Ф. П. КРЕНДЕЛЕВ
С. Ф. КРЕНДЕЛЕВ

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
БУРЯТСКИЙ ФИЛИАЛ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Ф. П. КРЕНДЕЛЕВ,
С. Ф. КРЕНДЕЛЕВ

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ

(МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ)

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1977

УДК 519.2 + 002

Эвристические методы в геологии. Кренделев Ф. П., Кренделев С. Ф. Изд-во «Наука», 1977.

В работе показано единство задач в геологии, геохимии и геофизике на математической основе. Эвристические способы позволяют любую геологическую информацию представить в виде числового поля (или объема); обработать эту информацию на ЭВМ. Рассмотрены виды информации, способы кодирования и интерпретации расчетных данных; логические основы алгоритмов, соотношение между ними и их комплексирование на конкретных примерах прогнозной оценки регионов. Книга будет полезна широкому кругу геологов, геохимиков, работников вычислительных центров, занимающихся обработкой геологической информации, а также студентам и аспирантам.

Илл. 25. Табл. 2. Библ. 106 назв.

Ответственный редактор

доктор геол.-мин. наук

Р. М. КОНСТАНТИНОВ

Responsible editor prof.

R. M. KONSTANTINOV

К $\frac{20805\text{-}232}{055\ (02)\text{-}77}$ 217-76

ПРЕДИСЛОВИЕ

Геологии необходимо выполнить девиз науки двадцатого века и определить свои объекты «числом, мерой и весом». Это диктуется огромным потоком информации, нарастающим ежедневно и ежечасно, который, как это постепенно становится ясно любому специалисту-геологу, уже невозможно хранить и обрабатывать, не прибегая к средствам математики и кибернетики. Поэтому можно считать, что прямо пропорционально росту количества геологической информации увеличивается интерес к математическим методам ее обработки.

Отсутствие математического подхода к обработке геологической информации приводит, в частности, к тому, что несколько новых геологических фактов вызывают и коренную перестройку основополагающих геолого-генетических гипотез, но при этом старые гипотезы полностью не отвергаются, а лишь как бы отходят в тень, чтобы затем вновь появиться в центре внимания в связи с новейшими геологическими открытиями. Поскольку скорость появления новой информации увеличивается, основополагающие геологические гипотезы начинают сменять друг друга с пугающей калейдоскопической быстротой. Между тем применение математического аппарата позволяет достаточно объективно оценить роль новых данных и сравнить обоснованность альтернативных гипотез.

Однако первые работы, посвященные этому вопросу, по-видимому, отпугнули бóльшую часть геологов от математики громоздкостью и сложностью применяемого математического аппарата, использовавшегося для получения выводов, не дававших возможностей по-новому, оригинально интерпретировать обработанные геологические данные, оригинально количественно оценить их значение и, в конечном итоге, принести ощутимую пользу в практике геологических исследований.

Постепенно в результате работ таких энтузиастов математических методов в геологии, как А. Б. Вистелиус, Д. А. Родионов, Ю. А. Воронин, А. Н. Бугаец, Ф. П. Кренделев, А. Н. Дмитриев и многих других, лед скептицизма к применению математики в геологии среди геологов оказался в значительной мере сломлен. Этому способствовал также и интерес к применению математических методов такими известными геологами, как Ю. А. Косыгин, А. А. Трофимук, Л. Н. Овчинников и другие. Но до сих пор перед геологами, которые видят необходимость математических способов обработки информации, возникают вопросы, как перевести свою информацию на математический язык и каким из существующих способов отдать предпочтение?

Помощь в решении этих задач может оказать предлагаемая книга. В ней рассматриваются общие принципы перехода от описательных и прочих традиционных форм геологической информации к доступной для математической обработки логической и цифровой. Кроме того, в ней показано соотношение между широко распространенными в геологии статистическими и все более внедряющимися эвристическими математическими методами исследования.

Более дискуссионной представляется другая часть книги, касающаяся основных аксиом и понятий геологии, сопоставлений структуры математики со структурой наук о Земле, и прочие научно-философские разделы. Но и последние, будучи связаны с прикладной частью книги, в общем контексте несомненно полезны хотя бы тем, что побуждают к критическому анализу прочитанного и к попыткам противопоставить выводам авторов книги свои собственные исходные геологические аксиомы и привести свои научно-философские доводы.

Книга не лишена недостатков. Написанная отцом — профессиональным геологом и сыном — профессиональным математиком, она служит наглядным примером тому, что даже при таких благоприятных с двух точек зрения условиях геологу и математику очень трудно выработать единый язык без ущерба для каждой из соответствующих областей науки, имеющей уже сложившиеся термины, понятия и традиционный стиль изложения. В существенно геологических разделах книги содержится много положений, тривиальных для геологов и, по-видимому, непонятных для математиков, а в математических, напротив, трудно читаемых для геологов и недостаточно строгих для математиков. Но создание единого языка на стыке различных областей науки, вероятно, проблема, лишь немногим менее сложная и длительная, чем развитие такого языка при смешении различных племен. И вряд ли стоит судить авторов за то, что им пока не удалось выработать общего научного языка, несмотря на столь тесные семейные узы.

И все же книга в целом написана очень живо, она полностью отвечает духу происходящих в геологии перемен и будет интересна как специалистам-геологам, осознавшим необходимость применения математических методов, так и математикам, интересующимся геологической проблематикой.

Р. М. Константинов

> **Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений.**
>
> *В. И. ЛЕНИН*

ВВЕДЕНИЕ

Так называемый «информационный взрыв» захватил геологию, геофизику и геохимию не в меньшей степени, чем все остальные науки и отрасли народного хозяйства. В геологии трудно провести границу между наукой и практикой, поскольку поиск и даже разведка уже выявленного месторождения всегда содержат элементы научного исследования.

Информационный взрыв вызван многими причинами, из которых упомянем здесь абсолютный рост числа геологов, геофизиков и геохимиков, внедрение в практику поисково-разведочных работ автоматизированных средств сбора информации; резкое повышение производительности труда шахтеров, буровиков, химиков. «Ручная» обработка информации не успевает за живой геологической мыслью и техникой поисково-разведочных работ. Именно поэтому во весь свой гигантский рост перед геологами встала информационная, или кибернетическая, проблема — сбор, учет, хранение, передача и переработка информации для принятия квалифицированных решений с наибольшей вероятностью и наименьшей ценой ошибки. Специфика геологии в широком смысле слова заключается в том, что эта наука имеет дело с несколькими видами информации (цифровой, логической, графической), для каждой из которых имеются способы переработки, а вот комплексная обработка различных видов информации одновременно еще не решена. Многие частные геолого-геохимические и геофизические задачи успешно решаются с применением идей кибернетики и электронно-вычислительных средств. Большинство задач базируется на обработке измерительной информации статистическими методами. В последние годы бурно начали развиваться эвристические подходы к обработке информации, главным образом логической, на базе дискретного анализа; они оказались особенно эффективными в приложении к задачам прогноза.

Практикой накоплен опыт решения таких задач, но этот опыт почти не систематизирован. Возникла необходимость обобщить этот опыт, определить его идейные истоки и перспективы. И нам в этой работе хотелось: обосновать необходимость и возможность однозначного описания любого геологического объекта или явления с любой наперед заданной точностью, введя небольшое количество аксиом; дать общее понятие о необходимости и возможности представления геологической информации в виде, пригодном для ввода в ЭВМ; показать общность большинства задач геологии, геохимии и геофизики, их сходство и различия в математическом смысле.

Это — первая попытка систематизации эвристических методов в геологии. Внедрение математических методов и ЭВМ в геологии исключительно интересно с теоретической точки зрения и дает ощутимый практический эффект, высвобождая сотни и тысячи сотрудников от утомительной однообразной работы по списыванию показаний приборов, бесконечного переписывания, вычерчивания, копирования, упорядочивания знаний.

Подобно капитану Ахаву, авторы хотели бы заметить: «Ничего законченного мы не обещаем, потому что всякое дело... рук человеческих, объявленное законченным, тем самым уже является делом гиблым» (Мелвилл, 1961 г.).

ЧАСТЬ I

ГЕОЛОГИЯ И КИБЕРНЕТИКА

ГЛАВА 1

ЧТО ТАКОЕ «ЭВРИСТИКА»?

Слово «эвристика»— вульгаризм. Правильнее говорить об «эвристических» методах. Но для краткости изложения будем иногда пользоваться словом «эвристика». В. Н. Пушкин (1967) эвристикой называет науку, исследующую закономерности теоретической деятельности человека.

Эвристические методы используют идеи и методы психологии, логики и теории множеств, или, в самом общем смысле, математики. Эвристика опирается, с одной стороны, на кибернетику, науку, изучающую наиболее общие процессы управления на базе формализации высших проявлений интеллекта, т. е. передачи, обработки информации с целью приведения ее в форму, удобную и явную для принятия решения, и с другой — на психологию, изучающую наиболее общие процессы мышления, главным образом теоретического или продуктивного мышления.

Логика — вот то связующее звено между психологией и кибернетикой, которое делает возможной машинизацию обработки по правилам, сходными с теми, которые осуществляются в мозгу человека. Частные разделы в кибернетике и эвристике следует рассмотреть особо (способы сбора, учета, хранения, мобилизации и канализации информации, влияющей на принятие решения).

Слово эвристика имеет греческий корень heurisko (Кондаков, 1971), что переводится на русский язык словом «нахожу». Оно появилось еще до знаменитого восклицания Архимеда «Эврика»!», и этот возглас отметил отнюдь не первый случай применения эвристических методов в физике. До этого эвристически уже были вычислены площадь круга, объем конуса и были решены другие задачи. Архимед не знал, он просто догадался, нашел, что тело, погруженное в жидкость, теряет в весе столько, сколько весит вытесненная телом жидкость. Почему это так, он не знал. Никакой теории на этот счет, если не считать теоремы Стокса, нет и поныне. Но и опровергнуть этот закон никто не может. Просто это так, а не иначе, и доказывается всем опытом жизни.

Краткий оксфордский словарь определяет термин «эвристический» как «способ выяснения, применяемый главным образом в системе обучения, при котором ученик обучается познавать для себя изучаемый предмет». Идея не нова. В древней Греции учитель заставлял самого ученика прийти к правильному выводу, задавая ему наводящие вопросы. В последующее время под «эвристикой» понималась совокупность логических приемов теоретического исследования и отыскания истины. Ныне под эвристикой понимают методику поисков доказательства, путей решения задачи по аналогии, которая известными путями решена быть не может. Правильность решения задачи подверждается опытом. Эвристическая деятельность — это разновидность человеческого мышления, открывающего новые системы действий, неизвестные ранее закономерности окружающих человека объектов.

Эвристические методы получают все большее и большее развитие во многих отраслях знаний, в том числе и в геологии.

Например, все месторождения алмазов связаны с кимберлитовыми трубками. Это не значит, что во всех трубках есть алмазы, но нет алмазов, залегающих не в трубках. Имеющиеся россыпи, древние и погребенные, связаны с переотложением материала трубок. Почему это так, мы долго не знали, что каждый поисковик обращал внимание на трубки в первую очередь? Наличие алмазов в Бермских сланцах Ганы и в Бразилии не отрицает этой главной закономерности, так как есть способы объяснить их находку также в в связи с трубками. Это правило будет считаться законом до тех пор, пока не будут найдены алмазы в других геологических условиях. Наблюденные эмпирические закономерности служат логической основой для эвристических подходов к проблеме, ложатся в основу обучения поискам новых месторождений алмазов.

Далее. Давно замечено, что горизонты промышленных руд в месторождениях типа медистых песчаников встречаются только в зеленоцветных отложениях и никогда не залегают в породах с красной окраской. Однако имеются случаи нахождения медистых песчаников в красноцветных толщах (самохвальская свита нижнего карбона Хакассии). Но и в этом случае медная руда приурочена к пласту зеленоцветных пород, залегающих среди красноцветов. И это правило будет верным до тех пор, пока не будут найдены месторождения среди красноцветов. Количество примеров таких эмпирических закономерностей можно увеличить.

Эвристическими методами как отраслью науки, связанной с логикой, философией и психологией, до недавнего времени пренебрегали, даже не считая эти методы научными. Указывались строгие «научные» способы мышления, опирающиеся на некоторые формальные (лучше сказать сформулированные) правила. Поэтому приобретение знаний не формализованным путем, методами аналогии, или обучения, оставались в тени. Однако многие задачи, зачастую очень сложные, поддаются решению с помощью аналогий и проведения параллелей между различными областями науки и практики. В логике и философии человеческое мышление подразделяется на три типа.

Аксиоматическое, когда существуют аксиомы, т. е. такие истины, которые принимаются без доказательств. Это — интуитивные истины, которые Декарт считал основными аксиомами науки. В геологии в качестве аксиомы, например, считается, что секущее тело образовалось позднее пересекаемого им тела.

Аналитическое мышление, когда человек отчетливо сознает все этапы мышления и может четко сформулировать, выразить их. В этом случае четко сознается содержание и ход мысли. Этот способ мышления считается строго научным.

В интуитивном мышлении отсутствуют четко определенные этапы мышления. Вся проблема представляется человеку разом, в свернутом виде; ответ достигается сразу; решение предлагается без доказательств, по интуиции. Чаще всего интуиция — это проявление прошлого опыта; по сути дела интуиция — это способность принять правильное решение при недостаточной информации на базе прошлого опыта. Это — нахождение правильного ответа без доказательств. Если решение оказывается правильным, реализуется практикой, человек, обладающий интуицией, приобретает авторитет.

Д. Пойа (1961), считает, что эвристические методы несут в себе двойственность: 1) к эвристической деятельности человека можно отнести такую, которая приводит к решению сложной, комплексной задачи, и 2) эвристическими можно считать специфические приемы, которые человек сформулировал в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносит их на решение других.

Эвристические методы и научные методы не противоречат один другому, а дополняют друг друга. Эвристические рассуждения могут иметь лишь характер предварительных выводов, но ими зачастую приходится пользоваться, так как нет иного выбора, нет иных способов решения. Часто эвристические методы стоят рядом с искусством, это — своеобразные элементы искусства в науке.

Существуют задачи, решение которых возможно только благодаря выбору оптимального варианта из большого, иногда бесконечного числа вариантов. Многие геологические задачи относятся именно к такому классу задач. В математическом смысле основная задача эвристики — это преодоление метода полного перебора вариантов, выбор оптимального пути, поиск способа, приема, алгоритма, делающего короче выбор окончательного решения, ограничивающего возможные варианты решения, с наименьшими затратами машинного времени на базе минимальной информации.

В основу эвристических программ положено изучение процесса решения задач реальными методами, использование прецедентов.

Появление ЭВМ вызвало качественный скачок в развитии эвристических методов. Здесь в качестве ученика выступает ЭВМ. На некотором количестве примеров ЭВМ обучают. Машина должна запомнить вводимую в нее информацию, переработать ее по особым правилам (алгоритмам), получить и запомнить результаты обучения. Затем ей предъявляют еще один или несколько объектов и характеризующую их информацию. Машина должна переработать эту информацию, сравнить ее с имеющейся в памяти информацией и выдать решение. В данном случае качественный скачок обусловлен объемом памяти машины, ее быстродействием и тем, что память практически вечная, т. е. позволяет одну и ту же информацию использовать многократно.

В эвристических методах, как нельзя более строго, исследователь должен придерживаться здравого смысла.

В задачи эвристики входит выяснение тонкой структуры психологии мышления. Установив ход мышления, надлежит определить ориентиры, которых придерживается ход мышления, которые многими считаются неуловимыми, тонкими, индивидуальными, интуитивными и сложными, не подлежащими анализу. Однако уже сейчас ясно, что человеческое мышление управляется строгими законами логики, или, говоря современным языком,—программами, которые организуют бесчисленные количества простых информационных процессов. Скорость переработки информации в мозгу человека настолько велика, что мы не успеваем уследить за ее отдельными этапами, не можем расписать эти программы. Но некоторые простейшие программы ясны и описываются правилами формальной логики. Удачно примененные, эти правила позволяют понимать, распутывать сложнейшие задачи.

Геологические задачи по своей структуре в принципе не отличаются от детективных задач, поскольку и в геологии мы пытаемся по следам, оставленным геологическими процессами, определить масштабы и местоположение геологических тел. И здесь должны действовать и действуют строжайшие законы логики и методы аналогии. Подобно тому как каждый преступник имеет свой «почерк», каждый геологический процесс в соответствующих условиях проявляет черты сходства. Существенное различие состоит в том, что преступник действует в определенном временны́ми координатами пространстве и уже в начале следствия имеется «мертвое тело». Геолог часто не знает времени действия геологического процесса и привел ли этот процесс к образованию тела, в данном случае рудного тела.

Различие между ЭВМ и человеческой мыслью заключается в том, что машина манипулирует с сигналами и их перерабатывает, а человек может, кроме того, оперировать понятиями. Но уже доказано, что ЭВМ в равной мере может оперировать словами и в принципе способна к гибкой приспосабливаемости, к реакции. Возможности эти у́же человеческих. Иными словами, машина способна к самообучению, и доказательство этому — машины, играющие в шахматы, доказывающие теоремы и т. д.

Эвристическое программирование (Пушкин, 1967,) базируется на двух основах: а) воссоздание некоторых интеллектуальных человеческих действий; б) исследование особенностей решаемой проблемы. Отсюда ясно, что программы можно разделить на два типа.

1. Программы, в основе коих лежит гипотеза об общих механизмах решения задач, это так называемые «общие решатели проблемы» («General Problem System»), применяемые в широком классе задач (общая система задач);

2. Программы, которые создаются на основе наблюдений и анализа какой-либо конкретной задачи. В строгом смысле эвристическими могут быть названы лишь такие программы, которые основаны на знании общих закономерностей человеческого мышления.

Среди эвристических методов в абстрактном плане можно вычленить такие методы, как:

а) аналогия;

б) сравнение;

в) последовательный выбор направлений действия (оптимальное программирование);

г) составление контрольных таблиц (требования к качеству минерального сырья, инструкции для пилотов, таблицы непотопляемости кораблей, тренажерные карты, программа действий в стандартных и нестандартных ситуациях и т. п.).

Иными словами, эвристические методы обеспечивают возможности и средства решения задач, которые в начальной фазе исследований не поддаются строго научному анализу. В этом преимущество эвристических методов. Существуют два способа эффективного использования эвристических методов. Первый, когда эти методы помогают взяться за решение больших и сложных проблем путем расчленения их на отдельные узлы, этапы так, чтобы легче было решать их по частям. И второй, когда, используя аналогии, прецеденты, опыт решения подобных задач и другие вспомогательные средства, можно развивать искусство выбора в подходящий момент наиболее обещающего метода вместо того, чтобы бессистемно искать решения. Это напоминает человека, имеющего большую связку ключей и пытающегося в темноте найти тот ключ, который подходит к замку. Такую аналогию приводит Ф. Ханика (1969). Действительно, если мы не знаем устройства замка, принципа его действия, мы можем или подобрать ключ, пользуясь какими-то правилами (связями между размерами ключа и замка), или перепробовать все ключи последовательно. Иначе говоря, если мы не знаем путей решения большой проблемы, мы можем принимать частные решения, нащупывая пути решения общей проблемы. Мы не знаем, например, где искать нужное полезное ископаемое, но в любом случае не будет большой ошибки, если мы решим проводить геологическую съемку. Такое решение будет правильнее, чем если бы мы решили ждать разработки общей теории рудообразования в приложении к каждому полезному ископаемому. Можно действовать методом «дикой кошки», бурить скважины по сетке и т. д., но и здесь вероятность ошибки будет больше, а стоимость решения задачи намного дороже.

По существу, любая геологическая дисциплина, какой-бы отвлеченной и сугубо теоретической она ни казалась, должна дать ответ на вопрос: где и какими методами можно найти необходимое полезное ископаемое, или, в общем виде, геологическое тело с заданными геологическими свойствами. Если накладывается ограничение — стоимость поисков единицы полезного ископаемого,—задача становится геолого-экономической, конъюнктурной.

Поиски любого полезного ископаемого ведутся на базе геологической карты и существующих теорий об образовании полезных ископаемых. Речь, следовательно, идет о том, какой следующий шаг должен предпринять поисковик для того, чтобы с минимальными затратами средств и времени достичь максимального эффекта. Какой признак должен выявляться первым, в какой последовательности следует искать другие? Решение может оказаться ошибочным, но цена такой ошибки должна быть минимальной.

Эвристические методы как раз и направлены к тому, чтобы принять наиболее правильное решение и уменьшить цену ошибки. Если сделанный шаг подтверждается практическим результатом— решение считается правильным, а дальнейшее обучение становится более направленным. Это похоже на игру в шахматы. Даже не специалист расценит ход е2—е4 в начале игры как правильный, безопасный на несколько ходов вперед, независимо от того, умеет ли играть начавший белыми. Поэтому решение провести геологическую съемку, о чем уже говорилось выше, при нулевой начальной информации всегда будет более правильным, а решение о закладке шахты — почти всегда ошибочным. Для этого нужна очень большая информация, исключающая многие и многие варианты разведки (игры). Это наиболее ответственный этап в решении поисковой задачи, так как цена ошибки велика. Стволы шахты стометровой глубины стоят несколько миллионов. За эту цену можно провести съемку на огромных площадях, обеспечивающих получение информации для выбора точки заложения не одной, а нескольких шахт. Таким образом, поисково-разведочный процесс — это последовательная цепь решений, принимаемых по мере поступления информации.

ГЛАВА 2

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОЛОГИИ

Итак, мы видим, что эвристика имеет дело с информацией, а следовательно, с ее сбором, учетом, переработкой для приведения в форму, удобную для принятия решения.

Принять решение — это значит отнести объект к какому-либо уже известному типу или классу (месторождений), диагностировать его и по аналогии выбрать или направление разведочных работ, или принять решение о прекращении разведки, если объект неперспективен, или понять, что данный объект не имеет аналогов, относится к новому типу и требует особого подхода к его изучению.

Каждый геологический объект — будь то минерал, окаменелость, горная порода, рудопроявление, рудное тело или рудное поле — может быть расклассифицирован по какому-то одному признаку или по сочетанию нескольких, т. е. по набору признаков. Наиболее принятыми сейчас являются классификации по некоторым количественным или вещественным признакам.

Классификации рудных месторождений могут, например, основываться на:

а) особенностях их строения или структурной приуроченности; это генетические типы, рудные формации, ряды и т. п.;

б) на вещественном составе: например кварцево-золоторудная, кварцево-сульфидная и другие формации;

в) или по процессам — магматические, метаморфические, гидротермальные, осадочные и т. д.

Такие классификации часто не содержат исходной информации о свойствах, на основании которых эти классификации составлены (например, классификация «в»). В этом их и плюс, и минус: плюс в том, что такие классификации позволяют объединять в один класс объекты по некоторым самым общим признакам; минус в том, что мы не знаем, не имеем меры признаков, на которых основана классификация. Все такие классификации не противоречивы: просто они отражают различные свойства объектов. Нельзя говорить о том, что одна классификация правильна, а другая неправильна. Нельзя думать, что можно создать универсальную и единственную классификацию. Все зависит от цели исследования, и классификаций может быть столько, сколько имеется целей, признаков или их сочетаний.

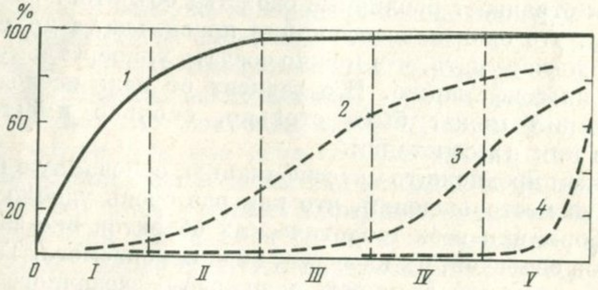
Мы можем предложить классификацию, основанную на степени изученности месторождений, что как раз очень удобно для обработки информации всех геологических объектов вне зависимости от размеров объектов, их качества, вида ископаемого. Такая классификация отражает этапность поисково-разведочного процесса, о чем говорилось в предыдущей главе.

По степени изученности можно выделить два экстремальных класса. В приложении к рудным месторождениям, например, можно считать, что отработанные месторождения имеют 100%-ную информацию, а месторождения, еще не открытые, имеют 0%-ную информацию, т. е. совершенно не изучены. Практически таких объектов нет, так как геологическая и геохимическая карты, карты физических полей (грави-, магнито- и прочие метрические) разных масштабов имеются по всей территории суши, и геолог нигде не начинает на пустом месте. Для отработанных месторождений тоже нет никогда уверенности, что отработано все рудное тело, изъят весь объем полезного компонента. Правда, при отработке рудного тела появляется информация, которая не влияет на оценку рудного тела.

Количество информации о месторождении — это такой основополагающий признак, по которому любое реальное тело, объект, месторождение и т. д. можно располагать в пределах некоторой шкалы, на которой каждый последующий объект располагается в соседней точке, если он отличается от предыдущего хотя бы на одно сведение.

Ясно, что шкала будет отображать количество информации, полученной на каждом этапе поиска и разведки полезного ископаемого, и для каждого из них будет отличной от других. Например, главная масса сведений об угольном месторождении будет получена уже в процессе геологической съемки, когда достигается почти 100%-ная информация. Для пьезооптического сырья только эксплуатационная разведка дает важную информацию, причем никогда нет уверенности в полной отработке всех тел. Здесь на стадии геологической съемки количество информации ничтожно (фиг. 1).

Ясно, что на одной шкале могут сравниваться только такие месторождения, которые объединяются в множество на базе здравого смысла по какому-то единому основополагающему признаку, причем чаще всего этот признак и будет целевым. Нельзя, например, на такую шкалу нанести одновременно рудные тела жильной формы и газовые или нефтяные залежи. Тут решающим является здравый смысл.



Фиг. 1. Темпы приращения информации на разных стадиях поисков и разведки различных полезных ископаемых

I — съемка; *II* — поиски; *III* — предварительная разведка; *IV* — детальная разведка; *V* — эксплуатационная разведка; *1* — пластовые тела; *2* — жильные тела; *3* — гнезда, штоки; *4* — самородки

В такой постановке задача поисков и разведки сводится к выявлению некоторого объема информации, достаточного для принятия решения на каждом этапе работ и в особенности на этапе передачи месторождения в эксплуатацию. Обычно стараются собрать исчерпывающую информацию, что с точки зрения теории информации неправильно. Следует собрать такую и только такую информацию, которая влияет на принятие решения. Но информация может быть и неполной, так как при неполной информации риск больше, цена ошибки может оказаться существенной. Тут нужен разумный предел, ибо обычно «тот, кто начинает с уверенности, кончает сомнением, а тот, кто начинает с сомнения, заканчивает уверенностью» (Бор, 1959). Следовательно, разговор идет только о такой информации, которая необходима и достаточна для принятия решения. Например, нет необходимости изучать элементы залегания всех трещин в пределах рудного тела. Достаточно сделать такое количество измерений, которое дает достоверное, статистически значимое представление о системе трещиноватости в целом для тела, если эта трещиноватость определяет направление поисково-разведочных работ или технологические свойства руд при отбойке или переработке. Тут вопрос разбивается на две части: первая — это оценка необходимости и достаточности, т. е. величины́ выборки; вторая — цена, стоимость информации, поскольку геологоразведочный процесс строго регламентируется стоимостью разведки единицы запасов в недрах. Если, например, на одну копейку затрат при разведке джеспиллитов необходимо прирастить в недрах 50 т железа, то мы не можем себе позволить получение такой информации, стоимость которой не укладывается в нормативы. Исключение можно сделать тогда, когда теоретическое значение информации превышает ее практическую стоимость. Но это означает, что стоимость информации может быть разложена, отнесена на объекты с большими запасами — известными или предполагаемыми.

Итак, любой геологический, геохимический, геофизический поиск и (или) разведка сводятся к сбору информации, количество которой, в общем, пропорционально затратам и запасам полезного компонента, поскольку по большему объекту при одинаковой степени изученности (на одном и том же этапе и одном и том же масштабе работ) и цели исследования может быть собрано больше информации, чем по меньшему объекту. Точно также больший объект требует больших затрат на свое изучение, освоение. Каково же количество информации, получаемой современной геологией?

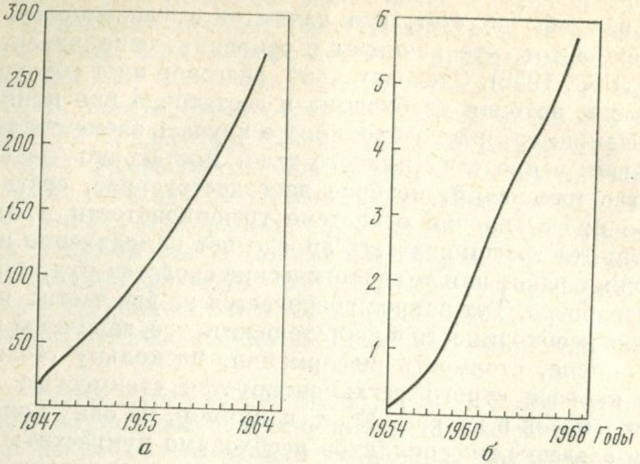
Рост количества информации, как отмечалось во введении, определяется следующими главными причинами.

1. Абсолютный рост числа геологов, геофизиков, геохимиков и связанных с ними добытчиков информации.

2. Внедрение в практику геолого-поисковых работ современных методов исследования, в том числе автоматических считывающих и кодирующих устройств.

3. Резкое повышение производительности труда (скорость передвижения геологов, увеличение скорости буровых работ, создание горнопроходческих машин и комбайнов, устройств и приборов). Все это вызвало так называемый информационный взрыв, резкое возрастание потока информации.

В Советском Союзе поисково-разведочными работами и съемками занимается большое число дипломированных геологов. Вместе с ними трудится армия буровиков, горняков, рабочих, химиков, физиков, шоферов, авиаторов и т. д. И каждый из них



Фиг. 2. Эмпирические кривые суммарного роста мирового (*а*) и отечественного (*б*) массивов публикаций по геологии рудных месторождений (в тыс.)

содействует добыванию или добывает информацию, самую разнородную по своей сути: непрерывную и дискретную, логическую и измерительную, цифровую и графическую (качественную или количественную). Как было показано в докладе академика А. В. Сидоренко, только при оценке нефтегазоносности Западно-Сибирской низменности ежегодно добываются многие миллиарды бит информации. И только доли процента всей информации влияют на принятие решений, так как в расчет принимаются главным образом последние данные, используемые один раз. В геологических фондах страны более 90% материалов не использовались ни разу; в геологических библиотеках 99,3% всех работ не требовал ни один читатель. Живые потоки информации оседают в тихих заводях архивов, фондов и библиотек, в многочисленных статьях, отчетах, кадастрах, сводках и т. д.

Рост информации, выраженный числом опубликованных статей по рудным месторождениям, приведен на графиках (фиг. 2). Ясно, что кроме абсолютного роста ежегодных публикаций еще стремительнее нарастает их сумма. Кроме того, информоемкость каждой статьи растет еще стремительнее, что не учтено на графиках. Ручная обработка информации не успевает за живой геологической мыслью и техникой разведочных работ. Именно поэтому перед геологами во весь свой гигантский рост встала кибернетическая проблема — сбор, учет, хранение, передача и обработка информации для квалифицированного принятия решения. Известно, что развитие техники и технологии предопределяет изменение требований к качеству минерального сырья. Качество сырья становится в зависимость от его количества, требования к сырью снижаются.

То, что еще вчера считалось пустой породой, ныне является ценнейшим сырьем промышленности. То, что совсем недавно шло в отвал, ныне полностью перерабатывается, а это вызывает необходимость заново разведывать отвалы. В дальнейшем будет показано, что понятие «руда» или «полезное ископаемое» не только геологическое, но в большей мере экономическое. Оно зависит от многих причин: от географического размещения объектов, спроса и предложения, цен на мировом рынке, конъюнктуры, от уровня технологии, изменения требований к качеству сырья, от обилия вида сырья и т. д. То, что сегодня не руда, не полезное ископаемое,— завтра может стать таковым в результате разработки новой технологии, промышленного освоения районов, прокладки новых дорог, строительства электростанций, научных открытий и т. д. И наилучшим способом мобилизации информации является машинный. Память человека не в силах удержать такую массу информации, которая ныне добывается. Кроме того, «ручная обработка» субъективна, а интерпретация не лишена ошибок.

Все сказанное и заставляет искать пути постоянного использования всего объема накопленной информации, постоянного обращения информации в сфере поисково-разведочных работ. Имеются разительные примеры «забывчивости» геологов. Уранинит был открыт в Южной Африке в 1926 г., а крупнейшее по запасам месторождение — только в 1953 г. По приказу генерала А. Гровса (1964), например, было обнаружено несколько месторождений урана (Жакобина, Клерксдорп и др.) в результате глобальных ревизионных работ в музеях мира, предпринятых Комитетом по атомной энергии (КАЭ) в связи с развитием ядерной промышленности. Сразу после установления Советской власти по археологическим данным была составлена карта так называемых «чудских» ям, но и до сих пор эти рудники бронзового века вскрываются современными горными выработками на Алтае, в Казахстане, Туве и в других местах. Существуют старинные копи, на которых добывались драгоценные камни, но они давно отработаны и заброшены. После войны они вновь вступили в строй, но уже как редкометальные месторождения. В США в результате «разведки архивов» открыт ряд весьма крупных нефтяных залежей, в том числе в давно обжитых районах. Как сообщает А. Е. Кулинкович (1968), это было сделано с помощью ЭВМ, и теперь американцы разрабатывают серию машин и программ, способных «запомнить» и переработать 50 тысяч километров сейсмических профилей. Создаются государственные картотеки химических анализов горных пород и минералов, находок ископаемых окаменелостей, точек минерализации, кадастры месторождений самых различных полезных ископаемых.

Проблемы кибернетизации геологии можно разбить на две самостоятельные проблемы.

1. **Техническая,** в которую входят:

а) создание серийных устройств по автоматизации сбора, кодирования и трансформации, по обработке первичной информации;

б) создание коммуникаций для передачи информации от места сбора к вычислительному центру;

в) создание запоминающих устройств (блоков памяти), способных хранить, мобилизовать и оперативно выдавать информацию.

В целом можно назвать эту часть проблемы — необходимость создания информационно-поисковых систем (ИПС).

2. **Методическая,** которая особенно волнует геологов и в которую входят:

а) разработка единых принципов и удобных форм — бланков описания геологических объектов и явлений с тем, чтобы любое понятие или объект можно было представить в виде сигналов. Иными словами, нужен переход от словесных характеристик к строгим логическим или количественным, нужен специализированный (конкретизированный) геологический язык, пригодный для ввода геологической информации в ЭВМ;

б) исследование геологических процессов, приводящих к концентрациям полезных ископаемых, и выражение их языком уравнений; иными словами, разработка теоретических основ моделирования геологических процессов и есть одна из главнейших задач геологии, геохимии, геофизики;

в) разработка информационно-алгоритмических языков, удобных для записи информации; автоматизация составления программ для ЭВМ;

г) важнейшее условие — развитие методов интерпретации машинных данных. Под интерпретацией подразумевается не прямой «перевод» с языка цифр и сигналов на геологический язык, но через понятия математической модели объекта, поскольку машинной обработке подвергаются данные, отражающие не сам объект, а его модель. Эта модель и требует интерпретации, меры соответствия модели реальному геологическому объекту. Можно ставить вопрос о соответствии структуры ЭВМ геологическому языку, приспособленному для описания моделей, но в дальнейшем мы постараемся показать, что любое геологическое тело, объект, геофизическое или геохимическое поле — могут быть преобразованы в цифровое поле и, следовательно, геологический язык в определенном смысле не отличается от языка математики. А раз это так, то обычные ЭВМ могут применяться для обработки геологической информации.

Однако есть и своя трудность, так как очень часто геологическое тело описывается не только линейным уравнением, матрицей или цифровым полем, но также многомерной или объемной матрицей, что вызывает необходимость разработки нового математического аппарата.

Пока что геологи не получают специальных знаний в вузах и работают на энтузиазме. Этот энтузиазм заставляет их искать контакты с кибернетиками самых различных направлений. Уже начался приток математиков в геологию, которые, к сожалению, еще не получили геологических знаний. Геологи понимают, что существующие математические средства — аналитические методы, статистические оценки, корреляционные зависимости, вариационные характеристики, некоторые идеи распознавания образов и т. д.—решают пока только частные задачи. Геологи упорно овладевают «математическим» мышлением. Математизация геологии идет во многом стихийно, но настойчиво. Можно утверждать, что начался и обратный процесс, процесс «геологизации» математики. Оказалось, что некоторые геологические задачи не могут обслуживаться известными математическими средствами и выявляется настоятельная необходимость поиска новых математических идей на стыке кибернетики и геологии. Сопоставление геологических задач и математических методов по существу закончилось, и в некоторых случаях уже ясно, какие задачи решаются, а для каких нужны новые методы. Пока еще нет четко сформулированных геологических задач, требующих решения с применением методов математики; нет их полной классификации. Именно это служит препятствием к широкому применению эвристических способов решения таких задач. Любая задача может быть решена только в том случае, если она сформулирована.

ГЛАВА 3

СТРУКТУРА МАТЕМАТИКИ И ЕЕ СОПОСТАВЛЕНИЕ СО СТРУКТУРОЙ НАУК О ЗЕМЛЕ

«Очевидно, две области науки оказывают наибольшее влияние на современный научно-технический прогресс. С одной стороны, это физика, которая, наряду с крупнейшими открытиями в своей области, оказала громадное методическое влияние на все направления естественных наук и на технику. С другой стороны, это кибернетика, которая оказывает большое влияние на образ мышления людей и позволяет осмыслить и реализовать, опираясь на вычислительную технику, многие новые процессы переработки информации и управления в природе, в организации общества, в технике, использовать новые мощные технические средства во многих областях, которые ранее относили к сфере интеллектуальной деятельности человека. Физика и кибернетика создали основу для таких крупнейших завоеваний нашего века, как овладение атомной энергией, проникновение в космос, как новая ступень автоматизации, и, вместе с тем, оказали громадное методическое влияние на развитие химии, на блестящие открытия в биологии, на многие другие области знания». Академик М. В. Келдыш (1967), написавший эти слова во вступлении к книге «Октябрь и научный прогресс», не упоминает геологии, отнеся ее ко многим другим областям знания, хотя влияние этих двух наук на развитие наук о Земле несомненно.

Физика и геология. Достижения в области физики привели к созданию новой науки — геофизики, без которой сейчас немыслимо себе представить никаких мало-мальски серьезных геологических исследований как при поисках в конкретных районах, так и монографических исследований в глобальном плане. Геофизика предваряет все иные методы исследований, давая общую оценку материков, провинций, рудных районов. Без сейсмики не было бы такого бурного расцвета нефтяной и газовой промышленности. Без применения гравиметрии не было бы выдающихся успехов в исследовании глубинных структур земли, в поисках многих видов ископаемых (соли, ураново-золотых руд и т. п.) и многих других полезных ископаемых, отличающихся по плотности от вмещающих толщ. Без магнитометрии мы не имели бы представления о КМА, не были бы открыты рудные месторождения горы Магнитной, Соколовско-Сарбайского района и многих других. Без открытия радиоактивности не было бы успехов в области геологии ядерного сырья. Попробуйте представить себе развитие геологии без серьезных теоретических открытий и обобщений в области физики! По существу, любое открытие в области физики вызывало рождение новой отрасли геологии, обусловливало вовлечение новых видов минерального сырья, создавало предпосылки для обоснования новых методов и методик исследования. Развитие физики было основой для создания методов абсолютной геохронологии, сейсмологии и сейсмометрии; дало серьезный толчок в становлении и укреплении лабораторной базы геохимии. Только успехи физики атомного ядра дали возможность понять и обосновать методы экспериментального и высокоточного анализа многих характеристик вещества: плотности, водонасыщенности, магнитности и многих других, а также определения содержаний практически всех элементов таблицы Менделеева с недоступной для классических методов химии точностью, чувствительностью, воспроизводимостью, причем очень часто без разрушения вещества и даже на расстоянии. Только геофизические методы дают сведения о геологическом строении других планет. Достаточно упомянуть методы спектрального анализа во всех его разновидностях (спектрометрия, инфракрасная спектрометрия, электро-парамагнитный резонанс, гамма-спектрометрия, атомно-абсорбционный анализ и т. д.). Иными словами, достижения в области физики привели к качественному скачку в развитии и становлении геохимии.

Для лучшего понимания задач математики в геологии коротко остановимся на истории становления геофизики, т. е. внедрения идей физики в геологию, на примере изучения Курской магнитной аномалии (БСЭ, 1953).

Как известно, КМА была замечена русским ученым П. Б. Иноходцевым в 1783 г. Серьезное исследование причин аномалии началось только после Октябрьской революции по указанию Ленина в 1919 г. Тогда и начались планомерные разведочные работы под руководством выдающегося физика П. П. Лазарева. Он возглавлял особую комиссию, в которую входили геологи И. М. Губкин, А. Д. Архангельский, физики различных специальностей — П. П. Лазарев (молекулярная физика, биофизика, общая геофизика), В. А. Стеклов (математическая физика, гравиметрия), П. М. Никифоров (гравиметрия), А. И. Заборовский (магнитометрия, электроразведка). Как видим, для исследования КМА были привлечены все методы, основывавшиеся на физических свойствах предполагаемых железных руд (плотность, магнитность, электропроводность и их контрастность по сравнению с вмещающими породами). Работы консультировали А. Н. Крылов, А. Ф. Иоффе, Г. М. Кржижановский, А. П. Карпинский, А. Е. Ферсман и другие. Успех пришел тогда, когда результаты измерений были обсчитаны математиками О. Ю. Шмидтом и А. Н. Ляпуновым. Модель возмущающего тела и ее математическое истолкование позволили правильно рассчитать не только форму этого тела, но и глубину и элементы его залегания. Оказалось, что наибольший эффект дают методы магнитометрии, а другие — только дополняют характеристики. Выяснилось, что успех дела обеспечивается не только правильным выбором метода, но и способом математической интерпретации данных наблюдений

Курская магнитная аномалия была тем первым полигоном, на котором была понята необходимость найти соответствие между физическими свойствами геологического тела и физического метода, который наилучшим образом эти свойства отображает. Необходимо было найти математический аппарат, описывающий распределение этих свойств. **Иными словами, каждому геологическому объекту (телу) надо найти строго соответствующие ему метод наблюдения и интерпретации.** В этом секрет успеха. Применение всех теоретически возможных методов экономически неоправданно и нецелесообразно, хотя комплексирование методов может дать полезные сведения. Например, первая скважина, подсекавшая руду на КМА, была заложена в эпицентрах гравитационной аномалии и в точке с максимальной напряженностью магнитного поля. Сейчас мы понимаем, что любой из геофизических методов может применяться к строго ограниченному кругу задач. Или в комплексе, если создаваемые геологическим телом (телами) физические поля фиксируются различными методами или от разных тел.

Теперь уместно перейти к поиску аналогий в путях развития физики и математики в применении к геологии. Сейчас много говорится о применении математики к геологии. При этом часто не упоминается, о какой математике идет речь, в приложении к какой отрасли геологии. Подобно тому как геологу-нефтянику трудно говорить со специалистом по поискам, скажем, золотых руд, математику-алгебраисту трудно найти общий язык со специалистом, например, в области интегрального исчисления. Именно поэтому необходимо высказаться, **о какой математике** и в приложении к какой геологической дисциплине или ее отрасли идет речь. Ясно, что оценка точности подсчета запасов, основанная на точном числе и мере, т. е. геостатика, не может опираться на тот же математический аппарат, который используется, например, при оценке перспектив района, базой которому служат логические наблюдения, высказывания, очень часто интуитивные соображения или опыт исследователя. Ясно также, что разные виды информации: данные химических анализов, описания обнажений и результаты каротажных измерений не могут обрабатываться одним и тем же способом, потому что выражаются они разными математическими категориями с разной степенью точности, причем одни описываются дискретно, другие — непрерывно. Отказ от применения математических методов и упор на знания, опыт, интуицию будут тормозить развитие геологии, геохимии, геофизики. Как бы сильна ни была интуиция ученого, исследователя, она не способна заменить информацию, собранную и обработанную современными методами. Если в интуиции большое значение имеет вера, то в информации заключены знания, количественные измерения. Кроме того, наличие информации и ее машинная обработка позволяют машинизировать научный труд, передать технике утомительные операции, не дающие эстетического удовлетворения, и тем самым освободить мозг человека для обдумывания логических, причинных связей между наблюдаемыми объектами, событиями для выяснения процесса, вызвавшего событие.

Структура математики. Геологи часто представляют себе математику как нечто единое и вполне законченное. Однако в математике дело обстоит ничуть не лучше, чем в геологии, и нет единого представления о структуре математики.

«Дать в настоящее время общее представление о математической науке — значит заняться таким делом, которое, как кажется, с самого начала наталкивается на почти непреодолимые трудности благодаря обширности и разнообразию рассматриваемого материала»,—так пишут Н. Бурбаки в «Архитектуре математики» (приложения к «Очерку по истории математики», 1963, с. 245). «Многие из математиков устраиваются в каком-либо закоулке математической науки, откуда они и не стремятся выйти, и не только почти полностью игнорируют все то, что не касается предмета их исследований, но не в силах даже понять язык и терминологию своих собратьев, специальность которых далека от них. Нет такого математика, даже среди обладающих самой обширной эрудицией, который бы не чувствовал себя чужеземцем в некоторых областях огромного математического мира» (там же).

Существует ли в настоящее время одна математика или их много? Даже между арифметикой и геометрией есть разница, разница в их происхождении, поскольку арифметика — это наука о дискретном, а геометрия — наука о непрерывном.

Еще Декартом показано, что любая математическая теория является цепочкой высказываний, которые выводятся одно из другого согласно правилам «формальной логики», постулаты которой известны со времен Аристотеля.

И следовательно, всякая математика опирается, с одной стороны, на некоторое число аксиом, постулатов, приемлемых без доказательств, и, с другой стороны, на те правила, которые определяют возможность делать выводы. Иначе говоря, необходимо определить не только аксиомы, но и отношения между ними.

Н. Бурбаки (1963, с. 99—112) подразделяют все здание математики на два крыла.

1. То отношение, которое фигурирует в групповых структурах, называют «законом композиции». Это такое отношение R между тремя элементами XYZ, которое определяет однозначно третий элемент Z, как функцию двух первых XY, или $XRY = Z$. Когда отношения в определении структуры являются «законами композиции», соответствующая структура называется алгебраической структурой (например, структура поля определяется двумя законами композиции с надлежащим образом выбранными аксиомами: сложение и умножение действительных чисел определяет структура поля на множестве этих чисел).

2. Другой тип представляет собой структуры, определяемые отношением порядка: на этот раз это отношение между двумя элементами X, Y, которое чаще всего выражается словами «X меньше или равно Y» и которое мы будем обозначать в общем случае XRY. Здесь не предполагается, что это отношение однозначно определяет один из элементов X, Y как функцию другого.

Отношения порядка могут обозначаться не только словами «меньше, больше или равно», но также «позже, раньше, одновременно», «сечет, пересекается, соседствует» и т. п.

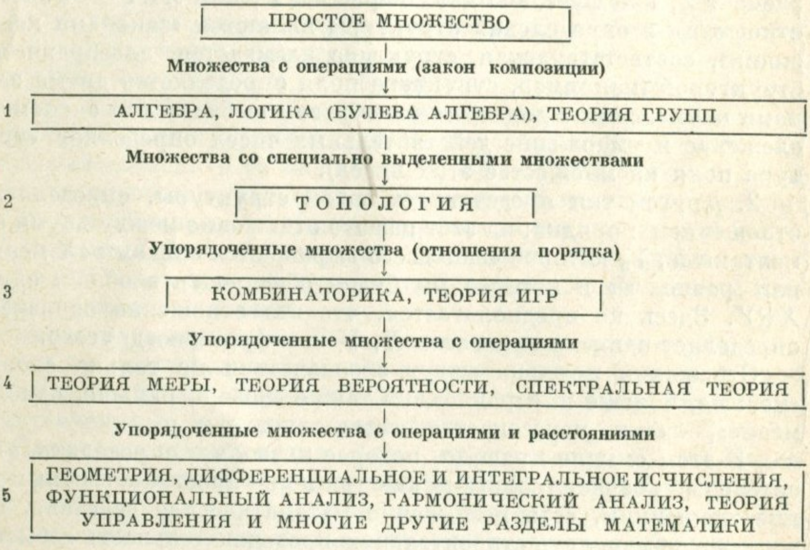
В этом смысле правило, которое позволяет определять относительный возраст геологических тел по их пространственным взаимоотношениям, есть несомненно математическое действие, позволяющее вычислить относительную последовательность событий.

Не ясно ли отсюда, что методы геофизики, вариационной статистики, корреляционного анализа и другие алгебраические подходы реализуют «законы композиции», тогда как собственно геологические задачи (прогноз запасов, прогноз событий) должны базироваться на отношениях порядка. Основа всех математических методов — дедуктивное рассуждение. Общее заключается в том, что подбирается ряд аксиом и с помощью правил формальной логики делаются выводы. Иными словами, любая математика есть аксиоматический метод в сочетании с логическим формализмом. Основная черта любой математической науки — экономия мысли в процессе вывода.

«В настоящее время математика менее чем когда-либо сводится к чисто механической игре с изолированными формулами, и более чем когда-либо интуиция безраздельно господствует в генезисе открытий...» (Бурбаки, 1963).

Пожалуй, единственной математической дисциплиной, охватывающей все разделы современной математики, является теория множеств. Нельзя назвать такой раздел математики, который бы не входил в теорию множеств. Понятие множества будет дано в следующей главе.

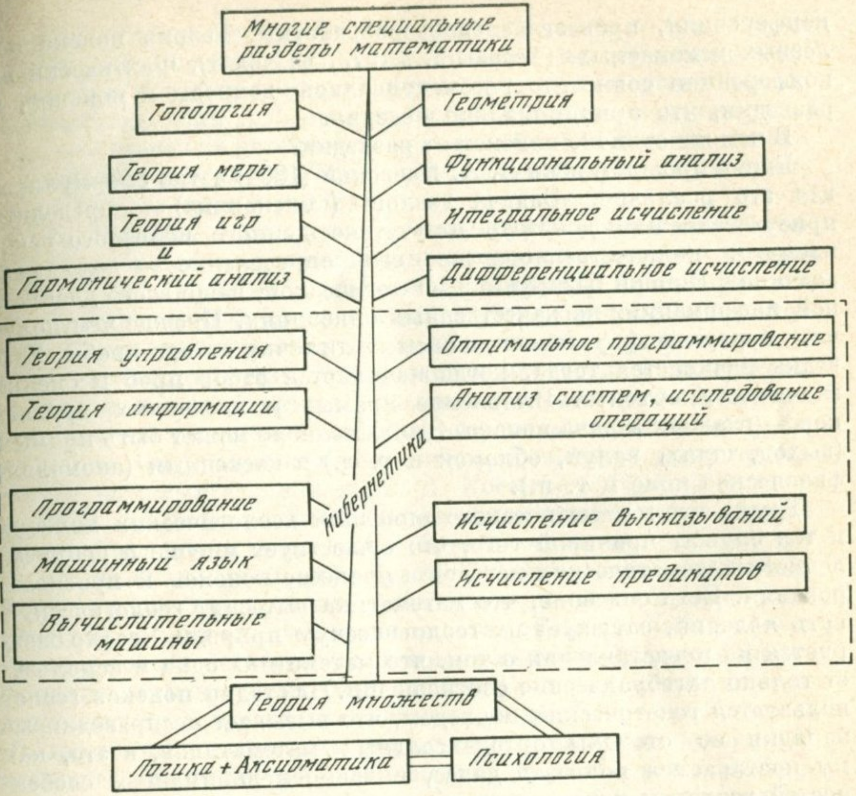
Мы рискуем предложить схему главнейших разделов математики, ее структуры, которая базируется на некотором количестве аксиом, число которых увеличивается в направлении стрелок. В рамках названы наиболее общие разделы математики, определяемые этими аксиомами. Приведены не все разделы, а только некоторые. Между ними определены операции над элементами множеств различной структуры

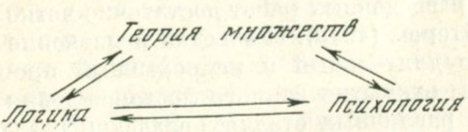


Однако на этой схеме не показано соотношение логики, психологии и математики, без взаимодействия которых невозможно применение эвристических методов.

Это соотношение можно изобразить в виде такого треугольника, на который опирается все «древо математики».

На данной схеме ни в коей мере не использованы все связи между разделами математики, а круг дисциплин, охваченных понятием «кибернетика» (пунктир), вовсе не исчерпывает всех разделов. Например, теория игр тоже используется в кибернетике, так же как и многие другие идеи самых различных разделов — ветвей математики. Если возвратиться к схеме взаимоотношения отделов математики, то можно заметить, что эвристические методы в геологии больше всего приспособлены к разделам 1, 3 и 4.





Структура геологии. Геология как отрасль наук о Земле тоже не представляет собой единого целого. Скорее это комплекс наук, имеющих дело с описанием геологических тел разного масштаба или событий, обусловливающих образование геологических тел при некоторых условиях. Способы описания геологических тел и событий тоже различны: это и традиционные методы геологии, и геофизические, когда описываются физические характеристики, и геохимические, и многие другие методы.

Мы приведем рассмотрение соответствия структуры геологии и возможности применения математических средств к разным структурам. В связи с этим представляется целесообразным выделить два главных раздела, или этапа, в геологических исследованиях: поиск и разведку. В этом вопросе тоже нет единства взглядов. Особенно показательной в этом отношении была Всесоюзная конференция, провозгласившая разработку «Теории поиска полезных ископаемых» (Тезисы ..., 1973, раздел 1). Фактически на конференции совместно рассматривались вопросы и поисков, и разведки, что принципиально неверно.

В чем же отличие поисков от разведки?

Еще в прошлом веке Л. А. Ячевский (1894) четко сформулировал это различие. «Задача геолога (поисковика) — определить присутствие или доказать отсутствие данного полезного ископаемого, количественное же его определение — дело разведчика». Поиски базируются на логической, чаще всего дискретной информации, на качественных описаниях. Прежде чем получить первую цифру, геолог должен найти точку отбора пробы. Разведка начинается тогда, когда начинается отбор проб и оценка значимости объекта. Выявление прямых и косвенных признаков — главная задача поиска. Это выявление может быть прямым (выход, шлих, валун, обломок и т. д.) и косвенным (аномалии, физическое поле и т. п.).

Трудности математического описания геологических явлений и тел служат причиной того, что существует мнение о неприемлемости математических методов в процессе поисков и прогнозирования. Есть опасение, что математика вытеснит геологическую суть явлений, затушует их геологическую природу. Все это базируется на представлении о том, что математика одна и использует только алгебраические соотношения. На стадии поисков геолог пользуется генетическим подходом, что вызывает несправедливые нападки со стороны ортодоксальных математиков, а это, как мы постараемся показать далее, вызвано непониманием особенностей геологии и разницы между поиском и разведкой.

Задачи и этапы разведочных работ достаточно четко сформулированы В. М. Крейтером (1940): «Разведка и изучение месторождения — достаточно длительный и непрерывный процесс, начинающийся с момента открытия данного месторождения до полной его выработки. На различных стадиях разведки создается представление о количестве, качестве и условиях залегания с той или иной степенью точности» (с. 468—469). Геолог-разведчик всегда понимает, что деятельность его имеет вероятностный характер и достоверность его выводов зависит от того, насколько правильно он представляет себе процесс образования тела полезного ископаемого и необходимую достоверность, которая задается на каждом этапе разведочных работ. Никто и никогда не требовал от разведчика абсолютной точности подсчета запасов в недрах. Само разделение запасов на категории А, В, С и «геологические» запасы предопределяет допустимую ошибку. Эта ошибка зависит от типа полезного ископаемого и характера распределения полезного компонента (или вредных примесей), от «коэффициента вариации» в распределении полезного ископаемого.

Трудность заключается в том, что грань между поисками и разведкой в процессе реальных геологических исследований стирается; для многих полезных ископаемых она просто не существует. Например, пьезооптическое сырье практически не разведуется, так как сама отработка гнезд, занорышей идет в процессе поиска. Современные поиски угля практически невозможны, так как районы распространения угленосных отложений в СССР точно известны и речь может идти только о подсчете запасов нужных марок угля в заранее заданных районах.

Если говорить о соответствии структуры математики структуре наук о Земле, то взаимное однозначное соответствие отдельных разделов наук математическому аппарату представляется делом не безнадежным, но сложным. В задачи дальнейших исследований входит поиск соотношений конкретных разделов наук о Земле и соответствующих этим разделам математических средств.

В целом можно отметить, что разведочный процесс (оценка параметров геологических тел, достоверность такой оценки) базируется на алгебраических соотношениях, которые могут применяться к числовым величинам. Ю. А. Косыгин и В. А. Кулындышев (1974) называют раздел исследований статической геологией. Думается, что успех здесь может быть значительным и принесет экономический выигрыш, если будет разработан специализированный метод геологического программирования, учитывающий экономические параметры геологических тел. Сейчас наиболее приложимы методы геостатики (вариационный анализ, корреляционный анализ, поиск границ геологических тел по данным измерений физических и других параметров и т. п.).

Вопросы поисков должны решаться на принципиально иной математической структуре — отношениях порядка, а не на алгебраических. В поиске и прогнозировании наиболее приемлемы методы, базирующиеся на обработке дискретной информации. Это многочисленные варианты таксономии, распознавания образов, голосования на множествах, подмножествах, конъюнкциях и т. п. Это разделы динамической или ретроспективной геологии, в понимании Ю. А. Косыгина и В. А. Кулындышева (1974). По сути дела, это поиск системы упорядочения событий, происходивших в геологическом прошлом, и условий, при которых эти события происходили. Разумеется, сюда же относятся явления, происходящие ныне и представляющие собой некоторые аналоги прошлых эпох.

ЧАСТЬ II

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОЛОГИИ

ГЛАВА 4

ОСНОВНЫЕ АКСИОМЫ И ПОНЯТИЯ В ГЕОЛОГИИ; МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЕОЛОГИИ, БАЗИРУЮЩАЯСЯ НА ОТНОШЕНИЯХ ПОРЯДКА

Многие методологические разработки геологии в целом относятся к разряду описательных, поскольку геология якобы не имеет аксиоматических основ, а ее выводы могут быть субъективными. Эта глава имеет целью показать **не геологам,** что такая оценка должна быть пересмотрена, и по своей сути геология является строго научной и базируется на строгих определениях и логических операциях, сходных с теми, которые используются в математике.

Основа всех математических методов — дедуктивное рассуждение. Вне зависимости от структуры математики общее заключается в том, что подбирается (формулируется) ряд аксиом и с помощью правил формальной логики делаются заключения, выводы. Любая математика — это аксиоматический метод в сочетании с логическим формализмом. Главная черта математической науки — экономия мысли в процессе вывода. Попытаемся сформулировать некоторые аксиомы геологии, для чего воспользуемся отношениями порядка в качестве формального аппарата упорядочения элементов множества, использовав некоторые понятия теории множеств.

Под множеством, в соответствии с формулировкой Кантора, мы понимаем «объединение в одно общее объектов, хорошо различаемых нашей интуицией или нашей мыслью». Как видим, здесь нет ни понятия числа, ни понятия величины (Кантор, 1932; цит. по Бурбаки, 1963, с. 285), ни структуры отношений между элементами множества. Объектом множества может быть и число, и бесконечно малая или большая величина, и понятие, и даже само множество, так как можно себе представить множество множеств, подмножеств, пустое или размазанное множество. В геологическом смысле множеством можно считать множество и атомов, и минералов, и пород, и геологических тел и т. д. Словом, любые геологические тела, объекты или явления.

В зависимости от некоторых аксиом и операций, производимых над элементами множеств, могут быть выделены некоторые крупные разделы математики. Ясно, что разбиение таких разделов может быть сделано многими различными способами и что между всеми этими разделами имеются сложные связи, зависимости, стыки.

Геология в целом занимается изучением трех множеств:

1) множества геологических тел $\mathfrak{M}$;

2) множества условий, при которых протекают геологические события $A(\mathfrak{M})$;

3) множества геологических событий (явлений) — $B(\mathfrak{M})$, приводящих к образованию (разрушению, преобразованию и т. д.) геологических тел. Будем называть геологической моделью набор из трех множеств $\{\mathfrak{M};\ A(\mathfrak{M}),\ B(\mathfrak{M}).\}$

Множество $B(\mathfrak{M})$ содержит, в частности, все отношения эквивалентности (или порядка), которые будем обозначать $R^n_{\mathfrak{M}}$, $n = 1,\ 2,\ \ldots$

Нетрудно убедиться в том, что все эти множества, включая множество всех отношений порядка, увязываются между собой аксиомой причинности. В этом смысле нет необходимости конструировать для геологии свои собственные аксиомы, так как все ее разделы вполне удовлетворяются общей для всех наук аксиомой причинности И. Ньютона (1936).

Аксиома. 1. Главным фундаментом всех наук, как это заметил и сформулировал И. Ньютон, является уверенность в том, что в природе при одинаковых условиях наступают одинаковые явления:

$$A_i = A_j \Rightarrow B_i = B_j, \tag{1}$$

где A_i, A_j обозначают условия; B_i, B_j — явления (события).

Если мы знаем, что ныне дистиллированная вода при атмосферном давлении закипает при 100°C, то мы аксиоматически допускаем, что так было и во все прошедшие времена. В противном случае научное исследование и геологический поиск невозможны, невозможны и поиски аналогий. Эта основополагающая аксиома физики, химии и других так называемых точных наук в приложении к геологии была сформулирована как принцип актуализма и вызвала ожесточенные споры. Принцип актуализма в геологии первоначально формулировался так: «настоящее есть ключ к пониманию прошедшего». Или как «метод сравнения вещества и процессов прошлых геологических эпох с современными» (Груза, Романовский, 1974).

В этих формулировках есть уязвимые места. Противники принципа актуализма говорили о том, что изучение физических, химических и геологических процессов не может приниматься за исходный пункт, так как условия жизни на Земле изменялись, менялся характер процессов, что выражается в необратимости эволюции. Механическое перенесение современных геологических процессов на всю историю Земли, конечно же, неправильно. Например, мы не можем считать, что состав атмосферы не изменялся, не изменялась соленость морей и океанов, а температура Земли и содержание радиоактивных элементов в ней оставались неизменными. Как раз напротив, мы стараемся изучить течение геологических процессов ныне, смоделировать или экспериментально воспроизвести тот же процесс в изменившихся условиях, понять суть явления и сделать выводы. «Если употреблять слово „явление" только в смысле чего-то такого, о чем возможно однозначно информировать, то слово „измерение" должно при этом употребляться в своем прямом смысле количественного сравнения (сравнение с эталоном)» (Бор, 1959, с. 145). Следовательно, ньютоновский принцип вполне применим к геологии в том смысле, что мы должны вводить поправку на изменение условий протекания геологических процессов в прошлом. Необратимость геологических процессов вовсе не противоречит выдвинутому Ньютоном принципу: невозможно доказать, что в докембрии, например, вода замерзала при других температурах, а не при нуле градусов по Цельсию. Другое дело, если допустить существование вод с другим солевым составом, но тогда нужно экспериментально воспроизвести такую же воду в современных условиях.

Ньютоновский принцип в геологии должен применяться исторически и диалектически. Таким образом, первая аксиома геологии может быть сформулирована: при одинаковых геологических условиях происходят одинаковые геологические события (явления).

Что это означает для геологической модели, т. е. для трех множеств $\mathfrak{M}$, $A(\mathfrak{M})$, $B(\mathfrak{M})$?

Это означает, что аксиома $1\{(A_i = A_j) \Rightarrow (B_i = B_j)\}$ сопоставляет элементы множества условий $A(\mathfrak{M})$ множеству событий $B(\mathfrak{M})$ и, следовательно, на каждом множестве имеется отношение сравнений $A_1 R^n_{\mathfrak{M}} A_2$ и $B_1 R^n_{\mathfrak{M}} B_2$. Поскольку имеется связь между $A(\mathfrak{M})$ и $B(\mathfrak{M})$, то имеется и отображение

$$\varphi : M\{A\} \to M\{B\}. \tag{2}$$

Тогда формально аксиома 1 может быть записана

$$\forall\, a_1 a_2 \in A\{\mathfrak{M}\} \mid a R^1_{\mathfrak{M}} a_2 \Rightarrow \varphi(a_1)\, R^2_{\mathfrak{M}}\, \varphi(a_2). \tag{3}$$

Здесь R_1 означает совпадение условий, а R_2 — строгое совпадение событий.

В частности, аксиома 1 означает, что φ индуцирует отношение порядка $A(\mathfrak{M})$ в $B(\mathfrak{M})$ и сохраняет его. В терминах геологической модели как F-набора трех множеств $\mathfrak{M}$, $A(\mathfrak{M}\}$, $B\{\mathfrak{M}\}$ на множествах $A(\mathfrak{M}) \to B(\mathfrak{M})$ существуют отношения сравнения для всяких двух элементов.

Это не означает, что сходные результаты не могут явиться следствием различных процессов, подобно тому как повышение температуры у человека может быть следствием разных причин. Конвергентность подстерегает исследователя в самых разнообразных ситуациях. Трудность заключается в том, что физик (или химик) может многократно воспроизводить одинаковые условия и видеть, какие события при этом происходят.

Конвергентность по одному признаку означает, что причина конвергентности лежит в сочетании признаков и, следовательно, необходим поиск еще одного или нескольких признаков, которые объясняют причину конвергентности.

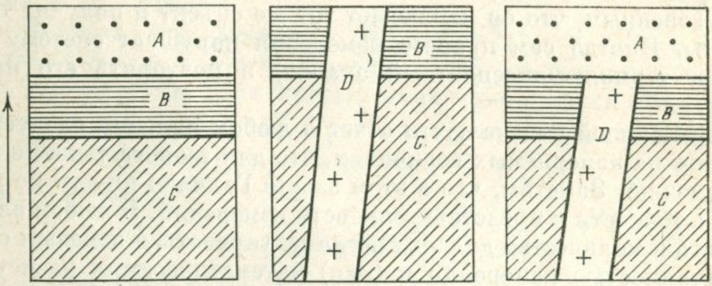
Геолог судит о событиях по их следам и не всегда может произвести эксперимент, точно воспроизводящий условия. Здесь под словом «эксперимент» мы, вслед за Н. Бором (1959, с 195), подразумеваем «единственно такую процедуру, о которой мы можем сообщить другим, что нами проделано и что мы узнали». Если все-таки это удается, т. е. геолог может смоделировать процесс, он всегда связан координатой времени, не может воспроизвести длительность процесса.

Кроме того, положение геолога — наблюдателя геологических явлений отличается от наблюдателя — физика или химика, особенно ученого физика в классическом смысле. Это отличие прежде всего заключается в том, что в процессе наблюдения геолог не влияет на наблюдаемый объект. Конечно, человек, откалывая образец, тем самым искажает форму объекта наблюдения, но это событие практически не сказывается на результатах следующего наблюдателя. Но если мы перейдем к изучению тонких геохимических явлений, этого сказать уже нельзя. Если мы, например, изучаем температуры исчезновения структур распада твердых растворов в минералах, то следующий наблюдатель уже не сможет быть уверенным, что он наблюдает тот же объект и получит те же эффекты. Иногда сам процесс измерения нарушает систему (например, термолюминесцентный анализ) и повторить его невозможно.

Еще Галилей отмечал, что отчет о любом явлении следует основывать на измеряемых величинах, что для геолога тоже не всегда возможно. Заметим, что в этом завете Галилея ничего не говорится о точности и представительности измерений. В любом случае точность и количество должны регламентироваться здравым смыслом, стоимостью измерений и (или) математическими расчетами. Когда говорим о количестве измерений, мы должны давать себе отчет в том, что по сути дела разговор идет о детерминизме и вероятности, о причинности и случайности. Идеи детерминизма основываются исключительно на зависимости между однозначными измерениями и описываемыми этими измерениями объектами. Поясним это на примере. Вы исследуете изменение содержания Au в пиритах жильного тела, желая выяснить зональность по вертикали или в горизонтальном направлении. Для этого отбирается ряд рудных штуфов на разных горизонтах, вскрывающих рудную жилу, а также по штреку, вскрывающему жилу на каком-либо одном горизонте. На основании единичных анализов вам удается построить график изменения содержания золота в пиритах на глубину или по простиранию. Получившиеся графики дают вам моральное право сделать генетические выводы. Это подход детерминистский. Гольдшмидт, например, считал, что один хорошо проведенный химический анализ хорошего образца дает для геохимии больше, чем сотня анализов, обработанных статистически. Наиболее наглядные результаты получаются, когда количество проб равно трем. Малое количество образцов дает смелому исследователю возможность сделать глобальные выводы (Афанасьев, Цейтлин, 1958).

С другой стороны, следует помнить, что если вы возьмете один штуф, выделите из него сто кристаллов пирита и построите график частоты встречаемости содержаний золота по разным классам, то в общем случае получится гауссова кривая, подчеркивающая вероятностный характер определения конкретной цифры содержания. В таком случае для каждого горизонта, для каждого горизонтального отрезка жилы следует найти кривую распределения золота в том же пирите. Иными словами, следует доказать представительность выявленного содержания золота. Это подход вероятностный. Противоречивы ли оба подхода? Нет, не противоречивы, если дисперсия в распределении золота незначительна.

Да, противоречивы, если дисперсия значительная. Здесь разговор идет о том, что выборки различны и выводы различны по своей достоверности. Практика подсказывает, что при определении содержаний Fe в рудах дисперсия несущественна, и уже одна-две пробы дают правильное представление о качестве руд, тогда как по золоту, например, и сотни проб недостаточны для вычисления средних содержаний. Иногда нельзя гарантировать, что даже в пределах одного метра по длине жилы не появится ураганной пробы или пустой породы. «Статистический способ описания,— говорит Н. Бор, — должен рассматриваться как временный выход из положения, но в принципе он может быть заменен детерминистским описанием» (1959, с 121).



Фиг. 3. Аксиомы, лежащие в основе определения относительного возраста геологических тел

Следующие аксиомы относятся к расшифровке возрастных взаимоотношений геологических тел на основе их пространственных соотношений. Здесь имеются три аксиомы, устанавливающие отношения порядка. Они формулируются следующим образом.

Аксиома 2. «В областях, не нарушенных складчатостью или разрывными дислокациями, геологическое тело (горизонт, пласт, пачка, толща, свита, формация, покров и т. д.), залегающее выше, образовалось после геологического тела, залегающего ниже».

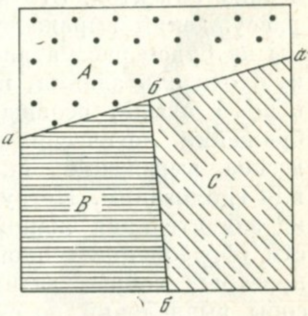
Поясним это схемами (фиг. 3, *а*, *в*). Ясно без доказательств, что тело *A* (толща, пласт, горизонт) не могло образоваться раньше, чем тело *B*, а тело *B* раньше тела *C*. Аксиома устанавливает отношения порядка между элементами множеств $\mathfrak{M}$, распространяя на них частичное отношение $R^1\mathfrak{M}$ и не более.

Аксиома 3. «В случае пересечения одного геологического тела другим секущее тело (жила, дайка, нарушение) образовалось после пересекаемого».

Это явление отражено на схемах (фиг. 3, *б*, *в*). И здесь ясно без доказательств, что секущее тело *D* не могло существовать до того, пока не было тел *B* и *C*.

В формальном смысле аксиомы 2, 3 означают, что на множестве $\mathfrak{M}$ есть еще пара частных отношений порядка $R^2\ \mathfrak{M}$, $R^3\ \mathfrak{M}$.

Аксиома 4. «Из двух геологических образований более молодым является то, в котором содержится комплекс ископаемых остатков (или следов) организмов более высокого таксономического (классификационного) ранга».



Фиг. 4. Следствие из аксиом соотношения

Эта аксиома принимается на основании многочисленных эмпирических наблюдений, доказывающих эволюцию организмов с течением геологического времени. По сути дела, эта аксиома есть следствие закона синхронности биологической эволюции и подтверждается законом Гексли — развитие организма от зародыша до взрослой особи (в онтогенезе) отражает эволюцию его предков (в филогенезе). Из этого правила имеются исключения, известны парадоксы. И сейчас существуют на Земле организмы, отпечатки которых встречаются в древних отложениях (латимерия — с девона, гинкговые Японии — с юры, сумчатые Австралии — с начала кайнозоя и т. д.). Именно поэтому аксиоматически считается, что для правильного суждения следует использовать комплекс, а не единичные находки органических остатков, а из этого комплекса решающим считается наиболее важный организм наивысшего классификационного ранга. Эта аксиома вводит еще одно отношение порядка $R^4\ \mathfrak{M}$ на $\mathfrak{M}$.

Во всех указанных выше аксиомах ничего не говорится о масштабах тел: они одинаково применимы к объектам любой размерности и могут наблюдаться визуально или с помощью микроскопа. Из этих аксиом имеются многочисленные следствия. Например, следствие, вытекающее из соотношения границ (фиг. 4). На этой схеме, линия контакта *б — б* упирается в линию *а — а*. Можно утверждать на основании аксиом 2 и 3, что толща (тело) A моложе толщ (тел) B и C, хотя возрастное соотношение тел B и C не ясно. Наблюдения за идиоморфизмом кристаллов в породах дают основание для логического вывода о времени их появления. Это правило гласит: чем выше степень идиоморфизма минерала кристаллических пород, тем он ранее образован.

Как увидим далее, этих четырех аксиом достаточно (а их число может быть увеличено), чтобы определить логические операции над множеством самых разнообразных объектов и понятий геологии, установить отношения порядка между ними (XRY) и делать выводы о времени и способах образования геологических тел и концентрации полезных компонентов.

Многих математиков смущают длинноты в описаниях геологических объектов. Это вызвано тем, что длинные цепи логических рассуждений выражаются словесно. Вслед за Н. Бором (1959), мы не будем рассматривать здесь чистую математику как отдельную отрасль знания, но будем ее считать усовершенствованием общего языка, оснащающим его удобными средствами для отображения логических зависимостей, для которых обычное словесное выражение оказалось неточным — слишком сложным или громоздким. Нетрудно показать, что в нашем случае возможна значительная экономия мысли и вычисление последовательности образования геологических тел на основе исследования их пространственных взаимоотношений (отношений порядка). Способы вычислений по существу ничем не отличаются от методов, применяемых при исчислении высказываний (предикатов).

Следствие 1 из аксиом 2, 3 и 4 выглядит следующим образом. На полном F-множестве существует три частных отношения порядка $\mathfrak{M}$ $R^{1}_{\mathfrak{M}}$; $R^{2}_{\mathfrak{M}}$; $R^{3}_{\mathfrak{M}}$. Нет сомнения, что существуют и могут быть сформулированы другие отношения порядка $R\frac{n+1}{\mathfrak{M}}$, сводящиеся к единой системе аксиом, и в принципе этих отношений может быть бесконечное множество: $R^{1}_{\mathfrak{M}}, R^{2}_{\mathfrak{M}}, \ldots, R^{n}_{\mathfrak{M}}$ имеют один и тот же математический смысл типа $AR^{n}_{\mathfrak{M}}\,B$, описываемый тройкой слов (раньше, одновременно, позже).

На эти отношения распространяется правило конъюнкции, так как в случае ARB и BRC следует ARC.

Следствие 2 — существующие на $\mathfrak{M}$ отношения порядка $R^{i}_{\mathfrak{M}}$ (где $i=1, 2, 3\ldots.$) связаны с основным отношением порядка — «позже, одновременно, раньше», «моложе, древнее, в одно и то же время», «до, после, вместе» и т. д. Эти отношения должны и могут быть согласованы в том смысле, что если, к примеру, $aR^{1}_{\mathfrak{M}}b \Rightarrow aR^{i}_{\mathfrak{M}}b$, то $a_2R^2{}_{\mathfrak{M}}\,b$ должно влечь $a_2\,R^{i}_{\mathfrak{M}}b$, т. е. a и b сравнимы по отношению $R^{i}_{\mathfrak{M}}$.

Кроме того, можно рассматривать отношения порядка $R^{n}_{\mathfrak{M}}$ как элементы из $B\,\{\mathfrak{M}\}$ — множества событий. По сути дела $B\{\mathfrak{M}\}$ — это множество отображений из $A_i\{\mathfrak{M}\}^n \Rightarrow A_{i+1}\{\mathfrak{M}\}$, где $n = 1,\ 2,\ 3, \ldots i \ldots$ $R^{1}_{\mathfrak{M}}$; $R^{2}_{\mathfrak{M}}$; $R^{3}_{\mathfrak{M}}$ «работают» при $n \geqslant 2$.

Можно попытаться, например, найти отображение некоторого свойства геологического тела, связанного с частным событием $R^{4}_{\mathfrak{M}}$, вытекающего из отношений $R^{1}_{\mathfrak{M}}$, $R^{2}_{\mathfrak{M}}$, $R^{3}_{\mathfrak{M}}$ («ниже, сечет, моложе»), для чего следует определить, есть ли еще некоторые события в $B(\mathfrak{M})$, связанные с $R^{4}_{\mathfrak{M}}$, так же, как $R^{1}_{\mathfrak{M}}$, $R^{2}_{\mathfrak{M}}$, $R^{3}_{\mathfrak{M}}$, отношением (последовательностью протекания событий и их условиями). Таким образом, главная задача — выяснение структуры множества $B(\mathfrak{M})$ событий, поскольку оно включает в себя множество условий $A\,(\mathfrak{M})$ и множество геологических тел $\mathfrak{M}$. Это и означает максимальную значимость генетического подхода в геологических исследованиях, поскольку только упорядочивание событий $B(\mathfrak{M})$ по времени и условий $A(\mathfrak{M})$, в которых эти события протекали, дают возможность выявить структуру геологических тел, понять упорядоченность и отображение на этом множестве $\mathfrak{M}$ некоторых полезных для нас свойств тел.

Отсюда ясно, что геологические классификации могут базироваться на трех главных множествах: $A(\mathfrak{M})$, $B(\mathfrak{M})$ и $\mathfrak{M}$ в случае, если исследование и интерпретация базируются на четырех высказанных аксиомах в отношении к твердым полезным ископаемым. Поэтому модель расширяется и мы можем обозначить ее набором:

$$(\mathfrak{M},\ A\,(\mathfrak{M}),\ B\,(\mathfrak{M}),\ R^{1}_{\mathfrak{M}}, R^{2}_{\mathfrak{M}}, \ldots, R^{n}_{\mathfrak{M}}).$$

На $\mathfrak{M}$ (множестве геологических тел, объектов) существует достаточное количество отношений сравнения, упорядочивания эквивалентности. Любое отношение сравнения R на $\mathfrak{M}$ разбивает множество на две части $\mathfrak{M}/R$. Это множество объектов из $\mathfrak{M}$, которые сравнимы по отношению R и $\mathfrak{M}$; $\mathfrak{M}/R$, или различаются. Теперь для любых $x \in \mathfrak{M}$ и отношений сравнения R можно ввести индикаторную функцию ψ.

$$\psi\,(x, R) = \begin{cases} 1 & x \in \mathfrak{M}/R, \\ 0 & x \notin \mathfrak{M}/R. \end{cases} \tag{4}$$

Эта функция зависит от двух переменных и, тем самым, задает отображение

$$\psi : \mathfrak{M} \times M\,(B) \to \{0,\ 1\}. \tag{5}$$

Рассмотрим, как выглядит функция в самом простом, но важном случае. Пусть $\mathfrak{M}$ состоит из m объектов x_i, $i = 1, 2, \dots m$, а M (B) из n элементов R_j, $i = 1, 2 \dots n$; тогда достаточно определить ψ на $m \times n$ элементах, т. е. мы можем с ψ отождествить матрицу $m \times n$, где на α_{ij}-том месте стоит либо 0, либо 1.

Отсюда, в частности, видно, что R имеет смысл как признак, т. е. дает способ расклассифицировать каждый элемент в зависимости от того, лежит ли элемент $x \in \mathfrak{M}$ в $\mathfrak{M} / R$ или не лежит.

Таким образом, мы получим таблицу, связывающую объекты и признаки. Рассмотрим теперь в некотором смысле обратную задачу. Пусть некоторые элементы α_{ij} из матрицы $(m \times n)$ неизвестны и их нужно определить. Видно, что если задан некоторый алгоритм выяснения, то можно в принципе заполнить пустующие клетки. Но сама математическая постановка задачи допускает сколь угодно много алгоритмов, и математика не делает между ними принципиального различия.

Выбор алгоритма целиком и полностью зависит от геолога и только от него, так же как и интерпретация расчетов. Однако наиболее важный вывод, вытекающий из анализа основных аксиом геологии, сводится к тому, что аксиоматический метод с неизбежностью приводит к заключению, что прогнозные задачи сводятся к выяснению последовательности событий и поиска таких из них, которые функционально связаны с целью. Иными словами, математический анализ аксиом геологии подтверждает важнейшую роль генетического подхода, поскольку такой подход позволяет выяснить характер геологических событий и явлений.

Математический анализ возможен только в том случае, если информация будет записана в виде, удобном для применения математических методов, в том числе удобном и для ввода в ЭВМ. Любая запись должна иметь однозначное соответствие описываемому объекту или явлению, что заставляет особо остановиться на основных понятиях геологии, видах геологической информации, способах их свертывания и обработки.

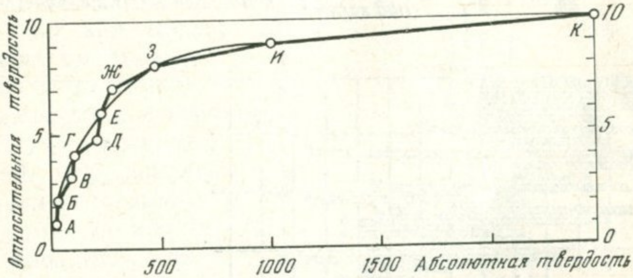
ГЛАВА 5

МИНЕРАЛ, ГОРНАЯ ПОРОДА, ПОЛЕЗНОЕ ИСКОПАЕМОЕ – ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Авторы рассчитывают, что книга заинтересует не только геологов, но и математиков. Именно поэтому мы ввели эту главу, в которой даются определения важнейших понятий геологии, без них не будут понятны способы координирования геологической информации.

К одному из важнейших определений следует отнести определение понятия «минерал». В зависимости от этого определения находится вся структура геологии. Минералы — это и есть те буквы, с помощью которых геолог читает каменную летопись Земли. Минералы, как элементарные геологические тела, складываются в породы, породы образуют геологические тела более высоких рангов, которые в свою очередь составляют сферы земной коры и т. д. Изучение геологических тел разных рангов составляет предмет геологии в самом широком смысле. Любое геологическое исследование в конечном итоге сводится к диагностике минералов, определению их количеств и пространственных взаимоотношений, поскольку любое геологическое тело состоит из минералов. Вместо длинных словесных описаний любую породу можно четко определить процентными количествами минералов и характером взаимоотношений между ними, так как породы одинакового минералогического состава (одинаковое множество минералов) могут иметь разный генезис (различающиеся отношения порядка). Пример — гранит и аркозовый песчаник. Степень точности описания в таком случае будет определяться целью исследований.

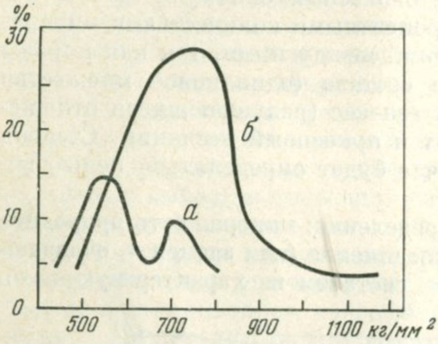
Предлагается следующее определение: **минерал есть природное (или искусственное) химическое соединение (или элемент), обладающее относительно постоянным составом и характеризующееся в твердом агрегатном состоянии определенной кристаллической структурой.** Такое определение позволяет включать в группу минералов лед, самородную ртуть и даже газы, поскольку все они в твердом агрегатном состоянии обладают кристаллической структурой. Действительно, есть случаи пересечения жил (клиньев) льда на Удокане прожилками халькontита ($n \cdot Cu_2SO_4 \cdot mH_2O$) и мелантерита ($n \cdot Fe_2(SO_4)_3 \cdot mH_2O$); природный газо-конденсат в условиях вечной мерзлоты (Якутия) встречается в виде твердых пластовых залежей.



Фиг. 5. Соотношение относительной (по Моосу) и абсолютной (по Ауэрбаху) твердостей как пример дискретного и непрерывного описания свойств минерала

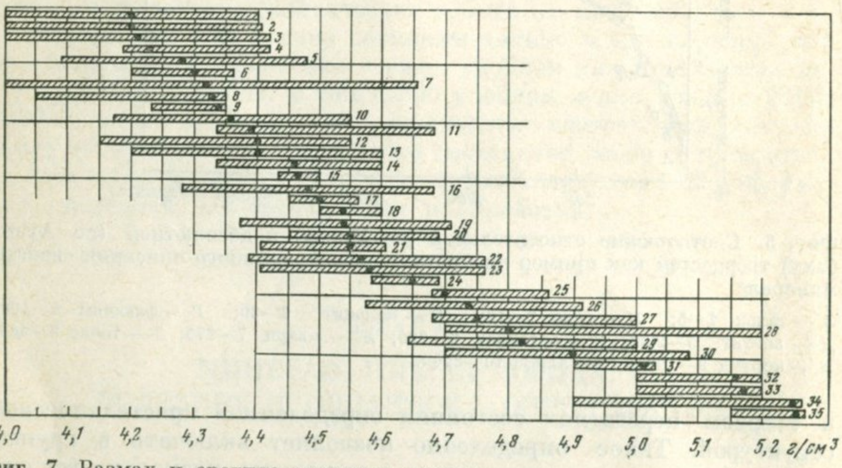
А — тальк 1—5; *Б* — гипс 2—12; *В* — кальцит 3—80; *Г* — флюорит 4—100; *Д* — апатит 5—200; *Е* — ортоклаз 6—220; *Ж* — кварц 7—275; *З* — топаз 8—460; *И* — корунд 9—1000; *К* — алмаз 10—2500.

Каждый минерал обладает свойствами или признаками, которые могут быть точно описаны, и сочетание которых позволяет диагностировать его, отличать от других. Количество таких признаков практически бесконечно, поскольку бесконечно разнообразие свойств материи вообще. Любое свойство может быть описано с любой наперед заданной степенью точности. Нет таких свойств минерала, которые нельзя было бы выразить числом, мерой. Даже такие, казалось бы, абстрактные признаки, как блеск, цвет минерала, характер рефлексов могут быть точно описаны с помощью измерения конкретных показателей (отражательная способность, поглощение света при различных длинах волн и т. п.). Другое дело, что такая точность в большинстве случаев не требуется и многие свойства минерала удобнее описать дискретно. Для примера приведем (фиг. 5) соотношения в измерениях твердостей ми-



Фиг. 6. Размах значений твердости пиритов

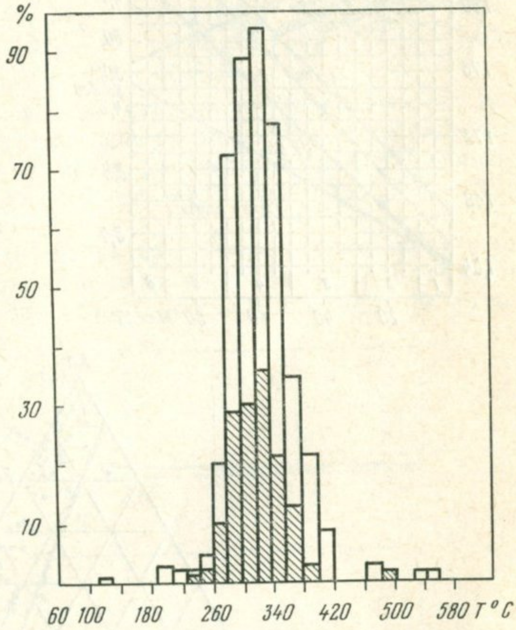
а — Витватерсранд; *б* — из удерейских сланцев Енисейского кряжа



Фиг. 7. Размах и средние значения удельных весов минералов; фрагмент, по В. Е. Трегеру (1968)

1 — плеонаст; *2* — пикотит; *3* — феррицейлонит; *4* — рутил; *5* — гётит; *6* — пирохлор; *7* — гадолинит; *8* — альмандин; *9* — фаялит; *10* — хромплеонаст; *11* — псевдобрукит; *12* — герцинит; *13* — ферриплеонаст; *14* — пикрохромит; *15* — барит; *16* — магнезиоферрит; *17* — коппит; *18* — пирофанит; *19* — хромгерцинит; *20* — ксенотим; *21* — ганит; *22* — ферригерцинит; *23* — хромпикотит; *24* — пирротин; *25* — циркон; *26* — березовскит; *27* — ильменит; *28* — ильменорутил; *29* — магнезиомагнетит; *30* — хромит; *31* — пирит; *32* — монацит; *33* — магнетит; *34* — колумбит; *35* — гематит нералов в непрерывных значениях (абсолютная шкала, по Ауэрбаху) и в дискретном виде (относительная шкала, по Моосу). Нетрудно перевести непрерывную информацию в дискретную, задав пороговые значения признаков. На диаграмме каждый минерал обозначается точкой, что соответствует только среднестатическому значению твердости. Фактически при измерениях абсолютной твердости наблюдается большой размах значений. Для примера приведем гистограммы (фиг. 6) распределения твердости (по Бринелю), полученные на базе статистических измерений пиритов двух шлифов по 100 измерений в каждом.

В одном случае видно, что пириты Витватерсранда относятся к двум генерациям, а в другом гистограмма твердостей не симметрична (см. фиг. 6). Трудность однозначных описаний минералов заключается в том, что по одним и тем же свойствам зоны одинаковых значений признаков для разных минералов на гистограммах перекрываются (фиг. 7). Это объясняется тем, что минералы образуются из растворов (или расплавов) не мгновенно, а в пределах конечного отрезка времени, в течение которого условия выделения минерала меняются, что доказывается измерениями состава и температур газово-жидких включений. Эти последние — реальные свидетели состава растворов, из которых высадился минерал. Даже измерения температур гомогенизации газово-жидких включений в пределах одного и того же минерала (фиг. 8) обнаруживают существенный разброс.

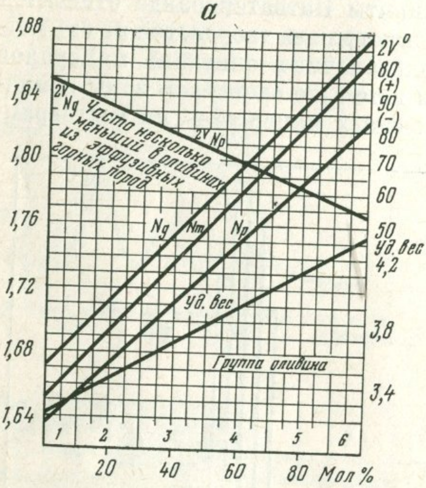


Фиг. 8. Суммарная гистограмма начала декрипитации жильного кварца по Лениногорскому району; сульфидоносные жилы (140 проб) заштрихованы; безрудные жилы (300 проб), по Ю. И. Демину и др. (1974)

К настоящему времени описано более 5 тысяч минералов. Однако в математическом смысле число минералов бесконечно. В любой паре изоморфных минералов (фиг. 9,*а*) в зависимости от задач исследования может быть выделено любое количество минералов, причем диагностика их может быть произведена с любой необходимой точностью. То же самое относится к тройным системам минералов (фиг. 9, *б*), четверным и т. д.

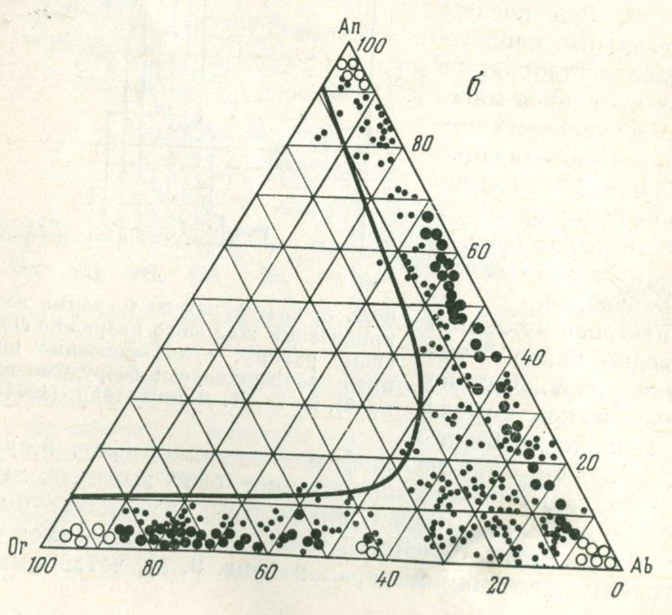
Приведем в качестве примера (Литвин и др., 1972) характеристику структуры и распределения катионов в роговых обманках из амфиболитовой

$$[(K_{0,10},\ Na_{0,08})_{0,18}\ (Ca_{1,90}\ Na_{0,10})_{2,00}\cdot$$
$$\cdot(Fe^{2+}{}_{2,02}\ Mn_{0,06}\ Mg_{2,22}\ Fe^{3+}{}_{0,40},\ Al_{0,30})_{5,00}\cdot$$
$$\cdot(Si_{6,80}\ Ti_{0,10}\ Al_{1,10})_{8,00}\cdot(O_{21,68}OH_{0,32})_{22,00}(OH)_{2,00};$$
$$a = 9,833;\ b = 18,126;\ c = 5,319\text{Å};\ \beta = 104°,56';\ V = 920,5\text{Å}]$$



Фиг. 9. Примеры определений «границ» минералов

а — в изоморфном ряду: *1* — форстерит; *2* — хризолит; *3* — гиалосидерит; *4* — гортонолит; *5* — феррогортонолит; *6* — фаялит; *б* — в тройной системе Ab — альбит, An — анортит, Or — ортоклаз



и гранулитовой

$$[(K_{0,10}Na_{0,03})_{0,13}(Ca_{1,69}Na_{0,31})_{2,00}(Fe_{2,01}\overset{2+}{Mn}_{0,04}\cdot$$
$$\cdot Mg_{2,27}Fe^{3+}{}_{0,38}Al_{0,30})_{5,00}(Si_{6,70}\ Ti_{0,17}Al_{1,13})_{8,00}\cdot$$
$$\cdot(O_{21,64}OH_{0,36})_{22,00}(OH)_{2,0};\quad a = 9,842;\quad b = 18,114;\quad c = 5,318Å;$$
$$\beta = 104°56';\quad V = 915,8Å]$$

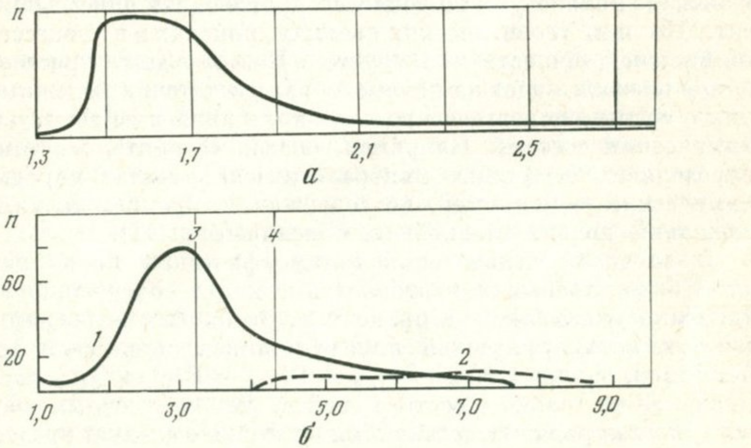
фаций метаморфизма. Октаэдрические катионы $Fe^{2+} + Fe^{3+}$, Mg и Al распределены более упорядоченно в роговой обманке из гранулитовой фации. Характер их распределения по двум структурам таков: первый образец (амфиболитовая фация):

M_1— Mg = 0,41; $Fe^{2+} = 0,41$; $Fe^{3+} = 0,08$; Al = 0,05; $M_1 - O = 2,10_2$Å; M_2— Mg = 0,51; $Fe^{2+} = 0,35$; $Fe^{3+} = 0,07$; Al — 0,07; M_2— O = $2,05_2$Å; $M_3 +$ Mg = 0,38; $Fe^{2+} = 48$; $Fe^3 = 0,09$; Al = 0,05; M_3 —O = 2,09 Å; второй образец (гранулитовая фация):

M_1— Mg = 0,51; $Fe^{2+} = 0,49$; M_1— O = $2,11_5$Å; M_2— Mg = 0,43; $Fe^{2+} = 0,42$; Al = 0,15; M_2— O = 2,02,Å; M_3 = Mg = 0,35; $Fe^{2+} = 0,27$; $Fe^{3+} = 0,38$; M_3— O = $2,07_1$Å.

Такая характеристика нужна для тонких геологических исследований или в задачах воссоздания природных минеральных индивидуумов в искусственной среде, но для задач прогнозной оценки районов практически всегда может быть ограничена более грубым описанием минерала.

Если проанализировать характер распределения какого-то признака у всех минералов, то и тогда получается вероятностная кривая (фиг. 10, *а*, *б*). Как правило, максимальной частотой встре-



Фиг. 10. Частоты встречаемости минералов (по Е. Ларсену, Г. Берману, 1937): *а* — по величине светопреломления; *б* — по удельному весу;

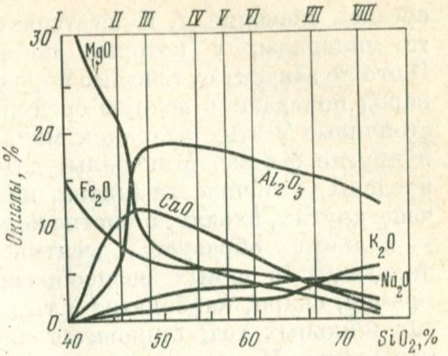
1 — прозрачные минералы; *2* — непрозрачные минералы; *3* — жидкость Туле; *4* — жидкость Клеричи чаемости обладают минералы со средними значениями признака. Однако в зависимости от свойств один и тот же минерал занимает разные места на кривых частоты встречаемости. Например, алмаз на кривой твердости занимает крайне правое положение, а удельных весов — почти точно в средней части кривой. Это обстоятельство оказывается решающим при машинной диагностике минералов.

Горной породой называется естественная ассоциация минералов. Порода может состоять из одного или нескольких минералов. Горные породы могут быть образованы в результате самых различных геологических процессов: кристаллизации природных силикатных расплавов, при отложении из воды, рассолов, в подвижном или неподвижном состоянии среды, при метаморфизме пород, при извержении вулканов и т. п., или могут быть созданы искусственно (бетон, цементы, перлиты, абразивы, клинкеры, керамика и т. д.). Информация о генезисе горной породы может быть получена при изучении ее состава и пространственного взаимоотношения минералов или их ассоциаций.

Горные породы отличаются друг от друга химическим, вещественным составом и по структуре. Однако одинаковым составом могут обладать породы разного генезиса (гранит — аркозовый кварцит; мрамор — карбонатит и т. д.). Следовательно, при описании породы, кроме минерального и (или) химического состава, должны быть указаны различия, вытекающие из их структуры, т. е. пространственного соотношения слагающих породу минералов, отношения порядка между минералами.

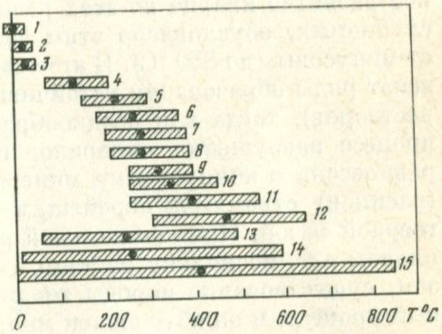
Детальность описания породы зависит только от целей задачи и может сколько угодно точно воспроизводить описываемый объект. Но при геологических съемках, поисках и в процессе разведки большой точности не требуется. Поэтому даже простое упоминание названия дает на первых порах достаточно надежные сведения о составе породы, о пределах колебаний в ее вещественном и химическом составе. Например, сказав «гранит», мы тем самым определяем не только минералогический состав породы, но и химический — например, по содержанию кремнезема или по содержанию других главнейших окислов (фиг. 11).

В случаях исследования метаморфических пород используются более точные характеристики, когда содержание каждого минерала указывается в процентах. Во многих петрографических работах метаморфической породе приписывается своя формула. Например, запись $Gr_{21,3} \rightarrow Py_{18,7} \rightarrow Pl_{42.0} \rightarrow Bi_{5,0} \rightarrow Q_{13,0}$ дает представление не только о составе гнейса, количественных соотношениях, но и порядке выделения минералов. Но следует предостеречь от увлечения чрезмерной точностью и детальностью, так как точное определение вызывает неоправданно трудоемкие и дорогие исследования. Кроме того, «...общеизвестно, что безоговорочная приверженность к совершенно точной терминологии [обычно] ведет к педантизму и неудобочитаемости» (Хамош, 1960).



Фиг. 11. Диаграммы средних содержаний главных окислов изверженных пород (по В. И. Лучицкому, 1910)

I — дунит; *II* — верлит; *III* — габбро; *IV* — кварцевое габбро; *V* — диорит; *VI* — кварцевый диорит; *VII* — гранодиорит; *VIII* — гранит



Фиг. 12. Поля устойчивости некоторых минералов по данным измерений температур гомогенизации газово-жидких включений

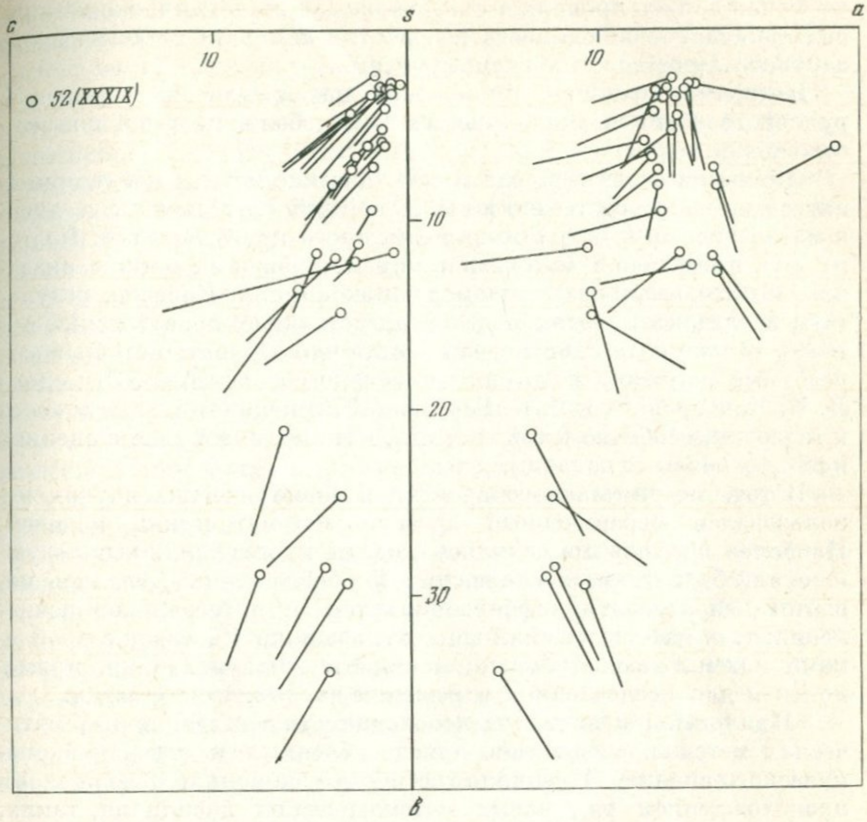
1 — лед; *2* — галит; *3* — гипс; *4* — киноварь; *5* — галенит; *6* — сфалерит; *7* — арсенопирит; *8* — турмалин; *9* — касситерит; *10* — вольфрамит; *11* — берилл; *12* — топаз; *13* — флюорит; *14* — кальцит; *15* — кварц

Напомним, что каждый из участвующих в строении породы минералов может быть описан также с любой степенью детальности.

В математическом смысле множество пород можно рассматривать как такое множество, в которое входит подмножество всех возможных сочетаний минералов. Казалось бы, множество пород может быть сколь угодно большим. Однако практически оказывается, что количество минералов, получивших собственные названия, превышает количество пород, также имеющих собственные названия. Разгадка заключается в том, что каждый минерал имеет собственные строго определенные поля устойчивости, что исключает совместное нахождение многих пар минералов. В качестве широко известной приведем пару минералов-антагонистов: кварц — нефелин в магматических породах. Множество пород ограничивается и некоторыми геохимическими законами (например, правило фаз Гиппса).

К настоящему времени накоплен обширный материал о полях устойчивости минералов в зависимости от температур, давлений, окислительно-восстановительного потенциала (Eh —pH) и т. п. в самых различных процессах. Приведем диаграмму полей устойчивости некоторых минералов (фиг. 12) в координатах температуры. Для каждого из минералов характерен свой размах и свое среднее значение *t*. Существовать в одной породе могут только те минералы, у которых поля устойчивости перекрываются. И это не зависит от генезиса пород. Когда минералы магматических пород попадают в водную среду, т. е. в осадочный процесс, неустойчивые в этих условиях минералы разрушаются и переходят в другие формы. Минералы, для которых характерны широкие пределы устойчивости (кварц, кальцит, акцессории), встречаются чаще других, входят во многие породы. Например, один минерал — — кальцит образует десятки разновидностей пород, возникающих в самых разнообразных условиях (мел, известняк, мрамор, скарн, карбонатит и т. д.). Он участвует в строении многих жильных тел; становится неустойчивым только при резком изменении pH, растворяясь при низких значениях ($pH < 7$). Широкое развитие кварца во всех разновидностях пород, кроме самых глубинных, обусловлено этим же фактором (поле устойчивости от минусовых до 850 °C). В этом смысле изверженные породы отражают ряды образования устойчивых минералов из расплавов (или растворов), тогда как осадкообразование — обратный процесс — процесс разрушения минералов в растворах, не находящихся в равновесии с конкретными минералами. В любом случае раствор (расплав) стремится перейти в динамическое равновесие с твердой фазой. Принципиальной разницы между раствором и расплавом нет, поскольку раствор — это расплав льда. Таким образом, существование породы тоже есть динамический вероятностный процесс, и он обусловлен многими факторами, а исследование полей устойчивости минералов представляет собой важнейшую задачу. В математическом смысле множество пород ограничивается только дробностью, с которой мы можем разделить шкалу устойчивости минералов. Эти шкалы могут быть одномерными, как на фиг. 12, или двумерными, как, например, поля устойчивости Краускопфа, построенные в координатах Eh — pH, и многомерными. В качестве многомерной (семимерной) диаграммы можно привести известные диаграммы А. Н. Заварицкого, где координатами служат показатели a, b, c, f', m', c', n (фиг. 13).

Понятие «руда» или в общем смысле «полезное ископаемое» есть понятие экономическое, а не геологическое, и зависит от многих факторов, из которых перечислим только главнейшие: содержание полезного компонента; его количество и (или) качество; горно-технические условия его залегания, отработки и технологического передела; уровень развития технологии извлечения, переработки; географическое размещение; наличие рабочей силы, источников энергии, водоснабжения, вспомогательного сырья, транспортных коммуникаций; уровень спроса и предложения и многие другие факторы. То, что сегодня не считается полезным ископаемым, завтра может стать таковым в результате многих причин (выявление новых качеств сырья,разработка новой технологии, проведение транспортной коммуникации, строительство энергетических центров, начало военных действий и т. д.). В ка-



Фиг. 13. Диаграмма химического состава гранитов Татарского массива Енисейского кряжа. Пример графического отображения классификации на многомерной (семимерной) основе, по А. Н. Заварицкому (1950)

питалистическом мире понятие «руда» является функцией прибыли и целиком определяется экономическими расчетами. Зависимость «понятия» полезное ископаемое от такого числа разнородных причин предопределяет и стимулирует необходимость широкого развития службы информации в геологии, необходимость постоянно держать в сфере обращения весь объем накопленной информации.

Понятие «руда» или «полезное ископаемое» в математическом смысле можно записать уравнением:

$$R = f(C_{\text{ср}}, Q, T, G, \ldots, N), \qquad (6)$$

где $C_{\text{ср}}$ —среднее содержание полезного ископаемого; Q — объем горной массы; T — технологический показатель; G — стоимость добычи единицы; N — накладные расходы; или $R = f(P_n)$, где P_n — норма прибыли; или $\frac{C_{\text{ср}}}{Q} = f(T, G, \ldots, N)$.

Такая запись проявляет сходство задач геологии и экономики, подчеркивает необходимость разработки аппарата геологического варианта линейного программирования.

Интересно сравнить применение математических методов в рудной геологии и экономике, имеющих большие успехи в этом отношении.

«По самой своей природе математические методы могут применяться не непосредственно к изучаемой действительности, а лишь к математическим моделям того или иного круга явлений. Поэтому для применения математических методов в экономике оказалось необходимым создавать модели экономики. Конечно, результаты исследований этих моделей представляют практический интерес, только если сами модели достаточно адекватно отображают реальные ситуации, если они достаточно совершенны». Эти слова Л. В. Канторовича и Р. Б. Горстко (1972) целиком можно отнести к геологии, особенно к той ее части, которая имеет дело с оценкой или прогнозом ископаемых.

В течение длительного времени в экономических науках использовался ограниченный арсенал математических моделей. Наиболее широко применялись модели и описания, использующие алгебраические соотношения и обозначения. Делались попытки использовать дифференциальное и интегральное исчисления; т. е. математический аппарат, возникший в связи с проблемами математической физики и теоретической механики, применялся и для исследования и решения экономических задач.

В дальнейшем возникла необходимость в создании математических методов, специально приспособленных к задачам экономического анализа. Именно потребностям экономики обязан своим происхождением ряд новых математических дисциплин, таких, как линейное программирование, динамическое программирование, теория графов и др. (Канторович, Горстко, 1972).

В этих фразах достаточно заменить слово «экономика» словом «геология» и главные проблемы прикладной геологии и применения к ней математического аппарата будут освещены достаточно верно, поскольку, как уже отмечалось, понятие «полезное ископаемое» по своей сути стоит ближе к экономике, чем к геологии, поскольку значимость (ценность) геологических объектов оценивается спросом, ценой, затратами общественного труда на единицу объема или веса минеральной массы. В этом смысле понятие «руда» динамично и является функцией объема тела и удельного содержания полезного компонента в нем, причем зависимости между ними очень сложные и часто противоположные.

Именно поэтому геологическое прогнозирование и оценка регионов должны опираться не только на исследование геологических тел, но и на точное знание общественных потребностей, уровня развития производительных сил, влияние конъюнктурных факторов и т. п. Геолого-экономическая оценка минеральных ресурсов региона, рудного узла или месторождения должна включать в себя многовариантный анализ с учетом комплексного и полного использования минерального сырья, требований к качеству сырья, возможностей безотвальной переработки сырья, рекультивации земель и охрану природы. Во всей этой проблеме геологу отводится по возможности наиболее точное описание тела полезного ископаемого, геолого-технических условий его залегания и технологических свойств сырья. Описание должно содержать информацию, необходимую и достаточную для принятия решения, причем получение этой информации по затратам не должно превышать некоторые директивные показатели.

В этом смысле решение можно понимать как некоторую экономическую категорию, в смысле плана, стратегии управления, поведения, реализующего минимальные затраты ресурсов, труда, энергии, времени и т. п., необходимых для реализации плана. По сути дела необходимо найти оптимальный план обнаружения — (поиска) и оценки целевой функции (разведки). Повторим, что решение может приниматься не сразу, а по частям, т. е. реализовать оптимальным образом шаг за шагом намеченную стратегию поиска и разведки.

Это — своеобразное геологическое программирование, поскольку целевые функции в подавляющем большинстве линейны, ограничения, вводимые в процессе решения, тоже линейны и зависят только от формулировки задачи, но, к сожалению, не всегда отчетливо формулируется задача, что затрудняет и даже делает невозможным решение ее математическими методами.

Всякой задаче поиска решения в геологии должна сопоставляться целевая функция, позволяющая сопоставить возможные решения, оценить варианты и выбрать оптимальное решение.

ГЛАВА 6

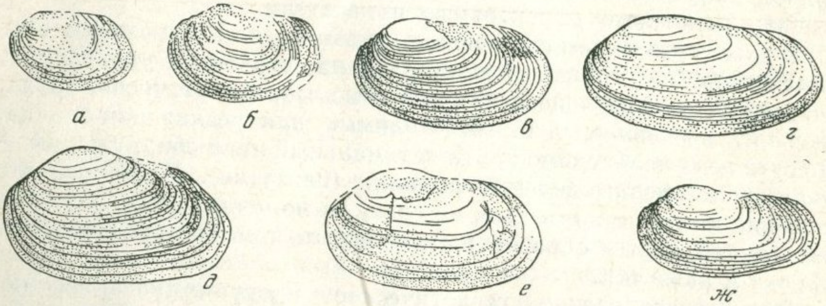
ВИДЫ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ И ВОЗМОЖНОСТИ ЕЕ ОБРАБОТКИ НА ЭВМ

Геологическая информация фиксируется в трех видах: графическом, логическом и цифровом.

1. **Графическая** информация отображается в виде зарисовок, абрисов (фиг. 14), схем, фотографий. В эту группу нельзя включать диаграммы, графики, кривые каротажа и т. п., так как по существу — это способ графического изображения обычной цифровой информации, о чем будет сказано ниже.

2. **Логические** сведения, концентрирующиеся при описании геологического объекта или явления парами слов типа «да — нет», «выше — ниже», «больше — меньше», «сечет—пересекается», «идиоморфно — ксеноморфно». Это обычно описание свойств объекта,

отражающих в математическом смысле отношения порядка. Такие признаки, на которые можно разбить описание объекта, можно преобразовать в символы двоичной системы. На вопрос о наличии признака возможно только три ответа: «да», «нет», «не знаю», или языком логики соответственно — утверждение, отрицание, неопределенность. В двоичной системе будут символы: 1 (единица), «0» (нуль), — (прочерк). В дальнейшем мы покажем, что любая цифровая информация может быть представлена в логической форме.



Фиг. 14. Типичный пример графической информации. Сравнение форм раковин окаменелостей разных видов

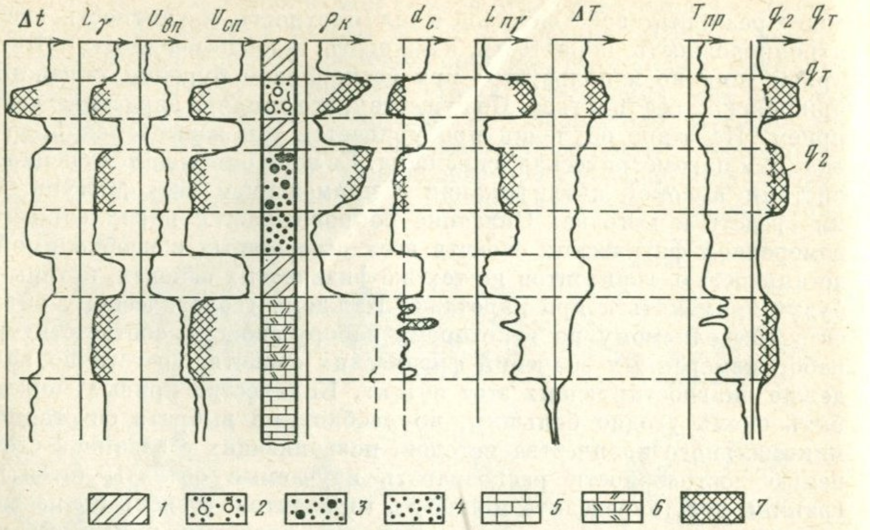
а — Edmondia cf. transversa Hind.; *б* — E. sp.; *в* — Sanguinolites ovalis Hind; *г*, *е*, *ж* — S. aff. ovalis; *д* — S. sf. ovalis (short variant), фрагмент по Д. Д. Джонсу (Jones, 1969)

3. **Цифровая** информация (числовая) представляет собой совокупность измерительных сообщений, задаваемых в виде дискретных (точечных, прерывистых) или непрерывных числовых последовательностей, характеризующих объект или явление. Это данные измерений, анализов, каротажа, профилирования, спектрометрии. Такие сведения чаще всего задаются в десятичной системе. Объем такой информации особенно значителен, так как в него входят результаты химических, спектральных и многих других анализов, а также большинство автоматических записей на лентах, производимых в процессе геофизических и (или) геохимических съемок. Такую же информацию выдают аналитики (химики, спектрометристы). Скорость получения такой информации очень большая, так как к такому виду исследований привлекаются быстроходные средства съемок (автомобиль, самолет, спутник) и автоматические средства проведения анализов в лабораториях. Автоматизация обработки информации в этом аспекте особенно настоятельна.

Очень часто цифровая информация представляется в графическом виде — диаграммы, графики, кривые каротажа, ленты аэросъемок и т. п. Нетрудно убедиться в том, что это так. Например любая литологическая колонка содержит информацию о границах тел, об их мощностях, составе и некоторых свойствах. Любая такая колонка может быть изображена набором кривых, отражающих реальные свойства пород и тел (плотность, магнитность, электропроводность, пористость, влажность, газонасыщенность). Этот прием широко используется при бескерновом бурении скважин при поисках нефти и газа. По существу, это типично эвристический прием. На этапе обучения пробуривается так называемая опорная (или параметрическая) скважина. Ее керн описывается специалистами высокой квалификации с применением всех доступных им средств и методов. Описание сопровождается параллельным измерением физических свойств всех выделенных с необходимой детальностью горизонтов на тех же физических основах, которые будут применяться при каротаже. Каждому геологическому объекту, выделяемому по некоторому набору свойств, соответствует набор измеренных значений физических свойств, достаточно надежно диагностирующих этот объект. Количество кривых может быть сколь угодно большим, но необходимо выбрать сочетание минимального количества методов, позволяющих с заданной степенью достоверности распознавать изучаемые объекты (отбить границы тел, определить мощность горизонтов, степень их насыщенности полезным компонентом, водой, вредными примесями и т. п.). Выбором минимума методов заканчивается эвристический метод обучения. Выбранные методы на материале обучения не должны давать ошибок.

На втором этапе бурятся поисково-разведочные скважины и каротируются с помощью выбранных физических методов. Интерпретация кривых базируется на аналогиях с материалом обучения, и на этой основе строится литологическая колонка и выделяются продуктивные горизонты. Для примера (фиг. 15) укажем, что при разбуривании нефтегазоносных районов широко используются многие методы каротажа: $\rho_к$ — измерение кажущихся сопротивлений; $u_{сп}$ — спонтанной поляризации; $u_{вп}$ — вызванной поляризации; Δt — термокаротаж; L_γ — гамма-каротаж; d_c— плотнометрия (кавернометрия); $L_{n\gamma}$ — нейтронный гамма-каротаж; ΔT — магнитный каротаж; $T_{пр}$ — магнитокритический (наведенный каротаж); q_2— гравиметрический и др. Практически уже два первых из перечисленных методов ($\rho_к$, $u_{сп}$) дают надежную основу для интерпретации и только в спорных случаях требуют дополнения другими методами.

Применение ЭВМ уже на этапе обучения дает хороший эффект (выбор параметров измерения и сочетания методов), так как позволяет найти численные критерии для принятия решения. Но особенно большое значение приобретает автоматизация обработки каротажных кривых при поисково-разведочном бурении, поскольку объем информации колоссален, а ручная обработка практически невозможна. Автоматизация обработки и сводится к тому, чтобы поручить ЭВМ выбор методов обучения и интерпретации кривых. Трудно представить себе, чтобы каждая буровая скважина оснащалась собственной ЭВМ, так как она требуется только в момент каротажа. Правильней будет система, при которой



Фиг. 15. Литологическая колонка нефтегазоносной скважины и описывающие ее кривые физических параметров по В. Н. Дахнову (1968). Пояснение индексов в тексте

1 — глины; *2* — галечники; *3* — нефтеносные галечники; *4* — песчаники; *5* — известняки; *6* — доломиты; *7* — аномальные участки кривых каротажа

буровая будет подключаться к информационно-поисковой системе (ИСП) через телетайп так же, как сейчас она подключается к телефонной линии.

Нетрудно показать, что геологические разрезы и профили любой сложности, полученные геологом в маршруте, при проведении съемок самых разных видов — с автомобиля, самолета, спутника — также могут быть заменены набором кривых, с любой наперед заданной точностью описывающих разрез (маршрут). В этом смысле каротажная кривая и лента записи при аэросъемке, например, принципиально одинаковы.

Уже разработаны методы, позволяющие получать текст любого литологического описания в буровом журнале в виде таблицы цифровых кодов, наиболее пригодном для эффективного поиска и обработки информации на ЭВМ (Morgan, McNellis, 1971). Перевод данных осуществляется с помощью специальных программ в несколько этапов. Результаты обработки данных выдаются в виде, позволяющем производить оперативный поиск информации в большом массиве накопленной информации.

Карты изолиний (ореолы рассеяния, геофизические аномалии, изомощности, изосодержания и т. д.), строго говоря, тоже не являются графической информацией. Это один из способов изображения цифровой информации, собранной по какой-то регулярной (правильной) или нерегулярной сетке. Любое направление в этой сетке можно изобразить в виде профиля. Образно выражаясь, карту можно разрезать на полоски, шириной в одну ячейку сетки, и склеить в виде профиля. Иными словами, любую карту можно трансформировать снова в кривую, график и вычислить значения параметра в любой точке, но часть информации в результате такой операции будет безвозвратно утеряна, сглажена. Карта — это изображение конкретных наблюдений, на которых шумы подавлены, а полезный сигнал осреднен.

К настоящему времени существует громадная литература кодирования численной и геологической информации, автоматизации сбора и обработки первичной информации, ее свертывания, обработки и вычерчивания с помощью ЭВМ графиков и карт, созданы и опробованы алгоритмы и устройства для вычерчивания карт. Во всех этих работах подчеркивается, что при автоматическом построении карт изолиний (McIntire et al., 1968) достигается большая скорость построения карт, их объективность, воспроизводимость. В зависимости от введения или исключения подпрограмм эта работа может быть остановлена на любой стадии с выдачей результатов на печать.

Автоматическое построение карт экономит время, а первичные данные могут считываться с самых различных устройств (с датчиков, магнитных лент, перфокарт, многоканальных амплитудных анализаторов) (Ruskin, 1976). Карты изолиний могут строиться в любом избранном масштабе, с любым сечением изолиний в любой плоскости нижнего полупространства. Программы позволяют производить статистическую обработку и анализировать распределения отдельных показателей (вычислять средние и среднеквадратичные градиенты, сглаживать флуктуации, вычерчивать любую производную вплоть до 4-го порядка, разлагать в ряд Фурье и т. д.). Однако стоимость вычерченных карт пока еще остается высокой (Evans Ian, 1971), и ведется упорная работа по улучшению надежности систем обслуживания, повышению надежности оборудования, улучшению контроля и коррекции системы, уменьшению стоимости карт и т. п.

Большое внимание уделяется методике сглаживания, аппроксимации, экстраполяции и интерполяции первичных данных (Дубов, 1972, а), выбору системы уравнений, оценке точности, ошибок измерения и обработки (Аронов и др., 1971), способу кодирования и рекодирования признаков в задачах геологии и в особенности геохимии и геофизики, где количество обрабатываемой информации громадно.

Итак, процесс геологического описания объекта может быть представлен в такой последовательности; описание (измерение параметров), в точке; составление профилей разрезов (прерывное и непрерывно-прерывистое) и свертывание их в карту, схему, т. е. в документы, обладающие большей наглядностью и информативностью для отображения свойств на плоскости (поверхности). Сочетание разрезов (или погоризонтных планов) дает объемное представление о теле. В простейших случаях сама геологическая карта дает возможность «увидеть» объем изучаемых геологических тел и их пространственное и временнóе соотношение.

Использование цвета на геологических картах не меняет сути дела, так как любой оттенок цвета может быть поставлен в строгое соответствие со свойством объекта, описываемым словесно или числом. Например, цвет породы может быть описан длиной волны или номером эталона, характеризующего определенное число, меру или порядок (цифра, индекс, алфавит). Геологический возраст пород, свит, формаций может изображаться не цветом, а оцифрованными изолиниями, частота которых будет зависеть от масштаба исследований и методов определения возраста. Можно изобразить возраст степенью густоты тона без рисовки границ, а постепенно — как это происходит в радуге, в солнечном спектре. Тогда возрастные характеристики можно было бы снимать с любой необходимой точностью с помощью оптических приборов. Не знаем, легко ли осуществить это технически, но в принципе способ считывания возрастной геологической информации с карты или разреза не отличается от способов интерпретации спектров излучения. В зависимости от задач исследования любая часть спектра, в том числе и невидимая, может быть «растянута». Только масштаб геологических исследований и их цель определяют количество оттенков, которые необходимо выделить на карте или в разрезе.

Графические виды геологической информации при вдумчивом подходе в большинстве случаев оказываются завуалированной формой цифрового описания. Трудности возникают тогда, когда еще не найден способ выразить в цифрах главные особенности объекта. Для примера упомянем зарисовки форм галек, раковин (см. фиг. 14), отпечатки следов, характер сутурных швов у гастропод, форму отдельности пород и т. п. Можно найти другие примеры, но их количество со временем убывает, так как внедряются такие понятия, как коэффициент удлинения, показатель овальности, формула сутурного шва. Многие свойства описываются некоторыми угловыми величинами.

Беспредметные разговоры о том, что геологические описания субъективны (Воронин и др., 1970, 1972), упираются в организационную неразбериху. Можно наметить серию простейших мероприятий, которые сделают многие показатели сопоставимыми, причем изображение их на картах, схемах, разрезах будет однозначным и будет нести информацию-сигнал, пропорциональный измеряемому параметру.

Например, в отношении цвета можно предложить выпуск наборов: а) эталонов цветовых оттенков пород по типу, используемых в текстильной промышленности СССР; б) цветных карандашей, в которых каждый карандаш будет предназначен для закрашивания определенных стратиграфических подразделений, магматических комплексов и т. п. Совершенно ясно, что в наборе

«Стратиграфия» число карандашей и их цвет должны строго соответствовать числу стратиграфических подразделений, утвержденных Стратиграфическим комитетом.

Можно предложить простейшие приборы измерения плотности, твердости, проницаемости и многих других показателей.

Несмотря на отсутствие упомянутых средств унификации описаний, мнение о субъективности геологических описаний преувеличено. Действительно, никто не может показать хотя бы двух карт одного и того же масштаба по одному и тому же району, которые бы отличались в главных чертах, хотя некоторые отличия в деталях, в названиях пород, в интерпретации их генезиса, конечно, возможны; обычно каждая последующая карта уточняет предыдущую, полнее и точнее отражая пространственно взаимоотношения между геологическими телами.

Примеров можно привести сколько угодно. Поскольку каждое геологическое тело есть реальное, материальное тело,— у него определенные размеры, оно имеет конфигурацию, физические характеристики (семантики), химический и минеральный состав. Выбор алфавита и грамматики для описания этого тела зависит от нас, исследователей, и, следовательно, зависит от наших целей, удобств описания тела, интересующих нас свойств тела и от ограничений, накладываемых экономикой. Выбор признаков и способа их описания, точность и стоимость таких описаний должны учитывать информативность признаков для достижения поставленной цели при заданной стоимости реализации этого решения. Различные способы описания вовсе не противоречат одно другому, но взаимно дополняют одно другое. Это своеобразный пример принципа дополнительности, сформулированного Н. Бором в области физики. «Накопление экспериментальных данных и развитие теоретических понятий, несомненно, приводят к усовершенствованию в терминологии. Тем не менее, всякое описание физических результатов основано в конечном счете на обычном языке, приспособленном к тому, чтобы разбираться в окружающем и прослеживать связи между причинами и следствиями» (Бор, 1959, с. 139).

Нетрудно показать, что сказанное целиком относится и к геологии, что существующие описания геологических объектов в терминах логики могут быть преобразованы в цифровую или графическую форму и наоборот. Опасность потери информации не должна смущать: это означает, что надо усовершенствовать методы кодирования и интерпретации.

Главное сводится к тому, что данные наблюдений и измерений в процессе их получения должны быть записаны в таком виде, чтобы они были удобны для последующей расшифровки и обработки. Нужно так организовать сбор информации на обнажении, при документации скважины, шурфа, шахты, штольни, чтобы нужные сведения имелись во всех случаях, а ненужные, по возможности, оставались бы в тени, были завуалированы. Обычные записи в пикетажках, полевых дневниках, лабораторных журналах для обработки требуют перечитывания, переписывания, кодирования, что требует неимоверных затрат времени и приводит к однократному использованию этих данных, превращает их в беллетристику. Всегда следует помнить, что при машинной обработке любое сообщение — это сигнал, электрический импульс, и оно может использоваться только в том случае, если этот импульс расшифрован как некоторая цифровая величина, пропорциональная измеренному параметру. Разнообразие способов описания геологических объектов ставит вопрос о соответствии геологической информации тем машинным средствам, которые используются в кибернетике.

Для разработки теоретических основ автоматической обработки геологической информации можно использовать следующую основную формулу К. Шеннона (1963): $Q = f(C)$. Пусть Q — количество информации, поступающее в секунду от некоторого источника информации, или «расход» информации данным источником, а C — емкость канала связи в двоичных единицах информации (бит/сек). Возможны два случая:

1) $Q \leqslant C$ — это значит, что передатчик и приемник способны осуществлять передачу сообщений источника информации по каналу связи со сколь угодно малыми искажениями;

2) $Q > C$ — здесь передача без искажений невозможна; любая передача сообщений всегда сопровождается определенным количеством помех в единицу времени.

В данном случае слову «информация» придается геологический смысл. Информация дискретна, если все состояния передающей ее системы являются дискретными. Например, данные о наличии обнажения пород определенного состава или возраста, выражаемые в терминах «да» — «нет» и их аналогов. Информация непрерывна, если состояния передающей системы связаны между собой непрерывным образом. Непрерывны, например, кривые каротажа, записи на ленте при различных видах геофизических съемок и т. п.

Дискретный характер информации зачастую трудно распознать, хотя он и лежит в основе работы непрерывно действующего передатчика и системы передач. Передача азбукой Морзе есть случай типично дискретной передачи непрерывных сообщений. В минералогии, например, шкала Моосса дискретно описывает твердость минералов, а шкала по Бринелю или Талмейджу — непрерывно (фиг. 5). Точно так же можно проиллюстрировать любое из свойств минералов: магнитность, электропроводность, плотность и т. д.

Можно преобразовать информацию, изменив сигнал, или передавать ту же информацию с помощью различающихся сигналов. При этом необходимо учитывать искажение информации, потерю части информации в результате действия возмущения («шумов») на носитель информации, что изменяет передаваемое сообщение. Обычно несложно преобразовать непрерывную информацию в дискретную: например, абсолютную твердость минералов при передаче трансформировать в относительную шкалу. Обратное перекодирование невозможно, так как часть информации будет безвозвратно утеряна. В случае измерения общей радиоактивности пород «шумы» вызываются фоном самого прибора, космической составляющей, геометрией измеряемой поверхности и т. д. плюс «шумы» самой породы, вызванные дисперсией в распределении каждого из радиоактивных элементов в измеряемом объеме. Изменение вида сигнала может изменить непрерывный или дискретный характер информации, не меняя значения последней. Сказанное касается, в частности, кодов, дискретных по своей структуре.

Получение непрерывной информации всегда ограничивается инерционностью регистрирующих устройств, чувствительностью методов и средним уровнем ошибок измерения. Все это должно учитываться при обработке информации.

Автоматическая обработка информации имеет целью также комбинирование с целью выполнения операций или, как их еще называют, конечных действий над сообщениями при помощи машин. При геологических исследованиях чаще других используется метод поиска аналогий. Комбинирование сообщений ведется по некоторым логическим схемам, которые позволяют выявить аналогию по максимальному числу сочетаний. Под логикой в данном случае следует понимать совокупность правил комбинирования информации, которая выражается в правильной взаимозаменяемости геологических состояний элементов сравнения (или геофизических полей, обусловленных геологическими телами, или величин — носителей информации о геологических элементах). Не обязательно, например, вычислять содержание радиоактивного элемента по данным гамма-спектрометрического каротажа, поскольку между этими данными имеется однозначное (значимое) соответствие.

Таким образом, логическая сторона вопроса в данном контексте представляет собой перевод геологических (в том числе геофизических, геохимических и т. п.) параметров на некоторый язык сигналов. При этом геологические исследования описывают связи между геологическими телами во времени и пространстве, между причиной и следствием, связи естественно-генетические или эмпирические в зависимости от того, насколько верно представлен или моделируется геологический процесс и насколько верно, насколько полно эта модель воссоздается программой и (или) конструкцией в счетной машине, в которой при каждом ее состоянии содержится в каждый данный момент некоторое количество геологической информации.

Общий обзор трех видов информации — графической, логической и цифровой — показывает, что все виды сводятся в конечном итоге к цифровой информации. Правда, не все пути перекодирования графической информации в цифровую ясны, но это дело времени и наблюдательности. Если помнить, что любая цифра может быть закодирована сигналом, то станет ясно, что любая геологическая информация обрабатывается на обычных электронно-вычислительных машинах.

Перекодирование информации во всех случаях вовсе не обязательно и в каждом случае должно быть логически обосновано. Можно показать, что выделение толщ различного гранулометрического состава может быть заменено (расшифровано) изолиниями распространения пород разного гранулометрического состава (в сантиметрах, дюймах или любых других единицах измерения).

Существуют такие полезные ископаемые, для которых нет различия между геохимическими и геофизическими картами. Например, карта распределения урана может быть выражена в геофизических терминах (микрорентгены в час), химических индексах (содержание урана в процентах, граммах и т. д.) или в условных обозначениях (полезный минерал в %) и т. д. Точно так же содержание железа в рудах, толщах, формациях может быть отображено изолиниями количеств железосодержащего минерала, содержанием Fe или его окислов в %, или в магнитной восприимчивости, плотности и т. д. В этих случаях информация о физических полях отражает геологическую природу объектов, но в других терминах, в ином алфавите.

В общем случае геологическая карта принципиально ничем не отличается от карты геофизической, геохимической, топографической, поскольку все они представляют собой некоторое цифровое поле, закодированное для удобства условными знаками. Масштаб карты и способ изображения (легенда) определяют уровень сглаживания шумов, уровень осреднения наблюденных значений по некоторым правилам.

Не всякая информация обязательно должна подвергаться обработке. В этом отношении информацию можно разбить на две группы (Кренделев, 1969):

1) справочная (или паспортная) информация — это координаты объекта, место хранения информации о нем, автор и даты открытия или изучения, т. е. информация, не влияющая в общем случае на оценку объекта;

2) целевая информация — т. е. такая, переработка которой позволяет получить рекомендации для принятия решения. Поэтому при сборе информации надо четко понимать и эту двойственность информации. Если первая помогает найти и мобилизовать информацию, то вторая дает возможность избрать наилучшую стратегию.

Структура ИПС должна предусматривать возможность разделения всей информации на эти две категории, на два массива.

Есть еще третья градация — секретность. ИПС должна обеспечивать возможность мобилизации информации с «маскировкой» или «сокрытием» отдельных блоков памяти в случаях, если выдача всего массива информации по каким-либо причинам нежелательна.

Пьер Лаффит (Laffite, 1968, 1969) выделяет, кроме цифровой и графической информации, еще семантические данные (существительные, глаголы, прилагательные), которые и позволяют вести описание и, по сути дела, определяют алгоритмическую стадию обработки информации. Предложенный им проект «Геосемантика-70» является первой попыткой интегрировать данные, накопленные в памяти ЭВМ. Особенно важным следует считать этот раздел в связи с необходимостью сбора, хранения, учета и мобилизации самой разнородной геологической информации.

ГЛАВА 7

ПОИСКОВЫЕ ПРИЗНАКИ

Под поисковыми признаками В. И. Смирнов понимает непосредственные указатели месторождений полезных ископаемых (Смирнов, 1954, с. 166) и разделяет их на природные, т. е. связанные с формированием или разрушением месторождений, и на народные, связанные с деятельностью людей, разрабатывавших месторождения в прошлом.

К природным признакам он относит:

1) зоны измененных пород (при рудообразовании или разрушении выходов);

2) шлихи;

3) рудные валуны;

4) ореолы рассеяния рудного материала (механические, солевые, водные, газовые, биохимические и др.);

5) рудные выходы;

6) особые виды растений, развивающиеся на площадях месторождений.

Среди народных признаков он упоминает:

1) старинные («чудские») горные выработки и отвалы горных работ;

2) остатки древних обогатительных установок, металлургических заводов и шлаки;

3) археологические и исторические сведения;

4) названия мест (топонимика).

Поиски месторождений полезных ископаемых сводятся к поиску прямых поисковых признаков и последующей их оценке с помощью геологоразведочных работ. Однако такой подход себя изживает, так как перечисленные прямые поисковые признаки наблюдаются только с поверхности, а к настоящему времени практически вся поверхность уже обследована и вероятность выявления новых точек уменьшается и неумолимо стремится к нулю по тем полезным ископаемым, которые человечество ныне использует.

Все перечисленные признаки были визуальными и прямыми. Методы геофизики и геохимии помогают выделить новые признаки, отражающие характеристику физических полей, создаваемых геологическими телами. Косвенные методы помогают выявлять прямые признаки. К косвенным признакам можно отнести формационную принадлежность некоторых полезных ископаемых к определенным наборам (формациям) или даже к одной какой-то породе. Косвенными являются и некоторые стратиграфические, палеогеографические, магматические, геотектонические и другие признаки, причем некоторые из них являются положительными, а другие — отрицательными. Здесь положительность и отрицательность следует рассматривать относительно. Никто, например, не будет искать месторождений углей среди архейских толщ или в районах развития гранитов. В данном случае стратиграфический и магматический признак исключает возможность нахождения угля, т. е. оба признака отрицательны.

В. А. Воронич (1971) выделяет еще группу индикаторных признаков, выявляемых методами геохимии. Сущность заключается в использовании парагенетических ассоциаций элементов, когда по легко открываемому элементу можно установить наличие другого элемента или соединения. В этом смысле пироп есть индикатор при поисках алмазов; наличие ореолов мышьяка свидетельствует и о присутствии золота. Индикаторные признаки есть часть косвенных, и четких границ между ними нет.

Выявление признаков не решает задач поиска месторождений, так как обнаружение прямого или косвенного признака должно смениться его интерпретацией, осмысливанием и в конечном итоге — принятием решения о направленности разведочных работ. Следовательно, каждый признак должен быть оценен. Оценить — значит выяснить значимость каждого признака, определить его информационный вес, пределы (сферу) влияния данного признака, необходимый порядок выявления других признаков в процессе разведки.

Признак может быть описан двояко: а) дискретно — признак присутствует («да», «единица»), или отсутствует («нет», «ноль»); б) количественно — с конкретным численным указанием значимости поля (содержание элемента, соединения, минерала, физическая характеристика объекта или характеристика физического поля, им создаваемого). В варианте «б» отсутствие признака тоже отмечается нулем.

Уже из самого перечисления типов признаков видно, что для каждого полезного ископаемого имеется набор прямых положительных поисковых признаков. Для каждого из полезных ископаемых можно составить набор как положительных, так и отрицательных признаков. Для того чтобы диагностировать объект исследования вне зависимости от его масштаба (минерал, порода, рудное тело, месторождение, рудное поле, провинция, регион), необходимо собрать качественную или количественную характеристику некоторого числа свойств, представляемых в виде набора признаков этого объекта. В медицинской диагностике такой набор свойств обозначается термином «синдром». Задача при этом сводится к тому, чтобы по наименьшему числу признаков определить место исследуемого объекта в ряду прочих. Выявить сходство и различие объектов среди множества родственных ему объектов довольно трудно, так как различие и сходство могут проявиться одновременно на большом числе признаков. Значимость многих признаков не всегда легко обнаруживает функциональную связь. К тому же часто сложные объекты одного множества описываются набором не пересекающихся признаков. Большинство геологических классификаций в геологии многомерно, т. е. объект одновременно может быть расклассифицирован по большому числу признаков.

При дискретном описании можно использовать релятивизм (Кренделев, Дмитриев, 1969), заложенный в понятии «признак», поскольку любой признак несет в себе две функции:

во-первых, он позволяет отождествить исследуемый объект с группой, в которой данный признак имеется (имеет тот же знак, меру, конфигурацию);

во-вторых, он позволяет различать диагностируемый объект от той группы, в которой данный признак отсутствует (имеет обратный знак, иную меру, отличающийся контур).

В соответствии с этой особенностью любой признак может быть либо отождествляющим (+1), либо различающим (—1). Отнесение признака к любой из названных категорий зависит от того, какая группа объектов сравнивается, т. е. от выборки. Например, в ряду минералов магнетит — пирротин — пирит признак «магнитность» будет отождествляющим для первой пары магнетит — пирротин и различающим для пар пирротин—пирит и магнетит—пирит. Эта двойственность функции признака может быть легко проиллюстрирована любым из признаков, в том числе и прямым. Например, нахождение прямых признаков, благоприятных для поисков угля, неблагоприятно для нахождения соли. Обнаружение кварца в магматической породе неблагоприятно для нахождения нефелина. Обнаружение магнитной аномалии благоприятно для поисков железных и сульфидных руд, но отрицательно при поисках, например, штоков солей. Примеры можно продолжать до бесконечности. Эта двойственность в оценке признаков — ещё один стимул для сбора и упорядочивания всей информации в каждом данном районе. Эта двойственность чрезвычайно важна при сборе информации на перфокартах.

Главный вывод заключается в том, что любой признак, любое свойство объекта являются или могут явиться решающими в зависимости от того, поиск какого полезного ископаемого является нашей целью и на какой выборке решается задача.

ГЛАВА 8

МАТРИЧНОЕ ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВА ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Любая прогнозная задача геологии — будь то поиск, разведка, или тематическое исследование — сводится к последовательному описанию некоторого количества разнородных объектов. Этими объектами могут быть — минерал, горная порода, ископаемый организм, ассоциации минералов, пород, формаций, регионов (Кренделев, Дмитриев, 1969). Среди некоторого количества объектов имеются такие, которые обладают некоторыми интересующими нас свойствами. Для краткости такие свойства (или показатели) удобнее называть целевыми. Нетрудно показать, что в первоисточнике любая геологическая задача сводится к диагностике в иерархическом порядке минералов, пород, их совокупностей и окаменелостей. Любая задача в принципе сводится к последовательному определению минералов и их взаимоотношений, что и позволяет выстроить всю иерархию геологических тел: минерал, порода, слой, дайка, интрузивное тело, район, провинция, регион, сфера, планета.

Любое геологическое тело обладает таким сочетанием признаков, совокупность которых позволяет отличить его от всех остальных. Методы выявления и описания признаков могут быть самыми разнообразными. Для каждого геологического тела, даже такого элементарного, как минерал, можно выявить несколько десятков признаков, число которых в принципе бесконечно, поскольку бесконечно число существующих и возможных в будущем методов исследования.

Следовательно, любой геологический объект — будь то минерал, горная порода, рудное тело, любое геологическое тело — может быть охарактеризован строкой признаков N (1, 2, 3, ..., n), каждый из которых может принимать установленные для него значения N (x_1, x_2, ..., x_n), причем любое из этих свойств может быть выражено количественно путем сравнения с эталоном (числом) или качественно (дискретно).

Фактически дело приходится иметь не с одним объектом, а с их множеством. Сравнение объектов между собой и их упорядочивание и есть основа всех мыслимых классификаций. Такое сравнение служит базой любых методов эвристики. Дальнейшее изложение материала этой главы базируется на работах А. Н. Дмитриева, Ю. А. Журавлева, Ф. П. Кренделева (1966, 1967, 1968 а, б).

Описание совокупности объектов можно представить в виде таблицы (матрицы), в которой строкам соответствуют объекты, а столбцам — признаки (свойства). В общем виде матрица выглядит так:

M-1

	X_1	X_2	X_3	. . .	X_i	. . .	X_{n-1}	X_n
M_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	. . .	a_{1i}	. . .	$a_{1,\,n-1}$	a_{1n}
M_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	. . .	a_{2i}	. . .	$a_{2,\,n-1}$	a_{2n}
.								
.								
.								
M_j	a_{j1}	a_{j2}	a_{j3}	. . .	a_{ji}	. . .	$a_{j,\,n-1}$	a_{jn}
.								
.								
.								
M_m	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	. . .	a_{mi}	. . .	$a_{m,n-1}$	a_{mn}

Матрица может быть заполнена в двоичных символах (дискретно), или численно.

В этих таблицах a_{ji} — значение функции X_i на объекте M_j. Для простоты в дальнейшем будем обозначать такую таблицу $T\ (m \times n)$, где m — число строк, n — число столбцов.

Специфичность геологических задач во многих случаях состоит в том, что таблица выражает компактную совокупность функционально связанных и логически сходных признаков, характеризующих заданное множество объектов. Примером такой таблицы может служить любая диагностическая таблица минералов. По существу диагностика минералов и сводится к ряду операций, позволяющих найти его место в системе определительных таблиц. Табличное описание групп объектов автоматически представляет мобилизацию информации на одинаковом уровне изученности, поскольку заполнение столбца хотя бы в одной строке требует поиска сведений о том же признаке во всех остальных строках.

Ясно, что сумма информации, заложенная в таблице, вовсе не является простой арифметической суммой. Табличное задание информации позволяет выявить информацию, не производя измерений.

Примером наилучшей формы табличного описания и классификации химических элементов можно считать таблицу Менделеева. Здесь информация представлена настолько компактно и удачно, что можно заранее предсказать свойства еще не известного элемента. Это пример типичного эвристического подхода. Раскладывание пасьянса карточек химических элементов привело к такой таблице, сумма информации которой неизмеримо возросла. Простота, изящество, красота этой таблицы вызывает эстетическое чувство. «Но каковы математические характеристики, которым мы приписываем свойства красоты и изящества и которые способны возбудить в нас своего рода эстетическое чувство? — спрашивает Анри Пуанкаре (1970, с. 143) и отвечает:— Это те элементы, которые гармонически расположены таким образом, что ум без усилия может их охватывать целиком, угадывая детали. Эта гармония служит одновременно удовлетворением наших эстетических чувств и помощью для ума, она его поддерживает и ею руководствуется».

Сбор разрозненных фактов еще не наука. Настоящий научный вывод можно сделать только тогда, когда эти факты будут упорядочены, когда будет понята взаимосвязь между ними. Табличная форма описания фактов, объектов, событий наиболее компактна, информоемка, представляет наибольшие возможности для интерпретации.

Табличное задание информации позволяет сделать многие выводы, которые на первый взгляд представляются тривиальными.

Если в множестве

М-2

	X_1	X_2	. . .	X_n
M_1	1	0	. . .	1
M_2	1	0	. . .	1
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
M_m	1	1	. . .	1

все признаки характеризуются одинаковыми значениями, то все объекты M_i являются экземплярами одного и того же объекта и относятся к одному и тому же классу по любому из признаков. Примеры тут многочисленны: книги одного тиража, монеты одной чеканки, зерна одного и того же минерала в шлихе, шлифе и т. д. Если в этой совокупности признак X_n имеет стоимостное (целевое) выражение (цена, запасы, размер, значимость и т. п.), то в этом множестве, составленном эквивалентными объектами, все объекты имеют одинаковое значение целевого признака (предиката). При любой степени изученности все признаки остаются отождествляющими и не влияют на оценку признака. Следовательно, отождествляющие признаки не позволяют выяснить, лучше сказать вычислить, величину X_n.

С другой стороны, если в таблице целевой признак X_n в одной строке имеет отличное от других строк значение, в этой строке должен быть хотя бы один различающий признак, отличающий строку от остальных.

Следствием можно считать вывод о том, что при сравнении все сходные строки можно вычеркнуть, оставив только одну, любую из них.

М-3

	$X_1 X_2$	$X_3 X_4 X_5$	$X_6 X_7$	$X_8 X_9$	$X_{10} X_{11}$	X_{12}	$\ldots X_i \ldots$	X_n	X_{n+1}
M_1	1 0	1 0 1	0 1	1 1	1 1	—	. . . 1 . . .	1	1
M_2	1 0	1 0 0	1 0	0 0	1 —	—	. . . 0 . . .	0	2
M_3	1 0	1 1 0	1 0	1 1	— 0	—	. . . 0 . . .	0	3
M_4	1 0	0 1 1	1 0	0 0	1 —	—	. . . 1 . . .	1	4
M_5	1 0	0 0 1	0 1	1 1	— 1	—	. . . 1 . . .	1	5
M_6	1 0	1 1 1	0 1	1 1	— —	—	. . . 0 . . .	1	6

Если в таблице *М*-3 имеется столбец, заполненный сплошь нулями, этот столбец может быть вычеркнут, так как данный признак не характерен для данного множества объектов. Должен быть вычеркнут и столбец, сплошь заполненный единицами, так как мы уже убедились в том, что отождествляющие признаки не влияют на оценку целевого предиката. Этот признак входит в критерий общности. Конфигурация единиц, нулей и прочерков в таблице (*М*-3) позволяет выделить среди столбцов следующие типы (Дмитриев, 1968):

1) столбцы X_1 и X_2 — сквозные или отождествляющие; в них все строки заполнены одинаковыми символами; эти признаки образуют критерий общности, т. е. тот формальный перечень признаков, наличие которых определяет возможность включения объекта в данную совокупность объектов;

2) столбцы $X_3 - X_5$ — различающие; в них не все строки заполнены различными символами;

3) столбцы $X_6 - X_7$ — симметричные; в них в каждой строке стоят противоположные символы;

4) столбцы $X_8 - X_9$ — тождественные; иными словами, между этими столбцами имеется полная (100%-ная) корреляционная связь, и, следовательно, из всех таких столбцов может быть оставлен только один (любой из них);

5) столбцы $X_{10} - X_{11}$ — неполно изученные признаки, для части строк значение признака неизвестно;

6) столбцы X_{12} — неизученный признак; для всех строк значение признака неизвестно.

Для краткости в дальнейшем запись $T\ (m \times n)$ будет обозначать исходную таблицу, представленную m объектами, охарактеризованными n признаками.

Таблицу, в которой все строки представлены изученными объектами с известным значением целевого предиката, будем называть таблицей обучения (таблицей эталонов) и обозначать T_0.

Таблицу, в которой все строки представлены исследуемыми (экзаменуемыми) объектами, значение целевого предиката для которых неизвестно, будем называть таблицей проб (экзамена) и обозначать $T_{п}$. Если в таблице $m = n$ таблица (матрица) называется квадратной; если $m > n$ или $m \gg n$, таблица (матрица) называется вертикальной, если $n > m$ или $n \gg m$, таблица называется горизонтальной. Отношение $m : n$ характеризует вытянутость таблицы.

В матричном описании также заключается двойственность, так как m и n можно поменять местами. От этого в принципе ничего не изменится. Для удобства изложения мы будем обозначать через m объекты, а через n — признаки.

Если бы действительно всегда необходимо было составлять таблицу, то большинство геологов непременно бы отказалось применять математические методы. Задача облегчается тем, что каждая строка таблицы представляет объект, для которого может быть и должен быть обозначен его порядковый номер. В таком варианте каждая перенумерованная перфокарта, магнитная катушка и есть одна строка таблицы, составление которой можно поручить ЭВМ.

Задача сводится к тому, чтобы закодировать на носителе информации номер объекта, придать каждой ячейке смысловую нагрузку, выразить ее числом (сигналом) и тогда колода перфокарт и будет представлять собой таблицу. Это удобно еще и потому, что колоду можно перетасовывать, выбросить из нее (или вставить) одну или несколько карт, что автоматически будет означать изменение величины выборки. Отсюда ясно, что геологическая карта представляет собой особым образом свернутую объемную матрицу, если хотите, изображенную на плоскости голограмму. Любая точка карты несет в себе информацию о многих свойствах тела (возраст, литологический или петрографический состав, огрубленные химические характеристики, условия залегания и т. д.), причем описание разных свойств или характеристик ведется в различных алфавитах и с разной степенью точности и достоверности. Эта объемность тем выше, чем мельче масштаб изображения (карты). В большинстве случаев по карте мы можем судить не только о самой точке наблюдения (в координатах x, y), но и о том, что располагается под точкой наблюдения (по координате z). По сути дела, карта — это плоская видеоскопия.

Однако, как справедливо отмечает Лаудон (Loudon, 1971), табличная форма описания не всегда пригодна для записи геологических данных. В тех случаях, когда одновременно необходимо отразить общие и детальные наблюдения, выгоднее применять такие структуры описания, которые он называет структурами типа «сеть», или «дерево», «лес». Выбор структуры записи важен не только для наиболее полной регистрации наблюдений, но и для их обработки на ЭВМ. В той же работе приведено описание каждого типа структур, дан анализ достоинств и недостатков, приведены примеры использования различных структур описания.

ЧАСТЬ III

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

ГЛАВА 9

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЭВРИСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Матричное описание совокупности объектов или явлений позволяет решать многие задачи распознавания образов и таксономии. Упомянем из них только главнейшие.

Задача 1. Оценка существенности признаков в таблице эталонов; минимизация числа признаков, неизбыточно описывающих данную совокупность объектов. Математически это означает вычеркивание столбцов или их объединение. Мы уже говорили о том, что столбцы с прочерками и нулями могут быть вычеркнуты. В работах А. Н. Дмитриева и Е. А. Смертина (1969, 1970) показано, что симметричные столбцы имеют одинаковый информационный вес и могут быть объединены как тождественные признаки. Эта задача особенно важна в случае, когда $n \gg m$. По существу — это задача оценки представительности строк по наименьшему числу признаков. Достаточно ли и не избыточно ли число признаков для обучения?

При построении прогнозных карт это обозначает выбор необходимого и достоверного для реализации цели перечня условных знаков. В экономическом плане — это поиск пути удешевления геолого-съемочных или поисково-разведочных работ.

Задача 2. Оценка существенности строк таблицы эталонов, т. е. упорядочивание объектов по целевому предикату и (или) по степени изученности объектов. Математически это означает вычеркивание строк или их объединение. Мы уже отмечали, что идентичные строки, т. е. те, в которых во всех столбцах стоят одинаковые символы или одинаковая числовая величина, описывают экземпляры одного и того же объекта (тиража), и в таблице может быть оставлена любая, но одна, из таких строк.

В случае, когда объекты эталонной таблицы разбиваются на два класса, это — классический пример задачи распознавания образов. Если количество классов n, описываемых T_0, больше двух, это — типичная задача классификации, таксономии. Иначе говоря, это поиск меры информативности строк, расстояния между строками.

Задача 3. Нахождение места исследуемого объекта M_{m+1} в ряду объектов, описываемых T_0 обучающей выборки. Это наиболее типичная задача диагностики, оценки существенности целевого предиката нового (изучаемого) объекта, информация по которому неполная.

Задача 4. Разбиение $T_0\,(m \times n)$ на подтаблицы по n, т. е. ранжировка таблицы по группам объектов, классификация сравниваемых объектов множества. Это типичная задача таксономии, разбиение объектов обучения на подклассы, поиск алгоритмических правил, позволяющих произвести такое разбиение. Эта задача особенно актуальна при $m \gg n$. Совершенно ясно, что число классов в таблице зависит от величины выборки (m) и степени охарактеризованности объектов (n). Уже отсюда ясно, что число классификаций бесконечно, и не может быть создано единой, идеальной, универсальной классификации.

Задача 5. Разбиение $T_0\,(m \times n)$ на подтаблицы по n, т. е. ранжировка таблицы по системам признаков. Иными словами, это поиск групп признаков, которые могут быть объединены по их внутренним связям. Эта задача особенно актуальна при $n \gg m$. Как частный случай, можно рассматривать задачу вырезания части различающих признаков, не влияющих на оценку объектов совокупности. Это поиск меры информативности столбца, его «качества». В случае задания информации дискретно задача сравнительно проста; при численном описании признаков дело усложняется. При поисках и разведке — это формирование поисковых критериев, минимального набора поисковых признаков, синдромов, наилучшим образом коррелирующихся с целевым предикатом (запасами). Это же относится и к выбору минимального комплекса геофизических, каротажных измерений в скважинах и горных выработках, позволяющих с минимальным риском и минимальной ошибкой оценивать рудные горизонты, продуктивные слои, рудные пересечения и т. п.

Задача 6. Сравнение между собой двух или более обучающих таблиц с общей классификацией таблиц эталонов. Эта задача актуальна при необходимости сравнить группы объектов, описываемых сходным набором признаков и обладающих близкими значениями предикатов. Особенно важно это, например, при сравнении групп месторождений, расположенных в разных регионах, металлогенических провинциях.

Задача 7. Нахождение места исследуемого объекта M_j в ряду двух или более таблиц обучения. Иными словами, следует диагностировать объект по некоторому числу признаков с тем, чтобы хотя бы грубо отнести его к какому-то классу в системе обучающих выборок. Это задача грубой, приблизительной диагностики. Пример: необходимость отнесения диагностируемого минерала к классу самородных элементов, окислов, сульфидов, галоидов, сульфатов и т. д., без необходимости давать точную диагностику самого минерала.

Задача 8. Сравнение между собой нескольких таблиц со строго определенным количеством m или n. Эти задачи актуальны при комплексировании геофизических методов и интерпретации «сцепленных» кривых (каротажа, профилирования, зондирования и и т. д.). В этом случае описание признаков содержится в самой кривой, а объектами являются возмущающие тела (точки), среди которых надо выделить такой объект (такую точку), для которого целевой предикат соответствует требованиям (кондициям) или может быть определен качественно (например, водо-газо- и (или) нефтеносный горизонт). Эту задачу геологически можно сформулировать и по-другому. Имея набор карт с измеренными значениями x_n признаков, построить карту по целевому признаку x_{n+1}. Частный случай — вырезание из бесконечной таблицы с фиксированным числом признаков таких участков, на которых возможно появление целевого предиката с заданным значением. Сюда относятся вопросы интерпретации каротажных кривых, результатов профилирования, многоканальных аэросъемок, когда по сумме кривых надо вырезать продуктивные горизонты, возмущающие тела, аномальные участки, точки и т. п. В этом случае каротажная лента есть аналог матрицы, у которой объектами являются координатные точки, а признаки описываются непрерывным рядом чисел, изображенных в виде графиков, кривых или точек отсчетов.

Н. Г. Загоруйко (1969) полагает, что все эти задачи можно изложить в еще более общем виде и свести к трем:

1) поиск решающей функции различных строк и (или) столбцов;

2) поиск системы информативных признаков, достоверно и не избыточно описывающих совокупность объектов;

3) поиск исходной классификации объектов (таксономии).

В еще более обобщенном виде ставит все эти задачи Ю. А. Воронин (Воронин и др., 1970). Графически можно изобразить это так (M-5).

Имеется $T^1_э$, в которой известны все значения n признаков на m объектах. Это таблица обучения, позволяющая ранжировать (классифицировать) объекты M и определять существенность каждого из n признаков, в том числе целевой предикат.

Поступает в обработку таблица T^2_n, в которой некоторое число объектов от M_{m+1} до M_k описывается неполным набором признаков. Требуется оценить значение части признаков от X_{i+1} до X_n, в том числе и целевого предиката по неполной информации, содержащейся в T^2_n. Иначе говоря, следует заполнить пустые клетки в T^3_n.

Нам представляется, что возможен вариант еще более общей постановки всех задач. Пусть имеется таблица T ($m \times n$), некоторые строки и столбцы которой изучены полностью, причем любой из признаков может быть целевым. В некоторых клетках матрицы (a_{ji}) значение признака неизвестно. Требуется высчитать (опреде-

M-5

	X_1	X_2	X_3 . . .	X_{i+1}	. . .	X_{n-1}	X_n
M_1							
M_2							
·	$T^1_э$						
·							
·							
M_m							
M_{m+1}							
M_{m+2}							
·	T^2_n			T^3_n			
·							
·							
M_k							

лить, найти, угадать) значение данного признака в данной строке. Тогда строки, в которых нет пустых столбцов, можно считать эталонными и на них произвести обучение. В клеточки может быть вписан не только признак (пример, определительские таблицы минералов), но и объект (пример, описание химического элемента в таблице Менделеева), охарактеризованный набором признаков, каждый из которых может быть определен. Такая постановка наиболее близка к существу геолого-съемочных и поисковых работ. В этом случае каждая клетка матрицы сопоставляется с объектом (строкой), а перечень измеряемых свойств — со столбцами. Задача сводится к тому, чтобы заполнить пустую клетку матрицы, не производя измерений (эксперимента), и определить меру достоверности такого заполнения, или найти наиболее дешевый способ измерения для заполнения числом такой клетки. Если геологическую карту разбить на клетки (что фактически соответствует точкам наблюдений) и в каждой клетке свойства наблюдаемого геологического объекта (обнажения, аномалии, геологического тела и т. п.) описывать некоторым набором признаков, то задача сводится к тому, чтобы выделить такую клетку, выявление целевого признака в пределах которой наиболее вероятно. Имея набор таких клеток (точек), мы сможем составить прогнозную карту. Чем больше будет удельное число клеток на единицу оцениваемой площади, тем детальнее может быть выполнен прогноз.

Заканчивая этот раздел, мы еще раз хотели бы подчеркнуть, что оценка любого геологического тела сводится к задаче классификации: диагностики исследуемого тела и его отнесения в некоторую целевую группу (объектов, тел). Следовательно, при матричном описании множества объектов мы имеем дело или с классификацией этих объектов по совокупности признаков, или разбиением признаков на группы, позволяющие упорядочивать объекты.

ГЛАВА 10

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ

Приведенные примеры ясно показывают, что существует достаточное, в принципе бесконечное, количество различающих признаков; выбор признаков и их количество целиком зависят от задачи исследования и умения исследователя. Для удобства полезно ввести понятие множества признаков, которое будем обозначать $\mathfrak{N}$. Некоторые исследователи применяют понятие «признаковое пространство» или «пространство признаков». Кроме того, будем изучать множество объектов (геологических тел), которое обозначим $\mathfrak{M}$.

Каждому объекту может быть сопоставлен признак (признаки) и, наоборот, каждому признаку сопоставляется объект (объекты).

Пример 1. Пусть множества $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{M}$ конечны. Можем перенумеровать их. $\mathfrak{N}$ состоит из n элементов, $\mathfrak{M}$ из m элементов. Тогда соответствие можно представить в виде матрицы $\{a_{ij}\}$, причем $a_{ij} = 1$, если i-тый объект обладает j-тым признаком, в противном случае $a_{ij} = 0$.

Таким образом мы описали все возможные связи между $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{M}$. В общем случае такую простую связь не отыщешь, но тем не менее мы введем множество A ($\mathfrak{N}$, $\mathfrak{M}$). Это будет множество «связей» между $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{M}$. В действительности это будет множество отображений из $\mathfrak{N}$ в $\mathfrak{M}$. Наша задача будет заключаться в поисках наилучшего из таких отображений. Поясним это на примере.

Пример 2. Возьмем множество A ($\mathfrak{N}$, $\mathfrak{M}$) из примера 1. Как мы выяснили, это будет множество матриц ($m \times n$), и задача будет заключаться в поисках оптимальной из них. Так как множество матриц ($m \times n$) имеет самостоятельный интерес, мы подробнее изучим на нем постановку задачи. Задачу будем формулировать в терминах «распознавания образов».

Итак, имеем: 1) множество признаков $\mathfrak{N}$, которое перенумеруем 1, 2 ... n; 2) множество объектов $\mathfrak{M}$, которое перенумеруем 1, 2, ..., m; 3) множество A ($\mathfrak{N}$, $\mathfrak{M}$), которое совпадает с множеством матриц ($m \times n$); 4) множество s — есть множество значений, которые принимают элементы матрицы $\{a_{ij}\}$. В нашем случае s $\{0,1\}$. Пусть теперь имеется некоторое количество элементов матрицы, у которых значения не определены. Это множество обозначим τ. Нагляднее будет, если это есть множество индексов (i, j), при которых a_{ij} не определено; иными словами, в матрице имеются ячейки, в которых стоит «—» прочерк. Мы можем заполнить эти прочерки всевозможными элементами из s. В результате получим набор матриц $A\ (s, \tau)$. Очевидно, $A\ (s, \tau)$ — есть подмножество множества $A\ (\mathfrak{N}, \mathfrak{M})$ и совпадает с ним, если во всех пересечениях матрицы стоят прочерки. Введем теперь критерий оптимальности k, который лежит в пространстве критериев K. Относительно его будем искать лучшую матрицу. Простота в этом случае достигается за счет конечности $A\ (s, \tau)$; мы просто в состоянии перебрать все возможности. Кроме того, в этом случае существование оптимального элемента очевидно. Таким образом, задача поставлена корректно. Видно, что от исследователя зависит выбор критерия оптимальности k. Приведем ряд примеров, где разъясняется суть k.

Пример 3. Пусть на $A\ (\mathfrak{M}, \mathfrak{N})$ задан функционал

$$f : A\ (\mathfrak{N}, \mathfrak{M}) \to R; \tag{7}$$

требуется найти экстремум f на множестве $A\ (s, \tau)$. Это типичная вариационная задача с ограничениями.

Ясно, что можно ввести огромное количество различных функционалов, что указывает на гибкость постановки задачи в целом. В связи с тем, что для поиска экстремумов необходимо знать топологические свойства пространства $A(\mathfrak{N}, \mathfrak{M})$, нужно вводить на них матрицу и т. д. Для выяснения природы введенных нами множеств, дадим ряд полезных с точки зрения вычислений определений.

Определение 1: назовем элемент $k \in K$ разрешающим, если для критерия K существует хотя бы один оптимальный элемент из $A\ (s, \tau)$.

Определение 2: назовем элемент $k \in K$ однозначно разрешающим, если оптимальный элемент в точности один.

Определение 3: пусть $k_1, k_2 \in K$; тогда будем говорить, что k_1 сильнее k_2, если из того, что множество элементов из $A\ (s, \tau)$ оптимально для k_1, следует, что оно является оптимальным и для k_2. Тем самым на K введено отношение порядка, и полезно разбить все K на классы эквивалентности, и тогда если что-нибудь доказано для элементов, то тем самым что-то доказано и для класса эквивалентности.

Рассмотрим элементарный пример, в котором отчетливо проявляются все свойства введенных нами множеств. Пусть $A\ (\mathfrak{N}, \mathfrak{M})$ есть множество $s = \{0,1\}$ при $m = n = 2$. Выберем матрицу $\begin{pmatrix} 1 & - \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, т. е. множество $A\ (s, \tau)$ состоит из двух матриц $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. И нам нужно выбрать оптимальную. Для этого рассмотрим несколько критериев. Будем смотреть на матрицу как на отображение плоскости на плоскость. Посмотрим, во что перейдет единичный квадрат при отображениях из $A\ (s, \tau)$? Отображение $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ переведет квадрат в параллелограмм с координатами вершин: (0, 0), (1, 1), (2, 1), (1,0). Отображение $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ переведет квадрат самого в себя. С этой точки зрения и будем получать оптимальные отображения:

1) назовем оптимальной ту матрицу, которая имеет образ с минимальной площадью; очевидно, что этот критерий не дает возможности различить матрицы, ибо площадь образов в обоих случаях есть 1;

2) назовем оптимальной матрицу, у которой образ квадрата имеет максимальной периметр; тогда:

а) Периметр для $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4$;

б) Периметр для $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2(\sqrt{2} + 1)$;

очевидно, что здесь в качестве оптимальной выступает матрица «б»;

3) назовем оптимальной ту матрицу, которая имеет образ с наименьшим произведением длин диагоналей. Тогда:

а) произведение длин диагоналей $Y \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \sqrt{5}$;

б) произведение длин диагоналей $Y \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2$.

Отсюда оптимальной будет матрица «б».

Замечание 1: здесь критерий оптимальности K задается уже не как функционал $A\ (\mathfrak{N}, \ \mathfrak{M})$, что дает еще один пример получения выбора критериев;

Замечание 2: все эти критерии не сравнимы.

В качестве другого примера приведем такой, в котором можно довести вычисления до конца, но этих вычислений очень много. Кроме того, функционал будет уже не такой, как в будущих примерах. В качестве $A\ (\mathfrak{N}, \mathfrak{M})$ возьмем множество $(m \times n)$ матриц. Пусть в заданной матрице есть некоторое количество прочерков; при этом s есть некоторое конечное множество. Тогда критерий оптимальности будет следующий: сначала переставить все строки и столбики так, чтобы в левый верхний угол переместились все $\{a_{ij}\}$ с известными значениями. Таким образом, будет получена матрица $(k \times l)$, в которой все известно (обучающая часть выборки), и мы можем решать «игру», соответствующую этой матрице, и тем самым найти распределения вероятностей (т. е. смешанные стратегии) $p_1 \ldots p_k$. После чего $l + 1$ строчку заполняем элементами из s и выбираем элементы из s так, чтобы, когда мы решили игру $\{k \times (l + 1)\}$, у нас было минимально выражение $\max_{i=1 \ldots k} |p_i - p_i^*|$, где p_i^* — смешанные стратегии для игры

$k \times (l + 1)\}$, и продолжать так вниз до тех пор, пока не исчерпаем все строки матриц. После чего движемся вправо тем же методом. Кратко сошлемся на алгоритм, указанный в работе А. Н. Дмитриева, Ю. Н. Журавлева, Ф. П. Кренделева (1968а). Этот алгоритм тоже работает на множестве матриц из $s = \{0,1\}$; в качестве оптимальности берется логическая целесообразность, вследствие чего берутся логические операции.

Таким образом, этот алгоритм является таким, что вычисления проводятся до конца, в чем его главное достоинство и недостаток. Достоинство состоит в том, что рассматривается полный перебор элементарных матриц, названных «тупиковым тестом», а недостаток — в том, что на реализацию алгоритма затрачивается много машинного времени.

Могут быть предложены многие другие конкретные алгоритмы, которые имеют больший практический смысл.

ГЛАВА 11

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЭВРИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Большинство задач геологии в конечном счете сводится к сравнению исследуемого объекта (минерала, породы, рудного тела, пласта, залежи, рудного района, провинции, эпохи, явления) с уже известными и к оценке перспектив (свойства, качества, возможности появления). Именно поэтому изучению данного объекта должен предшествовать сбор информации по тем объектам, с которыми мы намереваемся сравнить изучаемый объект. Иными словами, прежде чем диагностировать изученный объект, необходимо собрать информацию для обучающей выборки.

При машинной обработке информации в геологических задачах можно наметить следующие главные этапы (Кренделев, Дмитриев, 1969).

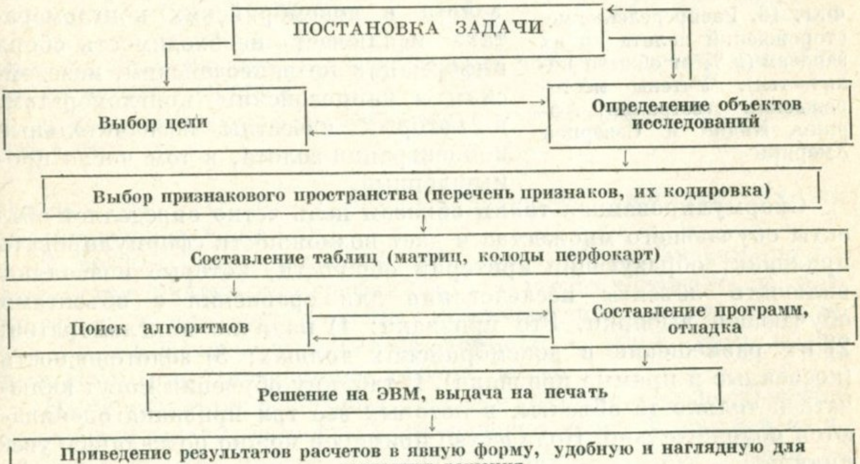
1. Постановка задачи, уточнение цели и сбор информации для составления T_0 (обучающей выборки); составлению T_0 предшествует выбор объектов и перечня (пространства) признаков.
2. Кодирование признаков и составление таблиц.
3. Поиск алгоритмов и составление программ для решения задач на ЭВМ; адекватность модели объекту исследования определяет успех.
4. Выдача на печать результатов решения на ЭВМ.
5. Выражение результатов на ЭВМ в явной форме, интерпретация полученных результатов, обобщение и принятие решения.

Качество интерпретации решающим образом зависит от того, насколько наглядно, доходчиво, удобно для принятия решения представлена обработанная информация.

Все эти этапы переплетаются между собой, взаимно связаны. Приходится неоднократно возвращаться назад и искать новые пути. Общая схема обработки информации на ЭВМ представлена ниже.

Решающее значение имеет здравый смысл, геологический контроль на каждом этапе решения, профессиональная подготовленность специалиста-эксперта, составляющего обучающую матрицу и выполняющего интерпретацию. Рассмотрим некоторые из этих этапов.

Постановка задачи исследования и перечень объектов обучающей и контрольной выборки связаны между собой сложной зависимостью. Например, нам предстоит оценить перспективы поисков золота в данном районе. Эта цель поставлена в слишком общем виде, сбор информации обо всех месторождениях золота нереален и может оказаться дороже, чем проведение разведочных работ на площади поисков (только в одной Северной Америке больше 10 тыс. месторождений, имеющих собственные названия). Кроме того, следует сразу уточнить цель: какие конкретные типы месторождений интересуют нас на выбранной площади. Может быть, следует выделить не все месторождения, а только те, которые по каким-либо признакам или причинам особенно привлекательны (фиг. 16). Такими признаками могут оказаться технологические



свойства ископаемого (например, не вообще алюминиевое сырье, а только бокситы; не любые железные руды, а только те, которые может перерабатывать горно-обогатительный комбинат и т. д.). Причинами чаще других оказываются или среднее содержание полезного компонента или запасы. По мере уточнения цели количество объектов уменьшается.

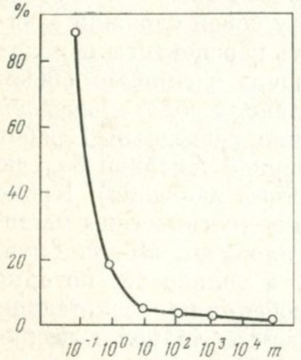
Рассмотрим это на примере поиска крупных месторождений золота. Общая постановка задачи «Поиск месторождений золота» нереальна и не может быть решена в конечные сроки.

Уточним поэтапно цель.

а. «Поиск коренных месторождений золота» исключает необходимость сбора информации по россыпям.

б. «Поиск коренных месторождений золота в конгломератах» исключает необходимость сбора информации по всем типам золоторудных месторождений (жильных, штокверковых и т. д.), кроме конгломератов.

в. «Поиск коренных месторождений золота в докембрийских конгломератах» исключает необходимость сбора информации по палеозойским, мезозойским и кайнозойским конгломератам, в которых известны незначительные концентрации золота, в том числе промышленные.



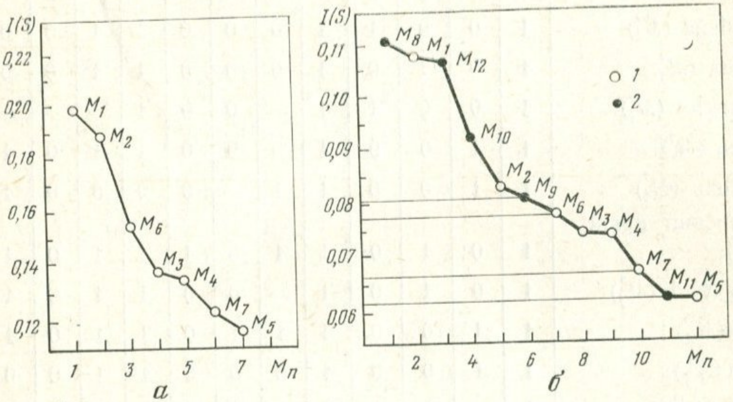
Фиг. 16. Распределение месторождений золота по их запасам (в % от общего количества). Учтены месторождения Австралии, Африки, Индии и Северной Америки

Сформулированная таким образом цель четко определяет объекты обучающего множества и дает возможность сформулировать признаки, образующие критерий общности, которые позволяют включать объекты исследования для сравнения с объектами обучающей выборки. Это признаки: 1) наличие конгломератов; 2) их размещение в докембрийских толщах; 3) золотоносность (косвенные и прямые признаки). В таблицу обучения могут включаться только те объекты, в которых все три признака оцениваются положительно. Количество примеров можно по желанию увеличить.

Можно ставить задачу и по-другому. Например, «Поиск месторождений с запасами более 1000 т». Тогда в эту группу (см. фиг. 16) попадает одно месторождение типа древних конгломератов (район Витватерсранда с отработанными и находящимися в недрах запасами порядка 85—100 тыс. т), а также месторождения Колар в Индии (запасы более 800 т), Калгурли и Калгурди в Австралии, группа месторождений Западных штатов США (жильная зона Мазер Лоуд) и в Калифорнии.

Общими для этой группы месторождений служат следующие признаки: 1) кварц-пирит-хлорит-серицитовая рудная ассоциация; 2) залегание в докембрийских толщах (кроме Калифорнии); 3) вмещающие породы представлены сланцевыми толщами, метаморфизованными в фации зеленых сланцев. Критерий общности в такой постановке уже иной. Сбор информации для обучающей выборки позволяет получить два документа, иллюстрируемые на примере докембрийских конгломератов:

1) таблица обучения $T_0 (m \times n)$, в которой m — это число известных месторождений конгломератового типа в докембрийских



Фиг. 17. Упорядочивание месторождений по информационному весу *I* (*s*) соответствующих им строк

а — на материале обучения; *б* — общий график эталонов (*1*) и проб (*2*); номера объектов даны в табл. 1 и 2

толщах (табл. 1), n — перечень признаков, описывающих эти месторождения (табл. 2);

2) график упорядочивания месторождений по запасам (по целевому предикату); этот график (фиг. 17) может учитывать не только запасы золота, но и попутных компонентов (урана, серы, алмазов и т. д.), а также выражаться стоимостью, ценой суммы полезных ископаемых на единицу объема, веса.

На первом этапе решающее значение имеет правильность в формулировке задачи, четкость в определении цели. Здесь, как нельзя более кстати, можно упомянуть принцип Питера: «Если вы не знаете, куда идете, то, вероятнее всего, попадете туда, куда и не рассчитывали попасть» (Питер, Хилл, 1971).

При сборе информации особенно важно помнить о необходимости максимально возможного упорядочивания не только объектов, но и признаков. Сбор разрозненных фактов, данных, информации еще не дает возможности сделать вывод. Порядок, в котором расположены элементы (признаки), имеет гораздо большее значение, чем сами элементы. Это мы уже иллюстрировали таблицей Менделеева. По-настоящему хороший научный вывод можно сделать только тогда, когда будет выявлена взаимосвязь между выявлен-

Таблица 1

Таблица признаков

Месторождение, район	Номер												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Витватерсранд (M_i^1)	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0
Блайнд-Ривер (M_i^2)	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
Жакобина (M_i^3)	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
Мунана (M_i^4)	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
Австралия (M_i^5)	1	0	0	1	1	—	0	0	1	—	—	—	—
Тарква (M_i^6)	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1
Эно-Коли (M_i^7)	1	1	0	0	1	1	—	0	0	0	0	1	1
Енисейский кряж (M_j^8)	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
Район X—1 (M_j^9)	1	0	1	0	1	—	0	0	1	1	0	1	1
КМА (M_j^{10})	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
Патом (M_j^{11})	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	—
Алдан (M_j^{12})	1	—	1	1	1	1	1	1	—	1	—	1	1

	Номер признака (X)												
	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Витватерсранд (M_i^1)	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
Блайнд-Ривер (M_i^2)	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
Жакобина (M_i^3)	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
Мунана (M_i^4)	0	0	1	1	1	1	1	—	0	—	—	—	—
Австралия (M_i^5)	1	1	1	0	1	1	1	—	0	—	—	—	—
Тарква (M_i^6)	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
Эно-Коли (M_i^7)	1	1	1	1	1	1	1	—	1	1	0	0	0
Енисейский кряж (M_j^8)	0	1	1	1	1	1	1	1	—	1	—	—	—
Район X—1 (M_j^9)	1	1	1	—	1	1	1	1	—	0	1	1	1
КМА (M_j^{10})	0	1	1	—	1	1	1	1	1	1	—	—	—
Патом (M_j^{11})	—	1	—	—	1	1	1	1	—	0	1	—	—
Алдан (M_j^{12})	1	1	1	1	—	1	1	—	—	—	—	—	—

$M_i^1 - M_i^7$ известные (эталонные) месторождения; $M_j^8 - M_j^{12}$ — сравниваемые районы СССР; 1 -- наличие признака, 0 — отсутствие признака, тире — отсутствие сведений о признаке.

Номер признака (X)																					
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
1	1	1	0	—	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	—	1	1	1	—	1	0	1	0	0	0	0	—	1	0	1	1	1
1	1	1	0	—	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	—	0	1	0	1	—	1
0	0	0	1	—	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	—	0
—	0	0	1	0	0	—	—	—	—	—	1	—	1	0	1	—	—	—	1	—	0
0	0	0	1	—	0	1	1	1	1	1	—	—	—	0	—	—	0	0	1	—	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0	—	—	—	0	—	0	0	1	—	—	0	1	0
—	1	1	1	—	1	1	1	1	—	1	1	0	0	1	0	1	1	—	1	1	1
—	—	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	0	0	1	—	—	1	1	1
—	1	1	—	—	1	1	1	1	—	—	—	0	0	0	0	1	—	—	1	1	1
—	—	1	—	—	—	1	—	—	1	—	1	0	0	0	0	1	—	—	—	—	—
1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	—	0	0	1	—	—

Номер признака (X)																				
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	—	—	1	1	1	1	—	—	—	0	0	1	1	0	1	1
—	0	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	1	1	1	0	1
0	0	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	1	0	0	—	—
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	1	0	0	1	0	1	—
0	—	—	—	0	—	—	—	—	—	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	—
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	—	1	1	1	—	1	1
1	—	—	—	1	—	1	—	1	1	1	—	1	—	—	1	1	—	—	—	—
1	1	1	—	1	1	1	—	—	1	1	1	1	—	—	1	1	1	1	—	—
1	—	—	—	1	—	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1	1	1	1	1	—

Таблица 2

Кодовая таблица и информационный признак

Признаки	Содержание признака	Оценивающие данные			
		учет признаков	частота встречаемости	информационный вес $P(i)$	ранг значимости
	Геологический возраст				
X_1	Докембрий	—	—	—	—
X_2	Нижний протерозой	A*	0,354	0,65	III
X_3	Средний протерозой	A	0,447	0,82	II
X_4	Верхний протерозой	A	0,299	0,54	—
	Структура региона				
X_5	Второй структурный этаж	—	—	—	—
X_6	Область перехода от архейского щита к протерозойской платформе	A	0,363	0,66	III
X_7	Платформенный чехол на архейском основании	A	0,220	0,40	IV
X_8	То же, на протерозойском основании	A	0,323	0,59	III
	Характер рудовмещающей толщи				
X_9	Ритмично-слоистые отложения передовых прогибов с олигомиктовыми базальными толщами	A	0,473	0,87	II
X_{10}	Для толщи характерно постепенное погрубение осадков сверху вниз	A	0,173	0,32	V
X_{11}	Для толщ характерно постепенное погрубение осадков снизу вверх	A	0,169	0,30	V
X_{12}	Рудные горизонты в базальной олигомиктовой толще	—	—	—	—
X_{13}	Рудные пласты неоднократно повторяются в низах разреза	—	—	—	—
X_{14}	Рудные пласты встречаются в верхах разреза	—	—	—	—
X_{15}	Рудная толща перекрывается платформенными отложениями	A	0,215	0,39	IV
	Тектоническое строение рудного поля				
X_{16}	Крупные пологие синклинальные складки, осложненные складками второго порядка	A	0,214	0,39	IV
X_{17}	Моноклинальные складки	A	0,217	0,40	IV
X_{18}	Сложные моноклинали, осложненные чешуйчатыми надвигами	—	—	—	—
X_{19}	Дисгармонично смятые сланцевые толщи в верхах разреза	A	0,345	0,63	II

Таблица 2 (продолжение)

Признаки	Содержание признака	Оценивающие данные			
		учет признаков	частота встречаемости	информационный вес P (i)	ранг значимости
	Литология вмещающей толщи				
X_{20}	Толща начинается с олигомиктовых конгломератов, гравелитов или песчаников	—	—	—	—
X_{21}	На базальном горизонте залегают силлы и силлообразные дайки диабазов, порфиритов или эти породы секут рудную толщу в рудных полях	*B*	0	0	VII
X_{22}	На базальной толще залегают железистые породы (кварциты, итабириты, сланцы, песчаники с гематитом)	*B*	0,362	0,630	II
X_{23}	Кварциты в виде отдельного горизонта	*B*	0,167	0,290	IV
X_{24}	Кварциты по всему разрезу	*B*	0,082	0,014	VI
X_{25}	Прослои карбонатных пород	*B*	0,412	0,710	I
X_{26}	Прослои кремнистых доломитов	*B*	0,303	0,530	II
X_{27}	Прослои доломитизированных известняков	*B*	0,327	0,570	II
X_{28}	Карбонатные прослои единичные, маломощные	*B*	0,262	0,450	III
X_{29}	В разрезе базальных горизонтов залегают миндалекаменные кварцевые порфиры	*B*	0,372	0,640	I
X_{30}	В верхах толщи залегает пачка черных пиритизированных сланцев	*B*	0,099	0,170	V
X_{31}	Разрез толщи венчается горизонтом тиллитов	*B*	0,240	0,140	IV
X_{32}	Тиллиты в средних частях разреза	*B*	0,275	0,480	III
	Породы основания фундамента				
X_{33}	В основании толщи есть горизонт грубообломочных конгломератов	*B*	0,743	0,300	I
X_{34}	Толща залегает на кварц-серицитовых сланцах	*B*	0	0	VII
X_{35}	В подстилающей толще преобладают зеленокаменные породы и сланцы	*B*	0,277	0,480	III
X_{36}	В подстилающей толще преобладают гнейсы и граниты	*B*	0,167	0,290	V
X_{37}	В подстилающей толще известны основные эффузивы или интрузии	*B*	0,500	0,870	I
X_{38}	Породы основания прорваны гранитоидными интрузиями	*B*	0,362	0,630	II

Таблица 2 (продолжение)

Признаки	Содержание признака	Оценивающие данные			
		учет признаков	частота встречаемости	информационный вес $P(i)$	ранг значимости
X_{39}	В подстилающих толщах известны кислые эффузивы	*B*	0,370	0,640	II
	Детали строения рудных горизонтов				
X_{40}	Рудные горизонты представлены пластами, выдержанными по падению и простиранию	—	—	—	—
X_{41}	Рудные линзы или струи конгломератов, гравелитов или песчаников	—	—	—	—
X_{42}	Рудный горизонт представлен олигомиктовым кварцевым материалом	—	—	—	—
	Гальки по объёму составляют				
X_{43}	более 70% породы	*B*	0	0	VII
X_{44}	менее 70% породы	—	—	—	—
X_{45}	Цемент кварц-серицитовый с	*B*	0,313	0,540	II
X_{46}	хлоритом или кварц-хлоритовый	*B*	0,044	0,070	VI
X_{47}	Цемент кварц-серицитовый с пирофилитом	—	—	—	—
X_{48}	Цемент «черный песок»	—	—	—	—
X_{49}	Цемент глинистый	—	—	—	—
X_{50}	В руде содержатся промышленные концентрации золота	—	—	—	—
	В составе акцессорных минералов				
X_{51}	нет магнетита	*B*	0	0	VII
X_{52}	нет ильменита	—	—	—	—
X_{53}	нет лейкоксена	*B*	0,053	0,090	VI
X_{54}	В составе элементов примесей присутствуют элементы, характерные для кислых пород	—	—	—	—
X_{55}	То же, для основных пород	—	—	—	—
X_{56}	То же, для щелочных пород	—	—	—	—
	Характер минерализации				
X_{57}	Рудные минералы круглой или округлой формы	—	—	—	—
X_{58}	Рудные минералы явно эпигенетичны	—	—	—	—
X_{59}	В рудных горизонтах содержатся рудные прожилки или стяжения	*B*	0	0	VII
X_{60}	В продуктивной толще и в диабазах встречаются рудные прожилки	—	0	—	—

Таблица 2 (окончание)

Признаки	Содержание признака	Оценивающие данные			
		учет признаков	частота встречаемости	информационный вес $P(i)$	ранг значимости
X_{61}	В продуктивной толще встречаются альбитизированные и полевошпатизированные зоны или прожилки	—	—	—	—
X_{62}	В исследуемом районе известны жилы с монацитом	—	—	—	—
X_{63}	Урановые минералы представлены слюдками	—	—	—	—
X_{64}	Окисленные руды известны вдоль сбросов (на поверхности, по выходам)	A	0,319	0,58	III
	Магматические проявления				
X_{65}	Граниты только в подстилающей толще	A	0,528	0,97	I
X_{66}	Основные породы развивались только после продуктивной толщи или сингенетично с ней	A	0,456	0,83	II
X_{67}	Кислые интрузии рвут продуктивную толщу или последняя содержит кислые эффузивы	—	—	—	—
X_{68}	Щелочные породы существенно моложе продуктивного комплекса	—	—	—	—
X_{69}	В структуре, вмещающей продуктивную толщу, известны кимберлитовые трубки или в перекрывающих отложениях выявлена алмазоносность	A	0,343	0,63	III

Примечание: *A* — структурно-формационные, *B* — вещественные признаки.

ными фактами или событиями, поскольку эвристические методы базируются в основном на поиске аналогии.

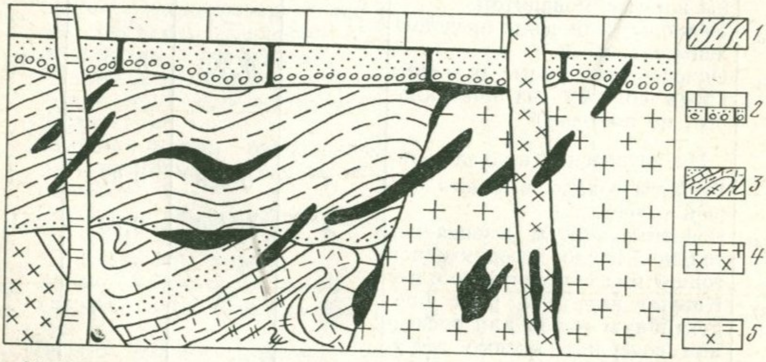
Для любого из объектов обучения может быть составлен список признаков, каждый из которых может быть зарегистрирован под своим номером (см. табл. 2). Полная совокупность признаков должна обеспечивать необходимость и достаточность для всесторонней характеристики объекта.

Ясно, что при описании объектов должны учитываться только сами признаки, а не их генетическая или любая другая их интерпретация. Уже в самом описании должна содержаться информация, позволяющая такую интерпретацию. Короче, должен учитываться сам факт, а не его истолкование. Далее, подбор фактов не должен быть субъективным. Нельзя отдавать предпочтение какой-либо гипотезе, отсекать факты, которые ей противоречат.

Описание объекта не должно быть избыточным. Например, если описана твердость, равная 10, то нет необходимости описывать все остальные свойства этого минерала, так как в природе известен только один минерал с такой твердостью — алмаз.

Удобнее упорядочивать признаки по каким-то группам (структурные, возрастные, литологические, локальные и региональные и т. д.).

При сборе информации по проблеме докембрийских конгломератов мы составили идеализированную схему (фиг. 18), объединяющую особенности всех проявлений оруденения в конгломератах.



Фиг. 18. Идеализированная схема описания районов развития древних конгломератов

5 — дайки; *4* — интрузии; *2* — кровля, перекрывающие породы; *1* — вмещающие породы; *3* — подстилающие породы. Черное — рудные тела разных генетических и морфологических типов и их взаимоотношения с интрузиями, дайками и вмещающими породами

При характеристике рудных районов всегда имелась информация только по рудным телам и вмещающим толщам, но редко удавалось охарактеризовать породы кровли и подстилающих толщ (рис. 18). В каждой из упомянутых толщ характеризовалось наличие всех главных разновидностей пород — грубообломочных, обломочных, сланцевых толщ, карбонатов, эффузивов разного состава, метаморфических разностей и т. д. При описании интрузивных пород, дайковых серий отмечались все случаи пересечения каждой из толщ интрузивами главных типов магматических пород (ультрабазитов, базитов, средних, кислых и щелочных пород). Метаморфические проявления описывались в каждой из толщ и пересекающих ее интрузивных и дайковых сериях. Громоздкость схемы только кажущаяся. Практически в большинстве случаев отсутствует информация по интрузиям во вмещающих толщах, по подстилающим толщам, а для перекрывающей имелась только в одном случае (Витватерсранд). Принятая методика не позволяет пропустить существенную информацию. Это похоже на таблицу умножения, которую мы запоминаем без пропусков, хотя отлично понимаем, что она избыточна. Действительно, 5 × 7 и 7 × 5 все равно 35, но система запоминания такова, что удобнее запомнить все 100 сочетаний цифр от 1 до 10, хотя практически достаточно запомнить только 45 из них.

Описание объекта не всегда позволяет составить таблицу, которую можно было бы заполнить результатами измерений, наблюдений, описаний, поскольку получаемая информация различна по своей природе (логическая, измерительная, графическая). Эту информацию необходимо привести к единому типу, поскольку пока нет алгоритмов и программ, обрабатывающих одновременно все типы информации. Только начинают появляться алгоритмы, которые смогут вести обработку логической и цифровой информации совместно (алгоритм «Краб»). Есть алгоритмы, позволяющие строить графики, карты на основе измерений.

ГЛАВА 12

КОДИРОВАНИЕ ПРИЗНАКОВ И СОСТАВЛЕНИЕ ТАБЛИЦ

Как уже упоминалось, целевое указание отграничивает сферу сбора информации и тем самым перечень (пространство) признаков. Поскольку эвристические методы базируются главным образом на логической основе, необходимо рассмотреть способы перекодирования цифровой информации в дискретную.

А. Логические сведения во всех случаях кодируются по принципу: «1» — i-тый признак обладает свойством X_i («да, раньше, выше, больше, лучше» и т. д.);
«0» — i-тый признак не обладает свойством X_i («нет, позже, ниже, больше, хуже» и т. д.);
«—» (прочерк) — не известно, обладает ли i-тый признак свойством X_i (неопределенность).

Б. Для количественной информации могут применяться различные виды кода:

Первый. «1» — значение X_i i-того признака больше среднего значения (среднего арифметического, средневзвешенного и т. д.); «0» — значение X_i i-того признака меньше среднего значения; «—» (прочерк) — значение X_i i-того признака не определено. Об этом мы поговорим подробнее в разделе, посвященном поиску дискриминантных функций.

Второй. Кодирование по максимуму (медиане) Z_i на частотной кривой распределения X_i, тогда при $Z_i > X_i$ ставится 1; $Z_i < X_i$ ставится 0; $Z_i = X_i$ ставится «—» (неопределенность). И здесь значения Z_i могут иметь некоторые заданные пределы.

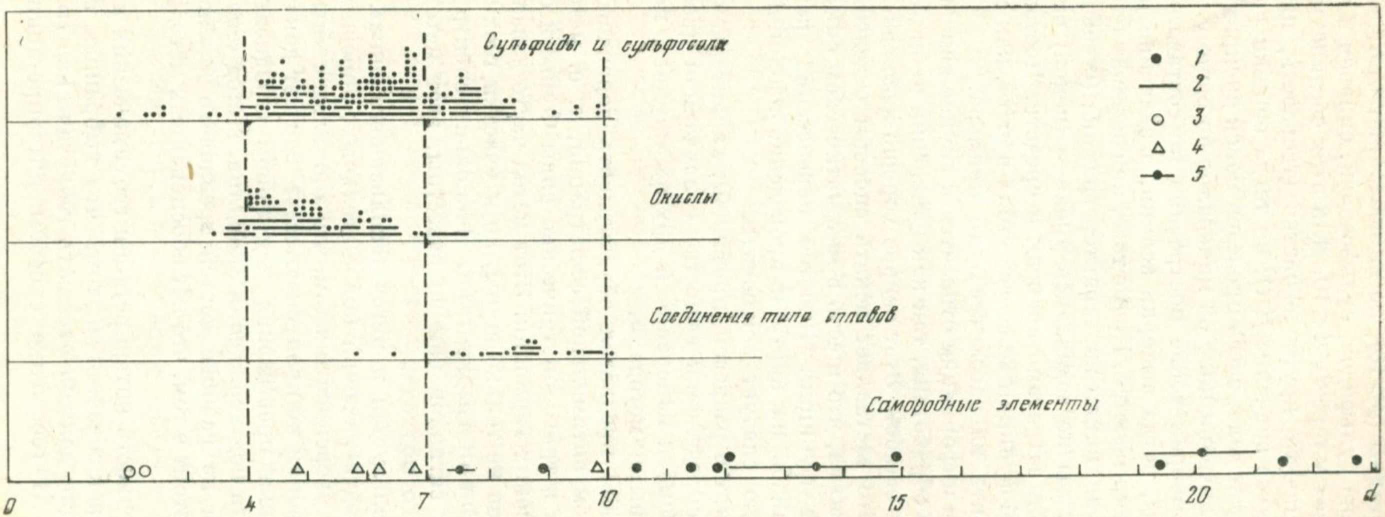
Третий. Для каждого признака задается (вычисляется) решающая функция $f\,(R_i)$ распределения значений X_i всех признаков обучающей выборки, позволяющих различить объекты выборки на r классов. Тогда: в случае $X_i > f(R_i)$ ставится 1; в случае $X_i < f(R_i)$ ставится «0»; в случае $X_i = f(R_i)$ ставится «—». В этом варианте $f(R)$ может иметь какие-то пределы. В геохимических исследованиях чаще всего $f(R)$ это фоновое значение признака, а $f(R_i) > X_i$ — аномальные значения. Этот вопрос мы специально рассмотрим при обсуждении поиска линейных решающих функций.

Выбор способа кодирования вторым и третьим способами зависит от точности и количества измерительной информации, а также от величины выборки (m) и конфигурации матрицы (т. е. отношения $m : n$). По существу, оба эти способа позволяют выделить полезный для распознавания образов или таксономии сигнал на фоне шумов (случайных отклонений). Оба способа кодирования являются одной из вариаций задач распознавания образов, когда в T_0 $m \gg n$, а количество различающих признаков не больше 2. Этот случай мы рассмотрим при описании алгоритмов оценки существенности строк (или столбцов) таблицы. Способ кодирования хорошо реализуется географическим построением (составление кривых распределения признака по объектам, кривых частоты встречаемости признака и т. д.). Это же относится к таблицам T_0, в которых $n \gg m$, т. е. число объектов мало, а число описывающих их признаков велико, бесконечно в случае непрерывной записи информации. Если количество наблюденных фактов невелико, для кодирования удобно воспользоваться частотными гистограммами и по ним выбрать $f(R)$, т. е. найти число, которое делит выборку на два или более класса, разработать соответствующий алгоритм, программу и поручить это деление ЭВМ.

Пример. Изучается класс непрозрачных минералов (Кренделев и др., 1971), в который входят самородные элементы (металлы, неметаллы), соединения типа сплавов, окислы, сульфиды и сульфосоли. Известны значения только удельных весов d для них, т. е. в таблице $T(m \times n)$ m — велико, а $n = 1$. Спрашивается, можно ли найти $f(R)$, т. е. число, которое позволило бы отличить самородные металлы от всех остальных? Общая гистограмма (фиг. 10, *б*, пунктир) ответа на вопрос не дает, так как частотная кривая размазана.

Построим частотный график только для непрозрачных минералов, разделив их на классы. Отчетливо видно (см. фиг. 19), что металлические и самородные элементы хорошо отличаются по значению $d = 10$ г/см³. Только один минерал имеет $d < 10$. Ошибка различия невелика, около 10%.

Если задача будет усложнена и потребуется различать все классы минералов, то набор частотных графиков показывает, что деление на 4 класса можно выполнить, выбрав три значения $f(R)$, равные 4, 7 и 10. Эти пороги позволяют уверенно различать между собой самородные элементы, неметаллы ($d < 4$), металлоиды ($4<d<10$), окислы ($4<d<7$,) соединения типа сплавов ($7<d<10$)



Фиг. 19. Пример поиска решающей функции $f(R)$ для разделения непрозрачных минералов на классы по величине удельного веса «d» С

1 — точка измерения; 2 — размах измеренных величин; 3 — неметаллические самородные элементы; 4 — металлоиды; 5 — металлы и сплавы

и самородные металлы ($d>10$), но не позволяют отличать окислы от соединений типа сульфидов, сульфосолей, сплавов и металлоидов, так как у всех у них $4<d<10$. Для этих соединений необходимо искать какое-то другое свойство (твердость, цвет, черту и т. д.) или другое значение $f(R)$, но тогда ошибки различения неизбежны. По сути дела, здесь проведен поиск дискриминантных функций для различения классов минералов по одному признаку.

Для малых выборок такие построения не составляют труда, но не эффективны, когда выборки велики, а значения признаков существенно перекрываются. Кроме того, на графиках (см. фиг. 19) мы не обращали внимания на характер графика (степень дисперсии, симметрия), мы не задавались уровнем (ценой) ошибки, не ограничивали себя затратами времени и средств. Поэтому задача поиска решающей функции не всегда столь проста, как это можно было предположить из рассмотренного примера.

Даже если вся информация относится к группе измерительной, она должна быть обработана, так как измерения происходят с некоторым уровнем ошибок. Этот вопрос хорошо изложен Р. И. Дубовым (1972б). Это заставляет искать способы отделения полезного сигнала от шума, что и есть в математическом смысле поиск дискриминантной функции. Простое перенесение результатов химических анализов на карту и проведение изолиний чревато ошибкой, которую следует исключить.

Построение карт и разрезов (профилей), характеризующих закономерности распределения вещества в изучаемом пространстве с подавлением ошибок измерений и других «шумов», может осуществляться разными методами.

Н. Винер (1968) предлагал обрабатывать первичные данные измерения методом оптимальной фильтрации, т. е. методом разложения сигнала в тригонометрические ряды Фурье и отделения относительно высоких гармоник. Этот метод часто давал ошибки, так как убирались не только шумы, но и участки геохимических аномалий с большими градиентами. Поскольку спектр шумов и спектр полезных сигналов нам не известны, этот метод требует очень осторожного подхода.

Успешно используется и метод «скользящего окна». Он дает хорошее число подтверждений положительных, хороших, четких аномалий, но нет уверенности в том, что аномалии с низкими превышениями над фоном не пропускаются. У нас нет доказательств зависимости уровня превышения над фоном (градиента аномалии) и вероятности подтверждения аномалии. Метод «скользящего окна» — это одна из разновидностей трендового анализа. Главная трудность состоит в том, что нет обоснованных методов выбора ширины окна.

Главная особенность интерпретации геохимических и геофизических данных заключается в том, что выбранная аппроксимирующая функция должна отражать геологические (геохимические) процессы. В геофизике способы интерпретации кривых разработаны полнее, а в геохимии мы еще только начинаем понимать это.

Р. И. Дубов (1972б) предлагает применять критерий аппроксимации. Он исходит из следующих положений и допущений (обозначения даны по работе Р. И. Дубова, 1972б).

1. Пусть m — изучаемый химический элемент;

$\varphi = \varphi(x, y)$ — неизвестная функция, выражающая действительное распределение m на картируемой поверхности (в разрезе);

$\varphi_к = \varphi(x_к, y_к)$ — наблюденные значения или удобные для вычислений функции наблюденных значений концентраций элемента m в точках $(x_к, y_к)$; это результаты химического анализа проб в некоторых точках;

$\varphi^*(x, y)$ — функция тренда, вычисляемая по значениям $f_к$ как оценка, аппроксимизирующая функцию $\varphi(x, y)$.

В качестве критериев аппроксимации Р. И. Дубов предлагает использовать такие величины, которые выражают существенные признаки функций φ и φ^* и имеют наименьшие абсолютные значения тогда, когда заведомо минимально математическое ожидание различия этих функций. Под различием функций можно понимать максимальное или среднее квадратическое отклонение значений φ^* от $\varphi(x, y)$; и этих различий может быть предложено несколько. Важно, чтобы функция отображала закономерные изменения концентраций на соседних точках отбора проб и исключала шумы. Этот подход уже реализуется на ЭВМ.

Составление таблиц измерительной информации, когда каждый признак любого из объектов обозначается конкретным числом, не представляет труда. Если таблица составляется в двоичном коде, то для каждого из столбцов должен быть четко определен способ кодирования и поставлены 1 и 0 только в тех ячейках матрицы, для которых эти градации четко определены. Составление таблицы не обязательно представлять в виде реальной таблицы. Нетрудно показать, что для ЭВМ таблицей может служить колода обычных счетных, суперпозиционных карт. Каждая карта должна иметь номер, определяющий место строки соответствующего карте объекта. Если каждая ячейка карты предназначена для реализации строго определенного признака, то составление матриц (обучающей, контрольной) можно поручить ЭВМ. Представление колоды карт вместо матрицы обладает многими преимуществами: ввод информации массива может осуществляться с маскировкой некоторых сведений; составлены многие варианты матриц в сочетании с другой колодой — программой обработки информации.

Таблица может быть представлена и в виде перфоленты или магнитной записи. Тогда после метки-репера должен идти номер объекта-строки и значения признаков, записываемые всегда в одном и том же порядке. Можно применять и многоканальную запись, но это уже относится к технике свертывания и обработки информации и знакомо математикам. Последний абзац предназначен главным образом для геологов, которых обычно пугает составление громоздких таблиц, размер которых при большом числе признаков или объектов может насторожить. Развитие техники считывания информации позволяет рассчитывать, что в недалеком будущем составление таблиц может быть поручено автоматам, считывающим устройствам по стандартным программам.

ГЛАВА 13

ПОИСК ДИСКРИМИНАНТНОЙ ФУНКЦИИ — ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

В большом количестве задач геологу приходится иметь дело с большим числом объектов, численно охарактеризованных одним признаком. Наиболее обычный пример — сравнение интрузий по содержанию какого-то одного окисла (SiO_2, K_2O, Al_2O_3 и т. д.) с целью разделить на две или большее число групп, комплексов, формаций или выявить по этому принципу различия в пределах двух или более сравниваемых регионов. Наиболее типичные примеры решений содержатся в многочисленных публикациях А. Б. Вистелиуса. Почти вся книга Р. Л. Миллера и Дж. С. Кана (1965) посвящена обзору типов и принципов решений таких задач. К этому же типу задач относятся и такие задачи, когда по одному объекту производится ряд измерений (множество точек опробования) для выяснения вопроса об однородности выборки. Постановка таких задач всегда чисто интуитивна. На основе опыта геолог заранее выделяет какой-то один признак в качестве главного, производит статистически достаточное количество измерений этого признака. Результаты измерений и представляют собой выборку, которую следует разбить на две или более групп.

Одним из пионеров применения методов статистики в геологических дисциплинах является А. Б. Вистелиус, изложивший свои воззрения на методы статистики в двух проблемных статьях (Вистелиус, 1962, 1963). В них содержится не только изложение истории применения статистики в геологии, но и намечены задачи дальнейшего развития этих исследований. Для краткости мы будем ссылаться только на эти две работы, поскольку в них имеется и библиография работ А. Б. Вистелиуса.

Статистические методы в геологии связаны с исследованием распределения вероятностей значений случайных переменных с целью получения информации о геологических процессах и объектах. Здесь имеется уязвимое место, так как в геологии не просто доказать, что математическому исследованию подвергаются случайные, а не функционально связанные величины. Статистические методы позволяют найти законы распределения величин в выборке, законы распределения вероятностей (нормальное, логнормальное, обобщенное логнормальное, биноминальное, Пуассона и другие) как в одномерном, так и в двумерном, а в общем случае — в многомерном признаковом пространстве. Все эти методы в конечном итоге сводятся к тому, чтобы проверить однородность выборки (т. е. доказать отсутствие дискриминантной функции) или сравнить две или несколько выборок по какому-то признаку или совокупности признаков.

Если выборка разбивается на две выборки, то это и означает, что дискриминантная функция найдена. Заслуга А. Б. Вистелиуса в том, что он показал необходимость и доказал возможность геологического истолкования данных расчетов методами статистики. В приложении к табличным описаниям поиск дискриминантной функции сводится к тому, что в численно описанной матрице $M(a_{ij})$ исследуется распределение признака по какому-то одному произвольно выбранному столбцу или, наоборот, на одной строке многократно измерено значение признака. Это распределение используется для проверки однородности выборки или разбиения группы объектов (точек описания) на две или более подгруппы.

Вообще правильнее было бы исследовать в матрице последовательно все признаки, все столбцы и из них выбрать наилучший для разбиения; или выделить те столбцы (максимальное их число), в которых границы разбиения выборки совпадают.

В большинстве примеров значения признаков для объектов обоих классов близки. Если выборку необходимо разбить на n классов, то эту операцию можно осуществлять разбиением на пару классов, затем каждый из выделенных классов еще раз проверить на однородность и разбить на следующую пару и т. д. до конца. Поскольку разбиение объектов на два класса и отнесение объекта к одному из них есть наиболее типичная задача распознавания образов, то метод дискриминантной функции и представляет собой частный случай распознавания образов.

Значение дискриминантной функции в общем — это число, которое при статистическом подходе ставится в соответствие с границей, разделяющей две группы однородных объектов. Такая граница на линии представляет собой точку, на поверхности — линию, а в пространстве — поверхность (или гиперповерхность в многомерном пространстве).

Дискриминантная функция — это такое значение аргумента реализации, которое позволяет отнести конкретную реализацию к одному из двух классов. Можно считать, что линейная решающая функция — это частный случай дискриминантной функции, когда многие разделения на плоскости представляют собой прямую (уравнение $y = kx + b$).

По сути дела, поиск дискриминантной функции — это поиск кода (программы), с помощью которого можно перевести информацию из числовой в логическую, вероятностное описание объекта заменить детерминистским, непрерывное — дискретным. В кибернетическом смысле это означает замену общей матрицы измерительных данных по группе объектов матрицей двоичного счисления. Общая постановка задачи о дискриминантной функции формулируется следующим образом (Родионов, 1968а).

Некоторый геологический объект (или группа объектов) рассматривается как генеральная совокупность, опробуется с последующим определением в каждой из проб значений заданного набора изучаемых характеристик. По результатам измерений (наблюдений, вычислений) требуется определить, можно ли рассматривать данный объект как однородный, и если нет, то определить группировку наблюдений, обеспечивающую однородность внутри групп при значимых различиях между ними.

В формальной постановке задача выглядит так. Пусть T — дискретное множество точек наблюдений $t = 1,2,\dots,n$, A — произвольное подмножество в T. Каждой точке t поставим в соответствие m-мерную случайную величину, f_t с функцией распределения $F_t(x, \theta)$, где x — m-мерное значение аргумента, θ — набор параметров.

Обозначим через x_t выборочное значение f_t в точке t, через θ_t — соответствующее выборочное значение θ в точке t. Набор случайных величин S_t, соответствующих множеству A, обозначим S^A. Пусть θ_0 — заданный набор значений множества параметров θ. Тогда множество f^A случайных величин f^A будем считать однородным, если $\theta_t = \theta_0$ для всех $t \in A$.

Условие однородности набора случайных величин f_t зависит от того, какие параметры распределения рассматриваются в наборе θ. В большинстве геологических задач при статистическом изучении m-мерных наблюдений рассматривается m-мерное среднее M и ковариационная матрица Σ, т. е. $\theta = (M, \Sigma)$. В этих условиях возможны три варианта определения однородного набора f^A случайных величин f_t, который рассматривается как математическая модель однородного геологического объекта.

1. Множество f^A случайных величин f_t рассматривается как однородное, если для всех $t \in A$ $M = M_0$.

Этот вариант соответствует случаю, когда под однородностью понимается равенство средних значений комплексов признаков во всех участках геологического объекта, на которые распространяется влияние наблюдения в точке t. Иными словами, интуитивно принимается, что измерение в точке t представительно для некоторой элементарной ячейки. Этот вариант наиболее широко применяется в практической работе.

2. Множество f^A случайных величин f_t рассматривается как однородное, если для всех $\mathrm{t} \in \mathrm{A}$ $\Sigma_t = \Sigma_0$.

В этом варианте средние значения из рассмотрения исключаются, и однородность объекта определяется относительно ковариационных матриц, соответствующих участкам геологического объекта, на которые распространяется влияние одного наблюдения в точке опробования t.

3. Множество f^A случайных f_t рассматривается как однородное, если для всех $t \in A$ $M_t = M_0$, $\Sigma_t = \Sigma_0$. Это, по существу, обобщение двух первых вариантов. Такое определение однородности сильнее, так как требует выполнения равенства средних и равенства ковариационных матриц.

Могут быть предложены и другие варианты статистической оценки однородности.

Важнейший шаг — это выбор статистического критерия для проверки гипотезы об однородности. Ясно, что для проверки только одной гипотезы можно применить несколько статистических критериев и тут необходимо выполнить минимально:

1) решение задачи при минимальном числе и стоимости наблюдений;

2) минимальная трудоемкость операций;

3) возможность геологического истолкования критериев.

При этом следует помнить следующие моменты. Статистический поиск дискриминантных функций или, что то же самое, методов разграничения геологических объектов по комплексу признаков разбивается на три этапа: а) построение модели однородного объекта (априорное определение меры однородности); б) выбор (или построение) статистического критерия для проверки гипотезы об однородности; в) выбор процедуры последовательного рассмотрения вариантов разбиения совокупности наблюдений на две части (если первоначально задача предусматривала разбиение на n классов, причем $n > 2$).

На каждом этапе поиска может реализоваться несколько вариантов, что обусловливает множество методов разграничений, оптимальность каждого из которых должна быть доказана для решения конкретных задач.

Если рассматривать задачу с точки зрения дискриминантных функций, то однородной может считаться такая выборка, для которой дискриминантная функция отсутствует. Разумеется, все сказанное относится к одномерному в математическом смысле признаковому пространству.

Ныне накоплен большой опыт применения статистических методов для поиска дискриминантной функции в приложении к задачам геологии, геохимии и геофизики. Особенно много примеров можно привести для задачи расчленения немых толщ с использованием статистических методов, а также для описания различий магматических комплексов и пород. Начало этим работам положено в классических работах Ф. Ю. Левинсона-Лессинга (1930) и А. Н. Колмогорова (1941).

Методами статистики оценивались геохимические фоны при поисках месторождений полезных ископаемых (Смирнов, 1963), зональность рудных тел на Талнахском месторождении (Ершов и др., 1971), изменчивость (Карпова, 1970), соотношения между месторождениями простых и сложных рудных формаций (Константинов и др., 1973).

ЧАСТЬ IV

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ГЛАВА 14

ПОИСК РЕШАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

Поиск решающей функции $f(r) r \in [a, b]$ зависит от многих причин: величины (мощности) выборки, точности измерений (алфавита выборки), цели исследования, типа ЭВМ, закона распределения аргумента (параметров), описывающих объекты (образы) выборки, стоимость потерь образа N_0. Под N_0 понимается число или процент распознаваний i-того образа, тогда как фактически это j-ый образ. Можно указать и другие параметры зависимости.

В любом случае при поиске $f(r)$ должны быть заданы: x, алфавит (масштаб), определены цели решения s, число параметров n (признаков) образов, закон распределения (дисперсия) образов. Покажем на примерах отдельные случаи поиска решающей функции. Литература по этим вопросам воистину необъятна, поэтому здесь излагается материал без ссылок на первоисточники и в несколько упрощенном виде.

Простейший ($n = 1$) случай, одномерный, когда число образов m групп объектов выборки M одинаково для каждого образа, распределение N образов нормальное, а экстремальные значения образов не пересекаются. Тогда $f(r) = x_0$ выбирается как среднее между x_0^1 и x_0^2 (медианами). Значение x_0 для нескольких групп выбирается аналогично — путем последовательного сравнения попарно всех образов. Это как раз тот случай, который приводился на графике (фиг. 20,*а*) для минералов разных классов.

Второй случай, когда число образов одинаково, распределение нормальное и симметричное, но экстремальные значения образов, по какому-либо параметру пересекаются (фиг. 20,*б*). Здесь и далее мы называем признаки пересекающимися, если реализации двух образов получают или могут получить одинаковую числовую характеристику.

В этом случае x_0 выбирается как проекция пересечения кривых, причем выбранное значение x_0 максимально различает образы. Ошибки u_{ij} отнесения образа m_i^1 к образу m_j^2, и наоборот, равны между собой и определяются величиной заштрихованной площади. В многомерном случае

$$u_{ij}(x) = \ln \frac{p_i(x)}{p_j(x)}, \tag{8}$$

где $p_i(x)$ и $p_j(x)$ — вероятности появления образов m_i и m_j. По существу, это отношение правдоподобия; при этом, если $u_{ij} = 0$, то реализация образа совпадает с граничной поверхностью.

Тогда

$$\begin{cases} i : u_{ij} \geqslant 0, \\ j : u_{ij} \leqslant 0; \end{cases} \tag{8а}$$

это правило можно отнести только к случаю ковариационных матриц с равной дисперсией.

Критерий Байеса применяется в случаях, когда дисперсия реализации образов различна (фиг. 20,*в*), а ковариации не равны. В таком варианте идея выбора $f(R)$ сводится к тому, что все образы y различаются по x_0 безошибочно только для некоторой части реализации, а ошибка различения для разных образов различна и возрастает для заштрихованного поля, но может быть определена некоторым пороговым значением.

Введем величину $c\frac{x_0}{i/j}$ — стоимость потерь распознавания при отнесении j-того образа в i-тый. В том случае, когда $p_i = p_j$ и $c_{i/j} = c_{j/i}$, мы будем исходить из формулы (8), т. е. выбираем i-тый образ в том случае, когда

$$u_{ij}(x) = \ln \frac{p_i(x)}{p_j(x)} \geqslant 0. \tag{9}$$

Если $c_{i/j} \neq c_{j/i}$, то введем величину p_{a_i} — априорную вероятность появления i-того образа. Вполне очевидно, что (фиг. 20,*г*) $p_{a_i} + p_{ai} = 1$.

Если ввести матрицу

$$g_{ij}(x) = \ln \frac{p_{ai}(x)\, c_{j/i}(x)}{p_{aj}(x)\, c_{i/j}(x)},$$

то критерии выглядят следующим образом: выбираем i, если

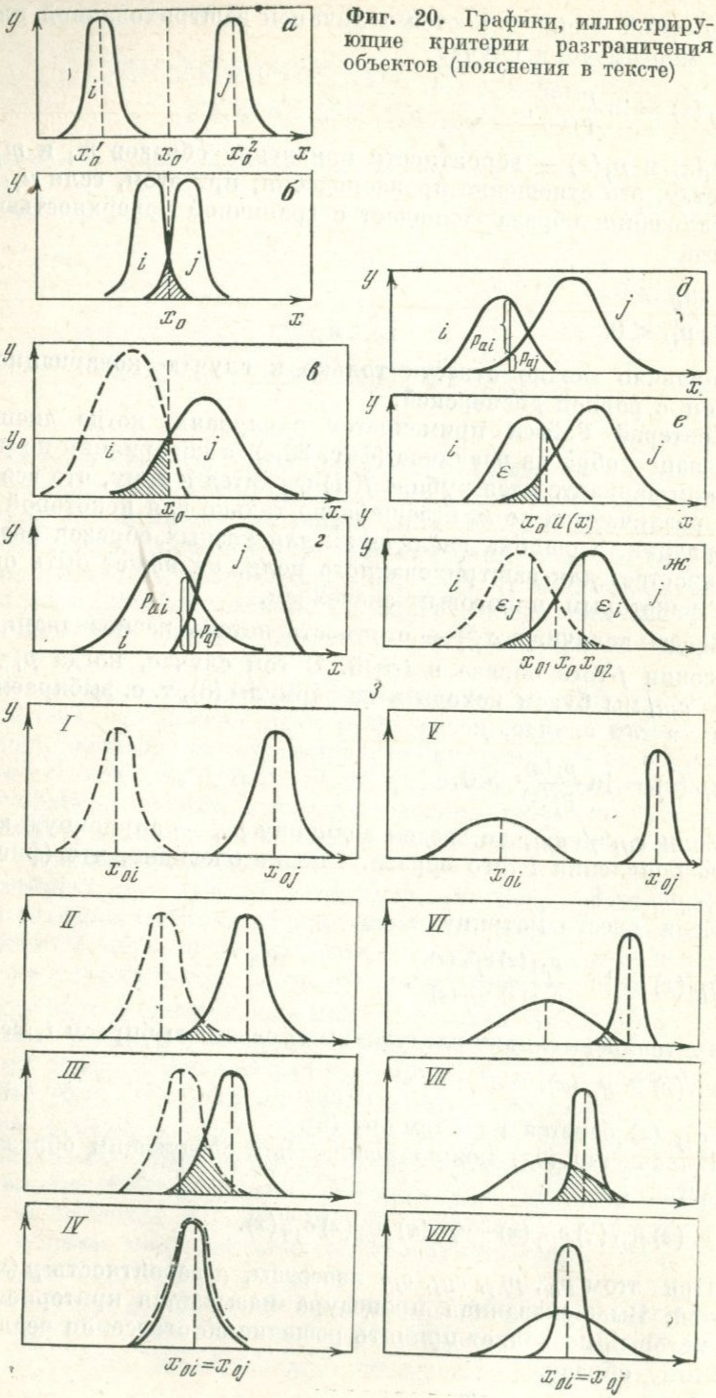
$$u_{ij}(x) \geqslant g_{ij}(x), \tag{9а}$$

где u_{ij} (x) берется из формулы (9).

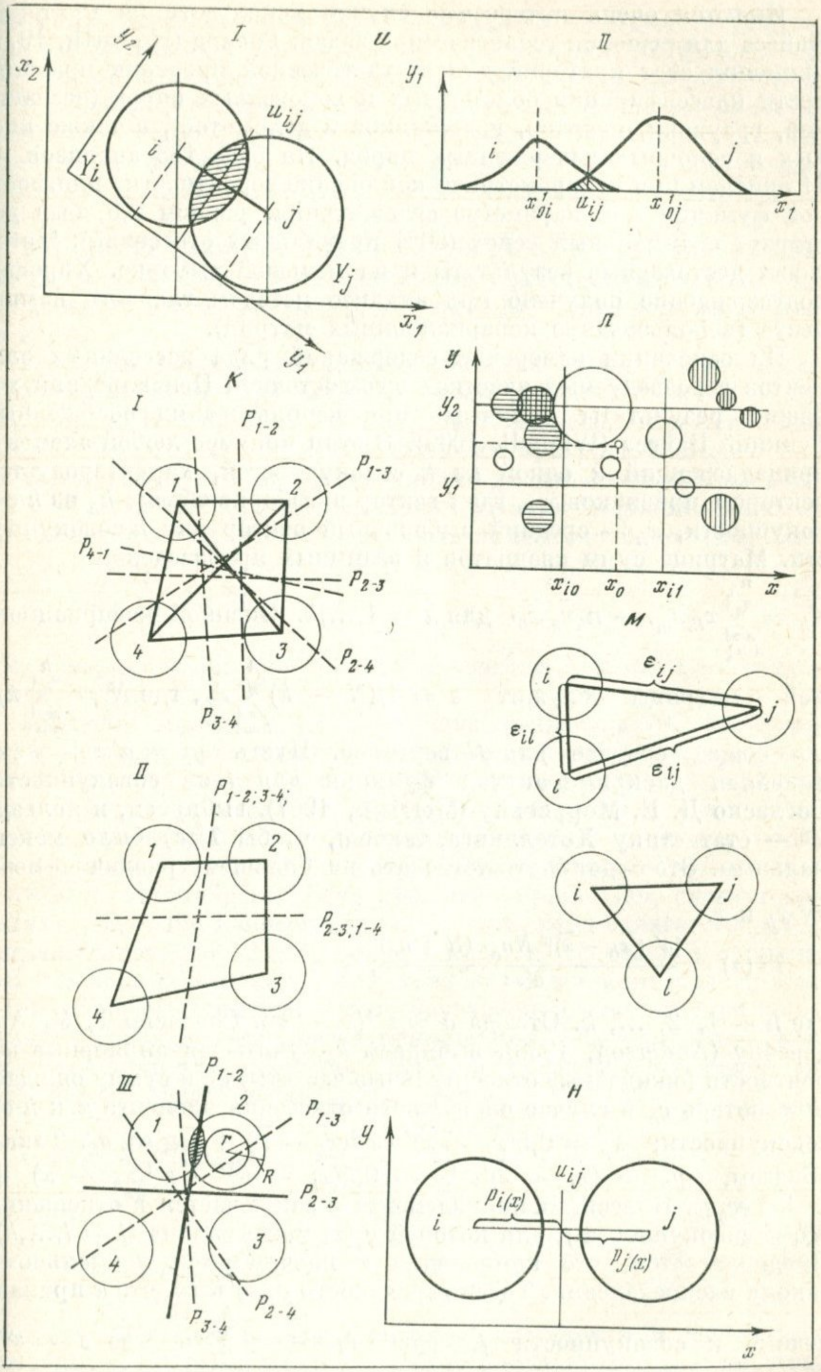
Выражение (9а) можно расписать и следующим образом: выбирается i, если

$$p_i(x)\, p_{aj}(x)\, c_{i/j}(x) = p_j(x)\, p_{ai}(x)\, c_{j/i}(x). \tag{9б}$$

При этом p_{a_i}, p_{aj}, $c_{i/j}$, $c_{j/i}$ известны, а вероятность $p_i(x)$ измеряется. Вышеуказанная процедура называется критерием Байеса, который позволяет принять решение об отнесении реализации к i-тому образу.



Фиг. 20. Графики, иллюстрирующие критерии разграничения объектов (пояснения в тексте)


И
I
II
x_2
y_2
Y_i
u_{ij}
i
j
Y_j
x_1
y_1
y_1
x'_{0i}
u_{ij}
x'_{0j}
x_1
К
I
P_{1-2}
P_{1-3}
P_{4-1}
P_{2-3}
P_{2-4}
P_{3-4}
1
2
3
4
II
$P_{1-2;3-4;}$
$P_{2-3;1-4}$
III
P_{1-2}
P_{1-3}
P_{2-3}
P_{2-4}
P_{3-4}
r
R
Л
y
y_2
y_1
x_{i0}
x_0
x_{i1}
x
М
ε_{ij}
ε_{il}
ε_{lj}
i
j
l
Н
y
u_{ij}
$\rho_{i(x)}$
$\rho_{j(x)}$
i
j
x

Имеются очень интересные случаи использования критерия Байеса для решения геологических задач. Говард (Howarth, 1971) применил этот критерий для статистической проверки правильности классификации обломочных и хемогенных пород (песчаников, граувакк, пелитов, известняков и доломитов), а также кислых и основных изверженных пород. На базе 183 анализов по 11 окислам при непараметрической оценке вероятностно-плотностной функции при параметре сглаживания, равном 0,6, был достигнут оптимальный успех (80% правильных отнесений). Метод давал достоверные результаты и на меньшей выборке. Хорошее подтверждение получено при анализе методом главного компонента (использование ковариационных матриц).

На основании измерений содержаний ряда рассеянных элементов в разведуемых участках юго-восточной Пенсильвании хорошие результаты получены при использовании обобщенных функций Байеса (Wignall, 1969). В этом примере любой элемент, принадлежащий к одной из k совокупностей, характеризуется вектором признаков x_{ih}, где i-вектор в выборке объема h_k из h-совокупности, x_h — средний выборочный вектор для h-совокупности. Матрица сумм квадратов и взаимных произведений $A_h = \sum_{i=1}^{n_h} x_{ih}x_{ih'} - n_h\bar{x}_h\,\bar{x}_{h'}$ для $h = 1,\ldots,k$. Оценкой ковариационной матрицы служит $s = 1/(N - k)\sum_{h=1}^{k} A_h$, где $N = \sum_{h=1}^{k} n_h$, $\bar{x}$ — общее среднее для N векторов. Пусть $y_h = a'x + k_h$ — линейная дискриминантная функция для h-ой совокупности. Согласно Д. Е. Моррисину (Morrisin, 1967), выбираем, используя T^2 — статистику Хотеллинга, такое a, чтобы $T^2(a)$ было максимальным. Это будет соответствовать наибольшему различию между $\bar{x}_h$ и $\bar{x}$.

$$T^2(a) = \frac{[a'(\bar{x}_h - \bar{x})]^2\,Nn_{h'}\,(N + n_h)}{a'sa},$$

где h — 1, 2, ..., k. Отсюда $a = s^{-1}(\bar{x}_h - \bar{x})$. Согласно Т. У. Андерсону (Anderson, 1958), выбираем k_h, учитывая априорные вероятности (ожидаемые относительные частоты) q_h и сумму ожидаемых потерь c_h в случае ошибочного отнесения элемента x к h-ой совокупности; $k_h = 0{,}5(\bar{x}_h - \bar{x})' \cdot s^{-1}(\bar{x}_h - \bar{x}) + \log ec_h\,q_h$. Таким образом, $y_h = (\bar{x}_h - \bar{x})'s^{-1}\bar{x} - 0{,}5(\bar{x}_h - \bar{x})' \cdot s^{-1}(\bar{x}_h - x) + \log ec_hq_h$. Классификация элемента x заключается в отношении его к совокупности j, для которой $y_j(x)$ максимальна ($j = l,\ldots,k$). Предполагается, что компоненты x подчиняются нормальному закону распределения. Тогда вероятность $p_j(x)$ того, что x принадлежит к совокупности j, равна $p_j(x) = z_j/\sum_{i=1}^{k} z_i$, где $z = e^{y_j}$;

$j = 1,...,k$. Предлагаемый метод классификации является наилучшим в том смысле, что разность $(y_j - y_j)$ образует наилучшую линейную дискриминантную функцию для совокупностей i и j.

Как видим, в этом случае используемая разность является дискриминантной функцией, и если имеется возможность найти разность в значениях целевого предиката классифицируемых объектов, то можно надеяться на решение чисто прогнозных задач.

Вариантом критерия Байеса можно считать критерий Котельникова или, как его иногда называют, критерий «идеального наблюдателя». В этом случае $c_{i/j}$ не известны, так же как мы не знаем и p_{ai}.

Критерий Неймана—Пирсона применим для случаев, когда вероятности появления образов резко отличны, т. е. $p_a i \gg p_{aj}$ (фиг. 20,*д*). В принципе этот случай в природе является более частым, чем тот, для которого применим критерий Байеса.

Бывают задачи, в которых ошибка ε не должна превышать некоторой заданной величины ε_j. Идея критерия Неймана—Пирсона заключается в том, чтобы x_0 выбрать наивыгоднейшим способом.

$$\varepsilon_j = p_{aj} \int\limits_{-\infty}^{x_0} f_j(x)\,dx, \tag{10}$$

т. е. осуществляется перебор всех вариантов x_0 и выбирается наилучший (фиг. 20,*е*).

Критерий Вальда — это еще одна разновидность критерия Байеса, применимого для случая одного измерения при необходимости принять решение по данным только одного измерения (фиг. 20,*ж*). В этом случае, если $p_k(x)$ (контрольная реализация) близка к i-тому образу, принимается решение в пользу i-того образа, если $p_k(x)$ близко к j-тому образу, принимается решение в пользу j-того образа. Если решение невозможно, следует выполнить еще одно измерение и посмотреть, куда сдвигается $p_k(x)$, и принять решение. В этом подходе имеется «усеченный» вариант, так как количество измерений конечно. Идея критерия Вальда в том, что здесь выделяется зона неуверенных ответов. При попадании в эту зону решение не принимается. Эта стратегия «осторожного» принятия решения. Решение существенно зависит от заданного уровня ошибок ε_i и ε_j, тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= p_{ai} \int\limits_{x_{02}}^{\infty} f_i(x)\,dx, \\ \varepsilon_j &= p_{aj} \int\limits_{-\infty}^{x_{01}} f_j(x)\,dx. \end{aligned} \tag{11}$$

Этот случай распознавания с заданным порогом, или распознавание с зоной отказа. Решение в пользу i-того образа принимается, если

$$i : \frac{p_i(x)}{p_j(x)} \geqslant \lambda_1 = \frac{p_i(x_{01})}{p_j(x_{01})}. \qquad (12)$$

и в пользу j-того образа, если

$$j : \frac{p_i(x)}{p_j(x)} \geqslant \lambda_2 = \frac{p_j(x_{02})}{p_i(x_{01})}. \qquad (13)$$

Решение может быть принято даже при одном измерении. Оптимальное решение возможно, если известно произведение плотностей вероятностей по каждому измерению

$$p_i^{(k)}(x) = \prod_{l=i}^{k} p_i^{(l)}(x). \qquad (14)$$

Здесь рассматривались идеальные случаи, когда матрицы и измерения априорно считались представительными. Фактически каждый раз мы должны доказывать, что выборка представительна, а распределение нормальное. Успех распознавания решающим образом зависит от того, правильно ли выбран (определен) закон распределения образов в данной выборке, поскольку закон распределения не всегда нормален.

Второй источник ошибок — выбор априорных вероятностей. Кроме того, источник ошибок закладывается при определении стоимости ошибок или задания уровня ошибок ε; особенно сложной становится задача, когда уровни ошибок для каждого из образов различны.

Обобщая все сказанное о поисках решающих функций, следует подчеркнуть следующее. По каждому из признаков группа объектов может быть разделена на два класса, отнесение к которым определяется значением $f(R)$. Поиск решающих функций по представительной выборке определяется многими параметрами, из которых чаще других учитываются три:

1) закон распределения значений признака (нормальное, логнормальное, обобщенное логнормальное, биноминальное, Пуассона и др.);

2) дисперсия распределения признака (асимметрия, эксцесс);

3) расстояние между средними значениями (модами) признаков.

Здесь может быть два случая: I — IV — оба образа характеризованы признаком с нормальным распределением, с одинаковой дисперсией; V — VIII — образы охарактеризованы признаками с нормальным распределением, но дисперсия признаков различна и может быть не симметрична. Графически это иллюстрируется схемами (фиг. 20,*з*). Ясно, что эти схемы могут быть усложнены еще асимметрией в дисперсии признака.

Варианты I и V не представляют трудности для распознавания; варианты II и VI дают определенный уровень ошибок; варианты III и VII имеют зоны отказов; вариант VIII возможен для распознавания только для некоторых значений $x_2 \neq y_2$; варианты II, III, VI и VII, VIII позволяют безошибочно различать образы только при некоторых значениях y_0 равных $f(R)$ в точке пересечения кривых распределения x_{0ij}.

Во всех вариантах, кроме I и IV, точность распознавания диктуется уровнем N_0, выбираемым априорно. Если задача сводится к безошибочному распознаванию образов, а признак x_n не дает такой возможности, следует найти еще один такой признак x_{n+1}, который может быть сведен к вариантам I и (или) II, а в некоторых случаях — к варианту VIII, если N_0 для разных образов различно ($N_{0j} \neq N_{0i}$).

В геологии такие случаи наиболее многочисленны. Например, имеется каталог химических анализов интрузивных пород, охарактеризованных по всем главным окислам. И пусть требуется по всем этим анализам выделить такие породы, для которых установлена генетическая связь с хромитовым оруденением (дунит). Если построить кривые частоты вероятности для разных окислов, то окажется, что по значениям Na_2O и K_2O (см. фиг. 11) дуниты не отличимы от габбро, диоритов и даже кварцевых диоритов. В этом случае реализуются варианты II, III и VI. Если взять MgO, то реализуется вариант III. При $f(R) > 20\%$ MgO породу можно безошибочно отнести к дуниту. По содержаниям Al_2O_3 реализуется вариант VI, но здесь решение в пользу отнесения породы к образу «дунит» принимается при $f(R) < 5{,}5\%$ Al_2O_3.

Успех решения зависит от величины обучающей выборки, т. е. от того, насколько точно частотная кривая отражает закон распределения и цели распознавания. Суть сводится к поиску такого алгоритма, который кратчайшим путем с минимальными затратами позволил бы распознать образы с известной или заданной степенью риска.

Рабочие алгоритмы исправляют ошибки, если реализация образов подтверждается практикой, т. е. результат достигается. Тут могут реализоваться два подхода: детерминистский и псевдостатический. При детерминистском подходе считается, что выборка представительна (правильная) и автомат (алгоритм) распознавания не должен делать ошибок на таблице обучения.

При детерминистском подходе выбирается пороговое значение $x_2 = x_{02}$. Тогда при $x_2 > x_{02}$ образ относится к i-тому классу, при $x_2 < x_{02}$ образ относится к j-тому классу. Детерминистский подход обеспечивает безошибочность принятия решения на материале обучения. При статистическом подходе ошибки неизбежны уже на материале обучения. Выбор подхода зависит от целей исследования и всех тех моментов, которые отмечались в начале настоящей главы «Поиск решающей функции».

Вне зависимости от способа решения — статистика, случайный поиск (Монте-Карло), дискретный подход, или любой иной эвристический подход — проблема сводится к поиску алгоритма, который бы на материале обучения не давал ошибки.

Если в выборке имеется n признаков, а перебор всех возможных сочетаний позволяет выделить n_0 признаков, достаточных для разпознавания, то решается проблема минимизации признакового пространства. Число переборов (шагов) признаков должно быть конечным.

Алгоритм М. М. Айзермана, Э. М. Бравермана, Л. И. Розоноэра (1970) является типичным примером детерминистского подхода. Это алгоритм поиска потенциальной функции. При двух реализациях потенциальная функция $K(x, x^2) \rightarrow \Psi\ (x, x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{\alpha})$, или, иначе говоря, различающая (разделяющая) плоскость, должна проходить через точки, в которых $K = 0$. Каждая функция экспоненциально влияет на другую. Суть алгоритма сводится к такой подгонке, чтобы не было ошибок на матрице обучения. В статье М. А. Айзермана и др. рассмотрена проблема конечной выборки, на которой ни одна реализация обучения не дает ошибки на материале обучения. При этом считается, что $f(R)$ хороша тогда, когда при случайном предъявлении исходных (обучающих) реализаций значение R не требует пересмотра из-за ошибок. Число шагов, при которых исчезает необходимость внесения исправлений, должно быть минимальным; L — число шагов, R — вероятность ошибок на контрольной последовательности. При любых $\varepsilon < 1$, $\delta < 1$, $p(k < \varepsilon) > 1 - \delta$, если $L_0 > \frac{\ln \varepsilon - \delta}{\ln (1 - \varepsilon)}$, тогда $L = L_0 + \varphi$, где φ — число исправлений при обучении.

Нетрудно заметить, что это, по существу, эвристический подход, так как тут нет никаких аксиом, а правильность выводов подтверждается только практикой.

Заканчивая краткий обзор способов нахождения $f(R)$, заметим, что поиск уравнений, алгоритмов громоздок и во многих случаях ненадежен. Довольно просто находить $f(R)$ аналитическим путем для случаев линейной одномерной зависимости.

Как характерный пример, приведем уравнения стоимости алмазов, где стоимость $f(R)$ при прочих равных условиях (цвет, блеск, цвет «воды» и пр.) зависит только от веса алмаза, т. е. $N = \frac{t}{2}(t + 2)\,k$, где N—цена алмаза, t — вес алмаза в каратах, k — удельная стоимость карата. Здесь $N = f(k)$, k — определяется международными соглашениями.

Дело существенно усложняется по мере увеличения числа переменных (параметров, признаков), по которым производится классификация (распознавание) объектов совокупности (выборки). Уже при двух переменных аналитическая форма выражения зависимости характеристических признаков от целеуказания не всегда четко устанавливается.

В двумерном случае, когда изменяются значения двух признаков одновременно, задача довольно проста, если закон распределения обоих признаков нормальный. Возьмем пример, в котором количество образов равно 2, $v_i = v_j$ (матрицы ковариации равны),

$p_{aj} = p_{ai}$ (априорные вероятности появления образов j и i равны), $c_{i/j} = c_{i/f}$ (стоимости потерь отнесения образов одинаковы). Отличаются только вероятности отнесения в разных зонах (фиг. 20, *и* I). В таком случае распознающая плоскость u_{ji} перпендикулярна средней линии равных вероятностей. Если точка принадлежит пространству Y_i, образ относится к i, если к Y_j, то образ относится к j.

Величина ошибки $R_{j/i}$ равна отношению заштрихованной площади (в одномерном пространстве) к площади Y_i:

$$R_{j/i} = \int_{Y_i} p_i(x)\,dx. \tag{15}$$

В двумерном пространстве выгодно «повергнуть» координаты так, чтобы одна ось была перпендикулярна линии равных вероятностей (фиг. 20, *и* II). Иными словами, следует перейти к тривиальному случаю одномерного пространства, спроектировав реализации на ось x'_2. В двумерном пространстве $f(R)$ будем иметь

$$R_{j/i} = \iint_{u_{ij}}^{\infty} p_i(x_1, x_2)\,dx_1 dx_2 \tag{16}$$

или, преобразовав

$$R_{j/i} = \int_{-\infty}^{\infty} p_i(x_2)\,px_2 \int_{\frac{1}{2}M_jM_i} d_i(x_1)\,dx_1 \tag{17}$$

Получим:

$$R_{j/i} = \int_{\frac{1}{2}(M_iM_j)}^{\infty} p_i(x_1)\,dx_1, \tag{18}$$

т. е. пространство любой размерности можно привести к одномерному путем последовательного поворачивания осей перпендикулярно к решающей функции $f(R)$, а это означает, что, если по каждому из двух признаков реализации не дают возможности разделить объекты, следует попытаться найти различающую функцию по отношениям реализаций, т. е. по первой производной. Если первая производная не позволяет произвести различение, можно попробовать найти решающую функцию по производной второго или еще более высокого ранга.

Трудность и трудоемкость аналитического поиска значения $f(R)$ становятся почти непреодолимыми, когда число признаков (характеристик, параметров) превышает 3. Физический смысл решающей функции приобретает настолько абстрактное значение, что его реальное представление исчезает. Число и сложность аналитических выражений возрастает, достигая таких величин, которые практически либо не решаются, либо дают тривиальные результаты, так как приходится вводить множество априорных допущений. Геология, как правило, имеет дело с выборками, которые неизбыточно описываются только множеством признаков (параметров). При этом следует учитывать, что получаемая геологами информация различно упорядочена на базе различным образом сформулированных правил. Это вносит ясность в вопрос, почему геологов систематически преследуют неудачи в попытках произвести многомерное классифицирование на аналитической основе.

Именно поэтому приходится обращаться к эвристическим методам, обеспечивающим логический контроль по построении многомерных классификаций.

В качестве примера реально существующих многомерных классификаций в геологии можно указать на классификацию минералов, пород, формаций и т. д. Однако в математическом смысле большинство таких классификаций моно- или двумерно, так как один признак (структурная формула, содержание SiO_2, тектоническая обстановка и т. д.) кладется в основу, а остальные параметры ставятся в корреляционную зависимость. По мере развития геологии монопараметрические классификации заменяются классификациями с многопризнаковыми основами.

Примем, что если конечное множество объектов описывается $T(m \times n)$ таким образом, что среди n только два признака являются различающими, то можно говорить о двумерных классификациях. Типичный пример двумерных классификаций — изоморфные ряды. Изменение значения одного признака функционально связано с другим, но можно указать предикат, который отражает суммарный эффект обоих признаков.

Пример: изоморфный ряд альбит — анортит, суммарный предикат — показатель преломления и (или) положение осей оптической индикатрисы.

Можно привести примеры двумерных классификаций в широком геологическом аспекте: тектоно-магматические формации, литолого-структурные зоны, номенклатура эффузивно-осадочных пород и т. д. Такие классификации точнее, рельефнее отражают явления, так как учитывают влияние двух переменных на целевой предикат. Двумерна схема метаморфических фаций В. С. Соболева, построенная в координатах P, T (давление — температура), двумерна схема полей устойчивости минералов Краускопфа, построенная в координатах Eh — pH (окислительно-восстановительный потенциал).

Однако при всех положительных качествах двумерных классификаций есть свое «но», заключающееся в том, что роль остальных параметров игнорируется, стушевывается, маскируется, вызывая напрасные споры. Ясно, что диаграмма фаций метаморфизма, так же как и диаграмма устойчивости минералов, была бы куда полнее, и реальнее отражала природу геологических процессов, если бы она учитывала четыре параметра P — T — Eh — pH.

Ясно также, что учет только четырех упомянутых параметров позволяет построить шесть двумерных классификаций в координатах $P - T$; P — Eh; P — pH; Eh — pH; T — Eh; T — pH, и каждая из таких классификаций правомерна и будет отражать особенности процесса под особым углом зрения. Здесь вступает в силу принцип дополнительности, подчеркивающий непротиворечивость всех перечисленных классификаций.

Нетрудно убедиться, что в $T(m \times n)$ при количествах отождествляющих признаков $n_0 = 3$ классификация будет трехмерной, а при $n_0 = n$ классификация будет n-мерной.

Примером трехмерных классификаций можно считать треугольные диаграммы, учитывающие поведение трехкомпонентных систем. Классификация А. П. Заварицкого (фиг. 13) семимерна, так как отражается она положением вектора в трехмерном пространстве (положение двух точек — концов вектора, и его ориентировка в пространстве), когда 12 реализаций признаков априорно сводятся к семи параметрам, отраженным на диаграммах.

Эвристический подход сводится к тому, чтобы на многопризнаковом пространстве произвести некоторые логические операции, которые позволили бы классифицировать объекты по каким-то правилам, упорядочить их или разбить на классы (ранги) по какому-то признаку, целевому предикату, или по производным реализаций признаков.

При этом следует помнить, что положение точки в n-мерном пространстве можно для наглядности заменить положением n точек в одномерном пространстве, или $k(n)$ в многомерном пространстве.

Задачу поиска решающей функции $f(R)$ можно сформулировать и проще. Это поиск способа (метода) определить, какой символ двоичного счисления «1» и «0» должен быть поставлен в матрице на пересечении α_{ij}. Это, по существу, разбиение объектов на два класса по данному признаку. Это подготовительная работа для общих задач диагноза, классификации и распознавания объектов по n признакам, описывающих m групп объектов матрицы $T(m \times n)$ на базе дискретного анализа.

Не требует особых доказательств положение о том, что совокупность объектов может быть отнесена к двум и более классам по любому из признаков, причем все эти классы по разным признакам будут пересекаться, кроме тех случаев, когда признаки строго коррелируются между собой.

Пример. Общая совокупность минералов может быть разбита на два класса по признаку «твердость». Эта же группа может быть разбита на два класса по признаку «электропроводность» и т. д. Но все эти классы могут пересекаться.

Ясно, что прозрачный минерал может быть как твердым, так и электропроводным, и наоборот; электропроводный минерал может оказаться и твердым, и прозрачным, и наоборот. Отнесение к генетическому типу, например к классу самородных элементов, определяется набором некоторых признаков со значением «1» (признак присутствует) или «0» (признак отсутствует). Например, класс самородных минералов из группы металлов характеризуется присутствием таких признаков, как металлический блеск, ковкость, электропроводность, цвет черты и цвет минерала совпадают, и отсутствием таких признаков, как внутренние рефлексы, прозрачность, хрупкость, люминесценция и т. д.

Аналитическое выражение суммы таких признаков практически невозможно, да и бессмысленно, но теоретически можно себе представить функцию, учитывающую суммарный эффект всех признаков. Иногда такую функцию называют мультипликативной.

В философском смысле поиск решающей функции означает переход от статистического описания явления или объекта к детерминистскому. При этом ошибки распознавания соответствует вероятности неправильного истолкования явления или ошибки в оценке объекта.

ГЛАВА 15

НЕКОТОРЫЕ ЭВРИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ЛИНЕЙНОЙ РЕШАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

Выше шла речь о различении двух образов, тогда как практически обычно ставится вопрос о разбиении выборки на некоторую группу образов, в которой число образов более двух ($n > 2$).

Для распознавания группы образов применяется прием, который можно обозначить как поиск линейной решающей функции (ЛРФ). Тут тоже требуются априорные допущения о том, что: а) распределение функций подчиняется нормальному закону; б) стоимость ошибок отнесения образов N_0 одинакова; в) вероятности (ожидание) появления i-того и j-того образов тоже одинаковы. Идея распознавания ясна из сопоставления двух схем (фиг. 20,*к*).

Она сводится к тому, чтобы не выделять образы один за другим, а находить такие гиперплоскости, которые бы разделяли группу попарно на подгруппы, внутри которых возможно дальнейшее деление.

Например, для распознавания четырех образов нет необходимости проводить все 6 гиперплоскостей (фиг. 20, *к I*), поскольку гиперплоскости $P_{1-2,\,3-4}$, $P_{2-3,\,1-4}$ (фиг. 20, *к II*) делят пространство на четыре непересекающиеся области, и достаточно найти только две эти плоскости. Если риск принятия решения можно увеличить, то достаточно оставить только две из этих плоскостей $P_{1-2,\,3-4}$ и $P_{2-3,\,1-4}$. Если есть необходимость, то эти плоскости можно «повернуть». Существуют алгоритмы, рекомендующие найти поверхность, а затем ее полином (алгоритм Себастьяна) (Загоруйко, 1965).

Ясно, что методов поиска уравнений этих гиперплоскостей можно предложить множество, подходы могут быть самые разные. Один из них описан в работе Уелча и Уимпресса (Welch, Wimpress, 1961). В данном примере реализации четырех образов не пересекались, тогда как чаще всего эти реализации образов пересекаются. В таких случаях можно искать решающую функцию, близкую к оптимальной (РФБО). Для простоты рассмотрим аналогичный случай, но теперь реализации образов 1 и 2 пусть пересекаются (фиг. 20, *к III*).

Грубо говоря в n-мерном пространстве это равные шары, только их центры располагаются в разных точках пространства, а расстояние между центрами двух реализаций меньше суммы их радиусов. Формально статистическими методами можно провести гиперплоскости, попарно разделяющие образы. В случае четырех образов, как это показано на схеме (фиг. 20 *кI*), таких плоскостей будет 6. В общем случае число плоскостей определяется как C^2_k, т. е. число сочетаний образов по 2. Из этого примера (фиг. 20 *кI*) видно, что число плоскостей 6 избыточно и часть из них можно убрать или «довернуть». Если степень риска априорно задана, что задача может быть еще более упрощена. Можно задать порог δ, за пределами которого ошибка нас не интересует. В геометрическом выражении δ есть часть радиуса сферы (или окружности), отнесенная к общему радиусу, или из схемы (20, *к III*)

$$\delta = \frac{R - r}{R}.$$

Это — площадь кольца между R и r, в которую попадают реализации.

Однако продемонстрируем подход к задаче на полном примере, приводившимся Н. Г. Загоруйко на факультативном курсе лекций по распознаванию образов. Можно составить матрицу, в которой для каждой гиперплоскости будут указаны расстояния от «центра» каждого образа до этой плоскости, причем расстояние каждый раз будет выражаться через $R = 1$ для каждой сферы. Если $\delta = 0{,}1$, то минимальное расстояние 0,9 будет критическим, на котором может быть проведена разделяющая гиперплоскость.

В этой таблице n — образы, P — гиперплоскости, разделяющие пары образов; плоскость $P_{2\text{-}4}$ разделяет не только образы 2—4, но и образы 1—3, и, следовательно, плоскость $P_{1\text{-}3}$ может быть вычеркнута, она попросту не нужна. Точно так же $P_{1\text{-}2}$ разделяет образы 1—2 и 3—4; следовательно, и здесь плоскость $P_{3\text{-}4}$ тоже не нужна и может быть вычеркнута. Рассуждая подобным образом, из матрицы можно вычеркнуть все ненужные плоскости, оставив только две из них — $P_{1\text{-}2}$ и $P_{2\text{-}4}$; однако эти плоскости следует «довернуть» так, чтобы они минимально близко

M-6

P	X_1	X_2	X_3	X_4
1—2	+0,9	—0,9	+0,4	—2,0
1—3	+1,6	—1,6	—	—
1—4	+1,8	—	—	1,8
2—3	—	+1,7	—1,7	—
2—4	+1,7	+1,2	—1,2	—1,2
3—4	—	—	+1,5	—1,5

проходили к точкам, располагающимся по середине линии равных вероятностей появления всех пар образов (т. е. делили бы линию, соединяющую центры сфер, пополам и имели угол, максимально близкий к прямому).

Это графическое объяснение идеи. Как это сделать аналитически? Идея состоит в отыскании решений последовательно, поэтапно.

1. Ищем самую тесную пару образов и смотрим, можно ли «поворачивать» гиперплоскость так, чтобы она разделяла максимальное число пар.

2. Берем вторую пару и совершаем ту же процедуру, и так действуем до тех пор, пока все образы не окажутся отграниченными гиперповерхностями. Запишем уравнение максимально разделяющей плоскости для случая нормального распределения реализаций образа:

$$b^t - x - p = 0, \tag{19}$$

где b^t — транспонированный вектор, или

$$b = [zV_1 + (1 - z)\,V_2]^{-1}\,(M_2 - M_1), \tag{19а}$$

где V_1, V_2 — матрицы ковариаций, M_2, M_1 — векторы средних для транспонированного вектора

$$b^t\,[z^2V_1 - (1 - z)^2\,V_2]\cdot b = 0; \tag{19б}$$

еще одно уравнение:

$$p = \frac{(b^tV_2b)^{\frac{1}{1}}\,b^tM_1 + (b^tV_1b)^{\frac{1}{2}}\,b^tM_2}{(b^tV_2b)^{\frac{1}{2}} + (b^tV_1b)^{\frac{1}{2}}}; \tag{19в}$$

это и есть те формулы, которые позволяют определить коэффициенты и свободный член p.

При поиске РФБО важно определить, можно ли упростить процедуру распознавания? Это зависит от взаимного расположения и расстояния между образами, закона распределения реализаций образов, дисперсии. Надежные результаты получаются при начальной вероятности распознавания $p = 0{,}9$.

Иногда применяется комбинированный метод принятия решения. Он применим при решении сложных и громоздких задач в большом многомерном пространстве. Эвристически метод решения сложен и комбинирует два приема: первый — вычеркивание, второй — сравнение. Поясним этот метод только графически.

Предположим, что имеется целый ряд образов (фиг. 20, *л*). Идея заключается в том, что точка реализации образа проектируется на координату и выявляет некоторый «коридор» с заданным порогом распознавания.

Все образы, которые попадают в «коридор» с пороговыми значениями от x_1^i до x_1^l, вычеркиваются. Затем повторяем процедуру по другой координате и т. д. При этом из всей совокупности остается только часть образов. Здесь важнейшее требование задается величиной α_1 — заданной надежностью выбора:

$$\alpha_1 = 1 - p, \quad |M_{ji} - x| \geqslant \alpha_1 \delta_{iy}. \tag{20}$$

Это и будет критерий ширины «коридора» (Загоруйко, Самохвалов, 1969). Если k_0 — начальное число образов, λ — коэффициент пропускания, то $k_1 = k_0\lambda_1$ (k_1 — число оставшихся образов); $x = 0 - 1$ (т. е. изменяется от 0 до 1).

На втором этапе $k_2 = k_1\lambda_2$ (здесь λ_2 — коэффициент пропускания по второй координате), и так до $k_l = k_{l-1}\, \lambda_l$. Величина λ в общем случае не постоянна, не одинакова для разных координат.

Если установить порог вычеркивания, то эта процедура конечна. Если остановиться на *l*-том шаге, то потом можно применить любую другую методику распознавания.

Алгоритм, получивший название «Дробящийся эталон», предназначен для построения эталонов или характера распределения в обучающей совокупности. В этом случае известно, что в признаковом пространстве имеются реализации *n* образов. Требуется найти или разделяющую поверхность, или решающую функцию. Здесь отличие только в том, что описываются гиперсферы, а не гиперплоскости. Задача решается тоже поэтапно, начиная с линии меньших гиперсфер и заканчивается оптимально различающими гиперсферами при минимальных ошибках отнесения *i*-того образа к *j*-тому образу.

ГЛАВА 1

ВЫБОР СИСТЕМЫ ИНФОРМАТИВНЫХ ПРИЗНАКОВ (СИП)

Во многих случаях ставится задача — определить тот необходимый и доступный набор (совокупность, синдром) признаков, полно и неизбыточно описывающих совокупность объектов, по отношению к которым ставится задача распознавания (Загоруйко, 1969).

Обычно для совокупности объектов известны:

1) S — алгоритмы объектов распознавания; $S = \{s_j\}$, $i = 1,2,\ldots,$ k; $k \geqslant 2$;
2) решающее правило и его элементы (α); $D = \{d_h\}$, $h = 1,2,\ldots,$ L; $L \geqslant 1$;
3) Z_0 — обучающая последовательность;
4) N_0 — допустимые затраты распознавания.

Требуется найти такую последовательность описания системы, которая бы обеспечивала диагностику при минимальных затратах средств, времени, ресурсов и т. п. Необходимо, чтобы устройство (алгоритм) обеспечивало не только минимальные затраты по одному из признаков, но и суммарные затраты по сравнению со всеми другими СИП. Необходимо знать стоимость затрат на реализацию измерений (стоимость бурения, опробования, анализа, проходки выработок, научного исследования, машинного времени и т. п.) и затраты на ошибку.

По сути дела, это вариационная задача, так как нужно, исходя из максимального уровня затрат $N_{\max}$, выбрать тот оптимум N_{opt}, ниже которого ошибки распознавания снижают качество распознавания.

Существует целый набор методов поиска решающих функций, их можно перебирать все, что экономически почти всегда невыгодно. Число наборов признаков всегда больше, чем количество решающих функций. Необходимо организовать систему так, чтобы наиболее информативные признаки получались с минимальными затратами. Иначе говоря, надо выбрать минимальный объем признакового пространства:

$$p_i = \prod_{l=h}^{n} t_{l_i}\,, \tag{21}$$

где t_{li} — стоимость измерения признака.

Минимизировать пространство признаков можно тремя способами:

1) уменьшить число признаков;

2) уменьшить точность измерения;

3) преобразовать признаковое пространство (т. е. найти отношения между двумя и более признаками, первую, вторую и т. д.

производные). Типичные примеры преобразования признакового пространства — вычисление фигуративных точек на диаграмме А. П. Заварицкого, Ниггли и др. и вычисление коэффициентов, учитывающих отношения между элементами или соединениями.

Эффективнее первый способ, т. е. уменьшение числа признаков, а не огрубление шкалы измерения и преобразование пространства, так как обе эти процедуры ведут к потере информации.

$$Y = F(X)$$

$y_1, y_2, \ldots, y_r$ — координаты нового пространства;

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1,\ x_2, \ldots, x_n), \\ y_2 &= f_2(x_1,\ x_2, \ldots, x_n), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_r &= f_r(x_1, x_2, \ldots, x_n). \end{aligned} \tag{22}$$

Такая система уравнений описывает преобразования признакового пространства. Убрать признак — значит поставить «0» в реализации какого-то признака в заданном пространстве признаков. Т. е. это система уравнений с коэффициентами 0 и 1. В каждой строке можно в пределе оставить только одну 1. Это наиболее простой случай приведения уравнения к линейному виду.

Систему признаков нельзя рассматривать независимо от типа решающей функции.

Нужно знать, что тип решающих функций сохраняется как в исходном (S), так и в преобразованном пространстве (S'), т. е.

$$\begin{aligned} S &= \varphi_x(X), \\ S' &= \varphi_y(Y) \end{aligned} \tag{23}$$

или

$$S = \Psi[F(X)] = \Phi_{*}(X), \tag{24}$$

т. е. тут может идти последовательное преобразование, и решение принимается по решающей функции в преобразованном пространстве. Иначе говоря, можно искать разные решающие функции в исходном признаковом пространстве, или искать известную решающую функцию в преобразованном пространстве. Зависит это от стоимости измерения признаков в исходном пространстве и стоимости преобразования.

Если признаковое пространство задается дискретно или в булевых переменных, минимизация признакового пространства проста. Из матрицы, представляющей признаковое пространство, могут быть вычеркнуты как отождествляющие и тождественные столбцы, так и строки, поскольку отождествляющие столбцы и строки не позволяют различать объекты и признаки; тождественные столбцы указывают на 100%-ную корреляцию признаков. Симметричные столбцы позволяют однозначно разделить объекты на две группы.

Вычеркивание в случае численных характеристик признаков часто очень громоздко в общем случае и тривиально, когда гиперплоскость параллельна координатным плоскостям. В этом случае признаки независимы, и, следовательно, информативность суммы признаков $I\Sigma$ есть простая сумма информативности всех признаков.

Если признаки зависимы, информативность суммы признаков $I_\Sigma \gtreqless \sum_{l=1}^{n} I_l$, может быть или больше или меньше суммы информативностей, и тогда информативность одного признака может определяться как функция другого признака.

И напротив, сумма двух малоинформативных признаков может оказаться существенной и решающей. Все зависит от характера связей.

Алгоритмов оценки информативности отдельных признаков существует множество, причем большинство из них базируется на последовательной оценке всех признаков.

Идеальная оценка информативности признаков и признаковых систем — это R (величина потерь). Такая оценка технически трудно достижима, поэтому ищут критерий информативности. Он должен просто считаться и близко коррелироваться с целью. Информативность — термин плохой, он характеризует только, какая информация содержится в признаке, но не учитывает стоимость получения информации. Важнее информационная эффективность $\Omega = \frac{I}{N}$, т. е. отношение информативности к затратам. Если стоимость выявления всех признаков одинакова, то $\Omega = I$.

Рассмотрим только некоторые простые примеры.

1) Оценка информативности **по расстояниям** вероятности математического ожидания. Если ε_{ij} — евклидово расстояние между двумя математическими ожиданиями (фиг. 20,*м*), то $\sum_{ij} \varepsilon_{ij} = \varepsilon_\text{ф}$, $\varepsilon_\text{ф}$ — информативность признака. Этот критерий формален и ненадежен; он дает одинаковый результат даже в таких случаях, которые изображены на фиг. 20,*м*.

2) Кульбах (Загоруйко, 1965) предлагает использовать **дивергенцию** как меру информативности. Здесь используется разделяющая поверхность u_{ij} для случая, когда вероятности появления i-того и j-того — образов одинаковы. Тогда

$$u_{ij} = E\left[\ln \frac{p_i(x)}{p_j(x)} /i\right] - E\left[\ln \frac{p_i(x)}{p_j(x)} /j\right], \tag{25}$$

где E — математическое ожидание;, $p_i(x)/p_j(x)$ — отношения правдоподобия i — при условии i-того образа и j-при условии j-того образа для простого случая, когда одинаковы матрицы ковариации (фиг. 20, *н*).

$$u_{ij} = (\underset{\text{строка}}{M_i - M_j})\, V^{-1} (\underset{\text{столбец}}{M_l - M_j}). \tag{26}$$

Если матрицы ковариации одинаковы и еще единичны, тогда

$$\varepsilon_{ij} = \sqrt{u_{ij}}. \tag{27}$$

3) **Энтропия** тоже может использоваться в качестве меры информативности. Простейший случай, когда признаки независимы. Тут можно оценивать каждый признак в отдельности. Этот метод описан Файнстаном (Загоруйко, Самохвалов, 1969) и здесь не повторяется. Напомним только, что энтропия, по Шеннону, рассматривается как мера неопределенности, и она равна нулю, если событие строго определено.

Для описанных разным образом признаков существуют свои приемы оценки информативности. Напомним, что признаки делятся на качественные (1, 0) и количественные (оценка в баллах или числах). Алгоритмы оценки информативности признаков по измерениям рассматривают качественные и балльные описания как частные случаи. Если есть все три способа описания признаков или любая их комбинация по 2, то приходится перекодировать одну из информаций. Перекодировка измерительной информации в таких случаях идет в системе алгоритмов типа «Кора-3», но иногда нарушаются элементарные правила и результаты получаются либо тривиальными, либо абсурдными.

Иногда используется более примитивная методика оценки информативности признаков как **расстояние по Хеммингу** (1968). Это в принципе ни что иное, как число не совпадающих разрядов между парами строк в таблицах, описанных булевыми переменными (M-7):

$$\left|\begin{array}{rrrrr} 7 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 14 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 10 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 11 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right| \begin{array}{ll} \left.\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\right\}4 & \\ & \left.\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\right\}3 \\ \left.\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\}1 & \end{array}$$

M-8

$$\left|\begin{array}{ccc} 1 & 1110 & 1 \\ 2 & 1111 & 2 \\ 3 & 0001 & 3 \end{array}\right|$$

Расстояние по Хеммингу равно числу не совпадающих единиц и нулей, но тут нарушается порядок следования.

Кроме того, в парах строк 1—3 и 2—3, указанных в следующем примере (M-8), расстояние, по Хеммингу, одинаково и равно 3, но логически ясно, что значение строки 1 предпочтительнее, чем 3, так как объект 1 ближе по классификации к объекту 2, чем объект 3.

Переход от арифметизации к измерению труден, тут часты ошибки и неизбежна потеря информации.

ЧАСТЬ V

ТУПИКОВЫЕ ТЕСТЫ И ИХ МЕСТО СРЕДИ ДРУГИХ МЕТОДОВ

ГЛАВА 17

ТЕСТОВЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ИНФОРМАТИВНОСТИ ПРИЗНАКОВ И ОБЪЕКТОВ

В задачах геологического прогноза признаковое пространство обычно описывается в терминах «да—нет—не знаю»; «выше—ниже—неизвестно», «сечет—пересекается—соседствует» или, что то же самое (1,0,—), т. е. в булевых переменных. Поэтому мы подробнее рассмотрим оценку информативности признаков (столбцов) и объектов (строк) в приложении к такому способу описания. Основы тестового подхода разработаны И. А. Чегисом и С. В. Яблонским (1958) в приложении к задачам контроля электрических схем.

Рассмотрим для простоты случай, когда в таблице $T(m \times n)$ функция X_i при $i = 1, 2, \ldots, n$; на всех объектах M_j при $j = 1, 2, \ldots, m$ принимает только значения 1 («да»), 0 («нет») и прочерк — («не знаю»), т. е. α_{ij} — являются предикатами (Дмитриев и др., 1968а).

Выделим все X_i такие, что $X_i(\alpha) = \mathrm{const}$ на всех элементах множества, для которых известна величина X_{n+1} обозначаемого как целевой предикат.

Преобразуем исходную таблицу $T(m \times n)$, вынося из нее все $X_i(\alpha) = \mathrm{const}$, поскольку все X_j являются отождествляющими. Как отмечалось ранее, такие признаки не влияют на оценку величины X_{n+1} (целевого предиката). Удалим из $T\,(m \times n)$ все M_j, для которых X_{n+1} неизвестна. Оставшуюся таблицу назовем допустимой таблицей и обозначим также $T_д\,(m \times n)$. Введем далее классификацию различающих признаков по величине, которую будем называть информационным весом и обозначать p_j.

Определим, что символы «0» и «1» являются различными, а пары символов «0» и «—»; «1» и «—» совпадающими.

Две строки
$$M_1 = \alpha_{11}, \alpha_{12}, \ldots, \alpha_{1n};$$
$$M_2 = \alpha_{21}, \alpha_{22}, \ldots, \alpha_{2n},$$
составленные из символов алфавита («0», «1», «—»), назовем различными, если существует хотя бы один номер l, $1 \leqslant l \leqslant n$, такой, что символы α_{il} и α_{jl} различны. Строки, не являющиеся различными, назовем совпадающими.

Например, строки 0 — 0 — 1
1 0 1 — —

являются различными, так как третьи по порядку символы в строках различаются между собой.

Строки 0 — 0 — 1
0 0 0 1 1

являются совпадающими, так как символ — «—» приравнивается и к «1», и к «0».

Введем понятие тест. Психологически оно базируется на определении И. М. Сеченова (1943): «чем в большее число... разных точек соприкосновения может быть приведена данная вещь к другим предметам, тем в большее число направлений она записывается в реестры памяти».

Итак, что такое тест?

Определение 1. Набор столбцов допустимой таблицы $T_д$ с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_l$ называется **тестом** таблицы $T_д$, если после удаления из $T_д$ всех столбцов, за исключением столбцов с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_l$, получается таблица T', все строки которой различны.

Пример 1.

1	2	3	4	5		1	2	5
1	0	0	1	0		1	0	0
0	1	1	0	0		0	1	0
1	1	0	0	0		1	1	0
1	1	1	1	1		1	1	1
		$T_д$					$T'_д$	

Набор столбцов $T'_д$ (1, 2, 5) является тестом таблицы $T_д$. Действительно, убрав из $T_д$ столбцы 3, 4, получили $T'_д$, все строки которой различны. Заметим, что $T_д$ также является тестом.

Определение 2. Тест, составленный из столбцов с номерами $i_1, i_2, \ldots, i_l$, называется тупиковым, если из него нельзя удалить ни одного столбца без того, чтобы он перестал быть тестом. Из определения 2 следует, что если столбцы образуют тупиковый тест, то удаление из таблицы, составленной из этих столбцов, любого столбца приведет к появлению хотя бы двух тождественных, совпадающих по всем значениям строк.

Так, таблица $T'_д$ в примере 1 образует тупиковый тест таблицы $T_д$, поскольку удаление любого из столбцов приводит

$T_д^{1-1}$		$T_д^{1-2}$		$T_д^{1-3}$	
1—2		1—5		2—5	
1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1

к появлению тождественных пар строк в таблицах $T_{\text{д}}^{1-1}$, $T_{\text{д}}^{1-2}$ и $T_{\text{д}}^{1-3}$, Пусть $t_1, t_2, \ldots, t_k$ — все тупиковые тесты допустимой таблицы. Возьмем столбец с номером i, соответствующий различающему признаку, и выделим все тупиковые тесты, в которые входит этот столбец (k_i); теперь введем **определение 3.** Величину $P(i)$, определяемую равенством

$$P\,(i)\ \frac{k_i}{k}, \tag{28}$$

назовем информационным весом i-того различающего признака.

Пример 2.

1	2	3	4	5
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	1	0	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0

Приведенная таблица имеет три тупиковых теста $<1, 2, 5>$, $<2, 4, 5>$, $<1, 2, 3, 4>$, тогда $P(1) = {}^2/_3$; $P(2) = 1$; $P(3) = {}^1/_3$; $P(4) = {}^2/_3$ и $P(5) = {}^2/_3$. Столбец 2 вошел во все тупиковые тесты.

Содержание понятия «информационный вес» можно пояснить следующим образом. Описание выбранной совокупности объектов всеми исходными различающими признаками является избыточным по отношению к элементарной процедуре «различать все строки таблицы». После удаления некоторых признаков описание сохраняет основное свойство — оно различает все строки таблицы. Последовательно удаляя столбцы, мы приходим к несжимаемому (неизбыточному) описанию, которое при дальнейшем сжатии, теряет свойство различать строки T. Такие несжимаемые описания, или тупиковые тесты, являются как бы корнями, основами остальных описаний.

Естественно считать, что чем в большее число таких основных (корневых) описаний входит признак, тем он существеннее при описании строк данной таблицы. Из двух различающихся столбцов, входящих в допустимую таблицу, более существенным для характеристики различий строк таблицы является тот, для которого информативный вес больше. Значения P_i колеблются в пределах от нуля до единицы.

Доказана теорема (Дмитриев, Смертин, 1969), подтвержденная практическими расчетами, о том, что P_i симметричных столбцов равны. Это позволяет исключать из допустимых таблиц такие столбцы, которые повторяются или зеркально отображаются.

Мы приходим, таким образом, к формулировке принципа классификации признаков.

Из двух различающихся признаков, входящих в допустимую таблицу, более существенным для характеристики данного класса объектов (месторождений, интрузивов, геологических районов и т. п.) является тот, для которого информационный вес больше.

Данный принцип, по-видимому, имеет широкую область применения, но вряд ли является универсальным. Он был проверен на задаче классификации признаков, описывающих комплексные месторождения урана и золота в древних конгломератах Африки, Бразилии, Канады и других стран (Кренделев, Дмитриев, 1969). Несколько работ посвящено оценке информационного веса признаков, описывающих трапповые интрузии и оруденение (Васильев и др., 1973), а также количественной оценке различий химических составов гипербазитов с помощью логико-дискретного анализа (Васильев и др., 1971). Тестовый подход успешно применен при количественной оценке геолого-структурных факторов и масштабов некоторых ртутных месторождений (Яблонский и др., 1971), причем в этой задаче использован новый вариант метода тупиковых тестов. Весьма четкие результаты и ясная интерпретация расчетов, выполненных этим методом, показаны в работе И. С. Модникова и его соавторов (1971) при оценке масштабов редкометального оруденения, локализованного в вулканических аппаратах.

Интересный вариант того же метода представлен узбекскими математиками М. М. Камиловым, Т. М. Мариповым, В. М. Тишабаевым (1972). Этот вариант использован при оценке перспективности отдельных блоков руд пластового месторождения полиметаллических руд, когда для однотипных эталонных блоков S вычислялась не сумма, а разница числа «голосов» $\Delta = \Gamma_1(s) - \Gamma_2(s)$, по величине которой классифицируемый объект относился к классу k_1 или k_2. При этом ограниченные наборы признаков давали лучшие результаты, чем полный набор признаков. По четырем эталонам правильно распознано от 80 до 94% объектов.

Следует заметить, что методы тупиковых тестов совершенствуются группой новосибирских геологов и математиков, возглавляемой А. Н. Дмитриевым (Дмитриев и др., 1973), в особенности в приложении к задачам геологии; в Москве это делается группой Р. М. Константинова, а в Алма-Ате — группой А. Н. Бугайца (Бугаец и др., 1970). В этих задачах сформулированный выше принцип оказался правомерным. По-видимому, при построении других классификаций следует предварительно проверить корректность принципа на совокупности хорошо изученных эталонов.

Пример. При обработке таблиц (см. табл. 1, 2), описывающих зарубежные комплексные месторождения золота в древних конгломератах (Кренделев, Дмитриев, 1969), оказалось, что небольшой информационный вес имеет признак X_9 («наличие конгломератов в основании продуктивной толщи»), а наименьший информационный вес — признаки X_{10} и X_{11} (соответственно трансгрессивная и регрессивная серии осадков, участвующих в строении рудовмещающей толщи), что вполне соответствует общепринятым геологическим представлениям (см. табл. 2).

Для ряда признаков их место в классификации по информационным весам оказалось неожиданным, но в дальнейшем было подтверждено дополнительными исследованиями. Так, например, высоким информационным весом обладает группа признаков, описывающих магматические проявления в подстилающей толще. Иными словами, оказывается важным, на чем залегают комплексные месторождения типа древних конгломератов. Это представляется неожиданным с точки зрения осадочного генезиса оруденения этих месторождений. При дальнейших исследованиях геологическая существенность этой группы признаков нашла свое объяснение.

Положим информационный вес каждого из отождествляющих признаков равным единице. В таблице встречаются такие признаки, столбцы которых заполнены только единицами и прочерками или нулями и прочерками (частично отождествляющие признаки). Пусть признак X_i из общего числа m эталонов для l эталонов неизвестен (закодирован прочерком), а для всех остальных $m - l$ эталонов выполнен (или невыполнен). Тогда информационным весом признака X_i назовем величину $P(i)$, где

$$P_i = \frac{m - l}{m}. \tag{29}$$

Информационные веса отождествляющих и частично отождествляющих признаков не имеют того содержательного смысла, который присущ информационным весам различающих признаков.

Информационный вес строки (функция I (s)). На базе вычисленных значений P_i можно оценить меру важности строк (объектов).

Если в допустимой таблице $T_д(m \times n)$, заполненной символами «1» и «0», во всех строках проставить вместо «1» вычисленные значения P_i для соответствующих признаков и просуммировать их, мы получим сумму информационных весов всех признаков $I(s)$, характеризующих данный объект. Или

$$I(\tilde{s}) = \sum_{i=1}^{n} P_i \tag{30}$$

в случае, если часть признаков охарактеризована символом «—», мы можем ввести второй член уравнения:

$$I(\tilde{s}) = \sum_{i=1}^{l} P_i + \frac{1}{2} \sum_{i=«—»}^{r} P_l. \tag{30a}$$

Множитель $^1/_2$ введен здесь чисто условно и может быть в общем случае заменен коэффициентом β, учитывающим вероятность появления символа «1» вместо «—» в конкретной ячейке α_{ij}. Отсюда общее.

Определение 4. Величина

$$I(\widetilde{s}) = \sum_{i=1}^{l} P_i + \sum_{i=\text{«—»}}^{r} \beta P_i \tag{30б}$$

называется информационным весом строки.

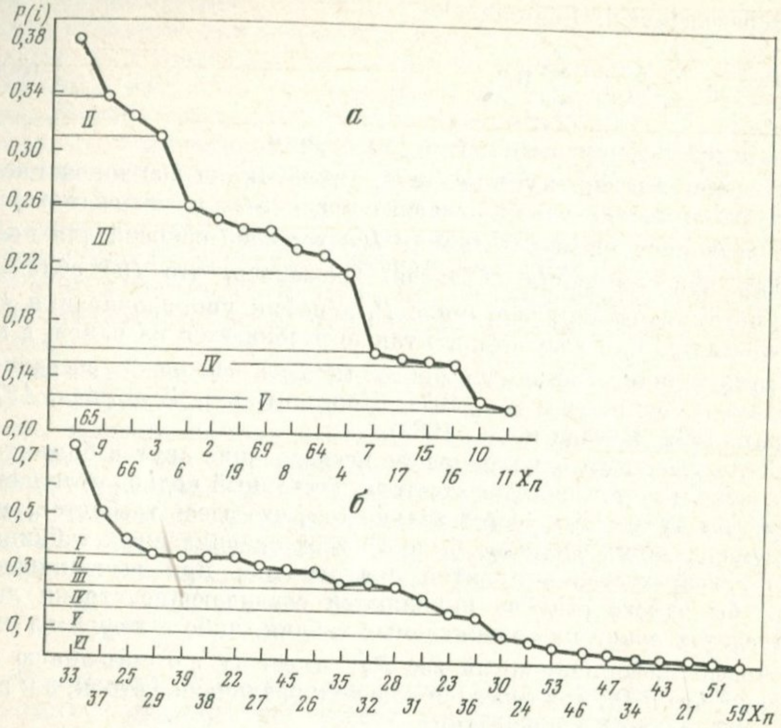
На ряде примеров установлено, что функция $I(\widetilde{s})$ хорошо коррелируется со значением целевого предиката, и это обстоятельство позволяет считать величину $I(\widetilde{s})$ хорошей основой для построения классификации объектов. Оказалось, что $I(\widetilde{s})$ обладает во многом сходными чертами с P_i. График упорядочивания $I(\widetilde{s})$ по убыванию или возрастанию также разбивается на ранги, а колебания величин $I(\widetilde{s})$ внутри рангов меньше, чем между соседними рангами (Модников и др., 1971; Константинов, Дмитриев, 1971; Мацак, 1969; Бугаец и др., 1969).

Если требуется одновременное исследование двух и более таблиц, используется понятие «тестор». Тесторный подход отличается от метода тупиковых тестов только тем, что здесь требуется, чтобы совпадающих строк не было во всех сравниваемых таблицах. Тупиковый тестор — понятие аналогичное; при вычеркивании хотя бы одного столбца появляются совпадающие строки либо в пределах одной из сравниваемых таблиц, либо в любой из них. Тестовый информационный вес P_i^* имеет ту же смысловую нагрузку, что и P_i, но относится уже не к различению строк, а к различению таблиц и подтаблиц.

Геологическая интерпретация результатов решения задач МТТ. Интерпретация — наиболее ответственный этап работы, так как от качества интерпретации зависит принятие решения, а следовательно, направления, сроки, стоимость и эффективность поисково-съемочных и геологоразведочных работ. Интерпретация есть связующее звено между всеми этапами сбора, учета, предалгоритменной и машинной обработки информации и принятием решения. Интерпретация существенно облегчается после машинной обработки информации и зависит главным образом от того, насколько наглядно будут представлены результаты вычислений. Поэтому важнейшим условием принятия правильного решения является приведение результатов расчетов на ЭВМ в явную форму, т. е. в форму выразительную и привычную в геологической практике.

Для примера покажем способ интерпретации результатов вычислений на ЭВМ по методу тупиковых тестов (МТТ). Это один из наиболее наглядных и явных методов интерпретации. Результаты расчетов здесь выдаются на печать в виде последовательности цифр, выражающих величины: $P(i)$ или P_i^*, $I(s)$ или $I(s)^*$.

Эти результаты относятся к трем основным параметрам $P(i)$, $I(s)$ и $I(s)^*$ (в таблице подчеркнуты), а все остальные параметры являются вспомогательными, производными от основных.



Фиг. 21. Кривые упорядочивания признаков по величине информационного веса

а — пространственных и *б* — вещественных признаков

а) Информационный вес признака $P(i)$ и способы его интерпретации. Величина функции $P(i)$ выдается на печать в виде записи: номер признака, его информационный вес. Система команд предусматривает двоякую выдачу: а) последовательно (упорядоченно) выдаются номера признаков, затем идет их информационный вес; б) информационные веса упорядочены по убыванию (или возрастанию), затем идут номера признаков.

Однако табличная форма недостаточно наглядна и убедительна. Значимость признаков отчетливее проявляется на графиках упорядочивания признаков по величине P_i. Можно составить подпрограмму с выдачей результатов на печать в виде графиков, на которых признаки упорядочиваются или по номерам, или по величине информационного веса. На графике (фиг. 21) упорядочены признаки, описывающие месторождения типа древних металлоносных конгломератов (табл. 1 и 2). Из графиков следует, что различающие признаки по $P(i)$ отчетливо подразделяются на ранги, обозначенные на графиках римскими цифрами (см. фиг. 21).

Наиболее важными в этом примере оказались признаки X_{65}, X_9, X_{66} (фиг. 21,*а*) и X_{33}, X_{37}, X_{25} (фиг. 21,*б*), относимые к I рангу. Менее важными можно считать признаки II, III, IV и так далее рангов. Признаки X_{43}, X_{21}, X_{51}, X_{59} оказываются несущественными, так как не набрали «голосов».

Содержательный смысл наиболее информативных признаков в рассматриваемом примере следующий: X_{65} — гранитоиды выявлены только в подстилающей толще; X_9 — ритмично-слоистые отложения передового прогиба содержат олигомиктовые горизонты в базальных толщах; X_{66} — основные породы развиваются сингенетично рудовмещающей толще и (или) после нее; X_{33} — в основании толщи есть горизонт грубообломочных конгломератов; X_{37} — в подстилающей толще известны основные эффузивы или интрузии; X_{25} — в рудовмещающей толще встречаются прослойки карбонатных пород.

Как видим, максимальный информационный вес присущ признакам, описывающим крупные в региональном плане события, выявляемые наиболее дешевыми видами поисково-разведочных работ. Все эти признаки представляются существенными в обычных геологических исследованиях и согласуются с общепринятыми представлениями, что подробнее рассмотрено в работах Ф. П. Кренделева, А. Н. Дмитриева (1969). Наименее существенными оказываются признаки, описывающие детали строения толщ, текстурные особенности пород и рудных тел. Иными словами, в процессе поисково-разведочных работ наиболее дорогостоящими являются признаки с наименьшим информационным весом.

Решение конкретных задач (Дмитриев и др., 1968в; Модников и др., 1971; Константинов, Дмитриев, 1971) убеждает в том, что ранжирование признаков на группы является общей закономерностью описания геологических объектов. Такое ранжирование отражает степень изученности объектов. Наиболее существенные для оценки параметров районов признаки выявляются на стадии геологических съемок, затем следуют признаки, выявляемые поисково-разведочными работами, и, наконец, признаки, выявляемые на стадии детальной разведки и эксплуатации, которые несут наименьшую информационную нагрузку.

Поскольку признаки ранжируются, можно утверждать, что нельзя выделить какую-то одну главную причину рудообразования, разработать универсальную классификацию, в основе которой лежит один признак или его модификации. Характер рудных концентраций определяется сочетанием признаков, входящих в высокие ранги на кривых упорядочивания признаков по величине $P(i)$.

б) Информационный вес строки $I(s)$ и способы интерпретации этой величины. Интерпретация величины $I(s)$ в общем подобна интерпретации $P(i)$, что рассмотрено в статьях А. Н. Дмитриева, Ю. И. Журавлева, Ф. П. Кренделева (1966, 1968 а). На печать выдаются порядковый номер объекта (строки) и величина $I(s)$. В зависимости от цели и здесь можно на выдаче упорядочить объекты по номерам или по величине $I(s)$. На основе цифровых данных строится график упорядочивания объектов по $I(s)$ (фиг. 17).

Пример 1 (тот же, и что в предыдущем разделе). А. Упорядочиваются по информационному весу 7 известных в мире эталонных месторождений типа докембрийских конгломератов (фиг. 17). Запасы руд известны только на двух из них — Витватерсранд (№ 1) и Блайнд-Ривер (№ 2). Однако ясно, что по запасам месторождения могут быть разделены на три группы: 1) Витватерсранд (№ 1) — с уникальными по масштабу запасами уран-золотоносных с торием руд; 2) Блайнд-Ривер (№ 2), Тарква (№ 6), Жакобина (№ 3), средние по запасам урановых (№ 2), золотых (№ 6 и № 3) руд, с непромышленными содержаниями второго элемента; 3) Мунана (№ 4), Австралия (№ 5) и Эно-Коли (№ 7) — мелкие месторождения урана в древних конгломератах.

На графике (фиг. 17), построенном на материале обучения, месторождения четко разбиваются на те же три группы. График отражает не только запасы месторождений, но и вещественный состав руд, поскольку для первой группы характерны три элемента (Au, U, Th), для второй — два из них, а для третьей характерен только один.

График подтверждает правильность отнесения всех месторождений к единой формации и наличие взаимопереходов между сульфидными и чисто магнетитовыми конгломератами. На этом эвристический прием обучения заканчивается.

Б. На второй стадии ведутся расчеты с включением объектов экзамена. Тут могут быть два варианта: 1) в таблицу обучения объекты экзамена вводятся последовательно по одному; 2) в таблицу обучения включаются все объекты экзамена одновременно. Выбор варианта зависит от величины выборки конфигурации матрицы, т. е. отношения $m : n$, от мощности ЭВМ и алгоритма.

По результатам таких расчетов строится график упорядочивания эталонных объектов и проб (фиг. 17,*б*), рассчитанный по второму варианту.

В качестве проб участвуют (табл. 1) следующие регионы; 8 — Енисейский кряж, 9 — район $X = 1$; 10 — КМА; 11 — Патомское нагорье; 12 — Алданский щит.

Для всех проб критерий общности выдерживается, но значение целевого предиката неизвестно. Упорядочивание по $I(s)$ (фиг. 17,*б*) со всей очевидностью показывает, что наиболее перспективным оказывается район 8 (Енисейский кряж), поскольку его информационный вес близок к таковому для Витватерсранда, а руды должны быть сходными по составу. При полевых исследованиях особое внимание обращалось нами на поиски признаков с высоким информационным весом. Были найдены рудопроявления витватерсрандского типа, что наилучшим образом подтверждает правильность метода.

Для контроля в пробы включается известный объект $X = 1$, в котором в рудных телах присутствуют и сульфиды и магнетит. На графике (фиг. 17,*б*) этот район попадает во второй ранг, т. е. как раз в группу смешанных руд среднего размера, что соответствует истине.

Этот пример относится к качественной разбивке месторождений на крупные классы без точной оценки масштабов.

Пример 2. Оценивается масштаб редкометального оруденения, локализованного в вулканических аппаратах (Модников и др., 1971). В таблицу обучения входило 10 месторождений и 6 рудопроявлений с запасами, подсчитанными по категориям A + B + C. Для краткости изложения целевой график запасов совмещен с кривой информационных весов для тех же объектов (фиг. 22). Совершенно очевидно, что кривая информационных весов достаточно хорошо коррелируется с логарифмом запасов, что доказывает наличие зависимости между геологическими факторами, определяющими условия локализации оруденения в вулканических аппаратах, между логарифмом запасов, т. е. масштабами оруденения, и величиной $I(s)$. Вычислив $I(s)$ для пробы, можно определить и запасы исследуемого объекта. В данном примере коэффициент корреляции очень высок (0,81—0,93).

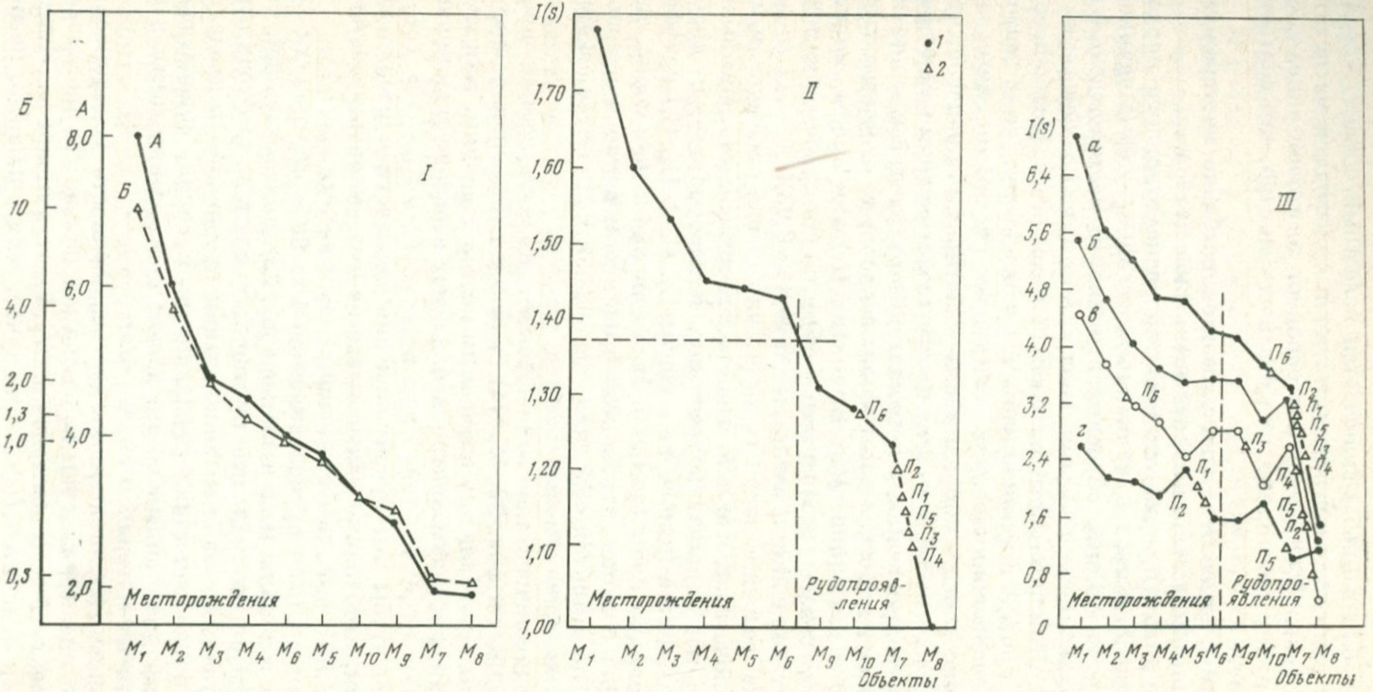
Практика решения задач с достаточно точно определенными запасами показывает, что чем выше категория запасов, тем выше упомянутый коэффициент корреляции, и наоборот — для слабо изученных объектов (категории запасов C_1, $C_1 + C_2$, C_2) коэффициент корреляции ниже (до 0,63). И это вполне закономерно, так как степень изученности объектов выше, количество прочерков в матрицах на объектах обучения уменьшено, количество ошибок распознавания тоже уменьшается.

Упорядочивание эталонных объектов и исследуемых проб в данном примере (фиг. 22, II, III) показывает отличное совпадение графиков и дает оценку изучаемым месторождениям. Как видно из графика, объекты контроля попадают в разряд рудопроявлений.

Для того чтобы эти рудопроявления перевести в разряд месторождений, необходимо для каждого из них выявить недостающие признаки с высоким информационным весом.

В данном примере производился анализ информативности региональных и локальных признаков (фиг. 22), показывающий, что благоприятные региональные критерии являются необходимым, но недостаточным условием локализации оруденения в пределах региона. Только сочетание признаков всех групп, обладающих высоким информационным весом, делает прогноз надежным и не дает ошибок на материале обучения.

Вычисление $I(s)$ по выборке дает возможность моделировать прогнозную оценку, задавая вопрос: «как изменится прогнозная оценка объекта M_j, если признак N_i будет выполнен». Иными словами, как изменится $I(s)$ в том случае, если в какой-то ячейке



Фиг. 22. Графики упорядочивания редкометальных месторождений, локализованных в вулканических аппаратах

Слева направо: *I* — эталонных объектов: *Б* — по логарифму запасов руд, *А* — по информационному весу строки; *II* — объектов обучения (*1*) и проб (*2*) по информационному весу строк; *III* — эталонов и проб по признакам разных групп: *а* — по совокупности всех значимых признаков; *б* — по совокупности легко выявляемых признаков; *в* — по признакам, отражающим только локальные факторы; *г* — по признакам, отражающим только региональные факторы

a_{ij} вместо символов «0» или «—» (прочерк) будет проставлена «1». Тем самым мы можем предварительно учесть значимость любого из признаков или их группы, которые должны быть обнаружены для того, чтобы прогнозная оценка объекта улучшилась.

Типичные ошибки интерпретации. Машинная обработка информации не заменяет геолога, она только подготавливает информацию для принятия решения, причем интерпретация после обработки информации на ЭВМ существенно облегчается.

При интерпретации следует избегать ошибок, которые наиболее обычны на этом этапе работ.

Не делать упор на «понравившиеся» интерпретатору данные, пренебрегая сведениями, которые не соответствуют взгляду интерпретатора на исследуемый объект или явление. Избирательность возможна, но опасность ошибки уменьшается, если все расчетные данные дадут основания для изменения формулировки задачи.

Интерпретации подвергаются только те сведения, которые включались в исходную таблицу. Привлечение «внешней» информации недопустимо. Если появляются неучтенные при постановке задачи признаки, их необходимо включить в исходную таблицу, заново произвести все расчеты и только после этого перейти к интерпретации. При этом возможны два случая: а) новые сообщения подтверждают интерпретацию; б) новые сообщения противоречат интерпретации. В случае «б» необходимо пересмотреть не только пространство признаков, но и постановку задачи). Совершенно недопустимо отбрасывание признаков, не согласующихся с представлениями «заказчика».

После окончания интерпретации наступает заключительный шаг работы, состоящий в том, чтобы сформулировать и сообщить данные расчетов на ЭВМ для принятия решения в реальной геологической ситуации. На этом этапе основное заключение делается геологом, который по своему усмотрению может привлекать дополнительную информацию для согласования с ней основных результатов расчетов. Проводятся дополнительные операции по выбору способов экспериментальной проверки, намечаются первоочередные задачи для деятельности в области съемочных, поисковых, разведочных работ.

Достоинства и недостатки метода тупиковых тестов. Метод тупиковых тестов (МТТ) имеет ряд достоинств и преимуществ. Метод опробован на геологических задачах и показал преимущества перед другими методами, потому что позволяет.

1. Сформулировать критерии общности и так упорядочивать информацию по цели, что объем мобилизуемой информации может быть очень строго очерчен.

2. Получить хорошие результаты на небольших матрицах с отношением $m : n$, близким к 1.

3. Моделировать процессы путем подстановок. Можно ставить вопрос так: как будет оцениваться целевой предикат в строке

s_j, если в ячейке α_{ij} вместо «0» будет стоять символ «1»? Иными словами, какой признак должен быть обнаружен для того, чтобы целевой предикат получил некоторое наперед заданное значение?

4. Разбивать большие массивы информации на подтаблицы и в пределах каждой определять значимость признаков; на практических примерах показано, что порядок следования признаков при этом существенно не изменяется.

5. Вводить внутренний контроль в матрицу обучения и предъявить для проверки в качестве контрольных проб объекты с известным значением целевого предиката.

6. Транспонировать результаты расчетов на ЭВМ легко в форму явную и удобную для принятия решения.

7. Выделять группы (ранги) признаков, формирующие в геологическом смысле поисковые критерии, т. е. тот набор признаков (синдром), который определяет необходимый порядок выявления признаков.

8. Наглядно и логически ясно интерпретировать упорядочивание признаков по величине P_i и находить объяснение в геологических терминах.

Успешность применения определяется тем, что накладываются жесткие условия и естественные требования к матрице и алгоритму, а именно: а) жесткая классификация объектов обучающей выборки по цели; б) формирование обучающей выборки по критерию общности; в) включение объекта в таблицу проб (экзамена) только в том случае, если для него выполняется критерий общности, т. е. экзаменуемый объект строго входит в класс объектов обучающей выборки. Алгоритм должен классифицировать объекты обучающей выборки в строгом соответствии с величинами целевых предикатов строк.

Главные недостатки МТТ следующие:

1. Метод требует больших затрат машинного времени и в этом смысле не экономичен. Это связано с тем, что ЭВМ осуществляет перебор всех тупиковых тестов. Задача заключается в том, чтобы найти такой «бесперебоpный» алгоритм, по эффективности равный «переборному». Уже нащупаны пути, по которым этот недостаток может быть устранен.

2. МТТ эффективен только для матриц $T\ (m \times n) < T(12 \times 30)$. Увеличение m или n на единицу удваивает машинное время. В общем, число «голосов» не превосходит площадь матрицы в квадрате. И этот недостаток изживается.

3. Метод не позволяет обрабатывать сильно вытянутые таблицы, когда $m \gg n$ или $n \gg m$. Это объясняется строгими правилами преобразования исходных таблиц $T(m \times n)$ в допустимые. Напомним, что для преобразования из исходной таблицы должны быть удалены все отождествляющие, тождественные и неохарактеризованные столбцы, а также совпадающие строки. Нетрудно показать, что при малом числе строк количество различающих столбцов мало, а допустимые таблицы становятся предель-

M-9

m	1	2	$I(s)$
1	0	1	1,0
2	1	0	1,0
P_i	1,0	1,0	

M-10

m	1	2	3	4	5	6	$I(s)$
1	0	0	1	1	1	0	0,999
2	0	1	0	1	0	1	0,999
3	1	0	0	0	1	1	0,999
P_i	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	

M-11

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$I(s)$
1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1,461
2	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1,461
3	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1,461
4	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1,461
P_i	0,258	0,258	0,258	0,258	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,258	0,258	0,258	0,258	

но допустимыми. Предельно допустимыми мы называем такие таблицы, в которые нельзя вставить ни одного столбца, который бы не был тождествен уже имеющемуся. Приведем для примера предельно допустимые таблицы (*М*-9, *М*-10, *М*-11), в которых m изменяется от 2 до 4. Нетрудно показать, что числа m и n в предельно допустимых таблицах связаны уравнением $n = 2^m - 2$.

В этих таблицах информационные веса признаков и строк останутся неизменными вне зависимости от их содержательного смысла. Алгоритмы тупиковых тестов вырождаются, а выводы становятся тривиальными. По-видимому, МТТ не может применяться для расчетов таблиц $T(m \times n)$, в которых $m < 7$ или $n < 7$.

ГЛАВА 18

СООТНОШЕНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЙ

Метод тупиковых тестов входит в класс эвристических алгоритмов, для которых выполняются процедуры голосования признаков и на основе такого голосования ведется определение их значимости для описания объектов матрицы. Во всех случаях на множестве признаков, образующих признаковое пространство, выделяются по некоторым правилам подмножества и определяется, в какое число этих подмножеств входит i-тый признак. Удельное вхождение i-того признака и есть мера его значимости или информационный вес.

Наборов таких подмножеств может быть бесконечно много. Число таких наборов определяется некоторыми логическими правилами, из которых упомянем только главнейшие:

1) правило, определяющее выбор системы голосующих подмножеств;

2) правило выбора системы голосования, так как множества могут «работать» с разными матрицами;

3) выбор правил, регламентирующих процедуру принятия решения, по большинству голосов, большинству голосов с поощрением, наказанием и т. д.

В этом смысле метод тупиковых тестов располагается между известными алгоритмами М. М. Бонгарда («Кора-3», 1967), осуществляющими голосование по тройкам, и алгоритмами, которые предусматривают голосование по некоторым другим подмножествам. Алгоритмы типа «Кора-3» имеют конечной целью выбор наиболее информативных признаков, которые интерпретируются как «благоприятные геологические обстановки» (Куклин, 1972), причем вырабатываются комплексные признаки, информативность которых выше, чем у первичных параметров. Комплексные признаки и позволяют разграничивать геологические объекты. В основу алгоритмов типа «Кора-3» (Губерман и др., 1966 а) заложен принцип установления инвариантов структур знаковых информационных моделей, заданных в табличной форме. В этом и состоит очень сильная сторона алгоритмов подобного рода. Но применение и этой группы алгоритмов приводит к успеху только в определенном классе задач. В этом отношении анализ эффективности различных программ при решении одних и тех же задач (Губерман и др., 1966, а, б; Фотиади и др., 1966) лучше рассматривать как способ выбора подходящего алгоритма для данной задачи, но не для аттестации всех иных алгоритмов как принципиально не применимых. Всегда можно найти задачу, в которой «забракованный» таким сравнением алгоритм даст лучшие результаты. Все зависит от того, насколько выбираемый алгоритм отражает структуру задачи и ее специфику.

Если в таблице $T(m \times n)$ число описанных не дискретно различающих признаков $n = 1$, для распознавания следует применять методы статистики, связанные с поиском решающей функции $f(R)$. Однако успех гарантирован только в том случае, если различению подвергаются реализации двух и только двух образов, а численные значения реализаций, характеризующих эти объекты, не пересекаются даже в экстремумах.

Если $n > 2$, наиболее успешно применяется корреляционный анализ, или преобразование признакового пространства (поиск отношений, первой производной, поворот координатных осей) так, чтобы он сводился затем к первому варианту.

При $n = 3 \div 5$ еще возможно применение аналитических методов, но это требует сложных преобразований признакового пространства. Здесь к успеху могут привести методы поиска линейной решающей функции или решающей функции, близкой к оптимальной. Эти методы требуют многих априорных допущений, а логическая природа и физический смысл самих функций становится, предельно абстрактным. Однако во многих случаях не требуется применения громоздких операций вычисления информационного веса всех признаков или их группировки. Существует большой класс задач, решаемых по аналогии, когда интуиция исследователя становится решающей при выборе способа измерения признака и оценки его значения для задач распознавания или классификации.

Нет необходимости запускать в обработку все признаковое пространство. Прежде всего необходимо попытаться решить задачу на минимальном количестве признаков, которые для данной задачи, или для выбранной группы объектов, представляются наиболее целесообразными опытному исследователю. Если, например, среди некоторого количества зерен прозрачных минералов необходимо выделить алмаз и только алмаз, достаточно сравнить их только по твердости и не следует производить измерения всех прочих параметров, характеризующих выборку прозрачных минералов (показатель преломления, анизотропия, осность, удлинение и т. п.).

В случае, если имеется таблица, описывающая большую группу объектов с разнородной по своей природе информацией, надо постараться выбрать такие признаки, которые при минимальных затратах (машинного времени, стоимости измерения признаков и т. п.) позволяет выделить подклассы или интересующие исследователя классы объектов. Если такие признаки отсутствуют или не выделяются простейшими способами, следует переходить к более сложным приемам. Но и здесь нет необходимости решать всю задачу сразу. В таких случаях следует перебрать последовательно шаг за шагом все признаки или их производные и только при неудаче переходить на перекодирование таблицы в дискретную форму («1», «0», «—») и попытаться применить метод тупиковых тестов.

Существуют упрощенные способы оценки информационного веса признака при обработке таблицы, заполненной символами («1», «0», «—»).

Информационный вес можно определить как отношение числа единиц в таблице к общему числу строк таблицы. Сюда можно ввести множитель, учитывающий вероятность заполнения ячейки символом «1» вместо прочерка или нуля. В хорошо упорядоченном компактном множестве уже само количество единиц показательно. Обычно, чем крупнее месторождение, тем большее число столбцов таблицы заполнено «1». Идея поиска к тому и сводится, чтобы на объекте, имеющем меньшее значение целевого предиката, найти те признаки, которые способны улучшить оценку целевого предиката. Т. е. в таблице-матрице мы должны ячейки с прочерками или нулями заполнить единицами. Следовательно, отношение числа единиц в строке к общему числу столбцов-признаков уже есть мера значимости строки (объекта).

Существуют и другие методы и приемы обработки информации, выраженной в табличной форме.

Например, методы теории групп — это способы отыскания решения алгебраических уравнений выше второй степени алгебраическим путем, т. е. с помощью операций сложения, вычитания, умножения, деления, извлечения корня. В этом подходе группой удобно называть совокупность математических объектов, в которой правило комбинирования любых двух из них задавалось бы так, чтобы в результате снова получался некоторый элемент c, принадлежащий той же совокупности. От такого правила требуется, чтобы оно было ассоциативным, т. е. $a(bc) = (ab)c$, а в совокупность должен входить единичный элемент j, который в комбинации с любым другим элементом a совокупности даст элемент a. Кроме того, для каждого элемента a такая совокупность должна содержать обратный элемент a^{-1}, так чтобы комбинация $a \cdot a^{-1} = j$ была содержательной.

По функциональной принадлежности все алгоритмы и эвристические приемы можно расклассифицировать на пять главных групп: 1) статистические, 2) метрические, 3) тестовые, 4) алгоритмы конъюнкции (дизъюнкции), 5) универсальные.

Две первые группы относятся к числовым характеристикам признаков и (или) объектов. Тестовый подход допустим только к качественным, дискретным описаниям. Если таблицы смешанные, то большинство алгоритмов классификации или распознавания образов требует перекодировки признакового пространства в одну систему. Чаще всего любые виды информации перекодируются в двоичную систему, и обработке подвергается матрица, заполненная символами «1» и «0». В некоторых подходах дискретным сообщениям приписывается некая экспертная оценка (баллы) и матрица становится численной, что приводит к ошибке уже на стадии постановки задачи. Именно поэтому две последние группы алгоритмов — конъюнкции и универсальные — вызывают особый интерес, и на одном из них мы намерены остановиться подробнее. Интересным представляется подход Г. С. Лбова, В. И. Котюкова и А. Н. Манохина (1973), предложивших способ построения решающего правила в том случае, когда информация о множестве задается признаками, разнотипными по своей природе. При этом подразумевается такой класс задач, в котором число признаков велико (от 100 до 300), и признаки эти могут быть, а могут и не быть зависимыми, функционально связанными.

Система признаков «может содержать количественные признаки (таковы, например, шкалы обычных физических величин), качественные (значения этих признаков не являются числами, но характеризуют различную степень проявления признака), классификационные (значения этих признаков не являются числами и не связаны естественным упорядочением) и булевы ($x_j = \{0; 1\}$)» (с. 108). Иными словами, в матрицу может включаться цифровая характеристика объектов, их балльная оценка в любой системе баллов, указание на произвольный номер или индекс объекта (например, номера или названия или сокращенные обозначения разведочных участков) и дискретная характеристика соотношений объектов. Такие задачи возникают во многих отраслях комплексных исследований, таких как геология, социология, экономика, медицина, лингвистика и т. д.

Упомянутые авторы рассматривают задачу построения решающего правила некоторой логической функции $F(x)$ при распознавании M образов. Каждый ν-тый образ задан своей обучающей L_ν выборкой, состоящей из N^ν объектов. Каждый объект в свою очередь задается значениями ρ признаков $\{x_1, \ldots, x_n\}$, причем система признаков может включать разнотипные признаки. Еще раз подчеркнем, что метод построения логической функции не основан на предварительном сведéнии всех признаков к одному типу и позволяет синтезировать функции $F(x)$ достаточной сложности. При этом автоматически решается задача выбора наиболее информативной подсистемы признаков — те признаки, которые не вошли в решающую функцию, являются информативными. Результаты алгоритма не зависят от вида кодирования классификационных и булевых признаков. Кроме того, алгоритмы допускают отсутствие измерений признаков у некоторых объектов.

Идея алгоритма заключается в том, чтобы последовательно определить для каждого $\nu = 1, \ldots, m$ функцию $F(x)$. Эта функция представляется в виде суперпозиции функций образов $\{F_\nu(x)\}$, а именно

$$F(x) = \varphi\{F_\nu(x)\},$$

где

$$F_\nu(x) = \begin{cases} 1_1 \times x \in L\nu \\ 0_1 \times x \in L\nu; \ \nu = 1, \ldots, m. \end{cases}$$

Подобное описание алгоритма содержится в работе Г. С. Лбова и его соавторов (1973). Следует отметить, что алгоритм суммирует идеи, содержащиеся в алгоритмах класса «Кора» (Бонгард, 1967) и методе тупиковых тестов (Дмитриев, Журавлев, Кренделев, 1966), поскольку информативность признаков определяется путем голосования, но на конъюнкциях. Выигрышность такого подхода в том, что любое численное значение признака может быть разделено с любым шагом градации (интервалом физической шкалы). Это дает возможность искать ранговые корреляции и находить конъюнкции качественных, балльных, шкальных и численных характеристик объектов множества одновременно. Каждая конъюнкция как бы вырезает в признаковом пространстве подпространство, характеризующее объекты классифицируемого множества. Удельное вхождение k_{ν_i} признака в множество конъюнкций в общее число конъюнкций $p_i(k) = k_{\nu_i}/k$ и есть мера информативности признака. Однако следует заметить, что решение идет «методом от противного». Последовательно исключаем признаки, входящие в конъюнкции. В подмножестве остаются признаки, не вошедшие в описание функции $\{F_\nu(x)\}$. Они-то и считаются неинформативными.

Что касается универсальных алгоритмов, то нам пока неизвестны случаи применения их к задачам геологии. Поэтому мы отошлем интересующихся этим вопросом к работам Б. П. Гаврилко и Н. Г. Загоруйко (1973), Н. Г. Загоруйко (1969) и В. Н. Елкиной (1969), в которых рассматриваются универсальные алгоритмы в общей постановке.

ГЛАВА 19

КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ

Существует класс задач, в которых некоторое множество объектов описывается признаками как количественно, так и качественно (численно и дискретно). При этом сама постановка задачи требует оценки информативности признаков, поиска набора наиболее информативных признаков и разбиения выборки на классы. В математическом смысле это означает, что в матрице $T(m \times n)$ необходимо произвести минимизацию признакового пространства (минимизация по n) и разбиение на группы по m.

Успешное решение таких задач может быть достигнуто при комплексировании разных подходов.

Как пример, приведем решение комплексной задачи разбиения на классы совокупности непрозрачных минералов с помощью алгоритма таксономии «Форель-5» и определения информативности диагностических признаков минералов с помощью алгоритма «Тест». Подробно решение задачи уже описано (Кренделев и др., 1971) и здесь излагается только конспективно.

Комплексный подход неизбежен в том случае, если множество объектов и описывающих их признаков таково, что существующие алгоритмы и мощность вычислительных машин не позволяют одновременно обрабатывать всю информацию. И первый этап задачи сводится к тому, чтобы разбить большую таблицу на подтаблицы, обработка информации которых не составит трудности.

В упоминавшейся задаче разбиения непрозрачных минералов матрица содержала 192 объекта, общий перечень признаков равен 128. Разбиение исходной матрицы $T(198 \times 128)$ производилось с помощью алгоритма «Форель-5» (формальный элемент), предложенного В. Н. Елкиной (1969).

Под задачей таксономии обычно понимается поиск разбиения s множества Q объектов (реализаций) q_i на таксоны (формальные элементы) s_m в заданном пространстве признаков x с помощью функций D определенного типа (Вычислительные системы, 1971). При этом предполагается, что в каком-то смысле это разбиение наилучшее и что пространство признаков x и способ измерения расстояния (близости) между точками выбраны так, что точки, соответствующие объектам одного класса, образуют изолированные области, удаленные от образов объектов других классов. Выбор способов измерения признаков, а следовательно, и расстояний между ними, осуществляется интуитивно, на основе знаний и опыта исследователя.

Никаких априорных сведений о разделении точек по таксонам не используется, и все построения делаются только исходя из предположения, что объекты разных классов (реализации образов разных классов объектов) изолированы, или имеют разграничивающую поверхность.

Алгоритмы класса «Форель» объединяют в один таксон точки, близкие в евклидовом пространстве признаков.

Рассмотрим алгоритм выделения таксонов для исходных данных, представленных двоичными кодами q_i. Каждый разряд ξ_{ip} $(p = 1, 2, \ldots, n)$ такого кода соответствует наличию $(\xi_{ip} = 1)$ или отсутствию $(\xi_{ip} = 0)$ определенного признака в описании данной реализации. Необходимо в исходном множестве Q реализацией $q_i (i = 1, 2, \ldots n)$ выделить такие области (таксоны) s_m с центрами c_m, чтобы для любой точки q_i, принадлежащей таксону s_m было выполнено условие $d(c_m, q_i) \leqslant r$. Это означает: что таксоны s_m должны быть таковы, чтобы расстояние от любой реализации q_i, отнесенной к таксону s_m до центра c_m не превосходило заданной степени близости r-заданного допустимого числа r — несовпадающих разрядов ξ_{ip} (Хемингово расстояние). Для исходного множества Q вычисляется центр тяжести и находится ближайшая к центру вершина c_0. Определяется максимальное расстояние между вершиной c_0 и точками множества Q_i.

$$r_0 = \max \{d(c_0, q_i)\}. \tag{31}$$

Для любого заданного $r = r_0$, т. е. для любой фиксированной степени близости точек одного образа, предлагается следующая процедура выделения таксонов. Произвольную точку q из множества Q принимаем за центральную вершину $c^{(1)}_1$ таксона $s^{(1)}_1$ и находим все точки q_i для которых $d(c^{(1)}_1, q_i) \leqslant r$, т. е. точки q_i отличающиеся от $c^{(1)}_1$ не более чем на r разрядов. Для $q_i \in s^{(1)}_1$ вычисляется центр тяжести и находится ближайшая к нему вершина $c^{(2)}_1$. Поиск ближайшей вершины производится следующим образом: пусть к таксону s_m отнесены l точек q_i. Находим для таксонов s_m среднее арифметическое значение $\bar{\xi}_p$ по каждому из разрядов ξ_{ip} $(i = 1, 2, \ldots n)$ т. е. для каждого из признаков

$$\bar{\xi}_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{l} \xi_{ip}. \tag{32}$$

Если $\bar{\xi}_p < 0{,}5$, то соответствующий разряд ξ_p в коде средней вершины c_m принимает значение $(\xi = 0)$, если $\bar{\xi}_p \geqslant 0{,}5$, то $\xi = 1$. Проверяется совпадение вершин $c^{(1)}_1$ и $c^{(2)}_1$. Если $c^{(1)}_1 \neq c_1$ (центра переместителя), то необходимо найти q_i для которых $d(c^{(2)}_1, q_i) \leqslant r$. Вычисляем $c^{(3)}_1$ и т. д. до тех пор, пока на некотором шаге не будет удовлетворено равенство

$$c^{(j)}_1 = c^{(j+1)}_1. \tag{33}$$

Совпадение двух последовательных вершин означает, что найден максимум (или локальный максимум) плотности точек для заданного r. Вершина c^j принимается в качестве центра c_1 таксона s_1, и все точки $q_i \in s^{(1)}_1$ из дальнейшего рассмотрения исключаются.

Для оставшихся точек $q_i \in (0 - s_1^{(1)})$, начиная с произвольной точки, повторяется процедура выделения очередного таксона. Процесс останавливается, когда все точки исходного множества Q будут распределены по таксонам s_m $(m = 1, 2, \ldots, n)$. Программа для реализации алгоритмов на ЭВМ типа БЭСМ-6 предусматривает для каждого выделенного таксона выдачу на печать информации о количестве и номерах точек, попавших в таксон s_m, и код его центральной вершины c_m для заданного r. Процедура выделения таксонов осуществлена для последовательности значений $r_{i+1} = r_i - \Delta r$, где Δr — целое число, удовлетворяющее условию $1 \leqslant \Delta r \leqslant r_0/2$. Выбор шага Δr зависит от требуемой степени подробности решений. Если необходимо распознавание не по всему комплексу признаков, а по отдельным комбинациям их, то счет ведется с предварительной «маскировкой». При этом учитываются только необходимые нам признаки. «Маскировка» существенно облегчает работу, так как нет необходимости составлять новый массив исходных данных. Анализ разбиения полученных значений r_i позволяет выявить закономерности структуры множества Q и сделать некоторые выводы об информативности выбранной системы признаков для данной конкретной цели.

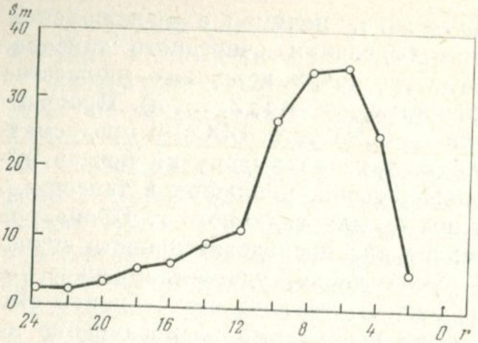
Для решения задач распознавания могут использоваться как обучающая выборка $Q_о$, так и множество неизвестных реализаций $Q_н$. Множество $Q = Q_о \cup Q_н$ разделяется на подмножества s_m, и затем проводится анализ элементов q_i каждого таксона.

С помощью этого алгоритма решались многие задачи; приведем в качестве примера только одну (Елкина, Загоруйко и др., 1972). В качестве классифицируемого объекта брались участки земной поверхности со стороной квадрата 10 км. На 1992 таких квадратах выделено 218 классов, из которых выбрано 50 классов ртутоносных и (или) оловоносных площадей. Геологическая характеристика таких классов приводится в специальной таблице и служит базой для оценки металлоносности локальных участков громадных территорий, что наилучшим способом отражает главную цель геологических работ — отсечь бесперспективные участки.

Второй пример решения задачи: первый этап — таксономия. Как уже говорилось, исходная матрица имела размер T (198×128). Для выделения таксонов на материале исходной матрицы установлены такие ограничения: $r_{\max} = 40$ — максимальный радиус, с которого начато разбиение; $r_{\min} = 2$ — минимальный радиус, которым заканчивается разбиение; $\Delta r = 2$ — шаг изменения r; $l_0 = 1$ — минимальное число точек, для которых информация на печать не выдается.

Зависимость числа таксонов s_m с числом объектов > 2 от радиуса r показана на графике (фиг. 23).

При $r > 24$ каждый минерал образует собственный таксон, т. е. разбиения совокупности не происходит. Действительно, нет минералов, которые бы одновременно различались более чем по 24 признакам. При $r = 24$ выделялись два таксона: в один



Фиг. 23. Зависимость числа таксонов s_m от радиуса разбивки исходной матрицы (r)

из них вошли биберит и мелантерит (т. е. семиводные сульфаты Co и Fe), а во второй — все остальные. Эти два минерала выделяются при всех значениях r. Наилучшее разбиение происходит при $r = 8$. Выделенные таксоны хорошо соответствуют классам минералов, полученных П. Рамдором (1962) по кристаллохимическим признакам.

Машинными методами отчетливо различаются следующие группы:

1) самородные элементы;

2) теллуриды и соединения типа сплавов;

3) простые сульфиды и сульфосоли;

4) кислородные соединения с двумя подгруппами: а) безводные простые окислы Fe, Mn, Ti, Zn типа MeO, Me_2O_3; б) сложные окислы, включающие группу (OH), (VO), H_2O;

5) минералы зоны окисления с подгруппами: а) карбонаты меди, б) англезит, в) семиводные сульфиды Cu, Fe, г) галогениды.

Все ошибки в таксономии относятся к минералам, диагностика которых неясна, не строго определена. Минералы типа лимонита, лейкоксена, халькозина, блеклых руд с помощью ЭВМ относятся то к одному, то к другому таксону. Минералогам и геологам известно, что это как раз те минералы, диагностика которых еще не разработана.

В один таксон обычно объединяются минералы, образующие парагенетические ассоциации. Иначе говоря, пространство признаков, характеризующих минералы, отражает условия их образования и несет в себе генетический код.

Весьма любопытно, что при попытке классификации на неполном пространстве признаков многие таксоны выделяются достаточно уверенно. Нами выполнены расчеты по пяти вариантам таксономий:

А) без учета оптических свойств;

Б) без учета химических свойств;

В) без учета электропроводности, удельного веса, диагностического травления и форм выделения;

Г) по минимальному числу легко определяемых признаков;

Д) малого числа минералов на полном пространстве признаков.

Оказалось, что диагностика может осуществляться без определения некоторых признаков. Кроме того, диагностика может быть произведена при независимом порядке определения признаков, начиная с легко выявляемых и несущих, как правило, максимальную информацию. Набор девяти легко определяющих признаков (цвет, твердость, габитус, черта, вкус и т. д.) позволяет безошибочно диагностировать любой минерал.

Итак, выделенные машинным методом таксоны хорошо совпадают, а иногда существенно уточняют классы минералов, выделенные выдающимися специалистами-минералогами. Тем самым доказывается, что алгоритм «Форель» хорошо моделирует структуру минералогических исследований и вообще естественных классификаций.

Второй этап — определение информационного веса признаков в пределах групп минералов. Особенность этой задачи состоит в том, что не известно, какой признак следует считать целевым. Поэтому информационный вес строки здесь характеризует степень принадлежности конкретного минерала к данному классу. По существу, это коэффициент, указывающий, насколько близко конкретный объект подходит к абстрактному описанию совокупности объектов.

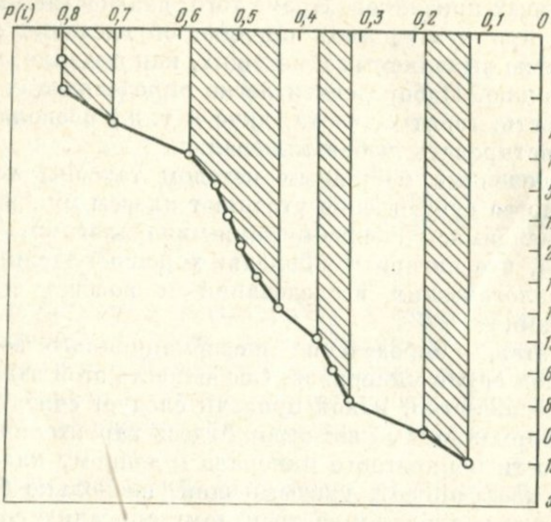
Расчеты выполнены отдельно для пяти групп минералов, выделенных с помощью алгоритма «Форель-5» и упомянутых выше. Оказалось, что информационные веса признаков для каждой из групп минералов несколько различаются. Однако если объединить признаки по методам исследований, то общие таблицы сохраняются.

Упорядоченность групп признаков по их важности отражена на фиг. 24.

Математически доказывается, что порядок предъявления реактивов для травления минералов для каждой группы различается, но если нет данных об отнесении минерала к группе, этот порядок может быть оптимизирован, что отражено на графике (фиг. 25), рекомендация порядка предъявления реактивов при диагностике непрозрачных минералов, характеризующих отношение к диагностическому травлению, по значению информационного веса $P(i)$.

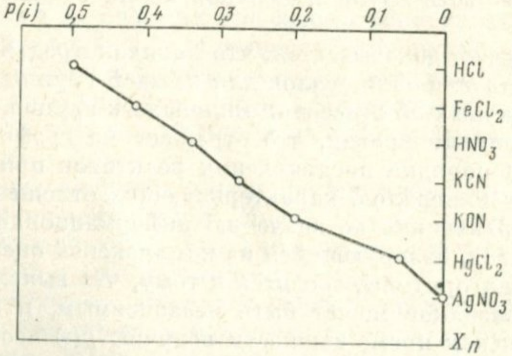
Общий вывод, базирующийся на комплексной оценке информации по двум алгоритмам, сводится к тому, что выявление диагностических признаков может быть независимым, и это приводит к успеху, так как кроме важности величин $p(i)$ необходимо учитывать затраты на получение информации (измерения данного признака).

Расчеты с несомненностью доказывают возможность и техническую осуществимость создания на кибернетической основе автомата для диагностики минералов с определением свойств минералов в любой последовательности. В таком варианте (легко, дешево, быстро, приблизительно) выявляемые свойства могут



Фиг. 24. Упорядочивание групп признаков по величине P (i) для минералов типа сульфидов

0 — прозрачность; *1* — магнитность; *2* — электропроводность; *4* — анизотропность; *5* — цвет в отраженном свете; *6* — цвет внутренних рефлексов; *7* — двуотражение; *8* — отражательная способность; *10* — твердость; *11* — удельный вес; *12б* — диагностическое травление; *13* — микрохимические реакции; *13а* — световое травление; *14* — форма выделения



Фиг. 25. Рекомендуемый порядок предъявления реактивов при диагностике непрозрачных минералов, соответствующий упорядочиванию признаков, характеризующих отношение к диагностическому травлению, по значению информационного веса P (i)

предъявляться первыми. Расчет подтверждает необходимость создания службы эталонов, так как успех решающим образом зависит от матрицы обучения.

Здесь был описан частный случай комплексирования алгоритмов двух разных классов.

В принципе можно говорить о возможности комплексирования алгоритмов разных классов на эвристической основе. Для простоты изложения допустим, что некоторый класс объектов описывается матрицей, в которой признаки заданы а) количественно (численно) x_n; б) дискретно, булевыми переменными в алфавите (0,1) $x_{0,1}$; в) качественно с оценкой балльности, x_b; г) метрически (с произвольной нумерацией объектов, когда номер не является функцией количества или качества).

Допустим для простоты, что требуется разбить объекты на два класса.

В такой записи задача может решаться поэтапно:

1 этап — поиск решающей функции по каждому из признаков или коэффициента корреляции каждого из признаков с целевым предикатом;

2 этап — если нет признака, различающего объекты двух классов, следует произвести поиск отношений признаков (попарно), корреляции этих отношений с целевым предикатом.

3 этап — таким же образом можно искать вторую или третью производные и их корреляции с целевым предикатом.

Ясно, что алгоритм распознавания будет зависеть от характера описания каждого конкретного признака и функциональной принадлежности алгоритмов.

Для численной информации это будут статистические (вероятностные) алгоритмы, для булевых переменных — алгоритмы таксономии, тестовые подходы, для метрических и качественных балльных оценок — алгоритмы голосования на конъюнкции или подмножествах и т. д.

Для тех задач, в которых значение вектора оценивается баллами упрощенно, применяются методы и алгоритмы обработки так называемых экспертных оценок. Программы таких оценок имитируют деятельность судейской коллегии на соревнованиях по гимнастике или фигурному катанию, где нет точных критериев для оценки мастерства. Имеются примеры применения экспертных оценок для выделения существенности признаков (Власов и др., 1973). В этом примере 15 специалистов последовательно оценивали значение каждого из 88 признаков по трехбалльной системе: 2 — основной признак; 1 — второстепенный; 0 — несущественный для оценки оруденения. Средняя оценка вычислялась по уравнению:

$$\overline{x_i} = \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{m},$$

где i — номер признака; x_{ij} — оценка i-того признака, данная j-ым экспертом; m — число экспертов, оценивших i-тый признак.

Рассеяние экспертных s_i оценок определялось выражением

$$s_i = \sum_{j=1}^{m} (x_{ij} - \overline{x}_i)^2$$

и сравнивалось с s_0 — критическим значением рассеяния оценки, определяемым в зависимости от числа экспертов.

Полученные таким образом значения информативности признаков хорошо согласуются с общими геологическими представлениями, но 34 из 88 признаков оказались несогласованными.

Несомненно, что для тех случаев, когда группа объектов задана матрицей, содержащей все перечисленные способы описания, возможно найти универсальные алгоритмы. Задача как раз и сводится к поиску таких алгоритмов и соответствующих им программ.

Представляется весьма перспективным метод главных факторов (МГФ), особенно если его применять для таблиц, в которых все признаки описаны числовыми величинами, характеризующими с разной точностью и на разной физической основе параметры объектов.

В таком случае для исходной матрицы $T_n\ (m \times n)$ можно найти матрицу $\{T_D\ (m \times n)\}$, в которой будут в каждой ячейке указаны коэффициенты корреляции каждого конкретного признака с тем признаком, который выделяется в качестве целевого. При этом коэффициенты корреляции для каждого столбца и каждой матрицы могут считаться по-разному (различными способами, с помощью разных алгоритмов). Частные значения коэффициентов корреляции можно просуммировать по модулю или с учетом их знака, и тогда будет найден мультикапликативный коэффициент корреляции с целевым предикатом.

В геологическом смысле главный фактор — вероятные запасы полезного ископаемого, а все признаки, включаемые в обучающую выборку, функционально взаимосвязаны, поскольку все процессы идут в едином физическом (геологическом, рудном) поле. И если признаки отобраны существенные, т. е. действительно влияющие на оценку запасов, успех в решении задачи в большинстве случаев вполне вероятен. И здесь главным критерием будет практика: подтверждение прогнозных оценок в процессе геологического поиска и (или) разведки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключительной главе мы очень кратко повторим основные положения книги и наметим задачи дальнейших исследований.

Итак, геология, или, точнее говоря, наука о Земле, занимается изучением трех множеств: m — множества геологических тел; $A(m)$ — множества условий, при которых протекают геологические события; $B(m)$ — множества событий, обусловливающих положение (становление, образование, разрушение, уничтожение) геологических тел.

Все эти множества увязываются между собой аксиомой причинности Ньютона, которая в приложении к задачам геологии иногда подменяется принципом актуализма. В этой книге было показано, что никаких особых «геологических» аксиом вводить нет необходимости — вполне достаточно общих аксиом физики.

Между тремя упомянутыми множествами существуют отношения сравнения и упорядочивания, при которых на двух любых элементах множеств, например $A_1(m)$ и $A_2(m)$, выполняется альтернатива: либо $A_1(m) = A_2(m)$, либо $A_1(m) \neq A_2(m)$.

На множестве геологических тел m существуют отношения порядка («выше — ниже», «сечет — пересекается» и т. д.), таких отношений может быть сколь угодно, но все они упорядочивают геологические тела либо по условиям, либо по последовательности их образования.

В структуре геологии четко различаются два раздела: поиск, основывающийся на исследовании отношения порядка в пространственном положении, условиях места и времени образования геологических тел, и разведка, которая исследует параметры геологических тел. В математике этим двум разделам соответствуют две структуры: 1) отношения порядка, которые только упорядочивают элементы множества XRY и 2) алгебраические соотношения в групповых структурах, когда соотношение двух элементов однозначно определяет третий $XRY = Z$. Именно поэтому нельзя смешивать задачи поисков и разведки. Эвристический подход с неизбежностью приводит к заключению, что прогнозно-поисковые задачи сводятся к выяснению последовательности и условий образования геологических тел; иными словами, математический анализ главнейших аксиом геологии подтверждает важность генетического подхода к поиску, ибо только такой подход позволяет выяснить место, время (последовательность) и характер событий.

Задачи разведки сводятся к геолого-экономической оценке масштаба конкретных уже найденных или предсказанных тел. Эти задачи по своей сути не отличаются от задач экономического (линейного) программирования, так как в понятие «полезное ископаемое» входят многие переменные, в том числе чисто экономические (транспортные расходы, технологические показатели, затраты энергии, труда, средств и т. д.)

Любое геологическое тело, событие или условие вне зависимости от их масштаба могут быть описаны сколь угодно точно и однозначно. Характер описания, его детальность и тщательность целиком зависят от задач исследования, его цели и стоимости описания признака.

Понятие «полезное ископаемое» динамическое, поэтому любой из признаков может оказаться целевым. Тем самым становится очевидной необходимость фиксации всех признаков, а не только тех, которые в данное время считаются положительными. Развитие поисково-съемочных и геологоразведочных работ идет к тому, что в обозримом будущем этап поисковых работ окажется исчерпанным, как только на всей площади будет иметься геологическая карта, завершены геофизические исследования и будут пройдены опорные, разведочные и другие скважины, шахты, выработки. И, следовательно, на любом квадрате мы будем иметь информацию не только по поверхности (геологические карты в широком смысле слова), но и характеристику физических полей и информацию о глубинном строении по сетке (регулярной или нерегулярной). Мы говорили о том, что любой признак в геологическом пространстве может быть описан числом и преобразован в сигнал, пропорциональный измеряемому значению признака. Поэтому любое наблюдение в точке, по линии скважины, по геологическому сечению (геологическую информацию) можно преобразовать в некоторое цифровое поле. В этом смысле любую геологическую карту, выполненную в условных знаках, можно перекодировать в некоторое цифровое поле, которое будет или плоским, если нет сведений о глубинах, или объемным, если таковые имеются.

В конечном итоге, в далеком будущем мы будем иметь видеоскопическую модель Земли, своеобразное объемное цифровое поле, объемную матрицу. Задача сводится к тому, чтобы в этом цифровом поле выделить такой объем, в котором интересующие нас свойства вещества сосредоточены в таких массах, которые обеспечивают минимальные затраты на извлечение единицы объема. Или, наоборот, — максимальную выгоду на единицу затрат.

В этом, и только в этом смысле основой теории поисков может стать геологическое программирование.

Пока что при математической обработке геологической информации по группе объектов приходится составлять матрицу, в которой строки соответствуют объектам, а столбцы — признакам (или наоборот). Матричное описание множества объектов также представляет некоторое поле или пространство, в пределах которого и следует выделить (определить, оконтурить, геометризировать) ту часть, которая обеспечивает корректность процедуры, приписывающей этой части пространства значение «полезное ископаемое».

И в таком понимании вся проблема поиска сводится к поиску алгоритмов решения поставленной задачи.

Математические методы применяются не к изучаемой действительности, но к математическим моделям геологических условий, событий, тел. Во всех случаях самое уязвимое место — обоснование модели и выбор пространства признаков. И в этом отношении геологические исследования ничем не отличаются от экономических. И в геологии, особенно в задачах поиска, четко должна быть поставлена цель, позволяющая количественно сопоставлять возможные решения, оценивать их и выбирать оптимальные варианты.

Таким образом, геологическое решение задачи поисков можно понимать как некоторую экономическую категорию, т. е. план, стратегию, управление, поведение, обеспечивающее минимальные затраты ресурсов, энергии, времени и т. д., необходимых для реализации решения. Т. е., по сути дела, необходимо найти оптимальный план обнаружения — поиска и оценки целевой функции — разведки. Решение может приниматься не сразу, а по частям, т. е. реализовать оптимальным образом шаг за шагом намеченную стратегию поиска и разведки. Это своеобразное геологическое программирование по сути своей — линейное программирование, поскольку целевые функции в подавляющем большинстве линейны; ограничения, вводимые в процессе решения, тоже линейны. Если накладываются ограничения на стоимость поисков или отработки полезного ископаемого, то задача становится геолого-экономической, конъюнктурной. Иначе говоря, в общем случае геологическое тело становится полезным ископаемым в том и только в том случае, если главный аргумент — стоимость единицы полезного ископаемого — не превышает плановых показателей и может отрабатываться с выгодой.

Конечно, и в этом случае результаты исследований могут представить практический интерес, если только они достаточно адекватно отображают реальные ситуации, т. е. если они достаточно совершенны.

Поиски и разведка любого полезного ископаемого ведутся на базе геологической карты, или разреза, что в принципе одно и то же. Разница в том, что карта и разрез относятся к разным сечениям одного и того же объекта. Любые теоретические исследования сводятся к поискам таких теорий (моделей) об образовании горных пород, а следовательно, и полезных ископаемых, которые наилучшим образом соответствовали бы действительности и давали возможность построить геологическую карту. В этом смысле геологическая карта и есть та модель, с помощью которой геолог представляет себе процесс концентрации и масштабы полезного компонента. Этот последний есть не что иное, как частный случай геологического тела, которое в силу некоторых причин обладает нужными для нас свойствами.

Решение таких задач диагностики, прогнозирования или классификации отчетливо разбивается на три главных этапа.

1. Постановка задачи и сбор информации по объектам, выбранным в качестве эталонных.

2. Составление матриц обучения, решение задачи на материале обучения. Включение в обучающую матрицу объектов изучения, решение и выдача на печать результатов расчетов на ЭВМ.

3. Приведение результатов расчетов на ЭВМ в явную, наглядную форму, интерпретация полученных результатов и принятие решения о направлении поисково-разведочных работ или их прекращении.

Первый этап во всех случаях наиболее ответствен, так как именно он определяет признаковое пространство и саму возможность решения задачи.

Существует мнение, что геологическая карта представляет собой субъективное отображение реальной обстановки, и это верно, но только в очень незначительной мере. Геологическая карта принципиально ничем не отличается от карты геофизической, геохимической, топографической и, по сути дела, представляет собой некоторое цифровое поле, закодированное для удобства условными знаками, цветом, крапом, штриховкой и т. п. Действительно, возьмем самую обычную геологическую карту, на которой разными цветами изображены пределы распространения пород разного возраста. Она представляется неискушенному человеку чем-то вроде абстрактной картины. Нетрудно показать, что это своеобразное цифровое поле, которое можно расшифровать, если провести изолинии разных возрастов пород. Сейчас уже имеются карты, на которых не проводится возрастных границ, толщ, а отрисовка идет изменяющимся тоном. В таком варианте возраст пород расшифровывается так же, как расшифровывается длина волны в спектре света. Ясно, что частота изолиний будет зависеть от методов, задач и детальности исследований.

Нет никакого смысла противопоставлять эвристические методы остальным как ненаучные, так же как статистические методы нельзя считать менее эффективными и менее научными в сравнении с другими методами. Просто эти методы относятся к матрицам разной конфигурации. Если в матрице $T\ (m \times n)$ или $m = 1$, или $n = 1$,— это методы статистические, разбиение, поиск решающей функции или перекодирование их из численного алфавита в цифровой. При значении $n = 2$ или $m = 2$, все задачи сводятся к корреляционному анализу. При $n = 3$ (или $m = 3$) уже приходится искать способы уменьшения признакового пространства (поворот координатных осей, вычеркивание строк с меньшим коэффициентом корреляции и т. д.).

Рекомендуемый порядок таков: поиск корреляции целевого предиката и каждого из столбцов, потом пар столбцов или троек. И если статистика не дает решения, то следует переходить к эвристике — другого выхода нет.

Трудности математического описания геологических явлений являются причиной того, что среди геологов и до сих пор существует мнение о невозможности применения математических методов во многих областях геологии и опасение, что математика вытеснит геологическую суть явлений, затушует их геологическую природу. Геологов особенно настораживает то обстоятельство, что в геологию усилился приток математиков, особенно математиков нигилистического толка, считающих, что созрела необходимость разрушить всю старую и создать новую понятийную базу геологии, сформулировать некоторые новые аксиомы, а уж потом решать задачи. Многие математики полагают, что геологи не понимают, с каким признаковым пространством они работают, и все надо начинать сначала.

А между тем имеются колоссальные успехи в поисках новых месторождений в заранее вычисленных районах, а прирост запасов по большинству полезных ископаемых исчисляется астрономическими цифрами. Значит, кое-что геологи знают.

Нам кажется, что многие трудности происходят от того, что гигантский поток информации захлестывает геологов, привыкших к словесному описанию объектов, а научно-организационная сторона проблемы сильно отстает от возможностей, представляемых вычислительной техникой. Именно поэтому мы считаем важнейшими условиями мощного внедрения ЭВМ в геологическую теорию и практику следующие моменты:

автоматизация процесса сбора первичной обработки, кодирования информации, ее учета и хранения;

создание автоматизированных систем сбора, учета и хранения, а также мобилизации информации для многократного ее использования на разных этапах исследования и принятия решения;

разработка методики автоматизированного составления карт, в которых понятия «измеренный признак» и «условный знак» максимально бы совпадали;

создание считывающих устройств, позволяющих автоматизировать процесс составления матриц по условным обозначениям карт;

создание автоматов, позволяющих развертывать графики целевых предикатов по площадям прямо на карту с отображением плотности информации, зависимости этой плотности от целевого предиката;

создание объемных запоминающих и считывающих устройств, а также алгоритмов обработки числовых объемов (голография, видеоскопия), и не только для плоских полей (карт, разрезов), поскольку геологические тела в принципе трехмерны (блок-диаграммы).

создание алгоритмов, позволяющих вести обработку первичной измерительной информации, усреднение; выделение полезного сигнала и подавление шумов; такие алгоритмы должны предусматривать возможность автоматического построения карт, разрезов, сечений по заданным координатным параметрам. Программы должны предусматривать выдачу на печать материалов в наиболее явном, удобном и наглядном для принятия решения виде (графика, схемы, карты изолиний и т. п.).

создание универсальных алгоритмов, позволяющих вести одновременную обработку разнородной по функциональной принадлежности информации (количественной, метрической, дискретной).

Авторы полагают, что дальнейший успех развития геологических наук зависит главным образом от глубины теоретических разработок. Математический аппарат сможет только помочь осмыслить, нагляднее представить геологические модели. Мы вовсе не рассматриваем математику как панацею от всех бед, и предостерегаем особенно ретивых математизаторов от чрезмерного увлечения.

Эта книга писалась долго — без малого 10 лет — и трудно, и, конечно же, в ней еще много просчетов, недосказанного и повторений.

И перед нами всегда маячила фигура сказочника Гурама Петриашвили, автора детской книжки «Сказки маленького города».

«— Дети,— говорит он,— математика честная наука. Только не вздумайте с ее помощью вычислять все на свете».

В мечтах о будущем мы представляли себе математизированную геологию и чуть не пришли к фантастическому видению, когда вооруженный молотком и лупой кибер ходит по земле и рисует аномалии на рулонах разграфленной бумаги, помещенной в его металлическом рюкзаке. Но добрый сказочник погрозил нам пальцем и сказал:

«— Все было подсчитано, измерено и учтено: моря на земле, облака в небе, дожди, шипы на стебле розы, полосы на тигре..., вес луны и даже частота собачьего лая — в мегагерцах... Я готов был заплакать от всего этого, но испугался, а вдруг со счетами в руках и ко мне придет некто и пересчитает мои слезы».

Внимательный читатель заметит в книге повторения и недочеты. Что касается повторений, то авторы шли на них сознательно. И надеются, что недочеты заметит внимательный читатель, и заранее выражают признательность каждому, кто укажет на них и даст позитивные предложения к их устранению.

ЛИТЕРАТУРА

Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., «Наука», 1970.

Аронов В. И., Гордин В. М., Ширгинова А. И. К вопросу о построении графиков и карт изолиний в геологии и геофизике с помощью ЭВМ.— «Труды Всес. науч.-иссл. геологоразв. ин-та», 1971, вып. 103.

Афанасьев Г. Д., Цейтлин С. Г. Предварительные итоги изучения радиоактивности горных пород Северного Кавказа и их значение для некоторых проблем петрологии.— Изв. АН СССР, серия геол., 1958, № 3.

Большая советская энциклопедия, II-ое изд., Курская магнитная аномалия, 1953, т. 24.

Бонгард М. М. Проблемы узнавания. М., «Наука», 1967.

Бор Н. Квантовая физика и философия. М., «Наука», 1959.

Бугаец А. Н., Дворниченко Г. К., Мацак А. П., Серова Л. Л. Алгоритмы и программы решения геологических задач на ЭЦВМ «Минск-2» и «БЭСМ-3м». Алма-Ата, Каз. науч.-иссл. ин-т минер. сырья. 1969, вып. 2.

Бугаец А. Н., Мацак П. П., Садовский Ю. А. Применение методов дискретного анализа при оценке месторождений полезных ископаемых на территории Казахстана.— Геол. рудн. месторожд., 1970, вып. 12, № 6.

Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М., ИЛ, 1963.

Васильев Ю. Р., Велинский В. В., Дмитриев А. Н. Количественная оценка различий химических составов гипербазитов с помощью логико-дискретного анализа.— Геол. и геофизика, 1971, № 6.

Васильев Ю. Р., Дмитриев А. Н., Золотухин В. В. Распознавание и оценка никеленосных дифференцированных траппових интрузий севера Сибирской платформы.— Геол. и геофизика, 1973, № 1.

Винер Н. Кибернетика. М., «Сов. радио», 1968.

Вистелиус А. Б. Проблемы математической геологии.— Геол. и геофизика, 1962, № 12; 1963, № 12.

Власов Е. В., Еремеев А. Н., Зеликовский Л. П., Чумаченко Б. А., Котеликов В. И. Метод экспертных оценок при выделении существенных геологических признаков.— Сов. геология, 1973, № 1.

Воронин Ю. А. и др. Геология и математика (задачи диагноза и распознавания в геологии, геохимии и геофизике). Новосибирск, «Наука», 1970.

Воронин Ю. А., Марасулов А. Ф., Титов А. А., Шевченко Н. Г. О математическом обеспечении ЭВМ для отыскания оптимальных подпространств с целью решения задач распознавания. — В сб.: «Применение матем. методов и ЭВМ при поиске полезн. ископаемых». Новосибирск, 1972.

Воронич В. А. О классификации признаков оруденения.— В кн.: Геол. и рудоносность Узбекистана. Ташкент, «Фан», 1971.

Вычислительные системы, вып. 45. Новосибирск, 1971.

Гаврилко Б. П., Загоруйко Н. Г. Универсальные алгоритмы эмпирического предсказания. Вычислительные системы, вып. 55. Новосибирск, 1973.

Галилей Г. Избранные труды, т. 1, 2, М., «Наука», 1964.

Гровс А. Теперь об этом можно рассказать. М., «Атомиздат», 1964.

Груза В. В., Романовский С. И. Принцип актуализма и логика познания геологического прошлого.— Изв. АН СССР. Сер. геол., 1974, № 2.

Губерман Ш. А., Извекова М. Л., Хургин Я. И. Применение методов распознавания образов при интерпретации геофизических данных.— В сб.: Самообучающиеся автоматические системы. М., «Наука», 1966.

Губерман Ш. А., Извекова М. Л., Чуринова И. М. Анализ эффективности различных программ при решении геологических задач.— Труды МИНХ. М., 1966, вып. 62.

Дахнов В. Н. К познанию недр. М., «Недра», 1968.

Демин Ю. И., Золотарев В. Г., Округин В. М., Сорокивский М. Г. О сульфидной минерализации кварцевых жил на месторождениях Лениногорского района (Рудный Алтай)— Докл. АН СССР, 1974, т. 215, № 6.

Дмитриев А. Н. Некоторые табличные числа.— В сб.: Дискретный анализ. Новосибирск, «Наука», 1968, вып. № 12.

Дмитриев А. Н., Бишаев А. А., Красавчиков В. О., Смертин Е. А., Штатнова Т. И. Распознавание на базе построения всех тупиковых тестов.— В сб.: Применение математических методов и ЭВМ для решения прогн. задач нефт. геол. Новосибирск, 1973.

•*Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И., Кренделев Ф. П.* О математических принципах классификации предметов и явлений. Дискретный анализ.— Труды Ин-та математики СО АН СССР. Новосибирск, 1966, вып. 7.

•*Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И., Кренделев Ф. П.* Об одном принципе классификаций и прогноза геологических объектов и явлений.— Геол. и геофизика, 1968а, № 5.

•*Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И., Кренделев Ф. П.* Логический способ построения многомерных классификаций в геологии.— В сб.: Применение математических методов в геологии. Алма-Ата, «Наука», 1968б.

Дмитриев А. Н., Золотухин В. В., Васильев Ю. Р. Опыт применения дискретной математической обработки информации по дифференцированным трапповым интрузиям Северо-Запада Сибирской платформы.— Сов. геология, 1968, № 12.

Дмитриев А. Н., Смертин Е. А. Связь тестовых параметров таблиц с повторяемостью столбцов.— В сб.: Всесоюзная конференция по проблемам теоретической кибернетики. Новосибирск, 1969.

Дмитриев А. Н., Смертин Е. А. Алгоритмы вычисления тестовых параметров бинарных таблиц в задачах распознания.— В сб.: Алгоритмы и прогнозы решений геологических задач. Алма-Ата, 1970, вып. 3.

Дубов Р. И. О применении методов сглаживания при геохимическом картировании.— В сб.: Геохимич. поиск рудн. месторожд. М., «Недра», 1972а.

Дубов Р. И. Построение геохимических карт и разрезов с помощью электронно-вычислительных машин.— В сб.: Матем. методы в геологии и геол. информ. М., «Наука», 1972б.

Елкина В. Н. Выбор формальных элементов алфавита (алгоритмы таксономии). Автореф. канд. дис. Новосибирск, 1969.

Елкина В. Н., Загоруйко Н. Г., Куклин А. П., Комаровский Э. Д. Типы ртутеносных и оловоносных территорий Чукотки. «Колыма», 1972.

Ершов В. В., Попова Г. Б., Гитис С. Х. Статистический анализ зональных рудных тел Талнахского месторождения. — Докл. АН СССР, 1971, т. 19, № 4.

Заварицкий А. Н. Введение в петрохимию изверженных горных пород. М.— Л., Изд-во АН СССР, 1950.

•*Загоруйко Н. Г.* Одновременный поиск эффективной системы признаков и наилучшего варианта таксономии (алгоритм FX).— Вычислительные системы. Новосибирск, 1969, вып. 36.

Загоруйко Н. Г. Линейные решающие функции, близкие к оптимальным.—Выч. системы, 1965, вып. 19.

Загоруйко Н. Г., Самохвалов К. Ф. Природа проблемы распознавания образов. Вычислительные системы. Новосибирск, 1969, вып. 36.

Камилов М. М., Марипов Т. М., Тишабаев В. М. Классификация геологических объектов с помощью алгоритмов голосования.— В сб.: Вопросы кибернетики, вып. 50, Ташкент, 1972.

Канторович Л. В., Горстко А. Б. Оптимальные решения в экономике. М., «Наука», 1972.

Карпова Е. Н. Исследование изменчивости свойств рудных месторождений статистическими методами. — Вестн. Моск. ун-та. Сер. геол., 1970, № 4.

Келдыш М. В. Октябрь и научный прогресс. М., «Наука», 1967.

Кондаков Н. И. Логический словарь. М., «Наука», 1971.

Константинов Р. М., Бахтеев Р. Х., Грязнов А. П. Статистическое изучение соотношения между месторождениями простых и сложных рудных формаций.— Сов. геология, 1973, № 4.

Константинов Р. М., Дмитриев А. Н. Использование математических методов для анализа геологических факторов, влияющих на масштабы оруденения (на примере месторождений касситерит-сульфидной формации).— Геол. рудн. месторожд., 1971, № 2.

Константинов Р. М., Кристальный Б. В., Макеева И. Т. и др. Общая геология. Математические методы в геологии.— ВИНИТИ АН СССР, итоги науки. М., 1970.

Колмогоров А. Н. О логарифмически-нормальном распределении размеров частиц при дроблении.— Докл. АН СССР, 1941, т. 31, № 2.

Косыгин Ю. А., Кулындышев В. А. Структурно-системные исследования в геологии и проблема математизации.— Изв. АН СССР, серия геол., 1974, № 6.

Крейтер В. М. Поиски и разведка полезных ископаемых. М.— Л., Госгеолтехиздат, 1940.

Кренделев Ф. П. Простейшая система сбора геологической информации на перфокартах (методические указания). Новосибирск, 1969.

Кренделев Ф. П., Гай А. Г., Елкина В. Н., Лучко А. Г. Исследование возможностей применения ЭВМ для разработки классификаций непрозрачных минералов. ДЕП № 4074—42 от 7 февраля 1972 г. Новосибирск, ВИНИТИ, 1971.

Кренделев Ф. П., Дмитриев А. Н. Применение дискретной математики для выбора районов и направления поисково-разведочных работ с целью выявления крупных месторождений типа Витватерсранд.— В кн.: «Проблема металлоносности древних конгломератов на территории СССР». М., «Наука», 1969.

Кренделев Ф. П., Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И. Сравнение геологического строения зарубежных месторождений докембрийских конгломератов с помощью дискретной математики. — Докл. АН СССР, 1964, т. 173, № 5.

Куклин А. П. Содержательный анализ алгоритмов распознавания типа «Кора-3» и их улучшение при металлогенических исследованиях.— Сов. геология, 1972, № 10.

Кулинкович А. Е. Геологу о кибернетике. М., 1968.

Ларсен Е., Берман Г. Определение прозрачных минералов под микроскопом. Перевод Б. В. Иванова и В. П. Петрова. Под ред. Д. С. Белянкина. М.— Л., Госгеолиздат, 1937.

Лбов Г. С., Котюков В. И., Манохин А. Н. Об одном алгоритме распознавания в пространстве разнотипных признаков. — Вычислительная техника, Новосибирск, 1973, вып. 55.

Левинсон-Лессинг Ф. Ю. Статистическая характеристика семейства трахитов.— Изв. АН СССР, 1930, серия 7, № 1.

Литвин А. А., Егорова Л. Н., Остапенко С. С., Тепикин П. Е. Сравнительная характеристика структур роговых обманок из амфиболитовой и гранулитовой стадий метаморфизма (Украинский щит).— В сб.: «Конституция и свойства минералов», 1972, вып. 6.

Лучицкий В. И. Курс петрографии. Пб.— Киев, 1910.

Мацак А. П. Проблемы обучения по малым выборкам при геологическом прогнозировании. — Изв. АН КазССР. Сер. физ.-матем., 1969, № 5.

Миллер Р. Л., Кан Дж. С. Статистический анализ в геологических науках. М., «Мир», 1965.

Модников И. С., Еремеев А. Е., Писаревский В. М. и др. Оценка масштаба редкометального оруденения, локализованного в вулканических аппаратах (с помощью ЭВМ).— Сов. геология, 1971, № 11.

Ньютон И. Математические начала натурфилософии.— В кн.: «Собрание трудов акад. А. Н. Крылова». М., Изд-во АН СССР, 1936, т. VII.

Питер Л. Дж., Хилл Р. Принцип Питера.— Иностранная литература, 1971, № 1.

Пойа Д. Как решать задачу. М., Учпедгиз, 1961.

Пуанкаре А. Математическое творчество.— В кн.: «Исследование психологии процесса изобретения в области математики». М., «Сов. радио», 1970.

Пушкин В. Н. Эвристика — наука о творческом мышлении. М., Политиздат, 1967.

Рамдор П. Рудные минералы и их срастания. М., ИЛ, 1962.

Родионов Д. А. Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков. М., «Недра», 1968а.

Родионов Д. А. Статистический метод сравнения комбинаций поисковых признаков по их информативности.— В сб.: Статистические методы геологических исследований, М., вып. I, 1968б.

Родионов Д. А. К вопросу о статистическом методе выбора поисковых признаков.— В сб.: Статистические методы геологических исследований, вып. 3, М., 1971.

Сеченов И. М. Элементы мысли. М.— Л., Изд-во АН СССР, 1943.

Смирнов В. И. Геологические основы поисков и разведок рудных месторождений. М., Изд-во МГУ, 1954.

Смирнов С. С. Вероятностно-статистическая оценка геохимического фона при поисках месторождений полезных ископаемых. — Геохимия, 1963, № 3.

Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Применение математических методов и ЭВМ при поиске полезных ископаемых» (Новосибирск, 21—24 мая 1973 г.).— Изв. СО АН СССР, Новосибирск, 1973.

Трегер В. Е. Таблицы для оптического определения породообразующих минералов. М., Госгеолтехиздат, 1968.

Фотиади Э. Э., Воронин Ю. А., Конторович А. Ю., Эпштейн Е. Н. Опыт использования альбома алгоритмов и программ для обработки геологических данных.— Геол. и геофизика, 1966, № 10.

Хамош П. Р. Николай Бурбаки.— В сб.: Математическое просвещение, 1960, № 5.

Ханика Ф. де П. Новые идеи в области управления (Руководство для управляющих). М., «Прогресс», 1969.

Хемминг Р. В. Численные методы для научных работников и инженеров. М., 1968.

Чегис И. А., Яблонский С. В. Логические способы контроля электрических схем.— Труды Матем. ин-та АН СССР им. В. П. Стеклова. М., 1958, т. 51.

Шевченко В. Математика — взгляд снаружи и изнутри.— Знание — сила, 1971, № 9.

Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., ИЛ, 1963.

Шурыгин А. М. Отбор информативных параметров для классификации при помощи линейной дискриминантной функции.— Докл. АН СССР, 1970, т. 193, № 6.

Яблонский С. В., Демидова Н. Г., Константинов Р. М., Королева З. В., Кудрявцев В. Б., Сиротинская С. В. Тестовый подход к количественной оценке геологоструктурных факторов и масштабов оруденения (на примере ртутных месторождений).— Геол. руд месторожд., 1971, вып. 13, № 2.

Ячевский Л. А. Северо-Енисейский горный округ.— Горный журнал, 1894, № 1.

Anderson T. W. An Introduction to Multivariate Analysis, 1958.

Evans Ian S. The implementation of an automated cartography system.— In: Data Process and. geol. Proc. Symp., Cambridge, 1969, London — New-York, 1971.

Howarth R. J. An empirical discriminant method applied to sedimentary-rock classification from major-element geochemistry.— J. Ent. Assoc. Math. Geol., 1971, vol. 3, N 1.

Jones D. C. The namurian succession between tenby and waterwynch, pembrokeshire.— Geol. J., 1969, vol. 6, Pt. 2.

Laffite P. La codification semantique en informatique geologique. An. mines, 1969.

Laffite P. Limites actuelles de l'informatique geologique.— Bull. Bur. rech. geol. et mîneres, 1968, Sec. 4, N 3.

Loudon T. V. Some geological data structures: arrays, networks, trees and forests.— In: Data Process. Biol. and Geol. Proc. Symp., Cambridge, 1969, London — New-York, 1971.

McIntire D. B., Pollard, D. D., Smith R. Computer programs for automatic contouring.— In: Comput. Contrib. State Geol. Surv., 1968, vol. 76, N 23.

Morgan Ch. O., McNellis I. M. Reduction of litologic-log data to numbers for use in the digital computer.— J. Ent. Assoc. Math. Geol., 1971, vol. 3, N 1.

Morrisin D. E. Multivariate Statistical Methods. London, 1967.

Ruskin V. W. Application of computers to geophysical and geochemical exploration.— «West. Miner», 1967, vol. 40, N 6.

Welch P. D., Wimpress R. S. Two Multivariate Statistical Computer Programs and Their Application to the vowel Recognition Problem.— J. of the Acoustical Society of America, 1961, vol. 33, N 4.

Wignall Th. K. Generalized Bayesian classification functions: K classes.— Econ. Geol., 1969, vol. 64, N 5.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть I

ГЕОЛОГИЯ И КИБЕРНЕТИКА

Часть II

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОЛОГИИ

Часть III

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Часть IV

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Часть V

ТУПИКОВЫЕ ТЕСТЫ И ИХ МЕСТО СРЕДИ ДРУГИХ МЕТОДОВ

Федор Петрович Кренделев
Сергей Федорович Кренделев

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ГЕОЛОГИИ

Утверждено к печати
Геологическим институтом Бурятского филиала
Сибирского отделения

Редактор **Ю. П. Белов**
Редактор издательства **Т. Б. Гришина**
Художник **И. М. Пучков**
Художественный редактор **С. А. Литвак**
Технический редактор **А. М. Сатарова**
Корректор **Н. И. Кодыкова**

Сдано в набор 24/I 1977 г. Подписано к печати 11/V 1977 г.
Формат $60\times90/_{16}$ Бумага № 1
Усл. печ. л. 9,5. Уч.-изд. л. 10. Тираж 2550
Т-09919. Тип. зак. 1825.
Цена 1 руб.

Издательство «Наука».
117 485, Москва, Профсоюзная ул., д. 94-а

2-я типография издательства «Наука». 121099,
Москва, Г-99, Шубинский пер,, 10

$KAlSi_3O_8$ $\frac{12}{16}$

$K_2Al_2\cancel{6}Si_6O_{16}$

$K_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6SiO_2$

$K(AlSi_3O_8)$

1 р. 00 к.