной кривой

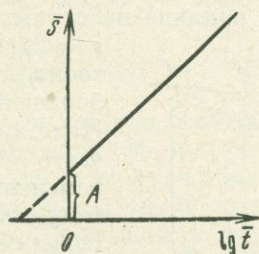


Рис. 17. Определение параметров по графику $s = f(\lg t)$

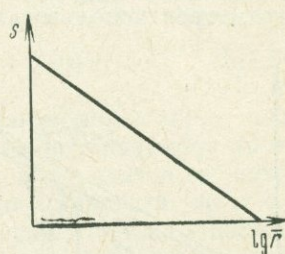


Рис. 18. Определение параметров по графику $s = f(\lg r)$

начальная ордината этой прямой (отрезок, отсекаемый прямой на оси s); B — угловой коэффициент ее (тангенс угла наклона прямой к оси $\lg t$). По известным A и B далее находятся параметры

$$T = \frac{0,183Q}{B s_p}; \quad a = 0,44 \frac{r^2}{t} \exp \left(\frac{A}{B} \right). \quad (\text{III.43})$$

Коэффициент пьезопроводности в этом случае можно определить следующим образом.

Продолжая прямую линию до пересечения с осью $\lg \bar{t}$, найдем время t — которое соответствует нулевому понижению.

Принимая в (III.42) $s = 0$ и $t = t^*$, получим

$$a = 0,44 \frac{r^2}{t^*} \quad (\text{III.44})$$

Если число наблюдательных скважин равно двум и более, то параметры можно также определить так.

Понижение уровня в наблюдательных скважинах (рис. 18) равно:

$$s_i = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{2,25at}{r_0^2} - \ln \frac{r_i^2}{r_0^2} \right), \quad i = 1, 2, 3 \dots$$

или

$$\left. \begin{aligned} s_i &= A_1 - B_1 \lg \bar{r}; \\ \bar{r} &= \frac{r_i}{r_0}; \quad A_1 = \frac{0,366Q}{T} \lg \frac{1,5 \sqrt{at}}{r_0}; \quad B_1 = \frac{0,366Q}{T}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.45})$$

Строится график понижения уровня в наблюдательных скважинах s_i от $\lg \bar{r}$, для фиксированного времени t , который представляет собой прямую линию. Величина A_1 — отрезок, отсекаемый прямой на оси s ; B_1 — тангенс угла наклона прямой к оси $\lg \bar{r}$.

Продолжая прямую до пересечения с осью $\lg r (s = 0)$, согласно (III.45), найдем

$$a = 0,44 \frac{r_i^2}{t}. \quad (\text{III.46})$$

Проводимость пласта будет

$$T = \frac{0,366 Q}{B_1} = \frac{0,366 Q}{s_i - s_{i+1}} \lg \frac{r_{i+1}}{r_i}. \quad (\text{III.47})$$

Метод характерных точек. Рядом авторов для определения параметров использовалось наличие некоторых характерных точек на кривой $s = f(t)$ для контрольной скважины; точки перегиба C и двух точек наибольшей кривизны A, B (рис. 19). Нижняя точка наибольшей кривизны A часто соответствует началу заметных изменений напора в скважине, и поэтому называется точкой начала реагирования.

Для точек наибольшей кривизны приближенно принимается

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = \frac{d^3 s}{dt^3} = 0, \quad (\text{III.48})$$

где I — уклон касательной в этих точках.

Это позволяет определять пьезопроводность пласта по формулам

$$a = 0,732 r^2 / t'_k \quad (\text{для точки } A); \quad (\text{III.49})$$

$$a = 0,425 r^2 / t''_k \quad (\text{для точки } B), \quad (\text{III.50})$$

где t'_k и t''_k — время, соответствующее точке реагирования и точке касания.

Точка перегиба делит кривую $s = f(t)$ на нижнюю вогнутую и верхнюю выпуклую части. Дополнительным условием для точки перегиба C является

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = 0, \quad (\text{III.51})$$

где I — уклон касательной в этой точке.

Тогда пьезопроводность определяется по формуле

$$a = 0,25 r^2 / t_n, \quad (\text{III.52})$$

где t_n — время, соответствующее точке перегиба C .

Кроме того, вводят в рассмотрение точку касания радиуса-вектора к выпуклой части кривой D и точки пропорциональности E и F . Точки E и F лежат на радиусах-векторах, пересекающих кривую $s = f(t)$ в двух или более точках. Дополнительным условием для точки D будет $ds/dt = I_D$, а пьезопроводность определяется по формуле

$$a = 0,57 r^2 / t_k, \quad (\text{III.53})$$

где t_k — время, отвечающее точке D .

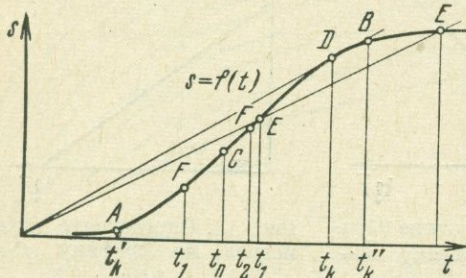


Рис. 19. График $s = f(t)$

Для точек пропорциональности существует два дополнительных условия, позволяющих получить соответственно и две расчетные формулы

$$\frac{s(t_1)}{s(t_2)} = \frac{t_1}{t_2}; \quad a = 0,25 \frac{\bar{t}_1 r^2}{t_1} \quad (\text{точка } E); \quad (\text{III.54})$$

$$\frac{s(t_1)}{s(t_2)} = \frac{t_1 - t_a}{t_2 - t_a}; \quad a = 0,25 \frac{\bar{t}_1 r^2}{t_1} \quad (\text{точка } F); \quad (\text{III.55})$$

В приведенных формулах t_a — отрезок, отсекаемый касательной в точке перегиба на оси t . Величина \bar{t}_1 определяется методом последовательных приближений из соотношения

$$\text{Ei}(-1/\bar{t}_1) = \frac{t_1}{t_2} \text{Ei}(-t_1/(t_2 \cdot \bar{t}_1)). \quad (\text{III.56})$$

Величина коэффициента фильтрации во всех этих случаях вычисляется по формуле

$$k = -\frac{Q}{4\pi v} \text{Ei}\left(-\frac{r^2}{4at}\right); \quad v = ms \text{ или } (H - 0,5s) s. \quad (\text{III.57})$$

Здесь v и t соответствуют принятой для расчета характерной точке, а величина a найдена по приведенным выше формулам. Если используются точки перегиба или наибольшей кривизны, то величины a и k находятся по одной характерной точке. Если используются точки пропорциональности, то a и k определяются по двум точкам. Большинство характерных точек относятся к периоду неустановившейся фильтрации ($at/r^2 < 2,8$), когда влияние внешних границ не сказывается. Поэтому определение a и k по характерным точкам может давать более правильные результаты, чем использование экспериментальных точек, соответствующих большим t , при которых влияние границ уже дает о себе знать.

Кроме этих основных методов определения гидродинамических параметров, существуют также и другие методы (дифференциальные и интегральные).

Определение расстояний до внешних границ пласта. После определения параметров k и a по наблюдательным скважинам могут быть оценены характеристики ближайшей границы пласта (степень ее проницаемости и местоположение). Эти определения удобно совместить с определением величины ζ (скин-эффекта) опытной скважины. По методу произвольных точек величины k и a находятся для различных значений времени t . По этим данным строится график зависимости $a = f(t)$. Пока влияние внешних границ пласта на напор в наблюдательной скважине невелико, линия $a = f(t)$ будет близка к горизонтальной прямой, параллельной оси t . Начиная с некоторого момента времени t_* , влияние ближайшей к наблюдательной скважине границы пласта на напоры в этой скважине становится существенным. При $t > t_*$ значения a отклоняются вверх от горизонтальной прямой, если за ближайшей границей пласта находится среда более проницаемая, или вниз от этой прямой, если эта среда менее проницаемая, чем исследуемый пласт.

Зная величины k , a и характер ближайшей границы пласта, по данным о понижениях в наблюдательной и опытной скважинах в период времени $t > t_*$ можно определить расстояние от опытной скважины до этой границы (рис. 20).

Для этого используется уравнение непрерывно действующего линейного источника в полуограниченном пласте

$$s = \frac{Q}{4\pi km} \left\{ -\text{Ei}\left(-\frac{r^2}{4at}\right) + \zeta \mp \text{Ei}\left(-\frac{\rho^2}{4at}\right) \right\}, \quad (\text{III.58})$$

где нижний знак соответствует проницаемой границе пласта (при отклонениях a вверх от прямой $a = f(t)$, а нижний — непроницаемой (при отклонениях a вниз от этой прямой).

Принимая в (III.58) $r = r_0$, $\rho = 2b$, $t = t_{1,2}$ ($t_2 > t_1 > t_*$) и $s = s_1, s_2$, из полученных двух уравнений вида (III.58) находят

$$B = \sqrt{at_1}; \quad \zeta = R_1 + \text{Ei}(-u) \mp \text{Ei}(-v), \quad (\text{III.59})$$

где $v = b^2/at_1$ определяется по способу последовательных приближений из трансцендентного уравнения

$$\pm \text{Ei}(-v) \mp \text{Ei}\left(-v \frac{t_1}{t_2}\right) = F. \quad (\text{III.60})$$

Здесь

$$F = \text{Ei}(-u) - \text{Ei}\left(-u \frac{t_1}{t_2}\right) - (R_2 - R_1), \quad (\text{III.61})$$

где

$$R_{1,2} = \frac{4\pi k m s_{1,2}}{Q}; \quad u = \frac{r_0^2}{4at_1}. \quad (\text{III.62})$$

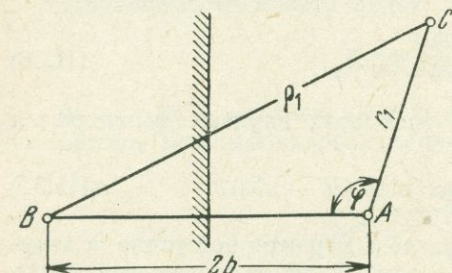


Рис. 20. Расчетная схема для определения расстояния до внешних границ пласта

наблюдательных скважин при $t < t_*$, поэтому функция F является известной величиной.

При известном km по наблюдательной скважине и $\zeta = \zeta_c$, определяемой по (III.41), расстояние до внешней границы пласта, согласно (III.58), можно определить по формуле

$$b = \sqrt{-at_1 \text{ArEi}(\mp N)}; \quad N = R_1 + \text{Ei}\left(-\frac{r_0^2}{4at_1}\right) - \zeta_c; \quad (\text{III.63})$$

Здесь верхний знак относится к непроницаемой границе пласта, а нижний — к проницаемой, R_1 определяется по (III.62).

В опытной скважине при $t_1 > t_*$ обычно имеет место квазистационарный режим фильтрации ($u < 0,09$), поэтому величину F можно определить по формуле

$$F = \ln \frac{t_2}{t_1} - (R_2 - R_1).$$

Если $b^2/at < 0,09$, квазистационарный режим фильтрации распространяется на всю область, то в случае непроницаемой границы пласта проводимость T по (III.58) будет

$$km = \frac{Q}{2\pi(s_1 - s_2)} \ln \frac{t_2}{t_1}, \quad (\text{III.64})$$

где s_1 и s_2 — понижение в опытной скважине в моменты времени t_1 и t_2 ($s_2 > s_1$, $t_2 > t_1$).

Из сравнения этого выражения с аналогичной формулой для неограниченного пласта видно, что они отличаются в два раза (km по (III.64) больше). Отсюда следует, что при определении параметров пренебрежение влиянием границы пласта с малопроницаемыми породами ведет к занижению действительного значения k в два раза.

§ 4. Определение гидродинамических параметров по восстановлению уровня при изменении дебита скважины

Простой и эффективный метод оценки гидродинамических параметров водоносных пластов основан на использовании данных о переменном поле напоров, возникающем при импульсном (мгновенном) изменении дебита скважины в процессе опытной откачки или нагнетания от величины Q до Q_0 .

Кривая зависимости понижения или повышения напора s ($s > 0$) от времени t при постоянном дебите откачки или нагнетания $Q = \text{const}$ имеет характерную точку перегиба C (рис. 21). При мгновенном изменении дебита Q в момент времени $t = t_0$ эта нормальная индикаторная кривая $s = f(t)$ существенно меняет свою форму.

Изменения этой кривой различны в зависимости от того, происходит ли увеличение дебита ($Q_0 > Q$), уменьшение его без изменения знака ($Q > Q_0 > 0$) или уменьшение с изменением знака ($Q_0 < 0$), т. е. с переходом от откачки к нагнетанию или обратно.

При увеличении дебита в момент времени $t = t_0$ кривая $s = f(t)$, начиная с этого момента, идет выше нормального ее положения, соответствующего постоянному дебиту.

Форма этой кривой различна в зависимости от соотношения времени изменения дебита t_0 и времени достижения точки перегиба C при постоянном дебите t_n . Если $t_0 < t_n$, то точка перегиба C при увеличении дебита достигается позднее, чем при постоянном дебите (см. рис. 21, кривая a). Если $t_0 > t_n$, то при увеличении дебита может возникнуть вторая точка перегиба C (см. рис. 21, кривая b).

При уменьшении дебита в момент t_0 без изменения его знака кривая $s = f(t)$, начиная с этого момента, идет ниже нормальной кривой, отвечающей постоянному дебиту.

В случае $t_0 < t_n$ точка перегиба C при уменьшении дебита достигается скорее, чем при постоянном дебите (рис. 22).

При уменьшении дебита с изменением его знака независимо от соотношения времен t_0 и t_n кривая $s = f(t)$ имеет точку D , где напор s в момент времени $t = t_{\text{max}}$ достигает максимума (рис. 23). Кроме того, появляется вторая точка перегиба индикаторной кривой C_1 .

Во всех рассмотренных трех случаях с изменением дебита меняется также положение точек наибольшей кривизны кривой $s = f(t)$. Определение параметров пласта при импульсном изменении дебита можно вести по любой из характерных точек индикаторной кривой, т. е. по точкам максимума, перегиба и наибольшей кривизны.

Однако наиболее точно на этой кривой определяется точка максимума s , поэтому использование ее для определения параметров более предпочтительно.

Регистрируя импульсное поле напоров в контрольной скважине, можно определить пьезопроводность пласта a , проводимость его $T = km$ и суммарное

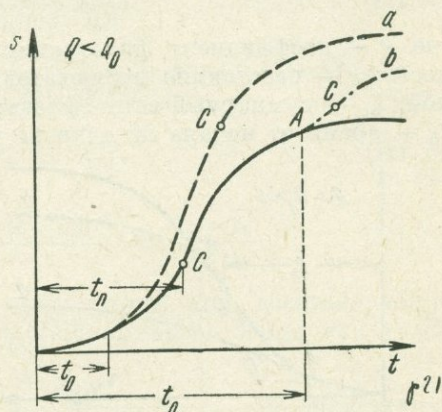


Рис. 21. Индикаторная кривая $s = f(t)$ при увеличении дебита скважины ($Q_0 > Q$)

сопротивление в зоне деформации потока вблизи скважины (скин-эффект) ζ_c . При этом для использования экстремальной точки индикаторной кривой необходимо, чтобы в момент времени t_0 дебит опытной скважины Q был уменьшен до величины $Q_0 \leq 0$ (так как при $Q > 0$ экстремум напора отсутствует).

В случае изменения дебита скважины в момент t_0 от Q до Q_0 величина напора, отсчитываемого от естественного (статического) уровня грунтовых вод s , выражается равенством ($s > 0$).

$$s = \frac{Q}{4\pi km} \left\{ -\text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4at} \right) + \alpha \text{Ei} \left[-\frac{r^2}{4a(t-t_0)} \right] + \zeta_c(t) - \zeta_c(t-t_0) \right\}, \quad \alpha = \frac{Q-Q_0}{Q}, \quad (\text{III.65})$$

где k — коэффициент фильтрации; m — мощность пласта; a — пьезопроводность; r — расстояние наблюдательной (контрольной) скважины от центральной; ζ_c — суммарный скин-эффект; t — время, прошедшее от начала откачки; t_0 — время от начала откачки до изменения дебита ($t_0 < t$).

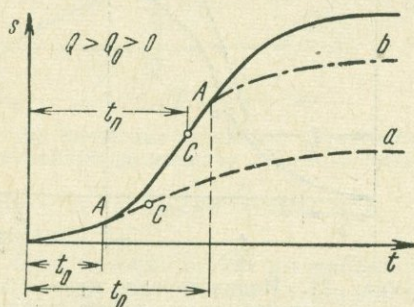


Рис. 22. Индикаторная кривая $s = f(t)$ при уменьшении дебита скважины ($Q > Q_0 > 0$)

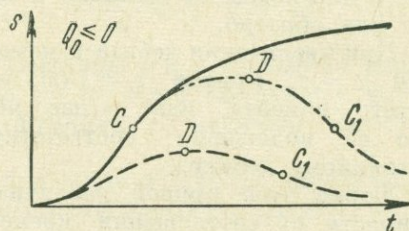


Рис. 23. Индикаторная кривая $s = f(t)$ после остановки скважины ($Q_0 < 0$)

Если в момент времени t_0 дебит скважины увеличивается, то $Q_0 > Q$ и $-\infty < \alpha < 0$; если он уменьшается, то $Q_0 < Q$ и $\alpha > 0$.

При этом в случае уменьшения дебита без изменения его знака будет $Q_0 > 0$ и $0 < \alpha < 1$, а в случае уменьшения его с изменением знака $Q_0 < 0$ и $\infty > \alpha > 1$.

При мгновенном прекращении откачки или нагнетания дебит $Q_0 = 0$ и $\alpha = 1$ (восстановление естественного уровня после откачки или нагнетания).

Из уравнения (III.65) видно, что при $\alpha \geq 1$ ($Q_0 \leq 0$) и $t \rightarrow \infty$ напор $s \rightarrow 0$, а при $\alpha < 1$ ($Q_0 > 0$) и $t \rightarrow \infty$ напор $s \rightarrow \infty$. Кроме того, по (III.65) при $\alpha = 0$ и $t = 0$ напор $s = 0$, при $t = t_0$ напор $s > 0$, а при $t = \infty$ напор $s = 0$ лишь в случае $\alpha \geq 1$. Отсюда следует, что максимум напора в (III.65) существует лишь при $\alpha \geq 1$ ($Q_0 < Q$).

По методу произвольных точек параметры находятся следующим образом.

Принимая в (III.65) для наблюдательной скважины $\zeta_c \approx 0$, $s = s_1, s_2$ для моментов времени $t = t_1, t_2 > t_0$ и разделив первое уравнение на второе, найдем

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{-\text{Ei}(-u) + \alpha \text{Ei}[-u/(1-\bar{t}_0)]}{-\text{Ei}(-u/\bar{t}_2) + \alpha \text{Ei}[-u/(\bar{t}_2 - \bar{t}_0)]}, \quad (\text{III.66})$$

где

$$u = \frac{r^2}{4at_1}; \quad \bar{t}_0 = \frac{t_0}{t_1}; \quad \bar{t}_2 = \frac{t_2}{t_1}. \quad (\text{III.67})$$

Методом итерации из (III.67) определяется преезопроводность. Далее из (III.65) вычисляется проводимость пласта

$$km = \frac{Q}{4\pi s_1} \left[-\text{Ei}(-u) + \alpha \text{Ei}\left(-\frac{u}{1-\bar{t}_0}\right) \right]. \quad (\text{III.68})$$

При длительной откачке ($t_0 \geq t - t_0$) первое слагаемое в (III.65) можно считать постоянным и равным изменению напора в конце откачки s_0 .

Тогда вместо (III.66) получим

$$\Delta = \frac{s_1 - s_0}{s_2 - s_0} = \frac{\text{Ei}[-u/(1-\bar{t}_0)]}{\text{Ei}[-u/(t_2 - \bar{t}_0)]}. \quad (\text{III.69})$$

Отсюда находится величина u , затем $a = r^2/4ut_1$ и km по (III.68). Для квазистационарного режима вместо (III.69) будет

$$a = 0,44 \frac{r^2}{t_1} \exp[M(\bar{t}_0, \bar{t}_2, \Delta)], \quad (\text{III.70})$$

где

$$M = \frac{\Delta \ln[0,562(\bar{t}_2 - \bar{t}_0)] - \ln[0,562(1 - \bar{t}_0)]}{\Delta - 1}; \quad \Delta = \frac{s_1 - s_0}{s_2 - s_0}. \quad (\text{III.71})$$

В случае квазистационарного режима фильтрации при восстановлении уровня после откачки ($\alpha = 1$) величина a из (III.65) выпадает. Тогда из (III.65) определяется величина km по формуле

$$km = \frac{Q}{4\pi s} \ln \frac{t}{t - t_0}. \quad (\text{III.72})$$

Формулы (III.65)–(III.72) не учитывают накопление воды в стволе скважины. Вследствие этого в начальный период характер восстановления может быть иным, чем по этим формулам. Влиянием емкости скважины можно пренебречь при условии

$$\frac{\omega s}{Q_0(t - t_0)} \leq 0,05 \quad \text{или} \quad t > \frac{20\omega s}{Q_0} + t_0, \quad (\text{III.73})$$

где ω — площадь скважины; s — изменение уровня к моменту t_0 ; Q_0 — дебит скважины при $t > t_0$.

Более точный критерий для этого приводится в главе VII. Как указывалось, при $Q_0 < 0$ величина s имеет максимум. Соответствующее ему время $t = t_{\max}$ определится из условия

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{Q}{4\pi km} \left\{ \frac{1}{t_{\max}^2} \exp\left(-\frac{r^2}{4at_{\max}}\right) - \frac{\alpha}{(t_{\max} - t_0)^2} \exp\left[-\frac{r^2}{4a(t_{\max} - t_0)}\right] \right\} = 0.$$

Разделив это уравнение на вторую экспоненту и решая его относительно a , получим

$$a = 0,25 \frac{r^2}{t_{\max}} \frac{\bar{t}_0}{1 - \bar{t}_0} \ln^{-1} \left[\frac{\alpha}{(1 - \bar{t}_0)^2} \right]; \quad \bar{t}_0 = \frac{t_0}{t_{\max}}. \quad (\text{III.74})$$

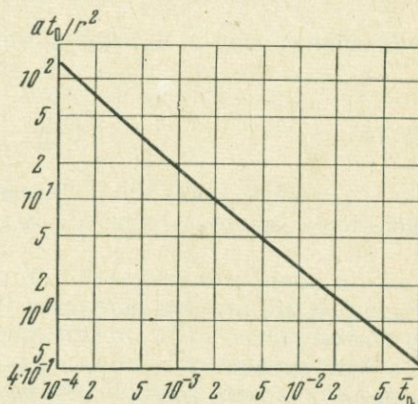


Рис. 24. График $at_0/r^2 = f(\alpha, \bar{t}_p)$

Зная из опыта величины r , α , t_0 и t_{\max} по этой формуле определяют a . При этом всегда должно быть

$$\ln [\alpha / (1 - \bar{t}_0)] > 0 \text{ или } \frac{t_0}{t_{\max}} > 1 - \alpha.$$

На графике (рис. 24) при $\alpha = 1$ приведена зависимость

$$\frac{at_0}{r^2} = f(\alpha, \bar{t}_p) = 0,25 \frac{(1 - \bar{t}_p)^2}{\bar{t}_p (\ln \alpha - 2 \ln \bar{t}_p)}, \quad (\text{III.75})$$

где

$$t_p = t_{\max} - t_0; \quad \bar{t}_p = \frac{t_p}{t_{\max}}. \quad (\text{III.76})$$

По этому графику при известных α и \bar{t}_p находится at_0/r^2 , а затем находится пьезопроводность, т. е.

$$a = \frac{r^2}{t_0} f(\alpha, \bar{t}_p). \quad (\text{III.77})$$

Вычислив a , далее из (III.68) определяется проводимость $T = km$.

ОТКАЧКИ, НАГНЕТАНИЯ И НАЛИВЫ В ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ НЕОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

Под пластом неограниченной мощности следует понимать пласт, у которого мощность m значительно больше длины рабочей части скважины l . В этом случае уравнения для пласта ограниченной мощности оказываются близкими к более простым уравнениям для пласта бесконечно большой мощности, которыми и следует пользоваться для определения фильтрационных характеристик пласта. Водоприемная часть скважин может быть размещена у кровли или внутри пласта, причем кровля может быть проницаемой и непроницаемой. По В. Д. Бабушкину мощность пласта можно считать неограниченной при $l/m \leq 1/3$.

Решение для скважины в пласте неограниченной мощности при стационарном режиме фильтрации было получено Ф. Форхгеймером, а затем М. Маскетом. Для определения проницаемости пород оно впервые применено Н. М. Победоносцевым. Это решение основано на замене скважины реальной цилиндрической формы линейным стоком той же длины с одинаковой по высоте интенсивностью.

Действие скважины в пласте неограниченной мощности при неустановившемся режиме фильтрации рассмотрено Н. Н. Веригиным [37, 39], а в дальнейшем М. Хантушем [95].

Условие перехода от пласта ограниченной мощности к неограниченной выражается следующим образом

$$\frac{at}{m^2} < 0,05 \left(2 - \frac{c+l}{m} - \frac{z}{m} \right)^2, \quad (\text{IV.1})$$

где a — пьезопроводность; m — мощность пласта; l — длина фильтра; c — расстояние от кровли пласта до верха фильтра; z — ордината точки, в которой определяется напор.

Для уравнений, содержащих координату z (без осреднения напора по высоте), фильтры наблюдательных скважин устраиваются короткими и могут быть размещены на любом расстоянии от кровли пласта. При использовании же уравнений, не содержащих координату z (с осреднением напора по высоте), длина и размещение рабочей части скважин по высоте должны быть такими же, как в опытной скважине.

При соблюдении условия (IV.1) на действие скважины влияет только кровля пласта, и понижение уровня находится по формуле

$$s_z = \frac{Q}{8\pi kl} R, \quad (\text{IV.2})$$

где гидравлическое сопротивление R зависит от характера кровли пласта (проницаемый или непроницаемый) и размещения водоприемной части скважины внутри пласта. Ниже приводятся методы определения фильтрационных свойств пластов в зависимости от вышеуказанных факторов.

Приведенные ниже формулы относятся к напорным пластам. В случае безнапорного пласта для определения коэффициентов фильтрации и пьезопроводности используются эти же зависимости, однако величина l находится следующим образом. При затопленной водоприемной части скважины, когда она

размещена внутри пласта, величина l в этих формулах принимается равной полной длине водоприемной части скважины l_0 . При незатопленной водоприемной части скважины, когда она располагается у свободной поверхности потока, величина l в приводимых ниже зависимостях принимается равной

$$l = l_0 - 0,5s_0, \quad (\text{IV.3})$$

где l_0 — погружение водоприемной части скважины ниже естественного (статического) уровня подземных вод.

§ 1. Пласт неограниченной мощности с непроницаемой кровлей

При размещении водоприемной части скважины у кровли пласта гидравлическое сопротивление R определяется по формуле

$$R = M(u, \beta_1) + M(u, \beta_2); \quad (\text{IV.4})$$

$$M(u, \beta) = \int_u^{\infty} \frac{\exp(-y)}{y} \operatorname{erf}(\beta \sqrt{y}) dy, \quad \beta_{1,2} = \frac{l \pm z}{r}, \quad u = \frac{r^2}{4at}. \quad (\text{IV.5})$$

Значения интеграла $M(u, \beta)$ приводятся в работе [95]. Функция $M(u, \beta)$ обладает следующими свойствами

$$M(u, -\beta) = -M(u, \beta), \quad M(u, 0) = 0.$$

С целью получения аппроксимационных формул представим функцию M по (IV.5) в следующем виде

$$M(u, \beta) = I_1 - I_2,$$

где

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-y)}{y} \operatorname{erf}(\beta \sqrt{y}) dy, \quad I_2 = \int_0^u \frac{\exp(-y)}{y} \operatorname{erf}(\beta \sqrt{y}) dy.$$

Интегрирование первого выражения дает

$$I_1 = 2 \operatorname{arsh} \beta.$$

Учитывая, что при $x < 0,4$ с точностью 5% функция $\operatorname{erf} x = 2x/\sqrt{\pi}$, для второго интеграла найдем

$$I_2 = 2\beta \operatorname{erf} \sqrt{u} \approx \frac{4\beta}{\sqrt{\pi}} \sqrt{u}; \quad u \leq 0,16/\beta^2.$$

Таким образом, для интеграла M имеем

$$M(u, \beta) = 2 \left(\operatorname{arsh} \beta - \frac{2\beta}{\sqrt{\pi}} \sqrt{u} \right), \quad u < \frac{0,16}{\beta^2}. \quad (\text{VI.6})$$

Для малых времен, когда $x > 1,4$, с такой же точностью можно положить $\operatorname{erf} x \approx 1$, и тогда функция M будет

$$M = -\operatorname{Ei}(-u), \quad u \gg 2/\beta^2. \quad (\text{IV.7})$$

Подставляя значение M по (IV.6)—(IV.7) в (IV.4) для s , получим:

$$s = \frac{Q}{4\pi kl} \left(\operatorname{arsh} \beta_1 + \operatorname{arsh} \beta_2 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u} \right); \quad \beta_{1,2} = \frac{l \pm z}{r}; \quad (IV.8)$$

$$s = - \frac{Q}{4\pi kl} \operatorname{Ei} \left(\frac{-r^2}{4at} \right). \quad (IV.9)$$

В (IV.9) величина s не зависит от ординаты z (от z зависит только условие применимости (IV.5); гидродинамические параметры (IV.9) находятся по формулам, приведенным в главе III при $m = l$.

При нестационарном режиме фильтрации коэффициент фильтрации k и преезопроводность a находятся по зависимостям

$$k = \frac{Q}{4\pi l s_1} \left(\psi_0 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u_1} \right); \quad a = \frac{r^2}{4u_1 t_1}; \quad (IV.10)$$

$$u_1 = \frac{\pi}{16} \left(\frac{r}{l} \right)^2 \frac{\psi_0^2 (1-s)^2}{(1-s\sqrt{t_0})^2};$$

$$\psi_0 = \operatorname{arsh} \beta_1 + \operatorname{arsh} \beta_2; \quad \bar{s} = \frac{s_1}{s_2}; \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2}, \quad (IV.11)$$

здесь s_1 и s_2 — изменения напора в момент времени t_1 и t_2 . Для контрольной скважины у кровли пласта ($z = 0$) будет $\psi_0 = 2 \operatorname{arsh} l/r$.

Если осреднить напор по высоте скважины, то вместо формулы (IV.8) получим

$$\bar{s} = \frac{Q}{2\pi kl} \left[N \left(\frac{l}{r} \right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u} \right], \quad (IV.12)$$

где

$$N \left(\frac{l}{r} \right) = \operatorname{arsh} \frac{2l}{r} + \frac{r}{2l} - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2l} \right)^2}. \quad (IV.13)$$

Значения $N(l/r)$ по (IV.13) приводятся в табл. 8 и в работе [37].

Таблица 8

\bar{l}	$N(\bar{l})$	\bar{l}	$N(\bar{l})$	\bar{l}	$N(\bar{l})$
0,01	0,01	0,8	0,695	30	3,79
0,05	0,05	1	0,826	50	4,30
0,1	0,099	5	2,09	100	4,99
0,3	0,292	10	2,69	300	6,09
0,5	0,467	20	3,38	500	6,60
				1000	7,29

Эти уравнения применимы при

$$3,5 \left(\frac{l}{m} \right)^2 \leq \frac{at}{m^2} \leq 0,2 \left(1 - \frac{l}{m} \right). \quad (IV.14)$$

Формула (IV.9) при осреднении напора по высоте справедлива при условии

$$\frac{at}{m^2} < 0,3 \left(\frac{l}{m} \right)^2 \quad (IV.14, a)$$

Понижение уровня в опытной скважине определяется по (IV.12) при $r = r_0$. При $l/r > 5$ с ошибкой не более 5% можно положить

$$\operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \approx \ln 2x.$$

Тогда получим

$$s = \frac{Q}{2\pi kl} \left[\ln\left(B \frac{l}{r}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u} + \zeta_c \right]; \quad B = 1,47; \quad u = \frac{r^2}{4at}; \quad (IV.15)$$

где ζ_c — скин-эффект скважины.

В случае $t \rightarrow \infty$, $u = 0$ движение подземных вод приобретает стационарный характер, и тогда уравнения (IV.12) и (IV.15) совпадают с формулами Н. Н. Веригина [37].

Формула, близкая к (IV.15) при $u = 0$, впервые была выведена Ф. Форхгеймером, получившим $B = 2$, и переработана Н. К. Гириным ($B = 1$), В. М. Насбергом, В. Д. Бабушкиным ($B = 1,32$) и Н. Н. Веригиным ($B = 1,47$). Указанные различия коэффициента B вызваны разными способами исключения линейного источника и замены его реальной цилиндрической скважиной. Так, Ф. Форхгеймер принимал напор в скважине, равный напору при действии источника на окружности $r = r_0$, $z = 0$; В. Д. Бабушкин и В. М. Насберг — на окружности $r = r_0$ и $z = 0,75 l$; Н. Н. Веригин осреднял напор по высоте, как это сделано выше.

Величины k и a при нестационарном режиме фильтрации определяются по формулам

$$k = \frac{Q}{2\pi l s_1} \left(N(\bar{l}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u_1} \right), \quad a = \frac{r^2}{4u_1 t}, \quad (IV.16)$$

где u_1 находится по соотношению

$$u_1 = \frac{\pi}{4} N^2(\bar{l}) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \frac{(1-\bar{s})^2}{(1-\bar{s}\sqrt{t_0})^2}; \quad (IV.17)$$

$$N(\bar{l}) = \operatorname{arsh}(2\bar{l}) + \frac{1}{2\bar{l}} - \sqrt{1 + \frac{1}{4\bar{l}^2}}; \quad (IV.18)$$

$$\bar{s} = \frac{s_1}{s_2}; \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2}; \quad \bar{l} = \frac{l}{r}, \quad (IV.19)$$

здесь $s_{1,2}$ — изменения напора в моменты времени $t_{1,2}$.

Значения $N(l)$ определяются по табл. 8 или по графику, приведенному в книге [37].

По двум наблюдательным скважинам параметры пласта находятся по формулам

$$k = \frac{Q}{2\pi l s_2} \left[N(\bar{l}_2) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r_2} \sqrt{u_2} \right]; \quad a = \frac{r_2^2}{4u_2 t}, \quad (IV.20)$$

где u_2 вычисляется по формуле

$$u_2 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{r_2}{l} \right)^2 \frac{[N(\bar{l}_2)\bar{s} - N(\bar{l}_1)]^2}{(1-\bar{s})^2}; \quad (IV.21)$$

$$\bar{s}_0 = \frac{s_1}{s_2}; \quad \bar{l}_{1,2} = \frac{l}{r_{1,2}}, \quad (IV.22)$$

здесь s_1 и s_2 — изменения уровня в наблюдательных скважинах, находящихся на расстояниях $r_{1,2}$ от центральной в момент времени t .

При длительных откачках, когда в (IV.12) можно считать $(2r/l\sqrt{\pi})\sqrt{u} < 0,05 N(l)$, коэффициент фильтрации определяется следующим образом: по наблюдательной скважине

$$k = \frac{Q}{2\pi s_1 l} N\left(\frac{l}{r_1}\right); \quad (\text{IV.23})$$

по двум наблюдательным скважинам

$$k = \frac{Q}{2\pi (s_1 - s_2) l} \left[N\left(\frac{l}{r_1}\right) - N\left(\frac{l}{r_2}\right) \right]. \quad (\text{IV.24})$$

При размещении водоприемной части скважины на расстоянии c от кровли пласта изменение напора подземных вод s определяется по формуле (IV.2).

Сопrotивление R в этом случае определяется по формуле

$$R = M(u, \beta_3) + M(u, \beta_4) - M(u, \beta_5) - M(u, \beta_6), \quad (\text{IV.25})$$

где $M(u, \beta)$ определяется по (IV.5), а β_{3-6} выражаются так

$$\beta_{3,4} = \frac{l+c \pm z}{r}; \quad \beta_{5,6} = \frac{c \pm z}{r}; \quad u = \frac{r^2}{4at} \quad (\text{IV.26})$$

при условии

$$1,5 \frac{(l+c+z)^2}{m^2} < \frac{at}{m^2} < 0,05 \left(2 - \frac{l+c}{m} - \frac{z}{m} \right)^2. \quad (\text{IV.27})$$

Изменение уровня определяется по следующей асимптотической формуле

$$s = \frac{Q}{4\pi k l} \left[\text{arsh } \beta_3 + \text{arsh } \beta_4 - \text{arsh } \beta_5 - \text{arsh } \beta_6 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u} \right]. \quad (\text{IV.28})$$

Записывая это уравнение для двух моментов времени $t = t_{1,2}$, $s = s_{1,2}$, из полученных уравнений находим коэффициент фильтрации и пьезопроводности. Расчетные формулы для них будут идентичны уравнениям (IV.16) при следующем значении функции ψ

$$\psi_1 = \text{arsh } \beta_3 + \text{arsh } \beta_4 - \text{arsh } \beta_5 - \text{arsh } \beta_6. \quad (\text{IV.29})$$

Если фильтр наблюдательной скважины разместить у кровли пласта ($z = 0$), то выражение для ψ_1 будет

$$\psi_1 = 2 \left[\text{arsh} \left(\frac{l+c}{r} \right) - \text{arsh} \left(\frac{c}{r} \right) \right]. \quad (\text{IV.30})$$

Осредним напор по высоте скважины, тогда вместо (IV.28) получим

$$s = \frac{Q}{2\pi k l} \left(N_1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{r} \sqrt{u} \right), \quad (\text{IV.31})$$

где

$$\begin{aligned} N_1(\bar{l}, \bar{c}) = & (\bar{c} + 1) \text{arsh} [2\bar{l}(\bar{c} + 1)] - (2\bar{c} + 1) \text{arsh} [\bar{l}(1 + 2\bar{c})] + \\ & + \bar{c} \text{arsh} (2\bar{l}\bar{c}) - \sqrt{(\bar{c} + 1)^2 + (1/2\bar{l})^2} + \sqrt{(2\bar{c} + 1)^2 + (1/\bar{l})^2} - \\ & - \sqrt{\bar{c}^2 + (1/2\bar{l})^2} + \text{arsh } \bar{l} - \sqrt{1 + (1/\bar{l})^2} + 1/\bar{l}; \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

$$\bar{c} = \frac{c}{l}; \quad \bar{l} = \frac{l}{r}. \quad (\text{IV.33})$$

При $c = 0$ выражение N_1 совпадает с равенством (IV.13). При $c = \infty$ из (IV.32) вытекает (IV.13), если в последнем заменить $2l$ на l . Значения функции N_1 приводятся в табл. 9.

Коэффициенты k и a по (IV.31) находятся посредством решения двух уравнений (IV.31) при $s = s_{1,2}$ и $t = t_{1,2}$. Такое решение приводит к формулам типа (IV.16)–(IV.19), где вместо $N(\bar{l})$ принимается $N_1(\bar{l}, \bar{c})$ по (IV.32).

Анализ решений (IV.31)–(IV.32) и данные табл. 9 показывают, что при $\bar{l} > 10$ и $\bar{c} > 2$ с точностью до 5%, функция $N_1(\bar{l}, \bar{c})$ не зависит от c и выражается по (IV.13). При $\bar{l} > 50, 100, 500$ и 1000 величина N_1 не зависит от \bar{c} соответственно при значениях $\bar{c} > 2,4; 0,5$ и $0,1$ (с той же точностью).

Понижение уровня в центральной скважине s_0 определяется по (IV.31)–(IV.32) при $r = r_0$. Имея в виду, что $l/r_0 > 5$, вместо (IV.31) получим

$$s_0 = \frac{Q}{2\pi kl} \left[\ln \left(0,735 \frac{l}{r_0} \right) + N_2(\bar{c}, \bar{l}) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{Vat} + \zeta_c \right], \quad (\text{IV.34})$$

где ζ_c — скин-эффект, а функция N_2 выразится так:

$$N_2 = \ln \frac{\bar{c}+1}{\bar{c}+0,5} + \bar{c} \ln \frac{(\bar{c}+1)(2\bar{c}\bar{l}_0 + \sqrt{1+4\bar{c}^2\bar{l}_0^2})}{\bar{l}_0(2\bar{c}+1)^2}; \quad \bar{c} = \frac{c}{l}; \quad \bar{l}_0 = \frac{l}{r_0}. \quad (\text{IV.35})$$

В табл. 10 даны значения $N_2(\bar{c}, \bar{l})$. Из ее данных видно, что при $\bar{c} > 10$ величина N_2 практически не зависит от \bar{l} .

При $\bar{c} = \infty$ из (IV.37) получается $N_2 = 0$, а при $\bar{c} = 0$ величина $N_2 = \bar{c} \ln 2$.

Формула (IV.34) используется для определения ζ_c при значениях k и a , найденных по контрольной скважине.

При стационарном режиме в формулах для s принимается $t = \infty$, и тогда по контрольным скважинам из (IV.31) определяется k , а по центральной скважине из (IV.34) находится ζ_c .

Вышеприведенные формулы для N_1 справедливы при условии

$$1,6 \left(\frac{1,5l+c}{m} \right)^2 < \frac{at}{m^2} < 0,2 \left(1 - \frac{l+c}{m} \right) \quad (\text{IV.36})$$

§ 2. Пласт неограниченной мощности с заданным постоянным напором на кровле

При производстве опытно-фильтрационных работ под дном водоемов (рек, водохранилищ и т. п.), а также при определении гидродинамических параметров неводоносных пород методом нагнетания воздуха кровлей пласта будет дно водоема или поверхность земли. Ее можно принимать за горизонтальную плоскость равного напора. При размещении скважины у кровли пласта изменение напора s определяется формулой (IV.2).

При соблюдении указанных выше условий (IV.1) и (IV.6) величина s выражается следующим образом

$$s = \frac{Q}{8\pi km} R(\beta_1, \beta_2, \beta_3); \quad (\text{IV.37})$$

$$R = \psi_2 = 2(\operatorname{arsh} \beta_2 - \operatorname{arsh} \beta_1 + 2 \operatorname{arsh} \beta_3); \quad \beta_{1,2} = \frac{l \pm z}{2}; \quad \beta_3 = \frac{z}{2}. \quad (\text{IV.38})$$

\bar{l}	Значения $N_1(\bar{l}, c)$ при разных c											
	0,01	0,05	0,1	0,5	1,0	2	5	10	50	100	500	1000
0,01	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0099	0,0085	0,0072	0,0055	0,0052
0,05	0,0500	0,0500	0,0499	0,0499	0,0497	0,0492	0,0469	0,0422	0,0299	0,0275	0,0255	0,0252
0,1	0,0997	0,0996	0,0996	0,0990	0,0978	0,0947	0,0836	0,0715	0,0549	0,0524	0,0505	0,0502
0,5	0,4663	0,4630	0,4587	0,4228	0,3848	0,3384	0,2849	0,2689	0,2501	0,2476	0,2456	0,2454
1,0	0,8224	0,8098	0,7943	0,6961	0,6276	0,5658	0,5125	0,4910	0,4721	0,4697	0,4676	0,4674
2,0	1,3061	1,2761	1,2421	1,0775	0,9930	0,9258	0,8711	0,8494	0,8306	0,8281	0,8261	0,8258
5,0	2,0773	2,0206	1,9636	1,7526	1,6621	1,5932	1,5381	1,5165	1,4976	1,4951	1,4932	1,4928
10,0	2,7160	2,6427	2,5763	2,3544	2,2630	2,1939	2,1388	2,1171	2,0982	2,0457	2,0938	2,0934
50,0	4,2737	4,1837	4,1125	3,8867	3,7950	3,7257	3,6706	3,6489	3,6300	3,6276	3,6256	3,6254
100,0	4,9585	4,8672	4,7958	4,5699	4,4782	4,4090	4,3538	4,3321	4,3132	4,3108	4,3088	4,3087
500,0	6,5605	6,4688	6,3973	6,1714	6,0797	6,0104	5,9553	5,9336	5,9147	5,9122	5,9103	5,9101
1000,0	7,2527	7,1610	7,0895	6,8635	6,7718	6,7026	6,6474	6,6257	6,6068	6,6044	6,6024	6,6021

Таблица 10

\bar{l}	Значения $N_2(\bar{l}, c)$ при разных c											
	0,01	0,05	0,1	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	50,0	100,0	500,0	1000,0
5,0	0,6679	0,5831	0,5064	0,2666	0,1724	0,1019	0,0460	0,0241	0,0050	0,0025	0,0005	0,0003
10,0	0,6620	0,5685	0,4933	0,2629	0,1705	0,1010	0,0456	0,0239	0,0050	0,0025	0,0005	0,0003
100,0	0,6514	0,5592	0,4876	0,2616	0,1699	0,1007	0,0455	0,0238	0,0050	0,0025	0,0005	0,0003
1000,0	0,6508	0,5591	0,4876	0,2616	0,1699	0,1007	0,0455	0,0238	0,0050	0,0025	0,0005	0,0003

В (IV.38) время не входит, и потому фильтрация в этом случае является стационарной. Поэтому при проницаемой кровле пласта по асимптотической формуле можно определить только параметр k , а именно,

$$k = \frac{Q\psi_2}{8\pi l s}, \quad (\text{IV.39})$$

где ψ_2 выражается по (IV.38).

Для центральной скважины в этих зависимостях принимается $r = r_0$ и вместо ψ_2 вводится $\psi_2 + \zeta_c$, где ζ_c — суммарный скин-эффект этой скважины.

Если осреднить напор по длине рабочей части скважины, то при соблюдении условий (IV.14) будет

$$s = \frac{Q}{2\pi k l} N_3; \quad k = \frac{Q}{2\pi l s} N_3, \quad (\text{IV.40})$$

где

$$N_3 = 2\text{arsh} \frac{l}{r} - \text{arsh} \frac{2l}{r} - 2\sqrt{1 + (r/l)^2} + \sqrt{1 + (r/2l)^2} + 1,5 \frac{r}{l}. \quad (\text{IV.41})$$

Значения N_3 (l/r) приводятся в табл. 11.

Таблица 11

\bar{l}	N_3	\bar{l}	N_3	\bar{l}	N_3
0,01	—	0,8	0,0690	30	2,4507
0,05	0,0001	1	0,1088	50	2,9394
0,1	0,0001	5	0,8920	100	3,6244
0,3	0,0059	10	1,4482	300	4,7093
0,5	0,0231	20	2,0696	500	5,2176
				1000	5,9093

В случае $l/r > 5$ с точностью до 5% получим

$$N_3 = \ln \left(0,37 \frac{l}{r_0} \right). \quad (\text{IV.42})$$

Коэффициент фильтрации по двум наблюдательным скважинам определяется по (IV.24), путем замены N на N_3 .

Если водопримная часть скважины находится на расстоянии c от кровли пласта, то изменение напора s при соблюдении условий (IV.1) и (IV.6) будет

$$s = \frac{Q}{4\pi k l} \psi_3 \quad \text{или} \quad k = \frac{Q}{4\pi l s} \psi_3, \quad (\text{IV.43})$$

где

$$\psi_3 = \text{arsh} \frac{l+c-z}{r} - \text{arsh} \frac{l+c+z}{r} + \text{arsh} \frac{c-z}{r} - \text{arsh} \frac{c+z}{r}. \quad (\text{IV.44})$$

Для нахождения изменения напора в центральной скважине s_0 в (IV.43) — (IV.44) принимается $r = r_0$ и вместо ψ_3 вводится величина $\psi_3 + \zeta_c$. Осредним изменение напора s по длине рабочей части скважины. Тогда вместо (IV.43) получим

$$s = \frac{Q}{2\pi k l} N_4(\bar{l}, \bar{c}) \quad \text{или} \quad k = \frac{Q}{2\pi l s} N_4, \quad (\text{IV.45})$$

где

$$N_4 = (2\bar{c} + 1) \operatorname{arsh} [\bar{l} (2\bar{c} + 1)] - \\ - (\bar{c} + 1) \operatorname{arsh} [2(\bar{c} + 1)] - \\ - \bar{c} \operatorname{arsh} (2c\bar{l}) + \sqrt{(\bar{c} + 1)^2 + 1/4\bar{l}^2} - \\ - \sqrt{(2\bar{c} + 1)^2 + 1/\bar{l}^2} + \sqrt{c^2 + 1/4\bar{l}^2} + \\ + \operatorname{arsh} \bar{l} + 1/\bar{l} - \sqrt{1 + 1/\bar{l}^2}, \quad (\text{IV.46})$$

здесь $\bar{c} = c/l$; $\bar{l} = l/r$.

Формула (IV.45) применима при соблюдении условий (IV.36). Значения функции N_4 приводятся в табл. 12.

При $l/r \geq 5$ имеем

$$N_4 = \ln (0,735l/r_0) - N_2(l/r), \quad (\text{IV.47})$$

где $N_2(l/r)$ выражается по формуле (IV.35) и приводится в табл. 10.

Из формул (IV.45)–(IV.47) следует, что с уменьшением расстояния от кровли до рабочей части скважины c сопротивление уменьшается от максимального значения $N_4 = \ln (0,735 l/r_0)$ при $c = \infty$, до $N_4 = \ln (0,368 l/r_0)$ при $c = 0$.

Коэффициент фильтрации по двум наблюдательным скважинам определяется по формуле (IV.24), принимая $N = N_4$.

§ 3. Откачки и наливы (нагнетания) в анизотропных водоносных породах

Анизотропными называются породы, коэффициенты фильтрации которых различны в разных направлениях. Однородно-анизотропными являются породы, в которых величины коэффициентов фильтрации в разных направлениях различны, но не изменяются в пределах водоносного пласта.

Для слоистых пород коэффициент фильтрации в направлении вдоль напластования (чаще всего по горизонтали k_r) является наибольшим, а в перпендикулярном направлении (чаще всего по вертикали k_v) — наименьшим (главные оси анизотропии). Исключением являются лёссы и некоторые другие породы.

Таблица 12

l	Значения $N_4(l, c)$ при разных c											
	0,01	0,05	0,1	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	50,0	100	500	1000
0,01	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0015	0,0028	0,0045	0,0048
0,05	0	0	0	0,0001	0,0003	0,0007	0,0031	0,0078	0,0201	0,0225	0,0245	0,0248
0,1	0,0003	0,0010	0,0016	0,00675	0,01055	0,01519	0,0163	0,0285	0,0450	0,0475	0,0495	0,0497
0,5	0,0239	0,0273	0,0316	0,0675	0,1055	0,1519	0,2004	0,2314	0,2402	0,2427	0,2446	0,2449
1,0	0,1119	0,1246	0,1400	0,2383	0,3067	0,3685	0,4218	0,4434	0,4622	0,4647	0,4667	0,4669
2,0	0,3451	0,3754	0,4091	0,5737	0,6582	0,7254	0,7801	0,8018	0,8207	0,8231	0,8254	0,8254
5,0	0,9079	0,9646	1,0216	1,2327	1,3232	1,3920	1,4471	1,4688	1,4877	1,4901	1,4925	1,4925
10,0	1,4704	1,5438	1,6102	1,8320	1,9234	1,9926	2,0477	2,0694	2,0883	2,0907	2,0921	2,0931
50,0	2,9764	3,0664	3,1377	3,3635	3,4552	3,5244	3,5796	3,6013	3,6201	3,6246	3,6248	3,6248
100,0	3,6581	3,7493	3,8208	4,0467	4,1384	4,2076	4,2628	4,2845	4,3033	4,3078	4,3078	4,3079
500,0	5,2590	5,3507	5,4222	5,6481	5,7399	5,8091	5,8642	5,8859	5,9048	5,9073	5,9094	5,9094
1000,0	5,9511	6,0428	6,1143	6,3403	6,4320	6,5012	6,5564	6,5781	6,5970	6,5994	6,6014	6,6017

Отношение наименьшего коэффициента фильтрации однородно-анизотропной породы к наибольшему называется коэффициентом фильтрационной анизотропии σ .

Коэффициенты фильтрации в горизонтальном и вертикальном направлениях для однородно-анизотропной породы определяются по данным кустовой откачки. Куст состоит из центральной скважины, откуда ведется откачка (нагнетание) воды с постоянным расходом и двух контрольных скважин. Водопримемная часть одной из них должна находиться на одном уровне с центральной, а водопримемная часть второй — выше или ниже центральной.

Для скважины с постоянным расходом, работающей дном, имеющим форму полусферы, изменение напора s в любой момент времени находится из решения уравнения (I.28) для анизотропного грунта.

В случае непрерывно действующего источника постоянной интенсивности (рис. 25) имеем

$$s = \frac{Q}{2\pi k_r R \xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{at}} \right); \quad a = \frac{k_r m}{\mu}, \quad (\text{V.48})$$

здесь

$$R = \sqrt{r^2 + \sigma z^2}; \quad r^2 = x^2 + y^2; \quad \sigma = \frac{k_r}{k_b}, \quad (\text{IV.49})$$

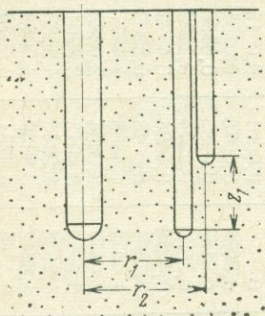


Рис. 25. Схема к расчету скважин с полусферическим дном в анизотропных породах

где k_r и k_b — коэффициенты фильтрации в горизонтальном и вертикальном направлениях; ξ — постоянный коэффициент и зависит от размещения водопримемной части скважины в пласте. При размещении ее у кровли пласта $\xi = 1$, а при расположении внутри пласта, когда можно пренебречь влиянием кровли, $\xi = 2$.

Принимая (IV.48) для первой контрольной скважины $z = 0$, $t = t_{1,2}$ и $s = s_{1,2}$ и исключая из полученных двух уравнений k_r , получим

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\operatorname{erfc}(v_1)}{\operatorname{erfc}(v_2)}; \quad v_{1,2} = \frac{R_1}{2\sqrt{at_{1,2}}}, \quad (\text{IV.50})$$

где R_1 — расстояние от центральной до наблюдательной скважины.

Методом подбора из (IV.50) находится коэффициент пьезопроводности a и затем из (IV.48) k_r , т. е.

$$k_r = \frac{Q}{2\pi \xi s_1 R_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{R_1}{2\sqrt{at_1}} \right). \quad (\text{IV.51})$$

Для определения параметра σ используем данные об изменении уровня воды во второй наблюдательной скважине, где $z = z_2$, $r = r_2$ и $s = s_3$. Вводя эти значения в (IV.48), получим

$$s_3 = \frac{Q}{2\pi k_r \xi \sqrt{r_2^2 + \sigma z_2^2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{r_2^2 + \sigma z_2^2}}{2\sqrt{at_3}} \right), \quad (\text{IV.52})$$

где z_2 — расстояние (по вертикали) от центра центральной скважины до центра второй контрольной скважины, s_3 — понижение в момент времени t_3 (время t_3 может быть равно t_1 или t_2).

Приближенно параметр σ можно определить следующим образом. Для малых аргументов при $x < 0,4$ с точностью до 5% имеем $\operatorname{erfc} x = 2x/\sqrt{\pi}$. Под-

ставляя это выражение в (IV.52) и решая последнее относительно σ , найдем

$$\sigma = \frac{1}{\left(\frac{2\pi k\xi z_2 s_3}{Q} + \frac{z_2}{\sqrt{\pi a t_3}}\right)^2} - \left(\frac{r_2}{z_2}\right)^2. \quad (\text{IV.53})$$

Если откачка производится из скважины с коротким фильтром длиной l_0 и радиусом r_0 , то переход от цилиндрической скважины к сферическому источнику осуществляется посредством введения приведенного радиуса r_s , определяемого из условия равенства боковой поверхности цилиндра и сферы и выражается так

$$r_s = \sqrt{\frac{1}{2\xi} (2r_0 l_0 + \chi r_0^2)}, \quad (\text{IV.54})$$

где r_s — радиус сферической скважины.

Если в цилиндрическую скважину жидкость поступает как через боковую поверхность, так и через дно, то в (IV.54) принимается $\chi = 1$. Если же в скважину жидкость поступает только через боковую поверхность, то в (IV.54) принимается $\chi = 0$.

Методы определения параметров анизотропных пород изложены также в работах [6, 45, 46, 87].

НАГНЕТАНИЯ И НАЛИВЫ В СКВАЖИНЫ В НЕВОДОНОСНЫХ ПОРОДАХ

При относительно больших мощностях неводоносных пород (примерно для $m > 5-10$ м) опытные нагнетания и наливы целесообразно проводить в несовершенную скважину (рис. 26), размещенную внутри исследуемого пласта или у его водоупорной кровли (подошвы).

В этих случаях необходимо, чтобы напор, измеряемый от верха рабочей части скважины, в 10—12 раз превышал радиус зоны насыщения породы водой.

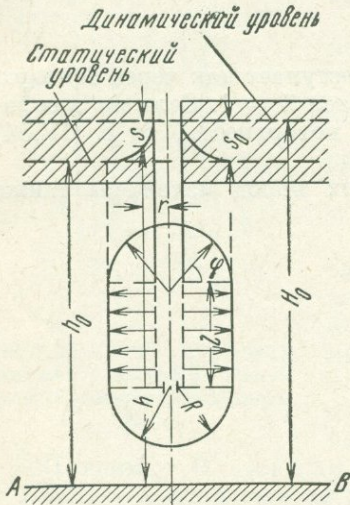


Рис. 26. Схема к расчету фильтрационного потока при наливах в несовершенную скважину в неводоносных породах

Это позволит при определении параметров пренебречь силами тяжести, а также капиллярными силами, и учитывать лишь силы давления и сопротивления движению. В соответствии с этим здесь принимается модель жесткого режима фильтрации без учета силы тяжести. Упругий режим фильтрации без учета силы тяжести рассматривается отдельно. При таких допущениях мы получим задачу, принципиально аналогичную плановой задаче Л. С. Лейбензона, точное решение которой остается весьма сложным. Поэтому воспользуемся приближенным ее решением, основанным на предположении, что изотропные породы можно рассматривать как предельно-анизотропные, имеющие весьма большую проницаемость вдоль поверхностей равного напора (давления).

Форму этих поверхностей у несовершенной скважины будем считать заданной и представляющей собой комбинацию боковой поверхности цилиндра и двух полусфер (см. рис. 26). Область насыщения породы водой ограничивается из этих поверхностей с радиусом R . При

этом для принятой схемы предельно-анизотропной породы вдоль поверхностей полусфер проницаемость $k_\varphi = \infty$ и $\partial h / \partial \varphi = 0$, а для цилиндра вдоль его боковой поверхности $k_\varphi = \infty$ и $\partial h / \partial z = 0$. Ввиду этого градиент фильтрации по нормали к этим поверхностям $\partial h / \partial r$ для каждой из них будет одинаковым и зависящим только от времени t .

Фильтрация из скважин происходит по радиальным прямым, но рмальным к выделенным поверхностям. Эти прямые являются одновременно линиями тока и траекториями течения. Прямые, выходящие из верхнего и нижнего концов опытного интервала, представляют собой радиусы полусфер с центрами на этих концах, а прямые, отходящие от боковой поверхности рабочей части скважины, представляют собой радиусы цилиндра, ось которого совпадает с осью скважины (ордината z). Поверхности полусфер и боковая поверхность цилиндра являются одновременно поверхностями равного напора, давления и отмеченных частиц. При нагнетании (наливе) крайняя внешняя изобара, ограничивающая область водонасыщения, удаляется от скважины, а область водонасыщения увеличивается. Если скважина примыкает к малопроницаемым породам кровли или подошвы пласта, то одна из полусфер будет отсутствовать.

Исходные дифференциальные уравнения, описывающие фильтрацию при нагнетании воды в неводоносную породу, будут иметь вид [29]

$$Q = -2\pi rk(r\xi + l) \frac{dh}{dr}; \quad (V.1)$$

$$Q = 2\pi rn_0(r\xi + l) \frac{dr}{dt}, \quad (V.2)$$

где Q — расход нагнетаемой воды; h — напор в сечении потока радиусом r в момент времени t (при $r = r_0$ напор $h = s_0 + 0,5l$, при $r = R(t)$ напор $h = 0$); l — длина опытного интервала воды в скважине (ее рабочей части) над верхом опытного интервала; s — повышение уровня (напора); r_0 — радиус скважины; ξ — коэффициент, зависящий от числа полусфер (в случае при-
мыкания к подошве или кровле пласта $\xi = 1$, а при расположении его внутри пласта $\xi = 2$); n_0 — пористость породы; R — радиус проникновения воды в грунт; r_0 — радиус скважины.

При производстве нагнетаний с постоянным напором сначала интегрируется уравнение (V.1), затем полученное значение $Q(R)$ подставляется в равенство (V.2) и производится интегрирование последнего при $s = \text{const}$.

В результате получаются два уравнения, в которые входят $R(t)$, $Q(t)$, t и постоянные величины k , n_0 , r_0 , l , s .

При нагнетаниях с постоянным расходом $Q = \text{const}$ уравнения (V.1) и (V.2) интегрируются независимо друг от друга.

В результате получаются два уравнения, в которые входят время t , радиус растекания $R(t)$, напор в скважине $s(t)$, а также постоянные величины k , n_0 , r_0 , l , Q .

Ниже приводятся расчетные зависимости для обоих этих случаев, позволяющие определить по данным нагнетания (налива) параметры k и n_0 . В обоих случаях предусматривается устройство одной контрольной (наблюдательной) скважины, находящейся на расстоянии r_1 от центральной. Эта скважина должна буриться на ту же глубину, что и центральная.

§ 1. Нагнетания и наливы с постоянным напором

Для определения k и n_0 должны быть известны расходы нагнетания в опытную скважину Q_1 и Q_2 ($Q_1 > Q_2$) в моменты времени t_1 и t_2 ($t_2 > t_1$). Кроме того, задаются длина рабочей части скважины l и радиус ее водопримной части r_0 , а также напор в ней $s = \text{const}$. По этим данным находится R_1 к моменту времени t_1 .

В результате интегрирования уравнения (V.1) в пределах для h от $s + 0,5l$ до 0 и для r — от R до r_0 получим:

$$Q = \frac{2\pi lk(s_0 + 0,5l)}{v(R)}; \quad (V.3)$$

$$v = \ln \frac{1 + \gamma}{1 + \gamma \frac{r_0}{R}}; \quad \gamma = \frac{l}{\xi r_0}. \quad (V.4)$$

Затем, подставив в (V.2) значение Q из (V.3) и интегрируя (V.2) в пределах от R , t до r_0 и 0, будем иметь:

$$Q(R) = \frac{2\pi n_0 \xi r_0^3}{t} \cdot \frac{u(\eta)}{v(\eta)}, \quad (V.5)$$

где

$$u(\eta, \gamma) = \left[\eta^2 \left(\frac{\eta}{3} + \frac{\gamma}{2} \right) - \frac{1}{6} \gamma^3 \right] v(\eta) - \frac{\gamma}{6} [\eta(\eta + \gamma) - (1 + \gamma) - \gamma^2 \ln \eta] - \frac{1}{6} (\eta^3 - 1) \ln(1 + \gamma); \quad \eta = \frac{R}{r_0}. \quad (\text{V.6})$$

Принимая в (V.3) и (V.5) $Q = Q_{1,2}$ и $R = R_{1,2}$, находим R_1, R_2 и параметры k и n_0 .

Разделив уравнения (V.3) при $R = R_{1,2}$ друг на друга, найдем

$$\alpha = \frac{v(\eta_1)}{v(\eta_2)}; \quad \alpha = \frac{Q_2}{Q_1}; \quad \eta_{1,2} = \frac{R_{1,2}}{r_0}, \quad (\text{V.7})$$

где v выражается по (V.4).

Решая первое из уравнений (V.7) относительно R_2 , получим

$$\frac{R_2}{r_0} = \frac{\gamma \exp [v(\eta_1/\alpha)]}{1 + \gamma - \exp [v(\eta_1/\alpha)]}. \quad (\text{V.8})$$

Полагая в (V.5) $Q = Q_{1,2}$, $t = t_{1,2}$, разделив первое из этих уравнений на второе и подставив туда значение α из (V.7), будем иметь:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{u(\eta_1)}{u(\eta_2)}. \quad (\text{V.9})$$

При разных $\eta_1 = R_1/r_0$, α и γ нами по уравнению (V.8) вычислены величины $\eta_2 = R_2/r_0$, а по выражению (V.9) — значения t_1/t_2 .

Результаты этих вычислений представлены на графиках $R_1/r_0 = f(t_1/t_2, \alpha, \gamma)$ (рис. 27).

Кроме того, по (V.4) и (V.6) вычислены функции $v(\gamma, \eta)$, $u(\gamma, \eta)$, представленные на графиках (рис. 28 и 29).

Для определения по данным нагнетания или налива параметров k и n_0 сначала находят γ, α из (V.4) и (V.7). Затем по графику (см. рис. 28) определяют ориентировочное значение R_1/r_0 , по уравнениям (V.4) и (V.8) подсчитывают $v(\eta_1)$ (см. рис. 29) и R_2 , а по формуле (V.6) определяют $u(\eta_1)$ и $u(\eta_2)$. Подставляя полученные значения $u(\eta_{1,2})$ в (V.9), находят величину t_1/t_2 . Если эта величина заметно отличается от полученной из опыта, то принимают значение η_1 несколько большее и несколько меньшее того, которое было найдено по графику, и снова находят $v(\eta_1)$ по (V.4), R_2 по (V.8), $u(\eta_{1,2})$ по (V.6) и t_1/t_2 по (V.9). После этого по трем значениям t_1/t_2 строится график $t_1/t_2 = f(R_1/r_0)$ и из него находится значение R_1/r_0 , соответствующее наблюдаемой величине t_1/t_2 .

По найденной таким образом величине R_1/r_0 из формул (V.4) и (V.6) определяют $v(\eta_1)$ и $u(\eta_1)$.

Далее производится расчет фильтрационных характеристик k и n_0 по уравнениям (V.3) и (V.5), т. е.

$$k = \frac{Q(R_1) v(\eta_1)}{2\pi(s + 0,5l)l}; \quad (\text{V.10})$$

$$n_0 = \frac{Q(R_1) t_1}{2\pi \xi r_0^3} \frac{v(\eta_1)}{u(\eta_1)}. \quad (\text{V.11})$$

Для упрощения расчетов можно пользоваться графиками $v(\eta)$ и $u(\eta_1)$. При наличии наблюдательной скважины для определения k и n_0 нет необхо-

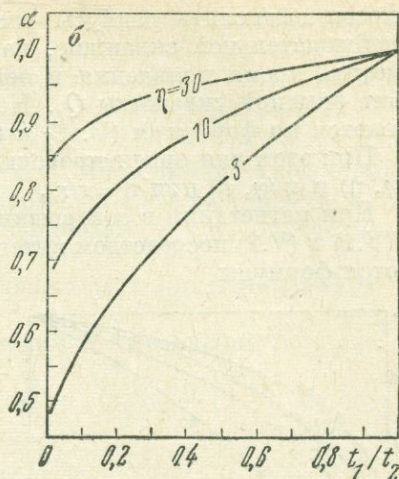
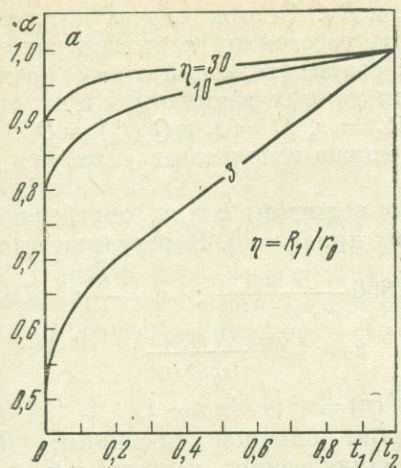


Рис. 27. График для определения радиуса растекания воды R_1 при нагнетаниях в несовершенную скважину с постоянным напором на забое

а — при $\gamma = 5$; б — при $\gamma = 30$; в — при $\gamma = 100$

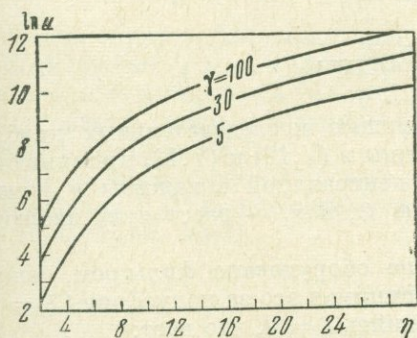
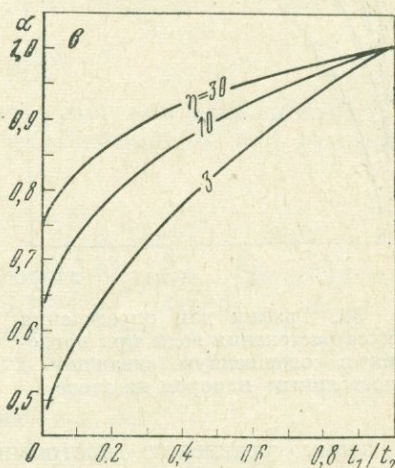


Рис. 28. График функции u для расчета нагнетания в несовершенную скважину при постоянном напоре на забое

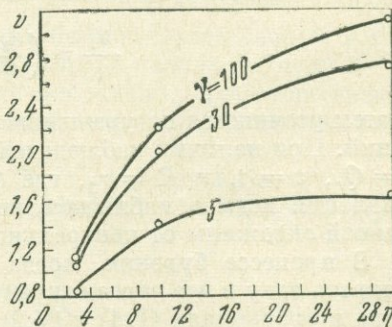


Рис. 29. Кривые зависимости $v = f(\eta, \gamma)$

димости вычислять радиусы растекания R_1 и R_2 . В этом случае достаточно в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии r от центральной, отметить время появления в ней воды t_r и соответствующий этому времени дебит опытной скважины Q_r . На основе этих данных величины k и n_0 определяются по формулам (V.10) и (V.11) при $R_1 = r$, $t_1 = t_r$ и $Q(t_1) = Q_r$.

При этом для ориентировочного расчета можно использовать графики для v (γ , η) и u (γ , η) при $\eta = r/r_0$.

При нагнетании в совершенную скважину величины k и n_0 определяются из (V.1) и (V.2) посредством интегрирования их при $\xi = 0$. В результате получаются формулы

$$k = 0,366 \frac{Q \lg \eta}{l (s_0 + 0,5l)}; \quad \eta = \frac{R}{r_0}; \quad (V.12)$$

$$n_0 = 1,47 \frac{Qt \lg \eta}{lr_0^2 M(\eta)};$$

$$M(\eta) = \eta^2 (4,6 \lg \eta - 1) + 1, \quad (V.13)$$

где Q — дебит опытной скважины; R — радиус проникновения нагнетаемой воды в неводоносную породу.

Принимая в (V.12) и (V.13) $R = R_{1,2}$ и $Q = Q_{1,2}$, получим четыре уравнения с неизвестными k , n_0 и $R_{1,2}$.

Приравнявая k по (V.12) при $R = R_{1,2}$, имеем:

$$\lg \eta_2 = \frac{\lg \eta_1}{\alpha}; \quad \eta_{1,2} = \frac{R_{1,2}}{r_0}; \quad \alpha = \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (V.14)$$

Приравнявая по n_0 (V.13) при $t = t_{1,2}$, получим

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{M(\eta_1)}{M(\eta_2)} = \frac{\eta_1^2 (2 \ln \eta_1 - 1) + 1}{\eta_1^2 (P \ln \eta_1 - 1) + 1}; \quad \left(P = \frac{2}{\alpha}\right). \quad (V.15)$$

Рис. 30. График для определения радиуса растекания воды при нагнетании в совершенную скважину с постоянным напором на забое

По этому уравнению построены кривые $\alpha = f(\eta, t_1/t_2)$ (рис. 30).

В соответствии с этим радиус R_1 находится сначала приближенно по этим кривым или из формулы

$$\frac{R_1}{r_0} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^\beta; \quad \beta = 0,5 \frac{\alpha}{1-\alpha},$$

а затем уточняется по уравнению (V.15) с помощью последовательных приближений. При наличии наблюдательной скважины в (V.12) и (V.13) принимаются $Q = Q_r$, $t = t_r$ и $R = r_1$, где Q_r — дебит центральной скважины в момент появления воды в наблюдательной скважине t_r , а r_1 — расстояние наблюдательной скважины от центральной.

В процессе бурения, когда скважина не оборудована фильтром, можно наливать воду в нее через открытый забой, принимая его за полусферу ($\xi = 1$). Тогда в уравнениях (V.1) и (V.2) следует принять $l = 0$, что дает:

$$k = \frac{Q_1}{2\pi r_0 (s_0 + h_k)} \left(1 - \frac{1}{\eta_1}\right); \quad n_0 = \frac{6}{r^2} k t_1 (s_0 + h_k) \frac{1}{2\eta_1^3 - 3\eta_1^2 + 1}, \quad (V.16)$$

где η_1 при заданных $Q_0 = Q_1/Q_2$ и $t_0 = t_1/t_2$ находится из следующего трансцендентного уравнения

$$\eta_1 = \frac{1}{1-Q_0} \sqrt[3]{\frac{2\eta_1^3 - 3\eta_1^2 + 1}{(3Q_0 - 1)\eta_1^3 - 3Q_0\eta_1^2 + [\eta_1 - Q_0(\eta_1 - 1)^3]}} t_0.$$

В уравнениях для k и n_0 (V.10)–(V.13) и (V.16) величина h_k принимается приближенно. С целью ее уточнения в этих формулах следует принять: $t_1 = t_3$; $\eta_1 = \eta_3 = R_3/r_0$; $Q_0 = Q_1/Q_3$ и по ранее найденным k и n_0 определить η_3 , а затем по уравнению для k или n_0 найти h_k .

Приближенно величины k и n_0 для скважины с полусферическим дном можно определить следующим образом.

По способу последовательных приближений из уравнений

$$\eta_2 = \frac{1}{1-Q_0(1-1/\eta_1)}; \quad \eta_1 = \frac{R_1}{r_0}; \quad Q_0 = \frac{Q_1}{Q_2};$$

$$t_0 = \frac{B_1(\eta_1)}{B_2(\eta_2)}, \quad \eta_2 = \frac{R_2}{r_0},$$

где

$$B_1(\eta) = \frac{1}{3}(\eta^3 - 1) - \frac{1}{2}(\eta^2 - 1),$$

определяются параметры η_1 и η_2 . В последнем уравнении зависимости $B_1(\eta_1)$ и $B_2(\eta_2)$ определяются при $\eta = \eta_1$ и $\eta = \eta_2$. Значения $B_1(\eta_1)$ приводятся ниже.

η	1	3	5	7	10	15	20	25
$B(\eta)$	0	4,67	29,3	90	284	1011	2467	4896

Расчет по этим формулам ведется следующим образом. Принимая значение η_1 произвольным, но так, чтобы $1/\eta_1 > 1-1/Q_0$, находят η_2 из первого уравнения и вычисляют t_0 по второму уравнению. Повторяя то же самое при другом значении $1/\eta_1 > 1-1/Q_0$, определяют второе значение t_0 . Затем на кривой $t_0 = f(\eta_1)$ находят значение η_1 , соответствующее действительной величине t_0 . Полученное значение η_1 повторяют еще раз.

Зная η_1 , можно определить величины k и n_0 по (V.16).

§ 2. Нагнетания и наливы с постоянным расходом

Для определения параметров k и n_0 должны быть известны напоры в опытной скважине s_1 и s_2 в моменты времени t_1 и t_2 после начала нагнетания (напоры s_1 и s_2 измеряются от верха рабочей части скважины). Кроме того, должны быть заданы длина l и радиус r_0 рабочей части скважины, а также расход нагнетания $Q = \text{const}$.

В результате интегрирования уравнения (V.4) получаем выражение (V.3). Подставляя в (V.2) значение s_0 из (V.3) и интегрируя (V.2) в пределах от R , t до r_0 , 0, будем иметь

$$Q = \frac{\pi n_0 \xi r_0^3}{t} u(\eta); \quad \eta = \frac{R}{r_0}, \quad (\text{V.17})$$

где R — радиус проникновения воды в породу в момент времени t , а функция $u(\eta)$ выражается так:

$$u = \frac{2}{3}(\eta^3 - 1) + \gamma(\eta^2 - 1); \quad \gamma = \frac{l}{\xi r_0}. \quad (\text{V.18})$$

Примем в (V.3) и (V.17) $s_0 = s_{1,2}$, $R = R_{1,2}$ и $t = t_{1,2}$, где $s_{1,2}$ — повышения в моменты времени $t_{1,2}$; $R_{1,2}$ — радиусы проникновения воды в породу в те же моменты времени.

Решим далее полученные четыре уравнения относительно $R_{1,2}$, k и n_0 . Приравнявая значения Q по (V.3) и (V.17) при $s_0 = s_{1,2}$, $t = t_{1,2}$, $R = R_{1,2}$, как и ранее, получим:

$$\alpha = \frac{v(\eta_1)}{v(\eta_2)}; \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{u(\eta_1, \gamma)}{u(\eta_2, \gamma)}; \quad \alpha = \frac{s_1 + 0.5l + h_k}{s_2 + 0.5l + h_k}, \quad (\text{V.19})$$

где v выражается по (V.4), а u — по (V.18).

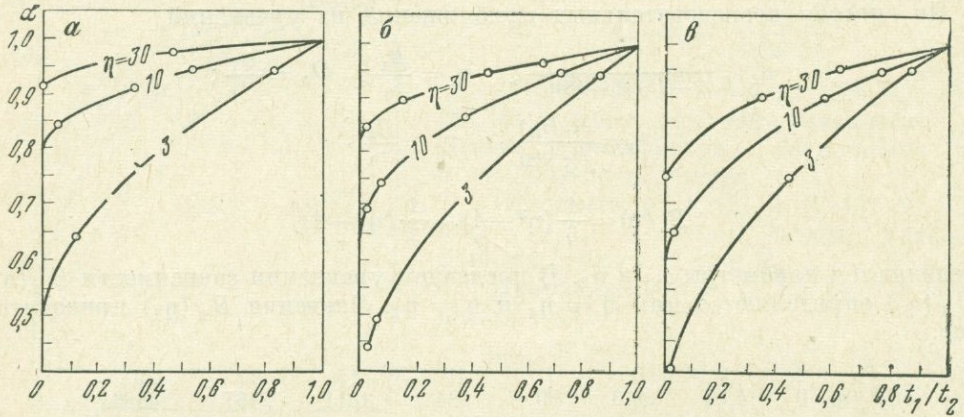


Рис. 31. График для определения радиуса растекания воды при нагнетании в несовершенную скважину с постоянным дебитом

а — при $\gamma = 5$; б — при $\gamma = 30$; в — при $\gamma = 100$

При разных значениях α , γ и η_1 нами вычислены $\eta_2(\gamma, \alpha, \eta_1)$ по (V.8), $v(\gamma, \eta_{1,2})$ по (V.4), $u(\gamma, \eta_{1,2})$ по (V.18), t_1/t_2 по (V.19) и построены графики $\alpha = f(t_1/t_2, \gamma, \eta_1)$ (рис. 31), а также кривые $u(\gamma, \eta)$ и $v(\gamma, \eta)$ (рис. 32). Для определения параметров k и n_0 сначала вычисляют γ и α по (V.18) и (V.19), затем находят ориентировочное значение $\eta_1 = R_1/r_0$ по графику $\alpha = f(t_1/t_2, \gamma, \eta_1)$, подсчитывают η_2 по (V.8), находят $u(\gamma, \eta_{1,2})$ по графикам и подставляют их значения во второе равенство (V.19).

Если найденная по (V.19) величина t_1/t_2 заметно отличается от наблюдаемой в опыте, то принимают еще два значения η_1 , меньшее и большее η_1 по графику и для них подсчитывают η_2 по (V.8), $u(\gamma, \eta_{1,2})$ по (V.18) и t_1/t_2 по второму равенству (V.19).

По кривой $t_1/t_2 = f(\eta_1)$ при известном из опыта значении t_1/t_2 определяют η_1 и соответствующие ему величины $v(\gamma, \eta_1)$ и $u(\gamma, \eta_1)$.

Далее по найденным таким образом величинам v и u определяем величины k и n_0 :

$$k = \frac{Qv(\eta_1)}{2\pi l(s_1 + 0.5l)}; \quad (\text{V.20})$$

$$n_0 = \frac{Qt_1}{\pi \xi r_0^2 u(\eta_1)}. \quad (\text{V.21})$$

При наличии наблюдательной скважины в ней отмечается время t_r , в течение которого вода фильтруется от опытной скважины до наблюдательной, находящейся от нее на расстоянии r_1 . Для этого же момента времени t_r фиксируется напор в опытной скважине. Подставляя в формулы (V.20) и (V.21) $t_1 = t_r$ и $\eta_1 = r_1/r_0$, находим k и n_0 .

Величины u и v можно также определить по графикам (см. рис. 29, 32), принимая в них $R_1 = r_1$, $t = t_r$.

При нагнетании в совершенную скважину в уравнениях (V.1) и (V.2) коэффициент $\xi = 0$.

Интегрирование уравнений (V.7) и (V.2) при $Q = \text{const}$ приводит к соотношениям:

$$Q = \frac{2\pi k l (s_0 + 0.5l)}{\ln \frac{R}{r_0}}; \quad l = m; \quad (\text{V.22})$$

$$R = \sqrt{\frac{Qt}{\pi l n_0} - r_0^2} \approx \sqrt{\frac{Qt}{\pi l n_0}}, \quad (\text{V.23})$$

где m — мощность слоя грунта. При $s_0 = s_{1,2}$, $t = t_{1,2}$, $R = R_{1,2}$ получены четыре уравнения для определения $R_{1,2}$, k и n_0 , а именно:

$$n_0 = \frac{Qt_1}{\pi l r_0^2} \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^{\alpha_1}; \quad \alpha_1 = \frac{s_1 + 0.5l}{s_2 - s_1}; \quad (\text{V.24})$$

$$k = \frac{Q \ln \frac{R_1}{r_0}}{2\pi (s_1 + 0.5l) l} = \frac{Q \ln \frac{R_2}{r_0}}{2\pi (s_2 + 0.5l) l}, \quad (\text{V.25})$$

где

$$R_{1,2} \approx \sqrt{\frac{Qt_{1,2}}{\pi l n_0}}. \quad (\text{V.26})$$

При наличии наблюдательной скважины, фиксирующей время появления в ней воды t_r , величины n_0 и k определяются из формул, вытекающих из (V.21) и (V.23), т. е.

$$k = \frac{Q \ln (r_1/r_0)}{2\pi (s_r + 0.5l) l}; \quad n_0 = \frac{Qt_r}{\pi l (r^2 - r_0^2)}. \quad (\text{V.27})$$

При наливах в процессе бурения следует рассматривать скважину с полусферическим дном. В этом случае в (V.1) и (V.2) $l = 0$ и $\xi = 1$.

Тогда для определения k и n_0 будем иметь следующее равенство:

$$k = \frac{Q (\eta_1 - 1)}{2\pi r_0 (s_1 + h_k) \eta_1}; \quad n_0 = \frac{3}{2\pi} \frac{Qt_1}{\pi r_0^3} \cdot \frac{\eta_1^3}{\eta_1^3 - 1}, \quad (\text{V.27a})$$

где η_1 находится из следующего трансцендентного уравнения

$$\eta_1 = \frac{\sqrt[3]{(1-t_0) [\eta_1 - \alpha (\eta_1 - 1)]^3 + \eta_1^3 t_0}}{\eta_1 - \alpha (\eta_1 - 1)}; \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2}, \quad \alpha = \frac{s_2 + h_k}{s_1 + h_k}, \quad \eta_1 = \frac{R_1}{r_0},$$

откуда при известных t_0 и α величина η_1 находится методом итерации.

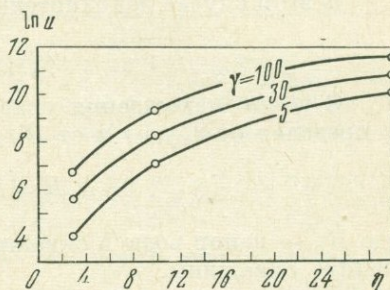


Рис 32. График функции u для расчета нагнетания в несовершенную скважину при постоянном расходе

Величина h_k в (V.20)—(V.21), (V.27) и (V.27a) принимается приближенно. Для уточнения ее следует в этих формулах ввести в расчет значения $t = t_3$, $R = R_3$ и $s = s_3$ и при ранее найденных k и n_0 определять η_3 , а затем по уравнению для k или n_0 найти h_k .

Если значение величины h_k отличается от значения ее, принятого вначале, то расчет повторяется до приемлемой близости предыдущего и последующего значений h_k .

Параметр η_1 приближенно можно определить по формуле

$$\eta_1 \approx \frac{\alpha - \sqrt[3]{t_0}}{\alpha - 1}; \quad 1 < \alpha < \frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}.$$

Далее коэффициент фильтрации и активная пористость находятся по формулам (V.27a).

§ 3. Свободное падение уровня воды в скважине после мгновенного налива

В этом случае дополнительно к уравнениям (V.1) и (V.2) имеем:

$$Q = -\pi r_0^2 \frac{dH}{dt}. \quad (V.28)$$

С целью нахождения уравнения депрессионной кривой интегрируем (V.1) в пределах от r_0 до r и от H_0 до H . В результате получим:

$$H = H_0 - \frac{Q}{2\pi k \xi l} \ln \frac{r(l+r_0)}{r_0(l+r)}, \quad (V.29)$$

где H_0 — напор воды в скважине после мгновенного налива (при $t = 0$); r_0 — радиус скважины.

Для границы раздела жидкость — газ в (V.29) принимаем $r = R$, $H = -h_k$

$$H_0 + h_k = \frac{Q}{2\pi k \xi l} \ln \frac{R(l+r_0)}{r_0(l+R)}. \quad (V.30)$$

Из (V.30) определяем дебит скважины

$$Q = \frac{2\pi k \xi l (H_0 + h_k)}{\ln \frac{R(l+r_0)}{r_0(l+R)}}. \quad (V.31)$$

Вводя значение Q по (V.31) в уравнение кривой депрессии (V.29), получим:

$$H = H_0 - (H_0 + h_k) \frac{1}{\ln \frac{R(l+r_0)}{r_0(l+R)}} \ln \frac{r(l+r_0)}{r_0(l+r)}. \quad (V.32)$$

Изменение напора в скважине определяется интегрированием (V.28) в пределах от r_0 до R и от H_0 до H . Принимая затем Q по (V.2), имеем:

$$H_0 = \frac{1}{3} r_0 \xi n_0 \left[(3lR^2 + 2R^3) \frac{1}{r_0^3} - \frac{1}{r_0} (3l + 2) \right] - h_k. \quad (V.33)$$

С учетом (V.33) уравнение (V.32) примет вид:

$$H = -h_k + \frac{1}{3} r_0 \xi n_0 (3\bar{l}\bar{R}^2 + 2\bar{R}^3 - 3\bar{l} - 2) \left[1 - \frac{1}{\ln \frac{\bar{R}(\bar{l}+1)}{\bar{l}+\bar{R}}} \ln \frac{\bar{r}(\bar{l}+1)}{\bar{l}+\bar{r}} \right], \quad (V.34)$$

где

$$\bar{l} = \frac{l}{r_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_0},$$

$$\bar{R} = \frac{R}{r_0}. \quad (V.35)$$

Для нахождения закона движения контура смачивания (граница раздела жидкость — газ) используем кинематическое условие

$$n_0 \frac{dR}{dt} = -k \frac{\partial H(R)}{\partial r}. \quad (V.36)$$

Определив из (V.32) $\partial H(R)/\partial r$, введя его в (V.36) и интегрируя в пределах от 0 до t и от r_0 до R , найдем

$$\frac{k\xi t}{3r_0^2} = J(\bar{l}, \bar{R}), \quad (V.37)$$

где

$$J(\bar{l}, \bar{R}) = \int_1^{\bar{R}} \frac{u(\bar{l}+u) \ln \frac{u(\bar{l}+1)}{\bar{l}+u}}{2u^3 + 3\bar{l}u^2 - (3\bar{l}+2)} du, \quad (V.38)$$

Значения интеграла $J(\bar{l}, \bar{R})$ приведены в табл. 13. Для определения фильтрационных параметров n_0 и k примем в (V.33) для двух моментов времени $t = t_{1,2}$ напоры $H_0 = H_{01, 02}$ и $R = R_{1, 2}$; разделив второе уравнение на первое, получим:

$$2\bar{R}_2^3 + 3\bar{l}\bar{R}_2^2 - A = 0, \quad (V.39)$$

где

$$A = \alpha \left(2\bar{R}_1^3 + 3\bar{l}\bar{R}_1^2 - 3\bar{l} - 2 \right) + 3\bar{l} + 2; \quad \alpha = \frac{H_{02} + h_k}{H_{01} + h_k} \quad (V.40)$$

Таблица 13

7	Значения $J(\bar{l}, \bar{R})$ при разных \bar{R}										
	1,5	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18
4,0	0,01	0,033	0,089	0,144	0,237	0,312	0,374	0,427	0,473	0,514	0,550
2,0	0,013	0,042	0,116	0,190	0,321	0,430	0,521	0,599	0,668	0,730	0,785
3,0	0,014	0,046	0,129	0,213	0,364	0,491	0,599	0,693	0,776	0,850	0,917
4,0	0,015	0,049	0,136	0,226	0,389	0,527	0,647	0,751	0,843	0,926	1,001
6,0	0,016	0,051	0,144	0,240	0,417	0,569	0,701	0,818	0,921	1,015	1,101
8,0	0,016	0,053	0,148	0,248	0,432	0,592	0,731	0,855	0,965	1,066	1,157
10,0	0,016	0,053	0,150	0,252	0,441	0,605	0,750	0,872	0,993	1,097	1,193
12,0	0,016	0,054	0,152	0,255	0,447	0,615	0,762	0,893	1,011	1,119	1,218
15,0	0,017	0,055	0,154	0,258	0,453	0,624	0,775	0,909	1,030	1,141	1,243
20,0	0,017	0,055	0,156	0,262	0,459	0,633	0,787	0,924	1,048	1,162	1,267
30,0	0,017	0,056	0,157	0,265	0,465	0,642	0,799	0,939	1,066	1,182	1,290
40,0	0,017	0,056	0,158	0,266	0,468	0,647	0,804	0,946	1,074	1,192	1,301
50,0	0,017	0,056	0,159	0,267	0,470	0,649	0,808	0,950	1,079	1,197	1,307
60,0	0,017	0,056	0,159	0,268	0,471	0,651	0,810	0,952	1,082	1,201	1,310
70,0	0,017	0,056	0,159	0,268	0,472	0,652	0,811	0,954	1,084	1,203	1,313
80,0	0,017	0,057	0,160	0,269	0,473	0,653	0,812	0,956	1,086	1,205	1,315
90,0	0,017	0,057	0,160	0,269	0,473	0,654	0,813	0,957	1,087	1,206	1,316
100,0	0,017	0,057	0,160	0,269	0,474	0,654	0,814	0,957	1,088	1,207	1,317

Из (V.39) находим $\bar{R}_2 = f(R_1, \bar{l})$. Приняв в (V.37) $t = t_{1, 2}$, $\bar{R} = \bar{R}_{1, 2}$ и разделив первое уравнение на второе, получим

$$t_0 = \frac{J(\bar{l}, \bar{R}_1)}{J(\bar{l}, \bar{R}_2)}; \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2}, \quad (V.41)$$

где $\bar{R}_2 = f(\bar{l}, \bar{R}_1)$ определяется по (V.39).

Методом итерации из (V.41) находим $\bar{R}_1 = f(t_0, \bar{l})$. Далее определяем R_2 .

Коэффициенты фильтрации и трещиноватости при известных $\bar{R}_{1, 2}$ определяются по формулам

$$n_0 = \frac{3(H_{01} + h_K)}{r_0 \xi} \cdot \frac{1}{2\bar{R}_1^3 + 3\bar{l}\bar{R}_1^2 - 3\bar{l} - 2}; \quad (V.42)$$

$$k = \frac{3r_0^2}{\xi l t_1} J(\bar{l}, \bar{R}_1). \quad (V.43)$$

В случае совершенных скважин ($\xi = 0$) параметры n_0 и k находят из следующих уравнений

$$n_0 = \frac{H_{01} + h_K}{l(R_1^2 - 1)}; \quad k = \frac{r_0^2}{l t_1} J_1(R_1), \quad (V.44)$$

где

$$J_1(R) = \int_1^{\bar{R}} \frac{u \ln u \, du}{u-1}; \quad \bar{R} = \frac{R}{r_0}, \quad (V.45)$$

Значения интеграла $J_1(\bar{R}_1)$ определяются по табл. 14.

Таблица 14

R	J_1	R	J_1	R	J_1
1,5	0,2475	7	2,2793	25	5,5888
2	0,4848	8	2,5530	30	6,1931
2,5	0,7094	9	2,8084	40	7,2138
3	0,9214	10	3,0481	50	8,0623
3,5	1,1218	12	3,4882	60	8,7924
4	1,3115	14	3,8855	70	9,4356
4,5	1,4918	16	4,2485	80	10,0119
5	1,6634	18	4,5831	90	10,5351
6	1,9842	20	4,8941	100	11,0148

В процессе бурения, когда скважина не оборудована фильтром, налив воды в нее можно производить через открытый забой, принимая его за полусферу ($\xi = 1$). Тогда в уравнениях (V.1) и (V.2) следует принять $l = 0$, что дает

$$k = \frac{3}{4} \frac{r_0}{t} \left\{ \ln \left[\frac{1}{3} (\eta_1^2 + \eta_1 + 1) \right] - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\eta_1 - 1}{\sqrt{3} (\eta_1 + 1)} \right\}; \quad (V.46)$$

$$n_0 = \frac{3}{2} \frac{H_{01} + h_K}{r_0 (\eta_1^3 - 1)}, \quad \eta_1 = R_1/r_0, \quad \alpha = \frac{H_{02} + h_K}{H_{01} + h_K}, \quad (V.47)$$

где η_1 при известных $t_0 = t_1/t_2$ и α находится из следующего трансцендентного уравнения

$$\eta_1 = 3^{(1-t_0)/t_0} \exp(-N) - \eta_1^2 - 1, \quad (\text{V.48})$$

где

$$N = \frac{3}{2} \left\{ \sqrt[3]{[1 + \alpha(\eta_1^3 - 1)]^2} + \sqrt[3]{1 + \alpha(\eta_1^3 - 1)} + 1 \right\} \times \\ \times \left[\frac{1}{t_0} \operatorname{arctg} \frac{\eta_1 - 1}{\sqrt[3]{3}(\eta_1 + 1)} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt[3]{1 + \alpha(\eta_1^3 - 1)}}{\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{1 + \alpha(\eta_1^3 - 1)} + 1)} \right]. \quad (\text{V.49})$$

При известном η_1

$$R_2 = r_0 \sqrt[3]{1 + \alpha(\eta_1^3 - 1)}. \quad (\text{V.50})$$

В уравнениях (V.42)—(V.44), (V.46) и (V.47) h_k принимается приближенно. С целью уточнения следует в этих формулах принять $t_1 = t_3$, $\eta_1 = \eta_3 = R_3/r_0$, $H_{01} = H_{03}$ и по ранее найденным k и n_0 определить η_3 , а затем по уравнению для k или n_0 найти h_k .

Пример 1. Определить k и n_0 по данным нагнетания с постоянным расходом ($s = \text{const}$). Расчет ведется по зависимостям, приведенным в § 1. Исходные данные: $r_0 = 0,041$ м; $l = 1,23$ м (фильтр примыкает к кровле пласта; $\xi = 1$); при $t_1 = 15$ мин = $0,0104$ сут $Q_1 = 2,59$ м³/сут; при $t_2 = 40$ мин = $0,0278$ сут $Q_2 = 2,33$ м³/сут; $s = 60$ м = const. По формулам (V.7) имеем:

$$\gamma = \frac{l}{\xi r_0} = \frac{1,23}{1 \cdot 0,041} = 30; \quad \alpha = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2,33}{2,59} = 0,9; \quad t_1/t_2 = 0,375.$$

По графику (см. рис. 27) $R_1/r_0 = f(t_1/t_2, \alpha, \gamma)$ находим $R_1/r_0 = 20$; $R_1 = 0,82$ м. Проверяем значение R_1/r_0 , находим $v(R_1)$ и $\frac{R_2}{r_0}$

$$v(R_1) = \ln \frac{1 + \gamma}{1 + \gamma \frac{R_1}{r_0}} = \ln \frac{1 + 30}{1 + 30 \cdot 0,05} = 2,515; \\ v/\alpha = 2,79.$$

$$R_2 = \frac{l}{\xi} \frac{\exp(v/\alpha)}{1 + \gamma - \exp(v/\alpha)} = 1,23 \frac{\exp(2,79)}{1 + 30 - \exp(2,79)} = 1,39.$$

$$R/r_0 = 31,4; \quad v(R_2) = 2,76.$$

Далее по формуле (V.6) вычисляем $u(R_1)$ и $u(R_2)$

$$u(R_1) = \left[20^2 \left(\frac{20}{3} + \frac{30}{2} \right) - \frac{30^3}{6} \right] 2,515 - \frac{30}{6} [20(20 + 30) - (1 - 30) - 30^2 \ln 20] - \\ - \frac{1}{6} (20^3 - 1) \ln 31 = 14\,250;$$

$$u(R_2) = \left[31,4^2 \left(\frac{31,4}{3} + \frac{30}{2} \right) - \frac{30^3}{6} \right] 2,76 - \\ - \frac{30}{6} [31,4(31,4 + 30) - (1 + 31,4) - 30,0^2 \ln 31,4] - \frac{1}{6} (31,4^3 - 1) \ln 31 = 45\,200.$$

Затем вычисляем отношение t_1/t_2

$$\frac{t_1}{t_2} = 0,375 = \frac{u(R_1)}{u(R_2)} = \frac{14\,250}{45\,200} = 0,320.$$

Окончательно для дальнейших расчетов принимаем

$$R_1/r_0 = 20; \quad R_1 = 0,82 \text{ м}; \quad R_2/r_0 = 31,4; \quad R_2 = 1,39 \text{ м}.$$

Далее находим коэффициент фильтрации и пористость

$$k = \frac{Q_1 v (R_1)}{2\pi (s_1 + 0,5l) l} = \frac{2,59 \cdot 2,515}{2 \cdot 3,14 (60 + 0,5 \cdot 1,23) 1,23} = 0,014 \text{ м/сут};$$

$$n_0 = \frac{Q_1 t_1}{2\pi \xi r_0^3} \cdot \frac{v (R_1)}{u (R_1)} = \frac{2,59 \cdot 0,0104}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,041^3} \cdot \frac{2,515}{14 \cdot 250} = 0,011; \quad n \approx 1,1\%.$$

Пример 2. Определить k и n_0 по данным нагнетания с постоянным расходом $Q = \text{const}$. Исходные данные: $Q = \text{const} = 0,25 \text{ л/с} = 21,6 \text{ м}^3/\text{сут}$; при $t_1 = 15 \text{ мин} = 0,0104 \text{ сут}$ $s_1 = 42 \text{ м}$; при $t_2 = 40 \text{ мин} = 0,0278 \text{ сут}$ $s_2 = 50 \text{ м}$; длина рабочей части фильтра, примыкающего к кровле пласта, $l = 4 \text{ м}$, радиус рабочей части скважины $r_0 = 0,041 \text{ м}$.

По этим данным находим сначала радиус растекания воды R_1 , соответствующий моменту времени $t_1 = 15 \text{ мин} = 0,0104 \text{ сут}$, пользуясь для этого методом последовательных приближений. Величина $\xi = 1$, так как фильтр примыкает к кровле водоносного горизонта:

$$\alpha = \frac{s_1 + 0,5l}{s_2 + 0,5l} = \frac{42 + 0,5 \cdot 4}{50 + 0,5 \cdot 4} = 0,846;$$

$$\gamma = \frac{l}{r_0 \xi} = \frac{4}{0,041 \cdot 1} = 97,6; \quad \frac{t_1}{t_2} = \frac{15}{40} = 0,375.$$

Пользуясь графиком (см. рис. 31) при $\gamma = 100$, имеем $R_1/r_0 = 10$ или $R_1 = 0,041 \times 10 = 0,41 \text{ м}$.

Далее уточняем значение R_1/r_0 :

$$u = \frac{2}{3} \left[\left(\frac{R_1}{r_0} \right)^3 - 1 \right] + \gamma \left[\left(\frac{R_1}{r_0} \right)^2 - 1 \right] = \frac{2}{3} (10^3 - 1) + 97,6 (10^2 - 1) = 10 \cdot 328;$$

$$v = \ln \frac{1 + \gamma}{1 + \gamma \frac{r_0}{R_1}} = \ln \frac{1 + 97,6}{1 + 97,6 \cdot 0,1} = 2,22;$$

$$\frac{R_2}{r_0} = \frac{\gamma \exp\left(\frac{v}{u}\right)}{1 + \gamma - \exp\left(\frac{v}{u}\right)} = \frac{97,6 \exp\left(\frac{2,22}{0,846}\right)}{1 + 97,6 - \exp\left(\frac{2,22}{0,846}\right)} = 15,9;$$

$$R_2 = 0,041 \cdot 15,9 = 0,65 \text{ м};$$

$$u = \frac{t_1}{t_2} \left\{ \frac{2}{3} \left[\left(\frac{R_2}{r_0} \right)^3 - 1 \right] + \gamma \left[\left(\frac{R_2}{r_0} \right)^2 - 1 \right] \right\} =$$

$$= 0,375 \left[\frac{2}{3} (15,9^3 - 1) + 97,6 (15,9^2 - 1) \right] = 10 \cdot 220 \approx 10 \cdot 328.$$

Следовательно, R_1/r_0 и R_2/r_0 найдены правильно. Находим k и n_0 :

$$k = \frac{Qv (R_1)}{2\pi l (s_1 + 0,5l)} = \frac{21,6 \cdot 2,22}{2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 4} = 0,044 \text{ м/сут};$$

$$n_0 = \frac{Qt_1}{\pi \xi r_0 u (R_1)} = \frac{21,6 \cdot 0,0104}{3,14 \cdot 1 (0,041)^3 \cdot 10 \cdot 328} = 0,12; \quad n_0 = 12\%.$$

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УРОВНЯ ПОСЛЕ МГНОВЕННОГО НАЛИВА ИЛИ ОТКАЧКИ

§ 1. Мгновенные наливы и откачки в несовершенной скважине

В неглубоких разведочных скважинах с естественным уровнем подземных вод, располагающимся близко от поверхности (до 5 м), мгновенный налив или откачка («оттартывание») могут быть осуществлены быстрым введением или изъятием фиксированного объема жидкости. Начальное возмущение уровня в скважине в этом случае равно $s_n = V/\omega$, где $\omega = \pi r_c^2$ — площадь сечения ствола скважины радиуса r_c ; V — объем введенной или изъятной жидкости. Неустановившийся фильтрационный поток в пласте, вызванный начальным возмущением уровня, фиксируется в виде кривой восстановления уровня в скважине, соответствующая обработка которой позволяет оценить параметры пласта.

Для создания начального возмущения и регистрации темпа восстановления уровня в глубоких разведочных скважинах применяется специальное оборудование [44]. Например [4] начальное возмущение создается быстрым погружением под статический уровень вытесняющей емкости в виде пустотелой трубы или соединенных с помощью троса герметичных отрезков труб длиной 1,0—1,5 м (рис. 33). Регистрация темпа восстановления уровня производится датчиком уровня из цепи последовательно соединенных резисторов и самописцем величины силы тока в них.

При изменении уровня в скважине происходит размыкание и подключение к электрической цепи резисторов, находящихся выше уровня, что отмечается на ленточной диаграмме самописца тока. В дальнейшем с помощью тарировочного графика ступенчатая диаграмма самописца преобразуется в кривую восстановления уровня в скважине. Для удобства обработки данных опыта нуль отсчета датчика рекомендуется устанавливать на глубине, соответствующей статическому уровню.

В рассмотренной схеме опыта осуществляется поглощение жидкости пластом при снижении уровня в скважине. Можно изменить направление движения жидкости на обратное, для чего после стабилизации уровня с погруженной емкостью следует быстро поднять ее выше статического уровня, т. е. провести опыт по схеме мгновенной откачки. Кабель с резисторами для этой схемы должен быть расположен ниже вытесняющей емкости.

Эффект мгновенной откачки жидкости из скважины, удобный при глубоком залегании статического уровня, может быть получен следующим образом [44]. В скважину с герметизированным устьем подкачивается с помощью компрессора количество воздуха, необходимое для снижения уровня на величину s_n . Затем устье закрывается и скважина выдерживается в таком состоянии некоторое время, необходимое для стабилизации пластового давления. Для пластов с высокой пьезопроводностью время выдержки скважины равно 0,5—1,0 ч. После открытия устья и сброса газа скважина оказывается выведенной из состояния равновесия по схеме мгновенной откачки. Регистрация восстанавливающегося уровня производится забойным манометром или регистратором

уровня. Рекомендации по применению различных приборов этого типа имеются в работах [74, 89, 117].

Обработка данных мгновенного налива или откачки с целью определения параметров пласта (прежде всего проводимости km) производится по соответствующим расчетным зависимостям, полученным с использованием различных математических моделей. В последнее время предложено большое число рекомендаций по расчету параметров при этом режиме испытания скважин, основанных как на точных, так и на приближенных формулах, причем некоторые из них ошибочны.

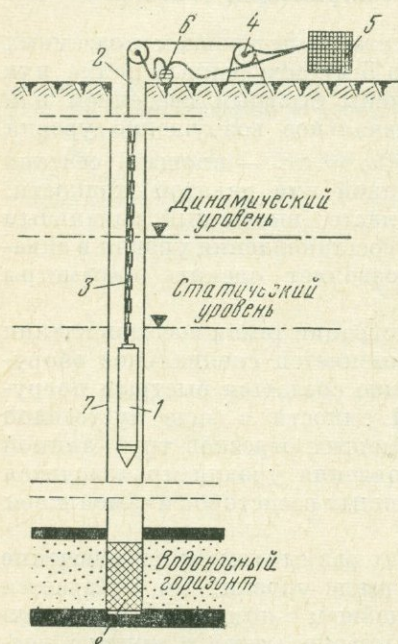


Рис. 33. Схема испытания скважины экспресс-наливом

1 — вытесняющая емкость; 2 — несущий кабель; 3 — датчик уровня; 4 — лебедка; 5 — самописец уровня; 6 — электрическая батарея; 7 — обсадная колонна; 8 — фильтр или открытый забой скважины

Большинство рекомендаций по обработке данных экспериментальных исследований скважин экспресс-методами при различных режимах их испытания относятся к так называемым совершенным скважинам. При этом предусматривается, что такая скважина вскрывает водоносный пласт на всю мощность и не имеет дополнительных сопротивлений, обусловленных конструкцией фильтра или другими причинами, например кольматацией как самого фильтра, так и призабойной зоны скважины.

На практике, однако, приходится иметь дело в основном с несовершенными скважинами. Несовершенство скважин оценивается показателем дополнительного сопротивления

$$\zeta_c = \zeta + \zeta_s, \quad (\text{VI.4})$$

где ζ определяет сопротивление, обусловленное неполнотой вскрытия водоносного горизонта фильтром скважины, а ζ_s является суммарным сопротивлением, обусловленным конструкцией фильтра, изменением структуры и проницаемости пород в прискважинной зоне, сопротивлением труб ствола скважины, кольматацией фильтра и другими причинами.

Сложность теоретического анализа разнообразных факторов, определяющих сопротивление в прискважинной зоне, а в большинстве случаев и невозможность их определения, заставляет считать экспериментальные исследования скважины единственным надежным источником информации о значениях этих сопротивлений. При опытно-фильтрационных работах удобно, по-видимому, не разделять составляющие ζ и ζ_s . Поэтому в дальнейшем мы будем иметь в виду, что определение подлежит именно общее сопротивление ζ_c , которое можно называть обобщенным показателем скин-эффекта. Отнесение этого сопротивления к границе области фильтрации, а именно к стенке скважины, обосновывается хорошо зарекомендовавшим себя методом фильтрационных сопротивлений [7, 17, 112].

Точное решение задачи о неустановившейся фильтрации жидкости к несовершенной по степени и характеру вскрытия пласта скважине при режиме ее испытания экспресс-методами рассмотрено в работе [108]. При этом величина

сопротивления на несовершенство считается независимой от времени. Аналогичная постановка задачи и ее решение дается также в работе [107] при рассмотрении неустановившейся фильтрации из экранированных водохранилищ и накопителей промышленных стоков. В указанных работах численные результаты получены для ограниченного диапазона параметров, что связано со сложностью вычисления входящих в решения интегралов. Поэтому ниже даются предложения по расширению этого диапазона, вытекающие из анализа промежуточных аналитических результатов.

Расчетная схема скважины, имеющей в общем случае разные радиусы фильтра r_0 и ствола r_c , в пределах которого происходит изменение уровня жидкости, представлена на рис. 34. Для этой схемы математическая модель неустановившейся фильтрации, вызванной мгновенным понижением уровня в скважине в момент времени $t = 0$ на величину s_H , может быть представлена в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{ra}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \frac{\partial s}{\partial t};$$

$$r_0 \leq r \leq \infty; \quad t > 0; \quad (\text{VI.2})$$

$$s(r, 0) = \begin{cases} s_H & \text{при } 0 \leq r < r_0; \\ 0 & \text{при } r_0 < r < \infty; \end{cases}$$

$$(\text{VI.3})$$

$$\frac{\partial s(t)}{\partial t} = \frac{2kmr_0}{r_c^2} \cdot \frac{\partial s(r_0, t)}{\partial r}; \quad (\text{VI.4})$$

$$\partial s(\infty, t) / \partial r = 0. \quad (\text{VI.5})$$

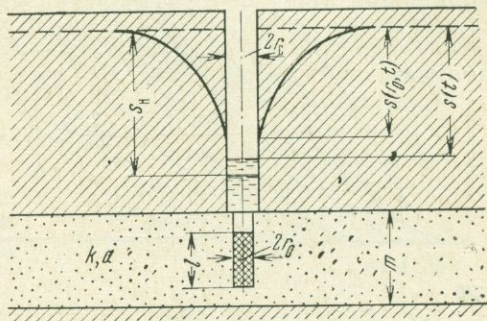


Рис. 34. Расчетная схема несовершенной скважины в пласте ограниченной мощности

Связь между изменением уровня в пласте при $r = r_0$ и в стволе скважины $s(t)$ выражается формулой

$$s(t) = s(r_0, t) - \zeta_c \frac{r_0}{2} \frac{\partial s(r_0, t)}{\partial r}. \quad (\text{VI.6})$$

Задача, определяемая уравнениями (VI.2)–(VI.6), в области изображений $u(r, p) = \int_0^\infty s(r, t) e^{-pt} dt$ имеет решение

$$u(r, p) = \frac{s_H K_0 \left(\sqrt{\frac{p}{a}} r \right)}{\sqrt{\frac{p}{a}} \left[a \sqrt{\frac{p}{a}} K_0 \left(\sqrt{\frac{p}{a}} r_0 \right) + h(p+g) K_1 \left(\sqrt{\frac{p}{a}} r_0 \right) \right]}, \quad (\text{VI.7})$$

где $h = \zeta_c r_0 / 2$; $g = 4a\mu_c / \zeta_c r_c^2$; $\mu_c = km/a$; $K_0(z)$ и $K_1(z)$ —

модифицированные функции Макдональда.

Из (VI.7) путем обратного перехода к оригиналу по формуле обращения Меллина получается выражение для распределения понижений уровня в водонесном пласте $s(r, t)$ после проведения мгновенной откачки

$$\frac{s(r, t)}{s_H} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{J_0(vr^*) [vY_0(v) - (2\mu^* - \zeta_c v^2/2) Y_1(v)] - Y_0(vr^*) [vJ_0(v) - (2\mu^* - \zeta_c v^2/2) J_1(v)]}{[vJ_0(v) - (2\mu^* - \zeta_c v^2/2) J_1(v)]^2 + [vY_0(v) - (2\mu^* - \zeta_c v^2/2) Y_1(v)]^2} e^{-v^2\tau} dv, \quad (VI.8)$$

где $r^* = r/r_0$; $\tau = at/r_0^2$; $\mu^* = \mu_c r_0^2/r_c^2$; $J_n(z)$ и $Y_n(z)$ — функции Бесселя порядка $n = 0, 1$.

Зависимость (VI.8) является для задачи определения параметров пласта промежуточным результатом, так как регистрация уровня в наблюдательных скважинах при экспресс-наливом или откачке обычно не производится. Для этих методов испытания скважин необходимо получить формулу, определяющую динамику уровня в стволе скважины. С этой целью из (VI.8) вычисляется сначала понижение на стенке скважины со стороны пласта и градиент этого понижения при $r = r_0$. Используя известное соотношение

$$J_0(z) Y_1(z) - J_1(z) Y_0(z) = -2/\pi z,$$

получим

$$\frac{s(r_0, t)}{s_H} = \frac{2}{\pi^2} \zeta_c \int_0^{\infty} \frac{1}{N} \left(\frac{4\mu^*}{\zeta_c} - v^2 \right) e^{-v^2\tau} \frac{dv}{v}; \quad (VI.9)$$

$$\frac{\partial s(r_0, t)}{\partial r} = -\frac{4}{\pi^2} \frac{s_H}{r_0} \int_0^{\infty} \frac{1}{N} e^{-v^2\tau} v dv, \quad (VI.10)$$

где

$$N = \left[vJ_0(v) - \frac{\zeta_c}{2} \left(\frac{4\mu^*}{\zeta_c} - v^2 \right) J_1(v) \right]^2 + \left[vY_0(v) - \frac{\zeta_c}{2} \left(\frac{4\mu^*}{\zeta_c} - v^2 \right) Y_1(v) \right]^2.$$

Используя затем связь (VI.6), окончательно получим

$$s(t) = s_H f_1(\mu^*, \zeta_c, \tau); \quad f_1 = \frac{8\mu^*}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-v^2\tau}}{N} \frac{dv}{v}. \quad (VI.11)$$

Функция f_1 вычислена на ЭВМ в диапазоне величин водоотдачи $\mu^* = 0,01 + 0,5$ для сопротивлений на несовершенство скважин $\zeta_c = 0; 1; 5; 10$. Соответствующие графики имеются в работе [108] и поэтому здесь не приводятся. На рис. 35 дается иллюстративное сопоставление кривых f_1 при $\zeta_c = 0$ и $\zeta_c = 10$, необходимое для дальнейшего обоснования упрощенной методики расчета параметров по данным опытных работ.

При непосредственном использовании полученного решения (VI.11) и номограмм для функции f_1 при испытании скважин способом мгновенного налива или откачки следует сразу же отметить, что определение всех трех неизвестных параметров (a , μ^* и ζ_c) является трудновыполнимой задачей. Поэтому следует использовать пути раздельного их определения. Рассмотрим некоторые из них.

1. Значение суммарного скин-эффекта ζ_c определяется расчетом по методам, изложенным в главе III. Этот прием возможен тогда, когда есть уверенность, что сопротивление ζ_s незначительно, а сопротивление ζ может быть найдено по одному из известных методов [37, 81].

2. Значение суммарного скин-эффекта ζ_c определяется из опыта с использованием данных кустовой откачки. В этом случае параметры a и kt находятся по данным наблюдений за поведением уровня в контрольных скважинах куста. Стандартные фильтры скважин, используемые затем для массовых определений

параметров водоносного пласта на большей площади его распространения (например, на массивах орошения или осушения), испытываются в режиме мгновенного налива или откачки в районе опорного куста. Это дает возможность найти сопротивление такого фильтра в условиях, когда другие параметры определены более надежно. Полученный таким образом результат переносится на другие точки опробования пласта (в предположении, что производство работ по сооружению скважин со стандартным фильтром незначительно влияет на величину ζ_s , а вторая составляющая ζ может быть вычислена по известным размерам фильтра и положению его в пласте). Такая методика является весьма выгодной в технико-экономическом отношении, так как позволяет вести массовые определения параметров во многих точках на большей площади изысканий.

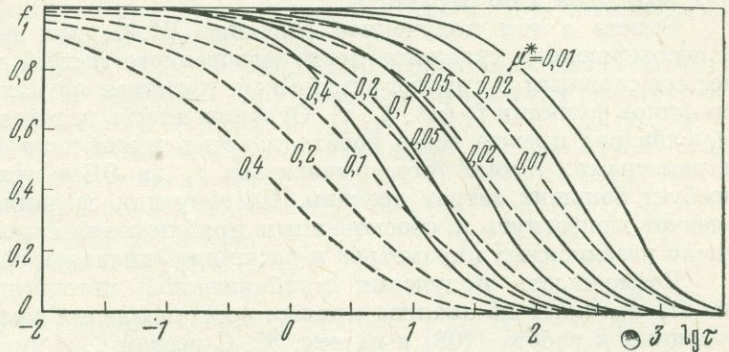


Рис. 35. График $I_1(\mu^*, \tau)$ при $\mu^* = 0,01-0,4$ для $\zeta_c = 0$ (пунктир) и $\zeta_c = 10$ (сплошные линии)

3. Значения параметров пласта a и μ_c известны заранее из опыта (по данным кустовой откачки). Этот случай встречается при определении эффективности применения различных методов воздействия на фильтр скважины и призабойную зону пласта с целью увеличения их проницаемости (кислотная обработка, электрогидравлический эффект, пулевая перфорация, гидроразрыв пласта и т. п.). При этом начальное или прогрессирующее во времени значение скин-эффекта ζ_c обычно неизвестно и требуется определить его после проведения указанных мероприятий. Следует отметить, что при рассмотрении задач такого плана может появиться необходимость введения в расчет отрицательных значений ζ_c . В частности это может иметь значение при гидроразрыве пласта, когда вблизи скважины образуется зона повышенной (по сравнению с основным пластом) проницаемости.

При известном значении ζ_c применяется метод эталонной кривой, причем в качестве эталонных принимаются кривые графика $f_1(\mu^*, \zeta_c, \tau)$, построенные для заданного значения ζ_c . Экспериментальная кривая восстановления уровня в скважине после мгновенного налива строится в координатах $s/s_n - \lg t$ в масштабе эталонного графика, т. е. на полулогарифмической клетчатке. Добившись наиболее удовлетворительного совмещения экспериментальной и эталонной кривых, по этому признаку определяют μ^* и, следовательно, $\mu_c = \mu^* r_c^2 / r_0^2$. Из сопоставления абсцисс τ_1 и t_1 общей точки кривых затем находят коэффициент пьезопроводности a по формуле

$$a = \frac{r_0^2 \tau_1}{t_1} \quad (\text{VI.12})$$

Может быть использована также методика работы [47], в которой два неизвестных параметра a и μ_c определяются по двум произвольным точкам экспериментальной кривой s_1/s_n и s_2/s_n .

При известных значениях a и μ^* определение ζ_c удобно производить по эталонным графикам, построенным в координатах $s_1/s_n - \zeta_c$ маркированным различными значениями μ^* . Однако хорошую согласованность результатов можно получить и в случае использования графиков, представленных в работе [108]. Для этого следует по известному значению s_1/s_n , отвечающему времени t и, следовательно, параметру $\tau_1 = at_1/r_0^2$, найти ряд значений ζ_c при различных μ^* , а затем интерполяцией (графической или табличной) определить соответствующую заданному значению μ_1^* величину ζ_{c1} . Такая же интерполяция возможна и по параметру τ .

Вместе с тем полученное решение (VI.11) для восстановления уровня в несовершенной скважине после мгновенного налива или откачки является весьма сложным и трудноприменимым, несмотря на наличие вспомогательных графиков функции $f_1(\mu^*, \zeta_c, \tau)$. Ограниченность использования этого решения обусловлена прежде всего необходимостью иметь дело с тремя независимыми параметрами. Кроме того, вычисление f_1 на ЭВМ при $\zeta_c > 10$ и $\mu^* < 0,01$ требует больших затрат времени. Поэтому для создания расчетной методики следует прибегнуть к обоснованным приближениям, позволяющим сократить число независимых параметров и расширить диапазон значений ζ_c и μ^* .

Возможность получения приближенной методики расчета параметров пласта вытекает из анализа кривых восстановления уровня в скважине, приведенных в работе [108] и на рис. 35. С ростом ζ_c и уменьшением μ^* они смещаются в область больших значений безразмерного времени τ , что позволяет в свою очередь при $\zeta_c > 10$ и $\mu^* < 0,01$ перейти к асимптотическому случаю малых p в уравнении (VI.7). Так как нас интересует прежде всего динамика уровня в скважине, запишем изображение этой функции на основе (VI.7) в виде:

$$u(p) = s_n \Phi(p)$$

$$\Phi(p) = \frac{K_0(z_0) + z_0 \frac{\zeta_c}{2} K_1(z_0)}{\psi(p)}; \quad (VI.13)$$

$$\psi(p) = p \left[K_0(z_0) + \frac{\zeta_c}{2z_0} \left(z_0^2 + \frac{4\mu^*}{\zeta_c} \right) K_1(z_0) \right];$$

$$z_0 = \sqrt{\frac{p}{a}} r_0; \quad \mu^* = \mu \frac{r_0^2}{r_c^2}.$$

Соответствующее решение в изображениях для совершенной скважины ($\zeta_c = 0$) имеет такой же вид, только вместо $\Phi(p)$ вводится $\Phi_0(p)$

$$\Phi_0(p) = \frac{K_0(z_0)}{\psi_0(p)}; \quad \psi_0(p) = p \left[K_0(z_0) + \frac{2\mu^*}{z_0} K_1(z_0) \right].$$

Асимптотический случай малых z_0 позволяет принять $K_0(z_0) \simeq \ln(1,12/z_0)$ и $K_1(z_0) \simeq 1/z_0$. Тогда после несложных преобразований получаем

$$\Phi(p) = \frac{r_0^2 \ln(1,12e^{\zeta_c/2}/z_0)}{a [2\mu^* + z_0^2 \ln(1,12e^{\zeta_c/2}/z_0)]}; \quad (VI.14)$$

$$\Phi_0(p) = \frac{r_0^2 \ln(1.12/z_0)}{a [2\mu^* + z_0^2 \ln(1.12/z_0)]} \quad (\text{VI.15})$$

Из сопоставления $\Phi(p)$ и $\Phi_0(p)$ следует, что они становятся однозначными, если в (VI.14) ввести приведенные величины радиуса фильтра

$$r_0^* = r_0 e^{-\xi_c/2}, \quad (\text{VI.16})$$

что соответствует предложению Ю. П. Борисова [17] об учете несовершенства скважины при стационарном режиме фильтрации.

Удовлетворительная точность такого приближенного приема иллюстрируется на рис. 36. Точки строгого решения (VI.11) практически совпадают с кривой, построенной с использованием приближения (VI.16), не только для значения $\mu^* = 10^{-2}$, но и для $\mu^* = 10^{-1}$.

Таким образом, с помощью подстановки (VI.16) результаты решения задачи для совершенной скважины ($\xi_c = 0$) могут быть использованы при обработке данных восстановления уровня в несовершенных скважинах. Такой подход полезен еще и потому, что большинство полученных к настоящему времени решений и методических рекомендаций по расчету параметров относятся к случаю совершенной скважины.

По-видимому, первое решение аналогичной задачи для случая определения теплофизических параметров сред с помощью зондов получено И. И. Цукерманом [99]. Это решение приведено в монографии Г. Карслоу и Д. Егера [57]. Применительно к фильтрации жидкости при упругом режиме эту задачу рассмотрели С. Г. Каменецкий [51] и в более общей постановке Н. И. Гаммаюнов и Б. С. Шержуков [47, 109]. В работе [109] дополнительно учитывался переток через слабопроницаемую прослойку из горизонта с постоянным напором, и условие (VI.4) представлено интегральным уравнением баланса количеств жидкости в скважине и пласте. Решение И. И. Цукермана вытекает из общего решения как частный случай и используется в дальнейшем для методики определения параметров. Последнее исследование рассматриваемой задачи проведено Г. Купером, Т. Бредехофтом и И. Пападопулосом [119, 128]. Эти авторы довольно подробно протабулировали имеющееся решение и дали его анализ.

Зависимость для изменения уровня в стволе совершенной скважины, вытекающая из (VI.11) при $\xi_c = 0$, может быть представлена в таком виде

$$s(t) = s_n I_1(\mu^*, \tau); \quad (\text{VI.17})$$

$$I_1(\mu^*, \tau) = \frac{8\mu^*}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-v^2\tau}}{N_0(v)} \cdot \frac{dv}{v}; \quad N_0(v) = N(v)|_{\xi_c=0}.$$

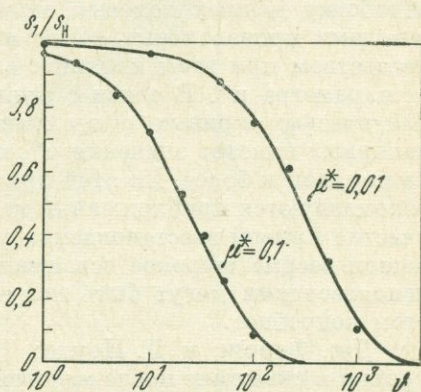


Рис. 36. Сравнение приближенного решения для несовершенной скважины (сплошные линии) с точками точного решения при $\xi = 10$

В этом решении водоотдача или упругоёмкость μ_c входит в значения μ^* и τ , что не всегда удобно. Поэтому, оставляя μ_c только в μ^* , решение можно дать в несколько иной форме

$$s(t) = s_H I_1^*(\mu^*, \vartheta); \quad (VI.18)$$

$$I_1^*(\mu^*, \vartheta) = \frac{8\mu^*}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-v^2\vartheta/\mu^*}}{N_0(v)} \frac{dv}{v}; \quad \vartheta = \mu^*\tau = \frac{km t}{r_c^2}.$$

Численные значения интеграла I_1^* получены в работах [108, 119, 128] и представлены на графике (рис. 37). Кривые графика являются эталонными и могут быть использованы для определения параметров. Значительно большая детализация по параметру μ^* , необходимая для перехода к случаю несовершенной скважины, выполнена на графиках интеграла I_1 по (VI.17) (рис. 38—41), кривые которых также являются эталонными.

С использованием таблицы и графиков приведенных решений можно вести обработку данных полевых опытов по экспресс-наливу или экспресс-откачке методами произвольных точек или эталонных кривых. Осложняющим обстоятельством при этом является слабая зависимость формы эталонных кривых от параметра μ^* . В связи с этим определение μ^* по результатам совмещения фактических кривых с эталонными имеет сомнительную надежность. Для напорных пластов значения μ^* , полученные таким способом, могут отличаться на порядок и более. По этой причине в ряде работ [44, 51—53, 69, 74, 89, 113] рекомендуются приближенные методы, основанные на использовании конечного участка кривой восстановления уровня в скважине. Учитывая, что эти методы нашли весьма широкое освещение в литературе и, самое главное, что при их использовании могут быть получены ошибочные результаты, остановимся на этом подробнее.

Дж. Феррис и Д. Ноулес [119] для описания процесса восстановления уровня в скважине после мгновенного налива в нее объема жидкости V использовали решение для мгновенного линейного источника

$$s(r, t) = \frac{V}{4\pi k m t} e^{-r^2/4at}. \quad (VI.19)$$

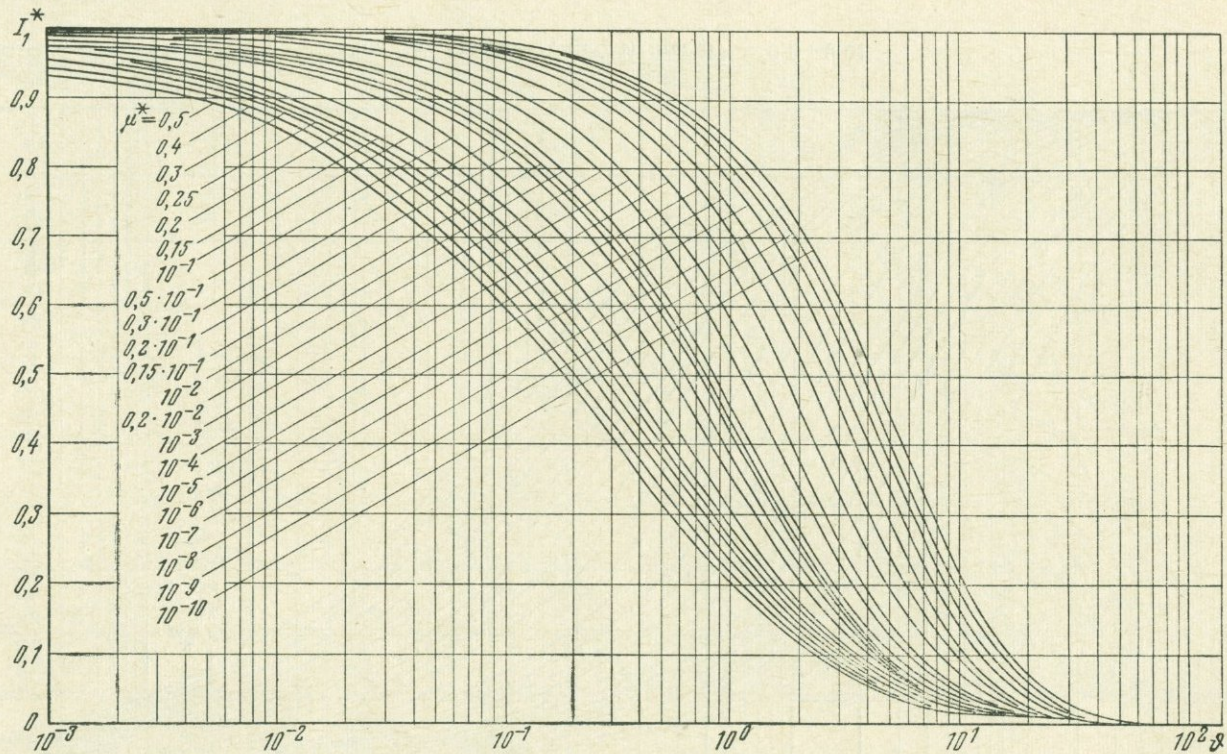
С учетом $V = \pi r_c^2 s_H$ при $r = r_0$ получается

$$\frac{s}{s_H} = \frac{r_c^2}{4k m t} e^{-\frac{r_0^2}{4at}} = \frac{1}{4\vartheta} e^{-\mu^*/4\vartheta}. \quad (VI.20)$$

В связи с тем что показатель экспоненты в (VI.20) обычно весьма мал, имеем приближенную формулу

$$\frac{s}{s_H} = \frac{r_c^2}{4k m t} = \frac{1}{4\vartheta}. \quad (VI.21)$$

Зависимости (VI.20) и, следовательно, (VI.21) получаются также при асимптотическом представлении (VI.17) для больших значений времени восстановления [51, 109]. Практические рекомендации по использованию (VI.21) для расчета параметра km сводятся поэтому к построению кривой восстановления в координатах s/s_H , $1/t$, последняя при больших t (малых $1/t$) должна быть представлена прямой линией, по уклону которой можно найти $r_c^2/4km$ и km .

Рис. 37. График I_1^* (μ^* , θ).

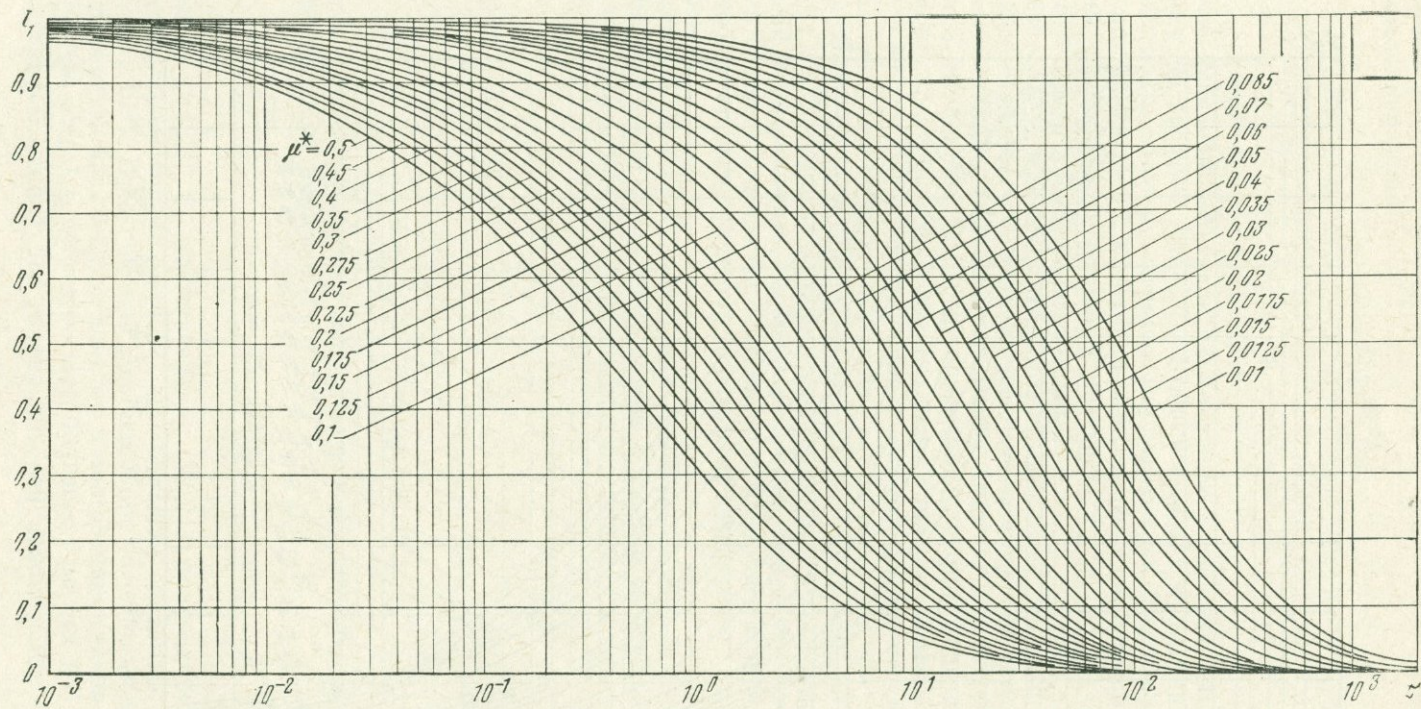


Рис. 38. График $I_1(\mu^*, \tau)$ при $\mu^* = 0,5-0,01$

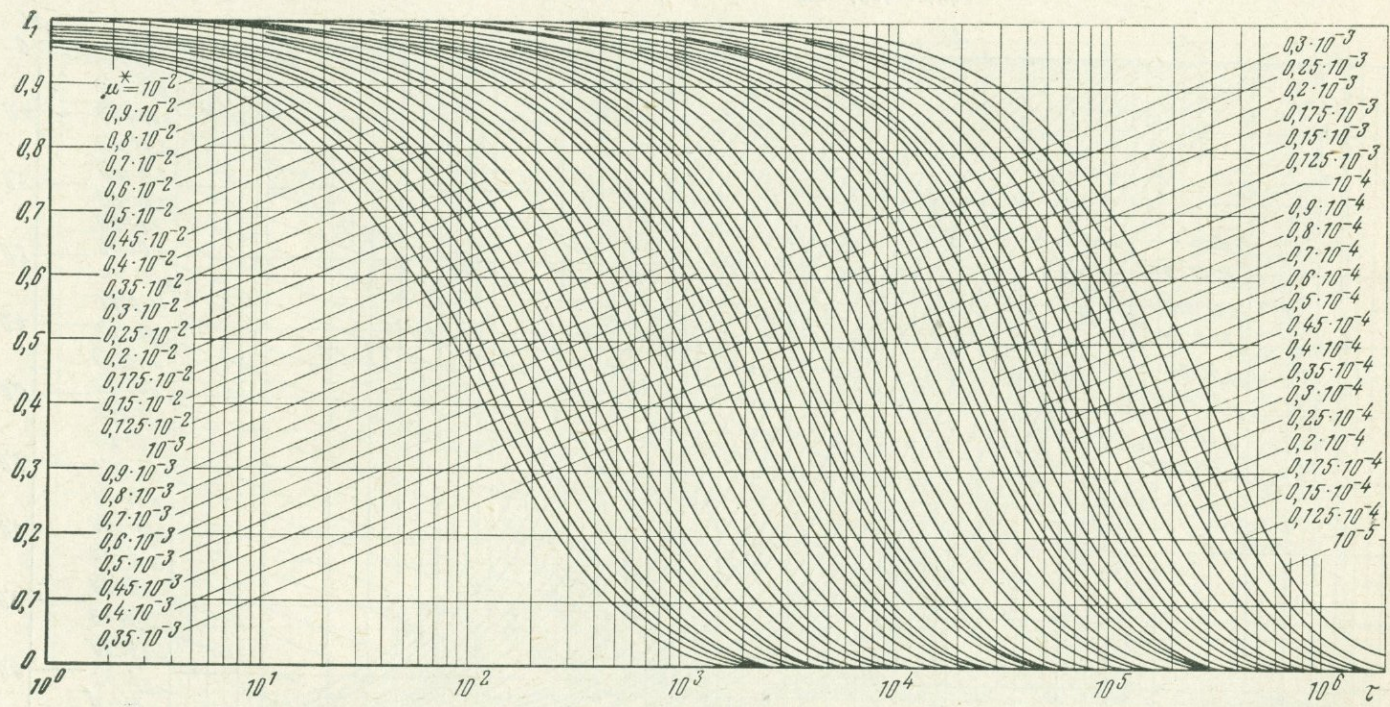


Рис. 39. График $I_1(\mu^*, \tau)$ при $\mu^* = 10^{-2} - 10^{-5}$

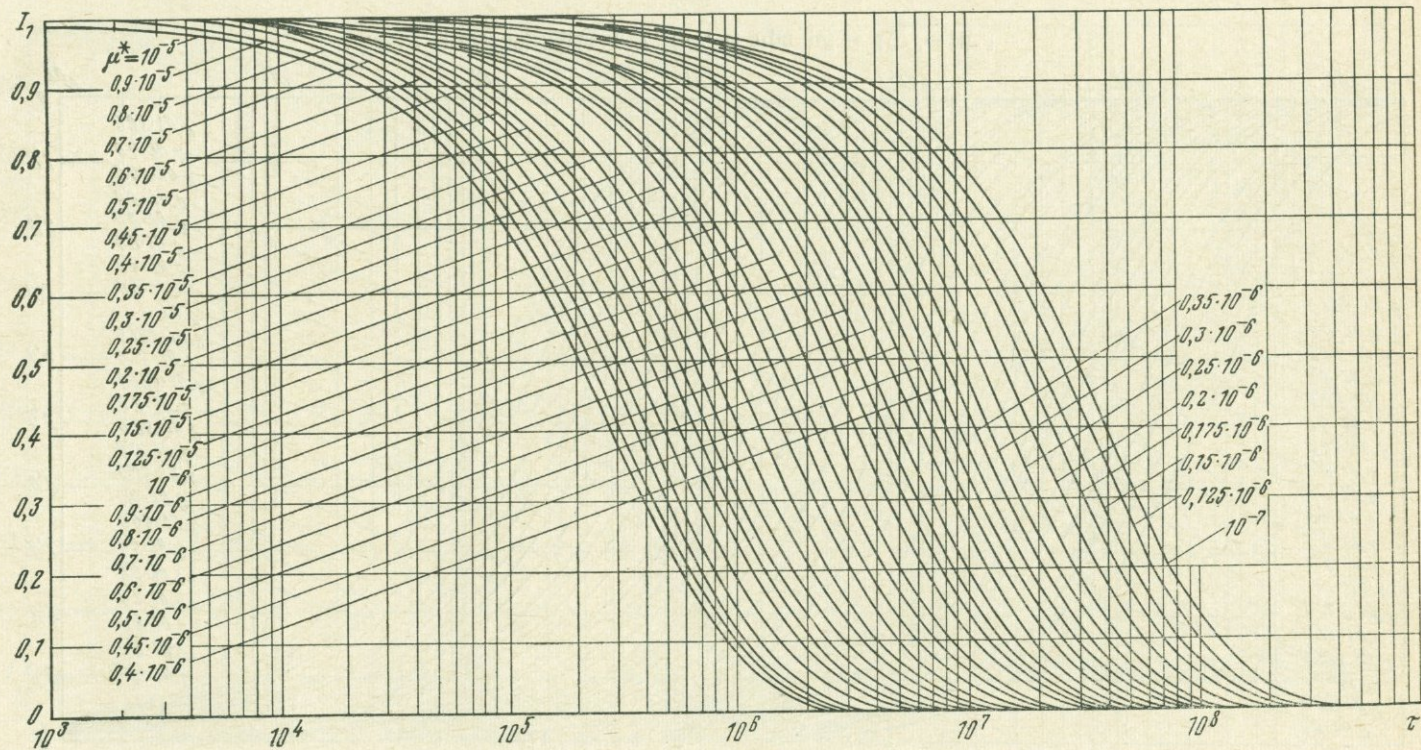


Рис. 40. График $I_1(\mu^*, \tau)$ при $\mu^* = 10^{-5} - 10^{-7}$

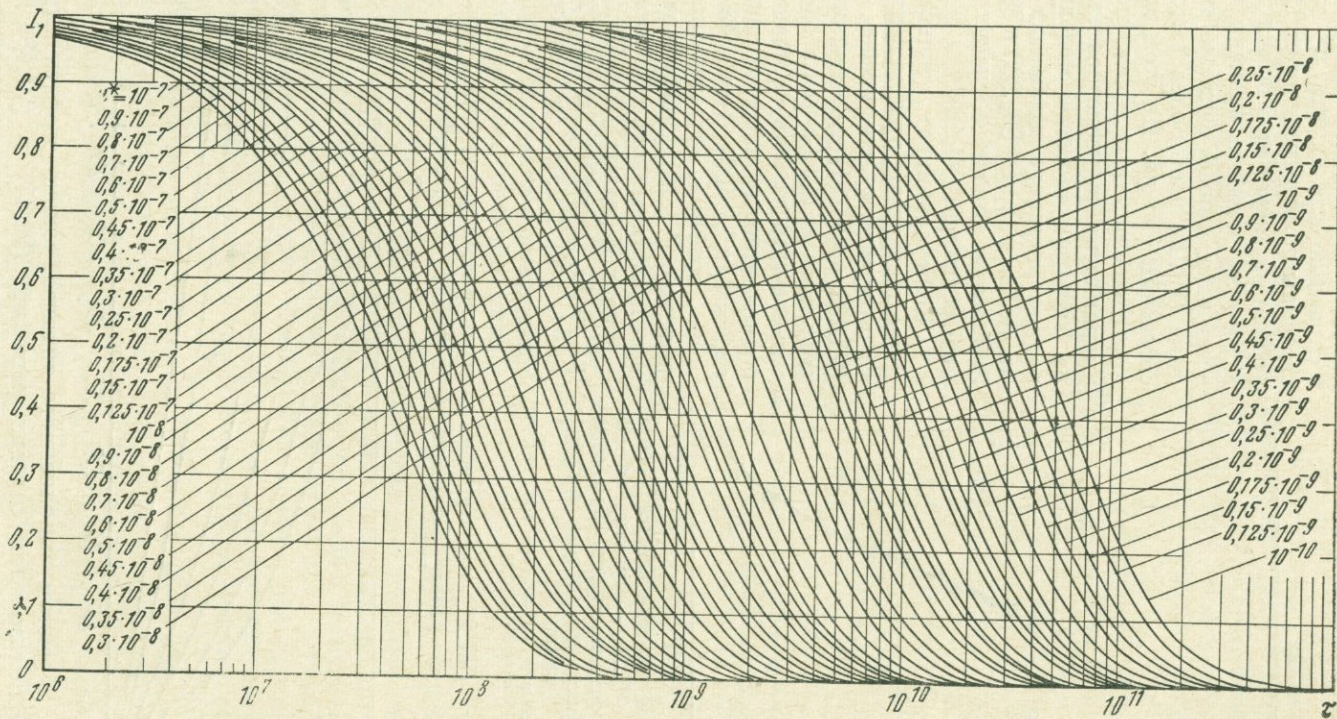


Рис. 41. График $I_1(\mu^*, \tau)$ при $\mu^* = 10^{-7} - 10^{-10}$

Несостоятельность этих рекомендаций доказывается прежде всего значительными расхождениями между точным (VI.18) и приближенным (VI.20) решениями. Для примера (рис. 42) сопоставлены кривые восстановления уровня

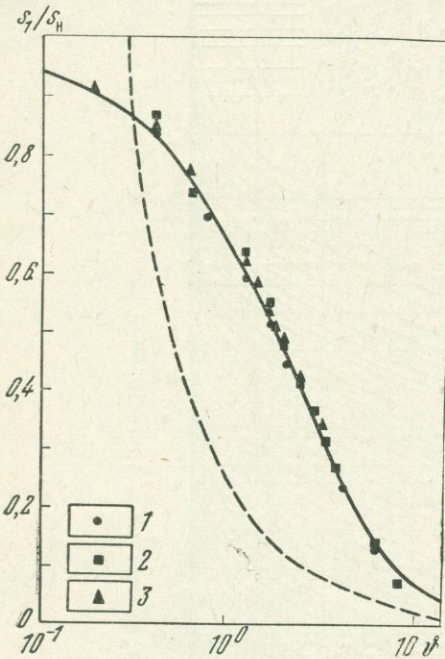


Рис. 42. Кривые восстановления уровня в скважине по (VI.20) — пунктирная линия и (VI.18) — сплошная линия и их сравнение с данными аналоговых исследований

1 — $km = 8000$ м²/сут; 2 — $km = 800$ м²/сут;
3 — $km = 80$ м²/сут

на асимптоту (VI.21) невозможно в на этом участке резко возрастают

в скважине для случая $\mu^* = 10^{-4}$, построенные по этим решениям. Понижение уровня s/s_H может отличаться для одного и того же момента времени более чем в три раза, причем решение типа источника (VI.20) дает более высокий темп снижения уровня. На этом же рисунке приведены опытные точки, полученные американскими исследователями [119] на электроаналоговой модели для довольно широкого диапазона проводимости km , равного 80, 800 и 8000 м²/сут. Эти точки хорошо согласуются с точным решением (VI.18).

Если сравнивать точное решение и рекомендуемое приближение (VI.21), то получается следующее. Решения (VI.18) и (VI.21) дают один и тот же результат только в конце периода восстановления уровня в скважине. Для оценки этого периода построен график $s/s_H = f(\mu^*, 1/\theta)$ (рис. 43). Кривые этого графика, отвечающие точному решению (VI.18), приближаются к линии приближенного решения при очень больших θ (малых $1/\theta$). Например, для $\mu^* = 10^{-5}$ ошибка менее 20% отвечает $1/\theta < 0,03$ и относительному понижению в скважине, меньшему 0,01. Таким образом, зафиксировать выход практических случаях, тем более что ошибки метрологического характера.

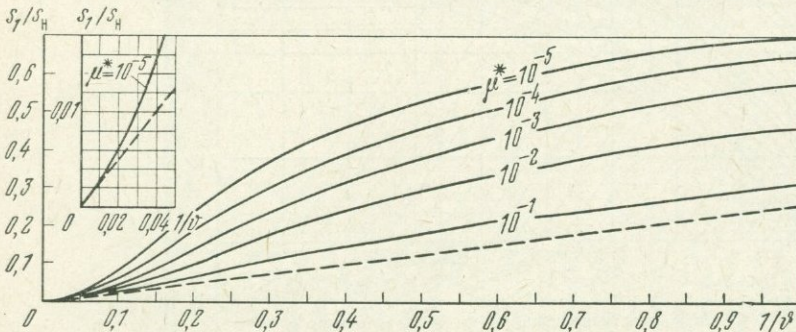


Рис. 43. Сопоставление кривых $s_t/s_H = f(\mu^*, 1/\theta)$ по приближенному (VI.21) — пунктир и точному (VI.18) решениям

Поэтому, с учетом выполненного анализа, можно сделать вывод о необходимости использования строгих решений (VI.17) и (VI.18). Технически это вполне осуществимо, если иметь в виду наличие достаточно подробных

таблиц и эталонных графиков. Даже при ориентировочном назначении величины μ^* ошибки в определении km получаются небольшими (порядка 20%).

Для примера приведем результаты опытного экспресс-налива для одной из скважин стационара ВСЕГИНГЕО [4]. Фактические данные наблюдений за восстановлением уровня в скважине (рис. 44) нанесены в масштабе эталонного графика (см. рис. 37) в координатах $s/s_n - \ln t$. Перемещениями по горизонтали точки фактической кривой восстановления совмещаются наилучшим образом с эталонной кривой. В этом конкретном случае это условие выполняется для $\mu^* = 10^{-5}$. По смещению фиксированной абсциссы, например $\theta^0 = 1$, которое в рассматриваемом примере оказалось равным $t^0 = 6,5$ с, находим водопродовимость

$$km = \frac{\theta^0 r_c^2}{t^0}. \quad (\text{VI.22})$$

Так как $r_c = 6,4$ см, то

$$km = \frac{1 \cdot 86400 \cdot 6,4^2}{10000 \cdot 6,5} = 54,6 \text{ м}^2/\text{сут.}$$

При расчете параметров по данным налива или откачки в несовершенной скважине используется аналогичная методика. При этом для графиков (см. рис. 37) вводится значение приведенной водоотдачи

$$\mu_c^* = \mu^* e^{-\zeta c}. \quad (\text{VI.23})$$

Если же для расчета используются графики (см. рис. 38—41), то значение безразмерного времени τ должно быть заменено его приведенным значением

$$\tau^* = \tau e^{\zeta c}. \quad (\text{VI.24})$$

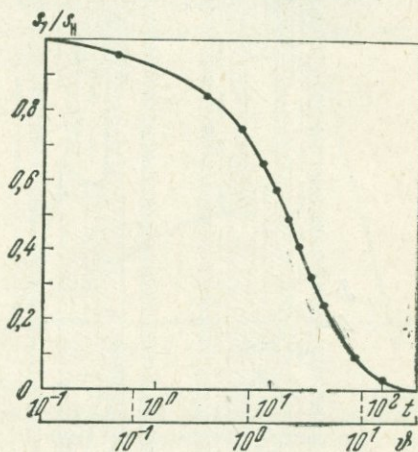


Рис. 44. Совмещение опытных точек с эталонной кривой I_1^* для $\mu = 10^{-5}$

§ 2. Применение испытателей пластов

При использовании для определения параметров испытателей и опробователей пластов приходится иметь дело с комбинированным режимом испытания скважин, обусловленным спецификой их конструкции и технологии исследований. Термин *комбинированный* означает здесь смену двух режимов в процессе одного опыта, когда в скважине или приборе сначала осуществляется эффект мгновенной откачки и из пласта за время t_0 отбирается некоторый объем жидкости, а затем приток прекращается и исследование продолжается в режиме восстановления напора (давления).

Испытатели пластов применяются довольно широко при исследованиях нефтяных и газовых скважин, а в последнее время и при гидрогеологических исследованиях. Разработано несколько конструкций испытателей, отличающихся размерами, типом и числом пакеров, характером установки в скважине. Они описаны в специальной литературе [74 82, 89, 117]. Применение испытателей перспективно в связи с тем, что параметры пласта определяются с их помощью в процессе бурения скважин. Для необсаженных скважин может производиться также детализация пласта после завершения буровых работ.

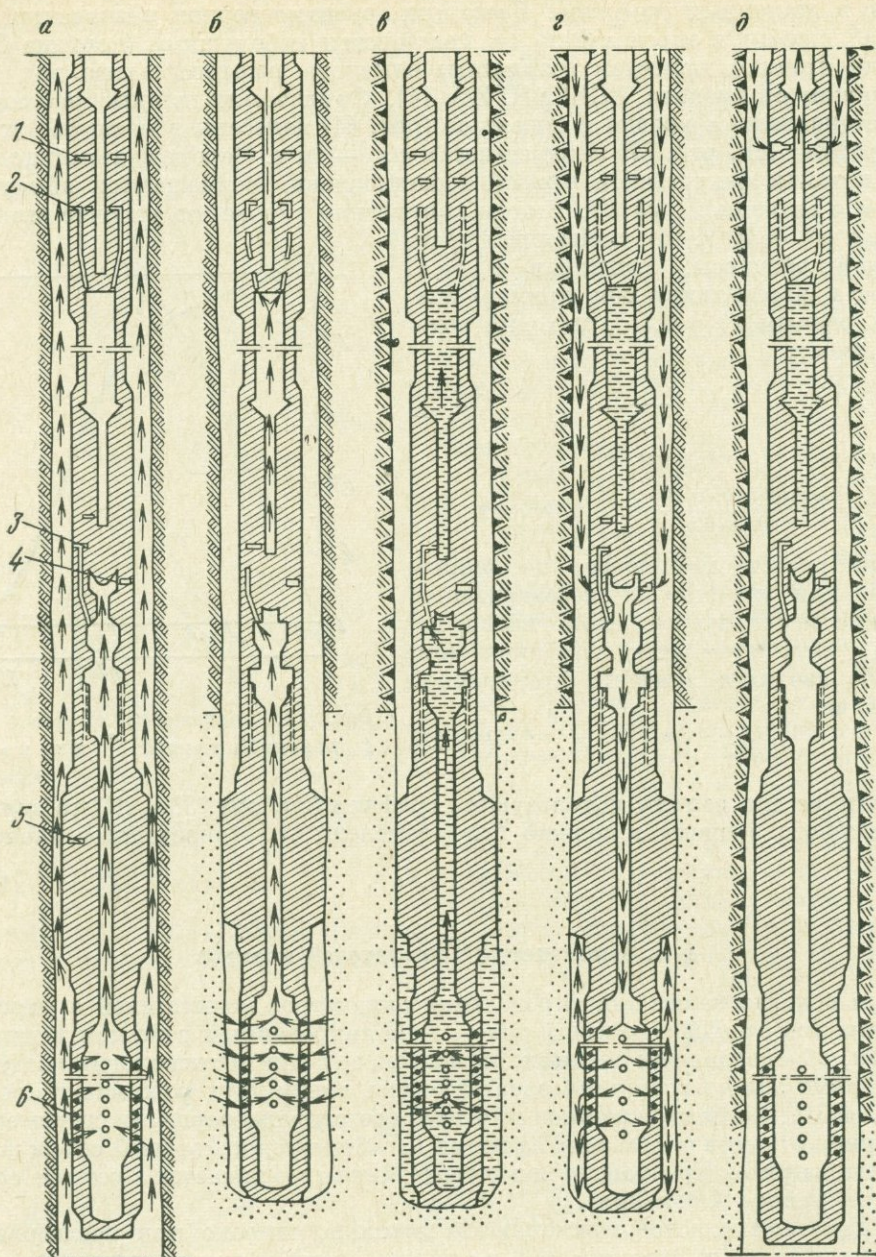


Рис. 45. Последовательность операций при исследовании скважины испытателем пластов

a — спуск испытателя в скважину; *б* — запакеровка и приток жидкости из пласта в насосно-компрессорные или буровые трубы; *в* — закрытый период испытания пласта (восстановление давления); *г* — выравнивание давлений под и над пакером; *д* — транспортное положение испытателя (обратная промывка буровых труб);

1 — отверстия для обратной промывки; 2 — запорный поворотный клапан; 3 — клапан-испытатель; 4 — отверстие уравнительного клапана; 5 — пакер; 6 — фильтр (перфорированная якорная труба)

Схема и принцип работы с пластоиспытателем приведены на рис. 45, где показана последовательность операций при исследовании скважины испытателем с опорой на забой. На рис. 46 показана диаграмма давлений, регистрируемых манометром, установленным в хвостовике испытателя.

При спуске испытателя в скважину (см. рис. 45, а) вытесняемая из нее жидкость проходит в зазор между стенками прибора и скважины, а также через фильтр *б* и отверстия открытого уравнительного клапана *4*. На диаграмме давлений (см. рис. 46) регистрируется участок гидростатического напора *1—2*. После посадки испытателя на забой скважины массой бурильных или насосно-компрессорных труб создается сжимающая нагрузка на пакер *5*, под действием которой происходит деформация уплотнительной манжеты и прижатие ее к стенке скважины. Одновременно закрывается клапан *4* и пространство под пакером изолируется от верхней части скважины.

После запаковки открывается запорный клапан *2* и начинается приток жидкости из пласта в пустые бурильные или насосно-компрессорные трубы (см. рис. 45, б). На диаграмме давлений сначала регистрируется резкое снижение давления *2—а*, а затем его рост по кривой *а—б*, соответствующий режиму восстановления уровня в трубах после мгновенной откачки. После некоторого времени стояния на притоке t_0 путем подъема труб снижают сжимающую нагрузку на пакер и вращением труб закрывают запорный клапан, регистрируя в течение времени T кривую восстановления давления *б—в* при отсутствии притока (см. рис. 45, в). Ориентировочно $T \approx 0,5t_0$. Открытием уравнительного клапана *4* выравнивается давление под и над пакером (см. рис. 45, г), что отмечено участком *в—з* на диаграмме давлений. При дальнейшем подъеме колонны труб манжета пакера возвращается в исходное положение (см. рис. 45, д) и инструмент поднимается на поверхность. Забойный манометр показывает постепенное уменьшение гидростатического давления *з—4*.

Таким образом, при обработке диаграмм давления должна использоваться методика расчета, учитывающая взаимосвязанные процессы притока жидкости из пласта и восстановления давления в нем после прекращения притока.

Опробователи пластов различных конструкций [56, 82, 117], спускаемые в скважину на кабеле, отличаются принципиально от пластоиспытателей тем, что отбор жидкости из пласта в них производится в емкость небольшого объема, размещаемую внутри прибора. Кроме того, приток пластовой жидкости здесь происходит через небольшое отверстие и имеет характер течения к точечному стоку с некоторыми особенностями, обусловленными влиянием контура скважины. С помощью опробователей может быть испытан любой, даже весьма незначительный по мощности интервал вскрываемого пласта.

Принцип действия опробователя (рис. 47) заключается в следующем. После спуска прибора на заданную глубину гидравлический привод прижимающего устройства *8* с большим усилием прижимает герметизирующий башмак из резины *2* к стенке скважины *6*. После взрыва кумулятивного заряда *3* и образования отверстия в глинистой корке пластовая жидкость начинает поступать в баллон *7*. В процессе поступления жидкости манометр, расположенный

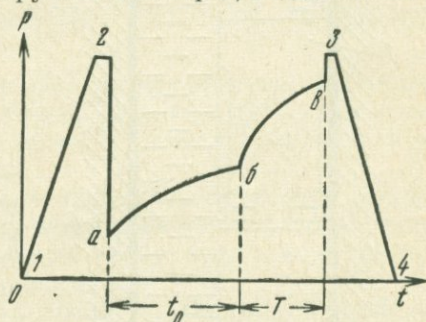


Рис. 46. Диаграмма давления, записываемого манометром пластоиспытателя при исследовании скважины

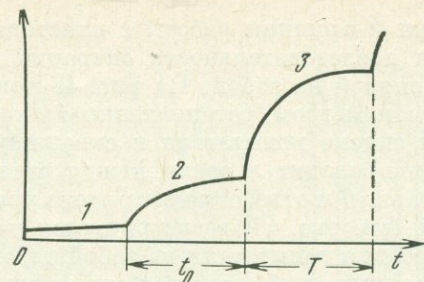
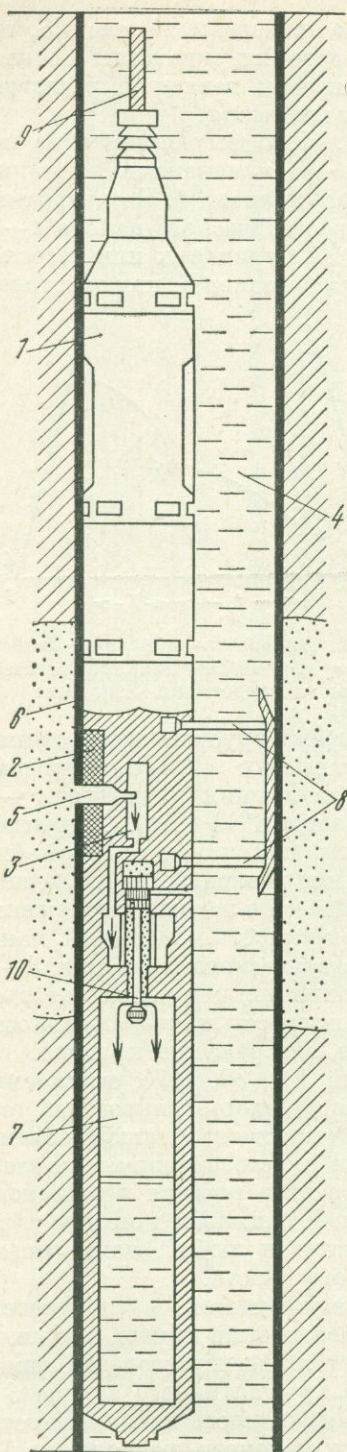


Рис. 48. Диаграмма давления, записываемого манометром опробователя пластов на кабеле

1 — спуск опробователя; 2 — приток жидкости в баллон; 3 — восстановление давления после прекращения притока

внутри опробователя, записывает возрастание давления в нем (рис. 48, кривая 2). После заполнения нижней части емкости клапан 10 отсекает пробу жидкости и в дальнейшем манометром регистрируется кривая восстановления давления без притока 3.

При обработке диаграммы давления с целью определения параметров пласта необходимо учитывать, что приток жидкости в баллон сопровождается увеличением давления в сжимающейся газовой подушке. Кроме того, в различных конструкциях опробователей возможны отклонения от приведенной схемы работы прибора. Нужно отметить также, что более целесообразным, на наш взгляд, было бы деление приборов на типы по принципу опробуемой мощности пласта. Тогда все виды испытателей пластов можно отнести к типу макроиспытателей, а опробователи — микроиспытателей. Дальнейшая классификация по конструкциям и режимам действия должна производиться внутри каждого из этих двух основных типов.

Обработка диаграмм давления, полученных с помощью испытателя пластов, производится следующим образом. Для кривой *a — б* (см. рис. 46) применяется описанная выше методика (см. § 1 настоящей главы), так как эта

Рис. 47. Схема опробователя пластов, опускаемого в скважину на кабеле

1 — корпус опробователя; 2 — герметизирующий башмак; 3 — кумулятивный перфоратор и клапан; 4 — глинистый раствор в скважине; 5 — участок отбора жидкости из пласта; 6 — глинистая корка; 7 — емкость для отбора пробы жидкости; 8 — прижимающее устройство; 9 — кабель-трос; 10 — поршневой клапан

кривая соответствует режиму восстановления уровня в бурильных трубах после мгновенной откачки. Второй участок кривой $b - e$ отвечает режиму восстановления давления при отсутствии притока. Для его обработки могут быть использованы различные приближенные приемы [62, 74, 92, 125]. Наиболее труден учет переменного характера притока в первый период испытания, тем более что дебит обычно не регистрируется прибором и его приходится вычислять дифференцированием кривой восстановления давления (участок $a - б$).

Наиболее простой метод обработки участка $b - e$ основан на использовании приближенной формулы Д. Хорнера [125]

$$p_0 - p(t) = \frac{Q^* \mu}{4\pi km} \ln \frac{t_0 + t}{t}, \quad (VI.25)$$

где p_0 и $p(t)$ — пластовое давление и давление, регистрируемое глубинным манометром под пакером; μ — вязкость пластовой жидкости; Q^* — приведенный дебит, равный $Q^* = V/t_0$, причем V — объем жидкости, полученный за время t_0 , т. е. до закрытия запорного клапана.

Фактическая кривая восстановления давления строится в этом случае в координатах $p, \ln [(t_0 + t)/t]$. По наклону прямолинейного участка определяется km ; пластовое давление p_0 находится по отрезку, отсекаемому прямой на оси ординат. Недостатком здесь является осреднение дебита притока, который на самом деле существенно меняется за время t_0 . Поэтому принимают различные формы аппроксимации фактической кривой дебита ступенчатой линией. Тогда, согласно рекомендациям А. Оде и Ф. Селига [130], в (VI.25) вводятся приведенные время и дебит

$$t_0^* = 2 \left[t_0 - \frac{\Delta t}{2V} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2} (t_i + t_{i+1}) \right]; \quad Q^* = \frac{V}{t_0^*}, \quad (VI.26)$$

где n — число точек, Δt — интервал аппроксимации.

С использованием расчета по (VI.26) преобразованный график восстановления давления строится в координатах $p, \ln [(t_0^* + t)/t]$, наклон которого, равный $Q^* \mu / 4\pi km$, позволяет определить km .

При обработке данных, получаемых с помощью опробователя (микроспытателя) пластов, нужно иметь в виду, что приток жидкости из пласта в баллон прибора и подъем уровня в нем сопровождаются сжатием газового объема. Чтобы учесть этот фактор, рассмотрим задачу притока жидкости через отверстие радиуса r_0 в баллон, заполненный газом с давлением p_0 (обычно p_0 равно атмосферному давлению). Уравнение для давления сжимающегося в баллоне газа (закон Бойля — Мариотта)

$$p(H_0 - H) = p_0 H_0, \quad (VI.27)$$

где $H(t)$ — высота заполнения жидкостью, а H_0 — общая высота баллона, позволяет при переходе к изменениям напора $p = \gamma s$ и $p_0 = \gamma s_0$ (γ — объемная масса пластовой жидкости) записать

$$H(t) = \frac{s - s_0}{s} H_0. \quad (VI.28)$$

Расход жидкости, фиксируемый по уровню в баллоне, равен

$$Q(t) = \pi r_0^2 \frac{dH(t)}{dt}, \quad (VI.29)$$

а с учетом (VI.28)

$$Q(t) = \pi r_c^2 H_0 s_0 \frac{1}{s^2} \frac{ds}{dt}. \quad (\text{VI.30})$$

Полагая далее, что в окрестности водопримного отверстия опробователя довольно быстро устанавливается квазистационарный режим фильтрации с расходом

$$Q(t) = 4\pi k r_0 s(r_0, t), \quad (\text{VI.31})$$

приравнивая (VI.30) и (VI.31) при условии $s(r_0, t) = s(t)$, после интегрирования получим

$$\frac{1}{s_0^2} - \frac{1}{s^2} = \frac{8kr_0 t}{H_0 s_0 r_c^2}; \quad \frac{1}{p_0^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{8kr_0 t}{H_0 p_0 \gamma r_c^2}. \quad (\text{VI.32})$$

Для определения коэффициента фильтрации k по кривой притока диаграммы давления опробователя последняя перестраивается в координатах $1/p^2, t$. Прямолинейный участок преобразованной кривой отсекает на оси ординат отрезок $1/p_0^2$, а его уклон $i = 8kr_0/H_0 p_0 \gamma r_c^2$ определяет значение k .

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УРОВНЯ В ОСТАНОВЛЕННЫХ СКВАЖИНАХ

§ 1. Дифференциальный и интегральный методы обработки кривых восстановления уровня в скважине

Для исследования пластов и скважин наиболее широко используется метод направленного изменения дебита скважины по заданному закону. Последовательное ступенчатое изменение дебита, как правило в сторону увеличения, с выдержкой в течение времени, достаточного для стабилизации давления (или уровня), используется в методе установившихся отборов. В экспресс-методах при определении параметров пласта исследуются переходные неустановившиеся процессы перераспределения давления (или уровня), вызванные мгновенным изменением дебита.

Частным случаем изменения режима работы скважины является ее остановка. Именно этот прием используется наиболее часто при испытаниях как разведочных, так и эксплуатационных скважин. При этом регистрируется темп восстановления забойного давления (или уровня) в скважине в процессе продолжающегося притока. Значения давления или уровня измеряются и записываются с помощью соответствующих приборов [89, 117]. Значения фильтрационного расхода на забое скважины получаются, как правило, дифференцированием кривой восстановления давления. Многочисленные методы расчета параметров по данным испытания скважин способом их остановки после работы с постоянным (или переменным) дебитом в течение времени t_0 могут быть подразделены на две основные группы.

К первой группе относятся методы, использующие прямолинейный асимптотический участок преобразованной кривой восстановления уровня, построенный в координатах (s , $\lg t$). Начальный криволинейный участок преобразованной кривой, обусловленный влиянием продолжающегося притока, сопротивления фильтра и призабойной зоны скважин, а также других факторов обычно не рассматривается. Если применяется способ эталонной кривой, то начальный участок фактической кривой восстановления уровня, не совпадающий обычно с эталонной кривой, также не рассматривается.

Ко второй группе относятся методы, учитывающие продолжающийся после остановки приток жидкости в ствол скважины или в свободное затрубное пространство. Интерес к этой группе методов обусловлен следующим. Во-первых, преобразованные кривые восстановления уровня совпадают с линейной асимптотой лишь при достаточно больших значениях времени. Например, в работе [52] отмечается, что в некоторых случаях получить кривую с прямолинейным участком не удастся в течение 2—3 ч и более. При этом время выхода на асимптоту увеличивается с ростом сечения исследуемой скважины и уменьшением проводимости km . Во-вторых, форма кривых восстановления уровня при продолжающемся притоке имеет обычно такой вид, что всегда на ней может быть выделен прямолинейный участок, который можно ошибочно принять за истинную асимптоту. И, наконец, в-третьих, для экспресс-метода наиболее интересен именно начальный участок кривой восстановления. Это дает возможность получить некоторыми способами большее число параметров, чем по прямолинейному преобразованному графику.

Методы расчета параметров пласта, приводимые в практических рекомендациях и не учитывающие продолжающийся приток [29, 68, 74, 89], основываются обычно на известном режиме и длительности эксплуатации скважины. Это обстоятельство делает эти методы предпочтительными для разведочных и недавно введенных в эксплуатацию скважин. Для этих скважин сравнительно легко можно выдержать постоянный дебит откачки или нагнетания с начала эксплуатации до ее остановки. Для эксплуатационных скважин учет истории их работы до остановки оказывается большей частью невозможным или весьма затруднительным. Кроме того, длительная остановка эксплуатационной скважины для получения хорошо выраженной прямолинейной асимптоты преобразованной кривой восстановления часто бывает нежелательной по технологическим причинам. Это дает дополнительную аргументацию в пользу методов обработки начального участка кривых восстановления.

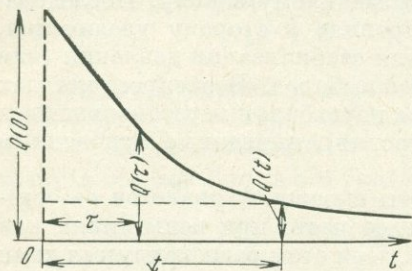


Рис. 49. Кривая изменения притока жидкости в скважину после ее остановки

образованной кривой восстановления часто бывает нежелательной по технологическим причинам. Это дает дополнительную аргументацию в пользу методов обработки начального участка кривых восстановления.

В связи с актуальностью учета продолжающегося притока разработано множество методов определения параметров пластов и скважин, включающих этот фактор [18, 27, 62, 72, 92, 102, 104, 105]. Эти методы существенно отличаются как степенью теоретической обоснованности, так и сложностью обработки экспериментальных данных. Последние представляются обычно в виде

кривой восстановления уровня или забойного давления в испытуемой скважине, а также в виде кривой фактического притока жидкости к фильтру скважины. Последняя кривая получается двумя способами: по данным регистрации фактического расхода глубинными дебитомерами и путем дифференцирования кривой восстановления. Первый способ является наиболее предпочтительным, однако отсутствие соответствующих приборов достаточной точности ограничивает его применение. Поэтому приходится использовать второй способ несмотря на погрешности, связанные с дифференцированием эмпирического графика.

Этот недостаток привел к необходимости создания методов, в которых исключается операция дифференцирования введением некоторой функции накопления жидкости скважиной, т. е. интегрированием кривой восстановления уровня или давления. В соответствии с этим методы определения параметров стали подразделять на две категории — дифференциальные и интегральные.

В дифференциальном методе Ю. П. Борисова [18] монотонно затухающий приток жидкости к фильтру скважины (рис. 49) аппроксимируется трехчленной формулой

$$Q(\tau) = Q_1 + Q_2 \frac{t-\tau}{t} + Q_3 \frac{(t-\tau)^2}{t^2}, \quad (\text{VII.1})$$

а восстановление уровня после остановки скважины формулой для линейного источника переменной мощности

$$s(t) = \frac{1}{4\pi km} \int_0^t \frac{Q(0) - Q(\tau)}{t-\tau} \exp \left[-\frac{r_0^2}{4a(t-\tau)} \right] d\tau. \quad (\text{VII.2})$$

Здесь $Q(0) = Q$ — постоянный дебит скважины перед остановкой. Коэффициенты Q_{1-3} находятся подстановкой (VII.1) в (VII.2). Их явная форма с некоторыми допущениями отыскивается из условий:

1) в момент времени $\tau = t$, $Q(\tau) = Q(t)$;

2) скорость изменения функции $Q(\tau)$ в окрестности t равняется скорости изменения действительного дебита

$$\frac{dQ(\tau)}{d\tau} = \frac{dQ(t)}{dt};$$

3) накопленный приток к моменту времени $\tau = t$ одинаков по (VII.1) и (VII.2).

После определения Q_{1-3} выражение (VII.1) подставляется в (VII.2) и трансформируется к следующему виду:

$$\psi_y = A + i\psi_x, \quad (\text{VII.3})$$

где

$$\psi_y = \frac{Qs(t)}{Q - Q(t)}; \quad A = \frac{Q}{4\pi km} \ln \frac{2.25a}{r_0^2} = i \ln \frac{2.25a}{r_0^2};$$

$$i = \frac{Q}{4\pi km}; \quad \psi_x = \ln \theta = \ln t - \frac{3/2}{Q - Q(t)} \left[\frac{1}{t} \int_0^t Q(t) dt - Q(t) - \frac{1}{6} \frac{dQ(t)}{dt} \right]. \quad (\text{VII.4})$$

Ниже приводится последовательность вычисления параметров пласта и скважины по формуле (VII.3), общая для всех рассмотренных методов.

1. По кривым восстановления уровня $s(t)$ и притока $Q(t)$ вычисляются значения ψ_y и ψ_x для нескольких значений времени t .

2. Вычисленные значения наносятся на график зависимости ψ_y от ψ_x .

3. По наклону объединяющей точки графика прямой (VII.3) находят водопродовимость пласта

$$km = \frac{Q}{4\pi i}. \quad (\text{VII.5})$$

4. По величине отрезка A на оси ψ_y определяется коэффициент пьезопроводности

$$a = 0,445r_0^2 e^{A/i}. \quad (\text{VII.6})$$

В ряде работ предлагается находить комплексный параметр a/r_0^2 , характеризующий как проявление упругоэластичности пласта, так и состояние призабойной зоны скважины. При этом считается, что сопротивление призабойной зоны учитывается эффективным радиусом скважины по (VI.16).

В рассмотренном методе наибольшие затруднения возникают в связи с необходимостью дважды дифференцировать экспериментальную кривую восстановления уровня $s(t)$, так как

$$Q(t) = \pi r_c^2 \frac{ds(t)}{dt}; \quad \frac{dQ(t)}{dt} = \pi r_c^2 \frac{d^2s(t)}{dt^2} \quad (\text{VII.7})$$

В связи с этим в работе [90] предлагается пренебречь второй производной $s(t)$ по времени при вычислении ψ_x , что можно сделать на участке кривой $s(t)$ лишь при достаточно больших значениях t .

При остановке скважины, работавшей кратковременно в период $0 < t \leq t_0$ с постоянным дебитом Q , параметры пласта могут быть определены дифференциальным методом, разработанным Ю. А. Мясниковым [62]. В основе этого метода используется прямолинейная анаморфоза вида (VII.3) при тех же

значениях коэффициентов A , i , и переменной ψ_y , что и в методе Ю. П. Борисова, но с иным определением координаты ψ_x . Здесь

$$\psi_x = \frac{Q \ln \frac{t_0 \tau}{t_0 + \tau} - p_1(\tau)}{Q - Q(\tau)}; \quad \tau = t - t_0;$$

$$p_1(\tau) = \int_0^{\tau-1} \frac{Q(\tau')}{\tau - \tau'} d\tau'. \quad (\text{VII.8})$$

При $t_0 \rightarrow \infty$, $\ln \frac{t_0 \tau}{t_0 + \tau} \rightarrow \ln \tau$ метод преобразуется в дифференциальный метод И. А. Чарного и И. Д. Умрихина [102], не учитывающий продолжительность работы скважины t_0 до остановки.

Следует еще отметить упрощение дифференциального метода путем введения переменного поправочного коэффициента, приближенно учитывающего продолжающийся приток [91, 116]. Однако этот метод дает заниженные (до 30%) параметры пласта [62].

В связи с указанными недостатками дифференциальных методов были разработаны интегральные методы определения параметров по данным восстановления уровня (давления) в остановленных скважинах [62, 72, 102, 104]. Используя связь импульса депрессии

$$I(\tau) = \int_0^{\tau} s(\theta) d\theta \quad (\text{VII.9})$$

с объемом жидкости, поступившей из пласта в скважину после ее остановки

$$V(\tau) = \int_0^{\tau} Q(\theta) d\theta, \quad (\text{VII.10})$$

И. А. Чарный и И. Д. Умрихин [102] предложили один из первых интегральных методов. В обобщении Ю. А. Мясникова [62] с учетом кратковременной работы скважины в течение времени t_0 с постоянным дебитом Q окончательная формула этого метода имеет вид (V II.3), причем A и i выражаются так же, как и в (V II.4), а переменные ψ_x и ψ_y следующим образом:

$$\psi_x = \frac{Q \left[\tau \ln \tau - (t_0 + \tau) \ln \frac{t_0 + \tau}{t_0} \right] - p_2(\tau)}{Q(\tau) - V(\tau)}; \quad (\text{VII.11})$$

$$\psi_y = \frac{Q \cdot I(\tau)}{Q\tau - V(\tau)}; \quad p_2(\tau) = \int_0^{\tau-1} \frac{V(\tau')}{\tau - \tau'} d\tau'.$$

В частном случае $t_0 \rightarrow \infty$ [101] получаем более простое выражение для ψ_x

$$\psi_x = \frac{Q[\tau(\ln \tau - 1)] - p_2(\tau)}{Q\tau - V(\tau)} \quad (\text{VII.12})$$

В работах [62, 105] приводится подробная методика вычисления интегралов $I(\tau)$ и $p_2(\tau)$, включая использование ЭВМ. При этом в работе [62] приведено сопоставление результатов расчета параметров пласта при обработке некоторой гипотетической кривой восстановления давления с учетом

времени работы скважины до остановки — формула (VII.11) и без учета этого обстоятельства — формула (VII.12). При работе скважины $r_0 = 10$ см в пласте с параметрами $km = 0,25$ см²/с и $a = 10^4$ см²/с расходом $Q = 1$ л/с в течение $t_0 = 1$ ч ошибка в определении km без учета длительности периода t_0 составляет почти 100%.

Основой интегрального метода Г. И. Баренблатта, Ю. П. Борисова, С. Г. Каменецкого и А. П. Крылова [72] является решение дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации жидкости к скважине при начальном стационарном распределении напоров в пласте

$$s(r, 0) = s_0 + \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{r}{r_0} \quad (\text{VII.13})$$

и условия баланса расходов притока и аккумуляции жидкости в стволе скважины

$$\omega \frac{ds(r_0)}{dt} = 2\pi km \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right)_{r=r_0}, \quad (\text{VII.14})$$

где ω — площадь сечения скважины.

Это решение в окончательном виде представляется в области изображений по Лапласу и имеет вид

$$\Psi_y(p) = \frac{s(p)}{Q(p)} = \frac{1}{2\pi km \beta_0} \cdot \frac{K_0(\beta_0)}{K_1(\beta_0)}, \quad (\text{VII.15})$$

где $s(p)$ и $Q(p)$ — трансформированные по Лапласу функции восстановления уровня в скважине и притока к ней; p — параметр преобразования; $\beta_0 = r_0(p/a)^{1/2}$.

Рабочая формула метода получается, если функции Бесселя в (VII.15) представить их асимптотическими выражениями при малых аргументах β_0 :

$$K_0(\beta_0) \approx \ln \frac{1,12}{\beta_0}; \quad K_1(\beta_0) \approx \frac{1}{\beta_0}.$$

Тогда

$$\Psi_y(t_0) = \frac{1}{4\pi km} \left(\ln \frac{0,793r_0^2}{a} - \ln t_0 \right). \quad (\text{VII.16})$$

Для использования прямолинейной анаморфозы функция $\Psi_y(t_0)$ вычисляется по точкам кривой восстановления уровня (или давления) $s(t)$ в скважине по заранее выбранным нескольким значениям константы $t_0 = 1/p$, имеющей размерность времени. Если затрубное пространство насосной скважины сообщается с атмосферой, то

$$\Psi_y(t_0) = \frac{t_0 s(t_0)}{\omega s(t_0) - Qt_0^2};$$

$$s(t_0) = \int_0^{\infty} [s_0 - s(t)] e^{-t/t_0} dt. \quad (\text{VII.17})$$

При вычислении интеграла $s(t_0)$ значение константы t_0 выбирается таким образом, чтобы часть интеграла, соответствующая $t > T$, где T — продолжительность исследования скважины на режиме восстановления уровня, была пренебрежимо малой. Г. И. Баренблатт [11] рекомендует использовать значения t_0 в пределах от $1/20 T$ до $1/6 T$. Для построения преобразованного графика восстановления уровня в координатах Ψ_y , $\Psi_x = \ln t_0$, достаточно трех значений t_0 , из которых одно (среднее) является контрольным, так как указанный

график должен быть согласно (VII.16) прямой линией. Примеры расчетов по этому методу, включая рекомендации по численному интегрированию, имеются в работе [105].

Наименее трудоемким за счет сокращения объема вычислительных работ является интегральный метод определения параметров Э. Б. Чекалюка [104]. В его основе лежит следующее соотношение:

$$\psi_y(t) = \frac{1}{2\pi km} \left(\ln \frac{a}{r_0^2} + \ln t \right), \quad (\text{VII.18})$$

в котором

$$\psi_y(t) = \frac{D(\bar{t}) \ln \bar{t}}{t [Qt - V(t)]}; \quad (\text{VII.19})$$

$$D(\bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} s(t - \tau) dG(\tau);$$

$$\bar{t} = Mt,$$

где $M = a/r_0^2$ — масштаб времени, которым нужно предварительно задаться, так как параметр a заранее неизвестен; $V(t)$ — объем жидкости, накопленный в стволе скважины за время t после остановки; $G(t)$ — функция, определяющая объем извлеченной из пласта жидкости при единичном понижении ($s = 1$).

Для определения параметров пласта предварительно строятся кривые восстановления уровня в координатах $s(t - \bar{t})$, $G(\bar{t})$. Считается, что достаточно построить три таких кривых для фиксированных значений \bar{t} .

Функция $G(\bar{t})$ определяется по специальным палеткам или по приближенному соотношению

$$G(\bar{t}) = \frac{2}{\pi} [\text{Ei}(2y) - \text{Ei}(y) - \ln 2]; \quad (\text{VII.20})$$

$$y = \ln(1 + \sqrt{\pi \bar{t}}).$$

Функция $D(\bar{t})$ определяется интегрированием полученных кривых. В дальнейшем на основе уравнения (VII.18), дающего в координатах $\psi_y(t)$, $\ln t$ прямую линию, определяются параметры km и a (или a/r_0^2).

Некоторое усовершенствование метода с целью упрощения вычислительных операций и уменьшения их объема предложено А. П. Канюгой и Ю. А. Медведевым [55].

В работе [52] показано, что при обработке результатов восстановления уровня или давления в остановленной скважине рассмотренные выше интегральные методы равнозначны друг другу и поэтому при правильной технологии исследований и тщательных расчетах значения фильтрационных параметров должны быть одинаковыми. Получающиеся на практике расхождения объясняются влиянием точности определения точек фактической кривой восстановления, сопротивления призабойной зоны скважины, неоднородности пласта и других факторов в каждом из методов.

Следует отметить, что для всех интегральных методов, кроме метода И. А. Чарного и И. Д. Умрихина [102], обобщенного Ю. А. Мясниковым [62] (VII.11), необходимо обеспечивать достаточно длительный режим эксплуатации скважины с постоянным расходом до остановки ($t_0 > (8 \div 10) T$).

Общим признаком рассмотренных методов определения фильтрационных параметров является введение в расчет экспериментальных данных $s(t)$, $Q(t)$,

приходим к следующей системе уравнений

$$\frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \frac{\partial s}{\partial t}; \quad r_0 \leq r \leq \infty; \quad t > 0; \quad (\text{VII.26})$$

$$s(r, 0) = 0; \quad (\text{VII.27})$$

$$2\pi k m r_0 \frac{\partial s(r_0, t)}{\partial r} - \pi r_0^2 \frac{\partial s(r_0, t)}{\partial t} = Q; \quad (\text{VII.28})$$

$$\frac{\partial s(\infty, t)}{\partial r} = 0. \quad (\text{VII.29})$$

Решение (VII.26)—(VII.29) получено С. Г. Каменецким [51]. Задача для более сложных условий, когда дополнительно учитывается перетекание через

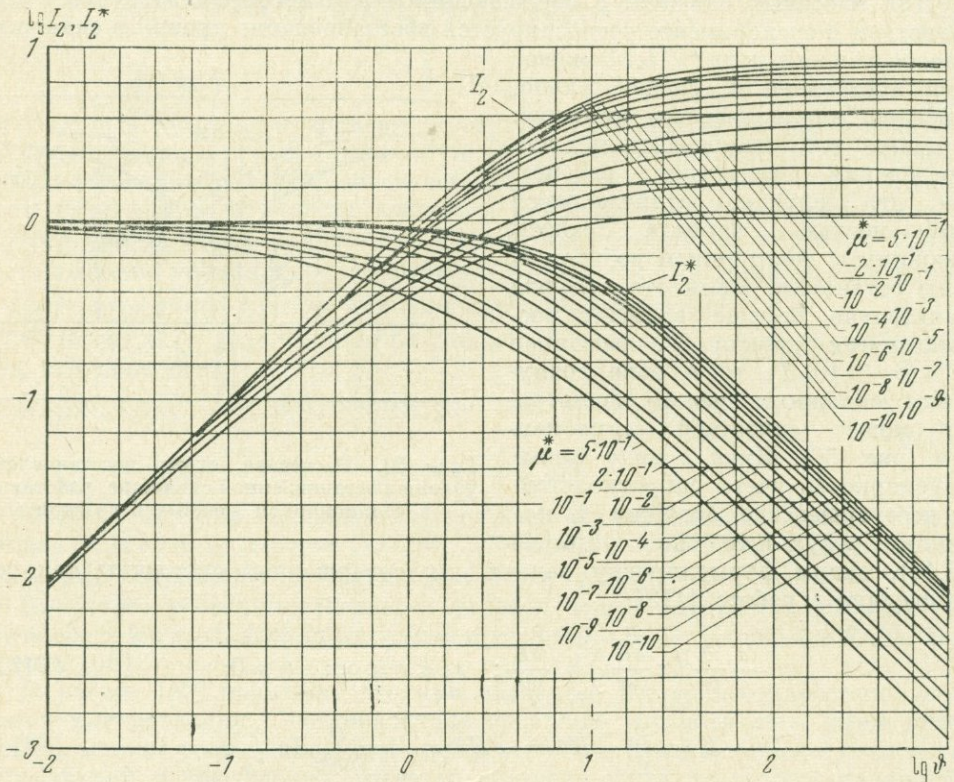


Рис. 51. График $I_2(\mu^*, \theta)$ и $I_2^*(\mu^*, \theta)$

слабопроницаемый слой грунта из горизонта с постоянным напором, рассмотрена Б. С. Шержуковым и Н. И. Гамаюновым [109], а также И. Пападопулосом и Х. Купером [129]. В. М. Шестаков и И. С. Пашковский [113], используя результаты С. Г. Каменецкого [51], А. Ван Эвердингена и У. Херста [121], а также данные моделирования на специальном гидрорегистраторе [18], разработали приближенную методику решения этой задачи и определения параметров пласта.

Строгое решение задачи для изменения уровня в скважине при восстановлении имеет вид:

$$s = \frac{Q}{\pi km} I_2(\mu^*, \vartheta); \quad (\text{VII.30})$$

$$I_2(\mu^*, \vartheta) = 8 \left(\frac{\mu^*}{\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-v^2 \vartheta / \mu^*}}{N_0(v)} \frac{dv}{v^2}; \quad \vartheta = \frac{kmt}{r_c^2}.$$

Если в выражении (VII.30) выделить множитель, равный отношению объема жидкости, поданной в скважину за время t , к ее сечению, то

$$s_2 = \frac{Qt}{\pi w_c^2} I_2^*(\mu^*, \vartheta); \quad (\text{VII.31})$$

$$I_2^* = I_2 / \vartheta.$$

Таблица 15

ω	Значения $F(u_\omega, \mu^*)$ при разных μ^*				
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
10	$9,755 \cdot 10^{-3}$	$9,976 \cdot 10^{-4}$	$9,998 \cdot 10^{-5}$	$1,000 \cdot 10^{-5}$	$1,000 \cdot 10^{-6}$
1	$9,192 \cdot 10^{-2}$	$9,914 \cdot 10^{-3}$	$9,991 \cdot 10^{-4}$	$1,000 \cdot 10^{-4}$	$1,000 \cdot 10^{-5}$
$5 \cdot 10^{-1}$	$1,767 \cdot 10^{-1}$	$1,974 \cdot 10^{-2}$	$1,997 \cdot 10^{-3}$	2,000	2,000
2	4,062	4,890	4,989	4,999	5,000
1	7,336	9,665	9,966	9,997	$1,000 \cdot 10^{-4}$
$5 \cdot 10^{-2}$	$1,260 \cdot 10^0$	$1,896 \cdot 10^{-1}$	$1,989 \cdot 10^{-2}$	$1,999 \cdot 10^{-3}$	2,000
2	2,303	4,529	4,949	4,995	5,000
1	3,276	8,520	9,834	9,984	$1,000 \cdot 10^{-3}$
$5 \cdot 10^{-3}$	4,255	$1,540 \cdot 10^0$	$1,945 \cdot 10^{-1}$	$1,994 \cdot 10^{-2}$	2,000
2	5,420	3,043	4,725	4,972	4,998
1	6,212	4,545	9,069	9,901	9,992
$5 \cdot 10^{-4}$	6,960	6,031	$1,688 \cdot 10^0$	$1,965 \cdot 10^{-1}$	$1,997 \cdot 10^{-2}$
2	7,866	7,557	3,523	4,814	4,982
1	8,572	8,443	5,526	9,340	9,932
$5 \cdot 10^{-5}$	9,318	9,229	7,631	$1,768 \cdot 10^0$	$1,975 \cdot 10^{-1}$
2	$1,024 \cdot 10^1$	$1,020 \cdot 10^1$	9,676	3,828	4,861
1	1,093	1,087	$1,068 \cdot 10^1$	6,245	9,493
$5 \cdot 10^{-6}$	1,163	1,162	1,150	8,991	$1,817 \cdot 10^0$
2	1,255	1,254	1,249	$1,174 \cdot 10^1$	4,033
1	1,324	1,324	1,321	1,291	6,779
$5 \cdot 10^{-7}$	1,393	1,393	1,392	1,378	$1,013 \cdot 10^1$
2	1,485	1,485	1,484	1,479	1,371
1	1,554	1,554	1,554	1,551	1,513
$5 \cdot 10^{-8}$	1,623	1,623	1,623	1,622	1,605
2	1,705	1,705	1,705	1,714	1,708
1	1,784	1,784	1,784	1,784	1,781
$5 \cdot 10^{-9}$	1,854	1,854	1,854	1,854	1,851
2	1,945	1,945	1,945	1,945	1,940
1	2,015	2,015	2,015	2,015	2,015

Для практического использования приведенных зависимостей на рис. 51 приводятся графики функций $I_2(\mu^*, \vartheta)$ и $I_2^*(\mu^*, \vartheta)$, построенные по данным И. Пападопулоса и Х. Купера [129] и дополненные для больших значений водоотдачи μ^* (от 10^{-2} до 0,5) данными работы [108]. Кроме того, с помощью табл. 15 по значениям μ^* и ϑ , вычислив предварительно u_ω , можно найти $I_2 = F/4$.

$$F(u_\omega, \mu^*) = 4I_2(\mu^*, \vartheta), \quad u_\omega = \mu^*/4\vartheta.$$

Авторы работы [129] показывают, что для больших значений безразмерного времени $\vartheta \geq 2,5 \cdot 10^2$ решение (VII.30) соответствует решению К. Тейса

$$s = -\frac{Q}{4\pi km} \text{Ei} \left(-\frac{\mu^*}{4\vartheta} \right). \quad (\text{VII.32})$$

При этом приведенная оценка ϑ не содержит допустимой погрешности.

В. М. Шестаков и И. С. Пашковский [113] подошли к вопросу о применимости формулы К. Тейса, а точнее ее аппроксимационной логарифмической формы, используя некоторый корректирующий множитель $F(\delta)$, где $\delta =$

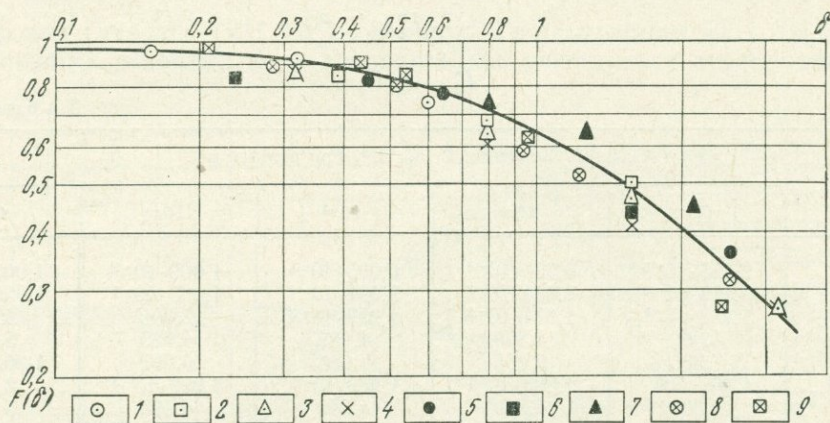


Рис. 52. График $F(\delta)$:

1-4 — по формуле С. Г. Каменецкого [51] (1 — $\omega = 0,1 \text{ см}^2$; 2 — $\omega = 0,25 \text{ см}^2$; 3 — $\omega = 0,5 \text{ см}^2$; 4 — $\omega = 5 \text{ см}^2$); 5-7 — по формуле Ван Эвердингена и Херста [121] (5 — $\mu = 10^{-5}$; 6 — $\mu = 0,67 \cdot 10^{-5}$; 7 — $\mu = 0,5 \cdot 10^{-5}$); 8-9 — по данным моделирования на гидронтеграторе [18] (8 — $1,28 \text{ см}^2$; 9 — $0,221 \text{ см}^2$)

$= \pi r^2 / km t$. Тогда изменение уровня в скважине может быть представлено как произведение понижения s без учета аккумулирующей емкости скважины на этот множитель

$$s = \frac{Q}{4\pi km} \left(\ln \frac{2,25at}{r_0^2} \right) F(\delta). \quad (\text{VII.33})$$

На графике (рис. 52) представлен ряд точек, вычисленных по решениям С. Г. Каменецкого [51], А. Ван Эвердингена и У. Херста [121], а также полученных по данным моделирования [18]. Эти авторы аппроксимировали суммирующий график экспоненциальной зависимостью

$$F(\delta) = 1 - e^{-1 \delta}. \quad (\text{VII.34})$$

Считая затем, что при $\delta < 0,05$ влиянием объема скважины можно пренебречь, получим соответствующее этому допущению время восстановления уровня

$$t > 20 \frac{\pi r_c^2}{km} \quad (\text{VII.35})$$

при относительной ошибке в определении s менее 5%.

Для проверки предположений (VII.34) и (VII.35) воспользуемся точным решением (VII.30) и его асимптотикой (VII.32). Тогда, имея в виду форму записи (VII.33), представим точное решение в виде

$$s = -\frac{Q}{4\pi km} \operatorname{Ei}\left(-\frac{\mu^*}{4\vartheta}\right) F^*(\mu^*, \delta), \quad (\text{VII.36})$$

где

$$F^*(\mu^*, \delta) = -\frac{4I_2(\mu^*, \pi/\delta)}{\operatorname{Ei}\left(-\frac{\mu^*\delta}{4\pi}\right)}; \quad \vartheta = \pi/\delta.$$

Таким образом, корректирующий множитель F^* зависит дополнительно от приведенной водоотдачи μ^* . Эта зависимость представлена на рис. 53. Из

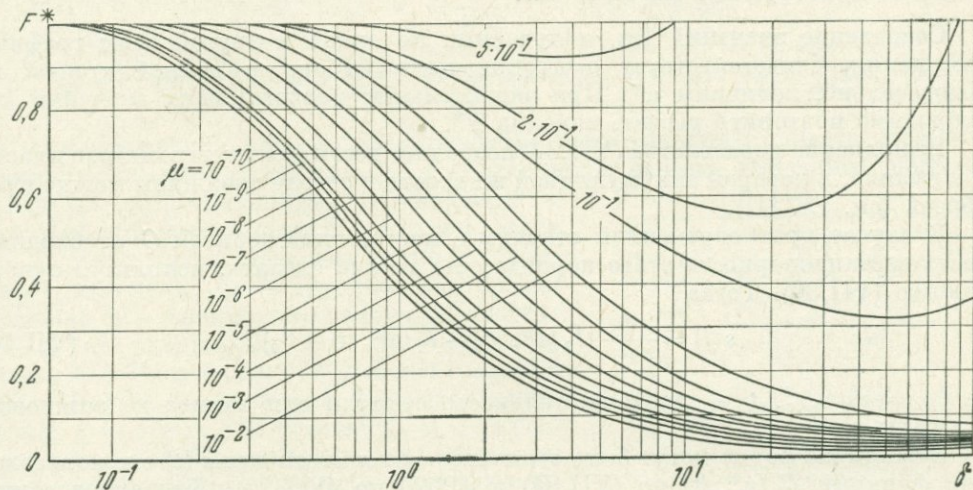


Рис. 53. График $F^*(\mu^*, \delta)$

сопоставления кривых на этом рисунке с аппроксимирующей кривой на рис. 52 следует, что последняя отвечает значению $\mu^* = 10^{-4}$.

Расчеты, выполненные для относительной ошибки в определении около 2%, показывают, что в этом случае влиянием емкости ствола скважины можно пренебрегать при

$$t > \vartheta_* \frac{\pi r_c^2}{km}, \quad (\text{VII.37})$$

причем значения ϑ_* определяются величиной μ^* в следующем соответствии:

μ^*	0,5	0,2	0,1	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}
ϑ_*	0,91	1,67	2,08	2,64	3,33	4,35	5,26	6,08	7,41	9,10	9,92	10,9

Из этого следует, что соотношение (VII.35) выполняется во всем диапазоне принятых μ^* .

Методика определения параметров пласта при испытании скважины в режиме восстановления уровня после длительной откачки с постоянным дебитом при условии, что неравенство (VII.37) не выполняется, сводится к следующему.

Фактические данные $s = f(t)$ представляются на кривой в координатах ($\lg s$, $\lg t$). Эта кривая совмещается с эталонной кривой графика $I_2(\mu^*, \vartheta)$ и по наилучшему совпадению этих кривых оценивается значение μ^* . Так как

$$\lg s = \lg \frac{Q}{\pi km} + \lg I_2, \quad (\text{VII.38})$$

то по смещению координат s и I_2 можно найти $Q/\pi km$ и, следовательно, km .

Используя также смещение координат фиксированной точки на оси абсцисс, что следует из соотношения

$$\lg \vartheta = \lg \frac{km}{r_c^2} + \lg t, \quad (\text{VII.39})$$

получают дублирующее значение km .

Совпадение значений km , полученных по одной и другой осям графика совмещения, свидетельствует о правильности выбора эталонной кривой и, следовательно, величины μ^* . При значительных расхождениях значений km необходимо повторить расчет, изменив μ^* .

Выполнение неравенства (VII.37) позволяет вести расчет параметров пласта по методике, в которой аккумуляцией жидкости в стволе скважины можно пренебречь (см. гл. III).

В случае кратковременной откачки с постоянным дебитом Q необходимо учесть нестационарность этого периода, что можно сделать, используя суперпозицию (VII.30). Тогда

$$s(t) = \frac{Q}{\pi km} [I_2(\mu^*, \vartheta) - I_2(\mu^*, \vartheta - \vartheta_0)], \quad (\text{VII.40})$$

где $\vartheta_0 = km t_0 / r_c^2$, t_0 — продолжительность откачки или налива до остановки скважины.

В такой же форме могут быть записаны зависимости для $s(t)$ с использованием функций $I_2^*(\mu^*, \vartheta)$ по (VII.34) и $F^*(\delta)$ по (VII.36). Для определения параметров пласта эталонные кривые (см. рис. 51) должны быть перестроены в соответствии с (VII.40) для конкретного значения t_0 (ϑ_0).

Если выполняются условия (VII.37) или (VII.35), определяющие переход режима откачки или налива на квазистационарный и возможность пренебрежения влиянием емкости скважины, расчетная зависимость для обработки данных восстановления уровня может быть представлена следующим образом

$$s(t) = \frac{Q}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r_0^2} [1 - F^*(\mu^*, \delta^*)], \quad (\text{VII.41})$$

причем

$$\delta^* = \pi r_c^2 / km (t - t_0).$$

Здесь использовано условие $F^*(\mu^*, \delta_0) = 1$, когда

$$\delta_0 = \pi r_0^2 / km t_0.$$

ОЦЕНКА СКИН-ЭФФЕКТА СКВАЖИН

§ 1. Общий скин-эффект и его отдельные составляющие

Изменения напора в пласте и в скважинах s при откачках и нагнетаниях, как это следует из решений, приведенных в главе III, могут быть выражены через безразмерные сопротивления, а именно

$$s = s_{\text{п}} + s_{\text{с}}; \quad s_{\text{п}} = \frac{Q}{4\pi T} \zeta_{\text{п}}; \quad s_{\text{с}} = \frac{Q}{4\pi T} \zeta_{\text{с}};$$

$$\zeta_{\text{п}} = -\text{Ei}(-u); \quad u = \frac{r^2}{4at}; \quad \zeta_{\text{с}} = \zeta(l/m, l/r, u) + \zeta_*; \quad \zeta_* = \sum_1^3 \zeta_{\text{к}}, \quad (\text{VIII.1})$$

где $s_{\text{п}}$ — изменение напора, обусловленное сопротивлением пласта при действии совершенной скважины $\zeta_{\text{п}}$; $s_{\text{с}}$ — изменение напора, вызванное дополнительными сопротивлениями в скважине и призабойной зоне пласта $\zeta_{\text{с}}$, причем часть его ζ обусловлена степенью вскрытия пласта, а величина ζ_* — другими факторами; величина $\zeta_{\text{с}}$ — общий скин-эффект скважины; Q — дебит скважины; $T = km$ — проводимость; r — расстояние от оси центральной скважины; l — длина рабочей части скважины; t — время. Величины $\zeta_{\text{п}}$ и $\zeta_{\text{с}}$ представляют собой безразмерные сопротивления в скважине (центральной или контрольной) или в точке пласта (в этом случае величина ζ_0 зависит также от z/m , где z — вертикальная ордината точки). Как видно из (VIII.1), безразмерные сопротивления ζ представляют собой величины, обратные удельному расходу Q/kms . Разность значений ζ в двух контрольных скважинах (или точках) представляет собой сопротивление на участке пласта между этими скважинами (точками). Таким образом, при одном и том же дебите Q кривая депрессии $s = f(r)$ при отсутствии дополнительных сопротивлений размещается выше, а при наличии этих сопротивлений — ниже (рис. 54). Часто дополнительное сопротивление центральной скважины $\zeta_{\text{с}}$ считается сосредоточенным на ее поверхности в виде сопротивления некоторой расчетной пленки.

При гидрогеологических исследованиях главное значение имеет дополнительное сопротивление центральной скважины $\zeta_{\text{с}} = \zeta_0$. Дополнительные сопротивления контрольных скважин $\zeta_{\text{с}} - \zeta_r$ с увеличением r резко уменьшаются. В виду этого, выше был предложен следующий способ определения $\zeta_{\text{с}}$. По изменениям уровня в самой дальней контрольной скважине (или двум дальним

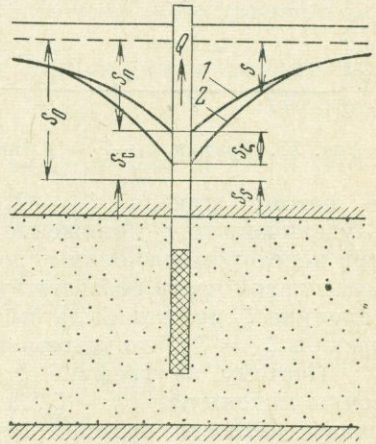


Рис. 54. Кривые депрессии при отсутствии (1) и наличии (2) скин-эффекта в скважине

$s_{\text{п}}$ — понижение, вызванное сопротивлением в пласте при действии совершенной скважины; $s_{\text{с}}$ — понижение, обусловленное сопротивлением вследствие неполного вскрытия пласта ζ ; $s_{\text{с}}$ — понижение, обусловленное суммой всех других сопротивлений $\zeta_{\text{с}}$

скважинам) находятся параметры T и a в предположении, что для этих скважин $\zeta_c = 0$ (см. гл. III). Затем для центральной и всех остальных контрольных скважин из (VIII.1) определяют величины $\zeta_c = \zeta_i$, т. е.

$$\zeta_i = \frac{4\pi k m s_i}{Q} + \text{Ei} \left(-\frac{r_i^2}{4at} \right) \quad (i=0, 1, \dots, n), \quad (\text{VIII.2})$$

Где n — число контрольных скважин. Для квазистационарного режима ($at/r_i^2 > 2,8$):

$$\zeta_i = \frac{4\pi k m s_i}{Q} - \ln \frac{2,25at}{r_i^2}. \quad (\text{VIII.3})$$

Однако при таком способе определения ζ_i остается неясным, при каких значениях r_i , скин-эффект ζ_i можно принять равным нулю. Чтобы устранить эту неопределенность, необходимо иметь не менее трех-четырёх контрольных скважин на одном луче. Тогда, вычитая из равенства (VIII.3) при $i=0$ его же при $i \neq 0$, для разности $\zeta_0 - \zeta_i$, найдем:

$$\zeta_0 - \zeta_i = \frac{4\pi k m (s_0 - s_i)}{Q} - 2 \ln \frac{r_i}{r_0}. \quad (\text{VIII.4})$$

Далее величины $\zeta_0 - \zeta_i$ на графике (рис. 55) откладываются по оси ординат, а $\ln r_i/r_0$ — по оси абсцисс. При $r_i = r_0$ и $s_i = s_0$ из (VIII.4) следует, что $\zeta_i = \zeta_0$,

а потому кривая $\zeta_0 - \zeta_i = f(\ln r_i/r_0)$ выходит из начала координат. С увеличением r_i понижение $s_i \rightarrow 0$, правая часть уравнения (VIII.4) растет, при некотором значении r_i достигает максимума, а затем уменьшается. Максимум правой части соответствует $\zeta_i = 0$, поскольку при уменьшении последней величина ζ_i должна была бы возрастать и при некотором значении r_i получилось бы $\zeta_i = \zeta_0$, что невозможно, так как $\zeta_i = \zeta_0$ только при $r_i = r_0$ и $s_i = s_0$.

Поэтому на графике $\zeta_0 - \zeta_i = f(\ln r_i/r_0)$ величина ζ_0 равна ординате точки максимума $\zeta_0 - \zeta_i$, а значения ζ_i для разных контрольных скважин равны разности ординат точки максимума и точек, соответствующих этим контрольным скважинам (см. рис. 55). При соблюдении условий (IV.1) и (IV.14) пласт можно считать имеющим неограниченную мощность ($m = \infty$). В этом случае при размещении скважины у непроницаемой кровли пласта скин-эффект ζ_c для центральной и близких к ней контрольных скважин будет:

а) при условии (IV.14)

$$\zeta_i = \frac{4\pi k l s_i}{Q} - 2N \left(\frac{l}{r_i} \right) + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{2\sqrt{at}}; \quad (\text{VIII.5})$$

$$N \left(\frac{l}{r} \right) = \text{arsh} \frac{2l}{r_i} + \frac{r_i}{2l} - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2l} \right)^2} \approx \ln \left(1,47 \frac{l}{r_i} \right), \quad (\text{VIII.6})$$

где приближенное равенство справедливо с точностью до 5% при $l/r_i \geq 5$;

б) при условии (IV.14a)

$$\zeta_i = \frac{4\pi k l s_i}{Q} - \ln \frac{2,25at}{r_i^2}. \quad (\text{VIII.7})$$

где величины k и a определяются по дальней контрольной скважине (см. гл. IV). При использовании нескольких контрольных скважин (см. рис. 55) для определения скин-эффекта ζ_i используется формула (VIII.3).

В работе [73] рекомендуется другой способ определения общего скин-эффекта, а именно предлагается строить график зависимости $s_i - s_{i+1}$ только для контрольных скважин (т. е. $s_1 - s_2$, $s_2 - s_3$, и т. д.) от $\ln(r_{i+1}/r_i)$. При этом величинами ζ_1 , ζ_2 и т. д. для этих скважин можно пренебречь, и потому в [73] эта зависимость выражается прямой, проходящей через начало координат.

Затем на тот же график наносится точка с ординатой $s_0 - s_1$ и абсциссой $\ln r_1/r_0$, соответствующая центральной и ближайшей к ней контрольной скважине и через нее проводится прямая, параллельная предыдущей и отсекающая на оси ординат величину A . Далее коэффициент ζ_0 принимается равным $A/\text{tg } \gamma$, где γ — угол этих прямых с осью абсцисс. Но угловые коэффициенты этих прямых нельзя считать одинаковыми; для первой и второй прямой они будут

$$\text{tg } \gamma_1 = \frac{s_1 - s_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{Q}{2\pi km}; \quad \text{tg } \gamma_0 = \frac{s_0 - s_1}{\ln \frac{r_1}{r_0}} = \frac{Q}{2\pi km} \left(1 + \frac{\zeta_0}{2 \ln \frac{r_1}{r_0}} \right). \quad (\text{VIII.8})$$

Обе прямые непараллельны друг другу и, следовательно, коэффициент ζ_0 таким способом не может быть определен.

В соответствии с [81] величина ζ_c состоит из следующих составляющих

$$\zeta_c = \zeta + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3, \quad (\text{VIII.9})$$

где ζ — сопротивление, обусловленное степенью вскрытия пласта l/m и относительным заглублением рабочей части скважины под кровлю пласта c/m ; ζ_1 — сопротивление, зависящее от числа, размеров и формы отверстий в фильтрационной поверхности скважины и конструкции ее обсыпки (антифильтра); ζ_2 — сопротивление, вызванное образованием пленки и пробки внутри скважины в пределах ее рабочей части, а также сопротивлением потоку в скважине (в пределах ее рабочей части и в колонне насосных труб); ζ_3 — сопротивление, обусловленное кольматажем (выпадением солей, адсорбцией) или суффозией (растворением, десорбцией) в породах пласта вблизи скважины. При кольматаже величины ζ , $\zeta_{1,2}$ и $\zeta_3 > 0$, а при вымыве грунта $\zeta_3 < 0$. Если $\zeta_3 < 0$ и при том $|\zeta_3| > \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta$, то общий скин-эффект $\zeta_c < 0$. Во всех других случаях величина $\zeta_c > 0$. Сопротивление ζ_2 в той части, которая определяется действием пленки, главным образом относится к скважинам, в которые производится нагнетание (налив). В этом случае малопроницаемая пленка образуется на внутренней поверхности скважины за счет прилипания к ней частиц, взвешенных или эмульгированных в нагнетаемой жидкости. Подобная пленка возникает в скважинах, из которых производится откачка. В этом случае она образуется на внешней поверхности скважины и состоит из продуктов коррозии материала скважины, гидроокиси железа и других соединений, находящихся в воде и окисляющихся при действии кислорода. Эта пленка возникает наряду с кольматацией пород в призабойной зоне скважин. Из всех величин ζ_{1-3} главную роль (особенно при длительной эксплуатации скважины) играет величина ζ_3 , обусловленная кольматажем или вымывом грунта.

Рассмотрим определение всех составляющих скин-эффекта ζ_c .

§ 2. Сопротивление и потеря напора, обусловленные степенью вскрытия пласта, заглублением фильтра под его кровлю, а также конструкцией фильтра

Величина сопротивления ζ определяется ниже для случая, когда фильтры центральной и всех контрольных скважин имеют одинаковую длину и размещены в пласте на одной и той же высоте. В этом случае напоры в фильтре каждой скважины одинаковы по высоте, а потому в решениях задачи величина ζ осредняется по высоте посредством интегрирования сопротивления ζ в точке пласта. Для стационарного течения такое осреднение впервые выполнено Холлом и И. А. Чарным, а для нестационарного — Н. Н. Веригиным, А. Л. Хейном и В. С. Саркисяном.

Для скважин в пластах, ограниченных сверху и снизу малопроницаемыми породами, и при размещении действующей части скважины у кровли (или подошвы) пласта величина ζ будет [35]:

а) при $\tau = at/r^2 \leq 50$; $l/m < 0,1$; $m/r \geq 100$

$$\zeta = -\left(\frac{m}{l} - 1\right) \text{Ei}\left(-\frac{r^2}{4at}\right); \quad (\text{VIII.10})$$

б) при $\tau > 10^5$; $l/m > 0,1$; $m/r \geq 100$

$$\zeta = 2\left(\frac{m}{l} - 1\right) \left[\ln\left(1,47 \frac{l}{r}\right) - 2,65 \frac{l}{m} \right]. \quad (\text{VIII.11})$$

Здесь для центральной скважины $r = r_0$ (r_0 — ее радиус), а для контрольных скважин $r = r_i$ (r_i — расстояние контрольной скважины номер i от центральной).

Точное решение для сопротивления с кратким его выводом дано в главе III. Там же приведены таблица значений $\zeta(l/m, l/r_0)$ при $\tau > 10^5$, когда эта величина практически не зависит от времени t , и таблица значений σ (или ζ) при $\tau < 10^5$, а также при размещении фильтра внутри пласта на глубине c от его кровли.

Отличие этих таблиц и графиков от составленных ранее Н. Н. Веригиным [23, 35, 37] состоит в том, что вместо аргумента m/r принят аргумент l/r , а диапазон значений l/r и u существенно расширен. В главе III приведены также формулы для случая, когда фильтр контрольной скважины имеет малую длину и размещен в точке с координатой z .

В работе [73] Ф. М. Бочеве́р для определения $\zeta(l/m, m/r, c/m)$ рекомендует график, отличный от номограмм Н. Н. Веригина [35, 37, 39]. Однако этот график построен по минимуму $\zeta(c/m)$, снятому с номограмм Н. Н. Веригина и приуроченному к точкам $c/m = 0,5 (1 - l/m)$.

Для этих точек отношение расстояния середины фильтра от кровли пласта к его мощности m всегда равно 0,5, а не 0,35—0,65, как ошибочно указано Ф. М. Бочеве́ром.

Таким образом, график Ф. М. Бочеве́ра является частным случаем номограмм Н. Н. Веригина, относящимся к наименьшим величинам ζ , причем остается неизвестным, каким значениям c/m они соответствуют.

Рассмотрим сопротивление самого фильтра и его обсыпки, состоящей из двух слоев. Для оценки этого сопротивления необходимо использовать решение задачи о притоке к скважине в пласте, разделенном коаксиальными цилиндрами радиусами $r_0 < r_1 < r_2 < r_3$ на три кольца толщиной $r_0 - r_1$, $r_2 - r_1$ и $r_3 - r_2$, с коэффициентами фильтрации k_1 , k_2 и k_3 , причем за пределами самого

большого кольца ($r > r_3$) пласт неограничен и имеет коэффициент фильтрации k . Подобную задачу рассматривали В. Херст [126], Ван Эвердинген [121] и В. Н. Щелкачев [115].

При квазиустановившемся режиме фильтрации для любого из трех колец, интегрируя уравнение Лапласа, получим

$$s = s_{i-1} - \frac{Q}{2\pi m k_i} \ln \frac{r}{r_{i-1}}; \quad (r > r_{i-1}, i = 1, 2, 3, 4), \quad (\text{VIII.12})$$

где s_{i-1} — изменение напора на внутренней границе кольца $i - 1$ (при $r = r_{i-1}$); s — понижение в любом сечении кольца i с радиусом-вектором r ; $b_i = k_i m$ — проводимость этого кольца; Q — дебит скважины; m — мощность пласта. Это уравнение удовлетворяет условиям четвертого рода на границах кольца (напоры и расход потока на этих границах одинаковы). Допустим, что ближайшее к скважине первое кольцо с радиусами r_0, r_1 — фильтр ($k = k_1$), второе кольцо с радиусами r_1, r_2 — первый слой обсыпки ($k = k_2$) и третье кольцо с радиусами r_2, r_3 — второй слой обсыпки ($k = k_3$). Тогда, принимая в (VIII.12) $r = r_i$ и $s = s_i$, найдем потерю напора и сопротивления в пределах фильтра и каждого из слоев обсыпки.

$$s_n = s_{i-1} - s_i = \frac{Q}{4\pi k m} \zeta_1; \quad \zeta_1 = 2 \frac{k}{k_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}. \quad (\text{VIII.13})$$

Отсюда при $i = 1, 2, 3$ вычисляются потери напора на фильтре первого и второго слоев обсыпки. При этом в случае нагнетания $Q > 0$ и $s_{i-1} > s_i$, а в случае откачки $Q < 0$ и $s_{i-1} < s_i$.

Коэффициент фильтрации для фильтра k_1 равен

$$k_1 = k_{об} \xi_0 \xi_1, \quad (\text{VIII.14})$$

где ξ_0 — скважность фильтра, равная отношению площади отверстий ко всей площади фильтра ($\xi_0 = 0,05 - 0,40$); ξ_1 — коэффициент концентрации струи при входе в отверстие фильтра ($\xi_1 \approx 1 - 3$ и более); $k_{об}$ — коэффициент фильтрации обсыпки.

Имея в виду, что

$$\ln \frac{r_1}{r_0} = \ln \left(1 + \frac{r_1 - r_0}{r_0} \right) \approx \frac{\delta\phi}{r_0}; \quad \delta\phi = r_1 - r_0, \quad (\text{VIII.15})$$

получим

$$\zeta_\phi = 2 \frac{\delta\phi}{\xi_0 \xi_1 r_0} \cdot \frac{k}{k_{об}}. \quad (\text{VIII.16})$$

Коэффициент ξ_1 может быть определен экспериментально. При двухслойной обсыпке $k_{об} = k_2$; при отсутствии обсыпки $k_{об} = k$. Общая потеря напора при фильтрации через обсыпку и фильтр будет

$$s_1 = \frac{Q}{4\pi T} (\zeta_1 + \zeta_\phi), \quad (\text{VIII.17})$$

где величины ζ находятся по уравнениям (VIII.13), (VIII.16).

§ 3. Сопротивление внутри фильтра и насосных труб скважины ζ_2

Внутрискважинное сопротивление ζ_2 состоит из трех составляющих, а именно

$$\zeta_2 = \zeta_{тр} + \zeta_{пл} + \zeta_{пр}, \quad (\text{VIII.18})$$

где $\zeta_{тр}$ — сопротивление, вызванное соответственно шероховатостью внутренней поверхности фильтра и насосных труб, а также трением в потоке жидкости внутри фильтра и этих труб; $\zeta_{пл}$ — сопротивление, обусловленное образованием на внутренней поверхности фильтра пленки (слоя осадка) из частиц, находящихся в жидкости, а также из продуктов коррозии материала фильтра; $\zeta_{пр}$ — сопротивление, обусловленное образованием пробки в фильтре вследствие смыва материала пленки и осадения его в отстойнике и фильтре (при нагнетаниях), а также оседания в них частиц, вымываемых из породы пласта (при откачках). Пленка, возникающая из частиц, находящихся в жидкости,

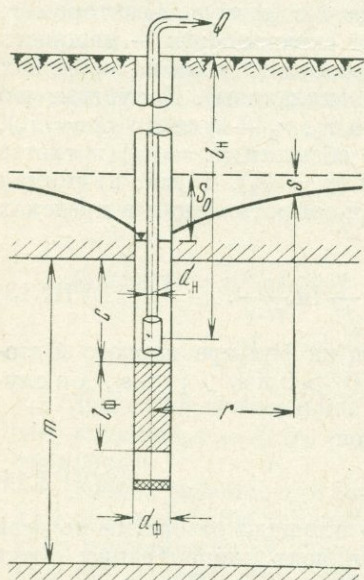


Рис. 56. Схема к определению потерь напора внутри фильтра и насосных труб скважины

где Q — дебит скважины; ω_{ϕ} , ω_n — площади поперечного сечения фильтра и насосных труб; R_{ϕ} и R_n — их гидравлические радиусы; c_{ϕ} и c_n — коэффициенты Шези для них; l_{ϕ} и l_n — длины фильтра и колонны насосных труб (рис. 56).

Принимая $\omega_{\phi} = \pi d_{\phi}^2/4$; $\omega_n = \pi d_n^2/4$; $R_{\phi} = d_{\phi}/4$; $R_n = d_n/4$; $c_{\phi} = c_n = c$, получим

$$\zeta_{тр} = \frac{4\pi k m s_{тр}}{Q} = \frac{64kmQ}{\pi c^2} \left(0,25 \frac{l_{\phi}}{d_{\phi}^5} + \frac{l_n}{d_n^5} \right); \quad (\text{VIII.20})$$

$$s_{тр} = \frac{Q}{4\pi km} \zeta_{тр} = \frac{16Q^2}{\pi^2 c^2} \left(0,25 \frac{l_{\phi}}{d_{\phi}^5} + \frac{l_n}{d_n^5} \right), \quad (\text{VIII.21})$$

где d_{ϕ} и d_n — внутренние диаметры фильтра и насосных труб.

Рассмотрим далее сопротивление фильтрационной пленки внутри фильтра. Пленка представляет собой рыхлый или прочно сцементированный слой осадка, состоящий из гидроокиси железа, карбонатов и других веществ, прилипших к внутренней поверхности фильтра и частично закрывающих его проходные

образуется при длительном нагнетании (или наливе) в скважину жидкости, содержащей взвешенные и эмульгированные вещества, способные прилипнуть к внутренней поверхности фильтра. Пробка внизу фильтра образуется при длительных нагнетаниях и откачках жидкости. Она возникает лишь после заполнения материалом пленки отстойника, устраиваемого ниже фильтра. Пробки внизу фильтра иногда возникают при импульсных прокачках скважины или циклических нагнетаниях — откачках, производимых с целью декольматационного разрыхления породы в призабойной зоне скважины и восстановления (или повышения) ее удельного дебита. В этом случае пробка формируется из материала, вымытого из породы в процессе прокачки. Величина $\zeta_{тр}$ определяется по формулам для потерь напора при течении в трубах.

По формуле Шези для потери напора $s_{тр}$ имеем

$$s_{тр} = Q^2 \left(\frac{l_{\phi}}{4\omega_{\phi}^2 R_{\phi} c_{\phi}^2} + \frac{l_n}{\omega_n^2 R_n c_n^2} \right). \quad (\text{VIII.19})$$

отверстия. Образование фильтрационной пленки вместе с внутренним кольматацией породы является одной из причин того, что при нагнетаниях в водоносные пласты удельные дебиты чаще всего ниже, чем при откачках в тех же пластах и скважинах. Фильтрационная пленка со временем увеличивает свою толщину и несколько уплотняется. В дальнейшем по мере сужения свободного сечения скважины, стесненной пленкой, возрастает скорость движения нагнетаемой воды в стволе скважины. В некоторый момент времени t рост пленки прекращается, так как она начинает смываться вниз в отстойник скважин, а после его заполнения — в ее рабочую часть, где образуется пробка.

Со временем пробка растет и также несколько уплотняется. В некоторый момент времени t_{\max} пробка может заполнить всю водопринимную часть скважины.

Таким образом, процесс пленочной фильтрации при нагнетании жидкости в скважины проходит следующие стадии: первая, при которой на внутренних стенках скважины образуется пленка, смыв ее не происходит и потому пробка на забое скважины отсутствует, и вторая, при которой рост пленки прекращается, осадок смывается вниз скважины и там возникает пробка. Ниже рассматриваются обе эти стадии (рис. 57).

Исследование фильтрации через пленку в первую стадию приводит к краевой задаче для двух областей (пленка и пласт).

Фильтрация воды в каждой из них в общем случае описывается уравнением упругого режима фильтрации, аналогичным уравнению теплопроводности. В пленке, ввиду ее малой толщины, можно пренебречь упругими силами и тогда фильтрация в ней будет описываться уравнением Лапласа. Одна из этих областей (пленка) имеет перемещающуюся внешнюю границу, причем в начальный момент времени $t = 0$ эта область отсутствует. Поэтому начальные условия должны здесь ставиться только для второй области (пласт). На перемещающейся границе пленки, как обычно в задачах такого рода, должны быть заданы два условия — динамическое и кинематическое. Динамическое условие определяет напор (давление) или расход жидкости на этой границе а кинематическое — устанавливает связь между расходом жидкости и скоростью перемещения внешней границы пленки. На границе между пленкой и пластом ставятся условия непрерывности напора (давления) и потока жидкости.

Принимая во внимание эти обстоятельства, задача о фильтрации при одновременном образовании пленки может быть поставлена следующим образом: требуется найти напоры в пленке $h_1(r, t)$ и в пласте $h_2(r, t)$, удовлетворяющие уравнениям

$$\Delta h_1 = 0; \quad a \Delta h_2 = \frac{\partial h_2}{\partial t}, \quad (\text{VIII.22})$$

где Δ — оператор Лапласа

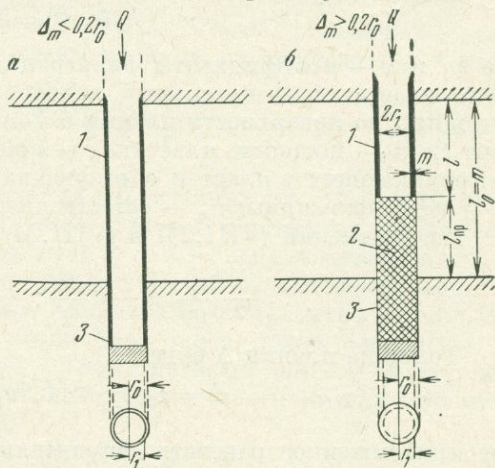


Рис. 57. Схема образования пленки (а) и пробки (б) внутри скважины (при нагнетаниях) 1 — пленка; 2 — осадок (пробка); 3 — отстойник

а) на перемещающейся границе пленки

$$\delta \frac{dr_1}{dt} = k_1 c_0 \frac{\partial h_1(r_1, t)}{\partial r}; \quad (\text{VIII.23})$$

$$-2\pi r_1 m k_1 \frac{\partial h_1(r_1, t)}{\partial r} = Q = \text{const}; \quad (\text{VIII.24})$$

б) на границе пленки со стенками скважины

$$h_1(r_0, t) = h_2(r_0, t); \quad k_1 \frac{\partial h_1(r_0, t)}{\partial r} = k \frac{\partial h_2(r_0, t)}{\partial r}, \quad (\text{VIII.25})$$

начальное условие:

$$h_2(r, 0) = h_0 = \text{const}, \quad (\text{VIII.26})$$

где k_1 и k — коэффициенты фильтрации пленки и породы; a — пьезопроводность пласта; r_0 — начальный радиус скважины; r_1 — расстояние от центра скважины до поверхности пленки в момент времени t (радиус скважины в момент t); m — мощность пласта; c_0 — концентрация взвешенных в воде веществ, не проникающих в пласт и образующих пленку; δ — объемная масса пленки; Q — дебит скважины; h_0 — естественный напор в пласте.

Из уравнений (VIII.23) и (VIII.24) непосредственно получаем

$$\frac{Q c_0}{2\pi r_1 m} = -\delta \frac{dr_1}{dt}; \quad r_1 = \sqrt{r_0^2 - \frac{Q c_0}{\pi m \delta} t}. \quad (\text{VIII.27})$$

Толщина пленки Δ будет

$$\Delta = r_0 - r_1 \cong 0,5 u_t r_0; \quad u_t = \frac{Q c_0 t}{\pi m \delta r_0^2}, \quad (\text{VIII.28})$$

где приближенное равенство справедливо с точностью до 5% при $\Delta/r_0 \leq 0,1$ (или при $u_t \leq 0,2$).

Величина u_t представляет собой отношение осадка (пленки) в момент времени t к массе того же осадка в объеме водоприемной части скважины (при $u_t < 0,2$; величина u_t приближенно равна $2\Delta/r_0$). Интегралы уравнений (VIII.22), удовлетворяющие условиям (VIII.23)—(VIII.26) и определяющие напоры внутри пленки и в пласте, будут

$$s_1 = h_1 - h_0 = -\frac{Q}{4\pi k m} \left[2 \frac{k}{k_1} \ln \frac{r_0}{r} - \text{Ei} \left(-\frac{r_0^2}{4at} \right) \right]; \quad (\text{VIII.29})$$

$$s_2 = h_2 - h_0 = -\frac{Q}{4\pi m k} \text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4at} \right). \quad (\text{VIII.30})$$

В этом решении второе условие (VIII.25) удовлетворяется приближенно (при $at/r_0^2 > 5$ с точностью до 5%).

Потеря напора в фильтрационной пленке выразится так:

$$s_{\text{пл}} = h_1(r_1, t) - h_1(r_0, t) = \frac{Q}{2\pi k_1 m} \ln \frac{r_0}{r_1} = -\frac{Q}{4\pi k_1 m} \ln(1 - u_t), \quad (\text{VIII.31})$$

где u_t определяется из (VIII.28). Повышение напора в скважине будет

$$s = h_2(r_0, t) - h_0 + s_{\text{пл}} = -\frac{Q}{4\pi k m} \left[\text{Ei} \left(-\frac{r_0^2}{4at} \right) + \frac{k}{k_1} \ln(1 - u_t) \right]. \quad (\text{VIII.32})$$

При $u_t \leq 0,2$ в (VIII.31) с точностью до 10—11% можно заменить логарифм первым членом его разложения в ряд, что дает

$$s_{\text{пл}} = \frac{Q}{4\pi km} \zeta_{\text{пл}}; \quad \zeta_{\text{пл}} = \eta_0 \alpha; \quad \eta_0 = \frac{w_{\text{ж}}}{w_c}, \quad (\text{VIII.33})$$

где

$$w_{\text{ж}} = Qt; \quad w_c = \pi r_0^2 l_0; \quad \alpha = \sigma \frac{c_0}{\delta}; \quad \sigma = \frac{k}{k_1}, \quad (\text{VIII.34})$$

здесь $w_{\text{ж}}$ — объем воды, закачанной в скважину за время t ; w_c — объем рабочей части скважины; η_0 — коэффициент обмена жидкости в этой части скважины за время t .

Если $r_0^2/4at \leq 0,15$ и $u_t \leq 0,2$, то с точностью до 10% оба слагаемых в правой части (VIII.32) можно заменить первыми членами их разложения в ряд, и тогда

$$s \cong \frac{Q}{4\pi km} \left(\ln \frac{2,25at}{r_0^2} + \frac{ku_t}{k_1} \right). \quad (\text{VIII.35})$$

При $r_0^2/4at \leq 0,09$ и $u_t \leq 0,1$ эта формула справедлива с точностью до 5%. При $u_t \geq 0,2$, как правило, пленка смывается и на забое скважины возникает пробка; поэтому при $u < 0,2$ вместо уравнения (VIII.32), где потеря напора в пленке зависит от двух параметров σ и c_0/δ , можно пользоваться уравнением (VIII.35), где эта потеря зависит от одного комплексного параметра $\alpha = \sigma c_0/\delta$.

Для определения этого параметра необходимо знать пьезопроводность a и коэффициент водопроницаемости пласта k , найденные по данным об изменении напора в наблюдательной скважине при опытной нагнетании или откачке. Зная эти параметры, из (VIII.35) находим

$$\alpha = \left(\frac{4\pi kms}{Q} - \ln \frac{2,25at}{r_0^2} \right) \frac{\pi m r_0^2}{Qt}, \quad (\text{VIII.36})$$

где s — повышение напора в скважине спустя время t после начала нагнетания при постоянном дебите Q .

Если во время опытного нагнетания определяется повышение напора не только в скважине, но и в прискважинном затрубном пьезометре, то будет известна величина потери напора на пленке $s_{\text{пл}}$ (сопротивление фильтра скважин считается малым). В этом случае параметр α находится из уравнения (VIII.33), т. е.

$$\alpha = \frac{4\pi km}{Q\eta_0} s_{\text{пл}}. \quad (\text{VIII.37})$$

Таким образом, здесь для вычисления α не требуется знать величину a . При известном α потеря напора в пленке, согласно (III.33), будет

$$s_{\text{пл}} = \frac{Q}{4\pi km} \eta_0 \alpha. \quad (\text{VIII.38})$$

Отметим, что для оценки сопротивления пленке $s_{\text{пл}}$ по формуле (VIII.38) не требуется знать отдельно величины k и α , так как в эти уравнения входит отношение α/k и потому, вычислив его из (VIII.37) при одном значении Q или t , далее по (VIII.38) находят $s_{\text{пл}}$ при других значениях Q или t . В случае образования пленки при откачке величина $Q < 0$.

Для второй стадии нагнетания жидкости, при которой в забое образуется пробка, последнюю приближенно можно считать непроницаемой. Иначе говоря,

можно пренебречь поступлением жидкости в пробку через ее верхнее сечение и выходом жидкости в пласт через боковую поверхность пробки.

Тогда нагнетательную скважину следует считать несовершенной и имеющей длину рабочей части (см. рис. 57)

$$l = l_0 - l_{\text{пр}}, \quad (\text{VIII.39})$$

где l_0 — начальная длина водоприемной части скважины (до образования пробки) и $l_{\text{пр}}$ — высота пробки в пределах водоприемной части скважины.

Из условия равенства объемов пробки и осаждающихся в скважине взвешенных частиц имеем:

$$\pi (r_m^2 l_{\text{пр}} + r_0^2 l_{\text{от}}) \delta = Q c_0 (t - t_m) \quad (\text{VIII.40})$$

или

$$l_{\text{пр}} = \frac{Q c_0 (t - t_m)}{\pi r_m^2 \delta} - \left(\frac{r_0}{r_m} \right)^2 l_{\text{от}}, \quad (\text{VIII.41})$$

где $l_{\text{от}}$ — длина отстойника; t_m — время от начала нагнетания до начала смыва пленки (длительность первой стадии); $r_m = r_1$ — радиус скважины в момент времени t_m , определяемый равенством (VIII.27).

Дополнительное сопротивление от несовершенства скважины, обусловленное пробкой, будет

$$\zeta_{\text{пр}} = \zeta \left(\frac{l}{m}, \frac{l}{r_0} \right) - \zeta \left(\frac{l_0}{m}, \frac{l_0}{r_0} \right), \quad (\text{VIII.42})$$

где ζ — сопротивление, вызываемое несовершенством скважины.

Дополнительное повышение напора в нагнетательной скважине, вызываемое действием пробки, будет

$$s_{\text{пр}} = \frac{Q}{4\pi km} \zeta_{\text{пр}}. \quad (\text{VIII.43})$$

Повышение напора в скважине для второй стадии нагнетания составит

$$s = h_2(r_0, t) - h_0 + s_{\text{пл}} + s_{\text{пр}} = \frac{Q}{4\pi km} \left(\ln \frac{2.25at}{r_0^2} + \frac{Qt_m}{\pi m r_0^2} \alpha + \zeta_{\text{пр}} \right), \quad (\text{VIII.44})$$

где величина $l_{\text{пр}}$, зависящая от $t - t_m$, находится по уравнению (VIII.41). Радиус r и толщина пленки $\Delta_m = r_0 - r_m$, при которых начинается ее смыв в нижнюю часть скважины, заранее неизвестны. Вообще говоря, они могут быть определены из анализа условий устойчивости пленки на стенке скважины или из специальных опытов. Ориентировочно можно считать $\Delta_m \leq 0,2r_0$. Если бы смыва пленки не было, то время заполнения пробкой отстойника и скважины t_c и общий объем жидкости, закачанной за это время w_c , будут

$$t_c = \frac{w_c + w_{\text{от}}}{Q} \frac{\delta}{c_0}; \quad w_c = Qt_c, \quad (\text{VIII.45})$$

где $w_{\text{от}}$ — объем отстойника.

§ 4. Сопротивление призабойной зоны скважины, обусловленное ее фильтрационными деформациями (кольматажем или суффозией)

При опытных откачках и нагнетаниях (наливах), несмотря на их относительную кратковременность, может произойти изменение проницаемости призабойной зоны, вызванное ее кольматажем (частичной закупоркой пор и трещин

породы взвешенными частицами) или суффозией (вымывом мелких частиц из породы).

Процессы кольматажа и суффозии являются одной из форм массообмена при фильтрации жидкости в горных породах. Кольматаж относится к массообмену I типа, при котором взвешенные или эмульгированные в фильтрующей жидкости частицы прилипают к поверхности пор в породе и таким образом оказываются присоединенными к ней. Близкое по характеру явление происходит при выделении из фильтрующей жидкости растворенных в ней газов, которые при уменьшении давления переходят в пузырьки, скапливающиеся у поверхности пор (газовый кольматаж). Это происходит при снижении давления в пластах в процессе откачки воды или нефти, содержащей растворенные в них газы (метан, сероводород и др.). Подобный процесс происходит и при фильтрации газа, центрирующегося в виде капель жидкости на поверхности пор в породах (газовый конденсат). Во всех случаях массообмена I типа пористость породы n_0 и проницаемость ее k_0 при фильтрации уменьшаются.

Суффозия относится к массообмену II типа, при котором компоненты породы или ранее прилипшие к поверхности пор частицы открываются и выносятся из пород призабойной зоны. К этому же типу массообмена относится переход пузырьков газа, находящихся в фильтрующей жидкости, в растворенное состояние при повышении давления, что имеет место, например, при нагнетании в породу газо-жидкостных эмульсий. Во всех случаях массообмена II типа величины n_0 и k_0 в процессе фильтрации возрастают. Если частицы, присоединяющиеся к породе при кольматаже и выделяющиеся из нее при суффозии, более 0,005—0,01 мм, то диффузией можно пренебречь.

Тогда фильтрация и массообмен в призабойной зоне описываются следующими уравнениями при осевой симметрии этих процессов, а именно:

а) уравнения фильтрации и сохранения массы фильтра с находящимися в нем взвешенными или эмульгированными веществами

$$v_r = -k_i \frac{\partial s_i}{\partial r}; \quad s_i = h_e - h_i; \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) = -\frac{k_i}{a_i} \frac{\partial s_i}{\partial t} \quad (i = 1, 2); \quad (\text{VIII.46})$$

б) уравнение движения и сохранения массы вещества ассоциированных с фильтратом

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r c)}{\partial r} + \frac{\partial b}{\partial t} + n_0 \frac{\partial c}{\partial t} = 0; \quad b = \delta \xi; \quad (\text{VIII.47})$$

в) уравнение кинетики массообмена

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \gamma (n_0 c - \alpha b), \quad (\text{VIII.48})$$

здесь s_i — изменение напора; h_i , v_r — напор и скорость фильтрации в точке с радиусом-вектором r ; c и b — массовые концентрации взвешенных частиц в фильтрате и породе; δ — объемная масса этих частиц; a_i — пьезопроводность; k_i — коэффициент фильтрации; n_0 — пористость породы; α — коэффициент распределения [40].

Рассмотрим решение этой системы для равновесного массообмена. Принимая в уравнении (VIII.48) $\gamma \rightarrow \infty$ при конечной скорости массообмена $\partial b / \partial t$, получим вместо (VIII.47) и (VIII.48)

$$b = \frac{n_0}{\alpha} c; \quad \frac{Q}{2\pi m r} \frac{\partial c}{\partial r} + n \frac{\partial c}{\partial t} = 0; \quad n = n_0 \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right). \quad (\text{VIII.49})$$

Это уравнение имеет решение при $c = \text{const}$. Отсюда следует, что равновесный массообмен происходит следующим образом. В призабойной зоне скважины образуется две зоны ($i = 1, 2$):

1) зона предельного поглощения вещества породой радиусом r_n , в которой концентрация вещества в жидкости всюду постоянна и равна концентрации его в скважине ($c = c_1$), а содержание поглощенного вещества в породах равно предельному ($b = b_0$);

2) зона естественного водоносного пласта, в которой концентрация вещества в жидкости также постоянна и равна пластовой $c = c_2$, а поглощение вещества породой отсутствует ($b = 0$).

На движущейся границе между первой и второй зонами ($r = r_n$) при малой скорости диффузии можно принять кинематическое условие вида

$$[b_0 \pm (c_1 - c_2)(n_0 - b_0/\delta)] \frac{dr_n}{dt} = \mp k_1 (c_1 - c_2) \frac{\partial s_1(r_n t)}{\partial r}, \quad (\text{VIII.50})$$

где δ — плотность вещества, поглощенного породой; n_0 — начальная пористость пласта.

В случае кольматажа при нагнетаниях принимаются верхние знаки и $c_1 > c_2$, а при откачках берутся нижние знаки и $c_1 < c_2$. В этом случае в выражении β (VIII.59) принимается знак плюс. В случае суффозии при нагнетании принимаются верхние знаки, но $c_1 < c_2$, а при откачке берутся нижние знаки, но $c_1 > c_2$. В этом случае в выражении β принимается знак минус, при этом в (VIII.59) всегда $\beta > 0$.

При жестком режиме фильтрации в (VIII.46) и (VIII.47) будет

$$a_i = \infty; \quad \frac{k_i}{a_i} = 0; \quad v_2 = \frac{A_0}{r}; \quad s_i = A_i \ln r + b_i. \quad (\text{VIII.51})$$

Коэффициенты A_i, B_i определяются из следующих граничных условий

$$s_2(r, 0) = s_2(R_0, t) = 0; \quad (\text{VIII.52})$$

$$-2\pi m r k_1 \frac{\partial s_1(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=r_n} = Q(t) \quad (\text{VIII.53})$$

или

$$s(r_0, t) = s_0(t), \quad (\text{VIII.54})$$

а также

$$s_1(r_n, t) = s_2(r_0, t); \quad (\text{VIII.55})$$

$$k_1 \frac{\partial s_1(r_n, t)}{\partial r} = k_2 \frac{\partial s_2(r_n, t)}{\partial r}, \quad (\text{VIII.56})$$

где $k_{1, 2}$ — коэффициенты фильтрации в первой и второй; m — мощность пласта; r_0 — радиус скважины; R_0 — радиус контура питания.

Пусть закачка осуществляется с заданным расходом. Тогда коэффициенты A_i, B_i определяются из условий (VIII.52), (VIII.53), (VIII.55), (VIII.56). Выражения для $s_{1, 2}$ имеют вид:

$$s_1 = \frac{Q}{2\pi m k_1} \left(\sigma \ln \frac{R_0}{r_n} + \ln \frac{r_n}{r} \right); \quad (\text{VIII.57})$$

$$s_2 = \frac{Q\sigma}{2\pi m k_1} \ln \frac{R_0}{r}; \quad \sigma = \frac{k_1}{k_2}. \quad (\text{VIII.58})$$

Подставляя (VIII.57) в (VIII.50)_x найдем закон движения границы зоны предельного поглощения r_{Π} :

$$r_{\Pi}^2 = r_0^2 + \frac{Qt}{\pi m}; \quad \beta = n_0 \left[\left| \frac{b_0}{n_0(c_1 - c_2)} \right| \pm \left(1 - \frac{b_0}{n_0 \delta} \right) \right]. \quad (\text{VIII.59})$$

Положив в (VIII.57) $r = r_0$ и заменив r_{Π} его выражением по (VIII.59)_x найдем понижение в скважине $s_0(t)$ для любого момента времени $t \geq 0$:

$$s_0(t) = \frac{Q}{2\pi mk} \ln \frac{R_0}{r_0} - \frac{\sigma - 1}{2\sigma} \ln \left(\frac{Qt}{\pi m \beta r_0^2} + 1 \right). \quad (\text{VIII.60})$$

Понижение, обусловленное массообменом в призабойной зоне скважины, составит:

$$\Delta = s_0(t) - s_0(0) = \frac{Q}{2\pi m k_2} \zeta_3; \\ \zeta_3 = \frac{1 - \sigma}{2\sigma} \ln \left(\frac{Qt}{\pi m \beta r_0^2} + 1 \right), \quad (\text{VIII.61})$$

где ζ_3 — сопротивление, обусловленное кольматажем или суффозией.

При $\sigma < 1$ происходит кольматаж и $\zeta_3 > 0$, а при $\sigma > 1$ имеет место суффозия — $\zeta_3 < 0$.

Допустим, что по данным эксплуатации скважины известны обусловленные кольматажем понижения Δ_1 и Δ_2 в моменты времени t_1 и t_2 соответственно.

Тогда будем иметь уравнения типа (VIII.61) с неизвестными σ и β (предполагается, что коэффициент фильтрации пласта в естественных условиях k_2 известен). Исключая из них σ , получим:

$$\zeta_1 \ln(1 + \rho t_2/t_1) = \zeta_2 \ln(1 + \rho), \quad (\text{VIII.62})$$

где

$$\zeta_{1,2} = \frac{2\pi m k_2 \Delta_{1,2}}{Q}; \quad \rho = \frac{Qt}{\pi m \beta r_0^2}. \quad (\text{VIII.63})$$

Из (VIII.62) находится β , а затем из (VIII.61) σ . Зная β и σ , по (VIII.60) и (VIII.61) можно вычислить s_0 и Δ для любого момента времени t .

Отметим, что Г. М. Коммунаром получена величина ζ_3 для некоторых случаев неравновесного массообмена.

НАЛИВЫ ВОДЫ В ШУРФЫ

§ 1. Общие сведения

Для оценки фильтрационных параметров зоны аэрации чаще всего применяются наливы в шурфы. С целью определения водопроницаемости грунтов наливы в шурфы впервые были предложены А. К. Болдыревым в 1926 г. [16]. По этому методу налив производится на дно шурфа при постоянной высоте слоя воды H , равной 5—10 см, и продолжается до стабилизации расхода воды. Расчет коэффициента фильтрации производится по уравнению установившейся фильтрации, причем не учитывается растекание воды в стороны и действие капиллярных сил. Тогда градиент потока $I \approx 1$, а коэффициент фильтрации находится по формуле

$$k = \frac{Q}{\omega} = q, \quad (\text{IX.1})$$

где Q — расход воды; ω — площадь сечения шурфа.

Н. С. Нестеров существенно усовершенствовал методику А. К. Болдырева, установив в центре шурфа кольцо, в котором во время налива поддерживается тот же уровень, что и в шурфе. Благодаря этому боковое растекание воды, фильтрующейся через дно кольца, резко уменьшается, что позволяет не учитывать его при определении водопроницаемости пород.

В 1938 г. Н. Н. Веригин [29] предложил полностью устранить боковое растекание, производя налив в режущий цилиндр (трубу), насаживаемый на монолит грунта цилиндрической формы, который вырезается на дне шурфа.

В 1953 г. Н. К. Гирицкий [48] оценил боковое растекание воды на основе точного решения плоской задачи Н. Е. Жуковского о растекании фильтрационного потока, вытекающего из-под шпунта. Результаты исследования этой задачи были распространены Н. К. Гирицким на пространственную фильтрацию из шурфа, и приближенно был определен коэффициент растекания потока.

Недостатком метода Болдырева — Нестерова является то, что он не позволяет определить величины капиллярного вакуума H_k и дефицита насыщения грунтов μ_0 . Кроме того, этот метод неприменим в тех случаях, когда глубина от дна шурфа до капиллярной каймы грунтовых вод $T \leq (10 \div 20) H_k$, так как в этом случае градиент фильтрации в конце опыта I отличается от единицы более чем на 5—10% ($I \approx 1 + H_k/T \geq 1,05-1,10$).

С целью устранения указанных недостатков метода Болдырева — Нестерова было предложено определять фильтрационные характеристики грунтов по данным налива, пользуясь уравнениями неустановившейся фильтрации [14, 29, 37].

Эти способы позволяют проводить наливы при любой мощности зоны аэрации, а также уменьшают длительность опытов и необходимый расход воды. Кроме этого, становится возможным определять не только коэффициент фильтрации, но и дефицит насыщения грунта μ_0 , а также капиллярный вакуум H_k .

Эти характеристики по уравнениям неустановившегося движения могут определяться многократно для одного и того же опыта, что открывает возможность взаимоконтроля результатов опыта.

Наливы в шурфы производятся при постоянном расходе ($q = \text{const}$), постоянном напоре — высоте уровня воды над поверхностью исследуемого грунта ($H = H_0 = \text{const}$) и при свободном падении этого уровня после быстрого (мгновенного) налива до начальной высоты H_0 . Для одномерной вертикально-нисходящей фильтрации интегрирование уравнения Лапласа приводит для фронта промачивания $z = l$ к выражению:

$$\mu \frac{dl}{dt} = k \frac{l + H_k + H}{l} \quad (\text{IX.2})$$

где H — глубина воды над дном шурфа; $\mu = \mu_n$, μ_0 (μ_n — водопоглощение). В зависимости от методики проведения опыта интегрирование уравнения (IX.2) проводят при соответствующем значении H .

Из (IX.2) следует, что при $l = 0$ ($t = 0$) градиент $l \rightarrow \infty$, а при $l \rightarrow \infty$ ($t \rightarrow \infty$) имеем $l \rightarrow 1$.

Решение задачи для $H = H_0 = \text{const}$ получено в 1931 г. А. Цункером, для $q = \text{const}$ и $H_k = 0$ — в 1953 г. П. Я. Кочиной [79], а для остальных случаев — в 1938 и 1962 гг. Н. Н. Веригиным [29, 37]. Все эти случаи рассмотрены ниже.

§ 2. Наливы в шурфы при постоянном расходе

Рассмотрим налив воды в концентрически расположенные на дне шурфа цилиндры с расходом на единицу площади q , одинаковым для обоих цилиндров и постоянным во времени. Тогда глубина воды в цилиндрах H будет повышаться.

По окончании опыта, в момент, когда глубина воды H достигает предельной, опыт прекращают, воду быстро удаляют насосом, а затем производят раскопку грунта с целью определения глубины промачивания. При этом отбирают пробы для определения влажности и насыщенности пор грунта.

Если налив производится на поверхности почвы площадью w , то воду целесообразно подавать дождеванием. Тогда при интенсивности $q > k$ на поверхности почвы в течение времени t_1 слой воды еще не возникает. В этот период на фронте промачивания и на поверхности грунта сразу возникает предельный вакуум H_k . В дальнейшем, вследствие нарушения капиллярных менисков на поверхности земли, этот вакуум уменьшается от H_k до 0. На фронте промачивания он остается все время постоянным и равным H_k . По истечении времени t_1 на поверхности грунта возникает слой воды глубиной H , возрастающей со временем. Таким образом, процесс впитывания воды в грунт происходит в две стадии ($t \leq t_1$ и $t > t_1$).

В первую стадию промачивания на поверхности грунта воды нет, вся подаваемая вода идет на промачивание грунта. На поверхности грунта действует капиллярный вакуум $H = -H_k^*(t)$.

Для этой стадии можно записать

$$\mu \frac{dl}{dt} = q = k \frac{l + H_k - H_k^*}{l} \quad (\text{IX.3})$$

Интегрируя первое равенство (IX.3) от 0 до l_1 , t_1 и подставляя найденное значение l_1 во второе равенство, получим

$$l_1 = \frac{qt_1}{\mu}; \quad t_1 = \frac{\mu k H_k}{q(q - k)} \quad (\text{IX.4})$$

где t_1 — продолжительность первой стадии; l_1 — глубина промачивания за время t_1 .

Во вторую стадию промачивания на поверхности грунта происходит накопление воды. Глубина слоя воды находится из балансового уравнения

$$H = qt - \mu l. \quad (\text{IX.5})$$

Подставляя значение H из (IX.5) в (IX.2) и интегрируя полученное выражение от l до l_1 и от t до t_1 , получим:

$$k = \frac{4\mu q}{\lambda(1-\mu)^2}; \quad \lambda = \left[\frac{\ln(a \cdot b)}{\ln(a:b)} \right]^2 - 1, \quad (\text{IX.6})$$

где

$$a = \frac{2(\sqrt{1+\lambda}-1)a_1+1}{2(\sqrt{1+\lambda}-1)a_2+b_1}; \quad b = \frac{2(\sqrt{1+\lambda}+1)a_2-b_1}{2(\sqrt{1+\lambda}+1)a_1-1};$$

$$a_1 = \frac{1-\bar{H}(\bar{t}-1)}{4\bar{H}(\bar{t}-1)} - \frac{1}{\lambda}; \quad a_2 = \frac{1-\bar{H}(\bar{t}-1)}{4\bar{H}(\bar{t}-1)} - \frac{1-\bar{H}b_1\bar{t}}{\lambda[1-\bar{H}(\bar{t}-1)]};$$

$$b_1 = \frac{t}{t_1} \left(1 - \frac{1}{\bar{t}}\right); \quad \bar{H} = \frac{H}{l}; \quad \bar{t} = \frac{qt}{H}. \quad (\text{IX.7})$$

При наливах в шурфы в процессе опыта фиксируются момент появления слоя воды (лужи) на поверхности исследуемого грунта t_1 , глубина воды H и глубина промачивания грунта l в момент окончания налива t (посредством раскопки зоны промачивания). Зная величины q , H , t_1 , l , t можно определить μ , k и H_k .

$$\mu = \bar{H}(\bar{t}-1) = \frac{qt-H}{l}. \quad (\text{IX.8})$$

Для определения коэффициента фильтрации k необходимо найти значение $\lambda = f(t/t_1, \bar{H}, \bar{t})$ из уравнения (IX.6) при известных параметрах t/t_1 , \bar{H} , \bar{t} .

Эта величина находится последовательными приближениями: задается значение λ , подставляется в правую часть уравнения (IX.6) и находится первое приближение λ . Затем оно снова подставляется в правую часть уравнения (IX.6) и определяется его второе приближение. Эти приближения повторяют до тех пор, пока предыдущее и последующее значения λ не совпадут с заданной точностью. Далее находим

$$k = \frac{4\mu q}{\lambda(1-\mu)^2}; \quad H_k = \frac{q(q-k)t_1}{\mu_k}. \quad (\text{IX.9})$$

где μ определяется из (IX.5).

Приближенно величины k , μ и H_k могут быть найдены следующим образом.

1. С ошибкой не более σ при

$$l(1-\mu) \leq \sigma(H_k + qt) \quad (\text{IX.10})$$

в уравнении (IX.2), после подстановки в него H по (IX.5), можно принять $l(1-\mu) \approx 0$. После интегрирования (IX.2) в пределах от l_1 до l и от t_1 до t и подстановки l_1 по (IX.4), а H_k по (IX.9) получим

$$k = \frac{q(2t_1 - \mu^2 \bar{t}_1^2 / \bar{t}^2 - \bar{t}_1^2)}{(1-\bar{t}_1)[(2\bar{t}_1 - \mu(1+\bar{t}_1)]}; \quad \bar{t}_1 = \frac{t_1}{t_2}; \quad \bar{t} = \frac{qt_1}{l}. \quad (\text{IX.11})$$

По значениям H_k , l и μ из (IX.10) находят

$$\sigma = \frac{l(1-\mu)}{H_k + ql}$$

2. С той же ошибкой σ при

$$qt - \mu l \leq \sigma(l + H_k)$$

в (IX.2) можно принять $qt - \mu l \approx 0$. Тогда получаем следующую формулу для k

$$k = \frac{\mu}{t-t_1} (l - l_1 - H_k \ln \frac{l + H_k}{l_1 + H_k}) \quad (\text{IX.12})$$

где μ определяется по (IX.8), l_1 — по (XI.4) и H_k — по (IX.9).

Зная k , далее находят

$$\sigma = \frac{qt - \mu l}{l + H_k}$$

Приближенные значения k по (IX.11) и (IX.12) можно считать приемлемыми при $\sigma \leq 0,1$.

§ 3. Наливы в шурфы при постоянном напоре

Будем считать, что налив воды в цилиндры произведен мгновенно до одинаковой глубины H_0 . В дальнейшем расходы воды, поступающей в шурф и кольцо, регулируются таким образом, чтобы напор H_0 оставался постоянным и одинаковым в обоих цилиндрах (кольцах). Для этой цели используются сосуды Мариотта, входящие в комплект оборудования ПВН-00, или мерные сосуды с автоматическим регулятором уровня. Во время такого опыта расход воды q , поступающей в кольцо, будет с течением времени уменьшаться. Пусть в моменты t_1 и t_2 после начала налива дебиты воды, поступающей на единицу площади кольца, равны q_1 и q_2 , а объемы воды, израсходованной на налив в кольцо (без объема начального налива), равны w_1 и w_2 . Допустим, что в момент t_2 подача воды в кольца прекращена, оставшаяся там вода откачана и произведена раскопка шурфа. Пусть глубина промачивания грунта под кольцом в момент t_2 равна l_2 . Фильтрационные характеристики k , μ и H_k могут быть найдены по объемам или расходам воды на моменты t_1 и t_2 ($t_2 > t_1$).

Принимая в соотношении (IX.2) $H = H_0 = \text{const}$, где H_0 — глубина воды в кольце, и интегрируя его в пределах от l , t до 0, найдем:

$$\frac{kt}{\mu(H_0 + H_k)} = \alpha - \ln(1 + \alpha); \quad \alpha = \frac{l}{H_0 + H_k} \quad (\text{IX.13})$$

Пусть для двух моментов t_1 и t_2 глубины промачивания составляют l_1 и l_2 , а объемы воды, подаваемой во внутреннее кольцо, w_1 и w_2 . Тогда

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{w_1}{w_2} = w_0 \quad (\text{IX.14})$$

Вводя в (IX.13) для двух моментов $t = t_{1,2}$ и $l = l_{1,2}$, получим два уравнения с неизвестными k/μ и H_k . Исключая из них величину k/μ , получим:

$$\alpha_1 = w_0 \frac{\ln(1 + \alpha_1) - t_0 \ln(1 + \alpha_1/w_0)}{w_0 - t_0}, \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2} \quad (\text{IX.15})$$

При расчетах сначала находится величина $\alpha_1 = f(w_0, t_0)$ по графику (рис. 58), где

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{H_0 + H_k}; \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2}; \quad w_0 = \frac{w_1}{w_2},$$

Затем α_1 уточняется по уравнению (IX.15). Для этого в правую часть этого уравнения подставляется значение α_1 по графику и находится уточненная величина α_1 . Если последняя значительно отличается от значения α_1 по графику, то она снова подставляется в правую часть уравнения (IX.15). Эта итерация продолжается до заданной степени точности.

По найденной таким образом величине α_1 далее определяют глубину промачивания l_1 в момент времени t_1

$$l_1 = w_0 l_2, \quad (\text{IX.16})$$

где l_2 — глубина промачивания в момент времени t_2 , являющаяся известной величиной (она определяется посредством раскопки шурфа после налива).

Из второго равенства (IX.13) при $\alpha = \alpha_1$ и $l = l_1$ получаем формулу для определения H_k

$$H_k = \frac{l_1}{\alpha_1} - H_0 = \frac{w_0}{\alpha_1} l_2 - H_0. \quad (\text{IX.17})$$

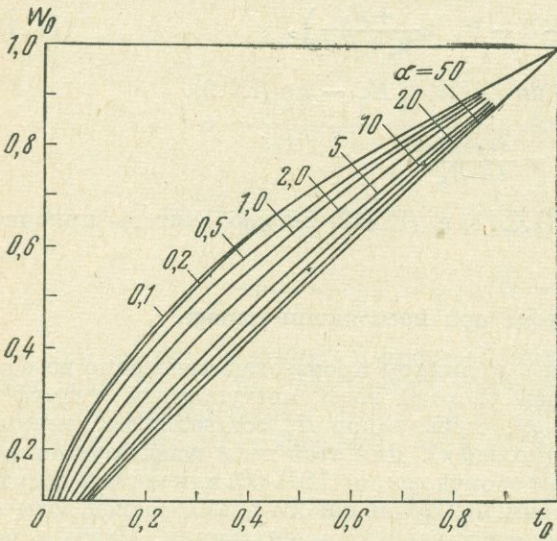


Рис. 58. График $w_0 = f(\alpha, t_0)$

Недостаток насыщения μ и коэффициент фильтрации k определяются по формулам

$$\mu = \frac{w_2}{\omega l_2}; \quad k = \mu \frac{H_0 + H_k}{t_1} B(\alpha_1), \quad (\text{IX.18})$$

где

$$B(\alpha_1) = \alpha_1 - \ln(1 + \alpha_1).$$

Величина $B(\alpha_1)$ находится по табл. 16.

По расходам воды на два момента $t_{1,2}$ параметры определяются следующим образом.

Как и ранее, сначала находится α_1 в зависимости от $q_0 = q_2/q_1$ и $t_0 = t_1/t_2$ по графику (см. рис. 58) и уточняется по уравнению

$$\alpha_1 = q_0 \frac{\ln(1 + \alpha_1) - t_0 \ln(1 + \alpha_1/q_0)}{q_0 - t_0}. \quad (\text{IX.19})$$

При найденном значении α_1 и глубине промачивания l_2 далее находятся

$$l_1 = \frac{l_2}{q_0}; \quad H_k = \frac{l_2}{\alpha_1 q_0} - H_0; \quad k = \frac{\alpha_1 q_1}{1 + \alpha_1}, \quad (\text{IX.20})$$

$$\mu = \frac{k t_1}{(H_0 + H_k) B(\alpha_1)} = \frac{q_2 t_1 \alpha_1^2}{l_2 (1 + \alpha_1) B(\alpha_1)}. \quad (\text{IX.21})$$

α	$B(\alpha)$	α	$B(\alpha)$	α	$B(\alpha)$	α	$B(\alpha)$
0	0	1,8	0,77	4,6	2,88	7,4	5,27
0,1	0,00469	2	0,9	4,8	3,04	7,6	5,45
0,2	0,0177	2,2	1,04	5	3,21	7,8	5,62
0,3	0,0376	2,4	1,18	5,2	3,38	8	5,8
0,4	0,0637	2,6	1,32	5,4	3,54	8,2	5,98
0,5	0,0945	2,8	1,47	5,6	3,71	8,4	6,16
0,6	0,13	3	1,61	5,8	3,88	8,6	6,34
0,7	0,169	3,2	1,76	6	4,05	8,8	6,52
0,8	0,212	3,4	1,92	6,2	4,22	9	6,7
0,9	0,258	3,6	2,07	6,4	4,4	9,2	6,88
1	0,307	3,8	2,23	6,6	4,57	9,4	7,06
1,2	0,412	4	2,39	6,8	4,75	9,6	7,24
1,4	0,525	4,2	2,55	7	4,92	9,8	7,42
1,6	0,644	4,4	2,71	7,2	5,1	10	7,6

Время t_2 должно быть равно полной длительности опыта, а время t_1 может быть любым, но не слишком малым. Лучше всего принимать t_1 исходя из условия, чтобы градиент фильтрации не превышал 2, что имеет место при $\alpha_1 > 1$.

§ 4. Наливы в шурфы при свободном понижении уровня воды после налива

Пусть в концентрические цилиндры быстро наливается вода на глубину H_0 , после чего налив прекращен и прослеживается за опусканием уровня. Допустим, что по истечении времени t_1 уровень воды в шурфе и кольце опустился на высоту $s_1 = 0,5H_0$, а по истечении времени t_2 — на высоту H_0 , т. е. до дна шурфа. По окончании опыта произведена раскопка шурфа и установлена глубина промачивания грунта l .

Аналогично может быть произведен налив и в цилиндр, насаженный на монолит грунта в забое шурфа.

В этом случае имеем следующее балансовое соотношение

$$H = H_0 - \mu l \quad \text{или} \quad l = \frac{H_0 - H}{\mu}. \quad (\text{IX.22})$$

Вводя значение H по (IX.22) в (IX.2), найдем

$$\mu \frac{dl}{dt} = k \frac{H_0 + H_k + l(1 - \mu)}{l}. \quad (\text{IX.23})$$

Разделяя переменные и интегрируя (IX.23) в пределах от 0 до l и от 0 до t , будем иметь

$$t = \frac{\mu}{(1 - \mu)k} \left\{ l - (H_0 + H_k) \frac{1}{1 - \mu} \ln \left[1 + (1 - \mu) \frac{l}{H_0 + H_k} \right] \right\}. \quad (\text{IX.24})$$

Допустим, что по истечении времени t_1 уровень воды в кольцах опустился на высоту $H = 0,5H_0$, а по истечении времени t_2 — на высоту $H = 0$. Учитывая сказанное, для времени $t_{1,2}$ из (IX.22) находим глубины промачивания, а именно;

$$l_1 = \frac{1}{2} \frac{H_0}{\mu}; \quad l_2 = \frac{H_0}{\mu}. \quad (\text{IX.25})$$

Принимая в (IX.24) $t = t_1, t_2$ и $l = l_1, l_2$, получим два уравнения. Разделив эти уравнения друг на друга, найдем

$$\beta = \frac{\theta [\ln(1 + 0,5\beta/\theta) - t_0 \ln(1 + \beta/\theta)]}{0,5 - t_0}, \quad (\text{IX.26})$$

где

$$\beta = \frac{H_0}{H_0 + H_k}; \quad t_0 = \frac{t_1}{t_2}; \quad \theta = \frac{\mu}{1 - \mu}. \quad (\text{IX.27})$$

Значения $\beta = f(\theta, t_0)$ приведены на графике (рис. 59).

По данным описанного опыта сначала находится недостаток насыщения грунта, равный

$$\mu = \frac{H_0}{l_2}, \quad (\text{IX.28})$$

где l_2 — глубина промачивания в конце опыта, определенная раскопкой шурфа.

Далее находим t_0

$$t_0 = \frac{t_1}{t_2}. \quad (\text{IX.29})$$

По графику (см. рис. 59) определяем величину β

$$\beta = \frac{H_0}{H_0 + H_k}. \quad (\text{IX.30})$$

Затем эта величина уточняется по формуле (IX.26) и из (IX.30) находим H_k .

Уточнение β производится следующим образом: в правую часть формулы (IX.26) подставляется значение β по графику и находится новое значение β , последнее снова подставляется в правую часть формулы (IX.26) и еще раз определяется значение. Обычно после первого или второго вычислений полученное новое значение β оказывается достаточно близким к предыдущему его значению. Эта величина β и принимается для дальнейшего расчета.

Величины H_k и k находятся по формулам

$$H_k = H_0 \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right); \quad (\text{IX.31})$$

$$k = \frac{H_0 + H_k}{t_2} \Phi(\theta, \beta) = \frac{H_0}{\alpha t_2} \Phi(\theta, \beta), \quad (\text{IX.32})$$

где в соответствии с (IX.24)

$$\Phi(\theta, \beta) = (1 + \theta) [\beta - \theta \ln(1 + \beta/\theta)].$$

Значения $\Phi(\theta, \beta)$ приводятся в табл. 17.

Таблица 17

ε	Значения Φ(θ, β) при разных β								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,05	0,046	0,12	0,21	0,3	0,4	0,49	0,59	0,69	0,79
0,1	0,032	0,095	0,17	0,25	0,35	0,44	0,53	0,63	0,73
0,2	0,02	0,066	0,13	0,21	0,28	0,37	0,46	0,55	0,65
0,3	0,015	0,051	0,1	0,17	0,24	0,32	0,41	0,5	0,59
0,4	0,012	0,042	0,088	0,14	0,21	0,29	0,37	0,46	0,55
0,5	0,0094	0,036	0,076	0,12	0,19	0,26	0,34	0,42	0,52

§ 5. Наливы воды в борозду и исследование инфильтрации в грунтах при дождевании

При проведении гидрогеологических исследований для мелиорации проводятся опытные наливы воды в борозды. С целью использования этих опытов для определения параметров необходимо борозду на поверхности земли или на дне шурфа длиной L закрыть с торцов металлическими щитами. Эти щиты должны быть заглублены в грунт нормально к борозде на радиус примерно $0,5-0,8$ м с тем, чтобы фильтрационный поток был двухмерным (плоским). Налив воды в борозду между щитами производится до ее верха на глубину радиуса $r = H_0$, а далее эта глубина поддерживается постоянной в течение всего опыта. Тогда расход подаваемой в борозду воды приходится регулировать, постоянно уменьшая его с течением времени. Опыт производится до тех пор, пока расход воды не станет постоянным ($Q = \text{const}$). В процессе опыта отмечается также ширина полосы капиллярной пропитки грунта на поверхности земли или дне шурфа по нормали к борозде.

К моменту стабилизации расхода воды Q эта ширина также станет постоянной ($l = \text{const}$). Тогда для определения параметров можно воспользоваться строгим гидромеханическим решением плоской задачи Н. Н. Веригина о фильтрации воды из борозды [7, 31]. Последнее получено посредством интегрирования уравнения Лапласа при условиях на свободной поверхности $h = z - H_k$, $\psi = 0,5Q$ и на поверхности капиллярного смачивания грунта по обе стороны от борозды $\psi = 0,5Q$, где h — напор; ψ — функция тока.

В этом решении, в отличие от используемых выше уравнений, учитывается боковое растекание потока под действием как силы тяжести, так и капиллярных сил.

При известных величинах z , H_0 и значениях Q и l в конце опыта из этого решения находятся k и H_k

$$k = \frac{Q}{2Ll}; \quad H_k = \frac{Q}{\pi k L} \ln \frac{2Q}{\pi^2 k H_0 l}.$$

На основании этих опытов при поливах орошаемых земель по бороздам определяется расстояние между центрами борозд $2l$, соответствующее полной капиллярной пропитке почвы между ними. Применение этого метода возможно лишь при достаточной мощности зоны аэрации $T > (10 \div 20) H_k$.

Описанные здесь способы определения параметров по данным наливов в шурфы и в борозду основаны на допущении Цункера — Ведерникова о полном насыщении водой капиллярной зоны грунта.

Для определения параметров перемещения влаги в грунтах при неполном их насыщении необходимо проведение полевого опыта дождевания с интенсивностью $q < k$. В этом случае слой воды на поверхности почвы не образуется, зона полного насыщения грунта отсутствует и впитывание влаги происходит лишь при частичном насыщении пор почвы. Тогда уравнение (I.37) требуется решить при условиях (ось z направлена вниз)

$$\eta(z, 0) = \eta(\infty, t) = \eta_e = \frac{\omega_e - \omega_0}{n_0 - \omega_0}; \quad (\omega_e \geq \omega_0);$$

$$-D \frac{\partial \eta(0, t)}{\partial z} + q\eta(0, t) = q, \quad (\text{IX.33})$$

где q — расход дождевания на единицу площади. Решение этой задачи приведено в работе [43] и имеет вид

$$\eta(z, t) = \eta_e + 0,5 \left[\operatorname{erfc} \psi_2 + \frac{q}{\lambda} e^{\xi_1} \operatorname{erfc} \psi_1 - \left(1 - \frac{q}{\lambda}\right) \times \right. \\ \left. \times e^{\xi_2 (1 + \lambda \beta / v)} \operatorname{erfc} \left(\psi_1 - \sqrt{\frac{q \beta \xi_2}{v}} \right) - 2e^{-\xi_2} \sqrt{\frac{qv}{\pi \beta \xi_2 \lambda^2}} \right], \quad (\text{IX.34})$$

где

$$\xi_1 = \frac{vz}{D}; \quad \xi_2 = \frac{qz}{D}; \quad \beta = \frac{vt}{z}; \quad \psi_{1,2} = 0,5 \sqrt{\frac{\xi_1}{\beta}} (1 \pm \beta); \quad \lambda = v - q. \quad (\text{IX.35})$$

На поверхности почвы $z = 0$ и $\xi_1 = \xi_2 = 0$,

$$\beta \xi_1 = \frac{v^2 t}{D} = \tau; \quad \beta \xi_2 = \frac{qvt}{D} = \frac{q}{v} \tau; \quad \frac{\xi_1}{\beta} = 0; \quad \psi_{1,2} = \pm 0,5 \sqrt{\tau}. \quad (\text{IX.36})$$

Тогда решение (IX.34) принимает вид:

$$\Delta \eta = \eta(0, t) - \eta_e = 0,5 \left\{ 1 + \operatorname{erf} (0,5 \sqrt{\tau}) + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \operatorname{erfc} (0,5 \sqrt{\tau}) - \right. \\ \left. - \frac{1 - 2\alpha}{1 - \alpha} \operatorname{erfc} [(0,5 - \alpha) \sqrt{\tau}] - \frac{2}{1 - \alpha} \frac{1}{\sqrt{\pi \tau}} \right\}; \quad \tau = \frac{v^2 t}{D}; \quad \alpha = \frac{q}{v}. \quad (\text{IX.37})$$

При малых t , когда $(0,5 - \alpha) \sqrt{\tau} < 0,38$, с точностью до 5% имеем

$$\operatorname{erf} [(0,5 - \alpha) \sqrt{\tau}] \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} (0,5 - \alpha) \sqrt{\tau}; \quad \operatorname{erf} (0,5 \sqrt{\tau}) = \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \quad (\text{IX.38})$$

и тогда, решая (IX.37) относительно D , будем иметь:

$$D = \frac{v^2 t}{\tau}; \quad \tau = \left(\frac{\sqrt{A^2 + B} + A}{B} \right)^2; \quad A = \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\Delta \eta (1 - \alpha) - \alpha]; \quad (\text{IX.39}) \\ B = 2\alpha^2 - 3\alpha + 1.$$

По этим уравнениям, зная $\alpha = q/v$ и приращение насыщенности $\Delta \eta$ за время t от начала дождевания, находят коэффициент диффузии влаги при неполном насыщении грунта.

При больших t , когда $(0,5 - \alpha) \sqrt{\tau} > 1,4$, с той же точностью находим

$$\operatorname{erf} [(0,5 - \alpha) \sqrt{\tau}] \approx 1; \quad \operatorname{erf} (0,5 \sqrt{\tau}) \approx 1$$

и тогда, решая (IX.37) относительно D , получим

$$D = \frac{v^2 t}{\tau}; \quad \tau = \frac{1}{\pi (1 - \Delta \eta)^2 (1 - \alpha)^2}; \quad \alpha = \frac{q}{v}. \quad (\text{IX.40})$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА РЕЖИМОМ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

§ 1. Общие сведения

По данным наблюдений за уровнем подземных вод могут быть определены гидродинамические параметры водоносных пластов k , ε и a .

Наблюдения ведутся в режимных скважинах, удаленных от внешних границ водоносного пласта (рек, водохранилищ, озер, каналов, водозаборов, шахт, карьеров, дренажа), где происходят резкие изменения напора, и находящиеся вблизи таких границ.

В удалении от границ водоносных пластов колебание уровня подземных вод имеет циклический характер и обусловлено периодическими изменениями факторов, непосредственно влияющих на режим подземных вод (осадков, поверхностного стока, испарения, инфильтрации). Здесь колебания уровня вызываются преимущественно сезонными и многолетними изменениями модуля питания подземных вод

$$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_r, \quad (X.1)$$

где ε_a — модуль атмосферного питания, равный

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{\text{инф}} + \varepsilon_{\text{кон}} - \varepsilon_{\text{исп}} - \varepsilon_{\text{тр}}; \quad (X.2)$$

ε_r — модуль глубинного питания для безнапорного и напорного пластов

$$\varepsilon_r = k_{\text{п}} \frac{H_{\text{п}} - h}{m_{\text{п}}}; \quad \varepsilon_a \neq 0; \quad (X.3)$$

$$\varepsilon_r = k_{\text{к}} \frac{H_{\text{к}} - h}{m_{\text{к}}} + k_{\text{п}} \frac{H_{\text{п}} - h}{m_{\text{п}}}; \quad \varepsilon_a = 0; \quad (X.4)$$

$\varepsilon_{\text{инф}}$; $\varepsilon_{\text{кон}}$ — скорости инфильтрации и конденсации атмосферных осадков, а также избыточных поливных, промывных и других поверхностных вод; $\varepsilon_{\text{исп}}$ — скорость испарения подземной воды с ее поверхности; $\varepsilon_{\text{тр}}$ — транспирация воды вследствие подсосывания воды из капиллярной каймы к корням растений; h — напор в пласте; $k_{\text{к}}$, $m_{\text{к}}$ — коэффициент фильтрации и мощность малопроницаемого слоя, залегающего в кровле пласта; $k_{\text{п}}$, $m_{\text{п}}$ — то же, для малопроницаемого слоя, залегающего в подошве пласта; $H_{\text{к}}$ и $H_{\text{п}}$ — напоры в соседних водоносных пластах, находящихся над кровлей и под подошвой пласта.

Для подземных вод со свободной поверхностью модуль ε_r определяется перетеканием только через подошву пласта (X.3), а для напорных подземных вод ε_r — через подошву и кровлю пласта (X.4).

При малых различиях коэффициентов фильтрации пласта k и пород кровли $k_{\text{к}}$, а также подошвы $k_{\text{п}}$, т. е. при $k/k_{\text{к}}$ и $k/k_{\text{п}} \leq 10-20$, разности напоров $H_{\text{к}} - h$ и $H_{\text{п}} - h$ изменяются мало, и поэтому можно считать $\varepsilon_r = \text{const}$.

При больших различиях этих коэффициентов ($k/k_{\text{к}}$ и $k/k_{\text{п}} > 20$) величины напоров в соседних пластах $H_{\text{к}}$ и $H_{\text{п}}$ изменяются слабо, и тогда модуль ε_r линейно зависит от напора h .

Кроме того, уровни воды в скважинах зависят от суточных, месячных и сезонных изменений атмосферного давления над зеркалом грунтовых вод P_a , приливо-отливных явлений в подземных водах, вызванных притяжением луны g , колебаний температуры и замерзания-оттаивания неглубоких грунтовых вод T° . Величины ϵ_a , ϵ_r , P_a изменяются циклически и притом с разными амплитудами и периодами, что обуславливает сложный ритм колебаний уровня грунтовых вод. При этом периоды, амплитуды и сдвиг фаз колебаний уровня, вызванных изменениями ϵ_a , и отчасти ϵ_r , значительно больше соответствующих характеристик колебаний уровня, вызванных другими указанными факторами.

Вследствие этого большие сезонные и многолетние колебания уровня подземных вод, вызванные главным образом изменением инфильтрации, осложнены более мелкими колебаниями, обусловленными изменениями атмосферного давления, температуры и приливами.

При определении параметров необходимо из циклической кривой $h = f(t)$ удалить малые колебания, обусловленные второстепенными факторами (P_a , g , T°).

Устранение этих колебаний производится посредством срезки мелких (суточных, недельных и т. п.) пиков. Кроме того, может быть применена специальная методика, разработанная О. В. Куренковым и основанная на анализе зависимости $h = f(P_a)$.

Вблизи границ водоносных пластов, являющихся источниками резких колебаний напора, изменения уровня в режимных скважинах обусловлены преимущественно этими колебаниями. Сюда относятся следующие случаи.

1. Скважины находятся вблизи рек, озер, водохранилищ и каналов. Здесь подъем и спад горизонта воды при паводках или их регулируемом наполнении и последующем опорожнении являются основными факторами, вызывающими колебания уровня подземных вод в скважинах.

2. Скважины расположены на орошаемых землях или вблизи них. Здесь основными факторами, обуславливающими повышение уровня подземных вод, являются фильтрация из каналов оросительной сети, а также инфильтрация избыточных поливных и промывных вод на полях орошения. Значительная инфильтрация имеет место также на территориях промышленных предприятий с водоемкими производствами, характеризующимися большими утечками воды в грунт.

3. Скважины размещены вблизи горных выработок (шахтных полей и карьеров), подземных водозаборов, вертикального или горизонтального дренажа и водопонижительных установок. Сюда же относятся скважины в районах законтурного заводнения нефтяных месторождений, нагнетания воды в пласты-коллекторы с целью ее магазинирования и захоронения промышленных стоков. Главной причиной изменения уровня здесь является дренирующее действие откачки или нагнетания воды на этих объектах.

Во всех этих случаях из графика изменения уровня подземных вод необходимо предварительно устранить ритмические колебания, обусловленные влиянием второстепенных факторов (P_a , T° , g). Это осуществляется посредством срезки и сглаживания графика колебаний уровня и сведения его к усредненной кривой подъема уровня (для скважин, расположенных у границ пласта, где происходит повышение напора), опускания его (для скважин, расположенных у границ пласта, где происходит понижение напора) или для опускания — подъема уровня (для скважин, расположенных у рек, озер и водохранилищ в периоды паводков).

Ниже рассматривается методика определения параметров по данным наблюдений за уровнем в режимных скважинах, удаленных от границ пласта, являющихся источниками больших и резких изменений напора и в скважинах, находящихся вблизи таких границ (случаи, описанные выше). При этом для определения ε и q используются режимные наблюдения за стационарным и нестационарным потоками, а для определения μ_k — только за нестационарным потоком.

§ 2. Режим подземных вод в удалении от внешних границ пласта

Чтобы определить параметры k , μ_k и ε , необходимы данные наблюдений минимум в трех скважинах, размещаемых по направлению потока подземных вод на участке, где течение является приблизительно параллельно-струйным (по карте гидроизогипс или изопьез). Наблюдения необходимы в течение, по крайней мере, 1 года, а лучше — в течение 2—3 лет (мало-, много- и средневодные годы). В периоды снеготаяния, паводка, осенних ливней наблюдения должны учащаться (1 раз в течение 2—5 суток). Для оценки влияния колебаний P_a , T° и g требуется непрерывная запись значений уровня в периоды резких изменений погодных условий (в течение трех-четырех недель в году).

Кроме того, необходимы данные наблюдений на гидропостах о колебаниях расхода в ближайшей реке (или хотя бы данные о модуле грунтового стока по картам ГГИ (Государственный Гидрологический институт) для бассейна реки, где размещен участок режимных скважин).

По данным наблюдений за уровнем в трех скважинах находятся величины ε/k и q/k (где q — расход на единицу ширины потока; ε — модуль питания, не зависящий от напора). Эти величины вычисляются в предположении, что режим фильтрации является квазистационарным, а потому течение описывается одномерным уравнением Лапласа. Интеграл этого уравнения для безнапорного и напорного потоков соответственно будет

$$h^2 = h_1^2 - 2 \frac{q}{k} x - \frac{\varepsilon}{k} x^2; \quad (X.5)$$

$$h = h_1 - \frac{q}{km} x - 0,5 \frac{\varepsilon}{km} x^2, \quad (X.6)$$

где h_1 — глубина (мощность) безнапорного потока или пьезометрическая высота, измеряемая от горизонтальной подошвы напорного потока в первой скважине, размещенной в низовом его сечении, где отметка уровня является самой низкой ($x = 0$); q — расход на единицу ширины потока в этом сечении; m — мощность напорного пласта.

Примем в (X.5) и (X.6) для второй и третьей скважин, размещенных вверх по течению от первой, $h = h_{2,3}$ и $x = x_{2,3}$, где $x_{2,3}$ — расстояния второй и третьей скважин от первой скважины; $h_{2,3}$ — глубины (напоры) в этих

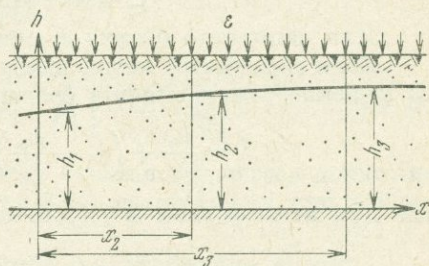


Рис. 60. Расчетная схема к определению параметров безнапорного пласта

скважинах (рис. 60). Тогда получим два уравнения с неизвестными ε/k , q/k . Решение их приводит к следующим формулам:

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{h_2^2}{x_2(x_3-x_2)} - \frac{h_3^2}{x_3(x_3-x_2)} - \frac{h_1^2}{x_2x_3}; \quad (\text{X.7})$$

$$\frac{q}{k} = 0,5 \left[\frac{x_2h_3^2}{x_3(x_3-x_2)} + \frac{(x_2+x_3)h_1^2}{x_2x_3} - \frac{x_3h_2^2}{x_2(x_3-x_2)} \right]. \quad (\text{X.8})$$

Для напорного потока формулы для определения ε/k и q/k примут вид

$$\frac{\varepsilon}{k} = 2m \left[\frac{h_2}{x_2(x_3-x_2)} - \frac{h_3}{x_3(x_3-x_2)} - \frac{h_1}{x_2x_3} \right]; \quad (\text{X.9})$$

$$\frac{q}{k} = -m \left[\frac{x_3h_2}{x_2(x_3-x_2)} - \frac{x_2h_3}{x_3(x_3-x_2)} - \frac{(x_2+x_3)h_1}{x_2x_3} \right]. \quad (\text{X.10})$$

Для напорного потока ε_r считается не зависящим от h и всюду одинаков.

Если подземный поток имеет глубинное питание, зависящее от напора h , то решение уравнения для безнапорного потока после его линеаризации будет

$$h = \frac{\alpha_0}{\beta_0} + \left(h_1 - \frac{\alpha_0}{\beta_0} \right) \text{ch} x \sqrt{\beta_0} - \frac{q}{km \sqrt{\beta_0}} \text{sh} x \sqrt{\beta_0}, \quad (\text{X.11})$$

где при атмосферном и глубинном питании через подошву пласта

$$\alpha_0 = \frac{\varepsilon_a}{km} + \frac{k_{\Pi} H_{\Pi}}{km_{\Pi} m}; \quad \beta_0 = \frac{k_{\Pi}}{km_{\Pi} m}$$

и глубинном питании через кровлю и подошву пласта

$$\alpha_0 = \frac{k_{\Pi} H_{\Pi}}{km_{\Pi} m} + \frac{k_{\kappa} H_{\kappa}}{km_{\kappa} m};$$

$$\beta_0 = \frac{k_{\kappa}}{km_{\kappa} m} + \frac{k_{\Pi}}{km_{\Pi} m}.$$

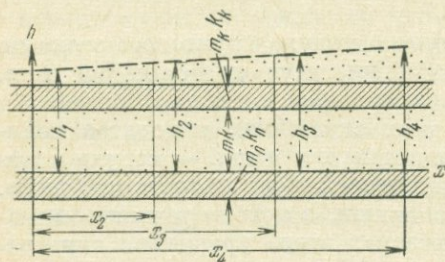


Рис. 61. Расчетная схема к определению параметров напорного пласта

равен $h = h_{1, 2, 3, 4}$ (здесь индекс — номер скважины). Тогда, приняв в уравнении (X.11) $h = h_{2, 3, 4}$, при $x = x_{2, 3, 4}$ получим три уравнения, из которых найдем параметры β_0 , α_0 и q/k .

Параметр β_0 находится подбором из уравнения

$$F_1(\beta_0) = F_2(\beta_0), \quad (\text{X.12})$$

где

$$F_1(\beta_0) = \frac{h_1 \text{sh}(x_3-x_2) \sqrt{\beta_0} - h_2 \text{sh} x_3 \sqrt{\beta_0} + h_3 \text{sh} x_2 \sqrt{\beta_0}}{\text{sh} x_2 \sqrt{\beta_0} - \text{sh} x_3 \sqrt{\beta_0} + \text{sh}(x_3-x_2) \sqrt{\beta_0}};$$

$$F_2(\beta_0) = \frac{h_1 \text{sh}(x_4-x_2) \sqrt{\beta_0} - h_2 \text{sh} x_4 \sqrt{\beta_0} + h_4 \text{sh} x_2 \sqrt{\beta_0}}{\text{sh} x_2 \sqrt{\beta_0} - \text{sh} x_4 \sqrt{\beta_0} + \text{sh}(x_4-x_2) \sqrt{\beta_0}}.$$

Затем определяют параметр α_0

$$\alpha_0 = \beta_0 F_1(\beta_0) = \beta_0 F_2(\beta_0). \quad (\text{X.13})$$

Для безнапорного потока при атмосферном и глубинном его питании через подошву будем иметь

$$\frac{\varepsilon_a}{k} = m(\alpha_0 - \beta_0 H_{\text{п}}); \quad \frac{k_{\text{п}}}{k} = \beta_0 m_{\text{п}} m; \quad \frac{\varepsilon_{\text{г}}}{k} = \beta_0 m(H_{\text{п}} - h), \quad (\text{X.14})$$

а для напорного потока при глубинном его питании через кровлю и подошву:

$$\frac{k_{\text{п}}}{k} = \frac{m_{\text{п}} m (\alpha_0 - \beta_0 H_{\text{к}})}{H_{\text{п}} - H_{\text{к}}}; \quad \frac{k_{\text{к}}}{k} = m_{\text{к}} m \frac{\beta_0 H_{\text{п}} - \alpha_0}{H_{\text{п}} - H_{\text{к}}}; \quad (\text{X.15})$$

$$\frac{\varepsilon_{\text{г}}}{k} = m(\alpha_0 - h\beta_0).$$

Параметр q/k равен:

$$\frac{q}{k} = \left[\frac{\alpha_0}{\beta_0} - h_2 + \left(h_1 - \frac{\alpha_0}{\beta_0} \right) \text{ch } x_2 \sqrt{\beta_0} \right] \frac{m \sqrt{\beta_0}}{\text{sh } x_2 \sqrt{\beta_0}}. \quad (\text{X.16})$$

При определении параметров по уравнениям неустановившегося движения подземных вод последние обычно заменяют конечно-разностными при выполнении условия $\Delta x \leq 1,41 \sqrt{a \Delta t}$ [54].

Тогда для безнапорного и напорного потока соответственно имеем:

$$k \left[\frac{h_{1,1}^2}{x_2 x_3} - \frac{h_{2,1}^2}{x_2 (x_3 - x_2)} + \frac{h_{3,1}^2}{x_3 (x_3 - x_2)} \right] - \frac{k_{\text{п}}}{m_{\text{п}}} (h_{2,1} - H_{\text{п}}) + \Delta \varepsilon_a = \mu_{\text{к}} \frac{h_{2,2} - h_{2,1}}{t_2 - t_1}; \quad (\text{X.17})$$

$$2km \left[\frac{h_{1,1}}{x_2 x_3} - \frac{h_{2,1}}{x_2 (x_3 - x_2)} + \frac{h_{3,1}}{x_3 (x_3 - x_2)} \right] - \frac{k_{\text{п}}}{m_{\text{п}}} (h_{2,1} - H_{\text{п}}) - \frac{k_{\text{к}}}{m_{\text{к}}} (h_{2,1} - H_{\text{к}}) = \mu_{\text{к}} \frac{h_{2,2} - h_{2,1}}{t_2 - t_1}, \quad (\text{X.18})$$

где $h_{1,1}, h_{2,1}, h_{3,1}$ — напоры в первой, второй и третьей скважинах в момент времени t_1 ; $h_{2,2}$ — напор во второй скважине в момент времени t_2 .

При отсутствии глубинного питания в уравнениях (X.17) и (X.18) надо принять $k_{\text{п}}$ и $k_{\text{к}}$ равными нулю.

Для определения четырех параметров ε_a/k , $\mu_{\text{к}}/k$, $\varepsilon_{\text{г}}/k$, q/k необходимо знать напор в трех скважинах в моменты времени t_1, t_2, t_3, t_4 . Обозначим эти напоры через $h_{i,j}$, где i индекс режимной скважины, а j индекс времени регистрации напора в скважине.

Если имеется глубинное питание фильтрационного потока, то гидроемкость безнапорного пласта определяется по формуле

$$\frac{\mu_{\text{к}}}{k} = \frac{(c_2 - c_1)(h_{2,1} - h_{2,3}) - (c_3 - c_1)(h_{2,1} - h_{2,2})}{(d_2 - d_1)(h_{2,1} - h_{2,3}) - (d_3 - d_1)(h_{2,1} - h_{2,2})}. \quad (\text{X.19})$$

Глубинное питание находится по формуле

$$\frac{k_{\text{п}}}{km_{\text{п}}} = \frac{\mu_{\text{к}}(d_1 - d_2) - k(c_1 - c_2)}{k(h_{2,2} - h_{2,1})}. \quad (\text{X.20})$$

Атмосферное питание равно

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{\mu_k}{k} d_1 - c_1 + \frac{k_{\Pi}}{k m_{\Pi}} (h_{2,1} - H_{\Pi}). \quad (\text{X.21})$$

Расход подземного потока в сечении, где расположена первая скважина, равен

$$\frac{q}{k} = 0,5 \left[\frac{x_2 h_3^2}{x_3 (x_3 - x_2)} - \frac{x_3 h_2^2}{x_2 (x_3 - x_2)} + \frac{(x_2 + x_3) h_1^2}{x_2 x_3} \right]. \quad (\text{X.22})$$

В уравнениях (X.19)–(X.21) принято

$$d_k = n \frac{h_{2,k+1} - h_{2,k}}{t_{k+1} - t_k}, \quad k = 1, 2, 3; \quad (\text{X.23})$$

$$c_k = \frac{h_{1,k}^2}{x_2 x_3} - \frac{h_{2,k}^2}{x_2 (x_3 - x_2)} + \frac{h_{3,k}^2}{x_3 (x_3 - x_2)}. \quad (\text{X.24})$$

Для напорного пласта его гидроемкость определяется по (X.19), а параметры глубинного питания — по формулам

$$\frac{k_k}{k m_k} = \frac{\frac{\mu_k}{k} [d_1 (H_{\Pi} - h_{2,2}) - d_2 (H_{\Pi} - h_{2,1})] + c_2 (H_{\Pi} - h_{2,1}) - c_1 (H_{\Pi} - h_{2,2})}{(h_{2,2} - h_{2,1}) (H_{\Pi} - H_k)}; \quad (\text{X.25})$$

$$\frac{k_{\Pi}}{k m_{\Pi}} = \frac{\frac{\mu_k}{k} [d_1 (h_{2,2} - H_k) - d_2 (h_{2,1} - H_k)] + c_2 (h_{2,1} - H_k) - c_1 (h_{2,2} - H_k)}{(h_{2,2} - h_{2,1}) (H_{\Pi} - H_k)}.$$

Расход подземного потока в сечении, где расположена первая скважина будет

$$\frac{q}{k} = m \left[\frac{x_2 h_3}{x_3 (x_3 - x_2)} - \frac{x_3 h_2}{x_2 (x_3 - x_2)} + \frac{(x_2 + x_3) h_1}{x_2 x_3} \right]. \quad (\text{X.26})$$

Если глубинное питание фильтрационного безнапорного потока отсутствует, то для определения параметров достаточно знать напоры в трех режимных скважинах в моменты времени t_1, t_2, t_3 . Относительный расход q/k через сечение, где расположена первая скважина, находится по формуле (X.22).

Гидроемкость пласта равна

$$\frac{\mu_k}{k} = \frac{c_1 - c_2}{d_1 - d_2}, \quad (\text{X.27})$$

а инфильтрационное его питание:

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{c_1 - c_2}{d_1 - d_2} d_1 - c_1. \quad (\text{X.28})$$

Для напорного потока формула (X.27) примет вид:

$$\frac{\mu_k}{k} = \frac{c_1 (H_{\Pi} - h_{2,2}) - c_2 (H_{\Pi} - h_{2,1})}{d_1 (H_{\Pi} - h_{2,2}) - d_2 (H_{\Pi} - h_{2,1})} \quad (\text{X.29})$$

Зависимости (X.27)–(X.28) можно получить из уравнений (X.20) и (X.21) при $k_{\Pi} = 0$.

Выше были изложены способы, позволяющие найти относительные значения параметров $\varepsilon/k, \varepsilon_a/k, k_{\Pi}/k, k_k/k, \mu_k/k, q/k$. Чтобы получить их абсолютные величины, необходимо знать коэффициент фильтрации пласта, в котором проводились наблюдения за уровнем (напором) подземных вод.

Для определения ε и q необходимо предварительно найти коэффициент k для данного участка каким-либо методом, не связанным с режимными наблюдениями. Наиболее точно определение k производится посредством откачки в одной из трех режимных скважинах (при наличии одной или двух контрольных скважин), которая позволяет к тому же определить пьезопроводность. Эти данные целесообразно проконтролировать с помощью другого метода также несвязанного с режимными наблюдениями, а именно, рекомендуется определять модуль грунтового стока за год режимных наблюдений посредством срезки паводка на гидрографе ближайшей реки. Эту срезку производят для двух створов (желательно находящихся выше и ниже по реке от участка режимных наблюдений). Зная модуль грунтового стока M для этого участка или грунтовый сток на участке реки между створами $Q_{гр} = Q_n - Q_v$, имеем:

$$q = M(l - l_1) = \frac{Q_{гр}(l - l_1)}{bl}; \quad (X.30)$$

$$M = \varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_r = \frac{Q_{гр}}{bl},$$

где b — расстояние между створами на реке; l_1 — расстояние от первой скважины до реки; l — среднее расстояние от реки до водораздела грунтового потока (по карте гидроизогипс); Q_n и Q_v — грунтовый сток для нижнего и верхнего створов на реке, м³/сут.

В относительно засушливые периоды, когда $\varepsilon_a = 0$, модуль грунтового стока равен модулю глубинного питания.

Зная q и ε , по уравнению (X.30), а также $\bar{q} = q/k$ и $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/k$, найденные по данным режимных наблюдений, определим коэффициент

$$k = \frac{q}{\bar{q}} = \frac{Q_{гр}(l - l_1)}{lb\bar{q}}; \quad k = \frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}} = \frac{Q_{гр}}{bl\bar{\varepsilon}}. \quad (X.31)$$

Это значение k необходимо сравнить с его значением, найденным по результатам откачек.

§ 3. Режим подземных вод вблизи границ пласта (рек, озер, водохранилищ, каналов)

Для определения пьезопроводности a и коэффициента фильтрации необходимо иметь данные об изменении уровня грунтовых вод в наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии l от реки (или водохранилища) и данные по фильтрационным потерям из реки (канала) на участке длиной L .

Допустим, что при прохождении паводка уровень речной воды в начальный период $0 < t < t_1$ повышается от H_1 до H_2 , а в последующий период $t_1 < t < t_2$ снижается от H_2 до H_1 по параболическому закону

$$H = \sqrt{H_1^2 + \alpha_1 t}, \quad (0 \leq t \leq t_1); \quad (X.32)$$

$$H = \sqrt{H_2^2 - \alpha_2 (t - t_1)} \quad (t_1 \leq t \leq t_2), \quad (X.33)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{H_2^2 - H_1^2}{t_1}; \quad \alpha_2 = \frac{H_2^2 - H_1^2}{t_2 - t_1};$$

H , $H_{1,2}$ — глубина грунтового потока в моменты времени t и $t_{1,2}$ на урзе воды в реке. Такое же изменение уровня воды будет и в канале, который наполняется вновь или после зимнего опорожнения.

Тогда уровни грунтовых вод на расстоянии x от этого уреза (в скважине) также будут изменяться, но с некоторым запаздыванием во времени по сравнению с рекой.

Изменение уровня воды в скважине можно найти по формуле:

$$h^2 = h_e^2 + 4\alpha_1 t i^2 \Phi^*(\lambda) - 4(\alpha_2 + \alpha_1)(t - t_1) i^2 \Phi^*\left(\lambda \sqrt{\frac{t}{t - t_1}}\right);$$

$$\lambda = \frac{l}{2\sqrt{at}}; \quad i^2 \Phi^*(z) = 0,25 \left[(1 + 2z^2) \Phi^*(z) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} z e^{-z^2} \right]; \quad (X.34)$$

$$\Phi^*(z) = \operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-u^2} du,$$

где h_e — глубина естественного потока в месте расположения скважины.

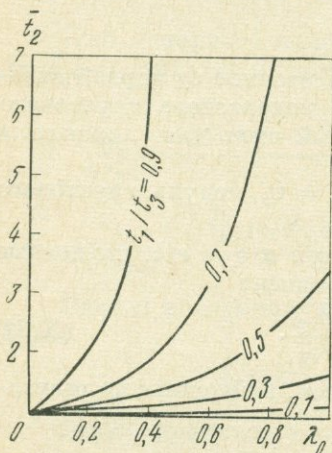


Рис. 62. График для определения λ_0

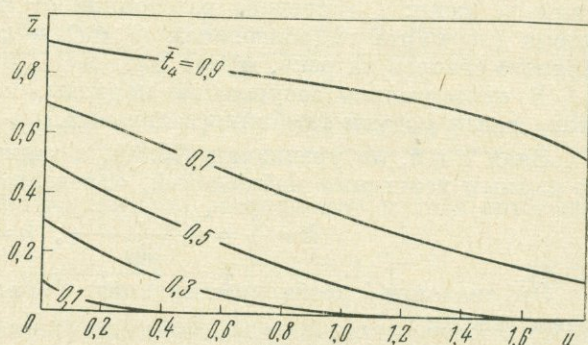


Рис. 63. График $\bar{z} = f(u, \bar{t}_4)$

Момент времени t_3 , когда уровень воды в скважине будет максимальным, найдем из условия $\partial h^2 / \partial t = 0$. Тогда для определения t_3 получим трансцендентное уравнение:

$$\bar{t}_2 = \frac{t_2}{t_2 - t_1} = \frac{\Phi^*(\lambda_0)}{\Phi^*\left(\lambda_0 \sqrt{\frac{t_3}{t_3 - t_1}}\right)}; \quad \lambda_0 = \frac{l}{2\sqrt{at_3}}. \quad (X.35)$$

Если известны величины t_1, t_2, t_3 , то из уравнения (X.35) или по графику (рис. 62) можно найти λ_0 и затем величину a

$$a = \frac{l^2}{4t_3\lambda_0^2}. \quad (X.36)$$

Для определения коэффициента фильтрации k требуется найти фильтрационные потери воды из реки на участке длиной L в момент времени t . Эти потери можно оценить, если известны величины расходов воды в реке в начале (Q_I) и конце (Q_{II}) участка

$$\Delta Q_\phi = Q_I - Q_{II} - Q_e, \quad (X.37)$$

где Q_e — потери на фильтрацию из реки на этом участке до начала паводка. Тогда

$$k = \frac{\Delta Q_\Phi \sqrt{\pi a}}{2L [\alpha_1 \sqrt{t - (\alpha_2 + \alpha_1)} \sqrt{t - t_1}]} \quad (X.38)$$

Если имеются данные наблюдений за режимом грунтовых вод только в период подъема воды в реке ($0 < t < t_1$), то коэффициент a определяется по формуле:

$$a = \frac{l^2}{4u^2 t_4}, \quad (X.39)$$

где u находится из уравнений

$$i^2 \Phi^*(u) = \frac{h_4^2 - h_e^2}{4\alpha_1 t_4} \quad (X.40)$$

или

$$\bar{z} = \frac{h_4^2 - h_e^2}{h_5^2 - h_e^2} = \bar{t}_4 \frac{i^2 \Phi^*(u/\sqrt{t_4})}{i^2 \Phi^*(u)}; \quad (X.41)$$

$$\bar{t}_4 = \frac{t_4}{t_5},$$

Здесь h_4, h_5 — глубина грунтового потока в моменты времени t_4 и t_5 .

По уравнению (X.41) построен график $\bar{z} = f(u, \bar{t}_4)$ (рис. 63). Коэффициент фильтрации k в этом случае определяется по формуле (X.38), в которой член $(\alpha_2 + \alpha_1) \sqrt{t - t_1}$ отбрасывается.

При быстром повышении и снижении уровня воды в реке можно считать

$$\begin{aligned} [t = 0; H = H_1; 0 < t < t_1; H = H_2; \\ t_1 < t; H = H_1. \end{aligned} \quad (X.42)$$

Тогда уровень воды в скважине при $t > t_1$ определяется по формуле

$$h^2 = h_e^2 + (H_2^2 - H_1^2) \Phi^*(\lambda) - (H_2^2 - H_1^2) \Phi^*\left(\lambda \sqrt{\frac{t}{t - t_1}}\right). \quad (X.43)$$

Максимальный уровень в ней будет наблюдаться в момент времени t_3 , который найдем из уравнения

$$\frac{(t_3 - t_1)^{1.5}}{t_3^{1.5}} = \exp\left[-\frac{l^2}{4at_3} \cdot \frac{t_1}{t_3 - t_1}\right] \quad (X.44)$$

Отсюда коэффициент пьезопроводности равен

$$a = \frac{-l^2 \bar{t}_1}{6t_3(1 - \bar{t}_1) \ln(1 - \bar{t}_1)}; \quad \bar{t}_1 = \frac{t_1}{t_3}. \quad (X.45)$$

Определив фильтрационные потери из реки ΔQ_Φ по формуле (X.37), найдем значение k

$$k = \frac{\Delta Q_\Phi \sqrt{\pi a t}}{L (H_2^2 - H_1^2) (1 - \sqrt{t^*})}; \quad t^* = \frac{t}{t - t_1}. \quad (X.46)$$

Если имеются данные наблюдений за режимом грунтовых вод только в период $0 < t < t_1$, то коэффициент a определяется по формуле (X.39), где u находится из уравнения

$$\Phi^*(u) = \frac{h_4^2 - h_e^2}{H_2^2 - H_1^2} \quad (\text{X.47})$$

или по графику (рис. 64), который выражает зависимость:

$$\bar{z} = \frac{h_4^2 - h_e^2}{h_5^2 - h_e^2} = \frac{\Phi^*(u/\sqrt{t_1})}{\Phi^*(u)} \quad (\text{X.48})$$

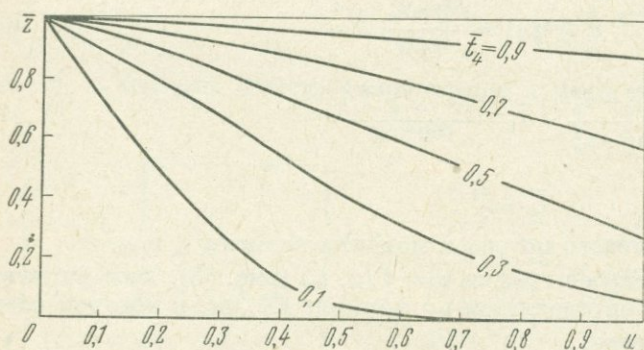


Рис. 64. График для определения u

Коэффициент фильтрации k находится по уравнению (X.46), в котором член $\sqrt{t(t-t_1)}$ надо отбросить.

Расчетные зависимости (X.43)—(X.48) даны для случая, когда режимная скважина расположена вдали от водоупорного сооружения, где подземный поток одномерный. Если в этих зависимостях вместо $(H_2^2 - H_1^2)$ принять $0,5(H_2^2 - H_1^2)$, то полученные

результаты можно использовать и в случае, когда режимная скважина расположена на продолжении оси водоупорного сооружения.

По данным наблюдений за режимом грунтовых вод на орошаемых землях для определения пьезопроводности и коэффициента фильтрации k необходимо иметь данные об изменении уровня грунтовых вод в наблюдательной скважине, размещенной примерно в центре орошаемой площади. Пусть эта площадь имеет размеры $2b \times 2l$. Допустим, что площадка инфильтрации расположена на расстоянии L от реки или границы с постоянным притоком подземных вод (сброс горных пород, выклинивание непроницаемых пород и т. д.).

Подъем уровня грунтовых вод в скважине при инфильтрации интенсивностью ε можно определить по формуле:

$$h^2 = h_e^2 + 2 \frac{\varepsilon at}{k} \{S^*(\alpha_1, \beta) \pm 0,5 [S^*(\alpha_2, \beta) - S^*(\alpha_3, \beta)]\}; \quad (\text{X.49})$$

$$\alpha_1 = \frac{b}{2\sqrt{at}}; \quad \alpha_2 = \frac{2L+b}{2\sqrt{at}}; \quad \alpha_3 = \frac{2L-b}{2\sqrt{at}}; \quad \beta = \frac{l}{2\sqrt{at}};$$

$$S^*(\alpha, \beta) = \int_0^1 \Phi^*\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\tau}}\right) \Phi^*\left(\frac{\beta}{\sqrt{\tau}}\right) d\tau. \quad (\text{X.50})$$

Значение функции $S^*(\alpha, \beta)$ приводится в работах [67, 189]. Знак «минус» соответствует проницаемому граничному контуру, а знак «плюс» — непроницаемому. При $\alpha_3 \geq 3$ влияние границ можно не учитывать.

При значениях $\beta \leq 3$ можно принять схему полосовой инфильтрации ($l \rightarrow \infty$). В этом случае

$$S^*(\alpha_i, \infty) = 1 - 4i^2 \Phi^*(\alpha_i). \quad (\text{X.51})$$

На рис. 65 приведен график зависимости

$$\bar{z} = \frac{h_1^2 - h_e^2}{h_2^2 - h_e^2} = \bar{t}_1 \frac{0,25 - i^2 \Phi^*(\lambda/\sqrt{\bar{t}_1})}{0,25 - i^2 \Phi^*(\lambda)}; \quad (\text{X.52})$$

$$\bar{t}_1 = \frac{t_1}{t_2},$$

где h_e, h_1, h_2 — глубина грунтового потока в естественных условиях ($t = 0$) и в моменты времени t_1, t_2 .

Зная величины \bar{z} и \bar{t}_1 по натурным наблюдениям, с помощью этого графика можно найти λ и коэффициент пьезопроводности

$$a = \frac{b^2}{4t_2 \lambda^2}. \quad (\text{X.53})$$

Затем находим отношение

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{h^2 - h_e^2}{2at [1 - 4i^2 \Phi^*(\alpha_1)]}; \quad \alpha_1 = \frac{b}{2\sqrt{at}}. \quad (\text{X.54})$$

откуда при известном k определяем ε .

Рассмотрим гидродинамический режим подземных вод в районах действия откачек из скважин. Понижение уровня подземных вод в наблюдательной скважине, расположенной вблизи группы действующих скважин, определяется по формуле

$$s = h - h_e = \frac{Q_1}{4\pi km} R, \quad (\text{X.55})$$

где

$$R = - \sum_{k=1}^p \alpha_k \text{Ei} \left[- \frac{r_k^2}{4a(t-t_k)} \right]; \quad (\text{X.56})$$

$$\alpha_k = \frac{Q_k}{Q_s}; \quad Q_s = \sum_{k=1}^p Q_k;$$

Q_k — расход водозаборной скважины, имеющей номер k и вступающей в действие в момент времени t_k ; p — число скважин; Q_s — суммарный расход всех скважин; r_k — расстояние от наблюдательной скважины до скважины k .

При квазистационарном режиме, когда $r_k^2 \max \leq 0,4a(t-t_k) \min$, сопротивление R можно найти по зависимости:

$$R = \ln \frac{2,25at_s}{r_s^2} = \sum_{k=1}^{k=p} \alpha_k \ln \frac{2,25a(t-t_k)}{r_k^2}, \quad (\text{X.57})$$

где

$$r_s = (r_1)^{\alpha_1} (r_2)^{\alpha_2} \dots (r_p)^{\alpha_p};$$

$$t_s = (t-t_1)^{\alpha_1} (t-t_2)^{\alpha_2} \dots (t-t_p)^{\alpha_p}. \quad (\text{X.58})$$

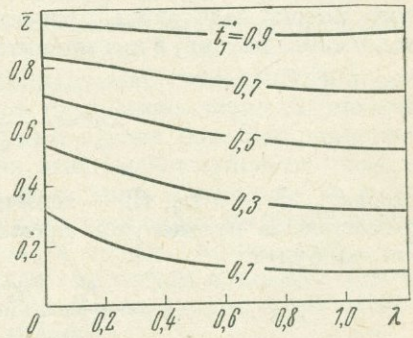


Рис. 65. График $\bar{z} = f(\lambda, \bar{t}_1)$

При одинаковых дебитах водозаборных скважин

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = \frac{1}{p}; \quad r_s = \sqrt[p]{r_1 r_2 \dots r_p}$$

$$t_s = \sqrt[p]{(t-t_1)(t-t_2) \dots (t-t_p)}, \quad (\text{X.59})$$

где r_s — среднее геометрическое расстояние от наблюдательной скважины до всех скважин водозабора; t_s — среднее геометрическое время.

Если известно время от начала ввода в действие каждой водозаборной скважины $(t-t_1)$; $(t-t_2)$ и т. д., то для определения проводимости подземного потока надо знать уровень воды в наблюдательной скважине (глубину подземного потока) в два момента времени t' и t'' , а именно $h(r_s, t'_s)$ и $h(r_s, t''_s)$.

Тогда

$$km = \frac{Q_1}{4\pi [h(r_s, t'_s) - h(r_s, t''_s)]} \ln \frac{t'_s}{t''_s}, \quad (\text{X.60})$$

где $h(r_s, t'_s) - h(r_s, t''_s)$ — величина понижения уровня воды в наблюдательной скважине за промежуток времени $t'' - t'$. Пьезопроводность и гидроемкость пласта будут

$$a = \frac{r_s^2}{2.25 t'_s} \left(\frac{t'_s}{t''_s} \right)^\xi; \quad \xi = \frac{h(r_s, t'_s) - h_e}{h(r_s, t'_s) - h(r_s, t''_s)}, \quad (\text{X.61})$$

$$\mu_k = \frac{km}{a}.$$

При известной гидроемкости пласта μ_k для определения пьезопроводности используют зависимость

$$s = \frac{Q_1}{4\pi \mu_k a} R. \quad (\text{X.62})$$

Построив по уравнению (X.62) график зависимости $s = f(a)$, при фиксированном t и известном $s(r, t_1)$ можно найти a .

Аналогично можно найти гидродинамические характеристики пласта, если имеются наблюдения за уровнем подземных вод в режимной скважине, расположенной вблизи горизонтальной дрены, из которой производится откачка.

Обозначим удельный расход дрены q , а расстояние наблюдательной скважины от нее b . Для дрен бесконечной длины, если известны понижения уровня грунтовых вод $s_{1,2}$ в моменты времени $t_{1,2}$, то для определения a служит равенство

$$\frac{s_1}{s_2} i\Phi^* \left(\frac{b}{2\sqrt{at_2}} \right) = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}} i\Phi^* \left(\frac{b}{2\sqrt{at_1}} \right), \quad (\text{X.63})$$

из которого a находится подбором.

Проводимость и гидроемкость пласта будут

$$[km = \frac{q\sqrt{at_1}}{s_1} i\Phi^* \left(\frac{b}{2\sqrt{at_1}} \right); \quad \mu_k = \frac{km}{a}. \quad (\text{X.64})$$

§ 4. Анализ гидрографа рек для оценки модуля грунтового стока и осредненного коэффициента фильтрации приречных отложений

Грунтовый сток в реке в зависимости от высоты выхода грунтовых вод в речные долины и характера их гидродинамической связи с рекой разделяется на три составляющие части:

- 1) сток ниже отметки низкой межи, имеющий постоянную гидродинамическую связь с рекой;
- 2) сток в пределах амплитуды колебаний горизонта в реке в паводок, изолированный от стока ниже межи относительно водоупорными отложениями и имеющий периодическую гидродинамическую связь с рекой (лишь во время паводков);
- 3) сток выше отметки пика паводков, не имеющий гидродинамической связи с рекой.

Для равнинных рек СССР, полностью не промерзающих зимой и не пересыхающих летом, преобладающую роль играет сток ниже отметки низкой межи. Для горных и равнинных рек с глубоким врезом большое значение имеет сток в пределах амплитуды паводка. Сток выше максимального уровня рек обычно невелик и может играть заметную роль лишь для малых горных и равнинных рек, в значительной мере питающихся нисходящими родниками. В периоды весенних и летне-осенних паводков, а также зимних оттепелей грунтовый сток ниже низкой межи и в пределах амплитуды паводков, ввиду повышения напора в реках, значительно уменьшается и некоторое время отсутствует вовсе, сменяясь фильтрацией из рек в берега.

В те же периоды сток выше максимального горизонта паводков ввиду увеличения в это время инфильтрации атмосферных осадков в той или иной степени увеличивается. Степень уменьшения общего грунтового стока рек в периоды паводков за счет первой и второй его составляющих может быть оценена по гидрографам рек на основе анализа динамики грунтового потока в речных долинах во время паводков. Степень увеличения общего грунтового стока рек за счет его третьей составляющей необходимо оценивать отдельно по данным об изменении дебита нисходящих источников во время паводков или другими способами. Для большинства рек, ввиду незначительности третьей составляющей, уменьшение общего грунтового стока во время паводков обычно больше его увеличения.

В настоящее время при оценке грунтового питания рек пользуются различными методами расчленения гидрографа рек, предложенными С. А. Советовым, Б. В. Поляковым, Б. И. Куделиным, М. И. Львовичем и многими другими исследователями.

В одних методах грунтовый сток определяется посредством срезки пиков паводков на гидрографе по наклонной прямой, соединяющей расход перед паводком q_n с расходом после паводка q_k (рис. 66, прямая ab). К грунтовому стоку в этом случае относят весь общий сток (кроме паводочных пиков). При такой оценке снижение грунтового стока во время паводков не учитывается, и потому значение его оказывается значительно завышенным.

В других методах грунтовый сток определяется посредством срезки пика паводков по вертикальным прямым, проведенным через точки пред- и после-паводочного расходов (см. рис. 66, прямые ac и bc'). В этом случае к грунтовому стоку относят весь общий сток (кроме паводочных пиков и их основания). Тем самым предполагается, что в периоды паводков грунтовый сток полностью прекращается. Кроме того, считается, что фильтрация из реки во время паводков

отсутствует или имеется, но не должна вычитаться из общей площади гидрографа, так как в последующем вода, профильтровавшаяся в берега, снова возвращается в реку.

Как следует из качественного анализа динамики грунтовых потоков в долинах рек в периоды паводков возможны два различных типа стока.

Тип 1 — грунтовый сток в период паводка сначала уменьшается, достигает в некоторый момент времени минимума и затем снова увеличивается к концу паводка.

Тип 2 — грунтовый сток в период паводка сначала уменьшается, доходит до нуля и сменяется фильтрацией из реки, достигающей в некоторый момент времени максимума, затем фильтрация уменьшается и снова сменяется притоком, увеличивающимся к концу паводка.

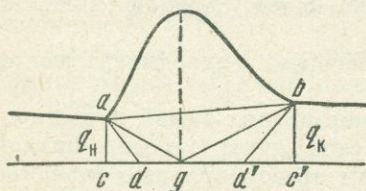


Рис. 66. Методы срезки паводка гидрографа реки

Поэтому при срезке гидрографа по вертикальным прямым не учитывается, что грунтовый сток во время паводков не прекращается полностью, а лишь уменьшается и притом в различные моменты времени в разной степени. Кроме того, при таком подходе не принимается во внимание, что в случае фильтрации

из реки последняя включает часть поверхностного стока и часть грунтового стока, поступивших в реку до начала фильтрации из нее. Поэтому паводочная фильтрация должна быть исключена из грунтового питания реки после периода фильтрации.

Отсюда следует, что срезка пиков паводка по вертикальным прямым в первом случае приводит к преуменьшению действительного грунтового стока, а во втором — может привести к занижению и к завышению его.

В некоторых из существующих методов оценки грунтового стока срезка пика паводков производится по наклонным прямым (см. рис. 66, прямые ad и bd'). В этом случае к грунтовому стоку относят весь общий сток, кроме пиков паводка, и часть их основания. Уклон этих прямых определяется исходя из предположения, что в момент пика паводка грунтовый сток полностью прекращается (прямые ag и bg). Иногда считают, что уклон этих прямых зависит от скорости движения волн паводка вдоль реки и определяется запаздыванием начала и конца паводка в данном створе (прямые ad и bd'). Однако в действительности линия, разграничивающая поверхностный и грунтовый сток в периоды паводков, зависит от степени уменьшения грунтового стока, определяемой гидродинамикой грунтового потока в долине реки.

Поэтому рассматриваемые способы оценки грунтового стока хотя в какой-то мере позволяют приблизиться к действительной картине его распределения, но также могут приводить как к преувеличению, так и к преуменьшению величины этого стока.

Понижение грунтового питания рек в периоды паводков и грунтовый сток в целом могут быть определены на основе методов гидродинамики [3, 38, 84].

Важнейшими характеристиками гидрографа реки, в которых находят отражение величина и характер ее грунтового питания, являются величины предпаводочного q_n и послепаводочного q_k расходов реки. Уменьшение грунтового питания рек и фильтрация из них в берега во время паводков приводят к подъему уровня грунтовых вод и накоплению больших объемов воды в грунтах, слагающих речные долины.

Аккумулятивные в этих грунтах запасы воды в конце паводка и после него снова поступают в реку, причем ввиду повышения уклона и глубин грунтового потока в это время послепаводочные расходы по сравнению с предпаводочными резко возрастают. Поэтому послепаводочные расходы реки обычно больше предпаводочных ($q_n/q_k < 1$). Чем больше снижение грунтового стока при паводке и чем больше величины паводочной фильтрации, тем меньше отношение расходов q_n/q_k . Однако эта основная закономерность маскируется в случаях часто повторяющихся паводков, когда повышенные расходы реки, обусловленные аккумуляцией воды в грунтах при предыдущем паводке, еще не успевают снизиться к началу последующего паводка. В этих случаях часто величина $q_n/q_k > 1$ (особенно для малых паводков, следующих вскоре после больших). Для весенних паводков о значении величины q_n/q_k можно судить по данным о соотношении между минимальными расходами летней q_l и зимней q_3 межени. Как известно, предпаводочный расход q_n обычно равен q_3 , а послепаводочный расход q_k несколько больше расхода летней межени q_l . Следовательно, всегда $q_n/q_k \leq q_3/q_l$, причем различия между этими отношениями невелики и приближенно можно считать, что $q_n/q_k = q_3/q_l$.

По материалам института ВОДГЕО (Л. Н. Попов, В. А. Баранов) для различных районов СССР величина q_3/q_l колеблется в следующих пределах (табл. 18).

Таблица 18

Величина q_3/q_l для различных районов СССР

Регион	q_3/q_l	Регион	q_3/q_l
<i>Европа</i>		<i>Азия</i>	
Юго-Запад и Юг	1,0—1,5	Западная Сибирь	0,1—0,3
Северо-Запад	0,8—1,3	Казахстан	0—0,2
Центральная часть	0,5—0,8	Алтай и Саяны	0,2—0,4
Юго-Восток	0,3—0,8	Средне-Сибирское плоскогорье	0,01—0,1
Северо-Восток	0,3—0,5	Северо-Восток	0—0,01
<i>Урал</i>		Камчатка	0,4—0,6
Северный	0,2—0,3	Забайкалье и Приморье	0,01—0,1
Южный	0,3—0,4		

Приведенные данные показывают, что для большей части территории СССР величина $q_3/q_l < 1$ обычно для районов со среднеянварской температурой ниже -10°C , где зимние оттепели и паводки. По тем же данным величина $q_3/q_l > 1$ для районов со среднеянварской температурой выше -6°C , где зимние оттепели более часты.

Граница между районами $q_3/q_l < 1$ и $q_3/q_l > 1$ примерно проходит по линии: Чудское озеро — верховья р. Оки — Воронеж — устье р. Волги.

Таким образом, на большей части территории СССР для весенних паводков, а отчасти и для летне-осенних влияние аккумуляции стока в грунтах при предшествующих паводках сравнительно невелико. Поэтому для указанных районов при оценке грунтового стока по гидрографам рек можно не учитывать взаимовлияния паводков и рассматривать только один паводок. Кроме того, можно принять, что для разных моментов времени суммарный грунтовый сток реки в рассматриваемом створе и расход грунтового потока в этом же створе на единицу длины реки (единичный расход) пропорциональны друг другу.

Приведем зависимости для оценки годового и внутригодового распределения грунтового стока.

При оценке годового грунтового стока рек, у которых зимняя межень ниже летней (рис. 67), срезку гидрографа следует производить по наклонной прямой, соединяющей расход предпаводочной межени q_n с расходом послепаводочной межени q_k . Оставшаяся после срезки площадь гидрографа должна быть уменьшена на величину

$$\Delta V = 0,5 (q_k - q_n) t_s F(\eta, \xi); \quad (X.65)$$

$$F(\eta, \xi) = 1 + \frac{4}{3} \left(\frac{M(\eta, \xi)}{V\eta} + \frac{1}{\eta} - 1 \right); \quad (X.66)$$

$$M(\eta, \xi) = \frac{1}{\beta V\eta - 1 - V\eta}; \quad \beta = \frac{\xi}{\eta - 1} + 1.$$

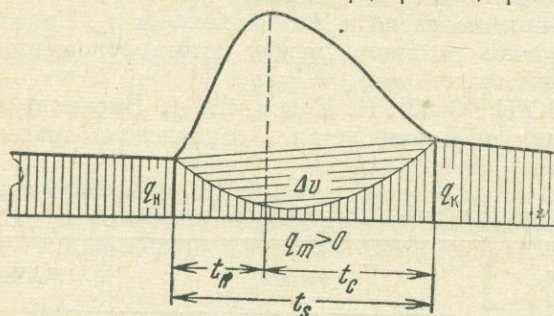


Рис. 67. Схема к расчету годового стока реки

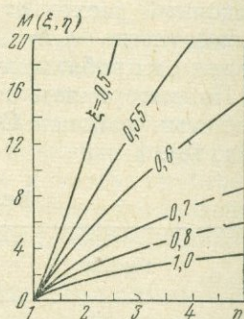


Рис. 68. График $M(\xi, \eta)$

График функции $M(\xi, \eta)$ приводится на рис. 68. Здесь $\eta = t_s/t_n$, где t_s — длительность паводка; t_n — длительность периода подъема.

$$\xi = \frac{\alpha_1 (2 - \alpha_1)}{1 - \alpha_2^2};$$

$$\alpha_1 = \frac{\Delta c}{h_n + \Delta c}; \quad \alpha_2 = \frac{h_n}{h_n + \Delta n} \quad (X.67)$$

где h_n — мощность водоносного пласта, дренируемого рекой (для зимней межени); Δn и Δc — высоты подъема и спады воды в реке во время паводка.

Если $\Delta n - \Delta c \leq 0,1 h_n$, то $\alpha_1 + \alpha_2 \approx 1$; $\xi \approx 1$ и $F \approx 2$ (при $\eta = 2 \div 5$). Тогда

$$\Delta V = (q_k - q_n) t_s. \quad (X.68)$$

Иначе говоря, после срезки на гидрографе пика паводка по прямой $q_n - q_k$ площадь оставшейся части гидрографа должна уменьшаться на площадь прямоугольника со сторонами t_s и $q_k - q_n$.

Приближенно внутригодовое распределение грунтового стока можно оценить, определив грунтовый сток (или фильтрацию) в момент пика паводка:

$$q_m = q_n - (q_k - q_n) M(\xi, \eta). \quad (X.69)$$

В случае $\xi \approx 1$ и $\eta = 3 \div 5$ $M = 2,6 \div 3,8 \approx 3,2$, и потому

$$q_m = q_n - 3,2 (q_k - q_n) = 4,2 q_n - 3,2 q_k. \quad (X.70)$$

Отсюда при $q_n/q_k \geq 0,75$ величина $q_m > 0$, а при $q_n/q_k < 0,75$ величина $q_m < 0$. Если $q_m > 0$, то во время паводка фильтрация из реки в берега отсутствует. Для оценки распределения грунтового стока достаточно провести на гидрографе прямые, соединяющие расходы q_n и q_k с расходом пика паводка q_m (рис. 69). Площадь ниже этих прямых определит собой грунтовый сток (см. рис. 69, а — заштрихованная часть гидрографа). Если $q_m < 0$, то во время паводка имеет место фильтрация из реки в берега. Для оценки распределения стока здесь необходимо провести на гидрографе прямые, соединяющие отрицательный расход q_m , с расходами q_n и q_k , и найти время t_3 , для которого объем воды, потерянной на фильтрацию (см. рис. 69, б — площадь с горизонтальной штриховкой) примерно равен объему стока за последующий период

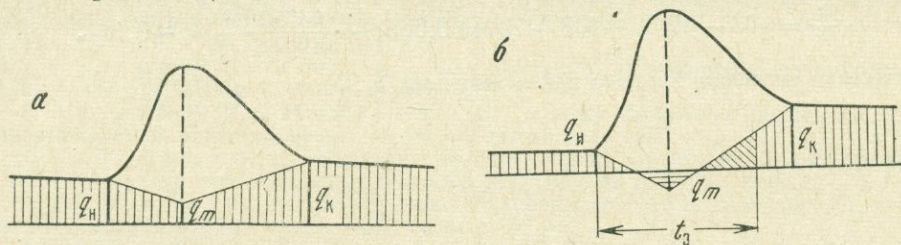


Рис. 69. Внутригодовые распределения грунтового стока

(см. рис. 69, б — площадь с наклонной штриховкой). Тогда заштрихованная вертикально часть гидрографа будет соответствовать грунтовому стоку.]

Пример 1. Определить модуль подземного питания ε и естественный расход грунтового потока q в сечении $x = 0$ при следующих исходных данных:

- а) глубины грунтового потока в сечении $x = 0$ и на расстоянии от него $x_2 = 100$ м и $x_2 = 250$ м равны соответственно $h_1 = 20$ м; $h_2 = 20,3$ м; $h_3 = 21,6$ м;
 б) коэффициент фильтрации грунтов $k = 0,5$ м/сут.

По формуле (X.7) определяем модуль подземного питания

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{20,3^2}{100 \cdot 150} - \frac{21,6^2}{250 \cdot 150} - \frac{20^2}{100 \cdot 250} = 2 \cdot 10^{-4};$$

$$\varepsilon = 2 \cdot 10^{-4} \cdot k = 10^{-4} \text{ м/сут.}$$

Естественный расход грунтового потока равен:

$$\frac{q}{k} = 0,5 \left[\frac{21,6^2 \cdot 100}{250 \cdot 150} + \frac{350 \cdot 20^2}{100 \cdot 250} - \frac{250 \cdot 20,3^2}{100 \cdot 150} \right] = -0,14;$$

$$q = -0,14 \cdot 0,5 = -0,07 \text{ м/сут.}$$

Пример 2. Определить параметры подземного потока k_n/k , k_k/k , q/k , ε_r/k при следующих данных:

- а) мощность слоев $m = 50$ м, $m_n = 2,5$ м, $m_k = 1,5$ м;
 б) глубина потока в сечениях $x = 0$, $h = 68,00$ м, $x = 50$ м, $h = 67,37$ м; $x = 100$ м; $h = 64,57$ м, $x = 150$ м, $h = 59,35$ м;
 в) напоры в соседних пластах $H_n = 70$ м, $H_k = 75$ м.

Из уравнения (X.12) подбором находим $\beta_0 = 1,28 \cdot 10^{-4}$, при котором $F_1(\beta_0) \approx F_2(\beta_0)$, а именно:

$$F_1(\beta_0) = \frac{68 \operatorname{sh} 50 \sqrt{\beta_0} - 67,37 \operatorname{sh} 100 \sqrt{\beta_0} + 64,57 \operatorname{sh} 50 \sqrt{\beta_0}}{\operatorname{sh} 50 \sqrt{\beta_0} - \operatorname{sh} 100 \sqrt{\beta_0} + \operatorname{sh} 50 \sqrt{\beta_0}} \approx 73,5;$$

$$F_2(\beta_0) = \frac{68 \operatorname{sh} 100 \sqrt{\beta_0} - 67,37 \operatorname{sh} 150 \sqrt{\beta_0} + 59,35 \operatorname{sh} 50 \sqrt{\beta_0}}{\operatorname{sh} 50 \sqrt{\beta_0} - \operatorname{sh} 150 \sqrt{\beta_0} + \operatorname{sh} 100 \sqrt{\beta_0}} \approx 72,6.$$

Далее определяем

$$\alpha_0 = \beta_0 F(\beta_0) = 1,28 \cdot 10^{-4} \cdot 73 = 9,35 \cdot 10^{-3}.$$

По формулам (X₀15) вычисляем:

$$\frac{k_{\Pi}}{k} = \frac{2,5 \cdot 50 (9,35 \cdot 10^{-3} - 75 \cdot 1,28 \cdot 10^{-4})}{70 - 75} = 6,25 \cdot 10^{-3};$$

$$\frac{k_{\text{к}}}{k} = \frac{1,5 \cdot 50 (70 \cdot 1,28 \cdot 10^{-4} - 9,35 \cdot 10^{-3})}{70 - 75} = 5,85 \cdot 10^{-2};$$

$$\frac{\varepsilon_{\Gamma}}{k} = 50 (9,35 \cdot 10^{-3} - 68 \cdot 1,28 \cdot 10^{-4}) = 3,25 \cdot 10^{-2}.$$

$$\frac{q}{k} = [73 - 67,37 + (68 - 73) \operatorname{ch} 0,565] \frac{50 \cdot 1,13 \cdot 10^{-2}}{\operatorname{sh} 0,565} = -0,161.$$

При известном значении k можно найти величины k_{Π} , $k_{\text{к}}$, ε_{Γ} и q .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов С. К., Бабушкин В. Д. Методы расчета притока воды к буровым скважинам. М., Госстройиздат, 1955. 384 с.
2. Аверьянов С. Ф. О водопроницаемости почво-грунтов при неполном их насыщении. — В кн.: Инженерный сборник Ин-та механики АН СССР. Т. VII. М., 1950, с. 3—14.
3. Аверьянов С. Ф. Некоторые вопросы подземного питания равнинных рек. — «Труды III Всесоюз. гидрогеол. съезда». 1959, т. IX, 1959. с. 64—71.
4. Алексеев В. С., Курманенко А. Д. Опыт определения коэффициента водопроницаемости пластов по данным экспресс-налива в скважины. — «Экспресс-информация. Сер. Гидрогеол. и инж. геол.», 1973, вып. 9, с. 1—11.
5. Алексеев В. С., Тесля А. Г. Временные методические указания по определению фильтрационных свойств пород при опережающем опробовании водоносных горизонтов. М., 1967. 30 с. (ВСЕГИНГЕО)
6. Аравин В. И. К вопросу о фильтрации в анизотропных водопроницаемых грунтах. — «Труды ЛПИ», 1937, № 9, вып. 2, с. 3—12.
7. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М.—Л., Гостехиздат, 1953. 616 с.
8. Бабушкин В. Д. Указания по определению коэффициента фильтрации при опытных откачках из несовершенных скважин. М., 1950. 40 с. (ВОДГЕО)
9. Бабушкин В. Д. Определение водопроницаемости горных пород под руслом рек. — «Разведка и охрана недр», 1954, № 4, с. 45—53.
10. Бабушкин В. Д., Плотников И. И., Чуйко В. М. Методы изучения фильтрационных свойств неоднородных пород. М., «Недра», 1974. 208 с.
11. Баренблатт Г. И. Об определении параметров нефтеносного пласта по кри-вым восстановления давления. — «Труды ИГ и РГИ», 1960, т. 2, с. 153—158.
12. Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. I. М., «Наука», 1969. 344 с.
13. Биндеман Н. Н. Определение коэффициента фильтрации горных пород методом инфильтрации из шурфов. М.—Л., Госэнергоиздат, 1947, 32 с.
14. Биндеман Н. Н. Определение водопроницаемости горных пород методом инфильтрации при неустановившемся движении. — «Разведка и охрана недр», 1957, № 10, с. 41—46.
15. Биндеман Н. Н. Методы определения водопроницаемости горных пород откачками, наливами и нагнетаниями. М., Углетехиздат, 1951. 52 с.
16. Болдырев А. К. Опыт над фильтрацией в горных породах в связи с проектом водохранилища на р. Чу в Туркестане. — «Материалы по общей и прикладной геологии», 1926, вып. 27. 71 с.
17. Борисов Ю. П. Определение дебита скважин при совместной работе нескольких рядов скважин. — «Труды МНИ им. Губкина», 1951, вып. 11, с. 170—184.
18. Борисов Ю. П. Определение параметров пласта при исследовании скважин на неустановившихся режимах с учетом продолжающегося притока жидкости. — «Труды ВНИИ», 1959, вып. 19, с. 115—133.
19. Борисов Ю. П., Яковлев В. П. Определение параметров продуктивных пластов по данным гидроразведки. — «Новости нефтяной техники. Сер. Нефтепромысловое дело», 1957, № 2, с. 21—25.
20. Боровский Б. В., Самсонов Б. Г., Язвин Л. С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М., «Недра», 1973, 304 с.
21. Бочеввер Ф. М. Теория и практические методы гидрогеологических расчетов эксплуатационных запасов подземных вод. М., «Недра», 1968. 325 с.
22. Бочеввер Ф. М., Алексеев В. С. Оценка сопротивления водозаборных скважин по опытным и эксплуатационным откачкам. — «Разведка и охрана недр», 1965, № 3, с. 39—45.
23. Бочеввер Ф. М., Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. М., Госстройиздат, 1961. 200 с.
24. Бочеввер Ф. М., Орфаниди К. Ф. Опыт определения исходных гидрогеологических параметров для оценки эксплуатационных запасов подземных вод. — «Труды Лаб. инженерной гидрогеологии ВНИИ ВОДГЕО». 1962, № 4, с. 50—68.
25. Будаговский А. И. Исследование инфильтрации воды в почву. 1952.

26. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследование пластов и скважин при гармоническом законе возбуждения пластов. — *Изв. АН СССР. Отд. техн. наук*, 1960, № 4, с. 48—52.
27. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. М., «Недра», 1974. 272 с.
28. Ведерников В. В. Фильтрация из каналов. М.—Л., Госстройиздат, 1934. 68 с.
29. Веригин Н. Н. Об определении водопроницаемости грунтов в полевых условиях. — *«Разведка и охрана недр»*, 1938, № 12, с. 22—24.
30. Веригин Н. Н. Оценка водопроницаемости пород посредством микроанализов. — *«Разведка и охрана недр»*, 1947, № 2, с. 56—61.
31. Веригин Н. Н. Фильтрация воды из оросителя ирригационной системы. — *«Докл. АН СССР»*, 1949, т. 66, № 4, с. 589—592.
32. Веригин Н. Н. Нагнетание вязких растворов в горные породы в целях повышения прочности и водонепроницаемости оснований гидротехнических сооружений. — *«Изв. АН СССР. Отд. техн. наук»*, 1952, № 5, с. 674—687.
33. Веригин Н. Н. Режим грунтовых вод при наполнении и сработке водохранилищ. — *«Гидротехническое строительство»*, 1952, № 11, с. 35—37.
34. Веригин Н. Н. Движение влаги в почве. — *«Докл. АН СССР»*, 1953, т. 89, № 2, с. 229—232.
35. Веригин Н. Н. Метод расчета осушения строительных котлованов с помощью несовершенных скважин. — В кн.: *Труды совещания по вопросам водопонижения в гидротехническом строительстве*. М., 1959, с. 70—85.
36. Веригин Н. Н. Об уплотнении грунтов под нагрузкой. — *«Прикладная механика и техническая физика»*, 1961, № 1, с. 95—97.
37. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., Госстройиздат, 1962. 180 с.
38. Веригин Н. Н. Об оценке грунтового стока рек. — В кн.: *Вопросы проектирования водоподпорных сооружений*. М., 1963, с. 177—186.
39. Веригин Н. Н. О действии водозаборных скважин при неустановившемся режиме фильтрации. — В кн.: *Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений*. М., 1964, с. 5—24.
40. Веригин Н. Н. Кольматаж призабойной зоны скважин. — *«Прикладная механика и техническая физика»*, 1964, № 2, с. 74—80.
41. Веригин Н. Н., Дзекцер Е. С., Шержуков Б. С. Методы определения фильтрационных параметров. — В кн.: *Развитие исследований по теории фильтрации в СССР*. М., 1969, с. 209—237.
42. Веригин Н. Н., Дзекцер Е. С., Тынчерова Э. Одномерная фильтрация при наличии зон полного и частичного насыщения грунта водой. — *«Инженерные изыскания в строительстве»*. Реф. сб., сер. II. 1973, вып. 2 (20), с. 54—59.
43. Веригин Н. Н., Шержуков Б. С., Шульгин Д. Ф. Инфильтрация атмосферных осадков и утечек в грунтах зоны аэрации. — *«Инженерные изыскания в строительстве»*. Реф. сб., сер. II, 1973, вып. 2 (20), с. 48—53.
44. *Временное руководство по исследованию скважин экспресс-методами*. М., ОНТИ, 1964. 71 с.
45. Гавич И. К. Некоторые вопросы неустановившейся фильтрации в анизотропных породах. — В кн.: *Труды координационного совещания по гидротехнике*. Вып. 25. М.—Л., 1966, с. 263—275.
46. Гавич И. К. Определение параметров анизотропного пласта по данным опытных работ и моделирования в условиях неустановившегося движения. — В кн.: *Труды координационного совещания по гидротехнике*. Вып. 48. М.—Л., с. 102—116.
47. Гамаюнов Н. И., Шержуков Б. С. Определение водопроницаемости грунтов в полевых условиях. — *«Инженерно-физический журнал»*. 1961, т. 4, № 10, с. 71—78.
48. Гринский Н. К. Определение коэффициента фильтрации песков и супесей по данным налива в шурфы. — В кн.: *Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии*. М., 1953, с. 28—60.
49. Гринбаум И. И. Геофизические методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., «Недра», 1965. 187 с.
50. Инструкция по определению коэффициента фильтрации водоносных пород методом опытных откачек из скважин. М., Госэнергоиздат, 1955. 60 с. Авт.: В. Д. Бабушкин, Н. Н. Бицдеман, К. И. Анохина, Р. А. Кригер.
51. Каменецкий Г. С. Две задачи теории фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде. — *«Труды ВНИИ»*, 1959, вып. 19, с. 134—145.

52. Каменецкий С. Г., Кузьмин В. М., Степанов В. П. Нефтепромысловые исследования пластов. М., «Недра», 1974. 224 с.
53. Каменецкий С. Г., Сагитов А. У. Экспресс-метод исследования пьезометрических непереливающихся скважин. — «Нефтепромысловое дело», 1963, № 8, с. 8—11.
54. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Ч. I и II. М., ОНТИ НТП СССР, 1943. 248 с.
55. Канюга А. Н., Медведев Ю. А. Упрощенный интегральный метод обработки кривых восстановления забойного давления. — «Научно-технич. сборник по добыче нефти». 1964, вып. 24, с. 113—117.
56. Каротажные опробователи пластов. М., «Недра», 1968, с. 75. Авт.: П. А. Бродский, Л. Н. Тюменев, В. Б. Тальнов и др.
57. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность теплых тел. М., «Наука», 1964. 487 с.
58. Керкис Е. Е. Определение радиуса влияния при расчете водопритоков. М., Углетехиздат, 1955. 100 с.
59. Костяков А. Н., Фаворин Н. Н., Аверьянов С. Ф. Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. М., Изд-во АН СССР, 1956. 451 с.
60. Колокольцев В. А. Определение параметров пласта путем обработки кривых притока, полученных при работе с пластоиспытателями. (Метод УФНИИ). — «Труды УФНИИ», 1965, вып. 16, с. 250—261.
61. Колокольцев В. А., Лапшин П. С. Оценка точности методик определения параметров пласта по кривым притока, полученным при работе с пластоиспытателями. — «Труды УФНИИ», 1965, вып. 16, с. 225—239.
62. Кульпин Л. Г., Мясников Ю. А. Гидродинамические методы исследования нефте-газоводоносных пластов. М., «Недра», 1974. 200 с.
63. Лебедев А. Ф. Почвенные и грунтовые воды. М.—Л. Сельколхозгиз, 1931. 288 с.
64. Лейбензон Л. С. Нефтепромысловая механика. Ч. 2. М. — Грозный — Л. — Новосибирск, Горногеолнефтеиздат, 1934. 352 с.
65. Лейбензон Л. С. Подземная гидрогазодинамика. Т. 2. М., Изд-во АН СССР, 1953. 544 с.
66. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.—Л., Гостоптехиздат, 1949. 628 с.
67. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. М., «Колос», 1970, 440 с. Авт.: С. В. Васильев, Н. Н. Веригин, Б. А. Глейзер и др.
68. Мироненко В. А., Шестаков В. М. Основы гидрогеомеханики. М., «Недра», 1974. 295 с.
69. Нерпина Н. С., Нерпин С. В. Течение структурированных тиксотропных жидкостей через пористые среды. — В кн.: Агрофизические основы мелиорации. Вып. 31. Л., 1973, с. 43—52.
70. Николаевский В. Н. О расчете дополнительного фильтрационного сопротивления скважин, несовершенных по степени вскрытия. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1957, № 8, с. 161—165.
71. Николаевский В. Н. О точном и приближенном решении одной плоской задачи при смешанных граничных условиях. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1957, № 10, с. 102—105.
72. Об определении параметров нефтяного пласта по данным о восстановлении давления в остановленных скважинах. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1957, № 11, с. 84—91. Авт.: Г. И. Баренблатт, Ю. П. Борисов, А. П. Крылов, С. Г. Каменецкий.
73. Основы гидрогеологических расчетов. М., «Недра», 1965. 306 с. Авт.: Ф. М. Бочев, И. В. Гармонов, А. В. Лебедев, В. М. Шестаков.
74. Опорно-фильтрационные работы. Под ред. В. М. Шестакова и Д. Н. Башкатова. М., «Недра», 1974. 203 с.
75. Огильви Н. А. Графоаналитический метод расчета водопроницаемости анизотропных горных пород, вмещающих напорный водоносный горизонт. — В кн.: Материалы по инженерной геологии. М., 1948, с. 30—45.
76. Павилонский В. М. Экспериментальное исследование порового давления в глинистых грунтах. М., 1959, 71 с. (ВОДГЕО).
77. Павилонский В. М. Методика определения коэффициента фильтрации глинистых грунтов при малых градиентах напора — «Труды ВОДГЕО (Гидротехника)», вып. 44, 1974, с. 96—101.
78. Павилонский В. М., Чиндина Л. В., Суркова В. Д. Исследование противифльтрационных свойств экранов из уплотненных глинистых гру-

- тов. — «Информ. выпуск по обмену опытом в строительном проектировании», 1974, № 40.
79. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехгеолгиздат, 1952. 676 с.
80. Полубаринова-Кочина П. Я., Кулабухова И. И. О неустановившейся фильтрации при неполной насыщенности грунта. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1959, № 2, с. 57—63.
81. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., «Наука», 1969. 545 с.
82. Рекомендации по применению испытателей и опробователей пластов при гидрогеологических исследованиях. М., 1971. 51 с. (ВСЕГИНГЕО).
83. Роза С. А., Котов А. И. О явлениях ползучести скелета грунта в процессе консолидации. — «Гидротехническое строительство», 1950, № 9, с. 23—25.
84. Саркисян В. С. Гидродинамический метод оценки грунтового стока рек. — В кн.: Материалы к совещанию молодых специалистов. М., 1966, с. 79—87. (ВНИИ ВОДГЕО).
85. Силин-Бекчурин А. И. Динамика подземных вод. Изд-во МГУ, 1965. 380 с.
86. Скабалланович И. А. Гидрогеологические расчеты по динамике подземных вод. М., Госгортехиздат, 1960. 407 с.
87. Справочник гидрогеолога. Под ред. М. Е. Альтовского. М., Госгеолтехиздат, 1962. 616 с.
88. Справочник по эксплуатации нефтяных месторождений Т. I. Пер. с англ. М., «Недра», 1965.
89. Техника проведения и методика обработки опытно-фильтрационных работ (методические рекомендации). М., 1969. 185 с. (ВСЕГИНГЕО).
90. Требин Ф. А., Борисов Ю. П., Мухарский Э. Д. К определению параметров пласта по кривым восстановления давления с учетом притока жидкости в скважину после ее закрытия. — «Нефтяное хозяйство», 1958, № 8, с. 38—45, № 9, с. 40—47.
91. Требин Ф. А., Щербаков Г. В. К анализу методов гидродинамических исследований скважин. — «Нефтяное хозяйство», 1957, № 3, с. 22—30.
92. Требин Ф. А., Щербаков Г. В., Яковлев В. П. Гидромеханические методы исследования скважин и пластов. М., «Недра», 1965. 275 с.
93. Фаддеева В. Н., Терентьев Н. М. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М., Гостехтеориздат, 1954. 268 с.
94. Хантуш М. С. Анализ данных опытных откачек из скважин в водоносных горизонтах с перетеканием. — В кн.: Вопросы гидрогеологических расчетов. М., 1964, с. 27—42.
95. Хантуш М. С. Неустановившийся приток подземных вод к скважине, несовершенной по степени вскрытия. — В кн.: Вопросы гидрогеологических расчетов (сборник переводов). М., 1965, с. 61—84.
96. Хейн А. Л. Теория линейного притока жидкости и газа к скважинам, несовершенным по характеру и степени вскрытия пласта. — «Труды ВНИИГАЗ», 1953, с. 145—182.
97. Хейн А. Л. Теоретические основы и методика определения параметров пласта по данным испытания несовершенных скважин при неустановившемся режиме фильтрации жидкости и газа. — В кн.: Вопросы разработки и эксплуатации газовых месторождений. М.—Л., 1953, с. 80—144.
98. Хейн А. Л. Неустановившийся приток жидкости и газа к несовершенным скважинам. — «Докл. АН СССР», 1954, т. 96, вып. 1, с. 33—36.
99. Цукерман И. И. Определение тепловых констант при помощи зондов. — «Журнал технической физики», 1950, т. 20, вып. 3, с. 353—362.
100. Чарный И. А. Безнапорный приток жидкости к гидродинамическим несовершенным скважинам и иглофильтрам. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1953, № 2, с. 216—224.
101. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963. 396 с.
102. Чарный И. А., Умрихин И. Д. Об одном методе определения параметров пластов по наблюдениям неустановившегося режима притока к скважине. М., 1957. 47 с. (МНИ им. Губкина).
103. Чекалюк Э. Б. Основы пьезометрии залежей нефти и газа. Киев, Гостехиздат, 1961. 286 с.
104. Чекалюк Э. Б. Определение параметров пласта по результатам испытания скважин с помощью тестера. — «Научно-техн. сборник по добыче нефти». 1963, вып. 19, с. 64—70.

105. Чернов Б. С., Базлов М. Н., Жуков А. И. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М., Гостехиздат, 1960. 319 с.
106. Шержуков Б. С. О расчете неустановившегося притока подземных вод в строительные котлованы при открытом водоотливе. — «Труды ВОДГЕО», 1969, вып. 22, с. 47—53.
107. Шержуков Б. С. Неустановившаяся фильтрация из экранированных водохранилищ и накопителей протоктов. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1971, № 6, с. 165—170.
108. Шержуков Б. С. Определение сопротивления несовершенных скважин (скин-эффекта) по данным мгновенного налива или откачки и налива с постоянным дебитом. — «Труды Лаб. инженерной гидрогеологии ВНИИ ВОДГЕО», 1972, № 6, с. 193—209.
109. Шержуков Б. С., Гамаюнов Н. И. Методика расчета гидрогеологических параметров водоносных пластов при опробовании их опытной скважиной. — «Изв. вузов. Геология и разведка», 1964, № 5, с. 105—111.
110. Шестаков В. М. Определение коэффициента фильтрации анизотропных пластов по данным опытных откачек. — «Разведка и охрана недр», 1955, № 6, с. 52—55.
111. Шестаков В. М. Об определении гидрогеологических параметров пласта по данным опытных откачек при неустановившемся режиме. — «Разведка и охрана недр», 1962, № 12, с. 35—42.
112. Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. Изд-во МГУ, 1965. 233 с.
113. Шестаков В. М., Пашковский И. С. Анализ режима восстановления уровня воды в скважине. — «Тематический сборник ВСЕГИНГЕО», 1967, вып. 1. с. 28—35.
114. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостехиздат, 1959. 467 с.
115. Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. М.—Л., Гостехиздат, 1949. 524 с.
116. Щербakov Г. В. Методика исследования глубиннонасосных скважин по скорости восстановления забойного давления после прекращения откачки из скважины. — «Нефтяное хозяйство», 1956, № 3, с. 32—37.
117. Ясашин А. М., Яковлев А. И. Испытание скважин. М., «Недра», 1967. 175 с.
118. Bredehoeft T., Cooper H., Papadopoulos I. Inertial and storage effects in well-aquifer systems: An analog investigation. — «Water Resources Res.», 1966, v. 2, N 4, p. 697—707.
119. Cooper H., Bredehoeft T., Papadopoulos I. Response of a finnediameter well to an instantaneous charge of water. — «Water Resources Res.», 1967, v. 3, N 1, p. 263—269.
120. Van Everdingen A. F. The skin effect and its influence on the productive capacity of a well. — «Trans. AIME», 1953, v. 198, p. 171—176.
121. Van Everdingen A. F., Hurst W. The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. — «J. Petrol. Tech.», 1949, v. 1, N 12, p. 305—326.
122. Philip J. R. General method of exact solution of the concentration — dependent diffusion equation. — «Austral. J. Phys.», 1960, v. 13, N 1, p. 1—12.
123. Forchheimer Ph. Hydraulik. Leipzig, Berlin Teubner, 1924, 556 p.
124. Hantush M. S. Growth and decay of groundwater — mounds in response to uniform percolation. — «Water Resources Res.», 1967, v. 3, N 1, p. 227—234.
125. Horner D. R. Pressure build-up in wells. — «Proc. Third World Petr. Congr.» The Hague, 1951, Sec. II, Drilling and Production, p. 503—521.
126. Hurst W. Establishment of the skin-effect and its impediment to fluid flow into a well bore. — «Petrol. Engr.», 1953, v. 25, N 11, p. B6—B16.
127. Lindquist E. On the flow of water through porous soils. — «Premier congres des grands barrages». Stockholm, 1933, p. 81—101.
128. Papadopoulos I., Bredehoeft J., Cooper H. On the analysis of «slug test» data. — «Water Resources Res.», 1973, v. 9, N 4, p. 1087—1089.
129. Papadopoulos I., Cooper H. Drawdown in well of large diameter. — «Water Resources Res.», v. 3, N 1, p. 241—244.
130. Oden A. S., Selig F. Pressure build-up analysis variable-rate case. — «J. Petrol. Technol.», 1963, v. 15, July, p. 790—794.
131. Richards L. A. Capillary conduction of liquids through porous mediums. — «Physics», 1931, v. 1, N 5, p. 318—322.
132. Terzaghi K. Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig und Wien, F. Deuticke 1925, 399 S.

Часть вторая
МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОХИМИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ

Глава XI

ГЕОХИМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ, СПОСОБЫ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГЕОХИМИЧЕСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

§ 1. Основные геохимические параметры, методы и схемы опытов
для их определения

Геохимические параметры определяются свойствами пород и флюида (жидкости или газа). В табл. 19 приводится перечень основных геохимических параметров с указанием их обозначений, размерности и соотношений между некоторыми из них.

Таблица 19

Основные геохимические параметры

Наименование	Обозначение	Размерность	Соотношение между параметрами
Коэффициент молекулярной диффузии	D_0	$\text{м}^2/\text{с}$	$D_K = \lambda v$ $D = D_M + D_K$ $\lambda = \frac{D - D_M}{v}$
Коэффициент конвективной диффузии	D_K	$\text{м}^2/\text{с}$	
Коэффициент диффузии	D	$\text{м}^2/\text{с}$	
Коэффициент гидродинамической дисперсии	λ	м	
Параметр изотермы массообмена Генри	Γ	—	$\Gamma = N_0/n_0 c_0$
Массоёмкость	n	—	$n = n_0 (1 + \Gamma)$
Параметр изотермы массообмена Ленгмюра	L	—	$L = \frac{\Gamma n_0 c - N}{Nc} c_m$
Константа скорости растворения или кристаллизации	γ_1	с^{-1}	
Константа скорости адсорбции или десорбции	γ	с^{-1}	
Коэффициент скорости кольматажа	γ_0	с^{-1}	
Ёмкость поглощения при кольматаже	b_0	$\text{кг}/\text{м}^3$	

Условные обозначения: C_0 и N_0 — равновесные концентрации в жидкой и твердой фазах породы, $\text{кг}/\text{м}^3$; C_m — предельная растворимость вещества в жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$; C и N — концентрации в тех же фазах в неравновесных условиях.

Методы определения геохимических параметров делятся на два типа:

- 1) лабораторные определения параметров, проводимые на образцах пород из скважин и горных выработок;
- 2) полевые определения параметров, проводимые в условиях естественного залегания пород в скважинах и шурфах.

Лабораторные опыты для определения параметров проводятся в статических условиях, т. е. при отсутствии фильтрации через образец породы, и в динамических условиях, т. е. при наличии фильтрационного потока через образец. Полевые работы проводятся только в динамических условиях при

наличии потока, обусловленного естественной скоростью движения подземных вод или нагнетаниями (наливами) в опытные скважины.

При опытах в статических условиях порода смешивается с жидкостью и массообмен между ними исследуется посредством периодического определения концентрации в жидкости. В результате этих опытов определяют параметры изотермы массообмена Γ , L , коэффициенты скорости массообмена γ , γ_1 , γ^* , γ_1^* и степень диффузионного извлечения растворимых веществ из породы.

При опытах в динамических условиях исследуемая жидкость (раствор, суспензия, эмульсия) вводится в фильтрационный поток в каком-либо входном его сечении. Ее концентрация регистрируется в выходном сечении, находящемся ниже на потоке. По результатам этих опытов находят параметры λ , γ , Γ и L .

В зависимости от способов расчета параметров по данным лабораторных и полевых опытов различают следующие методы их определения:

1) основанные на применении аналитических решений уравнений гидродинамики, диффузии и массообмена;

2) интегральные методы, основанные на графоаналитическом исследовании экспериментальных выходных кривых (зависимости концентрации жидкости в выходном сечении фильтрационного потока от времени);

3) статистических моментов.

Применяются следующие способы ввода жидкости в фильтрационный поток:

1) непрерывный ввод жидкости (индикатора), содержащей вещества поглощаемые породами (массообмен I типа), или жидкости, способной извлекать вещества, содержащиеся в породах (массообмен II типа). В этом случае концентрация жидкой фазы во входном сечении потока поддерживается постоянной $c(0, t) = c_0$. Для массообмена I типа $c_0 > c_e$; II типа — $c_0 < c_e$ (c_e — начальная концентрация жидкости в породе);

2) импульсный ввод, при котором жидкость с концентрацией c_0 мгновенно вводится в некоторую загрузочную емкость, находящуюся перед входом потока в породу. При массообмене I типа $c_0 > c_e$; II типа — $c_0 < c_e$;

3) непрерывно-импульсный ввод, при котором на входе в породу в течение времени t_0 поддерживается концентрация c_0 , а затем до конца опыта — концентрация c_1 . При массообмене I типа $c_0 > c_1 \geq c_e$ (обычно $c_e = 0$); II типа — $c_0 < c_1 \leq c_e$ (обычно $c_0 = 0$).

В лабораторных опытах чаще всего применяется непрерывный ввод жидкости, а в полевых — импульсный.

При импульсном вводе индикатора могут быть использованы четыре различные расчетные схемы, зависящие от граничных условий на входе потока в породу. В первой из этих схем влияние загрузочной емкости на диффузию и массообмен не учитывается. Для этой схемы используются классические решения в виде потенциала мгновенных источников. Во второй схеме считается, что эта емкость заполнена породой, которая вносит некоторое дополнительное сопротивление, причем выравнивания концентрации в емкости под влиянием естественной и вынужденной конвекции не происходит. Для этой схемы используются решения, получающиеся посредством распределения мгновенных источников по всему объему загрузочной емкости. В третьей и четвертой схемах указанная конвекция учитывается, поэтому концентрация во всех ее сечениях считается одинаковой и зависящей только от времени, а на границе с породой принимается граничное условие I рода (третья схема) и III рода (четвертая схема). В соответствии с этим на границе загрузочной емкости и породы

концентрация индикатора c в третьей схеме непрерывна, а в четвертой имеет разрыв.

Ниже излагаются все указанные методы определения параметров для этих расчетных схем. При лабораторных исследованиях в качестве стандартной методики рекомендуются аналитические и графо-аналитические способы определения параметров при непрерывном вводе жидкости с постоянной концентрацией. Для полевых методов в качестве основной методики рекомендуются аналитические способы определения параметров при импульсном вводе вещества-индикатора. При этом для оценки скорости фильтрации v рекомендуются специальные гидродинамические опыты с использованием в качестве индикатора малосорбирующихся жидкостей.

Для определения параметров λ , γ , Γ и L в первом приближении рекомендуется первая расчетная схема (решения для мгновенных источников), а при уточнении их — третья или четвертая схема.

Рекомендуется при непрерывном вводе индикатора находить параметры по произвольным точкам или по точкам перегиба опытных кривых $c = f(t)$, а при импульсном вводе индикатора — по точкам максимума (массообмен I типа) или минимума (массообмен II типа) на этих кривых.

В данной работе рассматриваются в основном способы определения параметров при непрерывном и импульсном вводе индикатора. Непрерывно-импульсный ввод исследован В. М. Шестаковым [46], [62], а также Ф. М. Бочевром и А. Е. Орадовской [8], [40].

Приводимые в данном разделе схемы опытов и методы определения геохимических параметров D , Γ , γ и других могут быть использованы для оценки аналогичных теплофизических параметров горных пород (коэффициента теплопроводности λ , температуропроводности κ , константы скорости теплообмена α и др.).

§ 2. Основные закономерности движения растворенных веществ в горных породах

В условиях статических опытов перенос вещества осуществляется механизмом молекулярной диффузии, а диффузионный поток определяется первым законом Фика

$$u_m = -D_m \text{grad } c, \quad (\text{XI.1})$$

где D_m — коэффициент молекулярной диффузии; c — концентрация.

Пористая среда, в которой диффузия вещества происходит не по всему сечению, а только в свободных полостях (порах и трещинах), приводится к гомогенной среде с коэффициентом диффузии

$$D_m = n_0 \psi D_0, \quad (\text{XI.2})$$

здесь n_0 — пористость или трещиноватость; ψ — коэффициент, учитывающий извилистость поровых и трещинных каналов; D_0 — коэффициент диффузии в свободном объеме.

Если, как это часто делают, включать в понятие диффузионной среды только поровое пространство, то

$$D_m = \psi D_0. \quad (\text{XI.3})$$

Для пористых сред величина коэффициента ψ определяется формулой Викке [107]

$$\psi = \frac{1 - (1 - n_0)^{2/3}}{n_0}. \quad (\text{XI.4})$$

При $n_0 = 0,33$ результат по (XI.4) совпадает со значением, вычисленным П. Карманом [74] — $\psi = 0,707$.

Л. Клинкаберг [88] и другие авторы [37, 73, 78, 106] на основе аналогии между диффузией в пористой среде и ее электропроводностью получили ряд значений ψ для различных пород. В несцементированных породах $\psi = 0,61—0,63$, в сцементированных песчаниках и трещиноватых известняках $\psi = 0,28—0,50$. Существенно более низкие значения ψ для сцементированных пород объясняются большим процентом тупиковых пор.

В породах, частично насыщенных водой, наряду с пористостью и структурой горных пород существенное влияние на величину коэффициента диффузии оказывает их водонасыщенность. Исследования с применением радиоактивных индикаторов показали, что диффузионная проницаемость горных пород значительно уменьшается с понижением содержания влаги в них, однако сохраняется даже в воздушно-сухом состоянии [49]. Достаточно подробная сводка коэффициентов диффузии в горных породах с различной степенью насыщения их водой или водными растворами электролитов дана С. И. Смирновым [49].

Для динамических условий эксперимента в связи с наличием дополнительного механизма переноса вещества фильтрующимся потоком первый закон Фика для полного потока вещества записывается в виде

$$u = u_k + u_d = vc - D \operatorname{grad} c, \quad (\text{XI.5})$$

т. е. складывается из конвективного переноса вещества u_k со средней скоростью фильтрации v и диффузионного переноса с коэффициентом диффузии D .

Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования, проведенные для проверки закона (XI.5) в условиях фильтрации через пористые среды, показали, что величина D существенно зависит от скорости потока и его структурных особенностей, определяемых геометрией порового пространства. Эксперименты по фильтрации смесей газов [4, 5, 42, 43] и разнородных жидкостей [66, 75, 76, 89, 98, 99] в пористой среде дают линейную зависимость D от скорости потока v .

Впоследствии эта зависимость была представлена в более общем виде

$$D = D_m + \lambda v^\alpha, \quad (\text{XI.6})$$

где коэффициент λ характеризует структуру потока (и среды) и имеет размерность, соответствующую D , v и α . Показатель степени α в различных исследованиях варьирует от 1 до 2, однако большинство авторов полагает $\alpha = 1$.

Для теоретического обоснования зависимости коэффициента конвективной диффузии D от скорости фильтрации использовались аналогия с процессом турбулентного перемешивания [67], модель идеального грунта [63, 93, 99, 104], статистический анализ сеточных моделей пористых сред [56, 86, 101, 103]. В теории Г. И. Тейлора [104] и Р. Д. Эриса [63] вытеснения одной жидкости другой, смешивающейся с ней, в капилляре получена квадратичная зависимость коэффициента конвективной диффузии от скорости

$$D = D_0 + \delta \frac{a^2 \bar{u}^2}{D_0}, \quad (\text{XI.7})$$

где a — радиус капилляра; \bar{u} — средняя по его сечению скорость; $\delta = 1/48$ (для круглого сечения).

Более поздние исследования капиллярных сеточных моделей принадлежат В. Н. Николаевскому [34, 35], который расположил капилляры вдоль направления средней скорости в виде связок таким образом, что к каждому узлу их

пересечений подходит сразу несколько капилляров разного размера. Диаметр капилляра является случайной величиной, но учитывается распределение пор по диаметрам.

Результаты статистических исследований процесса перемешивания взаиморастворимых жидкостей В. Н. Николаевский распространил на реальные пористые среды [22, 36]. Его представления об этом процессе основываются на следующих положениях.

1. Частицы жидкости движутся в пористой среде по сложной системе микропотоков. В результате хаотичного расположения поровых каналов скорость частиц случайным образом меняется вдоль их траекторий. Те частицы, которые имеют большую фактическую (локальную) скорость, уходят вперед; частицы с меньшей скоростью, наоборот, отстают от фронта, движущегося со средней скоростью. Такое распределение фактических скоростей приводит к размыву концентрационного фронта.

2. Эффективный коэффициент диффузии в области выполнения закона Дарси пропорционален первой степени скорости $D = \lambda v$; при этом коэффициент пропорциональности λ является характеристикой среды и должен в каждом случае определяться экспериментальным путем. Изменение средней скорости потока не влияет на величину параметра λ , что подтверждено экспериментально Чжоу Чэн-сюнем [53].

3. Весь диапазон изменения скоростей фильтрации можно разбить на характерные интервалы в зависимости от величины числа Рейнольдса $Re = vd/\nu$ (где d — средний диаметр частиц пористой среды; ν — вязкость):

А. Скорости крайне малы ($vd \ll D_m$), и диффузия носит чисто молекулярный характер $\lambda \approx 0$; $D = D_m$;

Б. Скорости малы. Суммарный процесс диффузии определяется как молекулярным, так и конвективным перемешиванием. Для параметра рассеивания λ выполняется соотношение $\lambda = a\psi(D_m/vd)$, где a — величина постоянная; ψ — безразмерная функция, определяемая микроструктурой среды

$$D = D_m + \lambda v.$$

В. Скорости значительны, но закон Дарси выполняется. Преобладает конвективная диффузия; $\lambda = \text{const}$; $D \approx \lambda v$.

Многочисленные эксперименты, проведенные в последнее время Д. Р. Харлеманом, Р. Ф. Мельхорном, Р. Р. Рамером [80—83], Г. О. Пфанкухом [96] и другими [73, 77, 2, 7], показали, что зависимость для коэффициента конвективной диффузии в общем случае может быть представлена в виде

$$\frac{D}{D_0} = \frac{D_m}{D_0} + \beta Re^\alpha, \quad (\text{XI.8})$$

где β — коэффициент, зависящий от геометрических характеристик пористой среды; α — показатель неоднородности укладки частиц, изменяющийся, как правило, в узких пределах от 1,0 до 1,2; $Re = vd/D_0$, d — средний размер частиц; D_0 — коэффициент молекулярной диффузии в свободном объеме.

Опытные точки ряда авторов представлены на графике $D/D_0 = f(Re)$ (рис. 70).

Рассмотрение этого графика свидетельствует о том, что действительно данные экспериментов довольно хорошо укладываются в зависимость (XI.8), причем показатель степени $\alpha = 1,17$, что совпадает с выводами Р. Блэквелла, Дж. Рейна и В. Терри [70]. Переходная область Б, где существенно влияние

как молекулярного, так и конвективного механизмов диффузии, ограничена значениями критерия Пекле 0,1 и 5,0.

Из эмпирических формул наиболее отвечает экспериментальным данным формула И. Хибби [101]

$$\frac{D}{D_0} = \frac{2}{3} + \frac{a Pe}{1 + 6,7\sqrt{Pe}}, \quad (XI.9)$$

в которой коэффициент a характеризует структуру пористой среды. На графике (см. рис. 70) показаны две кривые, вычисленные по этой формуле при значениях a , равных 0,9 и 2,3. Совпадение с экспериментальными точками удовлетворительное.

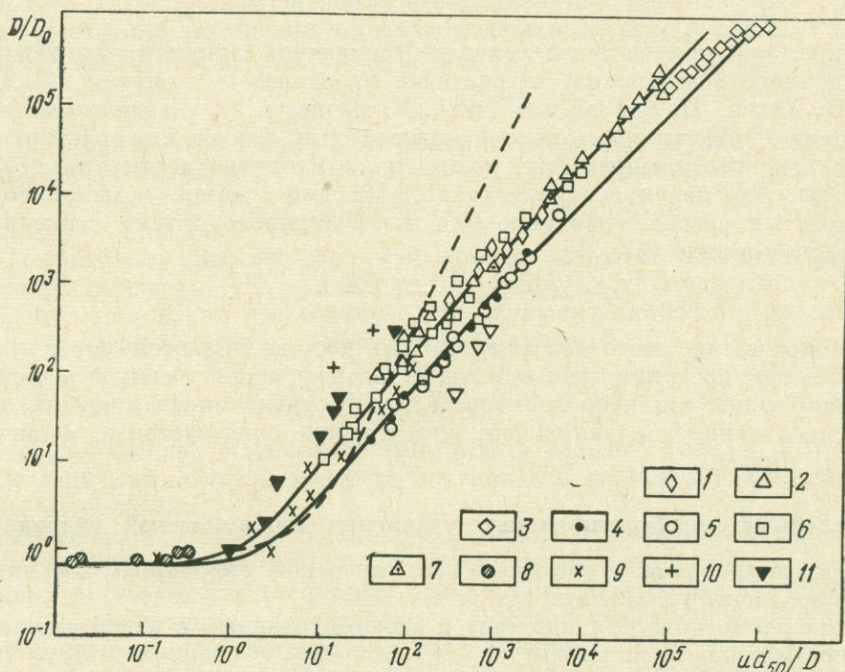


Рис. 70. Зависимость коэффициента конвективной диффузии D/D_0 от критерия Пекле $u d_{50} / D$ по данным:

1 — И. Е. Ампилогова, А. Н. Харина, И. С. Курочкиной [2] (d_{50} равен 0,075; 0,15; 0,25 см); 2 — Е. Эбаха и Р. Вайта [92] (0,099; 0,021; 0,085 см); 3 — Ф. Форабози, В. Лелли, С. Сальвинги [77] (0,356; 0,55; 0,795 см); 4 — Д. Харлемана и Р. Рамера [82] (0,165; 0,035; 0,096 см); 5 — Д. Харлемана, П. Мельхорна и Р. Рамера [83] (0,2; 0,65; 0,092; 0,14 см); 6 — Г. Пфанкуха [96] (0,071; 0,035; 0,21; 0,0447 см); 7 — Э. А. Бондарева и А. Р. Шкирич [7] (0,078 см); 8 — Р. Блэквелла, Дж. Рейна и В. Терри [70] (0,021 см); 9 — В. Бригама, П. Рида и И. Дью [73] (0,047; 0,01 см); 10 — П. Дея [76] (0,017 см); 11 — А. Е. Орадовский и Н. М. Агаповой [40] (0,0175; 0,4 см)

Сплошные кривые построены по формуле (XI.9) при a равном 0,9 и 2,3; пунктирная кривая — по Г. Тейлору при $n = 2,0$

На этом же графике показана кривая, полученная в предположении, что коэффициент диффузии определяется по Г. И. Тейлору ($n = 2,0$). Из сопоставления следует, что тейлоровская диффузия в пористых средах не имеет места.

В последние годы предприняты попытки обобщения закона Фика (XI.1) на неравновесные процессы переноса массы и энергии в неоднородных средах. А. В. Лыков [31], исходя из макроскопической теории релаксационных

процессов, предложил для диффузионного переноса в пористой среде более точное, чем первый закон Фика, соотношение

$$q = -D_m \text{grad } c - \tau_r \frac{dq}{dt}, \quad (\text{XI.10})$$

учитывающее время релаксации τ .

Использование этого соотношения в уравнении неразрывности приводит в дальнейшем к получению гиперболического уравнения диффузии [32], т. е. отражает явление возникновения диффузионных волн, распространяющихся в пористой среде с конечной скоростью

$$\omega = (D/\tau_r)^{1/2}. \quad (\text{XI.11})$$

При $\tau_r = 0$ получается переход к бесконечной скорости распространения диффузионного возмущения, отвечающей классическому случаю (XI.1).

Р. З. Алиев, П. Г. Романков и А. А. Медведев [3] ввели дополнительно в уравнение диффузионного потока кинетический фактор λ , характеризующий наличие пространственных флуктуаций из-за неоднородности структуры пористой среды. Для явления конвективной диффузии в микро- и макронеоднородных пористых средах уравнение для диффузионного потока записано было впоследствии в виде [57]

$$q = vc - D_m \frac{\partial c}{\partial x} - \lambda \frac{\partial q}{\partial x} - \tau_r \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (\text{XI.12})$$

Использование этого выражения для потока является перспективным, так как в нем постулируется одновременно бесконечная скорость чисто диффузионной волны и конечная скорость распространения возмущений, вызванных конвективной составляющей, что хорошо согласуется с физическими представлениями.

§ 3. Основные дифференциальные уравнения геохимической гидродинамики

Дифференциальные уравнения геохимической гидродинамики включают в себя следующие уравнения:

- 1) движения жидкости или газа и ассоциированных с ними веществ;
- 2) сохраняемости их массы;
- 3) кинетики массообмена между веществами и породами;
- 4) равновесия между концентрациями веществ в породе (в твердой фазе) и жидкости (в жидкой или газовой фазе).

Уравнение движения жидкости в пористой среде при пренебрежении силами инерции имеет вид

$$v = -k \text{grad } h; \quad k = \frac{k_0 \gamma}{\mu}; \quad h = \frac{p}{\gamma} + z, \quad (\text{XI.13})$$

где k — коэффициент фильтрации; k_0 — проницаемость породы; h и p — напор и давление; μ и γ — вязкость и объемная масса жидкости.

Уравнение движения растворенных в жидкости веществ приведено выше — (XI.5). Уравнения сохраняемости массы жидкости и содержащихся в ней веществ имеют вид

$$\frac{\partial (\rho v)}{\partial x} + \frac{\partial [\rho n_0 (1 - c/\delta)]}{\partial t} = 0; \quad (\text{XI.14})$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \delta \frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial (n_0 c)}{\partial t} = 0, \quad \xi = \frac{N}{\delta}, \quad (\text{XI.15})$$

где c и N — массовые концентрации вещества в жидкой и твердой фазах; δ — его плотность; n — пористость.

Пористость n , входящая в (XI.14)—(XI.15), связана с содержанием вещества на твердой фазе соотношением

$$n = n_0 + \zeta_0 - \zeta, \quad (\text{XI.16})$$

в котором n_0 и ζ_0 начальные (при $t = 0$) значения n и ζ . В свою очередь, величина n_0 связана с давлением в жидкости уравнением состояния

$$n_0 = n_e [1 + \alpha_n (p - p_e)], \quad (\text{XI.17})$$

где n_e и p_e — пористость и давление в естественных условиях; α_n — коэффициент деформируемости породы, принятый здесь независимым от ζ .

Таким образом, из (XI.16) и (XI.17) имеем

$$n = n_e [1 + \alpha_n (p - p_e)] + \zeta_0 - \zeta. \quad (\text{XI.18})$$

В уравнении (XI.14) может быть дополнительно учтена зависимость плотности жидкости ρ от давления p и концентрации c содержащихся в ней веществ:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha_{ж} (p - p_e)]; \quad \rho_0 = \rho_e (1 - c/\delta) + c, \quad (\text{XI.19})$$

где ρ_e — плотность «чистой» жидкости при естественном давлении p_e ; ρ_0 — плотность раствора; $\alpha_{ж}$ — коэффициент деформируемости жидкости.

Уравнение кинетики массообмена, определяющее скорость перехода вещества из одной фазы в другую, в общем случае имеет вид

$$\delta \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial t} = \gamma f(c, N, \Gamma, L), \quad (\text{XI.20})$$

где $N = \delta \zeta$ — весовое содержание вещества в твердой фазе, γ , Γ и L — постоянные величины. Случай $f = 0$ дает уравнение равновесия или уравнение изотермы массообмена.

Таким образом, в самом общем случае мы имеем восемь уравнений: (XI.5), (XI.13)—(XI.15), (XI.18)—(XI.20) с неизвестными u , v , c , N , p , h , ρ и n , составляющими замкнутую систему. Для сокращения числа определяющих уравнений и их объединения примем во внимание следующие соображения.

При концентрациях раствора $c \leq 100$ г/л величина c/δ в уравнении (XI.14) составляет не более 0,01—0,04 и поэтому ею можно пренебречь. В процессах адсорбции веществ в породах и грунтах величины ζ и ζ_0 по сравнению с начальной пористостью n_0 обычно очень малы. При растворении и кристаллизации они несколько больше. В процессах массообмена, сопровождающихся вымыванием веществ из грунтов (растворение, десорбция, декольматация), может происходить их уплотнение, вызываемое нарушением структуры грунтов при остающихся неизменными внешних силах и снижении естественного напора в пласте. В этом случае увеличение пористости n вследствие вымыва в какой-то мере компенсируется уменьшением ее под влиянием уплотнения грунтов. В процессах массообмена, сопровождающихся отложением веществ в порах (адсорбция, кристаллизация, кольматаж) при одновременном повышении естественного напора в породах, уменьшение пористости вследствие отложений частично компенсируется разуплотнением грунта под влиянием роста напора. Эти обстоятельства позволяют принимать в уравнениях (XI.16) и (XI.18) $\zeta \approx \zeta_0 \approx 0$, а величину пористости n считать независимой от ζ . Вместе с тем для интенсивных процессов кольматажа и суффозии величинами ζ и ζ_0 пренебрегать нельзя, а изменения n могут быть значительными.

Принимая указанные допущения, на основе (XI.5) и (XI.15) получим объединенное уравнение движения и сохранения массы вещества для:

а) линейного потока

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial (vc)}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}; \quad (\text{XI.21})$$

б) осесимметричного потока

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(rD \frac{\partial c}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial (rvc)}{\partial r} - \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}; \quad (\text{XI.22})$$

в) центрально-симметричного потока

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D \frac{\partial c}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 vc)}{\partial r} - \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (\text{XI.23})$$

При неустановившейся фильтрации жидкости в случае линейного потока уравнение (XI.21) дополняется (XI.13), что сводит задачу к системе двух уравнений

$$a \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial h}{\partial t}; \quad a = \frac{k_0}{\mu [\alpha_{ж} n_0 + \alpha_{п} (1 - n_0)]};$$

$$kc \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} + D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \lambda \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} - k\lambda \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (\text{XI.24})$$

При жестком режиме фильтрации $\alpha_{ж} = 0$; $\alpha_{п} = 0$; $a = \infty$, а также при упругом режиме, со скоростью, зависящей только от t , $\partial v / \partial x = -k \partial^2 h / \partial x^2 = 0$. Поэтому вместо уравнений (XI.24) получаем

$$(D_m + \lambda v) \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (\text{XI.25})$$

Перенос растворенных веществ в напорном потоке с учетом перетока раствора через подошву и кровлю пласта описывается уравнением

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} + \left[\frac{v_1}{m} (c - c') + \frac{D_1}{m} \frac{\partial c'}{\partial z} \right]_{z=z_{\kappa}} + \\ + \left[\frac{v^2}{m} (c - c'') + \frac{D_2}{m} \frac{\partial c''}{\partial z} \right]_{z=z_{\Pi}} - \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (\text{XI.26})$$

где D , $D_{1,2}$ — коэффициенты диффузии веществ в основном пласте и в породах, залегающих в кровле и подошве пласта; $z_{\Pi, \kappa}$ — ординаты расположения кровли и подошвы водоносного пласта; m — мощность пласта; $v_{1,2}$ — скорость перетекания раствора через кровлю и подошву пласта.

При $v_{1,2} > 0$ будет $c' = c$, $c'' = c$, а при $v_{1,2} < 0$ соответственно $c' = c_{\kappa}$ и $c'' = c_{\Pi}$, где c_{κ} и c_{Π} — концентрация веществ в соседних пластах (над кровлей и под подошвой данного пласта).

Для безнапорного потока в уравнении (XI.26) следует принимать $v_1 = \varepsilon$, $m = h_s$, $D_1 = 0$, где ε — скорость инфильтрации атмосферных осадков; h_s — средняя глубина безнапорного потока. Рассмотрим теперь основные уравнения кинетики массообмена между растворенными в жидкости веществами с твердой фазой породы. Эти уравнения являются, по существу, уравнениями макрокинетики, обобщающими микрокинетические процессы, действующие, как правило, на молекулярном уровне (в диффузионном слое, на границе раздела фаз, в микропорах и трещинах породы и т. п.).

I. Растворение и выпадение растворенных веществ в осадок (в том числе кристаллизация)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma(c_m - c)N^\alpha, \quad (\text{XI.27})$$

где c_m — предельная растворимость солей кислот, щелочей и других соединений в воде. При растворении $c < c_m$ ($\partial N/\partial t < 0$), а при кристаллизации $c > c_m$ ($\partial N/\partial t > 0$).

Кристаллизация в породах происходит при концентрировании раствора (например, при испарении) или при его охлаждении. Показатель степени α зависит от характера засоления породы [12]. Для поверхностного засоления, при котором водорастворимые соли выстилают поверхность пор и трещин, $\alpha = 0$; для объемного засоления породы, при котором соли в виде гранул разной формы и объема дисперсно рассеяны в породе, $\alpha = 0,5$. В некоторых специальных случаях $\alpha = 1$.

II. Неравновесная обратимая адсорбция и десорбция растворенных и эмальгированных веществ.

1. При изотерме Генри

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma_1(cn_0 - \alpha N), \quad (\text{XI.28})$$

где $\alpha = 1/\Gamma$ — коэффициент распределения; Γ — коэффициент Генри. При $c > \alpha N/n_0$ происходит адсорбция веществ, а при $c < \alpha N/n_0$ — десорбция их. В случае поступления в породу жидкости при концентрации $c > c_e$ происходит адсорбция, при концентрации $c < c_e$ — десорбция (c_e — концентрация пластовой жидкости в естественных условиях). Обычно c_e равна соответствующей равновесной концентрации, которая получается при $\partial N/\partial t = 0$. В этом случае из (XI.28) вытекает уравнение изотермы Генри в форме

$$c = \alpha \frac{N}{n_0}. \quad (\text{XI.29})$$

Если $\alpha = 0$ ($\Gamma = \infty$), то из (XI.28) получается уравнение кинетики необратимой сорбции

$$\partial N/\partial t = \gamma_1 c. \quad (\text{XI.30})$$

2. При изотерме Ленгмюра

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma_1 n_0 \left(c - \frac{Nc_m}{\Gamma n_0 c_m - NL} \right), \quad (\text{XI.31})$$

где L — коэффициент Ленгмюра; при $L = 0$ отсюда получается уравнение (XI.29), а при $L = \infty$ ($\Gamma = \infty$) — уравнение (XI.30).

При изотерме Генри уравнение кинетики линейно, при изотерме Ленгмюра — нелинейно.

III. Равновесная сорбция.

Если в (XI.28) $\gamma_1 \rightarrow \infty$, но скорость массообмена $\partial N/\partial t$ остается конечной, то

$$c = \frac{\alpha N}{n_0} \quad \text{или} \quad \frac{\partial N}{\partial t} = n_0 \Gamma \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (\text{XI.32})$$

Подстановка этого выражения в уравнение движения и сохранения массы вещества позволяет объединить члены, содержащие производные $\partial c/\partial t$ и $\partial N/\partial t$. Тогда уравнение кинетики, объединившись с уравнением сохранения массы и примет вид (при скорости, независимой от координат)

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} = n \frac{\partial c}{\partial t}; \quad n = n_0(1 + \Gamma). \quad (\text{XI.33})$$

Величина n учитывает равновесную сорбцию и называется емкостью поглощения или выделения вещества из породы (массоёмкостью).

Равновесный массообмен удовлетворительно описывает многие процессы взаимодействия жидкой и твердой фаз при фильтрации жидкости в породах.

IV. Параллельный (одновременный) процесс растворения и десорбции или кристаллизации и сорбции

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma (c_m - c) + \gamma_1 (cn_0 - \alpha N). \quad (\text{XI.34})$$

Если сорбция необратима ($\alpha = 0$), то здесь при десорбции вместо γ_1 принимается γ_1^* .

Возможны также случаи, когда растворение сопровождается адсорбцией, а кристаллизация — десорбцией. Тогда уравнение (XI.34) остается без изменений, но для $\alpha = 0$ при десорбции вместо γ_1 вводится γ_1^* .

V. Последовательные (разновременные) процессы сорбции и растворения или кристаллизации. В этом случае приведенные выше уравнения кинетики сохраняют силу, причем до определенного момента времени действует какое-либо одно из этих уравнений, а после него — другое. На кривых зависимости $c = f(t)$ переход от одной кинетики к другой часто соответствует изменению характера кривизны этих линий (выпуклые кривые становятся вогнутыми или наоборот). Поэтому граница между разными типами массообмена совпадает с точкой перегиба или перелома кривой $c = f(t)$.

VI. Нелинейная кинетика ионообменной сорбции

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma (N - N_0)c - \gamma^* (c - c_0)N, \quad (\text{XI.35})$$

где γ — коэффициент скорости прямой реакции массообмена I типа; γ^* — то же, для массообмена II типа (обратная реакция); N_0 — обменная емкость породы при ее насыщении до равновесной концентрации c_0 .

VII. Нелинейная кинетика физической адсорбции, прилипания (кольматажа) и суффозии

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma (N_0 - N)c - \gamma^*N. \quad (\text{XI.36})$$

В равновесных условиях это уравнение дает зависимость $N = f(c)$, аналогичную изотерме Ленгмюра.

Если в двух последних уравнениях $\gamma^* = 0$, а изменения c незначительны ($c \approx \text{const}$), то получим уравнение внутридиффузионной кинетики массообмена вида

$$\partial N / \partial t = \gamma (N_0 - N). \quad (\text{XI.37})$$

Эта кинетика приводит к экспоненциальному закону изменения концентрации в твердой фазе N .

ЛАБОРАТОРНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

§ 1. Общая характеристика

Лабораторные определения геохимических параметров производятся с помощью специальных приборов, в которых осуществляется фильтрация растворов, эмульсий или суспензий через образец породы (грунта) ненарушенной структуры. Для этой цели может использоваться также фильтрометр, служащий для определения гидродинамических параметров.

Опыты ведутся, как правило, в напорных условиях при полном насыщении образца жидкостью. Поэтому, а также для задания любого значения скорости фильтрации, предпочтительно движение жидкости снизу вверх с фиксацией напора в нижней (загрузочной) камере и истечением фильтрата в атмосферу в верхней части прибора, где регистрируются пробы жидкости.

После стабилизации течения пластовой (или имитирующей ее) жидкости в загрузочную камеру вводится индикатор (исследуемый раствор).

По схеме непрерывного ввода индикатора опыт продолжается до тех пор, пока его концентрация на выходе не достигнет 95—100% входной концентрации. При импульсном вводе индикатора последний мгновенно вводится в загрузочную камеру и перемешивается в ней. Затем через эту же камеру подается жидкость без индикатора. Опыт продолжается до получения на выходе максимума концентрации c_m и ее снижения до величин, меньших $0,05c_m$. Если пластовая жидкость является раствором, а в качестве индикатора используется чистая вода или другая жидкость, то опыт заканчивается после того как на выходе из образца будет зафиксирован минимум концентрации, затем она повысится до 95—100% от концентрации на входе.

При непрерывно-импульсном вводе индикатора фильтрация в течение времени t_0 происходит при концентрации индикатора c_0 , в течение периода t_1 — при концентрации c_1 , а затем снова при концентрации c_0 . Опыт ведется до тех пор, пока на выходе будет зафиксирован максимум концентрации (при $c_1 > c_0$) или минимум ее (при $c_1 < c_0$), затем концентрация изменится до величины, отличающейся от c_0 не более чем на 5%.

Для обработки результатов опытов должны быть известны величины скорости v , активной пористости n_0 и кривая зависимости $c = f(t)$ на выходе из образца (так называемая выходная кривая). При импульсном вводе индикатора, кроме того, необходимо знать зависимость $c = f(t)$ в загрузочной камере. По этим данным могут быть определены параметры дисперсии (λ) и массообмена (Γ , α , γ). Кроме того, по этим данным возможна ориентировочная оценка распределения размеров пор и трещин породы.

Ввиду того что наиболее простыми являются опыты с непрерывным и импульсным вводом индикатора, ниже рассматриваются только эти два случая.

§ 2. Определение параметров в динамических условиях при непрерывном вводе индикатора

Обработка экспериментальных выходных кривых с целью определения параметров диффузии и массообмена производится по зависимостям, полученным для соответствующих математических моделей процессов. Здесь рассматриваются простейшие модели, описывающие конвективную диффузию и равновесный массообмен в образце породы при помощи уравнения (XI.33). В частном случае опытов с несорбирующимся индикатором при краевых условиях

$$c(0, t) = c_0; \quad c(x, 0) = c(\infty, t) = 0. \quad (\text{XII.1})$$

это уравнение имеет решение [100, 102]

$$\bar{c} = c/c_0 = 0,5 \left[\operatorname{erfc} \frac{1-\eta}{2\sqrt{\eta/\xi}} + e^{\xi} \operatorname{erfc} \frac{1+\eta}{2\sqrt{\eta/\xi}} \right], \quad (\text{XII.2})$$

где $\xi = vx/D$, $\eta = vt/xn_0$.

При $\xi \geq 50$ вторым членом уравнения (XII.2) можно пренебречь с точностью до 5% [1, 82, 100]. Тогда

$$\bar{c} = 0,5 \operatorname{erfc} \frac{1-\eta}{2\sqrt{\eta/\xi}}. \quad (\text{XII.3})$$

Зависимость (XII.3) является точным решением уравнения (XI.33) для условий мгновенного контакта двух полуограниченных сред

$$c(x, 0) = c_0 [1 - H(x)]; \quad c(-\infty, t) = c_0; \quad c(\infty, t) = 0, \quad (\text{XII.4})$$

где $H(x)$ — единичная функция.

Учитывая простоту решения (XII.3), его наиболее часто используют для обработки выходных кривых с целью определения коэффициента конвективной диффузии D . В одном из методов [64] используется свойство постоянной скорости v/n_0 движения точки с относительной концентрацией $\bar{c} = 0,5$. Определяя в этой точке наклон выходной кривой $i = \partial \bar{c} / \partial \eta$ и учитывая, что для нее $\eta = 1$, получают

$$D = vx_0/4\pi i^2, \quad (\text{XII.5})$$

где x_0 — длина образца или координата точки отбора проб.

Для повышения точности расчета более правильно использовать несколько точек выходной кривой. Представив для этого (XII.3) в виде [82, 100]

$$1 - 2\bar{c} = \operatorname{erf} \varphi; \quad \varphi = \frac{1-\eta}{2\sqrt{\eta/\xi}}. \quad (\text{XII.6})$$

для каждой точки \bar{c}_i находят $(1 - 2\bar{c}_i)$ и t_i , по таблицам функции ошибок $\operatorname{erf} \varphi$ и определяют φ и вычисляют $\varphi/\sqrt{\xi} = (1 - \eta_i)/2\sqrt{\eta_i}$. Затем строится график $\varphi/\sqrt{\xi} = f(\varphi)$, являющийся прямой линией, проходящей через начало координат с наклоном к оси абсцисс $i = \operatorname{tg} \theta = \sqrt{\xi}$ (рис. 71, а). Тогда

$$D = vx_0 i^2. \quad (\text{XII.7})$$

Этот способ позволяет осреднить значение D по нескольким точкам экспериментальной кривой.

Для модели конвективной диффузии и равновесной сорбции в решениях (XII.2) и (XII.3) вместо n_0 принимается $n = n_0 (1 + \Gamma)$. Для определения параметров D и Γ по приближенному решению (XII.3) его представляют в виде

$$\Phi = \sqrt{t} \operatorname{erf}^{-1}(1 - 2\bar{c}) = \frac{x}{2\sqrt{D/n}} - \frac{v}{2\sqrt{Dn}} t, \quad (\text{XII.8})$$

что дает линейную зависимость Φ от t . График ее (см. рис. 71, б) строится по экспериментальным точкам c_i , t_i и вычисленным Φ_i . По наклону прямой $i = \operatorname{tg} \theta = v/2\sqrt{Dn}$ и отрезку, отсекаемому на оси ординат $B = x/2\sqrt{D/n}$, находят

$$n = \frac{vB}{i\sqrt{x_0}}; \quad D = \frac{nx_0}{4B^2}; \quad \Gamma = \frac{n}{n_0} - 1. \quad (\text{XII.9})$$

При определении параметров D и Γ по двум точкам [15] совместно решаются два уравнения вида (XII.3) при $t = t_i$, t_j ($t_j > t_i$) и $\bar{c} = c_i$, c_j ($c_j > c_i$). Из этого решения следуют два случая:

1. $(c_i \text{ или } c_j) \neq 0,5$ и $\bar{c}_i + \bar{c}_j = 1$;

$$D = \frac{vx_0}{4\vartheta^2} \left(\sqrt{\frac{t_i}{t_j}} + \sqrt{\frac{t_j}{t_i}} - 2 \right); \quad n = \frac{v}{x_0} \sqrt{t_i t_j}; \quad (\text{XII.10})$$

2. $(c_i \text{ или } c_j) = 0,5$.

$$D = \frac{vx_0}{4\vartheta^2} \left(\frac{t_{0,5}}{t_j} + \frac{t_j}{t_{0,5}} - 2 \right); \quad n = \frac{vt_{0,5}}{x_0}. \quad (\text{XII.11})$$

В этих выражениях $\vartheta = \operatorname{erf}^{-1}(1 - 2\bar{c}_{i,j})$. Некоторые значения ϑ приведены ниже

\bar{c}_{ij}	0,05	0,1	0,9	0,95
ϑ	1,163	0,906	-0,906	-1,163

При малых значениях ξ (небольших ϑ) может быть использовано более точное решение (XII.2). В случае расчета по двум точкам $\bar{c}_{i,j}$ и $t_{i,j}$ должны решаться совместно соответствующие им уравнения (XII.2). Для облегчения расчетов построены графики $\xi = f(t_i/t_j)$ и $\tau = v^2 t_i / Dn = f(\xi)$ для шести комбинаций $\bar{c}_{i,j}$. По опытной кривой $\bar{c} = f(t)$ можно вычислить t_i/t_j для выбранных c_i и c_j и по графикам найти значения ξ (рис. 72) и τ (рис. 73). По известным ξ и τ параметры D и Γ определяются из уравнений:

$$D = \frac{vx_0}{\xi}; \quad n = \frac{v^2 t}{D\tau}; \quad \Gamma = \frac{n}{n_0} - 1. \quad (\text{XII.12})$$

Для образцов породы (грунта) небольшой длины ($x_0 \leq 5$ см) и низких значениях v , а следовательно, малых ξ , может оказаться существенным влияние входного и выходного сечений образца. В этом случае можно использовать

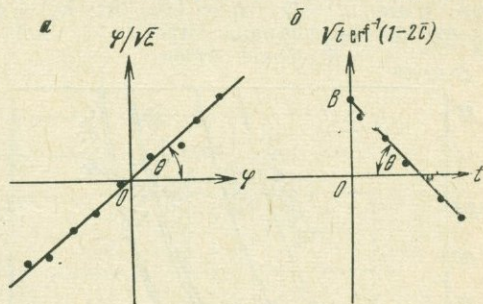


Рис. 71. Преобразование экспериментальных данных в прямолинейный график (а — при определении D ; б — при определении D и Γ)

модель образца конечной длины l и уравнение (XI.33) должно решаться при условиях

$$c(x, 0) = c_e; \quad -D \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} = v [c_0 - c(0, t)]; \quad \frac{\partial c(l, t)}{\partial x} = 0. \quad (\text{XII.13})$$

Такое решение получено Г. Бреннером [72] и для выходной концентрации имеет вид

$$\bar{c} = \frac{c - c_0}{c_e - c_0} = \exp [p(2 - \eta)] \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k \sin 2\lambda_k}{(\lambda_k^2 + p^2 + p)} \exp(-\lambda_k \eta / p), \quad (\text{XII.14})$$

где $p = (vl)/4D$; $\eta = (vt)/ln$; λ_k — корень характеристического уравнения $\text{tg } 2\lambda_k = (2\lambda_k p)/(\lambda_k^2 - p^2)$.

$\xi = vx/D$

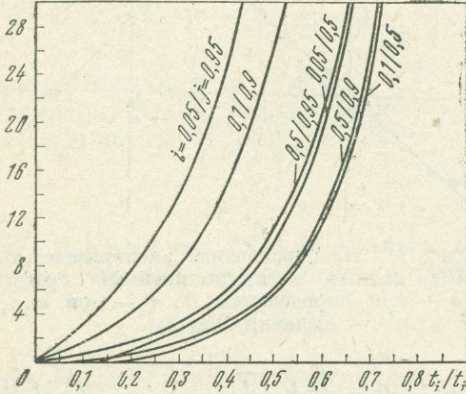


Рис. 72. График для определения критерия Пекле ξ по двум значениям концентраций \bar{c}_i и \bar{c}_j

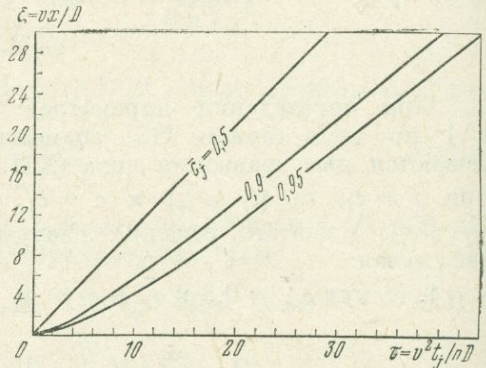


Рис. 73. График для определения безразмерного времени τ

Определение параметров D и Γ по решению (XII.14) удобно проводить по двум точкам выходной кривой. Для этого построены графики $t_i/t_j = f(p)$ (рис. 74), и $\eta = f(p)$ (рис. 75) для относительных концентраций \bar{c}_i и \bar{c}_j 1) 0,05 и 0,5; 2) 0,1 и 0,5; 3) 0,05 и 0,95; 4) 0,1 и 0,9; 5) 0,5 и 0,9; 6) 0,5 и 0,95. В любом из этих случаев порядок определения параметров следующий: по опытной выходной кривой находим отношения t_i/t_j для выбранных относительных концентраций \bar{c}_i и \bar{c}_j . Затем по графику (см. рис. 74) определяем величину p . Далее по известному p и тем же \bar{c}_i (или \bar{c}_j) из графика (см. рис. 75) находим η , откуда

$$D = \frac{vl}{4p}; \quad n = \frac{vt}{l\eta}; \quad \Gamma = \frac{n}{n_0} - 1. \quad (\text{XII.15})$$

Наряду с использованием для расчетов метода произвольных точек параметры D и Γ могут быть найдены также по некоторым характерным точкам выходной кривой и, в частности, по точке перегиба. Покажем это на примере использования решений (XII.2) и (XII.3).

В точке перегиба выходной кривой $c = f(\eta)$ вторые производные $\partial^2 \bar{c} / \partial \eta^2$ по (XII.2) и (XII.3) равны нулю. Используя это свойство и выполнив вычисления, получим для решения (XII.3)

$$\xi = \frac{4\eta}{(1-\eta)(1+\eta)^2}. \quad (\text{XII.16})$$

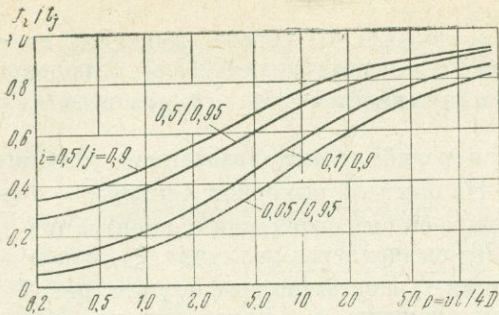


Рис. 74. График для определения параметра ρ по двум значениям концентрации

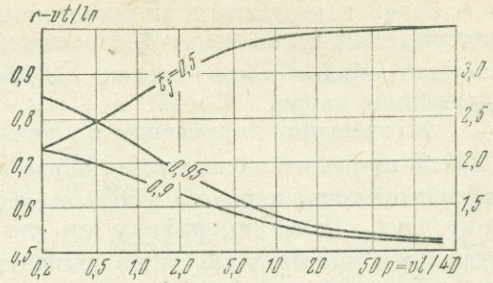


Рис. 75. График для определения кратности обмена η

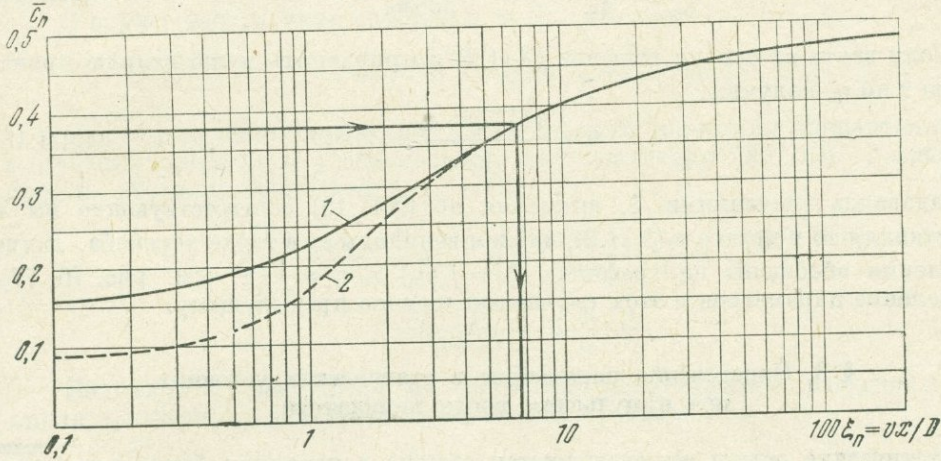
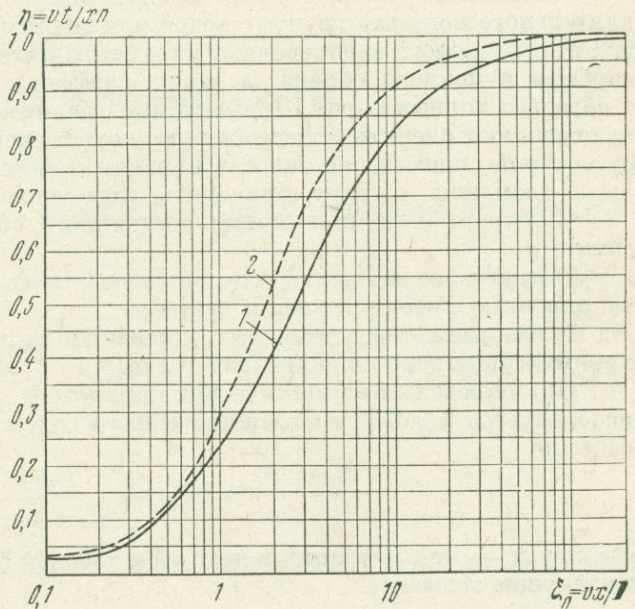


Рис. 76. График для определения числа Пекле ξ по концентрации в точке перегиба

1 — по формуле (XII.2); 2 — по формуле (XII.3)

Рис. 77. График для определения кратности обмена η по концентрации в точке перегиба

1 — по формуле (XII.2); 2 — по формуле (XII.3)



Задаваясь различными значениями η , по (XII.16) можно вычислить соответствующие им значения ξ . Подставляя ξ и η в уравнение (XII.3), определим концентрацию в точке перегиба \bar{c}_n . Графики зависимости $\xi = f(\eta)$ и $\bar{c}_n = f(\xi)$ приведены на рис. 76 и 77.

Определение параметров по точке перегиба с использованием решения (XII.3) проводится следующим образом. На опытной выходной кривой $\bar{c} = f(t)$ находится точка перегиба и соответствующие ей относительная концентрация c_n и время t_n . Далее по графику (см. рис. 76) вычисляется величина ξ_n , соответствующая опытному значению концентрации \bar{c}_n , а затем по графику (см. рис. 77) по найденной величине ξ_n определяется значение η_n . Далее находим параметры D и Γ

$$D = \frac{vx_0}{\xi_n} \quad \text{и} \quad \Gamma = \frac{vt_n}{n_0x_0\eta_n} - 1. \quad (\text{XII.17})$$

Если взять за основу решение (XII.2) и приравнять нулю вторую производную \bar{c} по η , получим

$$\eta = \frac{V\sqrt{4 + \xi^2} - 2}{\xi}. \quad (\text{XII.18})$$

Задаваясь значениями ξ , вычисляя по (XII.18) соответствующие им η и подставляя то и другое в (XII.2), найдем величины c_n в точке перегиба. Такие вычисления обобщены на графиках $\xi = f(\bar{c}_n)$ и $\eta = f(\xi)$ (см. рис. 76, 77). Определение параметров в этом случае аналогично предыдущему.

§ 3. Определение параметров в статических условиях при импульсном вводе индикатора

Статические опыты осуществляются обычно в условиях более или менее длительного контакта грунта с водой или водными растворами кислот, щелочей и т. п. С их помощью определяют параметры кинетики и изотермы растворения, сорбции и ионного обмена, а также коэффициенты молекулярной диффузии в образцах горных пород. Применяемые при этом аппараты для перемешивания не позволяют оценить относительную скорость движения жидкой и твердой фаз, от которой существенно зависят параметры массообмена. Чтобы такая оценка была возможна, следует применять следующие схемы статических опытов:

1) непрерывной циркуляции постоянного объема раствора через образец грунта;

2) кругового движения сосудов торо- или шарообразной формы, полностью заполненных смесью грунта и раствора;

3) возвратно-поступательного движения пронизаемого поршня с образцом грунта в цилиндре, заполненном раствором.

При определении кинетических параметров по данным статических опытов используется условие постоянства общего содержания в системе грунт — раствор

$$cn_0 + b = c_0n_0 + b_e; \quad (\text{XII.19})$$

где c_0 и b_e — концентрации в жидкой и твердой фазах в начале опыта, c и b — их текущие значения.

Соотношение (XII.19), разрешенное относительно b , позволяет проинтегрировать уравнение кинетики массообмена. Например в случае линейной кинетики неравновесной обратимой сорбции

$$\frac{db}{dt} = \gamma_1 (n_0 c - \alpha b), \quad \alpha = \frac{1}{\Gamma} = n_0 c_e / b_e$$

после интегрирования в пределах $c, t - c_0, 0$ имеем

$$t = \frac{1}{\gamma_1 (1 + \alpha)} \ln \frac{c_0 - c_s}{c - c_s}; \quad c_s = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \left(\frac{b_e}{n_0} + c_0 \right) \quad (\text{XII.20})$$

Здесь Γ — параметр Генри; γ_1 — константа скорости сорбции; c_e — концентрация в жидкой фазе, равновесная b_e ; c_s — предельная концентрация при $t \rightarrow \infty$.

В случае необратимой сорбции $\alpha = 0$, что дает

$$t = \frac{1}{\gamma_1} \ln \frac{c_0}{c} \quad \text{или} \quad c = c_0 e^{-\gamma_1 t}.$$

Для определения параметров γ_1 и α по двум значениям концентрации $c_{1, 2}$ в моменты времени $t_{1, 2}$ используется два уравнения (XII.20). Разделив их друг на друга, получим при $t_1/t_2 = 0,5$

$$c_s = \frac{c_0 c_2 - c_1^2}{c_0 + c_2 - 2c_1}; \quad \alpha = \left(\frac{b_e}{n_0 c_s} - \frac{c_0}{c_s} - 1 \right)^{-1};$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{(1 + \alpha) t_1} \ln \frac{c_0 - c_s}{c_1 - c_s} \quad (\text{XII.21})$$

Величина b_e находится по значению концентрации раствора в конце опыта c_k , когда ее изменение практически прекратилось

$$b_e = \pm (c_0 - c_k) n_0.$$

Знаки плюс и минус принимаются соответственно для адсорбции ($c_k < c_0$) и десорбции ($c_k > c_0$).

В случае нелинейной кинетики обратимой сорбции

$$\frac{db}{dt} = \gamma_1 (b_s - b) c - \gamma_2 b.$$

При $\gamma_2 = 0$, определив b из (XII.19) и проинтегрировав от c, t до $c_0, 0$, получим

$$t = \frac{1}{\gamma_1 c_s} \ln \frac{c}{c_0} \left(1 - \frac{c_0 - c}{c_0 - c_s} \right); \quad c_s = c_0 - \frac{b_s - b_e}{n_0} \quad (\text{XII.22})$$

При известных n_0, c_0 и b_e параметры γ_1 и b_s могут быть найдены из двух уравнений вида (XII.22) при $t = t_{1, 2}$ и $c = c_{1, 2}$. Принимая $t_1/t_2 = 0,5$, получим

$$c_s = A \pm \sqrt{A^2 - B}; \quad (\text{XII.23})$$

$$A = \frac{c_2 c_0 (c_0 + c_2) - 2c_1^3}{2(c_0 c_2 - c_1^2)}; \quad B = \frac{c_2^2 c_0^2 - c_1^4}{c_0 c_2 - c_1^2}.$$

Параметр γ_1 находится из (XII.22) после определения c_s по любому значению $c_i (t_i)$.

В случае растворения или выпадения вещества из раствора в осадок кинетика процесса подчиняется уравнению

$$\frac{db}{dt} = -\gamma (c_m - c) b^p \quad (p = 0; 0,5 \text{ или } 1),$$

где i_m — предельная растворимость вещества.

Для $p = 1$ после интегрирования с учетом (XII.19) имеем

$$t = \frac{n_0 [b_e - n_0 (c_m - c_0)]}{\gamma} \ln \left\{ \frac{c_m - c_0}{c_m - c} \left[1 + \frac{n_0 (c_0 - c)}{b_e} \right] \right\}, \quad (\text{XII.24})$$

а для $p = 0$

$$t = \frac{n_0}{\gamma} \ln \frac{c_m - c_0}{c_m - c}. \quad (\text{XII.25})$$

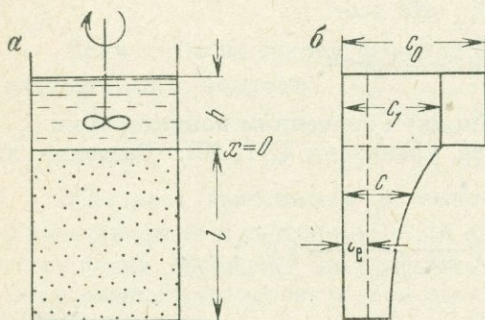


Рис. 78. Схема прибора с цилиндрическим образцом породы (а) и распределение концентраций в образце и камере смешения (б)

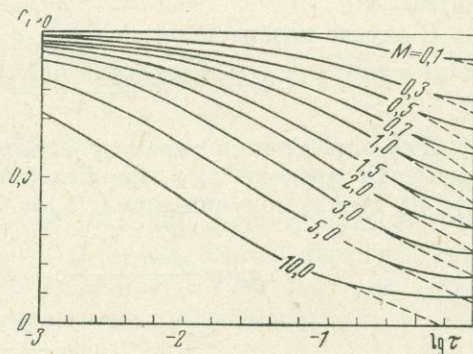


Рис. 79. График $\tilde{c} = c/c_0 = f(M, \tau)$

Константа γ в этих случаях может быть найдена по угловому коэффициенту m прямолинейной зависимости t от логарифма в (XII.24) и (XII.25)

$$\gamma = \frac{n_0 (b_e - n_0 (c_m - c_0))}{m} \quad \text{при } \alpha = 1, \quad \gamma = \frac{n_0}{m} \quad \text{при } \alpha = 0. \quad (\text{XII.26})$$

Для расчетов диффузионных потерь через экраны растворохранилищ [28], а также поглощения вещества малопроницаемыми включениями пород [29, 45, 62] необходима оценка коэффициентов молекулярной диффузии D_m этих пород. Их определение может быть выполнено на образцах породы по схеме, представленной на рис. 78. Одновременно находится параметр Γ изотермы равновесной сорбции. Математическая модель процесса поглощения раствора образцом из камеры смешения дается системой уравнений

$$D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = n \frac{\partial c}{\partial t}; \quad n = n_0 (1 + \Gamma); \quad (\text{XII.27})$$

$$c(x, 0) = \begin{cases} c_0 & \text{при } x < 0; \\ c_e & \text{при } x > 0; \end{cases} \quad D_m \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} = h \frac{\partial c(0, t)}{\partial t}; \quad \frac{\partial c(l, t)}{\partial x} = 0.$$

Изменение концентрации раствора в камере смешения $c_k(t) = c(0, t)$ находится решением (XII.27) и имеет вид

$$\tilde{c}(t) = \frac{c_k - c_e}{c_0 - c_e} = F(M, \tau). \quad (\text{XII.28})$$

График функции F при $\tau = D_m t / l^2 n$, $M = nl/h$ приведен на рис. 79. С его помощью параметры D и n находятся по двум точкам $c_{1,2}(t_{1,2})$. Для этого при разных M строятся графики $\tau_1(M_i)$ и $\tau_2(M_i)$. По их общей точке τ_{1-2} , M_{1-2} находится $n = M_{1-2} h / l$. Значение D_m определяется по любой экспериментальной точке $c_i(t_i)$

$$D_m = l^2 n \tau_i / t_i.$$

Эта методика расчета может быть значительно упрощена, если воспользоваться асимптотическим решением задачи, полученным для малых t :

$$\bar{c}(t) = f(\tau^*) = e^{\tau^*} \operatorname{erfc} \sqrt{\tau^*}, \quad (\text{XII.29})$$

где $\tau^* = n D_m t / h^2$, а график $f(\tau^*)$ представлен на рис. 80.

Можно показать, что контролирующее значение $\tau^* \leq 0,1$, отвечающее ошибке $\sigma = 1\%$, соответствует изменению $\bar{c}(t)$ от 1,0 до 0,73. Этот диапазон

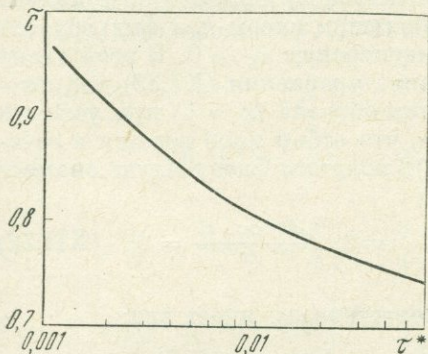


Рис. 80. График $\bar{c} = f(\tau^*)$

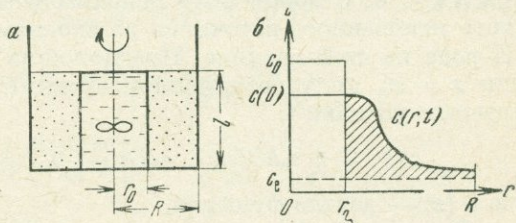


Рис. 81. Схема прибора с кольцевым образцом породы (а) и распределение концентраций в образце и камере смешения (б)

изменения концентрации в камере смешения обычно достаточен для проведения опыта в течение 5—10 сут.

С использованием графика (см. рис. 80) по нескольким значениям $\bar{c}_i(t_i)$ находят величины τ_i^* , по которым затем определяют и осредняют значения комплекса D_m/n . Параметр n определяется по известным τ_i^* и \bar{c}_i из графика (см. рис. 79). Параметр D_m вычисляется из определения τ^* .

Для экспериментального определения D_m и n может быть использована также схема прибора с кольцевым образцом породы (рис. 81). Процесс диффузии и равновесной сорбции описывается в этом случае уравнениями:

$$D_m \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) = n \frac{\partial c}{\partial t}; \quad (\text{XII.30})$$

$$c(r, 0) = \begin{cases} c_0 & \text{при } 0 \leq r < r_0 \\ c_e & \text{при } r_0 < r < R; \end{cases} \quad D_m \frac{\partial c(r_0, t)}{\partial r} = \frac{r_0}{2} \frac{\partial c(r_0, t)}{\partial t}; \quad \frac{\partial c(R, t)}{\partial r} = 0.$$

Решение задачи (XII.30) весьма сложно. Однако, как и ранее, можно использовать асимптотический случай малых t , отвечающий замене последнего условия (XII.30) на $\partial c(\infty, t) / \partial r = 0$. Тогда решение задачи будет аналогично

решению для случая мгновенного налива в скважину, полученному в главе VI. В соответствии с этим решением

$$c_r(t) = \frac{c(r_0, t) - c_e}{c_0 - c_e} = I_1(n, \theta), \quad (\text{XII.31})$$

причем $n = \mu^*$; $\theta = D_m t / nr_0^2 = \tau$

Методика определения D_m и n по (XII.31) та же, что и для цилиндрического образца породы.

§ 4. Определение параметров в динамических условиях при импульсном вводе индикатора

Методика обработки экспериментальных данных в этом случае рассматривается для четырех расчетных схем. Краевые условия для всех этих схем и постановка соответствующих им задач предложены Н. Н. Веригиным.

Первая расчетная схема. Индикатор с концентрацией c_0 вводится в момент времени $t = 0$ в образец породы длиной l небольшим слоем h и фильтруется через него жидкостью сравнительно малой концентрации $c_1 \approx 0$. В этой схеме при $h/l < 0,05$ может быть использовано решение уравнения (XI.33) для плоского мгновенного источника во входном сечении образца ($x = 0$) при условии III рода на этой границе. Предположив также, что отбор проб ведется в сечении $x = x_0$ полуограниченной среды ($l \rightarrow \infty$), получим следующую систему краевых условий

$$c(x, 0) = c_0 h \delta(x); \quad -D \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} + vc(0, t) = 0; \quad \frac{\partial c(\infty, t)}{\partial x} = 0, \quad (\text{XII.32})$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция.

Решение этой задачи, полученное Б. С. Шержуковым, имеет вид:

$$c(\xi, \eta) = \frac{c_0}{\bar{x}} \left\{ \sqrt{\frac{\xi}{\pi \eta}} \exp \left[-\frac{(\eta-1)^2 \xi}{4\eta} \right] - \frac{\xi}{2} e^{\xi} \operatorname{erfc} \left[\frac{(\eta+1) \sqrt{\xi}}{2 \sqrt{\eta}} \right] \right\}; \quad (\text{XII.33})$$

$$\xi = vx/D; \quad \eta = vt/xn; \quad \bar{x} = x/h.$$

Дифференцируя (XII.33) при $x = x_0$ по η и приравнивая производную нулю, найдем соотношение

$$\eta = \frac{\xi}{\xi + 2}. \quad (\text{XII.34})$$

отвечающее максимуму c_m выходной кривой $c(x_0 t)$. Разрешая затем (XII.33) относительно аргумента экспоненты при $c = c_m$ и учитывая (XII.34), получим итерационную формулу

$$\xi + 2 = \left\{ \ln \left(\frac{1}{x_0} \sqrt{\frac{\xi+2}{\pi}} \right) - \ln \left[\frac{c_m}{c} + \frac{\xi}{2x_0} e^{\xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi+1}{\sqrt{\xi+2}} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (\text{XII.35})$$

Для обработки экспериментальных данных при известных \bar{x}_0 , c_0 и c_m из (XII.35) подбором находится ξ и из (XII.34) η . Тогда можно определить необходимые параметры

$$D = \frac{vx_0}{\xi}, \quad n_0 = \frac{vt_m}{x_0 \eta}, \quad \Gamma = \frac{n}{n_0} - 1. \quad (\text{XII.36})$$

c_m	0,05	0,10	0,20	0,40	0,70	0,90
ξ	2,31	12,28	50,6	201	616	1018
η	0,536	0,86	0,962	0,990	0,997	0,998

Вторая расчетная схема применяется в случае, когда в образец породы (грунта) вводится достаточно большой объем индикатора и соотношение $h/l < 0,05$ не выполняется. Предположим, что индикатор с концентрацией c_0 введен во входную часть образца и в момент времени $t = 0$ заполняет его поры на длине h . В дальнейшем через образец фильтруется жидкость с концентрацией c^* . Задача о распространении индикатора в потоке жидкости ставится в этом случае уравнением (XI.33) и краевыми условиями

$$c(x, 0) = \begin{cases} c_0 & \text{при } 0 < x < h \\ 0 & \text{» } h < x < h+l \end{cases}; \quad (\text{XII.37})$$

$$-D \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} + vc(0, t) = vc^*; \quad (\text{XII.38})$$

$$\partial c(h+l, t)/\partial x = 0. \quad (\text{XII.39})$$

В предположении полуограниченного потока ($l \rightarrow \infty$) решение (XII.37) — (XII.39), полученное Ю. Л. Гароциным, имеет вид:

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0 - c^*} = 0,5 \left[F_1(\xi, \eta) + \frac{c_0}{c_0 - c^*} F_2(\xi, \eta, \bar{h}) \right]; \quad (\text{XII.40})$$

$$F_1(\xi, \eta) = [1 + \xi(1 + \eta)] \exp(\xi) \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 + \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] - \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 - \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\xi\eta} \exp \left[-\frac{\xi(1 - \eta)^2}{4\eta} \right];$$

$$F_2(\xi, \eta, \bar{h}) = \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 - \bar{h} - \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] - [1 + \xi(1 + \bar{h} + \eta)] \exp(\xi) \times \\ \times \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 + \bar{h} + \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\xi\eta} \exp \left[-\frac{\xi(1 + \bar{h})^2}{4\eta} + \frac{\xi(1 - \bar{h})}{2} - \frac{\xi\eta}{4} \right];$$

$$\bar{h} = \frac{h}{x}; \quad \eta = \frac{vt}{nx}, \quad \xi = \frac{vx}{D}.$$

Дифференцированием (XII.40) по η и приравниванием производной нулю находим максимум концентрации $c = c_m$ при $x = h + l$ в виде соотношения

$$\xi = \ln(p_1/p_2); \quad (\text{XII.41})$$

$$p_1 = 2 \frac{c_m}{c_0} + \frac{c_0 - c^*}{c_0} \left\{ \operatorname{erfc} \frac{\sqrt{\xi}(1 - \eta)}{2\sqrt{\eta}} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\xi\eta} \exp \left[-\frac{\xi(1 - \eta)^2}{4\eta} \right] \right\} - \\ - \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 - \bar{h} - \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] - \frac{\xi}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\xi\eta} \exp \left[-\frac{(1 + \bar{h})^2 \xi}{4\eta} \right] + \frac{(1 - \bar{h})\xi}{2} - \frac{\xi\eta}{4};$$

$$p_2 = \frac{c_0 - c^*}{c_0} \left\{ 1 + \xi(1 + \eta) \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 + \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] - [1 + \xi(1 + \bar{h} + \eta)] \operatorname{erfc} \left[\frac{\sqrt{\xi}(1 + \bar{h} + \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] \right\}.$$

Для определения параметров из уравнений (XII.40) и (XII.41) при известных c_m, c_0, c^* и \bar{h} находятся ξ и η . Тогда

$$D = \frac{v(h+l)}{\xi}; \quad n = \frac{v^2 t m}{\eta(h+l)}; \quad \Gamma = \frac{n}{n_0} - 1. \quad (\text{XII.42})$$

Третья расчетная схема предусматривает смещение индикатора, введенного во входную камеру прибора в момент времени $t = 0$, с жидкостью, содержащейся в ней и поступающей при $t > 0$ с постоянной скоростью v . Краевые условия задачи в этом случае записываются так:

$$c(x, 0) = 0; \quad -D \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} + vc(0, t) = -h \frac{\partial c(0, t)}{\partial t}; \quad \frac{\partial c(l, t)}{\partial x} = 0. \quad (\text{XII.43})$$

Второе условие (XII.43) отражает равенство массового потока вещества, поступающего в образец, изменению его массового содержания во входной камере прибора. При этом концентрация в образце при $x = 0$ и во входной камере равны, т. е. $c(0, t) = c_k(t)$. Решение для полуграниченного потока ($l \rightarrow \infty$) при этих краевых условиях получено Ю. Л. Тароциным и А. С. Малышевым в форме:

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = 0,5 \left\{ \frac{2\omega - \xi\eta}{\omega - \xi\eta} \exp \left[\frac{\omega(\xi + \omega - \xi\eta)}{\xi\eta} \right] \operatorname{erfc} \left[\frac{V\bar{\xi}(1-\eta)}{2\sqrt{\eta}} + \frac{\omega}{\sqrt{\xi\eta}} \right] - \frac{\eta\xi}{\omega - \xi\eta} \exp(\xi) \operatorname{erfc} \left[\frac{V\bar{\xi}(1+\eta)}{2\sqrt{\eta}} \right] \right\}, \quad (\text{XII.44})$$

где

$$\xi = \frac{vx}{D}; \quad \eta = \frac{vt}{xn}; \quad \omega = \frac{vt}{h} \dots$$

Для определения параметров по характерной точке максимума продифференцируем c по η и приравняем результат нулю. Тогда получим

$$\eta = \frac{\bar{\xi}(1-\eta)^2}{4} \left\{ \ln \left[\frac{V\bar{\xi}\eta}{\omega} \left(\frac{\bar{\xi}}{\omega} - 2 \right) \left(\frac{\bar{\xi}\eta}{\omega} - 1 \right) \right] - \frac{1}{V\bar{\eta}} - \ln \left(2 - 3 \frac{\bar{\xi}\eta}{\omega} - 2 \frac{\bar{\xi}^2\eta^2}{\omega^2} \right) - \frac{\omega(\xi + \omega - \eta\xi)}{\xi\eta} - \ln \operatorname{erfc} \left[\frac{V\bar{\xi}(1-\eta)}{2\sqrt{\eta}} + \frac{\omega}{\sqrt{\xi\eta}} \right] \right\}^{-1}. \quad (\text{XII.45})$$

Теперь, подставляя в выражение для $c(\xi)$ максимальное значение $c = c_m$, разрешая (XII.44) относительно $\exp(\xi)$ и логарифмируя, будем иметь

$$\xi = \ln \frac{2\omega - \xi\eta}{\omega - \xi\eta} \left[\exp \frac{\omega(\xi + \omega - \xi\eta)}{\xi\eta} \right] \operatorname{erfc} \left[\frac{V\bar{\xi}(1-\eta)}{2\sqrt{\eta}} + \frac{\omega}{\sqrt{\xi\eta}} + \frac{\omega}{\sqrt{\xi\eta}} \right] - 2 \frac{c_m}{c_0} - \ln \frac{\eta\xi}{\omega - \eta\xi} \operatorname{erfc} \left[\frac{V\bar{\xi}(1+\eta)}{2\sqrt{\eta}} \right]. \quad (\text{XII.46})$$

Вычисления параметров при известных c_m , v , t_m , h и l производится посредством совместного решения уравнений (XII.45) и (XII.46) относительно ξ и η (величины c_m/c_0 и vt_m/h известны из опыта).

Четвертая расчетная схема аналогична третьей, однако допущение о равенстве концентраций во входной камере $c_k(t)$ и в образце $c(0, t)$ в ней отсутствует. Вместо второго условия (XII.43) для этой схемы вводятся уравнения

$$h \frac{\partial c_k(t)}{\partial t} = v[c_1 - c_k(t)]; \quad vc_k(t) = vc(0, t) - D \frac{\partial c(0, t)}{\partial x}. \quad (\text{XII.47})$$

Первое уравнение (XII.47) дает равенство изменения массы вещества в камере разности входящего (vc_1) и выходящего (vc_k) конвективных потоков.

Второе уравнение (XII.47) является граничным условием III рода, предусматривающим разрыв концентрации при $x = 0$.

Рассматривая в дальнейшем наиболее часто используемый случай $c_1 = 0$, проинтегрируем первое уравнение (XII.47) в пределах от 0 до t и от c_0 до c_k . Подставляя полученное значение во второе уравнение (XII.47) будем иметь объединенное граничное условие для четвертой расчетной схемы

$$-D \frac{\partial c(0, t)}{\partial x} + vc(0, t) = vc_0 e^{-vt/h}. \quad (\text{XII.48})$$

В случае полуограниченного потока, дополняя (XII.48) краевыми условиями $c(x, 0) = 0$ и $\partial c(\infty, t)/\partial x = 0$, А. В. Шибанов получил следующее решение уравнения (XI.33)

$$\begin{aligned} \bar{c} = \frac{c}{c_0} &= \frac{\xi \eta}{4\omega} e^{\xi} \{ e^{-\omega - \xi/2} [(1 - \sigma) e^{-\sigma \xi/2} \operatorname{erfc} \varphi_1 + \\ &+ (1 + \sigma) e^{\sigma \xi/2} \operatorname{erfc} \varphi_2] - 2 \operatorname{erfc} \varphi_0 \}; \\ \varphi_0 &= \frac{1 + \eta}{2} \sqrt{\frac{\xi}{\eta}}; \quad \varphi_{1,2} = \frac{1 \pm \sigma \eta}{2} \sqrt{\frac{\xi}{\eta}}; \quad \sigma = \sqrt{1 - \frac{4\omega}{\xi \eta}}; \\ \xi &= vx/D; \quad \eta = vt/xn; \quad \omega = vt/h. \end{aligned} \quad (\text{XII.49})$$

Частный случай $h = 0$ приводит к известному [21] решению при условии III рода.

Для максимальной концентрации c_m действительно соотношение

$$\frac{4e^{-\varphi_0^2}}{\sqrt{\pi \xi \eta}} - e^{-\omega - \xi/2} [(1 - \sigma) e^{-\sigma \xi/2} \operatorname{erfc} \varphi_1 - (1 + \sigma) e^{\sigma \xi/2} \operatorname{erfc} \varphi_2] = 0. \quad (\text{XII.50})$$

Полагая далее, что значения ξ , η и ω относятся к точке максимума \bar{c}_m , умножая (XII.49) на $e^{-\xi/2}$ и складывая (XII.49) и (XII.50), найдем величину максимальной концентрации

$$\bar{c}_m = \frac{\xi \eta}{\omega} e^{\xi} \left(\frac{e^{-\varphi_0^2}}{\sqrt{\pi \xi \eta}} - 0,25 \operatorname{erfc} \varphi_0 \right). \quad (\text{XII.51})$$

Таким образом, при известных из опыта x_0 , t_m и \bar{c}_m имеются два уравнения для нахождения ξ и η , а именно (XII.50) и (XII.51). Решив их, определим параметры n и D

$$n = vt_m/x_0 \eta_m; \quad D = vx_0/\xi_m. \quad (\text{XII.52})$$

Пример расчета. При импульсном вводе индикатора во входную часть фильтрационного прибора ($t_m = 0,25$ сут) получен максимум концентрации ($\bar{c}_m = c_m/c_0 = 0,1$). Длина образца $x_0 = 0,5$ м, его пористость $n_0 = 0,25$, слой введенного индикатора $h = 0,05$ м, скорость фильтрации $v = 1$ м/сут. Требуется определить значения D и Γ по первой расчетной схеме.

Принимая в первом приближении $\bar{c}_m = 0$; $\xi = 12,3$ и $\eta = 0,86$, из уравнений (XII.34) — (XII.35) получим: $\xi_m = 9,59$; $\eta_m = 0,827$.

Таким образом, по (XII.36) имеем:

$$\begin{aligned} D &= \frac{vx_0}{\xi_m} = \frac{1 \cdot 0,5}{9,59} = 5,21 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2/\text{сут}; \\ n &= \frac{vt_m}{x_0 \eta_m} = \frac{1 \cdot 0,25}{0,5 \cdot 0,827} = 0,604; \\ \Gamma &= \frac{n}{n_0} - 1 = \frac{0,604}{0,25} - 1 = 1,417. \end{aligned}$$

Аналогичные расчеты приведены также в табл. 20 с целью оценить влияние коэффициента диффузии D , эффективной пористости n и скорости фильтрации на характер выходной кривой $c(t)$. Было принято по два значения этих параметров, что позволило из сравнения результатов сделать следующие выводы.

Т а б л и ц а 20

v , м/сут	D , м ² /сут	n	t_m , сут	$\xi = \frac{v l}{D}$	$\eta = \frac{v t_m}{n}$	$\eta_0 = \frac{v t_m}{n_0}$	c_m
1	$8,64 \cdot 10^{-2}$	0,25	0,0929	5,7870	0,7432	0,7432	0,0819
	$8,64 \cdot 10^{-2}$	0,75	0,2787	5,7870	0,7432	2,2296	0,0819
	$8,64 \cdot 10^{-3}$	0,25	0,1208	57,8704	0,9667	0,9667	0,2199
	$8,64 \cdot 10^{-3}$	0,75	0,3624	56,8704	0,9667	2,9001	0,2199
10	$8,64 \cdot 10^{-2}$	0,25	0,0121	57,8704	0,9667	0,9667	0,2199
	$8,64 \cdot 10^{-2}$	0,75	0,0362	57,8704	0,9667	2,9001	0,2199
	$8,64 \cdot 10^{-3}$	0,25	0,0125	578,7037	0,9973	0,9973	0,6806
	$8,64 \cdot 10^{-3}$	0,75	0,0374	578,7037	0,8873	2,9919	0,6806

1. Для одинаковых скоростей фильтрации v и коэффициентов диффузии D безразмерные параметры ξ и η , а также максимальная концентрация c_m , не изменяются как при наличии, так и при отсутствии массообмена. Массообмен приводит к увеличению времени появления максимальной концентрации t_m , а также значения параметра η в k раз ($k = n/n_0$).

2. При увеличении скорости фильтрации v на порядок время t_m при наличии и отсутствии массообмена уменьшается также приблизительно на порядок. При увеличении коэффициента диффузии на порядок время уменьшается на 20—30% ($v = 1$ м/сут) или незначительно ($v = 10$ м/сут).

3. Увеличение скорости фильтрации v и уменьшение коэффициента диффузии D в k раз как при наличии массообмена, так и при отсутствии его увеличивают значение максимальной концентрации на выходе из колонки c_m . При этом величина c_m изменяется приблизительно пропорционально \sqrt{k} .

ПОЛЕВЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ§ 1. Определение параметров методом запуска индикатора
в естественный поток подземных вод

Широко используемый при фильтрационных исследованиях метод индикаторов основан на вводе какого-либо вещества в пусковую (загрузочную) скважину и его регистрации по концентрации c (или другой числовой характеристике) во времени t в находящейся ниже по течению улавливающей скважине. По этой информации находятся некоторые гидродинамические (истинная скорость фильтрации u^* , активная пористость n_0 , распределение пор по размерам), геохимические (коэффициент конвективной диффузии D , константы сорбционного и ионообменного поглощения Γ и γ) и теплофизические (температуропроводность a , коэффициент теплопроводности λ , константа скорости теплообмена α) параметры.

При импульсном вводе индикатора выходная кривая $c(t)$ (рис. 82) имеет характерный максимум (точка E) и две, три или четыре точки перегиба B и C .

Такой характер кривой обусловлен дисперсией индикатора в процессе фильтрации и поглощением его породой. При значительной дисперсии увеличивается время прохождения индикатора t_s и уменьшается максимальная концентрация c_m . Поглощение индикатора увеличивает время его подхода к улавливающей скважине и снижает максимум его концентрации. Кинетика сорбционного поглощения индикатора существенно изменяет также форму выходной кривой, делая ее асимметричной.

Для определения параметров используются решения уравнения конвективной диффузии и равновесного массообмена вида

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_* \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} = n \frac{\partial c}{\partial t}; \quad n = n_0(1 + \Gamma), \quad (\text{XIII.1})$$

где D и D_* коэффициенты продольной и поперечной конвективной диффузии ($D = D_m + \lambda v$; $D_* = D_m + \lambda_* v$).

При применении несорбирующихся индикаторов ($n = n_0$) и выполнении условия $t_s \leq 0,1 t_0$ явлениями дисперсии можно пренебречь и определять величину истинной скорости фильтрации по приближенной формуле

$$u^* = x_0 / t_m, \quad (\text{VIII.2})$$

где x_0 — расстояние между пусковой и улавливающей скважинами; t_m — время прохождения максимума концентрации индикатора в улавливающей скважине.

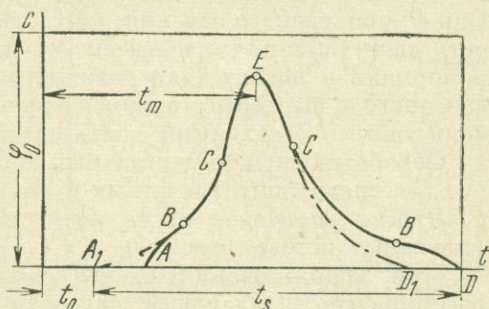


Рис. 82. Характерные точки и время индикаторной кривой при импульсном вводе

Если известны коэффициент фильтрации k и уклон естественного потока i , активная пористость находится по формуле

$$n_0 = ki/u^*. \quad (\text{XIII.3})$$

Скорость фильтрации v находится также по измерениям концентрации индикатора в пусковой скважине решением уравнения Д. И. Кочерина [27].

$$W \frac{\partial c}{\partial t} = -\theta vfc, \quad (\text{XIII.4})$$

из которого после интегрирования получаем:

$$v = \frac{W}{\theta ft} \ln \frac{c_0}{c} = \frac{b}{\theta t} \ln \frac{c_0}{c}; \quad c_0 = \frac{g}{W}, \quad (\text{XIII.5})$$

где $W = fb$ — объем выработки в пределах водоносного слоя; $f = lb$ — площадь ее поперечного сечения, нормального к потоку подземных вод; l — мощность слоя (высота выработки); b — ширина поперечного сечения выработки по нормали к потоку (для скважины $b' = 2r_0 = d_0$); g — масса индикатора, введенного в выработку в момент времени $t = 0$; θ — коэффициент, учитывающий уширение захватной зоны выработки.

Обработка экспериментальных данных ведется по зависимостям, полученные для следующих расчетных схем.

Первая расчетная схема предусматривает модели плоского и линейного мгновенных источников.

При использовании схемы плоского источника посредством введения коэффициента θ плановый двухмерный фильтрационный поток приводится к плоскопараллельному (одномерному), в котором скорость v между пусковой и улавливающей скважинами считается одинаковой и постоянной. Диффузионный поток считается также одномерным, поэтому поперечная конвективная диффузия в этом случае отсутствует ($D_* = 0$). Тогда решением (XIII.1) будет

$$c = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\bar{D}t}} \exp \left[-\frac{(x-\bar{v}t)^2}{4\bar{D}t} \right], \quad (\text{XIII.6})$$

где $\bar{D} = D/n$; $\bar{v} = v/n$; $Q = c_0 b$ — мощность источника; $c_0 = g/l\omega$; g — масса индикаторного вещества, введенного в момент времени $t = 0$ в выработку площадью поперечного сечения ω , вскрывающую водоносный пласт на глубину l . Для скважины диаметром d $\omega = \pi d^2/4$, $b = \pi d/4$.

Опытная выходная кривая $\bar{c} = c(t)/c_0$ имеет точку максимума, в которой $\partial\bar{c}/\partial t = 0$. Поэтому, находя первую производную (XIII.6) по t и приравняв ее к нулю, получаем

$$\bar{v} = \sqrt{x_0^2 - 2\bar{D}t_m/t_m}. \quad (\text{XIII.7})$$

В то же время величина \bar{v} определяется из (XIII.6) при $\bar{c} = \bar{c}_m = c_m/c_0$

$$\bar{v} = \frac{x_0}{t_m} - 2 \sqrt{\frac{\bar{D}}{t_m} \ln \frac{b}{2c_m \sqrt{\pi\bar{D}t_m}}}. \quad (\text{XIII.8})$$

Введя обозначения

$$p = 2\sqrt{\pi\bar{c}_m x_0/b}; \quad r = b/2\bar{c}_m \sqrt{\pi\bar{D}t_m} \quad (\text{XIII.9})$$

и приравнивая правые части (XIII.7) и (XIII.8), получим следующее соотношение:

$$p = \frac{1}{r} \cdot \frac{1+2 \ln r}{2 \sqrt{\ln r}}, \quad (\text{XIII.10})$$

график которого представлен на рис. 83.

Методика определения параметров заключается в следующем. По опытными значениям \bar{c}_m и x/b из первого уравнения (XIII.9) определяется величина p , а по графику (см. рис. 83) находится соответствующая ей величина r . Затем из второго уравнения (XIII.9) находится коэффициент \bar{D}

$$\bar{D} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{b}{rc_m} \right)^2 \cdot \frac{1}{t_m}. \quad (\text{XIII.11})$$

В случае равновесного массообмена при линейной изотерме можно определить коэффициент Генри Г. Подставив (XIII.11) в (XIII.6), получим

$$\bar{v} = \frac{x}{t_m} \sqrt{1 - \frac{2}{(p \cdot r)^2}}. \quad (\text{XIII.12})$$

По известному t_m и соответствующей концентрации в пусковой скважине c_* по (XIII.5) находим $v = -\bar{b} \ln c_*/\theta t_m$. После этого определяют $n = v/\bar{v}$; $\Gamma = n/n_0 - 1$ и $D = n\bar{D}$. При этом ориентировочно можно принять $\theta = 2$.

При использовании схемы линейного источника представляется возможность учесть различия в значениях коэффициентов продольной D и поперечной D_* диффузии. Распределение концентрации индикатора в одномерном потоке, направленном вдоль оси x , в этом случае описывается уравнением (XIII.1) для линейного мгновенного источника

$$c = \frac{Q}{4\pi \bar{D} t} \exp \left[-\frac{(x - \bar{v}t)^2 + \alpha_2^2 y^2}{4\bar{D} t} \right], \quad (\text{XIII.13})$$

где $Q = c_0 \omega = g/l$; $\omega = \pi d^2/4$; g — масса вещества, вводимого в скважину диаметра d , с длиной рабочей части l ; $\bar{D} = D/n$; $\bar{v} = v/n$; $\alpha_2^2 = D/D_*$.

Для наблюдательной скважины на расстоянии x_0 ниже по течению $y = 0$ и поэтому

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = \frac{d^2}{16\bar{D} t} \exp \left[-\frac{(x - \bar{v}t)^2}{4\bar{D} t} \right]. \quad (\text{XIII.14})$$

Дифференцируя (XIII.14) по t и решая уравнения $\partial c/\partial t = 0$ для точки максимума выходной кривой при $t = t_m$ относительно \bar{v} , получим

$$\bar{v} = \sqrt{x_0^2 - 4\bar{D} t_m} / t_m. \quad (\text{XIII.15})$$

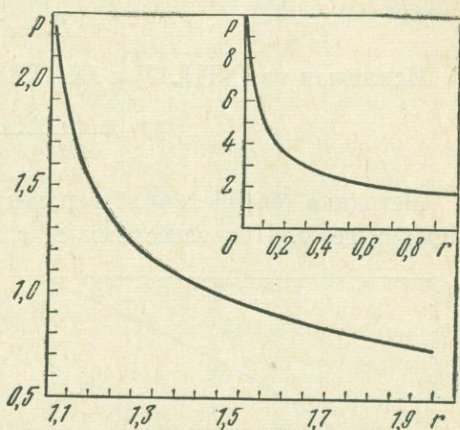


Рис. 83. График $p = f(r)$

Значение \bar{v} определяется также из (XIII.14) при условии $\bar{c} = \bar{c}_m$ и $t = t_m$. Тогда

$$\bar{v} = \frac{x_0 - 2\sqrt{\bar{D}t_m \ln p_*}}{t_m}; \quad p_* = \frac{d^2}{16\bar{D}\bar{c}_m t_m}. \quad (\text{XIII.16})$$

Приравнявая выражения (XIII.15) и (XIII.16), найдем

$$\bar{D} = \frac{x_0^2 \ln p_*}{t_m (1 + \ln^* p_*)^2}. \quad (\text{XIII.17})$$

Из (XIII.16) также следует

$$\bar{D} = d^2 / 16 p_* t_m \bar{c}_m. \quad (\text{XIII.18})$$

Исключая из (XIII.17) и (XIII.18) величину t_m , получим

$$M = \frac{p_* \ln p_*}{(1 + \ln p_*)^2}; \quad M = \frac{d^2}{16 x_0^2 \bar{c}_m}. \quad (\text{XIII.19})$$

Методика определения параметров по полученным формулам сводится к следующему. При известных d , x_0 , t_m и \bar{c}_m по второму уравнению (XIII.19) находится M , а по графику (рис. 84) — величина p_* . Затем по (XIII.18) вычисляется \bar{D} и по (XIII.15) — \bar{v} . Далее нетрудно найти $D = n\bar{D}$.

Концентрация в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии y_0 по нормали к направлению течения, при $x = 0$ равна

Концентрация в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии y_0 по нормали к направлению течения, при $x = 0$ равна

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = \frac{d^2}{16\bar{D}t} \exp \left[-\frac{\bar{v}^2 t^2 + \alpha_*^2 y_0^2}{4\bar{D}t} \right]. \quad (\text{XIII.20})$$

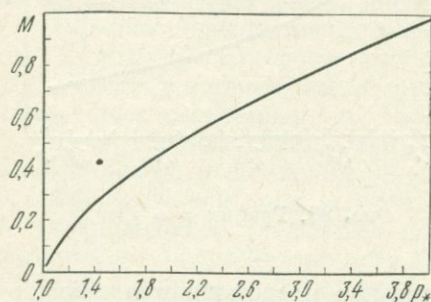


Рис. 84. График $M = f(p_*)$

Используя любую точку выходной кривой \bar{c}_y при $t = t_1$, находим

$$\alpha_* = \frac{vt_1}{y_0 n} \sqrt{-\frac{4Dn}{v^2 t_1} \ln p_y - 1}; \quad p_y = \frac{d^2}{16\bar{D}t_1 c_y}; \quad p_y < 1. \quad (\text{XIII.21})$$

Следовательно, коэффициент поперечной диффузии $D_* = D/\alpha_*^2$.

Вторая расчетная схема предусматривает равномерное распределение мгновенных линейных источников по поперечному сечению выработки (шурфа или скважины). Считая, что в случае скважины ее круглое сечение диаметром d_0 может быть заменено эквивалентным квадратом с длиной стороны $2b$ ($b = 0,443d$), решим уравнение (XIII.1) при следующих краевых условиях

$$c(x, y, 0) = \begin{cases} c_0 & \text{при } 0 \leq x, y \leq b \\ 0 & \text{при } b \leq x, y < \infty; \end{cases} \quad (\text{XIII.22})$$

$$\frac{\partial c(0, y, t)}{\partial x} = \frac{\partial c(x, 0, t)}{\partial y} = 0; \quad (\text{XIII.23})$$

$$\frac{\partial c(\infty, y, t)}{\partial x} = \frac{\partial c(x, \infty, t)}{\partial y} = 0. \quad (\text{XIII.24})$$

Для случая, когда наблюдательная скважина расположена на оси x ($x = x_0$; $y = 0$), решение задачи имеет вид

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x+b-\bar{v}t}{2\sqrt{\bar{D}t}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x-b-\bar{v}t}{2\sqrt{\bar{D}t}} \right) \right] \operatorname{erf} \frac{b}{2\sqrt{\bar{D}_*t}}, \quad (\text{XIII.25})$$

где $\bar{v} = v/n$; $\bar{D} = D/n$; $\bar{D}_* = D_*/n$; $n = n_0(1 + \Gamma)$; c_0 — начальная концентрация индикатора в выработке.

Так как $D_*/D \approx 0,05-0,1$, то в (XIII.25) можно принять $D_* \approx 0$ и $\operatorname{erf} (b/2\sqrt{\bar{D}_*t}) \approx 1$. Используя это допущение, найдем параметры \bar{D} и \bar{v} по характерной точке максимума кривой $c = f(t)$. Из условия $\partial c/\partial t = 0$ при $t = t_m$ получаем

$$\bar{D} = \frac{b(x_0 - \bar{v}t_m)}{t_m \ln M}; \quad M = \frac{\bar{v}t_m + x_0 + b}{\bar{v}t_m + x_0 - b}. \quad (\text{XIII.26})$$

Вводя значение \bar{D} в (XIII.25) при $\bar{D}_* = 0$, $t = t_m$ имеем

$$\bar{c} = 0,5 (\operatorname{erf} \varphi_1 - \operatorname{erf} \varphi_2), \quad (\text{XIII.27})$$

где

$$\varphi_{1,2} = \frac{1 \pm b^* - \eta_m}{2\sqrt{b^*(1-\eta_m)}} \sqrt{\ln \frac{1+b^* \pm \eta_m}{1-b^* \pm \eta_m}};$$

$$b^* = \frac{b}{x_0}; \quad \eta_m = \frac{\bar{v}t_m}{x_0}.$$

Значения функции $\bar{c} = f(b^*, \eta_m)$ приведены на графике (рис. 85).

Для определения \bar{v} и D сначала по известным b^* и \bar{c}_m на графике отыскивается параметр η_m и вычисляется $\bar{v} = \eta_m x_0 / t_m$. Подстановка этого значения \bar{v} в (XIII.26) дает \bar{D} . Коэффициент гидродинамической дисперсии находится теперь из соотношения $\lambda = \bar{D}/\bar{v}$.

Для определения коэффициента Генри следует найти \bar{v} из двух опытов — с сорбирующимся \bar{v}_1 и несорбирующимся \bar{v}_2 индикаторами. Тогда получим

$$\Gamma = \frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2} - 1. \quad (\text{XIII.28})$$

Коэффициент Γ можно определить также из балансового соотношения

$$2btx_0n_0c_{cp}\Gamma = 4b^2mc_0 - 2bmn_0\bar{v}(1 + \Gamma)I_0; \quad (\text{XIII.29})$$

$$I_0 = \int_{t_0}^{t_0+t_s} c dt.$$

В левой части этого уравнения — масса индикатора, сорбированного между пусковой выработкой и наблюдательной скважиной (в призме объемом

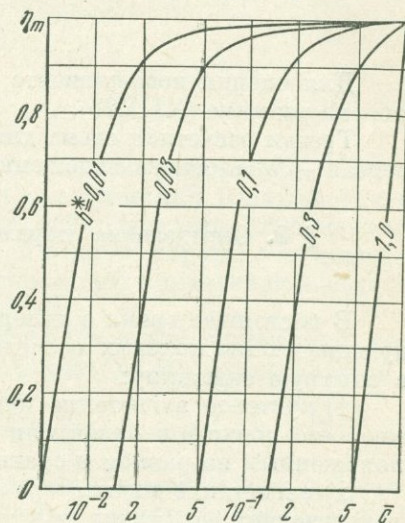


Рис. 85. График $\bar{c} = f(\eta)$ при различных b^*

$mx_0 \cdot 2b$); в правой части — первое слагаемое равно массе индикатора, введенного в пусковую выработку, а второе — массе индикатора, прошедшего через наблюдательную скважину за время t_s . Если интеграл I_0 найти графически по экспериментальному графику $c = f(t)$, то

$$\Gamma = \frac{2bc_0 - n_0 \bar{v} I_0}{n_0 (x_0 c_{cp} + v I_0)}. \quad (\text{XIII.30})$$

При известной скорости фильтрации v

$$\Gamma = \frac{2bc_0 - v I_0}{c_{cp} n_0 x_0}. \quad (\text{XIII.31})$$

Для оценки коэффициента поперечной диффузии D_* может быть использовано решение (XIII.25).

Третья расчетная схема для условий полевого опыта не имеет места, а четвертая — аналогична изложенной в § 4 главы XII.

§ 2. Определение параметров методом нагнетания индикатора в скважину

В настоящее время в литературе [39, 46, 50, 55, 84, 85] обсуждаются следующие схемы полевых исследований, основанные на нагнетании индикатора в опытную скважину:

- 1) кустовое нагнетание индикатора в центральную скважину с регистрацией его подхода к одной или нескольким наблюдательным скважинам, расположенным на равном и сравнительно близком расстоянии (10—20 м);
- 2) нагнетание индикатора в скважину с одновременной откачкой воды из разгрузочной скважины, в которой регистрируется также подход индикатора;
- 3) нагнетание и последующая откачка индикатора из скважины.

При этом вторая схема имеет ограниченное применение из-за того что форма индикаторной (выходной) кривой, получаемой в разгрузочной скважине, определяется в основном геометрией течения от источника к стоку. Видоизменение этой кривой, обусловленное процессом конвективной диффузии индикатора в пласте, весьма незначительно, что порождает значительные ошибки при ее обработке с целью определения коэффициента конвективной диффузии [84].

Для третьей схемы до сих пор не получено удовлетворительного аналитического решения. Методика использования приближенных формул [46] дается в работе [39] и нуждается в опытной проверке.

Основной схемой опыта поэтому остается первая схема кустового нагнетания. Режим опыта для этой схемы выбирается в зависимости от возможного объема нагнетаемого индикаторного раствора. В соответствии с его уменьшением применяют непрерывный или непрерывно-импульсный ввод индикатора. Расчетная методика для обработки данных опыта строится на основе теоретического рассмотрения задачи радиальной конвективной диффузии с равновесным массообменом, формулируемой уравнениями (XI.22) и (XI.32), а также соответствующими краевыми условиями. В частном случае непрерывного ввода индикатора эти условия имеют вид

$$c(r, 0) = 0; \quad c(0, t) = c_0; \quad \partial c(\infty, t) / \partial r = 0. \quad (\text{XIII.32})$$

Для квазистационарного режима фильтрации, но изменяющегося во времени дебита нагнетания $Q(t)$ скорость фильтрации v и коэффициент конвективной диффузии D зависят от времени t и координаты r

$$v(r, t) = \frac{Q(t)}{2\pi m r}; \quad D = D_m + \lambda v(r, t). \quad (\text{XIII.33})$$

Если пренебречь влиянием молекулярной диффузии, т. е. считать $D \approx \lambda v$, то введением подстановок

$$x = \frac{r}{\lambda}; \quad K(t) = \frac{Q(t)}{2\pi m n}; \quad \tau = \frac{1}{\lambda^2} \int_0^t K(t) dt,$$

уравнение (XI.22) можно привести к виду

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x} = x \frac{\partial c}{\partial \tau}. \quad (\text{XIII.34})$$

При строгом решении уравнения (XIII.34) с краевыми условиями (XIII.32) получаем весьма сложный и непригодный для практических расчетов и особенно для определения параметров результат [52]. Поэтому отыскивались пути эффективного приближенного решения этой задачи, хорошо отвечающего опытным данным. Отметим здесь два подхода, нашедшие применение в методических рекомендациях по определению параметров.

По предложению В. М. Шестакова [62] введением новой переменной $x = \pi(r^2 - r_c^2)$, где r_c — радиус скважины, уравнение (XI.22) преобразуется в

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[4\pi(x + x_c) D \frac{\partial c}{\partial x} \right] - \frac{Q}{m} \frac{\partial c}{\partial x} = n \frac{\partial c}{\partial t}; \quad x_c = \pi r_c^2. \quad (\text{XIII.35})$$

Допуская, что дисперсия индикатора происходит в основном вблизи фронта его проникновения с учетом равновесной сорбции, величина $4\pi(x + x_c) D$ трактуется как осредненный коэффициент диффузии. Если координата фронта

$$r_* = \left(\frac{Qt}{\pi m n} \right)^{1/2}, \quad (\text{XIII.36})$$

то

$$\langle D \rangle = 4\pi \langle (x + x_c) D \rangle = 4\pi \left[D_m \left(\frac{\pi r_*^2}{2} + \pi r_c^2 \right) + \frac{\lambda Q}{m} \left(\frac{r_*}{3} + \frac{r_c}{2} \right) \right]. \quad (\text{XIII.37})$$

Принятое таким образом осреднение сводит задачу к решению линейного уравнения (XIII.35) с краевыми условиями вида (XIII.32). Асимптотическое решение этой задачи записывается для случая $D_m \approx 0$, $r_0 \approx 0$ следующим образом:

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = 0,5 \operatorname{erfc} \varphi; \quad \varphi = \frac{\rho^2 - \theta^2}{4\rho \sqrt{\theta/3}}; \quad \rho = \frac{r}{\lambda}; \quad \theta = \frac{r_*}{\lambda}. \quad (\text{XIII.38})$$

Несколько в иной форме решение этой задачи получено П. Раймонди, Г. Гарднером и К. Петриком [97], отличающееся от (XIII.38) выражением φ , а именно:

$$\varphi = \frac{\rho^2 - \theta^2}{4\rho \sqrt{\rho/3}}. \quad (\text{XIII.39})$$

В. М. Шестаковым [62] выполнено сопоставление теоретических значений c/c_0 , получаемых из (XIII.38), с опытными данными, полученными

на секторной модели пласта [90]. Экспериментальную проверку аналогичных зависимостей П. Раймонди и др. [97] осуществили также Р. Бентсен и Р. Нильсон [65]. Результаты этих сопоставлений показали удовлетворительную точность приближенных формул. Дж. Хоупс и Д. Харлеман [85] получили численное решение задачи в точной постановке и показали, что приближение П. Раймонди и др. отличается от численных результатов незначительно. На рис. 86 приведены данные расчетов численным методом [84] по формуле П. Раймонди и др. [97] и по формуле В. М. Шестакова (XIII.38). Если принять численный метод наиболее надежным, то зависимость (XIII.38) дает при сравнении наиболее близкие к нему результаты.

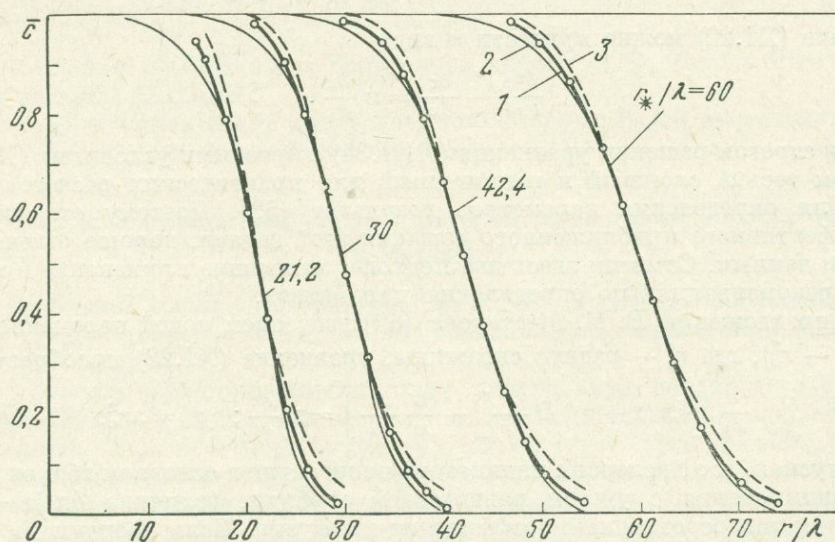


Рис. 86. Сопоставление кривых $\bar{c} = f(r_*/\lambda, r/\lambda)$, вычисленных по: 1 — численному методу Дж. Хоупса и Д. Харлемана; 2 — формуле В. М. Шестакова; 3 — формуле П. Раймонди и др.

Для определения коэффициента гидродинамической дисперсии λ и эффективной пористости $n = n_0(1 + \Gamma)$ по (XIII.38) можно пользоваться следующей методикой. Данные экспериментальной выходной кривой $c = f(t)$ в наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии r_0 от пусковой, в которой производится нагнетание индикаторного раствора с дебитом Q и концентрацией c_0 , приведены на графике $\zeta = f(t)$ (рис. 87). При этом для точек t_i, c

$$\zeta_i = t_i^{3/4} \operatorname{erf}^{-1}(1 - 2\bar{c}_i). \quad (\text{XIII.40})$$

Из решения (XIII.38) следует, что

$$\zeta = \frac{r_0^2 - qt/\pi n}{4\sqrt{\lambda}(q/\pi n)^{3/4}/\sqrt{3}}; \quad q = \frac{Q}{m}. \quad (\text{XIII.41})$$

Прямая, объединяющая экспериментальные точки на графике, пересекает ось абсцисс при $t = t_0$. Поэтому эффективная пористость

$$n = \frac{qt_0}{\pi r_0^2}. \quad (\text{XIII.42})$$

По отрезку, отсекаемому прямой на оси ординат ζ_0 , можно найти коэффициент

$$\lambda = 0,187 \frac{r_0 t_0^{3/2}}{\zeta_0^2}. \quad (\text{XIII.43})$$

Второй подход к получению приближенного решения уравнения (XI.22) заключается в непосредственном осреднении коэффициента диффузии $D(r)$. Так, для $D = \lambda v = \lambda Q / 2\pi m r$ его среднее для фиксированного r значение можно вычислить по формуле [21]:

$$\langle D \rangle = \frac{1}{r-r_c} \int_{r_c}^r D(r) dr = \frac{\lambda Q}{2\pi m (r-r_c)} \ln \frac{r}{r_c}. \quad (\text{XIII.44})$$

Считая, таким образом, в уравнении (XI.22) $D = \text{const}$ и выражая $\partial N / \partial t$ по (XI.32), имеем

$$\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1-2v}{r} \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{1}{\bar{D}} \frac{\partial c}{\partial t}; \quad v = \frac{Q}{4\pi m \bar{D}}, \quad \bar{D} = \frac{D}{n}. \quad (\text{XIII.45})$$

Решение уравнения (XIII.45) для скважины весьма малого радиуса ($r_c \approx 0$) при условии нагнетания в нее индикатора с концентрацией c_0 получено Н. Н. Веригиным [14]:

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = 1 - F_1(\beta, \vartheta), \quad (\text{XIII.46})$$

где

$$F_1(\beta, \vartheta) = \frac{1}{\Gamma(\beta\vartheta)} \int_0^{\vartheta} \eta^{\beta\vartheta-1} e^{-\eta} d\eta;$$

$$\vartheta = \frac{r^2 n}{4Dt}; \quad \beta = \frac{v}{\vartheta} = \frac{Qt}{\pi m r^2};$$

$\Gamma(\beta\vartheta)$ — гамма-функция.

Графики функции $F_1(\beta, \vartheta)$ заимствованы из работы [8] и представлены на рис. 88.

При определении параметров λ и n по экспериментальной кривой $c = f(t)$ с использованием решения (XIII.46) применяется способ подбора их значений, описанный в следующем параграфе. Наряду с этим способом может применяться следующий приближенный прием. По моменту времени $t_{0,5}$ прохождения через наблюдательную скважину концентрации $\bar{c} = 0,5$ определяется ориентировочное значение

$$n = Qt_{0,5} / \pi m r_0^2. \quad (\text{XIII.47})$$

Затем для ряда опытных значений t_i , \bar{c}_i находятся функции $F_{1i}(\beta_i, \vartheta_i)$ по (XIII.46) и при известных β_i величины ϑ_i , а также соответствующие им коэффициенты конвективной диффузии

$$D_i = \frac{r_0^2 n}{4\vartheta_i t_i}. \quad (\text{XIII.48})$$

После осреднения полученных значений D с помощью графиков (см. рис. 88) можно уточнить величину n и определить $\Gamma = n/n_0 - 1$.

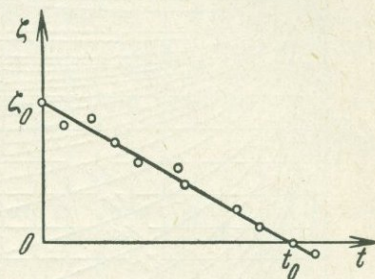


Рис. 87. Преобразование экспериментальных данных в прямолинейный график $\zeta = f(t)$

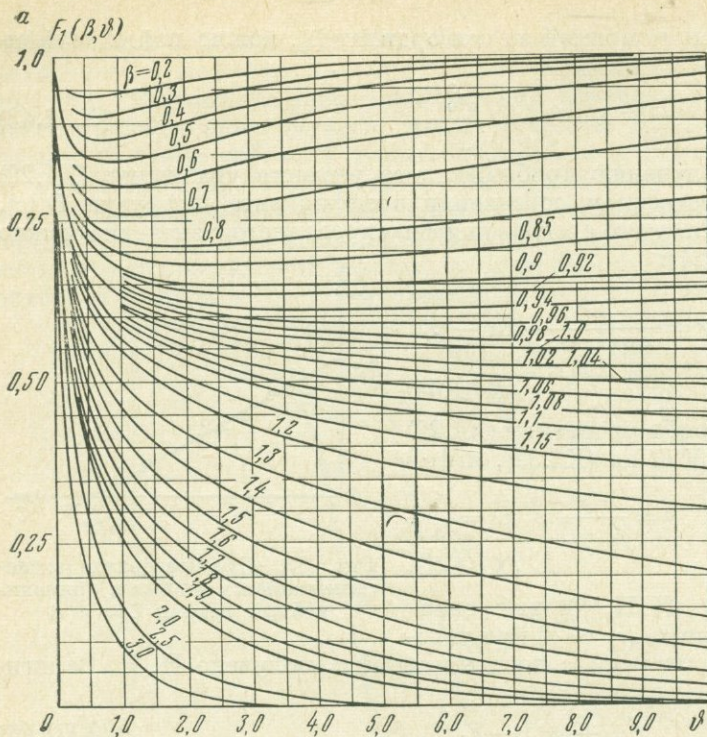
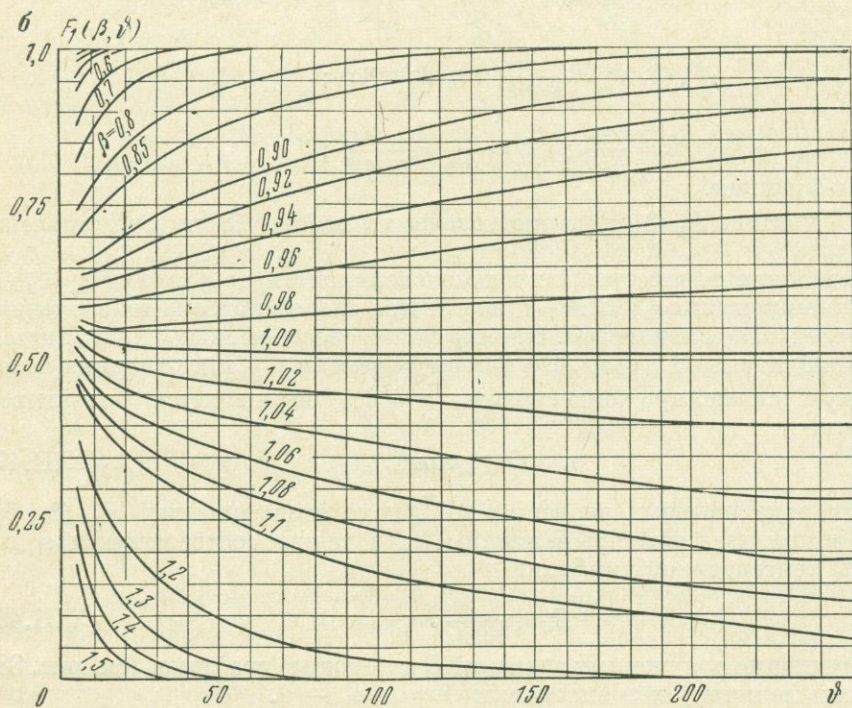


Рис. 88. График $F_1(\beta, \vartheta)$

a — при $\vartheta \leq 10$; б — при $\vartheta > 10$



При непрерывном вводе индикатора в нагнетательную скважину обычно расходуется большое количество раствора. Например, в сравнительно простых условиях исследования пласта мощностью $m = 5$ м, пористостью $n_0 = 0,3$ при расположении наблюдательных скважин на расстоянии $r_0 = 10$ м от центральной и отсутствии поглощения индикатора ($n = n_0$) на один опыт требуется около 500 м^3 раствора. Поэтому на практике применяется схема непрерывно-импульсного ввода индикатора с регистрацией индикаторной волны в наблюдательной скважине.

Если индикатор вводится в скважину в течение времени t_0 , а затем в нее же нагнетается чистая вода, то при $t \gg t_0$ эффективную пористость n можно приближенно вычислить по времени подхода t_m максимальной концентрации c_m к наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии r_0 от центральной

$$n = \frac{Qt_m}{\pi m r_0^2}. \quad (\text{XIII.49})$$

Характеристики концентрационной волны могут быть получены суперпозицией решений вида (XIII.38).

Тогда для этого случая

$$\bar{c} = 0,5 (\operatorname{erfc} \varphi - \operatorname{erfc} \varphi_u), \quad (\text{XIII.50})$$

где

$$\varphi_u = \frac{\rho^2 - \theta_u^2}{4\theta_u \sqrt{\theta_u/3}}; \quad \theta_u = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{Q(t-t_0)}{\pi m n}}.$$

Принятое допущение $t \gg t_0$ позволяет получить выражение для максимальной концентрации

$$\bar{c}_m = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \frac{\theta_0^2}{4\theta_m \sqrt{\theta_m/3}}, \quad (\text{XIII.51})$$

в котором $\theta_0 = \theta|_{t=t_0}$; $\theta_m = \theta_u|_{t=t_m}$.

Из (XIII.51) при известных t_0 , t_m , c_m и n находим коэффициент гидродинамической дисперсии

$$\lambda = \frac{3}{16} \frac{\theta_0}{(t_m/t_0 - 1) [\operatorname{erf}^{-1}(2\bar{c}_m)]^2}. \quad (\text{XIII.52})$$

В случае использования решения (XIII.46) и его суперпозиции будем иметь [9].

$$c = F_1(v, \vartheta_u) - F_1(v, \vartheta); \quad \vartheta_u = \vartheta|_{t=t-t_0}. \quad (\text{XIII.53})$$

Дифференцируя (XIII.53) по t и приравнивая производную в точке максимума $c_m(t_m)$ нулю, получим формулу для определения коэффициента диффузии

$$D = \frac{r_0^2 n}{4t_m^2} R - \frac{Q}{4\pi m} \quad (\text{XIII.54})$$

где $R = -\bar{t}/(1-\bar{t}) \ln(1-\bar{t})$; $\bar{t} = t_0/t_m$. Значение n вычисляется по приближенной формуле (XIII.49).

§ 3. Определение параметров инъекции вязких веществ в горные породы

При возведении гидротехнических сооружений и проходке горных выработок часто возникает необходимость в увеличении прочности и уменьшении проницаемости горных пород, а также в устройстве противофильтрационных

завес. Для этого осуществляется инъекция (нагнетание) через скважины в горные породы цементационного, глинистого, силикатного растворов (суспензий) или битумной эмульсии. Эти вязжущие растворы заполняют часть трещин и пор в породе и затвердевают, что приводит к уменьшению водопроницаемости пород и их упрочнению.

Будем рассматривать процесс затвердевания как равновесный массообмен, при котором быстро устанавливается постоянное соотношение между содержанием вязжущего вещества в его твердой и жидкой фазах. При нагнетании растворов вблизи инъекционных скважин образуются две зоны: 1) отвердения, в которой концентрация раствора (суспензии, эмульсии) постоянна и равна c_0 ; 2) проникновения растворенных и эмульгированных веществ из скважин. В последней зоне концентрация веществ изменяется от c_0 до 0, а проницаемость вследствие выпадения вязжущих веществ из раствора меняется от сечения к сечению, но при расчетах ее будем усреднять.

В первой зоне коэффициент фильтрации k_1 , преезопроводность пласта a_1 ; во второй зоне соответственно k_2 и a_2 . Повышения напора в первой и второй зонах s_1 и s_2 находятся из совместного решения двух уравнений при условиях

$$s_2(r, 0) = 0; \quad -2\pi r_0 m k_1 \frac{\partial s_1(r_0, t)}{\partial r} = Q = \text{const}; \quad (\text{XIII.55})$$

$$s_2(\infty, t) = 0; \quad s_1(R_0, t) = s_2(R_0, t); \quad (\text{XIII.56})$$

$$\frac{\partial s_1(R_0, t)}{\partial r} = \sigma \frac{\partial s_2(R_0, t)}{\partial r}; \quad n \frac{dR_0}{dt} = -k_1 \frac{\partial s_1(R_0, t)}{\partial r}, \quad (\text{XIII.57})$$

где $n = n_0(1 + \Gamma)$; $\sigma = k_2/k_1$; R_0 — координата границы между зонами.

Последнее условие справедливо для жесткого режима фильтрации в первой зоне ($a_1 = \infty$), когда расход в ней одинаков.

Решение задачи при указанных условиях имеет вид

$$s_1 \simeq \frac{Q\mu}{4\pi k_2 m} \left(\alpha_2 \ln \frac{2.25 a_2}{q} - \sigma \ln \frac{r^2}{qt} \right); \quad (\text{XIII.58})$$

$$s_2 = -\frac{Q\alpha_2}{4\pi k_2 m} \text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4a_2 t} \right); \quad R_0 = \sqrt{qt}, \quad (\text{XIII.59})$$

где

$$q \simeq Q/\pi m n; \quad \alpha_2 = \exp(q/4a_2).$$

Для определения концентрации раствора в зоне $R_0 < r < \infty$ уравнение (XIII.45) интегрируется при условиях

$$c(r, 0) = c(\infty, t) = 0; \quad c(R_0, t) = c_0. \quad (\text{XIII.60})$$

Решение такой задачи, выражающееся через функцию Н. Н. Веригина [14], имеет вид

$$\bar{c} = \frac{c}{c_0} = \frac{F(\beta, \vartheta)}{F(\beta_0, \vartheta_0)}; \quad F(\beta, \vartheta) = 1 - F_1(\beta, \vartheta). \quad (\text{XIII.61})$$

Обозначение в (XIII.61) те же, что и в (XIII.46). Кроме того, здесь $\beta_0 = \sqrt{qt}/\pi m n R_0^2$; $\vartheta_0 = R_0^2 n / 4Dt$. Если $R_0 = \sqrt{qt}$, то $\beta_0 = 1$, $\vartheta_0 = Q/4\pi m D$ и

$$\bar{c} = F(\beta, \vartheta)/F(1, \vartheta_0). \quad (\text{XIII.62})$$

Определение неизвестных параметров D и n по данным измерения концентраций раствора $c(r_0, t)$ в наблюдательной скважине производится следу-

ющим образом. По двум экспериментальным точкам $\bar{c}_{1,2}(t_{1,2})$, задаваясь рядом значений $\bar{\theta}_0$ и β , по (XIII.62) и графикам $F_1(\beta, \bar{\theta})$ находят $\bar{\theta}$ и \bar{c} . Кривые $\bar{c}(\bar{\theta})$ для значений $\bar{\theta}_0$ наносятся на график. Далее проводят сечение $\bar{c} = \bar{c}_1$ и определяют ординаты $\bar{\theta}'$ точек пересечения этого сечения с кривыми $\bar{c}(\bar{\theta}_0)$; для $\bar{c} = \bar{c}_2$ определяются ординаты $\bar{\theta}''$ точек пересечения этого сечения с кривыми $\bar{c}(\bar{\theta}_0)$. Имея в виду, что $\bar{\theta}'' = \bar{\theta}' t_2 / t_1$, строят кривые $\bar{\theta}_0 = f(\bar{\theta}')$ для сечений \bar{c}_1 и \bar{c}_2 . Пересечение этих кривых дает $\bar{\theta}_0$ и $\bar{\theta}'$, а затем

$$n = \frac{Q t \bar{\theta}'}{\pi m r^2 \bar{\theta}_0}; \quad D = \frac{Q}{4 \pi m \bar{\theta}_0}. \quad (\text{XIII.63})$$

Последовательность расчета приводится ниже (см. пример 3).

Пример 1. Рассчитать параметры v , D и Γ по первой расчетной схеме для плоского источника, если известны: расстояние между пусковой ($\alpha = 0,1$ м) и наблюдательной скважинами $x_0 = 1,5$ м, пористость грунта $n_0 = 0,25$ и максимальная концентрация в наблюдательной скважине $\bar{c}_m = 1,5 \cdot 10^{-2}$, зарегистрированная в момент времени $t_m = 8,6$ сут. В это же время концентрация в пусковой скважине равнялась $c_* = 2 \cdot 10^{-4}$. При $b = \pi d/4 = 7,87 \cdot 10^{-2}$ м и $x_0^2 = 19,1$ по первой формуле (XIII.9) находим:

$$p = 2 \sqrt{\pi} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 19,1 = 1,016,$$

а затем по графику (см. рис. 83) $r = 1,415$.

По (XIII.11) и (XIII.12) определяются \bar{D} и \bar{v}

$$\bar{D} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{7,87 \cdot 10^{-2}}{1,415 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{8,6} = 0,1268 \text{ м}^2/\text{сут};$$

$$\bar{v} = \frac{1,5}{8,6} \sqrt{1 - \frac{2}{1,016^2 \cdot 1,415^2}} = 0,0314 \text{ м/сут}.$$

Из (XIII.5) при $\theta = 2$

$$v = \frac{7,87 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 8,6} \ln \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} = 3,9 \cdot 10^{-2} \text{ м/сут}.$$

Тогда эффективная пористость

$$n = \frac{3,9 \cdot 10^{-2}}{0,0314} = 1,24,$$

параметр $\Gamma = 1,24/0,25 - 1 = 3,96$, а коэффициент конвективной диффузии $D = 1,24 \times 0,1268 = 0,157 \text{ м}^2/\text{сут}$.

В табл. 21 приведены значения \bar{c}_m , \bar{c}_* , отвечающие различным t_m , а также соответствующие значения параметров ξ , η и η_0 . Анализ этой таблицы приводит к выводам, совпадающим с заключениями по расчету для схемы лабораторного опыта (см. табл. 20). Для сравнения со случаем плоского источника при граничном условии (XII.32) были проведены расчеты по данным полевого опыта, сведенные в табл. 22. Из сравнения результатов табл. 21 и 22 следует, что использование граничного условия (XII.32) при одинаковых v и D приводит к уменьшению t_m в 9 раз, увеличению \bar{c}_m в три раза и к уменьшению значений параметров ξ и η в три раза как при наличии, так и при отсутствии массообмена.

Пример 2. Определить параметры v , D , D_* и Γ по первой расчетной схеме для линейного источника если известны: расстояние от пусковой скважины ($\alpha = 0,1$ м) до наблюдательной скв. 1 вниз по потоку $x_0 = 1,5$ м, до наблюдательной скв. 2 поперек потока $y_0 = 0,5$ м, пористость грунта $n_0 = 0,25$, коэффициент фильтрации $k = 10$ м/сут, мощность пласта $m = 5$ м, масса индикатора, введенного в скважину $q = 50$ г. Время появления максимальной концентрации $\bar{c}_m = 5,5 \cdot 10^{-4}$ в наблюдательной скв. 1 $t_m = 4,7$ сут. В этот момент времени концентрация в пусковой скважине $\bar{c}_* = 0,01$, а в наблюдательной скв. 2 $\bar{c}_y = 3,5 \cdot 10^{-3}$.

Таблица 21

v , м/сут	$D \cdot 10^2$, м ² /сут	n	t , сут	$\xi = \frac{v \cdot x_0}{D}$	$\eta = \frac{vtm}{x_0 n}$	$\gamma = \frac{vt}{x_0 n_0}$	\bar{c}_m	\bar{c}_*
0,04	8,64	0,25	2,94	0,694	0,313	0,313	$1,69 \cdot 10^{-2}$	$5,245 \cdot 10^{-2}$
	8,64	0,75	8,82	0,694	0,313	0,940	$1,69 \cdot 10^{-2}$	$1,190 \cdot 10^{-4}$
	$8,64 \cdot 10^{-1}$	0,25	8,125	6,944	0,866	0,866	$4,04 \cdot 10^{-2}$	0,438
	$8,64 \cdot 10^{-1}$	0,75	24,37	6,944	0,866	2,598	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$8,287 \cdot 10^{-2}$
0,004	8,64	0,25	3,28	0,69	0,035	0,035	$1,31 \cdot 10^{-2}$	0,716
	8,64	0,75	9,84	0,069	0,035	0,105	$1,31 \cdot 10^{-2}$	0,368
	$8,64 \cdot 10^{-1}$	0,25	29,4	0,694	0,314	0,314	$1,69 \cdot 10^{-2}$	$5,036 \cdot 10^{-2}$
	$8,64 \cdot 10^{-1}$	0,75	88,2	0,694	0,314	0,940	$1,69 \cdot 10^{-2}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$

Таблица 22

v , м/сут	$D \cdot 10^2$, м ² /сут	n	t , сут	$\xi = \frac{vx_0}{D}$	$\eta = \frac{vtm}{x_0 n}$	$\eta_0 = \frac{vt}{x_0 n_0}$	\bar{c}_m
0,04	8,64	0,75	0,972	0,231	0,104	0,310	0,050
	0,864	0,75	5,023	0,231	0,536	1,609	0,022
0,04	8,64	0,75	1,073	0,0231	0,0114	0,034	0,045
	0,864	0,25	3,238	0,231	0,104	0,104	0,050
	0,864	0,75	9,71	0,231	0,104	0,311	0,050

Начальная концентрация индикатора в пусковой скважине

$$c_0 = \frac{g}{0,25\pi d^2 m} = \frac{50}{0,25\pi \cdot 0,1^2 \cdot 5} = 15,8 \text{ г/м}^3.$$

Скорость фильтрации по формуле (XIII.5) при $\theta = 2$ и $b = 7,87 \cdot 10^{-2}$ м,

$$v = \frac{7,87 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 4,7} \ln \frac{1}{0,01} = 3,96 \cdot 10^{-2} \text{ м/сут.}$$

По второму соотношению (XIII.19)

$$M = \frac{0,1^2}{16 \cdot 1,5^2 \cdot 5,5 \cdot 10^{-4}} = 0,505.$$

Этому значению по графику (см. рис. 85) соответствует $p = 2,068$.
Следовательно, по (XIII.18)

$$D = \frac{0,1^2}{16 \cdot 2,068 \cdot 4,7 \cdot 5,5 \cdot 10^{-4}} = 0,117 \text{ м}^2/\text{сут.}$$

По формуле (XIII.15) имеем

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{1,5^2 - 4 \cdot 0,117 \cdot 4,7}}{4,7} = 4,78 \cdot 10^{-2} \text{ м/сут.}$$

При известных v и \bar{v}

$$n = v/\bar{v} = 0,808; \quad \Gamma = 0,808/0,25 - 1 = 2,23.$$

Коэффициент диффузии по направлению потока

$$D = n\bar{D} = 0,808 \cdot 0,117 = 9,46 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{сут.}$$

Для вычисления коэффициента поперечной диффузии D_* найдем сначала α_* по (XIII.21)

$$\alpha_* = \frac{3,96 \cdot 10^{-2} \cdot 4,7}{0,5 \cdot 0,808} \sqrt{-\frac{4 \cdot 9,46 \cdot 10^{-2}}{3,96^2 \cdot 10^{-4} \cdot 4,7} \ln \frac{10^{-2}}{16 \cdot 0,117 \cdot 4,7 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}}} - 1 = 3,163,$$

тогда

$$D_* = D/\alpha_*^2 = 9,38 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{сут.}$$

В табл. 23 приведены результаты вычисления i_m , c_m , c_y и c_* при различных значениях v , D , D_* и Γ . Из этих результатов следует, что концентрация в пусковой скважине \bar{c}_*

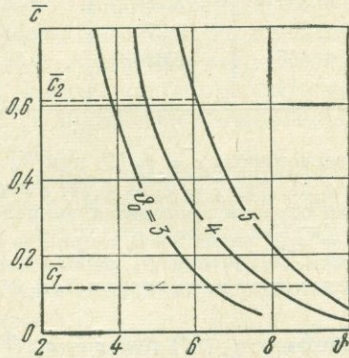


Рис. 89. График $\bar{c} = f(\vartheta_0, \vartheta)$

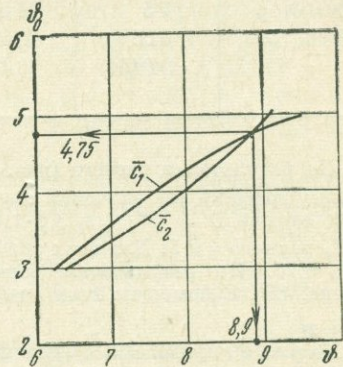


Рис. 90. График $\vartheta_0 = f(c_i, \vartheta)$

существенно меняется в зависимости от скорости v : при увеличении v на порядок \bar{c}_* возрастает на два-три порядка, причем уже для скорости в несколько сантиметров в сутки эта концентрация падает до 0,1% от первоначального значения. Максимальная концентрация c_m в наблюдательной скважине вниз по потоку примерно на три порядка меньше начальной концентрации в пусковой скважине. При больших D ($> 10^{-2}$ см/с) она почти не зависит от скорости, а при малых D ($< 10^{-3}$ см/с) изменяется существенно (с ростом v в 10 раз c_m увеличивается в 20—25 раз). Концентрация \bar{c}_* с ростом Γ уменьшается.

Т а б л и ц а 23

v , м/сут	$D \cdot 10^2$, м ² /сут	$D \cdot 10^3$, м ² /сут	n	i_m , сут	$\xi = \frac{vx_0}{D}$	$\eta = \frac{vt_m}{x_0 n}$	$\eta_0 = \frac{vt_m}{x_0 n_0}$	$\bar{c}_m \cdot 10^3$	\bar{c}_*	\bar{c}_y
0,04	8,64	8,64	0,25	1,58	0,694	0,168	0,168	0,561	0,2005	$3,69 \cdot 10^{-3}$
	8,64	8,64	0,75	4,74	0,694	0,168	0,505	0,561	0,00806	$3,69 \cdot 10^{-3}$
	0,864	0,864	0,25	7,05	6,944	0,752	2,24	2,24	$7,72 \cdot 10^{-4}$	0,125
	0,864	0,864	0,75	21,17	6,944	0,752	2,258	2,23	$4,4 \cdot 10^{-4}$	0,1228
0,004	8,64	8,64	0,25	1,63	0,0694	0,0173	0,017	$4,23 \cdot 10^{-4}$	0,847	$3,35 \cdot 10^{-3}$
	8,64	8,64	0,75	4,88	0,0694	0,017	0,052	$4,23 \cdot 10^{-4}$	0,609	$3,38 \cdot 10^{-3}$
	0,864	0,864	0,25	15,81	0,694	0,168	0,168	$5,61 \cdot 10^{-4}$	0,200	$3,69 \cdot 10^{-3}$
	0,864	0,864	0,75	47,44	0,694	0,168	0,506	$5,61 \cdot 10^{-4}$	0,008	$3,69 \cdot 10^{-3}$

Пример 3. При нагнетании цементного раствора с дебитом $Q = 20$ м³/сут в пласт мощностью $m = 2$ м в наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии $r_0 = 10$ м от центральной в моменты времени $t_1 = 5$ сут и $t_2 = 8$ сут зарегистрированы относительные концентрации $\bar{c}_1 = 0,115$ и $\bar{c}_2 = 0,610$. Найти значения n и D .

Задавая значение $\vartheta_0 = 3$, по уравнению (XIII.62) находим величины \bar{c} в зависимости от ϑ (табл. 24).

Таблица 24

Параметры	Значения ϑ, F, \bar{c} при разных β					
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\vartheta = \vartheta_0/\beta$	7,5	6,0	5,0	4,3	3,75	3,33
$F(\beta, \vartheta)$	0,02	0,06	0,12	0,20	0,27	0,35
$\frac{\bar{c}}{c}$	0,046	0,139	0,279	0,465	0,640	0,815

По результатам расчета (рис. 89) построен график зависимости $\bar{c} = f_1(\vartheta)$ при $\vartheta_0 = 3$. По этому графику для значения $\bar{c} = \bar{c}_1 = 0,115$; $v = \vartheta' = 6,35$. Для $\bar{c} = \bar{c}_2 = 0,61$; $v = \vartheta'' = 3,9$, откуда $\vartheta' = \vartheta'' \cdot t_2/t_1 = 3,9 \cdot 1,6 = 6,25$. Аналогичным образом проводятся вычисления для ϑ_0 равного 4 и 5. Для этих значений ϑ_0 найдем при $\bar{c} = \bar{c}_1$ ϑ' равно 8 и 9, а при $\bar{c} = \bar{c}_2$ — 7,60 и 9,76. По результатам расчета построены графики $\bar{c} = f(\vartheta)$ при ϑ_0 , равном 3; 4 и 5 (см. рис. 89). С помощью этих графиков установлена связь между параметрами ϑ_0 и ϑ' при $\bar{c} = \bar{c}_{1,2}$.

На рис. 90 приведены кривые $\vartheta_0 = \varphi_1(\vartheta')$ при $\bar{c} = \bar{c}_1$ и $\vartheta_0 = \varphi_2(\vartheta')$ при $\bar{c} = \bar{c}_2$. Точка пересечения этих кривых дает значения $\vartheta' = 8,9$ и $\vartheta_0 = 4,75$.

Далее определяем параметры

$$D = \frac{20}{4\pi \cdot 2 \cdot 4,75} = 0,167 \text{ м}^2/\text{сут}; \quad n = \frac{20 \cdot 5 \cdot 8,9}{\pi \cdot 100 \cdot 2 \cdot 4,75} = 0,298.$$

ЛАБОРАТОРНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИНТЕГРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

§ 1. Особенности индикаторных кривых при массообмене I и II типов

Из опытов всегда известны величины v , c_0 и $c(l_x, t)$, поэтому для любого момента времени можно судить о поступлении, выходе и накоплении в колонке веществ, ассоциированных с жидкостью. Это позволяет наряду с кривыми изменения концентрации солей в жидкой фазе $c(l, t) = f(t)$ построить также кривые изменения концентрации солей в твердой фазе грунта $N(l, t) = \varphi(t)$. Эти кривые удобно строить на безразмерной абсциссе $\eta = (vt)/(ln_0)$, где величина η показывает, сколько раз сменился раствор в порах грунта при фильтрации.

Помимо анализа фильтрата на выходе из колонки концентрация раствора может измеряться также в различных сечениях колонки посредством специальных датчиков, установленных в грунте и выведенных из колонки. В этом случае применяются различные косвенные методы химического анализа, точность которых для данного раствора и грунта должна быть предварительно проверена.

При детальном исследовании опыты по фильтрации растворов ведутся в колонках разной длины l . Иногда несколько колонок одинаковой длины соединяются последовательно. Тогда фильтрат первой из них поступает во вторую и так по всей цепи колонок. В этом случае после каждой колонки для количественного химического анализа берутся микропробы фильтрата, существенно не влияющие на скорость фильтрации. Ниже излагается методика качественного анализа процессов сорбции и кристаллизации растворенных веществ в процессе фильтрации и оценки параметров исходя из опытных данных по описанной выше стандартной методике (фильтрация раствора при постоянных расходе и концентрации на входе в колонку). При засолении грунта концентрация фильтрата со временем возрастает. Кривые зависимости ее от времени могут иметь форму, показанную на рис. 91 и 92 (типы I и II).

Рассмотрим отдельно начальный участок кривой $c = f(\eta)$. В случаях, когда вода, находящаяся в порах грунта до начала фильтрации, имеет концентрацию солей c_e , кривые $c = f(t)$ начинаются с точки A_0 (рис. 93), в которой $c = c_e$ и

$$\eta = \eta_0 = \frac{vt_0}{ln_0}.$$

В этих случаях волна повышения концентрации весьма быстро проходит по колонке, и концентрация фильтрата начинает расти вскоре после начала фильтрации.

Время t_0 , соответствующее началу повышения концентрации фильтрата, обычно мало, и часто точка A_0 находится почти на оси c .

В случаях, когда концентрация $c_e = 0$, кривая $c = f(\eta)$ начинается с точки A_1 на оси абсцисс (см. рис. 93), в которой $c = 0$ и $\eta = \eta_1 = (vt_1)/(ln_0)$, ($t_1 < t_0$).

Если насыщается колонка сухого грунта (вода до начала фильтрации в ней отсутствует), то кривая $c = f(\eta)$ начинается с точки A_2 (см. рис. 93), в которой $c = c_2$ и $\eta = \eta_2 = 1$, причем c_2 — концентрация в момент появления фильтрата на выходе из колонки (в этот момент $\eta_2 = 1$ и потому $t_2 = (\ln \eta_0)/v$).

Отличительной особенностью уравнения диффузии и теплопроводности (молекулярной и конвективной) является бесконечно большая начальная скорость распространения волны концентрации.

При описании процессов диффузии указанным уравнением эффект изменения концентрации на входе потока в колонку мгновенно сказывается на выходе потока из нее. Поэтому при данной математической модели точки A_0 и A_1 будут находиться на оси ординат.

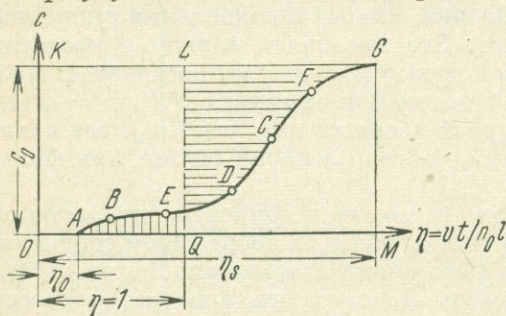


Рис. 91. Характерная кривая зависимости концентрации растворенного вещества на выходе из колонки от времени (концентрация вещества в воде, находящейся в порах грунта до начала эксперимента, равна нулю)

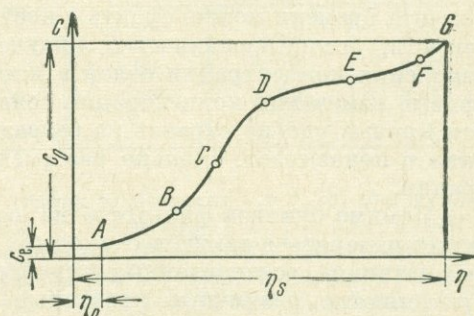


Рис. 92. Характерная кривая зависимости концентрации растворенного вещества на выходе из колонки от времени (концентрация вещества в воде, находящейся в порах грунта до начала эксперимента, равна c_e)

На кривой I типа (см. рис. 91) участок ее $ABED$ соответствует интенсивному поглощению веществ, находящихся в жидкости, а участок $DCFG$ отвечает затухающему поглощению. Кривая I типа наиболее распространена.

На кривой II типа (см. рис. 92) на участке $ABCD$ поглощение солей происходит менее интенсивно, чем в предыдущем случае, а на участке $DEFG$ оно усиливается.

Обе кривые характеризуются двумя точками перегиба C и E и тремя точками наибольшей кривизны B , D и F (см. рис. 91 и 92). Если точка перегиба находится в зоне интенсивного поглощения, то к ней приурочен минимум скорости изменения концентрации $\partial c/\partial t$ (см. рис. 91 и 92, точка E). Если точка перегиба находится в зоне слабого поглощения, то в ней эта скорость имеет максимум (см. рис. 91 и 92, точка C).

Таким образом, участки, где кривые типа I и II выпуклы, а концентрация с течением времени увеличивается мало, соответствуют наиболее интенсивному поглощению солей грунтом. В периоды времени, соответствующие выпуклым участкам кривых, происходит насыщение солями тупиковых пор, неравновесная сорбция и кристаллизация солей. Большая часть солей, поступающих с фильтрационным потоком, поглощается грунтом и на повышение концентрации фильтрата расходуется меньшая часть. Диффузия вдоль фильтрационного потока на выпуклых участках проявляется сравнительно слабо.

Участки, где эти кривые вогнуты, а концентрация c с течением времени увеличивается значительно, соответствуют слабому поглощению солей грунтом под действием указанных выше факторов.

В периоды времени, соответствующие вогнутым участкам, происходит равновесная сорбция, возможна коагуляция коллоидов. Меньшая часть солей, поступающих с потоком, поглощается, а большая расходуется на повышение концентрации жидкой фазы. Диффузия вдоль фильтрационного потока проявляется здесь более существенно.

В частных случаях экспериментальные кривые $c = f(t)$ могут состоять из отдельных частей (участков) кривых I и II типов. К таким частным случаям относится кривая *a* (рис. 94) с одной точкой перегиба *C*. Эта кривая характерна для конвективной диффузии и равновесной сорбции. Она может иметь место при наличии диффузии и отсутствии поглощения (сорбции), а также при действии диффузии и равновесной сорбции.

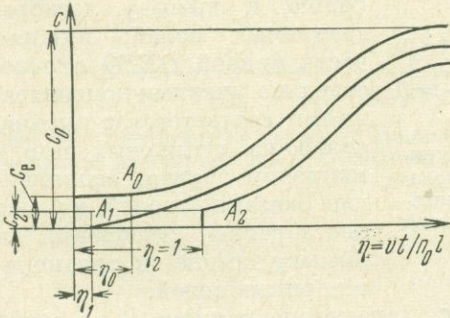


Рис. 93. Характерные кривые зависимости концентрации растворенного вещества на выходе из колонны от времени (колонна заполнена сухим грунтом)

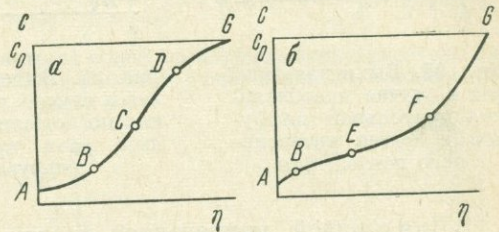


Рис. 94. Выходные кривые с одной точкой перегиба (*a* — характерная для конвективной диффузии и равновесной сорбции; *b* — для кристаллизации или необратимой неравновесной сорбции)

Другим частным случаем является кривая *b* (см. рис. 94) с точкой перегиба *E*. Эта кривая характерна для кристаллизации, а также обратимой и необратимой неравновесной сорбции. На этой кривой в первый период, соответствующий части ее *ABE*, проявляется главным образом неравновесная сорбция, а во второй период, соответствующий части *EFG*, — равновесная сорбция.

Еще более частные случаи кинетических кривых показаны на рис. 95, 96. Вогнутая кривая соответствует менее интенсивному поглощению и большей роли продольной диффузии веществ, находящихся в жидкой фазе. Выпуклая кривая отвечает более интенсивному поглощению и меньшей роли продольной диффузии.

Общая длина фронта концентрации будет $\eta_s = (vt_s)/(ln_0) > 1$, где t_s — время повышения концентрации фильтрата от начальной c_e до входной c_0 ; l — длина колонки грунта; v — скорость; n_0 — пористость. Чем больше сорбционная емкость грунта, тем больше длина концентрационного фронта. При сорбции из нейтральных растворов NaCl , $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$, CaCO_3 , CaCl_2 в песчаных и пылевых грунтах $\eta = 2-10$, в глинистых грунтах $\eta = 5-20$, в сильных сорбентах типа активированного угля, ионообменных смол $\eta = 100-150$ и более.

Если $D = 0$, $\gamma = 0$, то фронт концентрации представляет собой вертикальную прямую, т. е. концентрация фильтрата на выходе скачкообразно возрастает от c_e до c_0 и $\eta_s = 1$ (рис. 97, кривая 1). Если $D \neq 0$, но $\gamma = 0$, на фронте концентрации $\eta = \eta_2 > 1$ (см. рис. 97, кривая 2). В общем случае $D, \gamma \neq 0$ на фронте концентрации $\eta = \eta_3 > \eta_2$ (см. рис. 97, кривая 3).

Рассмотрим массообмен, возникающий при промывании породы, предварительно насыщенной раствором с предельной концентрацией солей c_m , посредством фильтрации через нее воды с концентрацией $c_0 < c_m$. В этом случае кинетические кривые имеют вид, показанный на рис. 98 и 99. Наиболее общей является выходная кривая (см. рис. 98, а). Здесь верхняя часть кривой $ABCD$

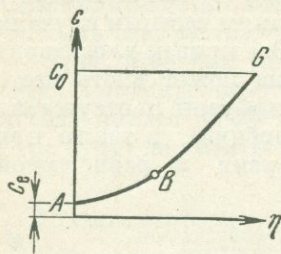


Рис. 95. Выходная кривая в случае преобладания продольной диффузии и менее интенсивного поглощения

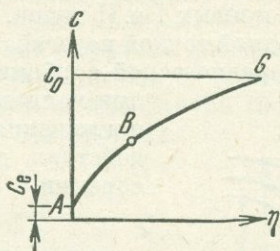


Рис. 96. Выходная кривая в случае преобладания поглощения и меньшей роли продольной диффузии

с относительно высокими концентрациями соответствует вымыву солей, находящихся в макропорах грунта в жидкой фазе, а также растворению и вымыву легкорастворимых солей; нижняя часть кривой $DEFQ$ с относительно низкими концентрациями соответствует вымыву солей из тупиковых пор и макропор грунта, заполненных связанной водой, а также растворению, десорбции и вымыву средне- и труднорастворимых солей.

Для кривой, приведенной на рис. 98, а, характерно наличие двух точек перегиба C , E и точек максимальной кривизны B , D и F .

Точка максимальной кривизны D , находящаяся в средней части кривой, разделяет верхнюю и нижнюю ее части.

На рис. 99 показаны четыре частных типа выходных кривых.

Кривая типа a отвечает случаю вымыва солей из жидкой фазы (участок ABC) и из твердой легкорастворимой фазы (участок CDG). Для нее характерна точка перегиба C и точки наибольшей кривизны B и D .

Кривая типа b относится к случаю вымыва солей, главным образом из жидкой фазы в микропоры грунта. Для нее характерна точка максимальной кривизны B .

Кривая типа b отвечает случаю растворения и десорбции с последующим вымывом средне- и труднорастворимых солей, а также вымыву солей из микропор грунта. Она имеет точку перегиба E и точки наибольшей кривизны D и F .

Кривая типа z соответствует вымыванию из грунта средне- и труднорастворимых солей. На ней может быть точка наибольшей кривизны D . Иногда эта точка отсутствует, но кривая остается вогнутой.

Общая длина выходной кривой вдоль оси η зависит от скорости фильтрации и коэффициентов конвективной диффузии и растворения.

Длины участков выходных кривых ABC и $DEFQ$ характеризуют собою относительную роль вымыва легко- и трудноизвлекаемых из грунта солей.

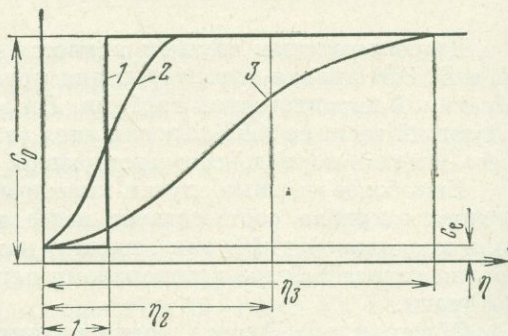


Рис. 97. Характерные выходные кривые
1 — коэффициент продольной диффузии D и скорость массообмена γ равны нулю; 2 — $D \neq 0$ и $\gamma = 0$; 3 — D и γ не равны нулю

На кривой (см. рис. 98, б) показан более общий случай промывания породы, содержащей раствор с концентрацией $c_e < c_m$. Особенностью этой кривой является точка максимальной концентрации F . За пределами этого максимума кривая, приведенная на рис. 98, б, идентична кривой, представленной на рис. 98, а.

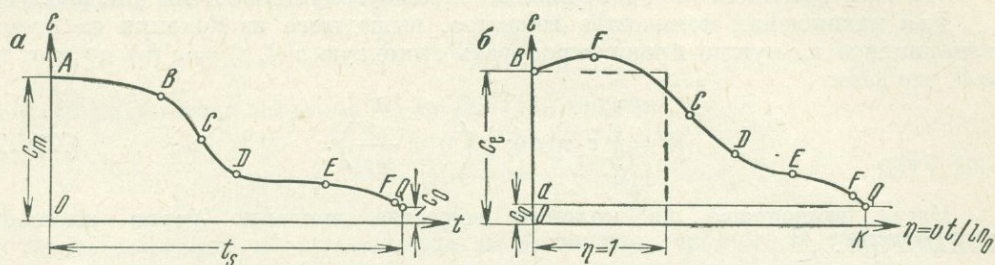


Рис. 98. Характерные выходные кривые при вымыве солей из породы, предварительно насыщенной раствором соли (а — концентрация соли в растворе равна предельной концентрации c_m , б — меньше ее)

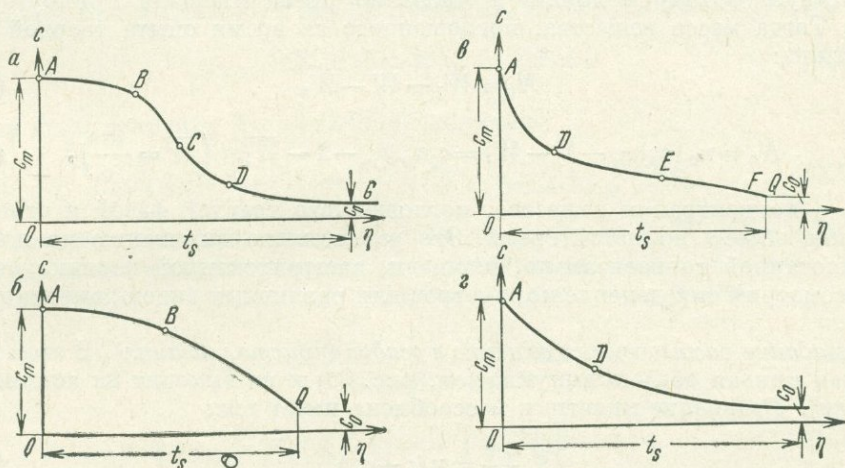


Рис. 99. Характерные выходные кривые вымыва солей из породы:

а — вымыв солей из жидкой (участок ABC) и твердой легкорастворимой (участок CDG) фаз; б — вымыв солей из жидкой фазы в микропоры породы; в — растворение и десорбция с последующим вымывом средне- и труднорастворимых солей, а также вымыв солей из микропор; г — вымыв средне- и труднорастворимых солей

§ 2. Методы определения параметров при массообмене I типа

Рассмотрим массообмен при фильтрации раствора вещества с высокой концентрацией c_0 через породу, насыщенную водой с малой фоновой концентрацией этого вещества c_e . Тогда растворенное вещество будет частично поглощаться породой (массообмен I типа).

На рис. 91, на котором представлен наиболее общий вид выходной кривой, можно определить количество вещества, поглощенного грунтом. Это достигается следующим образом.

При условии III рода на входе массовый расход вещества, поступающего в прибор (колонку с грунтом), постоянен и равен vc_0 . Тогда масса вещества W_1 ,

вышедшая в прибор за время опыта t_s на единицу объема пор грунта, может быть записана так:

$$W_1 = c_0 \eta_s, \quad \left(\eta_s = \frac{vt_s}{ln_0} \right). \quad (\text{XIV.1})$$

Эта величина численно равна площади прямоугольника $OKGM$ (см. рис. 91).

Для нахождения количества вещества, вышедшего из колонки за время эксперимента t_s , нужно проинтегрировать выходную $c(l, t) = c(\eta)$ по η от η_s до 0, что дает:

$$W = \int_0^{\eta_s} c(\eta) d\eta; \quad \left(\eta = \frac{vt}{ln_0} \right). \quad (\text{XIV.2})$$

Масса вышедшего из колонки вещества численно равна площади $ABEDCFGM$.

Для нахождения количества вещества, поглощенного твердой фазой, необходимо найти количество вещества, оставшегося в колонке в жидкой фазе к концу эксперимента W_2 . Эта масса вещества $W_2 = c_0 \cdot 1$, (так как $\eta = 1$ соответствует объему колонки) и численно равна площади прямоугольника $OKLQ$. Тогда масса вещества, поглощенного за время опыта твердой фазой, будет равна:

$$N_0 = W_1 - W - W_2 \quad (\text{XIV.3})$$

или

$$N_0 = n_0 [c_0 (\eta_s - 1) - W] = c_0 n_0 [\eta_s - 1 - \bar{W}], \quad \left(\bar{W} = \frac{W}{c_0} \right), \quad (\text{XIV.4})$$

где N_0 — концентрация вещества, поглощенного твердой фазой и отнесенная к единице объема пористой среды. Это равносильно вычитанию из площади, заштрихованной горизонтально, площади, заштрихованной вертикально.

Рассмотрим определение параметров для различных видов кинетики массообмена.

Выпадание растворенных веществ в осадок (кристаллизация). В этом случае выходная кривая обычно выпукла (см. рис. 96) и не выходит на асимптоту c_0 (пунктир). Уравнение кинетики массообмена имеет вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma (c - c_m), \quad (\text{XIV.5})$$

где γ — параметр массообмена; c_m — концентрация предельного насыщения (предполагается, что $c_0 > c_m$).

Интегрируя уравнение (XIV.5) в пределах от 0 до t_s и от 0 до N_0 , найдем концентрацию вещества, поглощенного твердой фазой за время опыта, в виде:

$$N_0 = \frac{\gamma ln_0}{v} [W - c_m \cdot \eta_s]. \quad (\text{XIV.6})$$

Приравнявая соотношения (XIV.4) и (XIV.6), получим:

$$\gamma = \frac{v}{l} \cdot \frac{c_0 (\eta_s - 1) - W}{W - c_m \eta_s} = \frac{v}{l} \cdot \frac{\eta_s - 1 - \bar{W}}{\bar{W} - \frac{c_m}{c_0} \eta_s}; \quad \left(\bar{c}_m = \frac{c_m}{c_0} \right). \quad (\text{XIV.7})$$

Таким образом, для определения параметра кристаллизации γ необходимо провести один эксперимент со снятием выходной кривой и воспользоваться соотношением (XIV.7). Определив значения γ при разных v и c_0 , находят зависимость $\gamma = f(v, c_0)$.

Неравновесная необратимая сорбция. Уравнение кинетики массообмена в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma_1 c. \quad (\text{XIV.8})$$

Интегрируя (XIV.8), как и выше, получим:

$$N_0 = \frac{\ln n_0 \gamma_1}{v} W. \quad (\text{XIV.9})$$

Подставляя сюда значение N_0 из (XIV.4), имеем:

$$\gamma_1 = \frac{v}{l} \frac{c_0 (\eta_s - 1) - W}{W} = \frac{v}{l} \frac{\eta_s - 1 - \bar{W}}{\bar{W}}. \quad (\text{XIV.10})$$

Кристаллизация и неравновесная необратимая сорбция. В этом случае будет

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma (c - c_m) + \gamma_1 c. \quad (\text{XIV.11})$$

Интегрирование (XIV.11) в тех же пределах, что и уравнение (XIV.5), дает:

$$N_0 = \frac{(\gamma + \gamma_1) \cdot n_0 l}{v} W - \frac{n_0 l \gamma c_m \eta_s}{v}. \quad (\text{XIV.12})$$

Вводя сюда величину N_0 из (XIV.4), получим

$$n_0 [c_0 (\eta_s - 1) - W] = \frac{n_0 l}{v} \gamma (W - c_m \eta_s) + \frac{n_0 l}{v} W \gamma_1. \quad (\text{XIV.13})$$

Для определения параметров массообмена γ и γ_1 из (XIV.13) необходимо провести два опыта при разных входных концентрациях раствора c'_0 и c''_0 . Решая систему двух уравнений вида (XIV.13) относительно γ и γ_1 , имеем:

$$\gamma = \frac{v}{l} \frac{W'' c'_0 (\eta'_s - 1) - W' c''_0 (\eta''_s - 1)}{c_m (\eta''_s W' - \eta'_s W'')}; \quad (\text{XIV.14})$$

$$\gamma_1 = \frac{v}{l W'} [c'_0 (\eta'_s - 1) - W'] + \left(\frac{c_m \eta'_s}{W'} - 1 \right) \gamma. \quad (\text{XIV.15})$$

Здесь значения W' , W'' и η'_s , η''_s соответствуют значениям входных концентраций c'_0 и c''_0 .

Равновесная сорбция. При равновесной сорбции кривая зависимости концентрации фильтра c от безразмерного времени η имеет вид вогнуто-выпуклой кривой с точкой перегиба C , к которой приурочен максимум скорости роста концентрации dc/dt (см. рис. 94, а). Иногда эта кривая является вогнутой (см. рис. 95). В этом случае уравнение кинетики, определяющее скорость массообмена dN/dt , непосредственно вытекает из уравнения изотермы массообмена. Если сорбция происходит по прямолинейной изотерме Генри, то

$$N = \frac{n_0}{\alpha} c \left(\alpha = \frac{1}{\Gamma} \parallel \Gamma = \frac{N_0}{n_0 c_0} \right), \quad (\text{XIV.16})$$

где Γ — коэффициент Генри. Тогда из (XIV.4) имеем:

$$\alpha = \frac{1}{\eta_s - 1 - \bar{W}}. \quad (\text{XIV.17})$$

Таким образом, для определения параметра равновесного массообмена α нужно сделать один опыт. Если при разных c_0 коэффициенты α будут существенно различны, то изотерма сорбции криволинейна. В этом случае для нее может оказаться приемлемым уравнение Ленгмюра в виде:

$$N = \frac{\Gamma n_0 c}{1 + Lc}; \quad \left(\bar{c} = \frac{c}{c_m} \right), \quad (\text{XIV.18})$$

где L — коэффициент Ленгмюра.

Проводя два опыта для различных входных концентраций c'_0, c''_0 и определив по (XIV.4) величины N'_0, N''_0 , получим два уравнения вида (XIV.18) с неизвестными L и Γ . Решая их, будем иметь:

$$L = \frac{(N'_0 c''_0 - N''_0 c'_0) c_m}{c'_0 c''_0 (N''_0 - N'_0)}; \quad (\text{XIV.19})$$

$$\Gamma = \frac{N'_0 (1 + Lc'_0)}{n_0 c'_0}; \quad \left(\bar{c}'_0 = \frac{c'_0}{c_m} \right). \quad (\text{XIV.20})$$

Неравновесная обратимая сорбция. При неравновесной обратимой сорбции кривая $c = f(\eta)$ имеет вид, показанный на рис. 91. В этом случае уравнение кинетики при изотерме Генри будет:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma_1 (n_0 c - \alpha N). \quad (\text{XIV.21})$$

Интегрируя его с помощью общего решения для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка, получим

$$N = e^{-\gamma_1 \alpha t} \left\{ A + \gamma_1 n_0 \int_0^t c(l, t) e^{\gamma_1 \alpha t} dt \right\}. \quad (\text{XIV.22})$$

Постоянная A находится из условия, что при $t = 0$ $N = N_e$. Используя это условие и принимая $t_s = \frac{n_0 l \eta_s}{v}$, вместо (XIV.22) будем иметь:

$$N = e^{-\frac{\gamma_1 \alpha n_0 t}{v}} \eta_s \left\{ N_e + \frac{\gamma_1 l n_0^2}{v} \int_0^{\eta_s} c(\eta) e^{\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta} d\eta \right\}. \quad (\text{XIV.23})$$

В естественных условиях существует равновесие между содержанием солей в твердой и жидкой фазах. Поэтому в (XIV.21) при $N = N_e$ будет $[c = c_e, dN/dt = 0$ и, следовательно:

$$N_e = N_0 \frac{c_e}{c_0}. \quad (\text{XIV.24})$$

где N_0 и c_0 — равновесные концентрации в грунте и растворе в конце опыта. Тогда параметр изотермы Генри α может быть определен так:

$$\alpha = \frac{n_0 c_0}{N_0}. \quad (\text{XIV.25})$$

где N_0 находится по соотношению (XIV.4). Определение параметра массообмена γ_1 ведется следующим образом. При известных c_0, N_0 по (XIV.4) и α по (XIV.25) задаемся значениями γ_1 до удовлетворения уравнения (XIV.23)

с какой-либо заданной точностью. Основная трудность реализации этого численного метода состоит в нахождении интеграла, стоящего в фигурных скобках соотношения (XIV.23). Этот интеграл для каждого заданного значения γ_1 может быть определен графически путем построения подинтегральной функции

$$c(\eta) \exp\left(\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta\right)$$

для разных значений η . При этом значения $c(\eta)$ снимаются с выходной кривой.

Выпадение солей в осадок и неравновесная обратимая сорбция. При фильтрации раствора через грунт могут происходить одновременно две реакции массообмена и кривая $c = f(\eta)$ может иметь вид, представленный на рис. 91. При этом выпуклая часть ее ABE , соответствующая наибольшей интенсивности выпадения осадка и первой фазе сорбции (при малых αN), будет более вытянута вдоль оси η , чем при действии одной лишь сорбции. Вогнутая часть кривой EDC , соответствующая более медленному накоплению осадка и второй фазе сорбции (при больших αN), может быть несколько меньшей, чем при действии одной лишь сорбции.

Уравнение кинетики в данном случае будет:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma(c - c_m) + \gamma_1(n_0 c - \alpha N). \quad (\text{XIV.26})$$

Интегрирование уравнения (XIV.26) по времени, так же как и (XIV.21), дает решение:

$$N_0 = e^{-\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta_s} \left\{ \frac{(\gamma + \gamma_1 n_0) l n_0}{v} \int_0^{\eta_s} c(\eta) e^{\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta} d\eta + N_e + \frac{\gamma c_m}{\gamma_1 \alpha} \right\} - \frac{\gamma c_m}{\gamma_1 \alpha}. \quad (\text{XIV.27})$$

Для нахождения трех параметров массообмена γ , γ_1 и α необходимо иметь три уравнения. Так как к концу опыта процесс стабилизируется ($dN/dt = 0$), то из (XIV.26) можно получить:

$$\gamma c'_0 + \gamma_1(n_0 c'_0 - \alpha N'_0) - \gamma c_m = 0. \quad (\text{XIV.28})$$

Если проводить опыт для двух различных входных концентраций c'_0 и c''_0 , то можно получить два уравнения вида (XIV.27), где N_0 будет в каждом случае определяться по (XIV.4).

Методика определения параметров массообмена γ_1 , γ и α следующая. Задаемся значениями параметров массообмена γ_1 и γ и из соотношения (XIV.28) вычисляем параметр α . Полученные значения γ_1 , γ и α подставляем в два уравнения типа (XIV.27):

$$N'_0 = e^{-\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta'_s} \left\{ \frac{(\gamma + \gamma_1 n_0) l n_0}{v} \int_0^{\eta'_s} c(\eta) e^{\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta} d\eta + N'_e + \frac{\gamma c_m}{\gamma_1 \alpha} \right\} - \frac{\gamma c_m}{\gamma_1 \alpha}; \quad (\text{XIV.29})$$

$$N''_0 = e^{-\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta''_s} \left\{ \frac{(\gamma + \gamma_1 n_0) l n_0}{v} \int_0^{\eta''_s} c(\eta) e^{\frac{\gamma_1 \alpha l n_0}{v} \eta} d\eta + N''_e + \frac{\gamma c_m}{\gamma_1 \alpha} \right\} - \frac{\gamma c_m}{\gamma_1 \alpha} \quad (\text{XIV.30})$$

до удовлетворения какой-либо заданной точности. Здесь N'_e и N''_e — соответственно начальные концентрации вещества в твердой фазе в каждом из опытов. Если точность не удовлетворяется, то задаются новой парой параметров массообмена (γ_1 и γ) и расчет повторяется.

Интегралы, стоящие в правых частях (XIV.29) и (XIV.30), определяются по той же методике, что и для случая неравновесной обратимой сорбции.

Последовательные реакции неравновесной необратимой и равновесной сорбции. Иногда по виду выходной кривой (выходной концентрации) можно предположить, что во время опыта в колонке идут последовательно один за другим два разных процесса массообмена. Например, если выходная кривая имеет вышукло-вогнутую форму (см. рис. 91), то возможно, процесс поглощения грунтом солей из фильтрующегося раствора протекает в две стадии: в первую имеет место неравновесная необратимая сорбция (часть кривой до абсциссы η_D), а во вторую — равновесная сорбция. Для первой стадии уравнение кинетики массообмена имеет вид (XIV.8) и интегрирование его по N от N_e до N_D и по параметру η от 0 до η_D будет:

$$N_D = N_e + \frac{\gamma_1 \ln n_0}{v} W_D; \quad W_D = \int_0^{\eta_D} c(\eta)^2 d\eta. \quad (\text{XIV.31})$$

Здесь W_D определяется по графику выходной кривой. В соотношении (XIV.31) имеются две неизвестные величины: параметр массообмена γ_1 и количество поглощенного твердой фазой вещества N_D за время опыта t_D . Для второй стадии массообмена, когда имеет место равновесная сорбция, уравнение кинетики совпадает с уравнением изотермы сорбции. При линейной изотерме Генри для второй стадии имеем:

$$c = \frac{N}{n_0 \Gamma} = c_0 \frac{N}{N_0}; \quad \Gamma = \frac{N_0}{n_0 c_0}. \quad (\text{XIV.32})$$

Для нахождения коэффициента Генри величина N_0 определяется по соотношению (XIV.4). Параметр массообмена γ_1 находится следующим образом. Для безразмерного времени η_D соотношение (XIV.32) также справедливо, т. е.

$$c_D = \frac{N_D}{n_0 \Gamma}.$$

Подставляя в это уравнение значение N_D из (XIV.31) и разрешая его относительно γ_1 , получим:

$$\gamma_1 = \frac{(n_0 \Gamma c_D - N_e) v}{\ln n_0 W_D}. \quad (\text{XIV.33})$$

Значение концентрации c_D берется с выходной кривой и соответствует безразмерному времени η_D (моменту изменения кинетики массообмена).

Для всех кинетик, не содержащих в правых частях концентрации N , выходные кривые не выходят на асимптоту c_0 (см. рис. 96).

§ 3. Методы определения параметров при массообмене II типа

Рассмотрим массообмен, возникающий при фильтрации воды с концентрацией вещества c_0 через породу (грунт), предварительно насыщенную раствором с предельной концентрацией этого вещества c_m .

В этом случае будет происходить выделение и вымыв веществ из породы (массообмен II типа). Наиболее общей является выходная кривая, представ-

ленная на рис. 98. Время окончания эксперимента t_s определяется для момента, когда стабилизируется значение выходной концентрации. Это предельное стабильное значение концентрации обычно близко к c_0 , но иногда больше его.

В этом случае выражение для концентрации вещества, находящегося в твердой фазе породы к концу опыта (при $t = t_s$), можно записать в виде:

$$N_s = N_e - n_0 \{ (W - c_0 \eta_s) - (c_m - c_0) \}, \quad W = \int_0^{\eta_s} c(l, \eta) d\eta, \quad (\text{XIV.34})$$

где W — площадь между выходной кривой $c = f(\eta)$ и осью η , равная средней концентрации вещества в воде, вышедшей из колонки за время t_s ; $c_0 \eta_s$ — концентрация раствора, вошедшего в колонку за то же время; $c_m \cdot 1$ — концентрация раствора до эксперимента; N_e — начальная концентрация вещества (при $t = 0$).

Определение количества вещества, вышедшего из твердой фазы, сводится к вычитанию из площади под кривой ВФС от $\eta = 0$ до $\eta = 1$ площади прямоугольника, показанного пунктиром (рис. 98, б).

Если подается чистый растворитель, то $c_0 = 0$; в случае полного растворения индикатора из твердой фазы величина N_s равна остаточной (фоновой) концентрации вещества в породе.

Рассмотрим далее определение параметров кинетики массообмена для различных типов физико-химического взаимодействия раствора с породой.

Растворение компонентов породы в фильтрующейся воде. В этом случае выходная кривая $c = f(\eta)$ может иметь вид, показанный на рис. 99, б. Уравнение кинетики растворения солей Богусского — Каяндера будет иметь вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma^* (c_m - c), \quad (\text{XIV.35})$$

Интегрируя (XIV.35) в пределах для N от N_s до N_e , а для t от t_s до 0, и принимая $t_s = (\eta_s n_0 l) / v$, получим

$$N_s - N_e = -\gamma^* c_m t_s + \gamma^* \int_0^{t_s} c(l, t) dt = -\frac{n_0 l}{v} \gamma^* c_m \eta_s + \frac{ln_0}{v} \gamma^* W; \\ W = \int_0^{\eta_s} c(l, \eta) d\eta. \quad (\text{XIV.36})$$

Приравнивая значения $N_s - N_e$ по (XIV.34) и (XIV.35), получим выражение для вычисления параметра γ^* в виде:

$$\gamma^* = \frac{v}{l} \cdot \frac{W - c_0 (\eta_s - 1) - c_m}{c_m \eta_s - W}. \quad (\text{XIV.37})$$

Таким образом, проведя один эксперимент, по этому соотношению находим параметр массообмена γ^* . Выполняя такие опыты для разных v и N_e , получим зависимость $\gamma^* = f(v, N_e)$.

Неравновесная необратимая десорбция. В этом случае уравнение кинетики будет:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1^* c. \quad (\text{XIV.38})$$

Выходная кривая $c = f(\eta)$, характерная для этого процесса массообмена, показана на рис. 96. Отличительной особенностью этой кривой является то обстоятельство, что при $t \rightarrow \infty$ концентрация вещества в жидкой фазе стремится к некоторому асимптотическому значению $c_s > c_0$ (c_0 — концентрация вещества в поступающем растворе).

Интегрируя уравнение (XIV.38) для N от N_s до N_e и для t от t_s до 0, получим:

$$N_s = N_e - \frac{n_0 l \gamma_1^*}{v} W, \quad W = \int_0^{\eta_s} c(l, \eta) d\eta. \quad (\text{XIV.39})$$

Приравнивая (XIV.34) и (XIV.39), имеем:

$$\gamma_1^* = \frac{v}{l} \cdot \frac{W - c_0(\eta_s - 1) - c_m}{W}, \quad (\text{XIV.40})$$

где W выражается по (XIV.35).

Для определения параметра массообмена γ_1^* по формуле (XIV.40) необходимо провести один лабораторный опыт. Имея данные опытов при разных v и N_e , определяют зависимость $\gamma_0^* = f(v, c_0)$.

Растворение и неравновесная необратимая десорбция. Уравнение кинетики массообмена здесь можно записать так:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma^*(c - c_m) - \gamma_1^* c. \quad (\text{XIV.41})$$

Интегрируя уравнение (XIV.41) в тех же пределах, что и (XIV.38), получим:

$$N_s = N_e - (\gamma^* + \gamma_1^*) \frac{n_0 l W}{v} + \gamma^* c_m \frac{n_0 l \eta_s}{v}. \quad (\text{XIV.42})$$

Приравнивая значения концентрации N_s по (XIV.34) и (XIV.42), будем иметь:

$$W - c_m - c_0(\eta_s - 1) = (\gamma^* + \gamma_1^*) \frac{l}{v} W - \gamma^* c_m \frac{l}{v} \eta_s. \quad (\text{XIV.43})$$

Для нахождения параметров массообмена γ^* и γ_1^* нужно сделать два лабораторных опыта при разных значениях начальных концентраций вещества в твердой фазе N'_e и N''_e . Из полученной системы двух уравнений типа (XIV.43) следует:

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma^* &= \frac{v}{c_m l} \cdot \frac{c_m (W' - W'') + c_0 [W' (\eta'_s - 1) - W'' (\eta''_s - 1)]}{\eta'_s W' - \eta''_s W''} \end{aligned} \right. \quad (\text{XIV.44})$$

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_1^* &= \frac{v}{l W'} \left[W' - c_m - c_0 (\eta'_s - 1) - \gamma^* \frac{l}{v} (W' - c_m \eta'_s) \right]; \end{aligned} \right. \quad (\text{XIV.45})$$

$$\eta'_s = \frac{v t'_s}{n_0 l}; \quad \eta''_s = \frac{v t''_s}{n_0 l}.$$

Здесь значения W' и W'' находятся по выходным кривым соответственно для начальных концентраций вещества в твердой фазе N'_e и N''_e ; t'_s и t''_s — соответственные длительности эксперимента для разных начальных концентраций N'_e и N''_e .

Равновесная десорбция. Предположим, что изотерма десорбции линейна (изотерма Генри). В этом случае содержание индикатора в грунте N линейно

зависит от содержания его в воде c , т. е. $N = \Gamma n_0 c$. Тогда из уравнения (XIV.34) находим коэффициент Генри

$$\Gamma = \frac{N_s}{n_0 c_0} = \frac{N_e - n_0 [W - c_m - c_0 (\eta_s - 1)]}{n_0 c_0} \quad (\text{XIV.46})$$

Значения коэффициента Генри, рассчитанные по уравнению (XIV.46), должны быть одинаковы для любых значений концентрации на входе в прибор c_0 . Если величины Γ для разных c_0 неодинаковы, то изотерма десорбции криволинейна. Таким образом, вопрос о типе изотермы решается проведением минимально двух лабораторных опытов, соответствующих значениям входной концентрации c'_0 и c''_0 .

Если подтверждается, что изотерма криволинейна, то следует принять, что в равновесных условиях величина N зависит от c по уравнению Ленгмюра в виде

$$N = \frac{\Gamma n_0 c}{1 + Lc}; \quad \left(\bar{c} = \frac{c}{c_m} \right), \quad (\text{XIV.47})$$

где c_m — предельная растворимость вещества в воде; L — коэффициент Ленгмюра. Для нахождения параметров массообмена Γ и L необходимо провести два лабораторных опыта для разных концентраций на входе c'_0 и c''_0 .

Из системы двух уравнений типа (XIV.47) имеем:

$$L = \frac{N'_s \bar{c}''_0 - N''_s \bar{c}'_0}{\bar{c}'_0 \bar{c}''_0 (N''_s - N'_s)}; \quad \left(\bar{c}'_0 = \frac{c_0}{c_m}; \quad \bar{c}''_0 = \frac{c''_0}{c_m} \right); \quad (\text{XIV.48})$$

$$\Gamma = \frac{(1 + L \bar{c}'_0) N'_s}{c_m n_0 \bar{c}'_0}. \quad (\text{XIV.49})$$

Значения N'_s и N''_s определяются по соотношению (XIV.34).

Неравновесная обратимая десорбция. В этом случае кривая $c = f(\eta)$ имеет вид, показанный на рис. 99. Будем сначала считать, что в условиях равновесия справедлива изотерма Генри. Тогда уравнение кинетики имеет вид (XIV.21), если перед правой частью поставить знак минус и заменить γ_1 на γ_1^* . Интегрирование его для N от N_e до N_s и по времени от 0 до t_s дает:

$$N_e = N_s \exp \left(- \frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta_s \right) + \frac{\gamma_1^* n_0^2 l}{v} \int_0^{\eta_s} c(\eta) e^{-\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta} d\eta. \quad (\text{XIV.50})$$

В конце опыта, когда процесс стабилизируется и $dN/dt = 0$, можно записать

$$\alpha = \frac{n_0 c_0}{N_s}. \quad (\text{XIV.51})$$

Значение N_s находится по уравнению (XIV.34).

Определение параметра массообмена γ_1 по известному из (XIV.51) α ведется таким же образом, как и для случая сорбции, только используется выражение (XIV.50).

Растворение и неравновесная обратимая десорбция (параллельно протекающие реакции). Здесь уравнение кинетики имеет вид (XIV.26), если в правых частях перед γ (γ^*) и γ_1 (γ_1^*) поставить знак минус. Интегрирование его по t

от t_s до 0 и по N от N_s до N_e дает соотношение (XIV.27), если у величины γ^* и γ_1^* поставить знак минус:

$$N_s = e^{\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta_s} \left\{ N_e + \frac{\gamma^* c_m}{\gamma_1^* \alpha} - \frac{(\gamma^* + \gamma_1^* n_0) n_0 l}{v} \int_0^{\eta_s} c(\eta) e^{-\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta} d\eta - \frac{\gamma^* c_m}{\gamma_1^* \alpha} e^{-\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta_s} \right\}. \quad (\text{XIV.52})$$

Для нахождения трех параметров массообмена α , γ^* и γ_1^* проводится два опыта с разными входными концентрациями раствора c_0' и c_0'' . К концу эксперимента когда $dN/dt = 0$, будем иметь:

$$\gamma^* c_0' + \gamma_1^* (n_0 c_0' - \alpha N_s') - \gamma^* c_m = 0. \quad (\text{XIV.53})$$

Здесь значение N_s' находится из соотношения (XIV.34). К соотношению (XIV.53) добавим два уравнения типа (XIV.52), т. е.

$$N_s' = e^{\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta_s'} \left\{ N_e + \frac{\gamma^* c_m}{\gamma_1^* \alpha} - \frac{(\gamma^* + \gamma_1^* n_0) n_0 l}{v} \int_0^{\eta_s'} c(\eta) e^{-\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta} d\eta \right\} - \frac{\gamma^* c_m}{\gamma_1^* \alpha}; \quad (\text{XIV.54})$$

$$N_s'' = e^{\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta_s''} \left\{ N_e + \frac{\gamma^* c_m}{\gamma_1^* \alpha} - \frac{(\gamma^* + \gamma_1^* n_0) n_0 l}{v} \int_0^{\eta_s''} c(\eta) e^{-\frac{\gamma_1^* \alpha n_0 l}{v} \eta} d\eta \right\} - \frac{\gamma^* c_m}{\gamma_1^* \alpha}, \quad (\text{XIV.55})$$

где

$$\eta_s' = \frac{vt_s'}{n_0 l} \quad \text{и} \quad \eta_s'' = \frac{vt_s''}{n_0 l}.$$

Методика нахождения параметров массообмена α , γ^* и γ_1^* по уравнениям (XIV.53)—(XIV.55) остается той же, что и для соответствующего случая массообмена I типа.

Неравновесная необратимая десорбция и равновесная десорбция (последовательно протекающие реакции). Аналогично ранее рассмотренному случаю при массообмене I типа здесь в первую стадию происходит неравновесная необратимая десорбция (часть кривой до абсциссы η_D), а во вторую стадию равновесная десорбция.

Для первой фазы интегрирование уравнения кинетики (XIV.47) по времени от t_D до 0 и по концентрации N от N_D до N_e дает:

$$N_D = N_e - \frac{\ln_0 \gamma_1^*}{v} W_D; \quad W_D = \int_0^{\eta_D} c(l, \eta) d\eta. \quad (\text{XIV.56})$$

Значение W_D находится графически по выходной кривой. В соотношении (XIV.56) имеется две неизвестных величины N_D и γ_1^* .

Для второй стадии, когда процесс стабилизируется, при линейной изотерме Генри можно записать:

$$\Gamma = \frac{N_s}{n_0 c_0}. \quad (\text{XIV.57})$$

Для определения коэффициента Генри Γ значение конечной концентрации N_s находится по соотношению (XIV.34). Для момента смены реакций массообмена в точке D остается справедливым изотерма Генри, что дает:

$$N_D = n_0 \Gamma c_D. \quad (\text{XIV.58})$$

Величина концентрации c_D снимается с графика выходной кривой. Подстановка значения N_D по (XIV.58) в соотношение (XIV.56) дает уравнение для определения параметра массообмена γ_i^* в виде:

$$\gamma_i^* = \frac{v}{n_0 l} \frac{N_e - n_0 \Gamma c_D}{W_D}. \quad (\text{XIV.59})$$

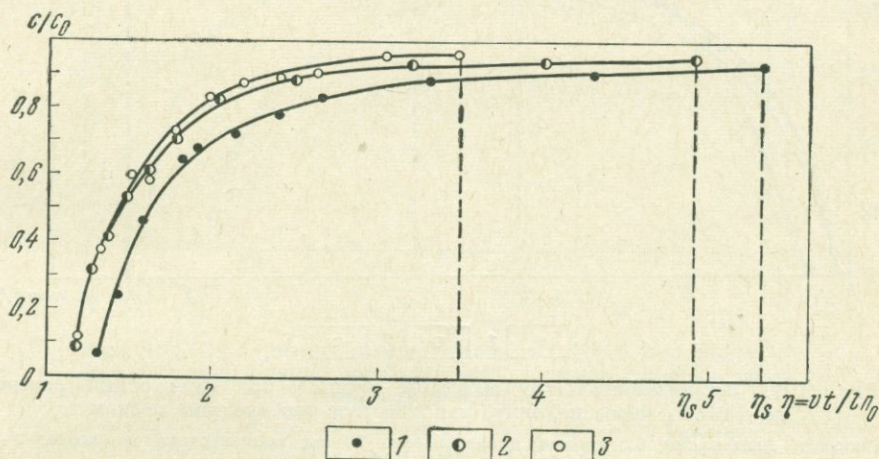


Рис. 100. Экспериментальные выходные кривые при фильтрации раствора KMnO_4 через колонку, заполненную люберецким песком. Скорость фильтрации 1,5 см/мин; длина образца 20 см; концентрация на входе: 1 — 15 г/л; 2 — 3,1 г/л; 3 — 0,6 г/л

Таким образом, необходимо провести один опыт с входной концентрацией раствора c_0 и концентрацией вещества в грунте N_e . Имея данные опытов при разных v и N_e , можно определить зависимость

$$\gamma_i^* = f(v, c_0).$$

Для всех кинетик, не содержащих в правой части уравнения концентрации N , выходные кривые не выходят на асимптоту c_e . Ниже приводятся примеры расчета.

Пример 1. (Неравновесная необратимая сорбция). Были проведены лабораторные опыты по сорбции KMnO_4 на люберецком песке. Результаты опытов представлены на рис. 100 и 101. Исходные данные опыта 1, выходная кривая для которого представлена на рис. 100, следующие: длина колонки $l = 20$ см; скорость фильтрации $v = 0,025$ см/с; входная концентрация $c_0 = 15$ г/л; пористость $n = 0,34$.

По графику выходной кривой планиметром были определены площади $W^* = 162$ кв. ед и $c_0^* = 50$ кв. ед. Значение безразмерного времени $\eta_s = 5,3$. Подставляя все исходные

данные в соотношение (XIV.10), получим значение параметра массообмена γ для первого опыта:

$$\gamma = \frac{v}{l} \cdot \frac{\eta_s - 1 - \bar{W}}{\bar{W}} = \frac{0,025}{20} \cdot \frac{5,3 - 1 - 3,24}{3,24} = 4,08 \cdot 10^{-4} \text{ (с}^{-1}\text{)},$$

где

$$\bar{W} = \frac{W}{c_0} = \frac{162}{50} = 3,24.$$

Для других опытов результаты расчетов приведены в табл. 25.

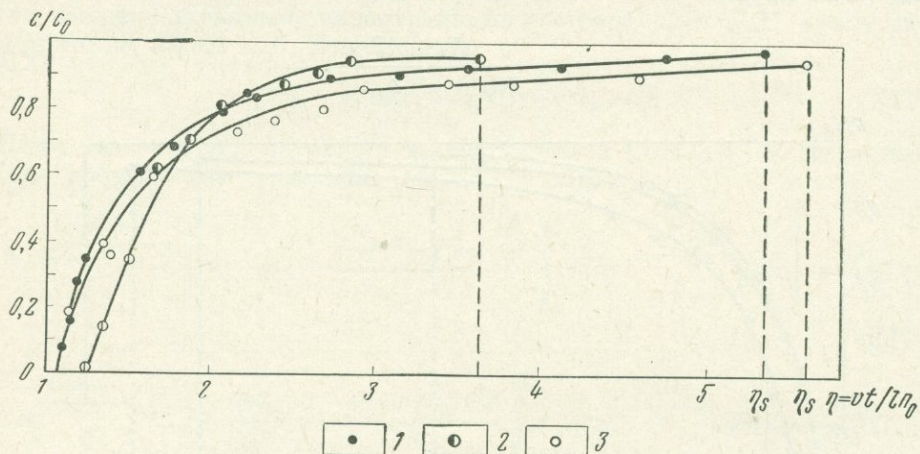


Рис. 101. Экспериментальные выходные кривые при фильтрации раствора KMnO_4 через колонку, заполненную люберецким песком

Скорость фильтрации 0,3 см/мин; длина образца 20 см; концентрация на входе: 1 — 16,5 г/л; 2 — 3 г/л; 3 — 0,6 г/л

Из анализа данных табл. 25 можно сделать выводы, что величина входной концентрации c_0 изменяется слабо или в пределах точности определения площадей W влияет на величину параметра массообмена γ . Влияние изменения скорости очень существенное и в первом приближении его можно выразить линейной зависимостью вида $\gamma = \beta v$.

Т а б л и ц а 25

Номер опыта	l , см	v , см/с	c_0 , г/л	n_0	γ , 1/с
1	20	0,025	15	0,34	$4,08 \cdot 10^{-4}$
2	20	0,025	3	0,37	$2,91 \cdot 10^{-4}$
3	20	0,025	0,6	0,35	$4,12 \cdot 10^{-4}$
4	20	0,00583	0,62	0,35	$8,1 \cdot 10^{-5}$
5	19	0,00483	3	0,39	$1,16 \cdot 10^{-4}$
6	20	0,005	16,5	0,35	$5,43 \cdot 10^{-5}$

Результаты обработки опытных данных фильтрации HCl через катионит (рис. 102) по соотношению (XIV.10) приведены в табл. 26.

Здесь величина γ изменяется в зависимости от l , что указывает на то, что линейная кинетика неравновесной необратимой сорбции здесь, по-видимому, не применима.

В табл. 27 приведены результаты обработки опытов по сорбции метиленовой сини на люберецком песке (рис. 103).

Номер опыта	l , см	v , см/мин	c_0 , г/л	n_0	γ , 1/с
1	56	22,7	3,504	0,336	$7,43 \cdot 10^{-3}$
2	30	20,7	3,504	0,377	$1,45 \cdot 10^{-3}$

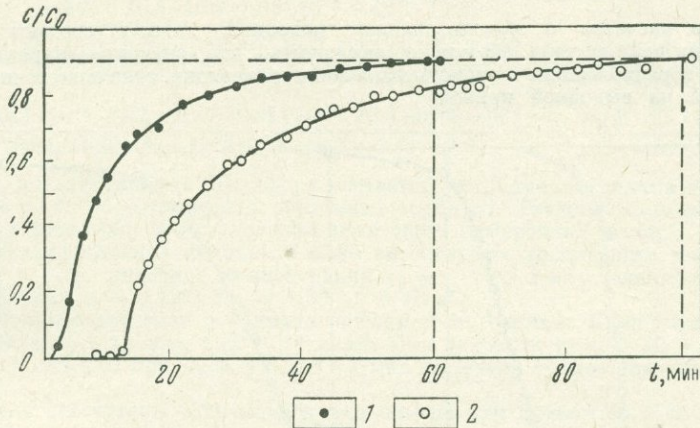


Рис. 102. Экспериментальные выходные кривые при фильтрации раствора соляной кислоты через катионит (концентрация на входе 3,5 г/л)

1 — $l = 30$ см, $v = 20,7$ см/мин; 2 — $l = 56$ см, $v = 22,7$ см/мин

Номер опыта	l , см	v , см/мин	c_0 , г/л	n_0	γ , 1/с
1	20	0,475	0,1	0,377	$2,03 \cdot 10^{-4}$
2	40	0,510	0,1	0,37	$1,71 \cdot 10^{-4}$
3	80	0,523	0,1	0,37	$3 \cdot 10^{-4}$

В этом случае при изменении l в 4 раза величина γ изменяется на 50—60%, т. е. не столь сильно, как в предыдущем случае.

Пример 2. (Равновесная сорбция). Для первого опыта по сорбции KMnO_4 на люберецком песке (исходные данные примера 1) будем иметь значения параметров массообмена:

$$\alpha = \frac{1}{\eta_s - 1 - \bar{W}} = \frac{1}{5,3 - 1 - 162/50} = 0,943$$

и

$$\Gamma = \frac{1}{\alpha} = 1,06.$$

Значение начальной (фоновой) концентрации KMnO_4 в твердой фазе N_0 , соответствующее c_0 , будет равно:

$$N_0 = \frac{n_0 c_0}{\alpha} = \frac{15 \cdot 0,34}{0,943} = 5,42 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3.$$

Номер опыта	α	Γ	$N_0 \cdot 10^3 \text{ г/см}^3$	Номер опыта	α	Γ	$N_0 \cdot 10^3 \text{ г/см}^3$
1	0,943	1,06	5,42	4	1	1	0,21
2	1,352	0,74	0,82	5	1,25	0,80	0,93
3	1,61	0,62	0,13	6	1,3	0,77	4,43

Результаты расчетов с использованием исходных данных сведены в табл. 28. Из рассмотрения данных табл. 28 можно заключить, что значения параметров α или Γ одного порядка и расхождения в числовых значениях, очевидно, связано с точностью определения площадей на выходной кривой.

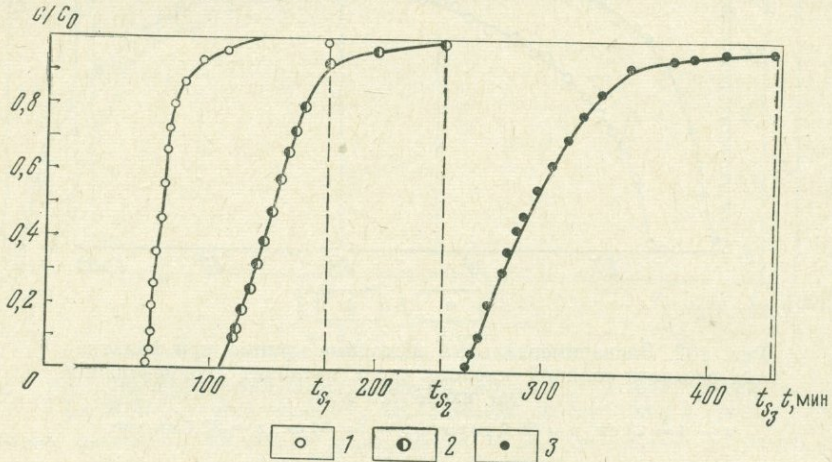


Рис. 103. Экспериментальные выходные кривые при фильтрации метиленовой сини через образец люберецкого песка (концентрация на входе 0,1 г/л)
 1 — $l = 20$ см, $v = 0,475$ см/мин; 2 — $l = 40$ см, $v = 0,51$ см/мин; 3 — $l = 80$ см, $v = 0,523$ см/мин

Аналогично были обработаны результаты экспериментов по фильтрации HCl через катионит и метиленовой сини через люберецкий песок. Данные обработки приведены в табл. 29.

Таблица 29

Номер опыта	l	α	Γ	$N_0, \text{ г/см}^3$
Фильтрация HCl через катионит *				
1	56	$1,37 \cdot 10^{-2}$	72,99	$8,59 \cdot 10^{-2}$ *
2	30	$9 \cdot 10^{-2}$	11,11	$1,467 \cdot 10^{-2}$
Фильтрация метиленовой сини через люберецкий песок				
1	20	0,285	3,54	$1,31 \cdot 10^{-4}$
2	40	0,37	2,7	$1,42 \cdot 10^{-4}$
3	80	0,277	4,4	$1,63 \cdot 10^{-4}$

* Резкое колебание N_0 свидетельствуют о том, что в данном случае действует кинетика иного типа.

Здесь при разных l изменения величины Γ сравнительно невелики и потому равновесный массообмен вполне вероятен.

Если значения параметров массообмена α и Γ существенно изменяются для опытов с различной входной концентрацией вещества c_0 , то можно предположить, что процесс сорбции может идти по изотерме Ленгмюра (XIV.18). Для случая равновесной обратимой сорбции величину коэффициента Ленгмюра L можно определить по соотношению (XIV.19).

Так, для опытов по фильтрации раствора $KMnO_4$ через люберецкий песок (исходные данные табл. 25), значения коэффициента Ленгмюра имеют вид:

$$L_{5 \text{ и } 6} = \frac{(3 \cdot 10^{-3} \cdot 4,43 \cdot 10^{-3} - 16,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,93 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,065}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5 \cdot 10^{-3} (0,93 \cdot 10^{-3} - 4,43 \cdot 10^{-3})} = \frac{-2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,065}{-4,73 \cdot 10^{-7}} = 0,75;$$

$$L_{4 \text{ и } 5} = \frac{(0,62 \cdot 10^{-3} \cdot 0,93 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,21 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,065}{0,62 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3} (0,21 \cdot 10^{-3} - 0,93 \cdot 10^{-3})} = \frac{-6 \cdot 10^{-8} \cdot 0,065}{-1,34 \cdot 10^{-9}} = 2,90;$$

$$L_{6 \text{ и } 4} = \frac{(4,43 \cdot 10^{-3} \cdot 0,62 \cdot 10^{-3} - 0,21 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5 \cdot 10^{-3}) \cdot 0,065}{0,62 \cdot 10^{-3} \cdot 16,5 \cdot 10^{-3} (0,21 \cdot 10^{-3} - 4,43 \cdot 10^{-3})} = \frac{-7,2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,065}{-4,31 \cdot 10^{-8}} = 1,09.$$

Индексы у коэффициента Ленгмюра соответствуют номерам опытов табл. 25.

Пример 3. (Неравновесная обратимая сорбция). Расчеты выполнены по результатам опытов с фильтрацией метиленовой сини через люберецкий песок.

Длина фильтрационной колонны $l = 80$ см, скорость фильтрации $v = 0,523$ см/мин; пористость $n_0 = 0,37$, исходная концентрация $c_0 = 1 \cdot 10^{-4}$ г/мл; величина $\eta_s = 6,9$. Рассчитанные значения $\alpha = 0,227$; $N_0 = 1,63 \cdot 10^{-4}$ г/см³.

Первоначальное значение γ принято равным $1 \cdot 10^{-3}$ 1/мин. Вычисленное по (XIV.25) значение N_0 оказалось равным $1,02 \cdot 10^{-4}$ г/см³. При значении $\gamma_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/мин получено $N_0 = 2,99 \cdot 10^{-4}$ г/см³, а при $\gamma_1 = 1,6 \cdot 10^{-3}$ 1/мин получено точное значение $N_0 = 1,63 \times 10^{-4}$ г/см³.

Аналогично рассчитаны величины γ_1 для опытов при длинах 40 и 80 см. Результаты расчетов представлены в табл. 30.

Таблица 30

Номер опыта	l , см	v , см/мин	n_0	c_0 , г/л	η_s	N_0 , г/см ³	α	γ_1 , 1/мин
1	20	0,475	0,37	0,0975	11	$1,28 \cdot 10^{-4}$	0,281	$5,5 \cdot 10^{-3}$
2	40	0,510	0,37	0,975	8,2	$1,38 \cdot 10^{-4}$	0,261	$2,6 \cdot 10^{-3}$
3	80	0,523	0,37	0,1000	6,9	$1,63 \cdot 10^{-4}$	0,227	$1,6 \cdot 10^{-3}$

Из данных табл. 30 видно, что параметры массообмена α и γ_1 имеют достаточно близкие значения. Расхождение скорее всего связано с точностью определения площадей на выходной кривой.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ

§ 1. Общая характеристика метода моментов

В последние годы для решения нестационарных задач диффузии и массообмена находят применение метод статистических моментов [30, 51, 105, 69, 68]. Его основным преимуществом является возможность обработки данных эксперимента по аналитическим решениям задачи в области изображений. Таким образом, исключается наиболее трудный в математическом отношении этап создания математической модели процесса массообмена — переход от изображений к оригиналу. Связь экспериментальных данных, которые обычно представляются в виде выходной кривой опыта $c = f(t)$, с моментами этой кривой позволяет определить основные параметры математической модели. Следует отметить, что метод моментов основан на детерминированной математической модели и от правильности ее выбора зависит корректность определения параметров.

Исходными данными при применении метода моментов являются:

1) результаты эксперимента в виде выходной кривой $c = f(t)$;

2) решение для выбранной математической модели в области изображений $\bar{c} = f(p)$.

Связь между этими данными характеризуется следующими статистическими моментами:

а. Начальные моменты выходной кривой

$$m_n = \int_0^{\infty} c(t) \cdot t^n dt, \quad (\text{XV.1})$$

где n — порядок начального момента.

Первый момент ($n = 1$) представляет собой, в частности, математическое ожидание случайной величины $c = f(t)$. В теоретической механике аналогичная величина называется статическим моментом.

Относительная величина

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{\int_0^{\infty} c(t) t dt}{\int_0^{\infty} c(t) dt} = t_{ц} \quad (\text{XV.2})$$

дает положение центра тяжести площади под выходной кривой $c = f(t)$.

б. Центральные моменты выходной кривой

$$\mu_n = \frac{1}{m_0} \int_0^{\infty} \left(t - \frac{m_1}{m_0}\right)^n c(t) dt. \quad (\text{XV.3})$$

Как следует из (XV.3), центральные моменты характеризуют разброс точек выходной кривой $c = f(t)$ относительно ее центра тяжести.

Первый центральный момент $\mu_1 = 0$ согласно определению (XV.3). Второй центральный момент μ_2 характеризует степень рассеяния экспериментальных точек выходной кривой относительно среднего значения

$$\sigma^2 = \mu_2 = m_2 - t_{\text{ц}}^2. \quad (\text{XV.4})$$

Третий центральный момент

$$\mu_3 = m_3 - 3m_2m_1 + 2m_1^3, \quad (\text{XV.5})$$

дает асимметрию выходной кривой, а четвертый —

$$\mu_4 = m_4 - 4m_3m_1 + 6m_2m_1^2 - 3m_1^4, \quad (\text{XV.6})$$

характеризует крутость этой кривой.

Обычно в связи с трудностями вычисления моментов высоких порядков используются первые три момента, что, как правило, бывает достаточно для полной оценки положения и формы выходной кривой.

Связь статистических моментов с аналитическим представлением математической модели в области изображений дается формулой

$$m_n = (-1)^n \left. \frac{\partial^n \overline{c(p)}}{\partial p^n} \right|_{p=0}. \quad (\text{XV.7})$$

Таким образом, моменты могут быть найдены n -кратным дифференцированием изображения $\overline{c(p)}$ по параметру преобразования p с последующим предельным переходом при $p \rightarrow 0$. В частности, для двух основных характеристик $t_{\text{ц}}$ и σ^2 имеем

$$t_{\text{ц}} = -\frac{\overline{c}'(0)}{\overline{c}(0)}; \quad (\text{XV.8})$$

$$\sigma^2 + t_{\text{ц}}^2 = \frac{\overline{c}''(0)}{\overline{c}(0)}. \quad (\text{XV.9})$$

Отметим еще одно важное обстоятельство. В аналитическом решении для конкретного процесса диффузии и массообмена, представляющем выходную кривую, участвуют две составляющие. Первая характеризует собственно процесс размыва зоны смеси жидкостей (индикатора и пластовой воды) внутри пласта, а вторая отражает влияние условий на его границе (на входе в пласт). Решение в общем виде записывается обычно в форме

$$\overline{c(p)} = \overline{f_0(p)} \cdot f_l(p), \quad (\text{XV.10})$$

где f_0 — отклик на возмущение на границе $x = 0$, а f_l — собственная функция отклика на возмущение любой формы, зависящая от параметров модели, но не зависящая от условий на границе.

Отсюда следует, что результирующие моменты выходной кривой связаны с условиями на границе пласта соотношениями

$$\mu_1 = -\frac{\overline{c}'(0)}{\overline{c}(0)} = \frac{f_0'(0)}{f_0(0)} + \frac{f_l'(0)}{f_l(0)} = \mu_{10} + \mu_{1l}; \quad (\text{XV.11})$$

$$\mu_2 = \frac{\overline{c}''(0)}{\overline{c}(0)} = \frac{f_0''(0)}{f_0(0)} + 2 \frac{f_l'(0) \cdot f_0'(0)}{f_l(0) f_0(0)} + \frac{f_l''(0)}{f_l(0)} = \mu_{20} + \mu_{2l} + 2\mu_{10}\mu_{1l}. \quad (\text{XV.12})$$

Для основных характеристик процесса имеем

$$t_{\text{ц}} = [t_{\text{ц}}^0 + t_{\text{ц}}^1]; \quad (\text{XV.13})$$

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + \sigma_l^2. \quad (\text{XV.14})$$

Величины, отражающие вклад граничного условия в результаты опыта, $t_{\text{ц}}^0$ и σ_0^2 могут быть вычислены для следующих двух типов ввода индикатора в пласт.

1. Прямоугольный импульс ввода индикатора

$$c(0, t) = \begin{cases} c_0 & \text{при } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{при } t > T; \end{cases} \quad (\text{XV.15})$$

$$\bar{c}(0, p) = \frac{c_0}{p} (1 - e^{-pT}). \quad (\text{XV.16})$$

Отсюда по (XV.8) и (XV.9)

$$t_{\text{ц}}^0 = \frac{T}{2}; \quad \sigma_0^2 = \frac{T^2}{3} - \left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{T^2}{12}. \quad (\text{XV.17})$$

2. Мгновенный импульс ввода индикатора

$$c(0, t) = M\delta(t). \quad (\text{XV.18})$$

Используя, как раньше, (XV.8) и (XV.9), получаем

$$t_{\text{ц}}^0 = \sigma_0^2 = 0, \quad (\text{XV.19})$$

т. е. мгновенный ввод массы вещества M в поток не приводит к дополнительному запаздыванию и размыву выходной кривой.

Таким образом, при вычислении моментов для различных расчетных схем базовой формой входного сигнала следует считать мгновенный импульс. Полученные для него результаты ($t_{\text{ц}}$, σ^2 и др.) могут в дальнейшем корректироваться с учетом конкретной функции ввода индикатора в пласт по зависимостям (XV.13)—(XV.14).

Для определения параметров процесса необходимо найти основные статистические характеристики выходных кривых ($t_{\text{ц}}$, σ^2 , μ_3 и т. д.). Методика их определения может быть заимствована из любого курса математической статистики. Отметим, что если рассматривать выходную кривую как сумму дискретных определений концентрации c_i в различные моменты времени t_i , то выражения для начальных моментов находятся по формуле

$$m_n = \frac{\sum_{i=1}^k c_i t_i^n}{\sum_{i=1}^k c_i}, \quad (\text{XV.20})$$

где k — число проб, взятых на выходе из пласта.

Для центральных моментов аналогично получим

$$\mu_n = \frac{\sum_{i=1}^k (t_i - m_1)^n c_i}{\sum_{i=1}^k c_i}. \quad (\text{XV.21})$$

§ 2. Моменты распределения в линейной задаче конвективной диффузии

В качестве примера рассмотрим задачу одномерной диффузии в пластах с различными граничными условиями. Предположим, что ввод индикатора производится в течение короткого интервала времени так, что его можно считать мгновенным. Если конкретно принять, что в пласт (или в фильтрационную трубку при лабораторном опыте) вводится объем индикатора q на единицу площади сечения F , то мощность мгновенного источника будет равна $c_0 = q/n_0$, где n_0 — пористость. Предположим также, что импульс ввода отнесен к точке $x = 0$. Дифференциальное уравнение, описывающее процесс размыва индикатора вследствие конвективной диффузии с коэффициентом D , имеет вид:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} + c_0 \delta(t) = n_0 \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (\text{XV.22})$$

Оно решается при краевых условиях

$$\left. \begin{aligned} c &= 0 \quad \text{при } t = 0; \\ vc - D \frac{\partial c}{\partial x} &= 0 \quad \text{при } x = 0; \\ c &= 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.23})$$

Преобразовав уравнения (XV.22)–(XV.23) по Лапласу, можно получить решение в изображении

$$\bar{c} = \frac{c_0 \exp\left(\frac{vx}{2D} - \sqrt{\frac{px^2}{D} + \frac{v^2x^2}{4D^2}}\right)}{\frac{v}{2} + \sqrt{pD + \frac{v^2}{4}}} \quad (\text{XV.24})$$

Оригинал этого изображения при $x = l$ имеет вид:

$$c_l = \sqrt{\frac{\eta}{\pi\xi}} \exp\left(\frac{\xi}{2} - \frac{\xi\eta}{4} - \frac{\xi}{4\eta}\right) - \frac{\xi}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{V\bar{\xi}}{2}\left(\frac{1}{V\eta} + V\bar{\eta}\right)\right] e^{\xi}, \quad (\text{XV.25})$$

где

$$\xi = \frac{vl}{D}; \quad \eta = \frac{vt}{ln_0}.$$

Используя результаты предыдущего параграфа, вычислим моменты кривой, положив в (XV.24) $x = l$. Тогда получим:

$$\left. \begin{aligned} m_1 = t_{\text{ц}} &= 1 + \frac{1}{\xi}; \\ m_2 &= 1 + \frac{4}{\xi} + \frac{4}{\xi^2}; \\ m_3 &= 1 + \frac{9}{\xi} + \frac{30}{\xi^2} + \frac{30}{\xi^3}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{XV.26})$$

Согласно формуле (XV.9), дисперсия или рассеяние точек выходной кривой относительно центра тяжести $t_{\text{ц}}$ ее площади равна:

$$\sigma^2 = \frac{2}{\xi} + \frac{3}{\xi^2}. \quad (\text{XV.27})$$

Номера п/п	Расчетная схема	m_1
I		$1 + \frac{2}{\xi}$
II		$1 + \frac{1}{\xi}$
III		$1 + \frac{1}{\xi} [2 - (1 - \alpha) e^{-\xi z_0}]$
IV		$1 + \frac{1}{\xi} [2 - (1 - \beta) e^{-\xi (z_1 - z_m)}]$
V		1
VI		$1 + \frac{1}{\xi} [2 - e^{-\xi z_0} - e^{-\xi (z_1 - z_m)}]$
VII		$1 + \frac{1}{\xi} [\alpha + \beta]$
VIII		$1 + \frac{1}{\xi} [2 - (1 - \alpha) e^{-\xi z_0} - (1 - \beta) e^{-\xi (z_1 - z_m)}]$

Условные обозначения: $\xi = \frac{vl}{D}$; $z = \frac{x}{l}$; $l = x_m - x_0$; $\alpha = \frac{D_a}{D}$; $\beta = \frac{D_b}{D}$.

σ^2
$\frac{1}{\xi^2} [2\xi + 8]$
$\frac{1}{\xi^2} [2\xi + 3]$
$\frac{1}{\xi^2} \{2\xi + 8 - (1 - \alpha) e^{-\xi z_0} [4z_0\xi + 4(1 + \alpha) + (1 - \alpha) e^{-\xi z_0}]\}$
$\frac{1}{\xi^2} \{2\xi + 8 - (1 - \beta) e^{-\xi (z_1 - z_m)} [4(z_1 - z_m)\xi + 4(1 + \beta) + (1 - \beta) e^{-\xi (z_1 - z_m)}]\}$
$\frac{2}{\xi^2} [\xi - 1 + e^{-\xi}]$
$\frac{1}{\xi^2} \{2\xi + 8 + 2e^{-\xi z_1} - e^{-\xi z_0} [4z_0\xi + 4 + e^{-\xi z_0}] - e^{-\xi (z_1 - z_m)} [4(z_1 - z_m)\xi + 4 + e^{-\xi (z_1 - z_m)}]\}$
$\frac{1}{\xi^2} [2\xi - 2 + 2e^{-\xi} + 2(\alpha + \beta)(1 - e^{-\xi}) + 3(\alpha^2 + \beta^2) + 2\alpha\beta e^{-\xi}]$
$\frac{1}{\xi^2} \{2\xi + 8 + 2(1 - \alpha)(1 - \beta) e^{-\xi z_1} - (1 - \alpha) e^{-\xi z_0} [4z_0\xi + 4(1 + \alpha) + (1 - \alpha) e^{-\xi z_0}] - (1 - \beta) e^{-\xi (z_1 - z_m)} [4(z_1 - z_m)\xi + 4(1 + \beta) + (1 - \beta) e^{-\xi (z_1 - z_m)}]\}$

Коэффициент асимметрии a , характеризующий асимметричность выходной кривой

$$a = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{20 + 12\xi}{(3 + 2\xi)^{3/2}}, \quad (\text{XV.28})$$

имеет в этом случае положительное значение, т. е. правая ветвь выходной кривой больше левой.

Отметим также, что в результате влияния граничного условия (XV.23) при $x = 0$ центр тяжести выходной кривой не совпадает с координатой фронта поршневого вытеснения $t_{ц} = 1$.

Рассмотренная задача является частной. Для более широкого диапазона граничных условий, когда пласт или образец грунта находится в контакте с областями, в которых коэффициенты диффузии различны (D_a и D_b), а точки ввода индикатора x_0 и отбора проб x_m находятся на расстоянии $x_m - x_0$, подробная таблица значений первых двух моментов составлена Ван дер Лааном [105]. Соотношение между моментами и числом Пекле для моделей с продольной дисперсией приведено в табл. 31.

Если предположить, что на входе в пласт ($x = 0$) ставится граничное условие первого рода $c(0, t) = 0$, а на выходе условие второго рода $\partial c(l, t)/\partial x = 0$, то для ограниченного таким образом пласта длиной l моменты выходной кривой имеют вид [68]:

$$t_{ц} = \frac{vt}{ln_0} = 1; \quad (\text{XV.29})$$

$$\sigma^2 = \frac{2}{\xi} - \frac{2}{\xi^2} (1 - e^{-\xi})^2. \quad (\text{XV.30})$$

Методически задача определения параметров диффузионной модели заключается в следующем:

1) по фактической выходной кривой опыта вычисляются известными приемами центр ее тяжести $t_{ц}$ и дисперсия σ^2 ;

2) после подстановки вычисленных значений $t_{ц}$ и σ^2 в аналитические их выражения, например (XV.29) и (XV.30), находятся два параметра модели v и D ; если v известно, то таким образом определяется n_0 или n в случае равновесной сорбции по линейной изотерме;

3) при граничном условии, отличающемся от мгновенного ввода индикатора, в аналитические зависимости для моментов вводятся коррективы в виде моментов от этого граничного условия, как это показано ранее на примере прямоугольного импульса.

§ 3. Конвективная диффузия в трещиновато-пористых средах или в средах с малопроницаемыми включениями

Процесс конвективной диффузии в трещиновато-пористых средах может быть описан с помощью известной модели, которая строится следующим образом. Считается, что конвективный перенос осуществляется в основном по трещинам. Течением в пористых блоках среды можно пренебречь, однако учитывается диффузионное поглощение вещества из потока, движущегося по трещинам, пористыми блоками. Другими словами, мы имеем здесь дело со случаем, аналогичным схеме внутридиффузионной кинетики адсорбции.

К подобной же схеме может быть приведен процесс конвективной диффузии в средах с малопроницаемыми (например, глинистыми) включениями в виде

линз и пропластков. Имея в виду, что глины имеют значительную сорбционную емкость, необходимо дополнительно учитывать кинетику сорбционного поглощения вещества (индикатора) в блоках.

Введем следующие упрощающие предположения. Будем считать, что малопроницаемые включения характеризуются средним размером $2d$ и имеют вид пластин неограниченного размера в плане. В точной постановке это соответствует разрезу грунта, в котором слои плохо проницаемого материала имеют одинаковую мощность и свойства. В фильтрующей пористой или трещиноватой среде рассматриваются осредненные концентрации раствора, т. е. считается, что коэффициент диффузии в направлении, поперечном потоку, равен бесконечности.

В такой постановке задача ставится при помощи следующих уравнений.

1. Уравнение баланса вещества в потоке

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - Q = n \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (\text{XV.31})$$

где Q — мощность источника поглощения вещества блоками.

2. Уравнение диффузии вещества в блоках породы

$$D_m \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} = n_0 \frac{\partial a}{\partial t}; \quad 0 \leq y \leq d. \quad (\text{XV.32})$$

Средняя концентрация раствора, поглощенного блоками за счет диффузии, определяется выражением

$$a_{\text{ср}} = \frac{1}{d} \int_0^d a \, dy. \quad (\text{XV.33})$$

Величина потока из проточной части среды в блоки или мощность источника Q находится из выражения

$$Q = \partial a_{\text{ср}} / \partial t. \quad (\text{XV.34})$$

С другой стороны

$$Q = \frac{\gamma}{d} (\Gamma c - a_n); \quad \Gamma = \frac{nm}{n_0 d}, \quad (\text{XV.35})$$

где a_n — концентрация на поверхности блоков; γ — константа скорости диффузионного подвода вещества к этой поверхности; m — половина мощности проницаемого пропластка; nm — полуширина трещины.

Таким образом, к уравнениям баланса (XV.31) и (XV.32) должно быть присоединено уравнение кинетики диффузионного поглощения, связывающего среднюю концентрацию в потоке c с концентрацией раствора на поверхности блоков $a_n = a(0, t)$

$$\frac{\partial a_{\text{ср}}}{\partial t} = \frac{\gamma}{d} (\Gamma c - a_n). \quad (\text{XV.36})$$

Краевые условия для уравнений (XV.31)–(XV.32) имеют вид:

$$c(x, 0) = c(\infty, t) = 0; \quad c(0, t) = c_0(t); \quad (\text{XV.37})$$

$$a(y, 0) = 0; \quad a(d, t) = a_n; \quad \partial a(0, t) / \partial y = C \quad (\text{XV.38})$$

Преобразуя по Лапласу уравнение (XV.32) и условия (XV.38), получим

$$\frac{\partial^2 \bar{a}}{\partial y^2} - \frac{p}{D_*} \bar{a} = 0, \quad D_* = \frac{D_m}{n_0}; \quad (\text{XV.39})$$

$$\bar{a}(d, p) = \bar{a}_n; \quad d \bar{a}(0, p) / dy = 0. \quad (\text{XV.40})$$

Решение системы (XV.39)—(XV.40) имеет вид:

$$\frac{\bar{a}}{\bar{a}_n} = \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{py^2}{D_*}}}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{pd^2}{D_*}}}. \quad (\text{XV.41})$$

Выполнив переход к изображениям в (XV.33) и подставив в полученное выражение \bar{a} из (XV.40), найдем изображение средней концентрации в блоках

$$\bar{a}_{\text{ср}} = \frac{\bar{a}_n}{d} \left(\sqrt{\frac{p}{D_*}} \right)^{-1} \operatorname{th} d \sqrt{\frac{p}{D_*}} \quad (\text{XV.42})$$

Из этого выражения можно исключить \bar{a}_n при помощи уравнения (XV.36), которое в изображениях записывается

$$p\bar{a}_{\text{ср}} = \frac{\gamma}{d} (\Gamma\bar{c} - \bar{a}_n), \quad (\text{XV.43})$$

тогда

$$a_n = \Gamma\bar{c} - \frac{d p \bar{a}_{\text{ср}}}{\gamma}, \quad (\text{XV.44})$$

или, включая это значение в (XV.42), получим

$$\frac{p\bar{a}_{\text{ср}}}{\Gamma} = \bar{c}\psi(p), \quad \psi(p) = \left[\frac{d}{\gamma} + \frac{1}{\frac{D_*}{d} \sqrt{\frac{pd^2}{D_*}} \operatorname{th} \sqrt{\frac{pd^2}{D_*}}} \right]^{-1}. \quad (\text{XV.45})$$

Выражение (XV.45) дает зависимость для потока вещества в блоки породы \bar{Q} , что позволяет непосредственно перейти к решению уравнения (XV.31), записав его в изображениях вместе с краевыми условиями (XV.37)

$$\frac{d^2\bar{c}}{dx^2} - \frac{v}{D} \frac{d\bar{c}}{dx} - \frac{n_0 p + \Gamma\psi(p)}{D} \bar{c} = 0; \quad (\text{XV.46})$$

$$\bar{c}(0, p) = \bar{c}_0; \quad (\text{XV.47})$$

$$\bar{c}(\infty, p) = 0. \quad (\text{XV.48})$$

Решая эту систему, получим:

$$\bar{c} = \bar{c}_0 \left[\left(\frac{v}{2D} - \sqrt{\frac{v^2}{4D^2} + \frac{\Gamma p \psi(p)}{D n_0}} \right) x \right]. \quad (\text{XV.49})$$

Уравнение (XV.49), включающее функцию $\psi(p)$, является чрезвычайно сложным для получения оригинала, поэтому наиболее удобным для определения его параметров следует считать метод моментов.

Для любого импульса ввода \bar{c}_0 , который должен учитываться дополнительно, можно найти

$$t_{\alpha}^* = \frac{1 + \Gamma}{v} x; \quad (\text{XV.50})$$

$$\sigma_*^2 = \left[\frac{2D}{v} + \frac{2\Gamma}{(1 + \Gamma)^2} \frac{dv}{\gamma} + \frac{2\Gamma d^2 v}{3(1 + \Gamma)^2 D_0} \right] \frac{(1 + \Gamma)^2 x}{v^2} \quad (\text{XV.51})$$

Выражения (XV.50)—(XV.51) позволяют определить по данным экспериментов ряд параметров:

1) при известной пористости блоков характерный размер их d ;

2) коэффициент диффузии D или константу γ .

Для отыскания как D , так и γ необходимо иметь данные экспериментов для ряда значения v . В формулу (XV.51) входит также неизвестная величина D_0 . Методика ее определения по результатам лабораторных опытов дается в § 3 главы XII.

§ 4. О применении метода моментов при неизвестной заранее форме импульса ввода индикатора

В ряде случаев форма ввода индикатора в поток не может быть задана в аналитическом виде, а иногда вообще не может быть определена даже численно. Для примера может быть рассмотрен импульсный ввод. На практике выполнить входной сигнал в виде дельта-функции не удастся почти никогда, за исключением, пожалуй, индикаторов очень высокой концентрации. Как правило, ближе к действительности прямоугольная форма импульса. При вводе индикаторов в скважину или шурф также трудно получить входной сигнал какой-либо правильной аналитической формы. Кроме того, в этом случае, имея в виду определение параметров в условиях бытовой скорости потока, сказываются возмущения потока в непосредственной близости от скважины.

Метод моментов позволяет выработать методику определения параметров, основанную на обработке сигнала произвольной формы. Суть этого подхода заключается в следующем. В пункте запуска индикатора (рис. 104, а) или на границе какого-либо источника загрязнения (см. рис. 104, б) концентрация раствора в течение конечного интервала времени T претерпевает изменения произвольного характера. Здесь важно выполнить лишь одно условие:

$$\int_0^{\infty} c_0(\eta) d\eta = M, \quad (\text{XV.52})$$

которое означает, что указанное изменение концентрации обусловлено введением некоторой конечной по величине массы индикатора (или загрязняющего вещества) M . Импульс произвольной формы, заданный во входном сечении, принимается в измененном виде в качестве сигнала (выходных кривых) в двух точках наблюдения N_1 и N_2 . При этом изменения характеристик выходных кривых, регистрируемые в точках наблюдения, являются отражением процессов рассеяния и массообмена в среде.

Если в точках x_1 и x_2 с расстоянием между ними $x_2 - x_1 = l$ получены выходные кривые (см. рис. 104, в), то в этом случае выходная кривая в точке N_1 ($x = x_1$) может рассматриваться как входной импульс. Кривая в точке

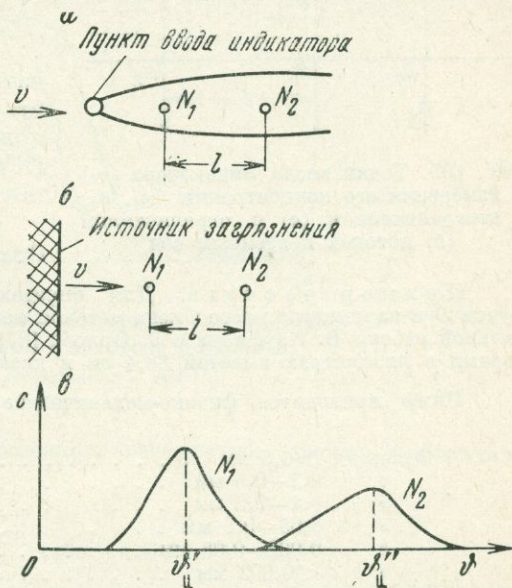


Рис. 104. Схемы измерения концентрации индикатора при сигнале неизвестной формы в неограниченном (а) и полуограниченном (б) потоках и выходные кривые в точках наблюдений (в)

N_2 ($x = x_2$) является в этом случае кривой детектирования. Изменения характеристик кривой N_2 по сравнению с характеристиками кривой N_1 на участке потока длиной l могут быть использованы при вычислении параметров. Для расчетной схемы неограниченного по простиранию пласта (рис. 105, а) разность статистических характеристик [68] составляет:

$$\Delta m_1 = m'_1 - m''_2 = 1; \quad (XV.53)$$

$$\Delta \sigma^2 = (\sigma_1^2)' - (\sigma_2^2)'' = \frac{2}{\xi}. \quad (XV.54)$$

Для расчетной схемы ограниченного пласта (см. рис. 105, б) имеем [69]:

$$\Delta m_1 = 1; \quad (XV.55)$$

$$\Delta \sigma^2 = \frac{2}{\xi} + \frac{1}{\xi^2} (e^{-2\xi} + 4e^{-\xi} + 4\xi e^{-\xi} - 5). \quad (XV.56)$$

В большинстве практических случаев $\xi \gg 1$, что позволяет пренебречь вторым слагаемым в (XV.56), т. е. использовать более простую зависимость (XV.54). Ошибка, возникающая из-за такого упрощения, составляет

ξ	10	100	1000
Ошибка, %	25	2,5	0,25

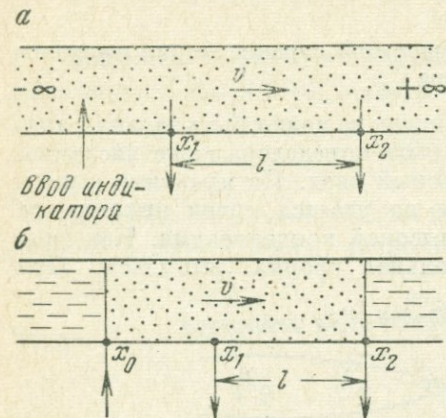


Рис. 105. Точки ввода индикатора (x_0) и измерения его концентрации (x_1, x_2) в неограниченном (а) и ограниченном (б) потоках подземных вод

Пример расчета. Для определения коэффициента фильтрационной диффузии D и параметров массообмена методом моментов использованы результаты экспериментальной работы В. Кауфмана и Г. Орлоба [87], проводивших опыты с различными индикаторами в лизиметрах высотой 88,4 см и диаметром 91,4 см, заполненных песком Оакли.

Ниже приводятся физико-механические характеристики грунта:

Фракция > 0,5 мм	3
» 0,2—0,5 мм	42
» 0,1—0,2 мм	26
» 0,05—0,1 мм	15
» 0,002—0,05 мм	9
» < 0,002 мм	5
Эффективный размер, мм	0.02
Коэффициент неоднородности	11.2
Обменная емкость, мэк/100 г	3.01
Проницаемость, мкм ²	82
Общая пористость	0.35
Объем пор грунта, дм ³	202.9

В качестве индикаторов были выбраны хлор-ион, флуоресцин и I^{131} . Подача растворов осуществлялась по схеме прямоугонльного импульса — «пакета» (объем «пакета» раствора составляет 179,89 дм³, отношение его к объему пор равно 0,866). Характеристики растворов приводятся в табл. 32.

Результаты опытов представлены на рис. 106 выходными кривыми $\bar{c} = f(\eta)$, где η — кратность обмена или число поро-

Таблица 32

Индикатор	\bar{c} , мг/л	v , см/с
Cl'	153	0.0137
Флуоресцин	31	0.0113
I^{131}	$8430 \cdot 10^4$ 1/с	0.0160

вых объемов раствора, профильтрованного через образец. Эти графики являются исходным материалом при вычислении параметров.

Коэффициент диффузии D вычисляется по формуле (XV.30), связывающей значение параметра Пекле $\xi = vl/D$ и центрального момента второго порядка μ_2

$$\mu_2 = \frac{2}{\xi} - \frac{2}{\xi^2} (1 - e^{-\xi}) + \frac{\eta_0^2}{12}. \quad (\text{XV.57})$$

Здесь учтена величина $\eta_0^2/12$, отражающая вклад граничного условия (см. § 1). Порядок вычисления момента второго порядка следующий. Опытную выходную кривую разбивают на ряд интервалов от 1 до i и определяют для каждого интервала ($\eta_i - \eta_{i-1}$) среднюю

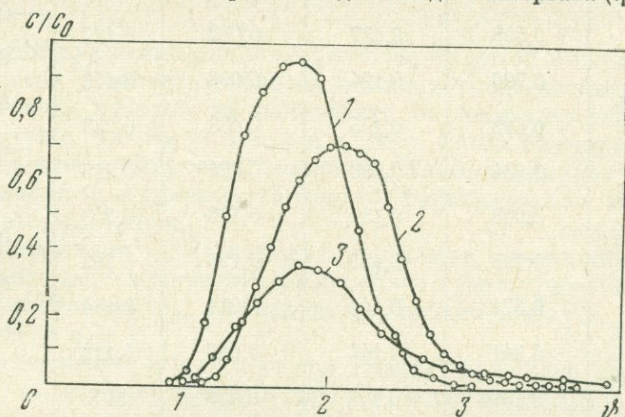


Рис. 106. Выходные кривые для различных индикаторов при прямоугольном импульсе их ввода в образец

1 — хлор-ион; 2 — флуоресция; 3 — иод-131

относительную концентрацию $(\bar{c}_i + \bar{c}_{i-1})/2$. Найденные значения подставляют в формулу для определения первого момента

$$m_1 = \frac{\sum_1^i \left(\frac{\bar{c}_i + \bar{c}_{i-1}}{2} \right) (\eta_i - \eta_{i-1}) \eta_i}{\sum_1^i \left(\frac{\bar{c}_i + \bar{c}_{i-1}}{2} \right) (\eta_i - \eta_{i-1})}. \quad (\text{XV.58})$$

Затем определяется второй центральный момент по формуле

$$\mu_2 = \frac{\sum_1^i (\eta_i - m_1)^2 \left(\frac{\bar{c}_i + \bar{c}_{i-1}}{2} \right) (\eta_i - \eta_{i-1})}{\sum_1^i \left(\frac{\bar{c}_i + \bar{c}_{i-1}}{2} \right) (\eta_i - \eta_{i-1})}. \quad (\text{XV.59})$$

Подставляя значение μ_2 в формулу (XV.57), находим параметр $\xi = (vl)/D$ и, соответственно, $D = vl/\xi$. При решении этого уравнения пренебрегаем членом, содержащим $(1 - e^{-\xi})$.

Пример вычисления моментов для случая фильтрации раствора с хлор-ионом приведен в табл. 33.

Таблица 33

\bar{c}_i	η_i	$\bar{c}_{cp} = \frac{\bar{c}_i + \bar{c}_{i-1}}{2}$	$\Delta\eta = \eta_i - \eta_{i-1}$	$\omega = \bar{c}_{cp} \Delta\eta$	$\omega\eta_i$	$\delta = \eta_i - m_1$	$\omega\delta^2$
0,007	0,89						
0,039	1,035	0,023	0,145	0,003	0,003	-0,848	0,002
0,188	1,161	0,113	0,126	0,015	0,017	-0,722	0,008
0,473	1,295	0,331	0,134	0,045	0,057	-0,588	0,015
0,725	1,432	0,599	0,137	0,082	0,117	-0,451	0,016
0,857	1,556	0,796	0,124	0,098	0,153	-0,327	0,0105
0,927	1,71	0,892	0,155	0,138	0,237	-0,173	0,0041
0,941	1,844	0,934	0,133	0,124	0,228	-0,039	0,0002
0,896	1,978	0,918	0,134	0,123	0,243	0,095	0,001
0,649	2,133	0,795	0,155	0,123	0,263	0,250	0,008
0,454	2,274	0,574	0,141	0,081	0,184	0,391	0,012
0,227	2,418	0,341	0,144	0,049	0,118	0,535	0,014
0,151	2,569	0,189	0,151	0,029	0,073	0,686	0,013
0,066	2,71	0,108	0,141	0,015	0,034	0,827	0,010
0,032	2,851	0,049	0,141	0,007	0,020	0,968	0,006
0,015	2,992	0,024	0,141	0,003	0,011	1,109	0,004
0,01	3,143	0,012	0,151	0,002	0,007	1,260	0,003

Сумма

0,937

1,765

0,127

Расчетные моменты: $m_1 = 1,883$; $\mu_2 = 0,135$

Результаты вычислений коэффициентов диффузии при фильтрации растворов хлорида, флуоресцина и I^{131} в песке Оакли методом моментов представлены в табл. 34.

Таблица 34

Индикатор	v , см/с	m_1	μ_2	D , см ² /с
Cl'	0,0137	1,883	0,135	0,043
Флуоресцин	0,0113	2,204	0,171	0,056
I^{131}	0,0160	2,177	0,355	0,249

ПРИМЕНЕНИЕ ИНДИКАТОРОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТИННОЙ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ, АКТИВНОЙ ПОРИСТОСТИ ПОРОД И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОР ПО РАЗМЕРАМ

§ 1. Общие сведения

Используемый при исследованиях фильтрации метод индикаторов основан на том, что в поток жидкости вводится индикатор, являющийся нейтральной примесью, движение которой не отличается от движения частиц жидкости исследуемого потока. Это имеет место в случае, когда индикатор практически не диффундирует и не сорбируется в породах. Такими индикаторами являются некоторые красители (например флуоресцин), радиоактивные изотопы (третий, йод-131) и солевые растворы.

В случае применения таких индикаторов опыты с ними позволяют определить гидродинамические характеристики потока и фильтрующих пород (истинную скорость фильтрации v_g , активную пористость пород n_0 , распределение пор по размерам и т. д.).

Индикаторные опыты в естественном грунтовом потоке впервые проводились А. Слехтером, а затем многими другими исследователями. В этом случае обычно используется так называемый импульсный ввод индикатора. В скважину (или шурф) вводится и быстро перемешивается концентрированный раствор краски, соли или радиоактивного изотопа, которые улавливаются в другой скважине (или шурфе), находящейся ниже по течению грунтовых вод.

Импульсный ввод здесь целесообразен ввиду того, что скорости фильтрации малы, и потому через пункт улавливания индикатор проходит в течение времени, достаточного для надежной его регистрации. Другие способы ввода индикатора, требующие большего его количества, здесь не нужны.

При откачке воды из скважины запуск индикатора производится в дальнюю наблюдательную скважину, а улавливание его ведется в других наблюдательных скважинах, размещенных ближе к центральной, а также в самой центральной скважине. При нагнетании и наливах запуск индикатора производится в центральную скважину, а улавливание его ведется в наблюдательных.

В этих случаях обычно применяется непрерывно-импульсный ввод индикатора, при котором он поступает в скважину не сразу, а через более или менее длительное время. Такой ввод индикатора необходим ввиду того что скорости фильтрации здесь значительны и потому в пункте улавливания время его прохождения мало.

При лабораторных опытах с индикаторами могут применяться особые способы его ввода (в том числе и непрерывный).

В результате полевых и лабораторных опытов получают кривую зависимости концентрации индикатора c от времени t . При импульсном и непрерывно-импульсном вводе индикатора эта кривая имеет характерный максимум. Для нейтральной и практически несорбирующейся примеси она имеет более или менее крутые ветви возрастания и убывания концентрации (рис. 107).

Такая форма этой кривой обусловлена различием истинных скоростей фильтрации в порах разного размера и в разных точках пор, а также сорбцией и диффузией индикатора.

Для более точного определения пористости (трещиноватости) по данным индикаторных опытов существенно, чтобы максимум на кривой $c = f(t)$ был по возможности более резким, т. е. близким по форме к узкому прямоугольнику. Для этого необходимо чтобы в процессе опытов массовая скорость фильтрации была значительно больше скорости диффузии, а сорбция индикатора на поверхности пор (трещин) была незначительной. При соблюдении этих условий дисперсия индикатора, приводящая к расплыванию максимума концентрации,

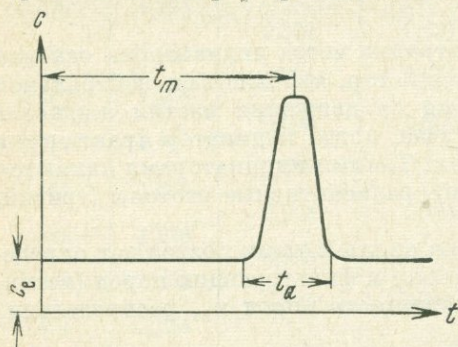


Рис. 107. Изменение концентрации индикатора во времени в улавливающей скважине

будет меньше, так как она вызвана неравномерностью истинной скорости движения воды в порах (трещинах) породы.

Время продвижения индикатора определяется по максимуму индикаторной кривой. При этом для обеспечения достаточной точности определения пористости необходимо, чтобы общее время прохождения индикатора в улавливающей скважине t_a составило

$$t_a \leq (0,1 \div 0,2) t_m,$$

где t_m — время появления максимума концентрации в той же скважине после ввода индикатора (см. рис. 107).

Методы исследования фильтрационных характеристик пластов изложены в работах [13, 24, 25, 27, 33, 54, 94, 95 и др.].

§ 2. Опыты с индикаторами в естественном потоке подземных вод

При стационарном режиме фильтрации одномерный поток подземных вод до устройства в нем скважины или шурфа имеет всюду одинаковую скорость (одномерное течение).

Часто считают, что после устройства скважины или шурфа последние заполняются грунтом, и потому поток остается одномерным и равномерным (рис. 108, а). Тогда при опытах с индикаторами скорость течения принимается постоянной и равной

$$u = \frac{R - r_0}{t} = \frac{k}{n_0} I. \quad (\text{XVI.1})$$

Отсюда находим

$$n_0 = \frac{kIt}{R - r_0}, \quad (\text{XVI.2})$$

где r_0 — радиус загрузочной скважины; R — расстояние от центра загрузочной скважины до улавливающей; I — градиент (уклон) естественного потока; k — коэффициент фильтрации; n_0 — активная пористость; t — время продвижения индикатора между скважинами.

В действительности при устройстве скважин и шурфов грунт в них отсутствует, и потому из-за малых сопротивлений и градиентов внутри этих выработок естественный поток становится двумерным, а скорость его, особенно вблизи

выработок, оказывается неодинаковой. Кинематическая структура такого потока показана на рис. 108, б.

Чтобы отчасти учесть действительную структуру течения, воспользуемся решением задачи о движении подземной воды через скважину круглого сечения. Как показано В. Н. Кузнецовым, точное гидромеханическое решение этой задачи получается посредством сложения потока, создаваемого дуплетом и одномерным равномерным течением.

В соответствии с этим для скважин в напорном потоке напор h и функция тока ψ выражаются следующим образом [13]:

$$h = h_0 + Ix \left(1 - \frac{r_0^2}{x^2 + y^2} \right); \quad \psi = kIy \left(1 + \frac{r_0^2}{x^2 + y^2} \right), \quad (\text{XVI.3})$$

где h_0 — напор в скважине; I — уклон естественного потока.

Из (XVI.3) следует, что при $x^2 + y^2 = r_0^2$ будет $h = h_0$ и $\psi = 2kIy$.

Скорость фильтрации подземных вод вдоль оси x при $y = 0$ (ось x направлена вверх по потоку) будет

$$n_0 \frac{dx}{dt} = k \frac{dh}{dx} = kI \left(1 + \frac{r_0^2}{x^2} \right).$$

(XVI.4)

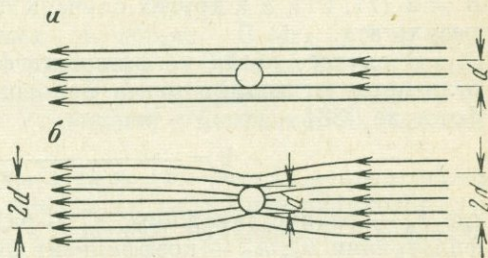


Рис. 108. Кинематическая структура течения (а — скважина заполнена грунтом; б — скважина со свободным стволом)

Интегрируя в пределах от r_0 до R и от 0 до t , найдем

$$n_0 = \frac{kIt}{R - r_0} A_0, \quad (\text{XVI.5})$$

где

$$A_0 = \frac{\bar{R} - 1}{\bar{R} - 0.215 - \arctg \bar{R}}; \quad \bar{R} = \frac{R}{r_0}; \quad (\text{XVI.6})$$

t — время прохождения индикатора от загрузочной до улавливающей скважины (находится по графику — см. рис. 107).

Из (XVI.5) определяется n_0 при известном k . В работе [13] в выражении A_0 допущена ошибка. Ниже приводятся значения коэффициента $A_0(\bar{R})$ по (XVI.6).

\bar{R}	5	10	30	100
$A_0(\bar{R})$	1,172	1,082	1,027	1,008

Следовательно, при $R/r_0 > 100$ с точностью до 1% можно принять в формуле (XVI.5) $A_0 \approx 1$. В противном случае A_0 существенно отличается от единицы. Если это обстоятельство не учитывать, то скорость и коэффициент фильтрации, найденные по формуле (XVI.5), будут завышены, а пористость (трещиноватость) занижена.

Расходы воды q определяются из второго соотношения (XVI.3). При $x = 0$, $y = r_0$ и $\psi = 0,5 q/m$ имеем

$$q = 2\theta r_0 k m I; \quad \theta = 2. \quad (\text{XVI.7})$$

Из (XVI.7) следует, что удаление грунта из полости скважины приводит к резкому уменьшению фильтрационного сопротивления, что вызывает увеличение градиентов напора и скоростей потока около скважины. Одномерный естественный поток вблизи скважины становится двумерным. Вследствие этого в скважину поступает расход воды q , равный расходу естественного потока шириной в два диаметра скважины (т. е. $2d = 4r_0$).

Если же считать, что скважина не нарушает одномерности потока, то расход q будет равен расходу естественного потока шириной только в один диаметр d . Это отличие впервые было отмечено С. А. Колема.

В дальнейшем аналогичные результаты были получены Б. К. Матвеевым [33], Э. Питкой [94, 95] и И. И. Гринбаумом [24]. Лабораторные исследования показывают, что при высокой скважности фильтра (более 0,6) коэффициент $\theta = 2$ [71, 91], а в других случаях он может существенно отличаться от этого результата.

В случае, когда коэффициент фильтрации призабойной зоны скважины отличается от коэффициента фильтрации пласта, величина θ определяется по формуле [38]

$$\theta = \frac{4}{1 + \bar{r}^2 + \bar{k}(1 - \bar{r}^2)}; \quad \bar{r} = \frac{r_0}{r_1}; \quad \bar{k} = \frac{k_2}{k_1}, \quad (\text{XVI.8})$$

где r_0 — радиус скважины; r_1 — радиус призабойной зоны с коэффициентом фильтрации k_1 ; k_2 — коэффициент фильтрации пласта. Здесь под призабойной зоной имеется в виду гравийная обсыпка, а при ее отсутствии — область кольматажа или промывания грунта у скважины.

В табл. 35 даны значения θ в зависимости от \bar{r} и \bar{k} по (XVI.8).

Таблица 35

Таблица 36

\bar{r}	Значение параметра θ при разных \bar{k}						
	0	0,1	0,3	1	3	10	∞
1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
0,5	3,20	3,01	2,71	2,0	1,14	0,46	0
0,3	3,67	3,39	2,94	2,0	1,05	0,39	0
0,1	3,96	3,61	3,06	2,0	1,01	0,36	0
0,05	3,99	3,63	3,07	2,0	1,0	0,36	0
0	4,0	3,64	3,08	2,0	1,0	0,36	0

R/r_0	θ
4	3,466
6	2,801
8	2,567
10	2,451
12	2,364
20	2,2
40	2

Данные табл. 35 показывают, что параметр θ существенно зависит от состояния призабойной зоны скважины. Если проницаемость ее больше пластовой ($\bar{k} < 1$), то параметр $2 \leq \theta \leq 4$; если меньше ($\bar{k} > 1$), то $0 \leq \theta \leq 2$.

При наличии у скважины двух зон разной проницаемости (например, гравийной обсыпки и области кольматажа или двух слоев обсыпки) величина θ будет [79]:

$$\theta = \frac{8}{M}, \quad (\text{XVI.9})$$

$$M = \left(1 + \frac{k_3}{k_2}\right) \left\{1 + \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 + \frac{k_2}{k_1} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2\right]\right\} + \left(1 - \frac{k_3}{k_2}\right) \left\{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{k_2}{k_1} \left[\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2\right] - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right\}, \quad (\text{XVI.10})$$

где r_0 — внутренний радиус фильтра; $r_{1, 2}$ — радиусы 1 и 2 зон; $k_{1, 2}$ — коэффициенты фильтрации 1 и 2 зон; k_3 — то же, для пласта.

Приведенные результаты учитывают деформацию равномерного потока под влиянием лишь одной загрузочной скважины. Улавливающая скважина считается заполненной грунтом и на поток не влияет. Поэтому представляет интерес определение поля напоров и расхода естественного потока с учетом отсутствия грунта в обеих скважинах. Ф. В. Качановский [25] получил гидромеханическое решение для двух скважин, основанное на использовании в качестве математического аналога так называемой задачи о бипланах акад. Л. И. Седова.

Исследования Ф. В. Качановского показывают, что при расстояниях между скважинами $R > 40 r_0$ величина $\theta = 2$. В табл. 36 приводятся некоторые значения θ .

Из табл. 36 следует, что при малых значениях R ($4r_0 < R \leq 8r_0$) в скважину поступает расход воды с полосы шириной от 3,5 d до 2,5 d . Однако наблюдательная скважина обычно устраивается на расстоянии $R > 20 r_0$ от центральной и поэтому эти изменения по сравнению с поправкой С. А. Коля будут незначительными.

Проницаемость пород может быть определена по измерениям концентрации индикатора c в загрузочной скважине. Пренебрегая диффузией индикатора из загрузочной скважины, можем записать следующее балансовое уравнение

$$c_0 \pi r_0^2 h_0 = \pi r_0^2 h_0 c + q \int_0^t c(t) dt, \quad (\text{XVI.11})$$

где c_0 — начальная концентрация индикатора в скважине; c — то же, в момент времени t ; r_0 — радиус скважины; h_0 — глубина воды в ней; q — расход воды, поступающей в скважину и вытекающей из нее, который определяется по (XVI.7).

Дифференцируя (XVI.11) по t , будем иметь

$$\frac{dc}{dt} = - \frac{q}{\pi r_0^2 h_0} c. \quad (\text{XVI.12})$$

Разделив переменные и проинтегрировав в пределах от c_0 до c и от 0 до t , найдем

$$\ln \frac{c_0}{c} = \frac{q}{\pi r_0^2 h_0} t \quad \text{или} \quad q = \frac{\pi r_0^2 h_0}{t} \ln \frac{c_0}{c} \quad (\text{XVI.13})$$

Решение (XVI.13) получено Д. И. Кочериным [27]. Приравнявая правые части уравнений (XVI.7) и (XVI.13), найдем

$$k = \frac{\pi}{2\theta} \frac{r_0 h_0}{m l t} \ln \frac{c_0}{c}. \quad (\text{XVI.14})$$

θ определяется по табл. 36.

В процессе опыта необходимо непрерывно перемешивать воду в загрузочной скважине, что способствует достаточному осреднению концентрации. Особенно это существенно в напорном потоке, где мощность пласта может быть значительно меньше напора и концентрации сверху и внизу скважины резко отличаются друг от друга.

В безнапорном потоке, где $m = h_0$ и разность концентраций сверху и внизу скважины менее существенна, так же целесообразно производить перемешивание воды в ней.

Для безнапорного потока, принимая в (XVI.14) $m = h_0$, получим

$$k = \frac{\pi}{2\theta} \frac{r_0}{It} \ln \frac{c_0}{c}. \quad (\text{XVI.15})$$

Определив коэффициент фильтрации k , по формуле (XVI.5) находим активную пористость n_0 . При этом уклон естественного потока I считается известным.

§ 3. Опыты с индикаторами при откачках, наливах и нагнетаниях

При откачках из совершенной одиночной скважины с постоянным дебитом Q в неограниченном водоносном пласте понижение уровня подземных вод в любой точке напорного пласта находится по формуле (III.19) при $\xi = 0$ [16].

Скорость фильтрации по этой формуле определяется таким образом:

$$v = -k \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi m r} \exp(-u); \quad u = \frac{r^2}{4at}. \quad (\text{XVI.16})$$

Для нахождения закона движения меченых частиц (индикатора) используем следующее кинематическое условие

$$n_0 \frac{dr}{dt} = -k \frac{\partial s}{\partial r}. \quad (\text{XVI.17})$$

Подставляя в (XVI.17) значения ds/dr из первого равенства (XVI.16), а r из второго равенства (XVI.16), получим

$$\frac{du}{dr} = \frac{2}{r} \left(u + 4 \frac{\pi a m n_0}{Q} u^2 e^u \right). \quad (\text{XVI.18})$$

Разделив переменные и проинтегрировав, найдем:

$$\ln \frac{r}{r_0} = \frac{1}{2} \int_{u_0}^{u_1} \frac{du}{u + Au^2 e^u} = I(A, u_0) - I(A, u_1), \quad (\text{XVI.19})$$

где

$$A = 4 \frac{\pi a m n_0}{Q}; \quad u_0 = \frac{r_0^2}{4at}; \quad u_1 = \frac{r^2}{4at_0}; \quad (\text{XVI.20})$$

$$I(A, u) = 0,5 \int_u^{\infty} \frac{du}{u + Au^2 e^u}, \quad (\text{XVI.21})$$

здесь r_0 — радиус скважины; t_0 — время ввода индикатора после пуска скважины. На графике рис. 109 приведены значения интеграла $I(A, u)$.

В решении (XVI.19) предполагается, что индикатор в наблюдательную скважину можно ввести в любой момент после пуска скважины. В случае введения индикатора одновременно с пуском скважины ($t_0 = 0$, $u_1 = \infty$) $I(A, u_1) = 0$.

Порядок определения пористости (трещиноватости) пластов-коллекторов следующий:

1) по данным понижения уровня подземных вод в наблюдательной скважине определяется коэффициент проницаемости a и проводимость kt ;

2) если известны время продвижения индикатора t от контрольной (загрузочной) скважины до центральной (улавливающей), расстояние между скважинами r и радиус центральной скважины r_0 , то по зависимости (XVI.20) определяется u_0 и u_1 ;

3) вычисляются значения $\ln r/r_0$. По значениям u_0 и u_1 отыскиваются $I(A, u_0)$ и $I(A, u_1)$ по рис. 109. Строится график $I(A, u_0) - I(A, u_1) = f(A)$. Для разности $I(A, u_0) - I(A, u_1)$ по этому графику определяется величина параметра A ;

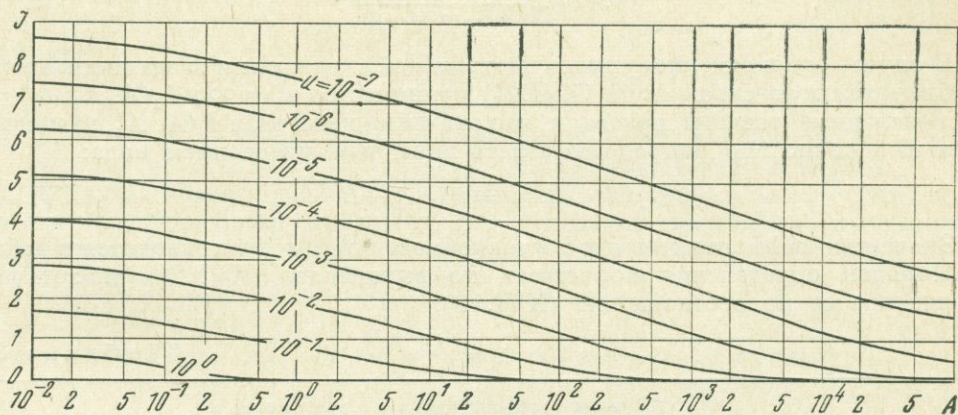


Рис. 109. Значения интеграла I

4) по найденному значению A определяется пористость (трещиноватость) пород

$$n_0 = \frac{QA}{4\text{плат}} \cdot \quad (\text{XVI.22})$$

В случае нагнетания (налива) воды в совершенную скважину с постоянным дебитом пористость определяется так [10]:

$$n_0 = \frac{Q}{\text{пл}\gamma} \exp\left(-\frac{\gamma}{4a}\right); \quad \gamma = \frac{r^2}{t}, \quad (\text{XVI.23})$$

где γ — параметр, определяющий скорость движения инъецируемого индикатора в пористой среде.

Решение (XVI.23) — частный случай более общего решения задачи об инъекции жидкости в породу, насыщенную другой жидкостью (с иной плотностью, вязкостью и сжимаемостью).

Последовательность определения пористости в этом случае следующая:

1) параметры a и k находятся аналогично предыдущему;
 2) зная время продвижения индикатора от центральной до контрольной скважины и расстояние между этими скважинами, определяем параметр γ по соотношению (XVI.23);

3) по формуле (XVI.23) вычисляется пористость.

При откачках из несовершенной скважины понижение уровня подземных вод определяется по формуле (III.19), где величина ζ находится из (VIII.11);

подставляя в (XVI.17) ds/dr из этой формулы при значении $d\xi/dr$ по (VIII.11) и r по второму равенству (XVI.16) найдем

$$\ln \frac{r}{r_0} = I_1(A, A_1, u_0) - I_1(A, A_1, u_1), \quad (\text{XVI.24})$$

где

$$I_1(A, A_1, u) = 0,5 \int_u^\infty \frac{du}{u + \frac{Au^2}{A_1 + \exp(-u)}}; \quad A_1 = \frac{m}{l} - 1. \quad (\text{XVI.25})$$

В случае одновременного пуска центральной скважины и ввода индикатора в наблюдательную скважину в (XVI.24) принимается $u_1 = \infty$ и $I_1(A, A_1, u_1) = 0$. Численные расчеты показали, что значения интеграла $I(A, A_1, u)$ можно с большой точностью аппроксимировать линейным уравнением вида:

$$I_1(A, A_1, u) = a \lg A + B. \quad (\text{XVI.26})$$

Значения коэффициентов a и b в зависимости от u и l/m приводятся в табл. 37. Порядок определения пористости по выражению (XVI.24) аналогичен нахождению ее по соотношению (XVI.19).

Таблица 37

l/m	a, b	Значения коэффициентов a и b при разных u											
		10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4
0,01	$-a$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,499	0,498	0,481	0,369	0,129	0,018	0,002
	b	10,357	9,206	8,054	6,903	5,752	4,6	3,45	2,303	1,195	0,344	0,047	0,005
0,05	$-a$	0,515	0,515	0,515	0,515	0,515	0,514	0,505	0,419	0,194	0,034	0,004	0
	b	9,533	8,382	7,23	6,079	4,928	3,777	2,628	1,499	0,533	0,087	0,01	0,001
0,1	$-a$	0,492	0,492	0,492	0,492	0,492	0,491	0,474	0,36	0,121	0,017	0,002	0
	b	9,162	8,011	6,86	5,708	4,557	3,406	2,26	1,153	0,321	0,043	0,004	0
0,3	$-a$	0,468	0,468	0,468	0,468	0,467	0,462	0,417	0,213	0,093	0,005	0	0
	b	8,527	7,376	6,225	5,073	3,922	2,772	1,634	0,612	0,105	0,012	0,001	0
0,5	$-a$	0,442	0,442	0,442	0,442	0,441	0,432	0,363	0,315	0,019	0,002	0	0
	b	8,193	7,042	5,891	4,739	3,588	2,439	1,31	0,369	0,047	0,004	0	0
0,7	$-a$	0,416	0,416	0,416	0,415	0,403	0,314	0,082	0,008	0,001	0	0	0
	b	7,954	6,802	5,65	4,5	3,349	2,201	1,081	0,217	0,021	0,002	0	0

Рассмотрим квазистационарный режим фильтрации ($r^2/4at < 0,1$).

Выражение для определения пористости при откачке из совершенной скважины получается при интегрировании уравнения (XVI.17)

$$n_0 = \frac{Q}{\pi m (r^2 - r_0^2)} (t - t_0), \quad (\text{XVI.27})$$

где t_0 — время ввода индикатора.

Интегрируя уравнение движения (XVI.17) при откачках из несовершенной скважины с учетом несовершенства по (VIII.11), будем иметь

$$n_0 = \frac{Q}{\pi l (r^2 - r_0^2)} (t - t_0). \quad (\text{XVI.28})$$

В соотношениях (XVI.27)–(XVI.28) при одновременном пуске скважины и вводе индикатора принимается $t_0 = 0$. Приведенные формулы получены в предположении отсутствия естественного потока подземных вод. С учетом естественного потока подземных вод понижение уровня определяется по соотношению

$$s = H_0 + Ix - H, \quad (\text{XVI.29})$$

где H — напор в любой точке пласта от действия скважины; H_0 — напор в скважине до откачки; I — градиент напора естественного потока.

В случае квазистационарного режима фильтрации с учетом естественного потока подземных вод пористость n_0 находится аналогично предыдущему и имеет вид:

а) для совершенной скважины

$$n_0 = \frac{ktI}{r-r_0} A_2; \quad A_2 = \frac{1}{1 - \psi [\ln(1 + \alpha/\psi) - \ln(1 + \alpha\bar{r}_0/\psi)]}; \quad (\text{XVI.30})$$

$$q = kmI; \quad \psi = \frac{Q}{2\pi q (r-r_0)}; \quad \alpha = \frac{1}{1-r_0}; \quad \bar{r}_0 = \frac{r_0}{r};$$

б) для несовершенной скважины

$$n_0 = \frac{ktI}{r-r_0} B; \quad B = \frac{\bar{l}}{\bar{l} - \psi [\ln(1 + \alpha\bar{l}/\psi) - \ln(1 + \alpha\bar{l}\bar{r}_0/\psi)]};$$

$$\bar{l} = \frac{l}{m}. \quad (\text{XVI.31})$$

где l — длина рабочей части скважины.

При движении индикатора вверх по потоку в (XVI.30)–(XVI.31) принимается $I > 0$, а вниз по потоку $I < 0$. Значения функции $A(\psi)$ по (XVI.30) и $B(\bar{l}, \psi)$ по (XVI.31) при $\bar{r}_0 \leq 0,05$ приводятся в табл. 38 и 39.

Т а б л и ц а 38

ψ	A_2	ψ	A_2	ψ	A_2
0,2	1,559	10	21,28	-2,0	2,588
0,5	2,219	25	50	-5	8,621
1,0	3,258	50	100	-10	18,52
1,5	4,283	0	1	-25	50
2	5,291	-1,0	0	-50	100
5	11,30	-1,5	1,54		

При $|\psi| > 10$ приближенно можно считать $A_2 = 2(\psi)$.

\bar{t}	Значения функции $B(\bar{t}, \psi)$ при разных ψ								
	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0	5,0	10,0	25,0	100,0
0,1	5,291	11,3	21,3	37,04	41,67	100	200	500	2000
0,2	3,257	6,29	11,3	15,75	21,27	50	100	250	1000
0,3	2,568	4,615	7,98	11,278	14,71	35,294	75	166,5	750
0,4	2,219	3,47	6,3	8,658	11,3	24,242	50	160	500
0,5	2,004	3,258	5,29	7,257	9,294	21,278	41,66	100	416,6
0,6	1,859	2,915	4,62	6,296	7,979	17,91	35,29	80,0	333,3
0,7	1,754	2,668	4,13	5,591	7,014	15,56	30,4	70,0	291,7
0,8	1,673	2,482	3,76	5,025	6,299	13,79	26,66	64,00	250,0
0,9	1,610	2,336	3,48	4,615	5,74	12,41	23,69	59,99	225,0

Продолжение табл. 39

\bar{t}	Значения функции $B(\bar{t}, \psi)$ при разных ψ							
	-100	-25	-10	-5	-2	-1,5	-1,0	0
0,1	2000	500	111,1	100	38,46	24,39	18,52	1
0,2	1000	250	100	50	34,48	14,28	8,621	1
0,3	750	171	60	31,58	12,0	8,621	5,291	1
0,4	500	160	50	23,53	8,621	6,255	3,610	1
0,5	416,7	100,0	38,46	18,52	6,631	4,651	2,588	1
0,6	333,3	80,0	31,58	15,39	5,291	3,610	1,897	1
0,7	291,7	70,0	26,92	12,96	4,332	2,871	1,389	1
0,8	250	64,0	23,53	11,11	3,610	2,339	0,988	1
0,9	225	51,43	20,93	9,73	3,043	1,897	0,642	1

§ 4. Оценка распределения пустот (пор и трещин) в породах по их размерам на основе анализа индикаторных кривых

Как известно, скорость движения жидкости, несущей растворенный в ней индикатор по порам или трещинам породы (скорость растворителя), приблизительно пропорциональна квадратам их поперечных размеров. Это вытекает из закона Пуазейля для капилляров и подтверждено большим числом опытов. Поэтому при любом способе ввода индикатора на кривой зависимости концентрации c от времени t меньшие значения последнего соответствуют более крупным порам и трещинам породы, по которым индикатор движется быстро, а большие — отвечают меньшим порам и трещинам, по которым индикатор движется более медленно.

Следовательно, индикаторная кривая $\bar{c} = f(\eta)$ содержит в себе некоторую информацию о распределении пустот в породе по размерам, что было отмечено Н. В. Чураевым [54]. Именно на этой кривой в каком-то масштабе безразмерное время $\eta = (vt)/xn_0$ соответствует размерам пустот, а концентрация $\bar{c} = c/c_0$ — относительному содержанию (повторяемости) пустот данного размера.

В гравийно-галечных и песчаных грунтах, имеющих зернистое строение, главную роль играют межчастичные макропоры. Их размеры зависят от диаметра зерен и потому кривая $\bar{c} = f(\eta)$ хотя бы отчасти должна отражать гранулометрический состав грунта. В глинистых и пылеватых грунтах, состоящих из мелких частиц пластинчато-чешуйчатой формы, существенную роль играют межчастичные макропоры и отчасти микропоры в самих частицах. В таких грунтах индикаторная кривая в какой-то степени характеризует совместное распределение макро- и микропор, способных служить путями для фильтрации свободной воды (обычно поры диаметром более 10^{-7} — 10^{-6} см). В скальных микропористых и трещиноватых породах кривая $c = f(\eta)$ в какой-то мере

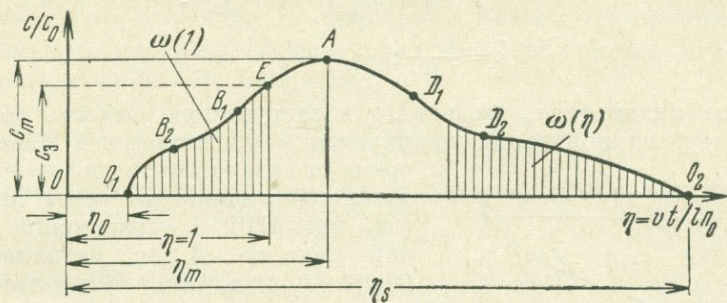


Рис. 110. Экспериментальная выходная кривая $c = f(\eta)$

характеризует распределение трещин, если диаметр пор по сравнению с шириной трещин очень мал и совместное распределение пор и трещин, если их размеры близки друг к другу. Ввиду всех этих обстоятельств по индикаторной кривой можно приближенно воспроизвести интегральную кривую распределения их по диаметру d .

Для суждения о распределении пор и трещин по размерам необходимо найти масштабные коэффициенты, позволяющие перейти на индикаторной кривой от концентрации на оси ординат к доле (проценту) пор ξ и от безразмерного времени η на оси абсцисс — к диаметру пор или ширине трещин d . Для этих целей более удобны несорбирующиеся или весьма слабо сорбирующиеся индикаторы. Рассмотрим определение этих масштабных коэффициентов при импульсном или непрерывно-импульсном вводе индикатора.

В этих случаях, как указывалось ранее, на индикаторной кривой (рис. 110) имеются характерные точки максимума концентрации A и точки перегиба кривой слева от максимума $B_{1, 2}$ и справа от него $D_{1, 2}$, к которым приурочены соответствующие концентрации \bar{c} (точки B_2 и D_2 часто отсутствуют). Пусть в пункте регистрации индикатора первое его проявление происходит в момент времени $\eta = \eta_0$, максимум концентрации достигается в момент времени $\eta = \eta_m$, а прохождение индикаторов заканчивается в момент $\eta = \eta_s$ (см. рис. 110).

Построим по графику $\bar{c} = f(\eta)$ интегральную кривую, абсцисса которой $d = d_3/\sqrt{\eta}$, где d_3 — эффективный диаметр пустот (поровых и трещинных каналов), а ордината равна отношению площади $\omega(\eta)$ между индикаторной кривой и осью абсцисс на ее конечном участке к общей площади $\omega(\eta_s)$ между всей этой кривой и осью абсцисс (см. рис. 110). При этом точка O_2 на кривой $\bar{c} = f(\eta)$ где $\bar{c} = 0$ и $\eta = \eta_s$ должна быть помещена в начало координат на кривой $\xi = f(d)$.

Тогда на кривой $\zeta = f(d)$ каждому значению d будет соответствовать разное отношение средней истинной скорости в породе v/n_0 к истинной скорости течения в пустотах различного диаметра l/t . Если диаметр пор d меньше эквивалентного диаметра d_3 , то скорость l/t меньше средней истинной скорости фильтрации v/n_0 ; если больше — то скорость l/t больше средней истинной скорости.

При $d = d_3$ скорость в порах l/t равна истинной скорости v/n_0 . По теории течения в капиллярных трубках Пуазейля истинная скорость в них пропорциональна квадрату диаметра пор. Приблизительно этот закон можно распространить на течения в порах реального грунта, состоящего из частиц разного диаметра или трещин разной ширины.

Истинная скорость v/n_0 по формулам Козени — Кармана и Сликтера пропорциональна квадрату эффективного диаметра пустот d_3 ($v/n_0 = \alpha_2 d_3^2$).

Разделив v/n_0 на l/t , получим

$$\eta = \frac{vt}{ln_0} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left(\frac{d_3}{d} \right)^2 \quad (\text{XVI.36})$$

Согласно предыдущему, при $\eta = 1$ диаметр $d = d_3$ и потому

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha. \quad (\text{XVI.37})$$

Принимая в (XVI.37) $\alpha_1/\alpha_2 = 1$, находим связь между d и d_3 в форме

$$d = \frac{d_3}{\sqrt{\eta}}. \quad (\text{XVI.38})$$

Следовательно, при переходе от кривой $c = f(\eta)$ к зависимости $\zeta = f(d)$ масштаб для оси абсцисс будет

$$m_2 = \frac{\eta}{d} = \frac{\eta \sqrt{\eta}}{d_3}. \quad (\text{XVI.39})$$

Найдем далее диаметр d_3 . По закону Дарси и уравнению Козени — Кармана имеем

$$v = \frac{k_0 \gamma}{\mu} I; \quad k_0 = 0,0055 \left(\frac{\varepsilon}{\beta} \right)^2 n_0 d_3^2, \quad (\text{XVI.40})$$

где k_0 — проницаемость грунта, γ и μ — объемная масса и вязкость жидкости; β — коэффициент формы пустот в породе (для зернистых сред — коэффициент формы частиц); ε — коэффициент пористости, I — градиент фильтрации.

Решая последнее равенство относительно d_3 , получим

$$d_3 = \frac{13,5}{\varepsilon \beta} \sqrt{\frac{k_0}{n_0}}. \quad (\text{XVI.41})$$

Таким образом, зная k_0 , n_0 , β , находят d_3 по (XVI.41), d по (XVI.38) и соответствующие последним величины ζ по (XVI.32). При этом в точке E (см. рис. 110) $\eta = 1$ и $\bar{c} = \bar{c}_3$, (см. рис. 111) $d = d_3$ и $\zeta_3 = \omega(1)/\omega(\eta_3)$. Для сорбирующихся индикаторов по экспериментальным значениям \bar{c}_m и t_m можно найти D/n и v/n , пользуясь теоретическим решением для \bar{c}_m и уравнением $\bar{c}_i = 0$. Затем по известным \bar{D}/n_0 и \bar{v}/n_0 необходимо построить теоретическую зависимость $\bar{c} = f(\eta)$, в которой влияние сорбции исключено. Этой зависимостью следует воспользоваться для нахождения интегральной кривой распределения $\zeta = f(d)$. Здесь $n = n_0(1 + \Gamma)$.

При пользовании экспериментальной или теоретической зависимостью $c = f(\eta)$ для построения кривой распределения $\zeta = f(d)$ должны быть известны величины k_0 , n_0 , β и v .

При лабораторных опытах с индикаторами величины k_0 и v определяются из одного и того же эксперимента, а именно

$$v = \frac{q}{\omega}; \quad k_0 = \frac{v}{I} \cdot \frac{\mu}{\gamma}, \quad (\text{XVI.42})$$

где q и I — расход воды и градиент, при которых проводился опыт с индикатором и ω — площадь поперечного сечения фильтрационной колонны.

При полевых опытах с индикаторами величины v и k_0 определяются по уравнениям

$$v = kI; \quad k_0 = \frac{k\gamma}{\mu}, \quad (\text{XVI.43})$$

где k — коэффициент фильтрации, определенный независимым опытом (например, откачкой или наливом в скважину); I — градиент, оцениваемый ориентировочно по карте гидроизогипс или по трем скважинам. Из-за возможности существенного отклонения найденной таким образом величины I от значения градиента непосредственно в пункте опыта с индикатором величину v по (XVI.43) рекомендуется проверять по формуле Кочерина или опыту с несорбирующимся индикатором (при $t_a < 0,2 t_m$). Величина n_0 находится по формуле (XVI.2) для несорбирующегося индикатора.

Кривая распределения пустот по размерам $\zeta = f(d)$ не подходит ни к нормальному, ни к логнормальному распределению. Это обусловлено тем, что кривая (см. рис. 111) не имеет продолжения в область отрицательных аргументов и при том резко асимметрична. Из известных классических кривых распределений к кривой $\zeta = f(d)$ наиболее близка кривая Пирсона V рода, являющаяся асимметричной.

Аналогичным образом строится методика ориентировочного построения кривой распределения пор и трещин по их размерам на основании опытных данных при непрерывном вводе индикатора, когда кривая $c = f(\eta)$ не имеет максимума.

В этом случае площади $\omega(\eta)$ и $\omega(\eta_s)$ выражаются следующим образом

$$\omega(\eta) = \int_{\eta}^{\eta_s} [c_0 - c(\eta)] d\eta; \quad \omega(\eta_s) = \int_{\eta_0}^{\eta_s} [c_0 - c(\eta)] d\eta, \quad (\text{XVI.44})$$

где η_0 и η_s как и в (XVI.33), соответствуют моменту первого появления индикатора на выходе и моменту, когда концентрация на выходе c становится равной концентрации на входе c_0 . Величины d и d_s определяются из уравнений (XVI.38) и (XVI.41).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ХИМИЧЕСКИМ СОСТАВОМ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В СКВАЖИНАХ

§ 1. Режим подземных вод в удалении от границ водоносного пласта

По данным химического анализа проб подземной воды, взятых на трех разных глубинах (например, у кровли, в середине и у подошвы водоносного пласта) можно определить коэффициенты диффузии D и дисперсии λ для различных типов солей, растворенных в этой воде.

В самом деле, направив ось z вниз, из решения уравнения (I.33) при $\partial c/\partial t = 0$ имеем

$$c = A_1 \exp(\bar{z}) + A_2; \quad \bar{z} = vz/D. \quad (\text{XVII.1})$$

Принимая здесь $z = 0$, z_1 , $c = c_{0,1}$, найдя $A_{1,2}$ и подставив их значения в (XVII.1), получим

$$\bar{c} = \frac{c_0 - c}{c_0 - c_1} = \frac{\exp(\bar{z}) - 1}{\exp(\bar{z}_1) - 1}; \quad \bar{z}_1 = \frac{vz_1}{D}, \quad (\text{XVII.2})$$

где при направлении скорости фильтрации вниз $v > 0$, а вверх $v < 0$; c_0 и c_1 — концентрации соли в точках z_0 и z_1 .

Полагая в (XVII.2) для точки $z = z_2 = 2z_1$, $c = c_2$ и определив из (XVII.2) коэффициент D , будем иметь

$$D = \frac{vz_1}{\ln(\bar{c}_2 - 1)}; \quad \bar{c}_2 = \frac{c_0 - c_2}{c_0 - c_1}; \quad \lambda = \frac{D}{v}. \quad (\text{XVII.3})$$

Из условия $D > 0$ следует, что если $c_0 < c_1 < c_2$, то при $v > 0$ должно быть $0,5(c_0 + c_2) > c_1$, а при $v < 0$ соответственно $0,5(c_0 + c_2) < c_1$. Если же $c_0 > c_1 > c_2$, то при $v > 0$ должно быть $0,5(c_0 + c_2) < c_1$, а при $v < 0$ соответственно $0,5(c_0 + c_2) > c_1$.

Если точки $z = 0$, $z = z_1$ и $z = z_2 = 2z_1$, находятся соответственно на подошве, в середине и у кровли пласта, то $z_1 = 0,5m$, где m — мощность пласта. Результат (XVII.3) можно использовать также для определения коэффициента D по данным химического анализа проб подземной воды в трех скважинах в горизонтальном потоке (рис. 112).

Рассмотрим теперь горизонтальный поток подземных вод с проницаемой кровлей и подошвой, в котором находятся три-пять режимных скважин.

По этим скважинам одновременно с определением гидродинамических параметров ε/k , q_0/k , $k_k/(km_k)$ и $k_n/(km_n)$ можно находить гидрохимические параметры D , D_1 , D_2 .

Заменив в уравнении (I.26) первые производные по координате при коэффициентах диффузии D_1 , D_2 конечными разностями $\partial c'/\partial z = (c' - c_k)/m_k$; $\partial c''/\partial z = (c'' - c_n)/m_n$, получим

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} + a(b - c) = n \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (\text{XVII.4})$$

Значения a и b в зависимости от направления скоростей перетекания v_1, v_2 приведены в табл. 40.

Из табл. 40 видно, что при $v_2 < 0$ для безнапорного потока и при $v_1, v_2 < 0$ для напорного потока значения величин a и b известны, а в остальных случаях — содержат неизвестные D_1 и D_2 .

Поэтому для определения гидрохимических параметров квазистационарного потока $D, D_{1,2}$ необходимо знать концентрацию веществ в подземной воде при $v_{1,2} < 0$ в трех скважинах (в этом случае определяется параметр D),

а при $v_1 > 0$ или $v_2 > 0$ — в пяти скважинах (в этом случае определяются D и $D_{1,2}$). При этом величина $v_{1,2}$, а также $\varepsilon/k, q_0/k, k_k/(km_k)$ и $k_n/(km_n)$ должны быть известны.

Данные по гидрохимическому составу подземных вод в пяти скважинах при $v_{1,2} < 0$ можно использовать также для определения гидродинамических характеристик потока v_1 и v_2 (для безнапорного потока ε и v_2).

Пусть известно, что в скважинах, находящихся на расстоянии друг от друга, концентрация веществ в воде c_0 и c_4 (рис. 113). Тогда гид-

рохимический состав подземных вод в любой точке определится из решения уравнения (XVII.4) при $\partial c/\partial t = 0$ и условиях

$$c(0) = c_0 \text{ и } c(x_4) = c_4. \quad (\text{XVII.5})$$

$$c = b + \frac{(c_0 - b) [\exp(\alpha x - \beta x_4) - \exp(\alpha x_4 - \beta x)] + (c_4 - b) [\exp(-\beta x) - \exp(\alpha x)]}{\exp(-\beta x_4) - \exp(\alpha x_4)}. \quad (\text{XVII.6})$$

где

$$\alpha = \frac{v}{2D} + \sqrt{\left(\frac{v}{2D}\right)^2 + \frac{a}{D}}; \quad \beta = -\frac{v}{2D} + \sqrt{\left(\frac{v}{2D}\right)^2 + \frac{a}{D}}.$$

Приняв в (XVII.6) значения $c = c_{1,2,3}$ при $x = x_1, 2x_1, 3x_1$, где $x_1 = 0,25 x_4$ — одинаковые расстояния между скважинами, найдем:

$$a = -\frac{v \ln \kappa \ln \gamma}{x_1 \ln \kappa \gamma}; \quad b = \frac{c_4 + c_0 \kappa^2 \gamma^2 - c_2 (y^2 + \kappa^2)}{(\kappa^2 - 1)(y^2 - 1)}; \quad D = \frac{v x_1}{\ln \kappa \gamma}. \quad (\text{XVII.7})$$

Таблица 40

Величины	$\varepsilon \neq 0, v_1 = 0$		$v_1 \neq 0, \varepsilon = 0$			
	$v_2 > 0$	$v_2 < 0$	$v_1, v_2 > 0$	$v_1 > 0, v_2 < 0$	$v_1 < 0, v_2 > 0$	$v_1, v_2 < 0$
a	$\frac{\varepsilon}{h_s} - \frac{D_2}{h_s m_n}$	$\frac{\varepsilon - v_2}{h_s}$	$-\frac{D_1}{m_k m} - \frac{D_2}{m_n m}$	$-\frac{D_1}{m_k m} - \frac{v_2}{m}$	$-\frac{v_1}{m} - \frac{D_2}{m_n m}$	$-\frac{v_1 + v_2}{m}$
b	$\frac{\varepsilon c_k m_n - D_2 c_n}{\varepsilon m_n - D_2}$	$\frac{\varepsilon c_k - v_2 c_n}{\varepsilon - v_2}$	$\frac{D_1 c_k m_n + D_2 c_n m_n}{D_1 m_n + D_2 m_k}$	$\frac{D_1 c_k + v_2 c_n m_k}{D_1 + v_2 m_k}$	$\frac{v_1 c_k m_n + D_2 c_n}{v_1 m_n + D_2}$	$\frac{v_1 c_k + v_2 c_n}{v_1 + v_2}$

Значения κ и y находятся из совместного решения уравнений

$$y = 0,5 \left[\sqrt{(1 + \kappa)^2 - 4a_1} - (1 + \kappa) \right]; \quad (\text{XVII.8})$$

$$y = \frac{a_2 \pm \sqrt{a_2^2 + 4a_3 \kappa [(c_2 - c_3) \kappa - (c_3 - c_4)]}}{2a_3}, \quad (\text{XVII.9})$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(c_1 - c_2) \kappa (\kappa + 1) + c_4 - c_2}{c_1 - c_2 + (c_1 - c_0) \kappa}; \\ a_2 &= [(c_3 - c_2) \kappa + (c_3 - c_4)] (\kappa + 1); \\ a_3 &= (c_0 - c_2) \kappa^2 - (c_2 - c_3) (\kappa + 1); \quad (\kappa, y > 0). \end{aligned} \quad (\text{XVII.10})$$

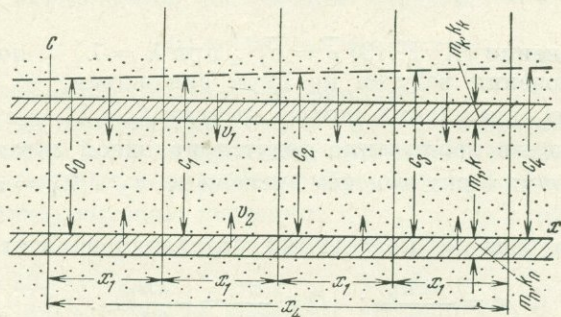


Рис. 113. Схема к расчету гидрохимических параметров в напорном пласте по пяти скважинам

Зная величины a и b , при $v_{1,2} > 0$ находят значение $D_{1,2}$:

$$D_1 = am m_{\kappa} \frac{b m_{\kappa} - c_{\Pi} m_{\Pi}}{c_{\Pi} m_{\Pi} - c_{\kappa} m_{\kappa}}; \quad D_2 = am m_{\Pi} m_{\kappa} \frac{b - c_{\kappa}}{c_{\kappa} m_{\kappa} - c_{\Pi} m_{\Pi}}. \quad (\text{XVII.11})$$

В этом случае скорости $v_{1,2}$ определяют из решения уравнения при наличии пяти режимных скважин.

Формула (XVII.11) дана здесь для напорного потока. В случае безнапорного потока в этих зависимостях надо принять $m = h_s$ и $v_1 = \epsilon$.

При $v_{1,2} < 0$ величина D находится из (XVII.7). В этом случае, если $v_{1,2}$ известны, для определения D достаточно трех режимных скважин, так как величины $D_{1,2}$ из уравнения (I.26) выпадают.

Тогда из решения этого уравнения для пяти скважин можно определить $v_{1,2}$:

$$v_1 = am \frac{c_{\Pi} - b}{c_{\kappa} - c_{\Pi}}, \quad v_2 = am \frac{b - c_{\kappa}}{c_{\kappa} - c_{\Pi}}. \quad (\text{XVII.12})$$

В (XVII.11), (XVII.12) величины a и b определяются из (XVII.7).

§ 2. Режим подземных вод вблизи границ водоносного пласта

Допустим, что при прохождении паводочной или сбросной волны по реке, водохранилищу или каналу уровень воды в них мгновенно повысился на величину H_0 , а концентрация солей в воде изменилась от c_e до c_0 . Тогда гидрохимический режим подземного потока можно прогнозировать по решению уравнения

(XVII.4), в котором $a = 0$ при условиях $c(0, t) = c_0$; $c(x, 0) = c(\infty, t) = c_e$. Скорость потока при квазистационарном режиме будет $v = kH_0/\sqrt{\pi at}$. Тогда получим

$$c = \frac{c - c_0}{c_e - c_0} = \frac{\Phi(\beta) + \Phi(\alpha\lambda - \beta)}{1 + \Phi(\beta)}; \quad (\text{XVII.13})$$

$$\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{a}{D^*}}; \quad \beta = \frac{kH_0}{n\sqrt{\pi a D^*}}; \quad n = n_0(1 + \Gamma); \quad D^* = \frac{D}{n}.$$

Если известны концентрации соли c_1 и \bar{c}_2 в двух режимных скважинах на расстоянии x_1 и x_2 от реки в момент времени t_1 , или в одной скважине на расстоянии x_1 от реки в два момента времени t_1 и t_2 , то можно определить значения D и n .

Приняв в уравнении (XVII.13) $\bar{c} = \bar{c}_{1,2}$ при $\lambda = \lambda_{1,2}$, получим два уравнения. Если наблюдения ведутся по двум скважинам, то $c_{1,2}$ — значения концентрации в двух скважинах в момент времени t_1 , а $\lambda_1 = x_1/(2\sqrt{at_1})$ и $\lambda_2 = x_2/(2\sqrt{at_1})$. Если же наблюдения ведутся по одной скважине, то $c_{1,2}$ — значения концентрации в два момента времени t_1, t_2 , а $\lambda_1 = x_1/(2\sqrt{at_1})$, $\lambda_2 = x_1/(2\sqrt{at_2})$.

Из совместного решения полученных уравнений находят α и β , а затем

$$n = \frac{\alpha k H_0}{\alpha \beta \sqrt{\pi}}; \quad D = \frac{an}{\alpha^2} = \frac{k H_0}{\alpha \beta \sqrt{\pi}}. \quad (\text{XVII.14})$$

Рассмотрим гидрохимический режим подземных вод в районах орошения. Обычно вблизи них находятся реки, каналы, коллекторы, минерализация воды в которых известна. В этом случае для определения параметра гидродинамической дисперсии достаточно знать химический состав подземных вод в одной режимной скважине. Однако выписать выражения, позволяющие непосредственно определить этот коэффициент в общем случае, не удастся. Поэтому предварительно необходимо по формулам, приведенным ниже, для каждого случая построить график зависимости концентрации в режимной скважине от параметра гидродинамической дисперсии, т. е. $c = f(\lambda)$ и по нему при известных значениях c определять λ .

Рассмотрим стационарное распределение солей в массиве, расположенном между двумя водотоками, которыми могут быть реки, каналы, коллекторы. Пусть в левом канале уровень воды H_1 , а в правом H_2 . С поверхности земли на уровень грунтовых вод поступает инфильтрационная вода интенсивностью ε_0 . Глубина потока h , фильтрационный расход q и скорость фильтрации v в любой точке равны:

$$h = \sqrt{H_1^2 - \frac{\varepsilon_0 x^2}{k} - 2 \frac{q_0}{k} x}; \quad q = q_0 + \varepsilon_0 x; \quad v = \frac{q}{h}, \quad (\text{XVII.15})$$

где q_0 — расход потока в начальном сечении $x = 0$ (при направлении потока вглубь берегового массива $q_0 > 0$)

$$q_0 = k \frac{H_1^2 - H_2^2}{2l} - 0,5 \varepsilon_0 l, \quad (\text{XVII.16})$$

здесь k — коэффициент фильтрации; l — расстояние между водотоками.

Начало координат расположено у левого канала, ось ox направлена в сторону правого канала.

Стационарный режим солей описывается уравнением (XVII.4), в котором $a = \varepsilon/h_s$; $b = c_0$ и $\partial c/\partial t = 0$.

Если концентрация солей в каналах $c(0) = c_1$ и $c(l) = c_2$, а в инфильтрационной воде c_0 , то в любой точке пласта концентрация равна:

$$\frac{c - c_0}{c_1 - c_0} = \frac{\bar{c}_2 [f(\bar{q}_0 \bar{l}) \bar{x} - f(\bar{x} \bar{l}) \bar{q}_0] \exp[(\bar{x} - 1 - \bar{q}_0) \bar{l}] [f(\bar{l} + \bar{q}_0 \bar{l}) \bar{x} - f(\bar{x} \bar{l}) (1 + \bar{q}_0)] \exp(x \bar{l} - \bar{q}_0 \bar{l})}{f(\bar{q}_0 \bar{l}) (1 + \bar{q}_0) - f(\bar{l}) \bar{q}_0}, \quad (\text{XVII.17})$$

где

$$\bar{c}_2 = \frac{c_2 - c_0}{c_1 - c_0}; \quad \bar{q}_0 = \frac{q_0}{\varepsilon_0 l}; \quad \bar{x} = \frac{x}{l}; \quad \bar{l} = \frac{l}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{D}{v}.$$

Функция $f(z)$ определяется следующим образом:

$$f(z) = \exp(-z) + z \text{Ei}(-z), \quad (\text{XVII.18})$$

где $\text{Ei}(-z)$ — интегро-показательная функция.

Если известна концентрация солей c в точке с координатой x (по данным химического анализа воды из режимной скважины), то из уравнения (XVII.17) можно найти параметр гидродинамической дисперсии λ . Для этого по уравнению (XVII.17) при фиксированных значениях c_0, c_1, c_2, q_0, x строят график функции $c = \varphi(\bar{l})$. Далее с помощью этого графика при известной величине $c(x)$ находят \bar{l} и затем $\lambda = l/\bar{l}$.

Рассмотрим случай, когда в момент времени $t = 0$, на расстоянии l от левого канала начал действовать дренаж. В результате его действия скорость потока и его глубина изменились и стали:

$$v_{\pi} = k \frac{\bar{H}_1^2 - \bar{H}_3^2 + \bar{\varepsilon}_0}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_0 + 2(\bar{H}_1^2 + \bar{H}_3^2)}}; \quad h_{\pi} = 0,5l \sqrt{\bar{\varepsilon}_0 + 2(\bar{H}_1^2 + \bar{H}_3^2)}; \quad \bar{H}_i = \frac{H_i}{l};$$

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{\varepsilon_0}{k}, \quad (\text{XVII.19})$$

где H_3 — глубина потока в месте расположения дренажа.

Граничными условиями, при которых решаем уравнение конвективной диффузии, будут:

$$c(0, t) = c_1; \quad \frac{\partial c(l, t)}{\partial x} = 0; \quad c(x, 0) = c_e. \quad (\text{XVII.20})$$

Кроме того, примем, что дрена расположена достаточно далеко от канала. Тогда концентрация солей в дренажной воде равна:

$$\bar{c} = \frac{c - c_0}{c_1 - c_0} = \left[\bar{c}_e - b - \frac{b}{\sqrt{a_2} \sqrt{a_1 + \beta_1}} \Phi \sqrt{(a_1 + \beta_1) t} \right] \exp(\beta_1 t), \quad (\text{XVII.21})$$

где

$$b = \bar{c}_4 + \sqrt{\gamma_0} [\bar{c}_3 (1 + e^{-\alpha_1 l}) - 1]; \quad a_1 = \frac{v_{\pi}}{4\mu\lambda} + \frac{\varepsilon_0}{h_{\pi}\mu};$$

$$\beta_1 = \frac{\varepsilon_0}{h_{1\mu}} \left(\frac{h_{\pi} v_{\pi}}{h_0 v_0} - 1 \right); \quad \gamma_0 = \frac{1}{4\lambda^2} + \frac{\varepsilon_0}{\lambda h_0 v_0};$$

$$\bar{c}_4 = \frac{c_4 - c_0}{c_1 - c_0}; \quad \bar{c}_e = \frac{c_e - c_0}{c_1 - c_0}, \quad (\text{XVII.22})$$

\bar{t}	$\eta=1,0$			$\bar{x}=0,25$
	$\bar{x}=0,25$	$\bar{x}=0,50$	$\bar{x}=0,75$	
0,01	6,232 (-1)	4,430 (-1)	2,450 (-1)	3,786 (-1)
0,025	4,398 (-1)	4,186 (-1)	2,142 (-1)	2,210 (-1)
0,050	2,800 (-1)	3,333 (-1)	1,980 (-1)	1,052 (-1)
0,10	1,433 (-1)	1,949 (-1)	1,324 (-1)	3,247 (-1)
0,25	2,701 (-2)	3,818 (-2)	2,698 (-2)	1,558 (-3)
0,50	1,783 (-3)	2,522 (-3)	1,783 (-3)	1,083 (-5)
1,Т	7,778 (-6)	1,100 (-5)	7,778 (-6)	5,251 (-10)

здесь c_4 — концентрация солей в естественном подземном потоке в сечении, где расположен дренаж, т. е. $c_e(l) = c_4$. По (XVII.21) строится кривая зависимости $\bar{c} = f(l)$ при значениях \bar{b} , a , \bar{c}_4 и \bar{c}_e по (XVII.22) и по известному значению $c(l, t)$ из графика находится параметр λ .

Пусть в левом канале концентрация солей в воде в момент времени $t = 0$ изменилась от c_1 до c_3 , а в инфильтрационной воде и в воде правого канала осталась прежней c_0 и c_2 . Допустим, что при этом гидродинамические характеристики потока не изменились, тогда концентрацию солей в подземном потоке найдем из решения уравнения конвективной диффузии при условиях

$$c(0, t) = c_3; \quad c(l, t) = c_2; \quad c(x, 0) = c_e; \quad (\text{XVII.23})$$

$$c = c_e + (c_3 - c_1) e^{\xi \bar{x}} \left[\frac{\text{sh}(1 - \bar{x}) \sqrt{\eta}}{\text{sh} \sqrt{\eta}} - R_1(\eta, \bar{x}, \bar{t}) \right];$$

$$\xi = \frac{l}{2\lambda}; \quad x = \frac{x}{l}; \quad \eta = \frac{l^2}{\lambda^2} \left(0,25 + \frac{\varepsilon_0 \lambda}{h_0 v_0} \right), \quad (\text{XVII.24})$$

где c_e — начальное содержание солей в подземном потоке.

Значения функции

$$R_1(\eta, \bar{x}, \bar{t}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi n \sin n\pi \bar{x}}{\eta + (n\pi)^2} e^{-[(n\pi)^2 + \eta] \bar{t}}. \quad (\text{XVII.25})$$

приведены в табл. 41.

Для полуограниченного пласта ($l \rightarrow \infty$) вместо (XVII.24) имеем:

$$c = c_e + 0,5(c_3 - c_1) \left[e^{(\gamma+r)x} \Phi^* \left(0,5x \sqrt{\frac{\mu}{\lambda v_0 t}} + \sqrt{\beta t} \right) - e^{(\gamma-r)x} \Phi^* \left(0,5x \sqrt{\frac{\mu}{\lambda v_0 t}} - \sqrt{\beta t} \right) \right], \quad (\text{XVII.26})$$

где

$$\gamma = \frac{1}{2\lambda}; \quad r = \frac{1}{\lambda} \sqrt{0,25 + \frac{\varepsilon_0 \lambda}{h_0 v_0}}; \quad \beta = \frac{v_0}{\mu \lambda} \left(0,25 + \frac{\varepsilon_0 \lambda}{h_0 v_0} \right).$$

Для определения λ по уравнениям (XVII.24), (XVII.26) строятся кривые зависимости $\bar{c} = f(\lambda)$ и по известному значению c в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии x от левого канала, из графика определяется параметр λ .

$\eta=10$		$\eta=100$		
$\bar{x}=0,50$	$\bar{x}=0,75$	$\bar{x}=0,25$	$\bar{x}=0,50$	$\bar{x}=0,75$
1,970 (-1)	7,425 (-2)	4,347 (-2)	6,568 (-3)	5,492 (-4)
1,765 (-1)	7,361 (-2)	5,967 (-3)	2,794 (-3)	4,560 (-4)
1,157 (-1)	6,236 (-4)	2,563 (-4)	2,273 (-4)	8,761 (-5)
4,335 (-2)	2,886 (-2)	7,636 (-7)	9,670 (-7)	6,058 (-7)
2,201 (-3)	1,555 (-3)	4,769 (-14)	6,736 (-14)	4,756 (-14)
1,532 (-5)	1,082 (-5)	0	0	0
7,426 (-10)	5,241 (-10)	0	0	0

Пример расчета.

1. Пробы подземных вод, отобранные с трех разных глубин с интервалом $z_1 = 10$ м, имеют минерализацию $c_0 = 6$ г/л, $c_1 = 6,03$ г/л и $c_2 = 6,33$ г/л. Найти коэффициент дисперсии.

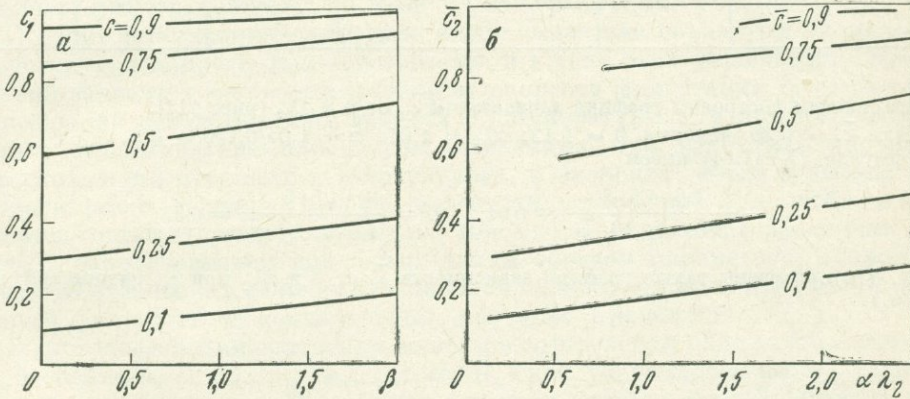


Рис. 114. Графики:

а — $c_2 = f(\beta)$; б — $c_2 = f(\alpha\lambda_2)$

Коэффициент дисперсии найдем по формуле (XVII.3)

$$\lambda = \frac{10}{\ln(11-1)} = 4,35 \text{ м.}$$

2. В период прохождения паводка уровень воды в реке поднялся на 5,0 м, а минерализация изменилась от $c_e = 1,5$ г/л до $c_0 = 0,2$ г/л.

При $t_1 = 90$ сут минерализация воды в скважинах, отстоящих от реки на расстоянии $x_1 = 120$ м и $x_2 = 150$ м будет соответственно $c_1 = 0,525$ г/л и $c_2 = 0,665$ г/л. Найти коэффициент диффузии и эффективную пористость при следующих данных: $k = 1,5$ м/сут; $a = 2500$ м²/сут.

Найдем отношения

$$\lambda_2 = \frac{150}{2\sqrt{2500 \cdot 90}} = 0,158; \quad \lambda_1/\lambda_2 = x_1/x_2 = 0,8; \quad \bar{c}_1 = \frac{0,525-0,2}{1,5-0,2} = 0,25;$$

$$\bar{c}_2 = \frac{0,665-0,2}{1,5-0,2} = 0,36.$$

Задаваясь несколькими значениями β , находим

$$F = (\bar{c}_1 - 1) \Phi(\beta) + \bar{c}_1 = 0,25 - 0,75\Phi(\beta).$$

Далее по таблицам функций $\Phi(W)$ определяем аргумент этой функции W , при которых она равна F , а затем вычисляем величины

$$u = \left[W + \beta \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right] / (\lambda_1/\lambda_2) = (W + 0,2\beta)/0,8; \quad \bar{c}_2 = \frac{\Phi(\beta) + \Phi(u)}{1 + \Phi(\beta)}, \quad \alpha\lambda_2 = u + \beta.$$

Расчеты сведены в табл. 42.

Т а б л и ц а 42

β	$\Phi(\beta)$	$\Phi(W)$	W	u	$\Phi(u)$	$\alpha\lambda_2$	\bar{c}_2
0	0	0,25	0,225	0,281	0,3090	0,281	0,309
0,1	0,1125	0,1657	0,148	0,21	0,2335	0,31	0,311
0,5	0,5205	-0,1404	-0,125	-0,0312	-0,034	0,4688	0,335
1,0	0,8427	-0,3821	-0,355	-0,194	-0,2158	0,806	0,34
1,5	0,9661	-0,4756	-0,45	-0,187	0,2079	1,313	0,386

По этим данным построены графики зависимости \bar{c}_2 от β и $\alpha\lambda_2$ (рис. 114).

Для $\bar{c}_2 = 0,36$ находим $\beta = 1,12$; $\alpha\lambda_2 = 1,04$; $\alpha = 1,04/0,158 = 6,6$.

По формулам (XVII.14) имеем

$$n = \frac{6,6 \cdot 1,5 \cdot 5}{2500 \cdot 1,12 \sqrt{\pi}} = 0,01; \quad D = \frac{1,5 \cdot 5}{6,6 \cdot 1,12 \sqrt{\pi}} = 0,57.$$

На рис. 114 приведены также графики зависимости \bar{c}_2 от β и $\alpha\lambda_2$ при \bar{c}_1 , равном 0,9; 0,75; 0,5 и 0,1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современная теория движения жидкостей и газов в горных породах, учитывающая свойства растворенных, взвешенных и эмульгированных веществ, основана на ряде существенных приближений и упрощающих предположений относительно структуры пород, механизма переноса жидкостей, газов и сопутствующих веществ в порах и трещинах, а также влияния на этот перенос ряда физических и химических факторов.

Наряду с этим в теории фильтрации упрощается геометрическая форма реальных фильтрационных потоков и их граничных условий.

Поэтому все гидродинамические и геохимические параметры не являются физическими и химическими константами, а в силу этих упрощающих предположений зависят в некоторой степени от скорости фильтрации v , давления p , концентрации сопутствующих веществ c , температуры u и других факторов. Поэтому использование параметров, найденных при некоторых скоростях, давлениях, концентрациях и температурах, в условиях, когда величины этих факторов резко отличны, требует известной осторожности и необходимости введения соответствующих поправок. Последующие расчеты различных процессов с использованием найденных таким образом параметров, должны содержать также оценку величины возможной ошибки $\pm\delta$ при определении полей напоров, скоростей и концентраций для этих процессов.

В настоящее время вероятные ошибки в определении ряда важных параметров, особенно a , λ , μ_n , μ_b , n_m , n_k , D , H_k , как указывалось выше, являются довольно значительными. Поэтому и в будущем остается важной задача выявления влияния на гидродинамику и физико-химические процессы в горных породах различных физических и химических факторов, которые в настоящее время, возможно, недооцениваются, а также разработка новых теоретических методов для определения параметров. При этом может потребоваться введение новых параметров, более стабильных при различных значениях v , w , p , c , u .

Так, для безнапорного потока в зависимости от его глубины h и особенно от скорости подъема или понижения уровня грунтовых вод w довольно резко изменяются пьезопроводность (уровнепроводность) a , водопоглощение μ_n , водоотдача μ_b . Например величины μ_n и μ_b , определенные в начале и в конце нагнетания и откачки, т. е. при резко различных w , а отчасти и h , иногда увеличиваются за время опыта от тысячных до десятых долей единицы, т. е. отличаются на один-два порядка. Это обусловлено относительно большим захватом воздуха при быстром подъеме уровней и замедленным оттоком воды при быстром снижении уровней в начале нагнетаний и откачек.

Величины a для безнапорного потока, найденные по линеаризованным уравнениям фильтрации при разных t , также часто оказываются нестабильными. Это обусловлено теми же причинами, что и выше, а также неточностью, связанной с линеаризацией уравнения. Весьма вероятно, что здесь потребуются введение в качестве параметров коэффициентов, характеризующихся зависи-

мостью μ_n , μ_v от W , а также решение на ЭВМ ряда типовых задач для нелинейного уравнения, описывающего откачки и нагнетания из скважин при $Q = \text{const}$, исключаяющее тем самым погрешность при линеаризации этого уравнения.

Для напорных и отчасти безнапорных пластов при откачках и нагнетаниях наблюдается несколько более быстрая по сравнению с теорией деформационного режима фильтрации стабилизация потока, причем пьезопроводность для начальных моментов часто больше, а для более поздних — меньше, чем в теории.

Для породы со сложной структурой порового пространства (трещиноватые скальные породы, грунты с макро- и микропорами и др.) эти обстоятельства объясняются обменом фильтрующейся жидкостью между трещинами (макропорами) и микропорами, который ускоряет стабилизацию потока.

В связи с этим для таких пород представляется целесообразным развитие наиболее совершенной из существующих в настоящее время теории фильтрации в средах с двойной пористостью, разработанной С. Н. Нумеровым и И. А. Волковым. В этой теории важное значение имеют такие параметры, как величины макро- и микропористости, а также удельные поверхности пород.

Вместе с тем для напорных пластов уменьшение пьезопроводности со временем может быть обусловлено связью данного водоносного пласта с вышележащим потоком со свободной поверхностью. В самом деле, малые перемещения свободной поверхности в этом потоке, зависящие от изменений μ_n и μ_v , со временем могут быть такого же порядка, как и деформации кровли и подошвы основного водоносного пласта. Часто наблюдаются различия величины a при нагнетаниях и откачках, а также изменения ее при повторных опытах, обусловленные влиянием газового фактора (включая газ в пузырьках и в растворе), отличиям модуля деформаций пород при их сжатии и растяжении, а также релаксационными и гистерезисными явлениями в скелете горных пород и грунтов. Для правильного определения параметров и последующих расчетов необходимо объединение теории деформационного (упругого) режима фильтрации с теорией консолидации грунтов с учетом содержания газа в пласте (трехфазная система). При этом, по-видимому нужно находить модули деформаций пласта при его сжатии и растяжении по данным откачек и нагнетаний для разных давлений, а также параметры уравнений состояния породы, включающих скорость деформаций. Зная зависимость модуля деформаций от давления, для расчетов можно пользоваться линейным законом деформируемости, но на разных интервалах давления принимать различные значения этого модуля и всех связанных с ним параметров.

Для правильной оценки фильтрации многофазных жидкостей, в частности смесей взаимонерастворимых жидкостей (вода и нефть), частично растворимых при давлениях ниже критического (газ и нефть), влаги при наличии воздуха в порах грунта целесообразно развитие конвективно-диффузионных теорий, в которых проницаемость для всех фаз считается одинаковой, а разная скорость их переноса при данном градиенте давления объясняется взаимной гидродинамической дисперсией фаз. При этом коэффициент этой дисперсии $\lambda = D/v$, по всей вероятности, должен зависеть не только от размеров пор и трещин породы, но и от размеров капель и пузырьков различных флюидов, составляющих фильтрующуюся в породе их смесь. Поэтому при изучении фильтрации многокомпонентных жидкостей возникает задача определения коэффициентов λ в зависимости от структуры пористых сред и степени дисперсии отдельных компонентов многофазных флюидов.

При прогнозах фильтрации в большом диапазоне изменения градиента напора I требуется особо тщательное выявление диаграммы $v = f(I)$ с определением параметров этой зависимости на всех ее участках, представляющих интерес (включая начальный градиент фильтрации).

При длительной эксплуатации подземных водозаборов, вертикального и горизонтального дренажа, горных разработок с водоотливом и систем строительного водопонижения в неоднородно-слоистых грунтах целесообразна разработка методики решения обратных задач на моделях стационарного потока, позволяющей по известному полю напоров и расходам произвести зональные определения k , ϵ и коэффициентов перетекания. В этой методике главным является раздельное определение k и ϵ для различных зон в плане и величины перетекания подземной воды из одного водоносного слоя в другой. На модели нестационарного течения при известных k , ϵ могут выполняться зональные определения a .

Для сравнительно кратковременных полевых опытов решение обратных задач в неоднородных грунтах нецелесообразно, так как оценка неоднородности и анизотропии пород в разрезе и плане более просто и надежно выполняется посредством описанного выше послойного и зонального определения k и a с помощью откачек, нагнетаний и наливов в скважины с короткой рабочей частью, удаленной от одной из границ пласта или от всех его границ.

В целях совершенствования методики полевых определений параметров представляется важной разработка теории наливов и нагнетаний воды в водоносные породы с учетом силы тяжести, которая влияет на геометрическую форму области смачивания, вызывая вытягивание ее книзу и уширение в средней части. При нагнетаниях и наливах в водоносные породы жидкостей с иными, чем у пластовой воды, вязкостью и плотностью, а также при нагнетаниях в них газа необходимо разработать способы, позволяющие принимать во внимание эти различия нагнетаемого и вытесняемого флюида. Для этого может быть использовано решение В. С. Саркисяна для нагнетания в совершенную скважину при различии плотностей обеих жидкостей. Для несовершенных скважин аналогичные решения отсутствуют. Весьма актуальнее дальнейшее развитие методов определения модуля грунтового стока ϵ и других параметров по данным наблюдений за режимом подземных вод и речного стока. Дело в том что на гидрометрических станциях и постах гидрометслужбы, а также на режимных гидрогеологических станциях и в экспедициях Геологических управлений накоплен большой фактический материал за несколько десятилетий. Для оценки параметров горных пород в районах строительства, горных разработок и мелиорации земель этот материал используется пока недостаточно. При совершенствовании методики такой оценки в дальнейшем прежде всего необходимо исследовать влияние весенних и летне-осенних паводков в условиях квазистационарного режима грунтового потока, при котором отсутствует влияние начальных условий, но учитывается взаимодействие паводков друг с другом (в данной книге такое взаимовлияние не учитывается). Необходимо также принять во внимание дополнительную фильтрацию из рек и водохранилищ во время паводков, связанную с водонасыщением грунтов в пределах зоны затопления, что приведет к некоторому уменьшению грунтового стока рек, определяемого по его гидрографу. Возможно, что здесь окажется полезным подход В. М. Шестакова, который учитывал перемещение уреза воды по береговому откосу при подъеме и спаде паводка. В этом случае на модуль грунтового стока ϵ будет влиять поперечный уклон речных пойм.

Для определения ϵ представляет большой интерес анализ разностных гидрографов речного стока, получаемых посредством вычитания расходов верхнего створа из расходов нижнего. Это позволит выяснить, в каких пределах справедливо допущение о пропорциональности речного стока между двумя створами удельному грунтовому стоку для разных периодов года. Весьма существенно также изучение влияния на величину ϵ повышения инфильтрации атмосферных осадков в периоды снеготаяния и ливней, так как это повышение приводит к подъему грунтовых вод и уменьшению аккумуляции речных вод в грунтах поймы во время паводков. Достоверная оценка этого фактора приведет к некоторому увеличению модуля ϵ , определяемого по гидрографу рек.

Существенное значение имеет составление региональных карт основных гидродинамических и геохимических параметров для районов крупного строительства, мелиорации земель и горных разработок. Такие карты должны предусматриваться в проектах гидрогеологических и геохимических исследований для соответствующих объектов.

При определении геохимических параметров представляет большой интерес выявление зависимости коэффициента скорости массообмена γ от скорости фильтрации (при линейной и нелинейной кинетике массообмена). В настоящее время без строгого обоснования эта зависимость принимается в виде степенной функции с показателем степени от 0 до 0,5 для растворения и кристаллизации (по Н. Н. Веригину) до 1 для коагуляции и суффозии (по Г. М. Коммунару).

Для процессов адсорбции и десорбции веществ существенно определение коэффициентов Генри и Ленгмюра при разных температурах, а также сопоставление значений этих коэффициентов по данным опытов в статических и динамических условиях, так как имеются данные о некотором влиянии на них скорости фильтрации. Здесь существенно дальнейшее развитие методики статических опытов по Б. С. Шержукову.

Для процессов растворения и выпадения растворенных веществ в осадок важно выяснить характер зависимости коэффициента скорости массообмена γ от концентрации вещества в твердой фазе; в настоящее время без строгого обоснования эта зависимость принимается в форме степенной функции с показателями 0; 0,5 и 1. Весьма ценным было бы выявление новых типов уравнений кинетики, включающих концентрацию растворяемого, десорбируемого или вымываемого из пород компонента и концентрацию растворителя или сорбата, а так же уравнений, включающих время, как это предложено Б. С. Шержуковым, А. В. Шибановым и П. П. Золотаревым.

Требуют дальнейшего усовершенствования методы определения параметров конвективной диффузии в полевых условиях с учетом неоднородности пород в разрезе и плане. Применяющиеся в настоящее время расчетные схемы гетерогенной среды и макродисперсии (по В. М. Шестакову) основаны на ряде допущений, недостаточно проверенных на фактическом материале (особенно зависимость вида $D = \lambda v^2$.) Не имеет пока строгого решения задача конвективной диффузии в радиальном потоке при линейной зависимости коэффициента диффузии от скорости фильтрации. Отсутствует также методика полевых определений компонентов коэффициента диффузии, перпендикулярных к потоку переноса жидкости и вещества.

Имеющиеся предложения по определению параметров диффузии и массообмена не учитывают различий в вязкости и плотности фильтрующихся жидкостей. Анализ действия этих факторов при течении несмешивающихся нейтральных жидкостей, выполненный в последних работах Н. Н. Веригина и В.С. Саркисяна, может быть использован также и для задач диффузии и массообмена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамова В. И., Цибульский Г. П. Анализ решения уравнения конвективной диффузии при помощи ЭВМ. — «Труды ВНИИ», 1966, вып. 7, с. 142—150.
2. Ампилогов И. Е., Харин А. Н., Курочкина И. С. Исследование продольного переноса при движении растворов через неоднородную шихту. — «Журнал физической химии», 1958, т. 32, вып. 1, с. 141—145.
3. Алиев Р. З., Романков П. Г., Медведев А. А. Флуктуационно-релаксационная модель пористой среды. Уравнения нестационарного переноса. — В кн.: Процессы химической технологии. М.—Л., 1965, с. 147—155.
4. Аэров М. Э., Умник Н. Н. Коэффициенты диффузии в зернистом слое. — «Журнал прикладной химии», 1954, т. 27, № 3, с. 265—272.
5. Бахуров В. Г., Боресков Г. К. Эффективный коэффициент теплопроводности контактных масс. — «Журнал прикладной химии», 1947, т. 20, № 8, с. 721—736.
6. Бэррер Р. Диффузия в твердых телах. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1948. 504 с.
7. Бондарев Э. А., Шкирич А. Р. Экспериментальное исследование продольной и поперечной конвективной диффузии в пористой среде. — «Изв. АН СССР, Механика», 1965, № 6, с. 138—141.
8. Бочеввер Ф. М., Орадовская А. Е. Конвективная диффузия солей в радиальном потоке подземных вод в связи с защитой их от загрязненных стоков. — «Труды ВОДГЕО», 1966, вып. 13, с. 159—180.
9. Бочеввер Ф. М., Орадовская А. Е. Гидрогеологическое обоснование защиты подземных вод и водозаборов от загрязнений. М., «Недра», 1972. 128 с.
10. Веригин Н. Н. Нагнетание вязких растворов в горные породы. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1952, № 11, с. 674—687.
11. Веригин Н. Н. Некоторые вопросы химической гидродинамики, представляющие интерес для мелиорации и гидротехники. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1953, № 10, с. 1369—1382.
12. Веригин Н. Н. О кинетике растворения солей при фильтрации воды в грунтах. — В кн.: Растворение и выщелачивание горных пород. М., 1957, с. 84—114.
13. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., Госстройиздат, 1962. 180 с.
14. Веригин Н. Н. Некоторые задачи конвективной теплопроводности в пористой среде. — «Труды ВОДГЕО», 1964, вып. 9, с. 54—66.
15. Веригин Н. Н., Голованова Н. К. Методы определения параметров диффузии и сорбции при фильтрации в пористых средах. — «Труды ВОДГЕО», 1971, вып. 29, с. 28—34.
16. Веригин Н. Н., Малышев А. С., Саркисян В. С. Метод определения активной пористости пластов-коллекторов. — В кн.: Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений. М., 1973, с. 151—158.
17. Веригин Н. Н., Саркисян В. С., Шибанов А. В. Об определении границы раздела двух несмешивающихся жидкостей в пористой среде. — «Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа», 1973, № 6, с. 155—163.
18. Веригин Н. Н., Саркисян В. С. О фильтрации двух жидкостей с разной плотностью и вязкостью в галерею с постоянным расходом. — «Докл. АН СССР», 1974, т. 218, № 3, с. 536—540.
19. Веригин Н. Н., Саркисян В. С. О фильтрации двух неоднородных жидкостей при упругом режиме. — «Докл. АН СССР», 1975, т. 221, № 2, с. 305—308.
20. Веригин Н. Н., Саркисян В. С., Шибанов А. В. О подземном захоронении промышленных стоков в глубокие водоносные горизонты. — «Водные ресурсы», 1976, № 1, с. 188—197.
21. Веригин Н. Н., Шержуков Б. С. Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах. — В кн.: Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. М., 1969, с. 237—313.
22. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М., Госоптехиздат, 1962. 275 с. Авт.: А. Бан, А. Ф. Богомолова, В. А. Максимов и др.
23. Голубев В. С., Гарбиянц А. А. Гетерогенные процессы геохимической миграции. М., «Недра», 1968. 192 с.
24. Гринбаум И. И. Геофизические методы определения фильтрационных свойств горных пород. М., «Недра», 1965. 188 с.

25. Качановский Ф. В. Исследование водопроницаемости и условий осушения торфяной залежи, перемешанной машиной РПЗ. Автореф. канд. дисс. Калинин, 1972, 27 с.
26. Коль С. А., Риммар Г. М. Электролитический метод определения скорости фильтрации подземных вод. — В кн.: Исследование подземных вод СССР. Вып. 7. М., 1936, с. 122—132.
27. Кочерин Д. И. Определение расхода свободных грунтовых вод. — В кн.: Материалы по водным изысканиям в Крыму. Вып. I, 1916.
28. Кузовлев Г. М. Специальные гидротехнические сооружения на атомных предприятиях. М., Атомиздат, 1966. 283 с.
29. Кутляров В. С. Конвективная диффузия в трещиновато-пористых средах. — «Прикладная механика и техническая физика», 1967, № 1, с. 84—88.
30. Левеншиль О. Инженерное оформление химических процессов. М., «Химия», 1969, 622 с.
31. Лыков А. В. Применение методов термодинамики необратимых процессов к исследованию тепло- и массообмена. — «Инженерно-физический журнал», 1965, т. 9, № 3, с. 287—304.
32. Лыков А. В. Теплообмен. М., «Энергия», 1972, 560 с.
33. Матвеев Б. К. Электрометрический способ определения направления и скорости движения подземных вод по одиночным скважинам. — «Вестн. МГУ. Сер. геол.», 1957, № 4, с. 167—177.
34. Николаевский В. Н. Капиллярная модель диффузии в пористых средах. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1959, № 4, с. 146—149.
35. Николаевский В. Н. Конвективная диффузия в пористых средах. — «Прикладная математика и механика», 1959, т. 23, вып. 6, с. 1042—1050.
36. Николаевский В. Н. Некоторые задачи распространения меченых частиц в фильтрационных потоках. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1960, № 5, с. 189—193.
37. Николаевский В. Н., Розенберг М. Д. Движение двух взаиморастворимых жидкостей в пористой среде. — «Изв. АН СССР. Отд. техн. наук», 1959, № 2, с. 64—69.
38. Огильви Н. А., Федорович Д. И. Электролитический метод определения скорости фильтрации подземных вод и условия его практической применимости. М., «Недра», 1964. 40 с.
39. Опытнo-фильтрационные работы. Под ред. В. М. Шестакова и Д. Н. Башкатова. М., «Недра», 1974. 203 с.
40. Орадовская А. Е. Некоторые экспериментальные данные о коэффициенте диффузии (дисперсии) в горных породах. — «Труды ВОДГЕО», 1969, вып. 22, с. 99—102.
41. Орадовская А. Е. Определение сорбционной способности грунтов в целях прогноза распространения промстоков в подземных водах. — «Тематический сборник ВСЕГИНГЕО», 1969, вып. 14, с. 160—173.
42. Пшежецкий С. Я., Рубинштейн Р. Н. Протекание гетерогенных каталитических реакций в потоке. — «Журнал физической химии», 1946, т. 20, вып. 112, с. 1421—1434.
43. Радужкевич Л. В. Теория динамики адсорбции на реальном зернистом адсорбенте. — «Докл. АН СССР», 1947, т. 57, № 5, с. 471—474.
44. Рачинский В. В. Введение в общую теорию динамики сорбции и хроматографии. М., «Наука», 1964. 136 с.
45. Рошаль А. А., Шестаков В. М. О миграции подземных вод в слоистых пластах. — «Тематический сборник ВСЕГИНГЕО», 1969, вып. 14, с. 43—55.
46. Рошаль А. А., Шестаков В. М. Методика полевых определений миграционных параметров пласта. — В кн.: Охрана подземных вод УССР от загрязнения и истощения. Вып. I. Киев, 1970, с. 75—79.
47. Саркисян В. С. О закачке в скважину с учетом различия плотностей нагнетаемой и вытесняемой жидкостей. — «Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа», 1975, № 6, с. 67—73.
48. Саркисян В. С. Автомодельные решения осесимметричной фильтрации двух жидкостей, отличающихся вязкостями и плотностями. — «Докл. АН СССР», 1976, т. 227, № 6, с. 1311—1314.
49. Смирнов С. И. Происхождение солености подземных вод седиментационных бассейнов. М., «Недра», 1971. 216 с.
50. Соколовский Э. В. Применение радиоактивных изотопов для контроля за разработкой нефтяных месторождений. М., «Недра». 1968. 180 с.
51. Химмельблауд Д. Анализ процессов статистическими методами. М., «Мир», 1973. 957 с.

52. Цыбульский Г. П. Плоскорadiaльная задача о распределении концентрации растворителя при переменном коэффициенте диффузии. — «Труды Краснодар. фил. ВНИИ», 1965, вып. 15, с. 122—125.
53. Чжоу Чэн-сюнь. Некоторые экспериментальные исследования процесса перемешивания взаиморастворимых жидкостей в пористой среде. — «Труды МИНХ и ГП», 1961, вып. 33, с. 290—295.
54. Чураев Н. В., Гамаюнов Н. И. Изучение структуры пористых сред методом радиоактивных индикаторов. — «Инженерно-физический журнал», 1961, т. 4, № 6, с. 106—111.
55. Чураев Н. В., Ильин Н. И. Радиоиндикаторные методы исследования движения подземных вод. М., Атомиздат, 1973, 176 с.
56. Шейдеггер А. Физика течения жидкостей через пористые среды. М., Гостоптехиздат, 1960. 249 с.
57. Шержуков Б. С. К теории дисперсии в неоднородных пористых средах. — В кн.: Тезисы докл. VII совещ. по подземным водам Сибири и Дальнего Востока. Новосибирск, 1973, с. 92.
58. Шержуков Б. С. Диффузия и неравновесный массообмен при фильтрации в районах наземных и подземных хранилищ промстоков (линейная задача для потока ограниченной длины). — «Труды ВОДГЕО», 1975, вып. 54, с. 25—39.
59. Шержуков Б. С., Малышев А. С. Диффузия и неравновесный массообмен при фильтрации в районах наземных и подземных хранилищ промстоков (линейная задача для полуограниченного потока). — «Труды ВОДГЕО», 1975, вып. 54, с. 18—24.
60. Шержуков Б. С., Голованова Н. К. Определение коэффициента конвективной диффузии методом моментов по данным полевых исследований. — «Труды ВОДГЕО» 1975, вып. 54, с. 54—71.
61. Шестаков В. М. К теории динамики сорбции при фильтрации в зернистых материалах. — «Журнал физической химии», 1961, т. 35, № 10, с. 2358—2362.
62. Шестаков В. М. К теории фильтрации растворов в грунтах. — В кн.: Вопросы формирования химического состава подземных вод. М., 1963, с. 192—213.
63. Aris R. D. On the dispersion of a solute in a fluid flowing through a tube. — «Proc. Roy. Soc. London», Ser. A, 1956, v. 235, N 1200, p. 67—77.
64. Aronofsky J. S., Heller J. P. A diffusion model to explain mixing of flowing miscible fluids in porous media. — «Trans. AIME», 1957, v. 210, N 12, p. 345—349.
65. Bensten R. G., Nielsen R. F. A study of plane radial miscible displacement in consolidated porous media. — «SPE Journal», 1965, v. 5, N 1, p. 1—5.
66. Beran M. J. Dispersion of soluble matter in flow through granular media. — «J. Chem. Phys.», 1957, v. 27, N 1, p. 270—274.
67. Bernard R. A., Wilhelm R. H. Turbulent diffusion in fixed beds of packed solids. — «Chem. Engng Progr.», 1950, v. 46, N 5, p. 233—244.
68. Bischoff K. B., Levenspiel O. Fluid dispersion-generalisation and comparison of mathematical models. I. Generalisation of models. — «Chem. Engng Sci.», 1962, v. 17, p. 245—255.
69. Bischoff K. B., Levenspiel O. Fluid dispersion-generalisation and comparison of mathematical models. II. Comparison of models. — «Chem. Engng Sci.», 1962, v. 17, p. 257—264.
70. Blackwell R. J., Rayne J. R., Terry W. M. Factors influencing the efficiency of miscible displacement. — «Trans. AIME», 1959, v. 216, N 1, p. 1—8.
71. Borowczuk M. Die Erkundung der Durchlässigkeit des Bodens mittels der Universal-Meßsonde. — «Steir. Beitr. Hydrogeol.», 1967, N 18—19, S. 121.
72. Brenner H. The diffusion model longitudinal mixing in beds of finite length. Numerical values. — «Chem. Engng Sci.», 1962, v. 17, p. 229—243.
73. Brigham W. E., Reed P. W., Dew I. N. Experiments on mixing during miscible displacement in porous media. — «SPE Journal», 1961, v. 1, N 1, p. 1—8.
74. Carman P. C. Permeability of saturated sands, soils and clays. — «J. Agric. Sci.», 1939, v. 29, pt. 2, p. 262—273.
75. Dankwerts P. V. Continuous flow systems (Distribution of Residence Times). — «Chem. Engng Sci.», 1953, v. 2, N 1, p. 1—13.
76. Day P. R. Dispersion of moving salt-water boundary advancing through saturated sand. — «Trans. Amer. Geophys. Union», 1956, v. 37, N 5, p. 595—601.
77. Foraboschi F. P., Lelli V., Salvigni S. Motodei liquidi nei letti granulari. — «Chimica e industria», 1963, v. 45, N 8, p. 944—948.
78. Fatt J. Pore structure of sintered glass from diffusion and resistance measurements. — «J. Phys. Chem.», 1959, v. 63, N 5, p. 751—752.

79. Halevy E. Borehole dilution techniques; a critical review. — In: *Radioisotopes in Hydrology*. IAEA, Vienna, 1967, 531 p.
80. Harleman D. R. F., Mehlhorn P. F., Rumer R. R. Longitudinal dispersion in uniform porous media. — «Rept. Mass. Inst. Tech. Hydrodyn. Lab. Dept. Civil Engng», 1962, N 57, 30 p.
81. Harleman D. R. F., Rumer R. R. The dynamics of salt-water intrusion in porous media. — «Rept. Mass. Inst. Technol. Hydrodynam. Lab. Dept. Civil Engng», 1962, N 55, 125 p.
82. Harleman D. R. F., Rumer R. R. Longitudinal and lateral dispersion in an isotropic porous medium. — «J. Fluid Mech.», 1963, v. 16, N 3, p. 385—394.
83. Harleman D. R. F., Mehlhorn P. F., Rumer R. R. Dispersion-permeability correlation in porous media. — «J. Hydraul. Div. Proc. ASCE», 1963, v. 89, N 2, pt. 1, p. 67—85.
84. Hoopes J. A., Harleman D. R. F. Wastewater recharge and dispersion in porous media. — «J. Hydraul. Div. Proc. ASCE», 1967, HY 5, p. 51—70.
85. Hoopes J. A., Harleman D. R. F. Dispersion in radial flow from a recharge well. — «J. Geophys. Res.», 1967, v. 72, N 14, p. 3595—3607.
86. Josselin de Jong G. Longitudinal and transverse diffusion in granular deposits. — «Trans. Amer. Geophys. Union», 1958, v. 39, p. 1160—1162.
87. Kaufman W. J., Orlob G. T. An evaluation of ground-water tracer. — «Trans. Amer. Geophys. Union», 1956, v. 37, N 3, p. 297—306.
88. Klinkenberg L. J. Analogy between diffusion and electrical conductivity in porous rocks. — «Bull. Geol. Soc. America», 1951, v. 62, N 6, p. 559—564.
89. Koch H. A., Slobod R. L. Miscible slug process. — «Trans. AIME», 1957, v. 210, p. 40—47.
90. Lau Leung-Ku, Kaufman W. J., Todd D. K. Dispersion of a water tracer in radial laminar flow through homogeneous porous media. — «Progr. Rept. Hydr. Lab. Sanit. Engng. Res. Lab. Univ. California», Berkeley, 1959, N 5, 78 p.
91. Mairhofer T. Die Bestimmung der Fließrichtung in einem einzigen Bohrloch mittels radioaktiver Isotope. — «Steir. Beitr. Hydrogeol.», 1967, N 18—19, S. 69.
92. Perkins T. K., Johnston O. C. A review of diffusion and dispersion in porous media. — «SPE Journal.», 1963, v. 3, N 1, p. 70—84.
93. Peterson E. E. Diffusion in a pore of varying cross section. — «AIChE Journal», 1958, v. 4, N 3, p. 343—345.
94. Pietka Z. Zastosowanie wskaźników fizykochemicznych do polowego pomiaru niewymuszonego przepływu strumienia wody gruntowej. — «Gospod wodna», 1962, v. 22, N 2, p. 60—63.
95. Pietka Z. Pomiary przepływu wody gruntowej i współczynnika filtracji metoda fizyko-chemiczna. — «Przegl. geofiz.», 1962, v. 7, p. 67.
96. Pfannkuch H. O. Contribution à l'étude des déplacements de fluides miscibles dans un milieu poreux. — «Rev. Inst. frans. pétrole», 1963, v. 18, N 2, p. 215—270.
97. Raimondi R., Gardner G. H. F., Petrick C. B. Effect of pore structure and molecular diffusion on the mixing of miscible liquids flowing in porous media. — «Preprint 48 presented at AIChE — SPE Joint Simpos.» San-Francisco, 1959.
98. Rifaï M. N. E. An investigation of dispersion phenomena in laminar flow through porous media. Ph. D. Dissertation, Univ. of California, Berkeley, 1956.
99. Rosenberg D. V. Mechanics of steady-state single-phase fluid displacement from porous media. — «AIChE Journal», 1956, v. 2, N 1, p. 55—59.
100. Rumer R. R. Longitudinal dispersion in steady and unsteady flow. — «J. Hydraul. Div. Proc. Amer. Soc. Civil Engrs», 1962, v. 88, HY 4, pt. 1, p. 147—172.
101. Saffman P. G. A theory of dispersion in a porous medium. — «J. Fluid Mech.», 1959, v. 6, N 3, p. 321—349.
102. Samuelson O. Om dynamiska jämviktsläget vid filter av jonutbytande ämnen. — «Svensk. Kemisk. Tidskr.», 1941, v. 53, N 11, p. 422—434.
103. Scheidegger A. E. Statistical Hydrodynamics in porous media. — «J. Appl. Phys.», 1954, v. 25, N 8, p. 994—1001.
104. Taylor G. I. Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube. — «Proc. Roy. Soc. London», 1953, v. 219, N 1137, p. 186—203.
105. Van der Laan E. Th. Notes on the diffusion model for the longitudinal mixing in flow. — «Chem. Engng Sci.», 1958, v. 7, p. 187—191.
106. Van der Poel C. Effect of lateral diffusivity on miscible displacement in horizontal reservoirs. — «SPE Journal.», 1962, v. 2, N 4, p. 317—326.
107. Wicke E. Empirische und theoretische Untersuchungen der Sorptionsgeschwindigkeit von Gasen an porösen Stoffen. II. — «Kolloid-Z.», 1939, Bd 86, Hft 3, S. 295—313.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Адсорбция 173, 175
Анизотропия пород 23, 73
- Ввод индикатора:**
непрерывный 167, 178, 196
импульсный 167, 182, 186, 239
непрерывно-импульсный 167, 201
- Влагодность грунта:**
капиллярная 14, 29
молекулярная 14₁
полная 14
- Влажность естественная 14, 27
Водоотдача породы 14, 28
Водопоглощение породы 13, 15, 31
- Геохимические параметры 166**
Гидрограф рек 155
- Десорбция 175
Дефицит насыщения 14, 27
- Емкость пласта:**
внешняя 13
внутренняя 13, 15
полная 13
- Закон Бингама — Шведова 20**
— Дарси 18
— Прони 19
— Шези 19
— Фика обобщенный 172
- Изотерма Генри 175**
— Ленгмюра 175
Индикаторные кривые 208, 240
Инфильтрация 22, 141
Испытатели пластов 103
- Кинетика:**
кольматажа и суффозии 176
растворения и кристаллизации 175
- Коэффициент деформационной емкости 14**
— диффузии молекулярной 166, 168
— диффузии конвективной 166, 169
— капиллярной фильтрации 29
— линейного сжатия породы 14
— пьезопроводности 14
— фильтрации 14, 18
- Массообмена типы 167**
Методы определения гидродинамических параметров:
по данным откачек, нагнетаний, наливов 41, 65, 76
по восстановлению уровня в скважинах 61, 89, 109
по данным режимных наблюдений 16, 143
по произвольным точкам 53
по характерным точкам 58
по эталонной кривой 54, 115
- Методы определения геохимических параметров:**
интегральные 207
по аналитическим решениям 177, 191

- по данным режимных наблюдений
253
статистических моментов 226
Модели конвективной диффузии 169
Модуль питания грунтовых вод 22
Моменты индикаторных кривых 227
- Нагнетания в скважины:
в водоносных породах 41, 65
в неводоносных породах 76
Наливы в борозды 141
Наливы в скважины:
в водоносных породах 41, 65, 89
в неводоносных породах 76
Наливы в шурфы 134
Начальный градиент 20
- Опробователи пластов 105
- Пористость общая 14, 24, 27, 173
— свободная (активная) 14
Проницаемость пород 14, 19, 34
- Расчетные схемы определения
гидродинамических параметров:
в лабораторных условиях 15, 26
- в полевых условиях 15
Распределение пор и трещин по размерам
248
- Скин-эффект скважины обшей 14, 90, 121
Сопrotивление скважины:
конструктивное 14, 124
при кольматаже 14, 130
по степени вскрытия пласта 14, 46,
52, 124
Суффозия 130
- Упругоемкость пласта 15
Уравнения:
движения жидкости 172
движения веществ 169
дифференциальное основное 174
кинетики массообмена 175
состояния 173
сохраняемости массы 172
фильтрации 21
Уровнепротводность 14
- Фильтрометр 34

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие	3
Введение	5

Часть первая

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Глава	I. Классификация гидродинамических параметров, способы их определения и уравнения геогидродинамики	13
Глава	II. Лабораторные определения параметров горных пород	26
Глава	III. Откачки, нагнетания и наливы в скважины в водоносных пластах ограниченной мощности	41
Глава	IV. Откачки, нагнетания и наливы в водоносных пластах неограниченной мощности	65
Глава	V. Нагнетания и наливы в скважины в неводоносных породах	76
Глава	VI. Восстановление уровня после мгновенного налива или откачки	89
Глава	VII. Восстановление уровня в остановленных скважинах	109
Глава	VIII. Оценка скин-эффекта скважин	121
Глава	IX. Наливы воды в шурфы	134
Глава	X. Определение гидродинамических параметров по данным наблюдений за режимом подземных вод	143
Список литературы		161

Часть вторая

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Глава	XI. Геохимические параметры, способы их определения и основные уравнения геохимической гидродинамики	166
Глава	XII. Лабораторные определения геохимических параметров с использованием аналитических решений	177
Глава	XIII. Полевые определения геохимических параметров с использованием аналитических решений	191
Глава	XIV. Лабораторные определения геохимических параметров интегральным методом	207
Глава	XV. Определение геохимических параметров методом статистических моментов	226
Глава	XVI. Применение индикаторов для определения истинной скорости фильтрации, активной пористости пород и распределения пор по размерам	239
Глава	XVII. Определение геохимических параметров по данным наблюдений за химическим составом подземных вод в скважинах	253
Заключение		261
Список литературы		265
Указатель		269

ИБ № 91

Николай Николаевич Веригин
Станислав Васильевич Васильев
Вруйр Саркисович Саркисян
Бронислав Сергеевич Шержуков

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ
И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
ГОРНЫХ ПОРОД**

Редактор издательства *С. Г. Бароянц*
Переплет художника *А. А. Зубченко*
Художественный редактор *В. В. Евдокимов*
Технический редактор *О. Н. Ласточкина*
Корректор *Р. Я. Ускова*

Слано в набор 27/XII 1976 г. Подписано в печать
12/VIII 1977 г. Т-12734. Формат 70 × 100¹/₁₆.
Бумага № 2. Печ. л. 17,0. Усл. п. л. 21,93.
Уч.-изд. л. 21,55. Тираж 4300 экз.
Заказ 1468/5334—2. Цена 2 р. 70 к.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12,
Третьяковский проезд, 1/19.

Ленинградская типография № 6 Союзполиграф-
прома при Государственном комитете Совета
Министров СССР по делам издательств, полиграф-
фии и книжной торговли.

196006, Ленинград, Московский пр., 91.

2178

HELPA