

В. И. ШРАЙБМАН, М. С. ЖДАНОВ, О. В. ВИТВИЦКИЙ

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ
МЕТОДЫ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
И ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ГЕОФИЗИЧЕСКИХ
АНОМАЛИЙ

В. И. ШРАЙБМАН, М. С. ЖДАНОВ, О. В. ВИТВИЦКИЙ

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ
МЕТОДЫ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
И ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ГЕОФИЗИЧЕСКИХ
АНОМАЛИЙ

2196



Москва «Недра» 1977



Шрайбман В. И., Жданов М. С., Витвицкий О. В. Корреляционные методы преобразования и интерпретации геофизических аномалий. М., «Недра», 1977. 237 с.

Рассматриваются методы преобразования и интерпретации геофизических аномалий, позволяющие на основе учета априорных данных об изучаемом геологическом объекте и особенностях их распределения в пределах исследуемого района выделять из суммарного геофизического поля ту его часть (остаточную составляющую), которая наиболее тесно связана со структурой геологического объекта. Такое разделение аномалий достигается вычислением трансформационных многочленов, минимизирующих ошибку приближения изучаемой геологической характеристики по выделяемым остаточным составляющим геофизического поля и ряду дополнительных геолого-геофизических параметров.

Структура трансформационных многочленов определяется характером геофизических помех, исключаемых при разделении поля. Задание той или иной структуры трансформационных многочленов приводит к различным корреляционным методам преобразования аномалий. Рассмотрены три группы таких преобразований. Наиболее близок к традиционным схемам трансформаций геофизических аномалий метод, позволяющий устанавливать оптимальные параметры указанных трансформаций на основе анализа корреляционных связей. Второй метод основан на задании трансформационных многочленов в виде полиномов от координат точек наблюдения и назван корреляционным методом разделения геофизических аномалий. Третий метод базируется на разделении полей с учетом непостоянства корреляционных соотношений в пределах исследуемой площади.

В монографии с единых позиций дается теория указанных корреляционных методов, излагается методика построения вычислительных схем и описываются программы, реализующие методы на современных ЭВМ второго и третьего поколений. Геологическая эффективность корреляционных методов преобразования геофизических аномалий показана на многочисленных модельных и практических примерах.

Книга рассчитана на широкий круг специалистов геофизиков и геологов, а также студентов главным образом геофизической специальности.

Табл. 25, ил. 81, список лит. — 113 назв.

Изучение глубинного геологического строения различных территорий всегда осуществляется на основе использования данных геофизических методов разведки. При решении структурных геологических задач, связанных с поисками и разведкой нефтяных и газовых месторождений, в настоящее время наиболее широкое применение получила сейсморазведка. Другие геофизические методы: магниторазведка, гравиразведка и электроразведка до недавнего времени использовались главным образом на первой стадии изучения территорий с целью наиболее рационального размещения последующих сейсмических исследований. Однако внедрение в практику проведения геофизической разведки высокоточных магнитных и гравиметровых съемок, а также новых модификаций электроразведки позволило во многих случаях с достаточно большой эффективностью использовать их в комплексе с сейсмическими данными на стадии разведки перспективных на нефть и газ структур и подготовки их к глубокому бурению.

Эффективность использования результатов этих геофизических методов в значительной степени определяется оптимальностью различных преобразований геофизических аномалий, проводимых при интерпретации. Целью последних является выделение из суммарного поля той его части, которая наиболее тесно связана с изучаемым геологическим объектом. В преобразованном (трансформированном) геофизическом поле интересующие исследователя аномалии должны быть выражены в более явной форме, чем в наблюдаемом поле. Это может быть достигнуто соответствующим подбором параметров осуществляемых трансформаций. Очевидно, что при наличии некоторых априорных (эталонных) данных о строении изучаемого геологического объекта можно подобрать более эффективные параметры трансформаций, чем в случае их отсутствия.

Традиционно применяемые в настоящее время трансформации основаны главным образом на частотной фильтрации геофизического поля (фильтрации по размерам аномалий). Фильтр или параметры трансформаций подбираются в случае наличия априорных данных на основе некоторых средних геолого-геофизических характеристик для всего исследуемого района. Однако эти характеристики даже в пределах изучаемого района, как правило, существенно изменяются, в связи с чем трансформации поля с фиксированными параметрами не могут быть оптимальными для всех его участков. Кроме того, сам выбор параметров трансформаций на основе априорных

геологических данных составляет далеко не простую и однозначно решаемую задачу.

Поэтому представляется актуальной проблема разработки такого метода трансформации геофизического поля, который на основе учета эталонных данных о структуре изучаемого геологического объекта и особенностей распределения этих данных в пределах района исследований обеспечивал бы выделение составляющей поля, наилучшим образом корреляционно связанной с определенной характеристикой объекта. Эта задача реализована в корреляционных методах преобразования геофизических аномалий, излагаемых в настоящей работе. Важно отметить, что разработанные методы преобразования полей не требуют знания трудно и недостоверно определяемых сведений о физических свойствах слоев земной коры, а базируются только на относительно точно устанавливаемых данных о глубинах залегания границ раздела. Использование составляющей геофизического поля, целенаправленно выделяемой корреляционными методами преобразования аномалий, обеспечивает наиболее эффективный путь решения прогнозных геологических задач.

В настоящей книге с целью идейного обоснования разработанных корреляционных методов преобразования геофизических аномалий рассматриваются особенности основных геологических факторов, формирующих гравитационные и магнитные аномалии, и анализируются соотношения геофизических эффектов, создаваемых ими. Исследуется типовая физическая модель геологического разреза осадочного чехла платформенных областей, приводящая к серьезным трудностям применения классических методов интерпретации, основанных на решении обратной геофизической задачи. Проводится анализ основных, используемых на практике, методов трансформаций геофизических полей и показаны их возможности при решении конкретных геолого-геофизических задач. Обосновывается применение статистических методов при интерпретации геофизических аномалий и дана схема решения прогнозных геологических задач по геофизической информации корреляционными методами. Проводится обзор основных методов интерпретации геофизических аномалий, основанных на корреляционном подходе, и определяется место корреляционных методов преобразования этих аномалий в общем процессе геологического истолкования геофизической информации.

Излагается общая теория корреляционных методов преобразования аномалий. Вводится понятие трансформационного многочлена и показываются два возможных подхода (определяемых существом решаемой задачи) к вычислению его коэффициентов. Структура трансформационного многочлена определяется характером геофизических помех, исключаемых при разделении поля. Задание той или иной структуры трансформационного многочлена определяет различные корреляционные методы преобразования аномалий, излагаемые в книге.

Наиболее близок к традиционным схемам трансформаций геофизических аномалий метод, позволяющий выбирать оптимальные

параметры корреляционных трансформаций. В рамках этого метода трансформационный многочлен задается в виде преобразования типа свертки над исходным полем. Указанный метод получил название корреляционного метода трансформаций геофизических аномалий. Задание трансформационного многочлена в виде полинома от координат точек наблюдения приводит к корреляционному методу разделения геофизических аномалий. Последний представляет собой некоторый аналог метода разделения поля, основанного на тренд-анализе. Третий метод базируется на разделении полей с учетом непостоянства корреляционных соотношений в пределах исследуемой площади. Он позволяет решать тонкие задачи анализа поля и выделять компоненты, обусловленные изменением физических свойств горных пород вдоль изучаемых геологических границ. Указанный метод получил название корреляционного метода разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи.

В книге с единых позиций излагается теория этих методов, описываются результаты их опробования на модельных примерах, рассматриваются критерии выбора оптимальных компонент геофизического поля, выделяемых корреляционными методами. При изложении теории корреляционных методов авторы сочли необходимым дать все расчетные формулы, по которым осуществляется преобразование геофизических аномалий. Эти формулы последовательно раскрывают пути достижения конечных результатов и могут использоваться для практической реализации корреляционных методов. Приводится описание основных алгоритмов и программ, реализующих различные модификации корреляционных методов преобразования и интерпретации геофизических аномалий на ЭВМ различных типов.

Достаточно большое внимание уделяется описанию результатов применения корреляционных методов при решении практических геолого-геофизических задач. Показываются возможности методов при интерпретации не только гравитационных и магнитных полей, но и данных электроразведки, а также в случае детального анализа соотношений структурных планов горизонтов земной коры и их прогнозирования. В заключение рассматриваются перспективы применения корреляционных методов при решении разнообразных геолого-геофизических задач.

Книга представляет собой развитие и обобщение идей, изложенных в опубликованной в 1973 г. монографии М. С. Жданова, В. И. Шрайбмана «Корреляционный метод разделения геофизических аномалий» [45], которая вызвала широкий интерес среди специалистов геофизиков. В предлагаемой монографии авторы попытались разработать общий подход к построению корреляционных методов преобразования и интерпретации геофизических аномалий. Одним из частных результатов этого подхода является корреляционный метод разделения геофизических аномалий, который в значительно усовершенствованном виде также нашел отражение в настоящей книге.

Исследования проводились на факультете газонефтяной геологии, геофизики и геохимии Московского института нефтехимической и газовой промышленности (МИНХ и ГП) им. акад. И. М. Губкина¹.

Все замечания по содержанию книги авторы просят направлять по адресам: 117296, Москва, В-296, Ленинский проспект, 65, МИНХ и ГП, кафедра полевой геофизики и 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19, издательство «Недра».

¹ Авторы выражают искреннюю благодарность Н. Г. Титковой и О. Н. Ждановой, принимавшим участие в обработке и анализе результатов опробования методов. Авторы признательны профессору К. Е. Веселову, подробно ознакомившемуся с рукописью и сделавшему ряд ценных замечаний, учет которых позволил существенно улучшить изложение ряда разделов книги.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ

1. Геологические факторы, обуславливающие гравитационные и магнитные аномалии

Решение ряда геологических задач, в том числе и такой важной для нефтяной геологии, как изучение структуры чехла платформенных областей, осуществляется на основе широкого использования геофизических методов разведки. При этом геологическая достоверность и экономическая эффективность получаемых решений в каждом конкретном случае в значительной степени определяются рациональным комплексом применяемых геофизических методов, который, в свою очередь, формируется на основе существа решаемой задачи, особенностей геологической ситуации и совершенства применяемой методики интерпретации.

Ведущее место в решении большинства структурных задач нефтяной геологии принадлежит сейсморазведке. Однако важное значение в комплексе методов геофизики, используемых при этом, имеют и данные относительно дешевых геофизических методов — гравиразведки и магниторазведки. Значимость выводов, получаемых по результатам указанных методов, особенно возросла после внедрения в практику геофизической разведки высокоточных съемок. Однако геологическое истолкование данных гравиразведки и магниторазведки и выяснение геологической природы наблюдаемых полей осуществляется менее уверенно и с большими трудностями, чем решение подобных задач, например, в сейсморазведке.

Основные проблемы возникают здесь в связи с неоднозначностью решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки, которая особенно сильно проявляется при изучении строения платформенного чехла. Эта неоднозначность определяется в указанных условиях структурными особенностями слоев чехла и их плотностной характеристикой. Другая важная причина трудностей связана с тем обстоятельством, что наблюдаемые на поверхности Земли гравитационные и магнитные поля являются суммарными, формируемыми многими геологическими факторами. Выделить из суммарного поля составляющую, связанную с влиянием изучаемого объекта в «чистом» виде, не представляется возможным. Получаемая разными методами трансформаций составляющая геофизического поля бывает искажена помехами, обусловленными главным образом влиянием различных геологических факторов. В связи с этим проанализируем особенности указанных факторов и выясним характер соотношения между создаваемыми ими геофизическими эффектами.

Прежде всего кратко рассмотрим основные редукции силы тяжести, используемые в настоящее время при обработке измеренных

значений гравитационного поля. При гравиметрических наблюдениях сила тяжести измеряется на физической поверхности Земли, в общем случае не совпадающей с поверхностью нормального эллипсоида или сфероида, для которого вычисляются теоретические или нормальные значения силы тяжести. Поэтому для того чтобы сделать наблюдаемые значения силы тяжести g сопоставимыми с теоретическими γ (нормальными) или, иначе, получить возможность образования гравитационные аномалии Δg , необходимо вычислить величину, на которую изменится нормальная сила тяжести при переходе от точек сфероида к соответствующим точкам наблюдения на физической поверхности Земли. Добавление этой величины как поправки к наблюдаемому значению поля называют редукцией силы тяжести. Эта операция может быть проведена различными путями на основе принятия разных моделей Земли. В отношении геологической эффективности различных редукций силы тяжести среди геофизиков нет единого мнения. В Советском Союзе превалирует мнение, что наиболее приемлемыми для решения геологических задач являются аномалии силы тяжести, вычисленные в редукции Буге [99]. Правда, проблема выбора редукции существенно осложняется при изучении территорий, включающих континенты и океаны.

Как известно, поправка Буге состоит из поправки за высоту $2(g_0/R)h$ (учет которой приводит к получению аномалии силы тяжести в редукции Фая, или аномалии в свободном воздухе) и поправки за плотность промежуточного слоя $2\pi f\sigma h$ (g_0 — среднее значение силы тяжести на Земле; R — средний радиус Земли; h — высота пунктов наблюдений над уровнем моря; f — гравитационная постоянная; σ — плотность промежуточного слоя). Формула поправки Буге имеет вид

$$\delta g_B = 2h \left(\frac{g_0}{R} - \pi f \sigma \right). \quad (I.1)$$

Аномалия Буге рассчитывается по формуле

$$\Delta g = g - \gamma + \delta g_B. \quad (I.2)$$

Отсюда следует, что значения аномалий Буге, кроме геологических факторов, зависят от принятой в формуле (I.2) величины плотности промежуточного слоя и определенной тем или иным способом высоты пункта наблюдений над уровнем моря. При этом пренебрегают некоторой величиной, сохраняющей приблизительно постоянное значение в пределах обширных площадей (поправка Брунса), обусловленной высотой геоида над эллипсоидом. Аномалии Буге в свободном воздухе характеризуют аномальное гравитационное поле на поверхности наблюдений (физической поверхности Земли).

Аномалии в свободном воздухе (если их рассматривать в региональном плане) не обнаруживают корреляции с осредненным рельефом физической поверхности Земли [21, 39, 40], что объясняется изостатической компенсацией масс, создающих рельеф поверхности Земли, плотностными неоднородностями земной коры и верх-

ней мантии. Однако при анализе аномалий в свободном воздухе в пределах локальных площадей выявляется их корреляция с высотами пунктов наблюдений. Поэтому во многих случаях влияние масс, образующих рельеф физической поверхности Земли, существенно искажает гравитационное поле, обусловленное плотностными неоднородностями, которые связаны с геологическими объектами. Именно для исключения гравитационного влияния масс, образующих рельеф поверхности наблюдений, вводится поправка за плотность промежуточного слоя.

Выбор значения плотности промежуточного слоя в этой поправке основывается не только на результатах непосредственных измерений плотностей образцов горных пород, а главным образом на анализе соотношений измеренных значений силы тяжести и соответствующих высот пунктов наблюдений. К настоящему времени предложено много способов определения плотности промежуточного слоя с помощью такого анализа [12, 13, 35, 70, 76 и др.], однако трудно отдать предпочтение одному из них. Поэтому при решении конкретных геологических задач с использованием аномалий Буге необходимо учитывать, что последние в определенной степени зависят от выбранного значения плотности промежуточного слоя. Ошибка определения плотности промежуточного слоя, равная, например, $0,1 \text{ г/см}^3$ при перепадах высот 100 м, может проявиться в виде искажающего влияния на аномалии Буге величиной до 0,4 мгал. Поэтому учет этого параметра особенно важен при анализе данных высокоточных гравиметровых съемок. В последующих главах будет показано, каким образом при интерпретации гравитационных аномалий корреляционным методом может быть вообще исключено влияние величины плотности промежуточного слоя на получаемые результаты.

Одним из основных этапов интерпретации аномалий Буге является выяснение особенностей геологических факторов, которыми они формируются. По существу на различии влияний этих факторов на наблюдаемые поля строятся методы разделения геофизических аномалий.

Аномалии Буге в общем случае вызываются распределением масс в земной коре и верхней мантии, которое в основном определяется их геологической структурой. Наиболее полно зависимость характера гравитационного поля от геологической структуры была показана еще в 1932—1936 гг. в работах А. Д. Архангельского, А. А. Михайлова, В. В. Федынского, Е. Н. Люстиха, установивших, что аномалии Буге определяются главным образом следующими геологическими факторами [31]: внутренней структурой фундамента, рельефом его поверхности, глубинной структурой земной коры и верхней мантии. В ряде более поздних работ [1, 100, 104, 105] было установлено, что существенное значение в формировании гравитационного поля имеют структурные и литологические осложнения осадочного чехла платформенных областей.

Рассмотрим эти факторы и особое внимание обратим на характеристику эффекта, создаваемого структурными осложнениями платформенного чехла.

Наибольший интерес при решении задач нефтяной геологии вызывают составляющие гравитационного поля, обусловленные влиянием структурных особенностей платформенного чехла. Слои чехла различаются между собой по плотностной характеристике крайне незначительно, а амплитуды структур имеют малые размеры. Поэтому априори можно сделать вывод о том, что структуры чехла должны отображаться в гравитационном поле малоинтенсивными аномалиями силы тяжести и для их изучения необходимы высокоточные наблюдения.

Экспериментальные данные о плотности пород чехла в различных районах платформенных областей аппроксимируются ступенчатым графиком изменения плотности пород с увеличением глубины их залегания (рис. 1). При этом чаще всего избыточные плотности на границах слоев чехла вычисляются путем сравнения средних значений плотностей контактирующих комплексов, которые рассчитываются на основе измерений многих образцов горных пород, представляющих эти комплексы [71, 93]. Однако в некоторых районах детальный

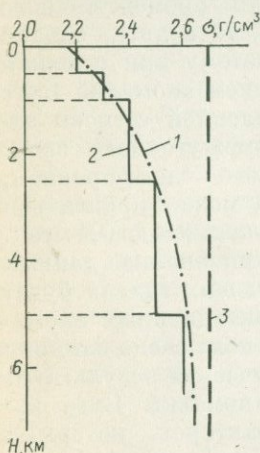


Рис. 1. Графики изменения плотности пород чехла Туранской плиты с глубиной:

1 — за счет уплотнения пород (по В. М. Добрынину) [43] при плотности скелета породы $\sigma_{ТН} = 2,65 \text{ г/см}^3$, коэффициенте пористости $K_{П} = 30\%$, коэффициенте сжимаемости $\beta = 25 \cdot 10^4$, 2 — на основе определений по образцам горных пород и корреляции плотности и скорости; 3 — график средней плотности пород фундамента

анализ измеренных значений плотностей образцов, извлеченных из скважин с разных глубин, приводит к принципиально иным выводам.

В качестве примера, непосредственно связанного с разбираемой проблемой, рассмотрим результаты анализа плотностного разреза чехла Северного Устьурта [65, 67]. На основе сложившихся представлений о плотностной модели чехла этого региона [71, 72, 93] принято было считать наиболее гравитационно активной границей поверхность пермо-триасовых отложений с эффективной плотностью, равной $0,20-0,30 \text{ г/см}^3$. Однако указанная оценка получена в результате сопоставления осредненных значений плотности мезозойских отложений с плотностью пермо-триаса соседнего п-ова Мангышлак и прилегающих к нему площадей, в пределах которых пермо-триасовый комплекс сильно дислоцирован и метаморфизован. Распространять полученные выводы во внутренние части Северо-Устьуртского прогиба не представляется возможным, так как там пермо-триасовый комплекс значительно менее метаморфизован и, следовательно, характеризуется меньшей плотностью. Кроме того, величина

плотности оказалась завышенной из-за неучета уплотнения мезозойских пород с глубиной. Эту особенность пород чехла следует считать наиболее важной.

Анализ новых фактических данных, полученных в результате бурения многочисленных скважин, позволил существенно уточнить плотностную модель чехла Северного Устьярта и объяснить геологическую природу локальных аномалий силы тяжести другими его особенностями. На основании этих данных построен график зависимости плотности пород от глубины их залегания (рис. 2). На графике средние значения плотности стратиграфических комплексов горных пород, вычисленные для различных площадей, отнесены к средним глубинам отбора керна. Видно, что плотностной разрез можно разделить на две части. К верхнему комплексу следует отнести резко уплотняющиеся с глубиной кайнозойские отложения.

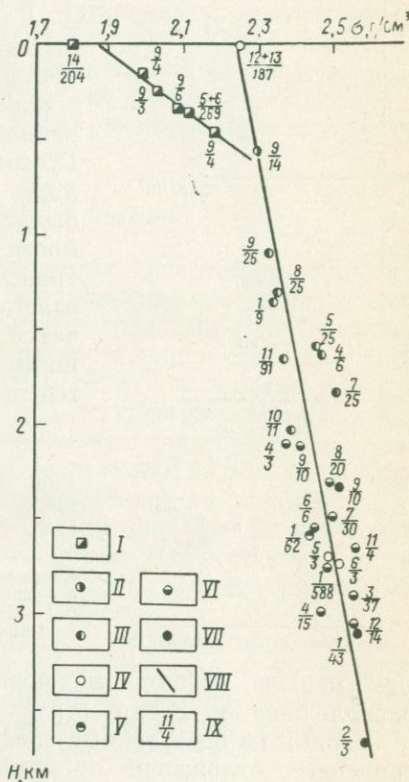


Рис. 2. График изменения плотности осадочных отложений Северного Устьярта с глубиной.

Отложения: I — кайнозойские, II — верхнемеловые, III — нижнемеловые, IV — нерасчлененные юрские, V — верхнеюрские, VI — среднеюрские, VII — пермо-триасовые; VIII — линия регрессии плотности по глубине; IX — в знаменателе — число образцов, в числителе — площадь отбора образцов: 1 — Арстановская, 2 — Теренская, 3 — Каракудукская, 4 — Адамлы, 5 — Чагырлы, 6 — Чумышты, 7 — Кумтюбе, 8 — Базайская, 9 — опорная скв. 1, 10 — Савтюбе, 11 — Сарга, 12 — Кугусем, 13 — Карамал, 14 — Северные чинки Устьярта

Нижний комплекс слагают породы мелового, юрского и пермо-триасового возрастов, которые уплотняются с глубиной менее интенсивно. Избыточная плотность на контакте палеогеновых и меловых отложений в зависимости от глубины меняется в пределах 0,08—0,15 г/см³. Однако этой плотностной границей не удастся объяснить наблюдаемые над антиклинальными структурами аномалии силы тяжести, так как рельеф подошвы палеогена образует весьма плавные и малоамплитудные поднятия. Расчеты показывают, что гравитационным влиянием подошвы палеогена можно объяснить не более 30% интенсивности гравитационных аномалий, наблюдаемых над структурами.

Из анализа корреляционного графика (см. рис. 2) можно сделать важный вывод, что на границе юрских и пермо-триасовых пород

скачка плотности не наблюдается. Плотность пермо-триасовых и юрских отложений, залегающих на одинаковых глубинах, практически не различается. На основе изложенного можно прийти к заключению, что юрско-меловые и пермо-триасовые породы представляют собой единую в плотностном отношении толщу. При этом необходимо отметить, что полученный вывод справедлив для условий, когда поверхность пермо-триаса залегает на глубинах около 2 км и более.

Для объяснения наблюдаемых локальных аномалий было исследовано изменение в плане плотности юрских и пермо-триасовых отложений на хорошо разбуренной площади Арстановской структуры. Густота сети глубоких скважин не позволила построить карты изоденс. Поэтому были изучены корреляционные зависимости между плотностями пород пермо-триаса, средней и верхней юры и глубиной залегания подошвы неокома, достаточно четко контролирующей положение скважины (по керну которой определена плотность) относительно свода структуры.

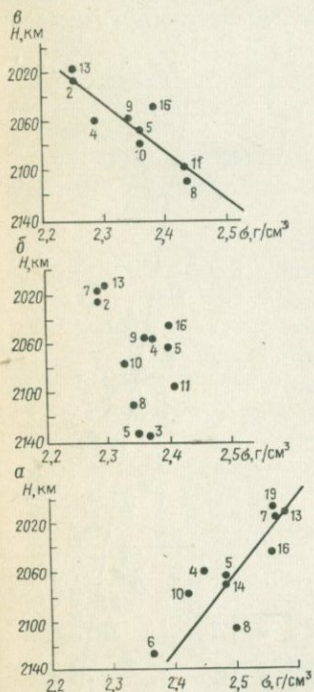


Рис. 3. Графики зависимости плотности различных комплексов отложений чехла от глубины залегания подошвы неокома (латеральное изменение плотности).

Отложения: а — пермо-триасовые ($\eta = -0,84 \pm 0,10$), б — среднеюрские ($\eta = 0,63 \pm 0,17$), в — верхнеюрские ($\eta = 0,86 \pm 0,07$); у точек корреляционной зависимости цифрами указаны номера скважин отбора керна

Чем меньше глубина подошвы неокома, тем ближе скважина расположена к своду структуры.

Первый из построенных графиков зависимости плотности пермо-триасовых отложений от глубины залегания подошвы неокома (рис. 3, а) характеризуется высоким коэффициентом корреляции, $\eta = -0,84$. Наблюдается увеличение плотности по мере приближения к своду структуры при общем перепаде, приблизительно равном $0,15 \text{ г/см}^3$. На втором графике (см. рис. 3, б) заметной связи плотности среднеюрских отложений и глубины до подошвы неокома не обнаруживается. Третий график зависимости плотности пород верхней юры от глубины залегания подошвы неокома (см. рис. 3, в) характеризуется снова высоким коэффициентом корреляции, но другого знака: $\eta = 0,86$. При приближении к своду структуры породы верхней юры разуплотняются. Общий перепад плотности приблизительно равен $0,15 \text{ г/см}^3$.

Таким образом, выявлены достаточно большие по величине латеральные изменения плотности отдельных слоев чехла, которые позволяют при соответствующем соотношении мощностей этих слоев

объяснить наблюдаемые локальные гравитационные аномалии. Можно предположить, что и в других районах локальные аномалии силы тяжести обусловлены подобными особенностями распределения плотности в отложениях чехла. При этом в зависимости от соотношения комплексов пород чехла, разуплотняющихся или уплотняющихся к своду локальных структур, последние могут по-разному отображаться в аномалиях силы тяжести. Так, например, локальным структурам Северного Устьярта и Предкавказья соответствуют максимумы силы тяжести, а структурам Западно-Кубанского прогиба — минимумы [66, 84]. При столь сложном плотностном разрезе чехла платформенных областей классические методы интерпретации, основанные на решении обратной задачи гравиметрии, оказываются малоэффективными.

Рельеф поверхности фундамента

Поверхность фундамента часто является гравитационно активной границей. Это обусловлено тем, что, как правило, породы, лежащие на фундаменте, обладают большей плотностью, чем породы платформенного чехла. Наибольшая разность плотностей этих комплексов наблюдается при небольших глубинах залегания поверхности фундамента. В таких условиях структуры, выраженные в поверхности фундамента, вызывают интенсивные гравитационные аномалии. По мере увеличения глубины залегания фундамента наблюдается сначала быстрое, а затем более медленное возрастание плотности контактирующих с ним пород чехла (см. рис. 1). На достаточной большой глубине (4—5 км) плотность пород чехла становится соизмеримой с плотностью пород фундамента, и его поверхность уже не создает заметного гравитационного эффекта.

По результатам ряда исследований [16, 93] выяснено, что рассматриваемый геологический фактор даже в случае, если поверхность фундамента погружается от выходов его на поверхность Земли до глубины примерно 10 км, может обусловить гравитационный эффект амплитудой не более 80 мгал.

Внутренняя структура фундамента

| Внутренняя структура фундамента оказывает существенное влияние на распределения аномалий силы тяжести [51, 55]. Различные интрузивные внедрения в толщу фундамента создают довольно большую плотностную дифференциацию, что обуславливает интенсивные гравитационные аномалии, составляющие 100 мгал и более. Особенности влияния этого геологического фактора подчиняются одной важной закономерности. В силу того обстоятельства, что возмущающие объекты в толще фундамента, как правило, имеют малые горизонтальные размеры, с увеличением глубины залегания поверхности фундамента происходит резкое снижение интенсивности аномалий, обусловленных его внутренней структурой. Поэтому, если рассматривать гравитационный эффект внутренней структуры

фундамента как помеху при изучении строения чехла по аномалиям Буге, то наиболее благоприятная ситуация для решения этой задачи создается при достаточно большой глубине залегания поверхности фундамента (5 км и более). Однако иногда крупным блокам фундамента соответствуют протяженные аномалии, которые значительно медленнее затухают с увеличением глубины его залегания, что вызывает серьезные трудности при изучении чехла.

Глубинная структура земной коры и верхней мантии

Выявление особенностей глубинной структуры земной коры и верхней мантии, формирующих региональные аномалии силы тяжести, представляет собой сложную проблему. Долгое время полагали, что главным фактором в формировании таких аномалий является изменение мощности земной коры. В ряде работ [1, 39, 41, 42, 77] на основании сопоставлений в пределах континентов и океанов осредненных по площади аномалий Буге и значений мощности земной коры, определенных по сейсмическим данным, установлены корреляционные связи между указанными величинами. При этом оказалось, что связи между аномалиями Буге и мощностью земной коры аппроксимируются достаточно точно линейными зависимостями. Причем параметры этих зависимостей на континентах и океанах различны (рис. 4).

Установленные зависимости позволили сделать предположение о довольно сильном влиянии на региональное гравитационное поле глубины залегания подошвы земной коры (поверхности Мохоровичича). Действительно, перепад значений аномалий Буге от 200—350 мгал в районах океанической земной коры мощностью 5—10 км до —(200—300) мгал, соответствующих горным районам континентальной коры мощностью 50—60 км, может быть объяснен скачком плотности на границе верхняя мантия — земная кора и выклиниванием в пределах океанов легкого гранитного слоя.

В то же время, если рассматривать детали этих общих зависимостей, то обнаруживается ряд районов, существенно отличающихся характером корреляционной связи между аномалиями Буге и мощностью земной коры [16, 29, 30, 37] (рис. 5). Это позволило сделать предположение о влиянии на региональные аномалии силы тяжести плотностной неоднородности верхней мантии. Однако наиболее достоверные выводы относительно этой проблемы впервые были получены по результатам количественных сопоставлений данных глубинного сейсмического зондирования (ГСЗ) и аномалий Буге, проведенных по следующей методике [26, 28].

На основе данных ГСЗ и экспериментальных корреляционных зависимостей между плотностью и скоростью горных пород, измеренных в условиях больших давлений, была создана плотностная модель земной коры. Учет гравитационного эффекта построенной модели в аномалиях Буге позволил получить остаточные аномалии силы тяжести. В Средней Азии (рис. 6) они оказались высокоинтенсивными — амплитуда до 200 мгал. Иначе говоря, выявилось

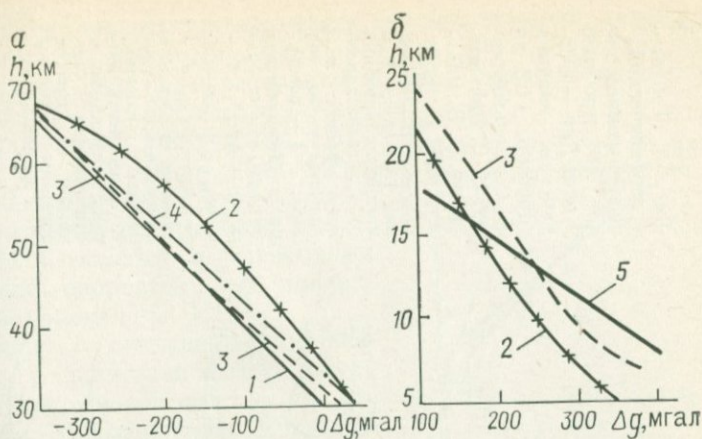


Рис. 4. Графики зависимости между мощностью земной коры и осредненными значениями аномалий Буге для континентальных (а) и океанических (б) областей [1].

1 — по Б. А. Андрееву; 2 — по Р. М. Деменицкой; 3 — по Г. Вулларду; 4 — по Н. Б. Сажиной; 5 — по Е. Д. Корякину

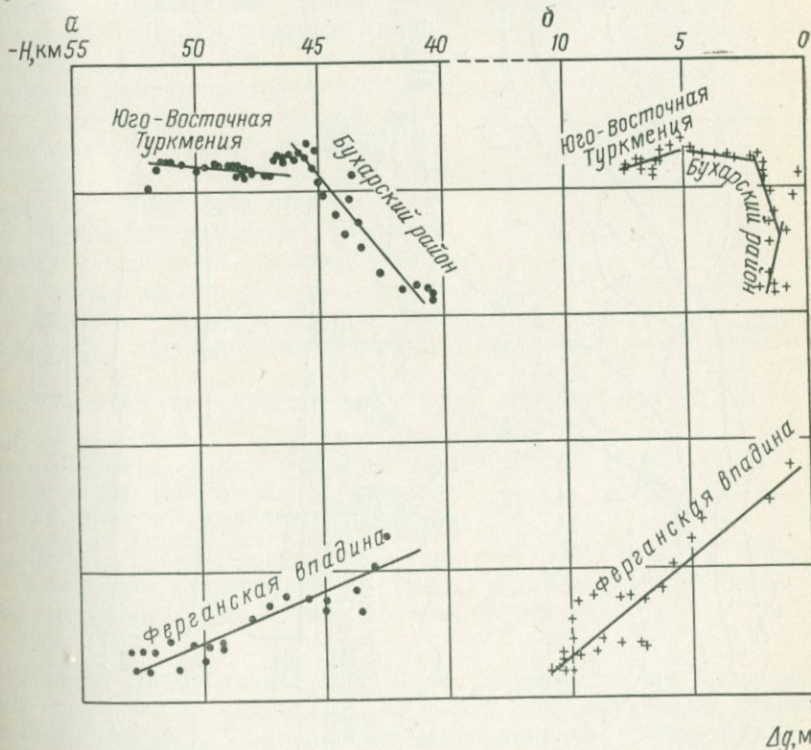


Рис. 5. Графики корреляционных зависимостей между аномалиями Буге и глубинами залегания поверхности Мохоровичича (а) и поверхности фундамента (б), составленные по профилю глубинных сейсмических зондирований Копет-Даг — Фергана

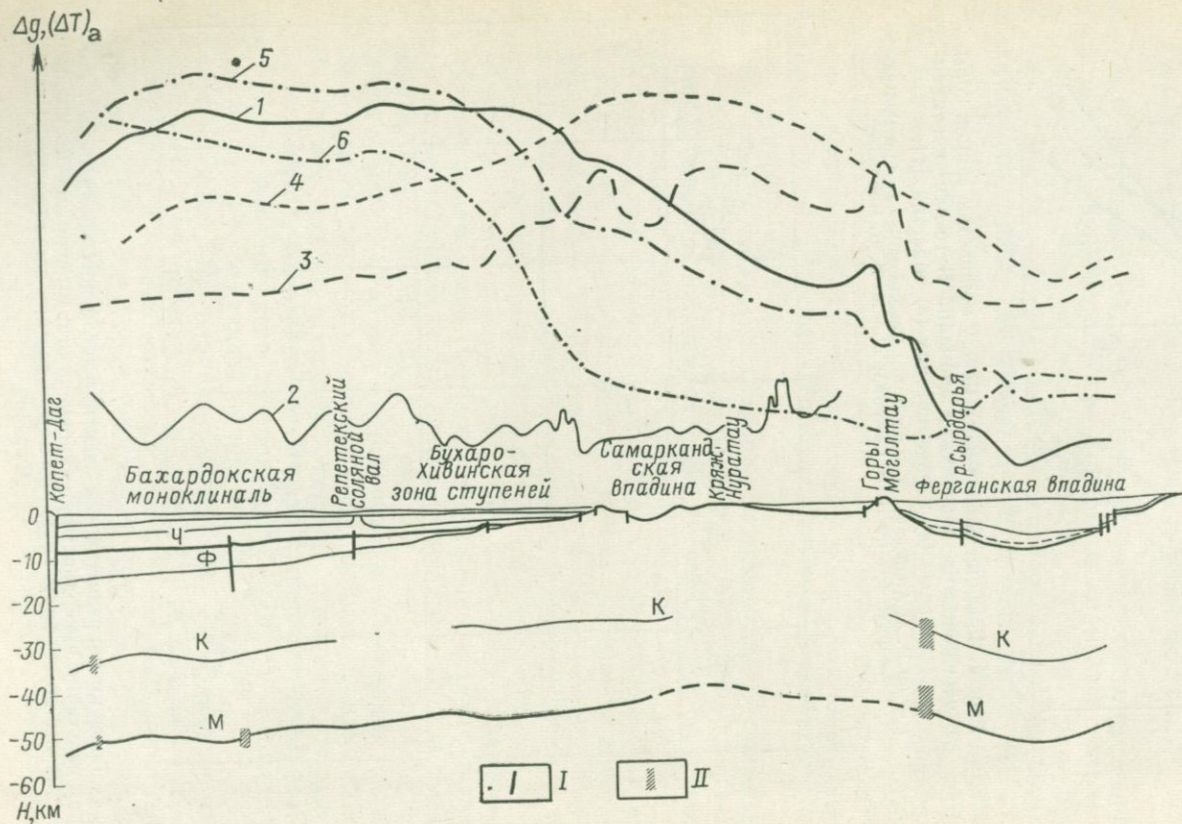


Рис. 6. Геолого-геофизический разрез земной коры по профилю Копет-Даг — Ферганская впадина (профиль ГСЗ по Б. С. Вольвовскому, И. С. Вольвовскому, В. З. Рябому, 1962 г. [29]).

Графики: 1 — аномалий Буге (Δg), 2 — магнитных аномалий (ΔT)_a, гравитационного эффекта: 3 — подошвы чехла (Ч) $\Delta g_{\text{ч}}$, 4 — поверхности Мохоровичича (М) $\Delta g_{\text{М}}$, 5 — $\Delta g_{\text{ост}1} = \Delta g - \Delta g_{\text{ч}}$, 6 — $\Delta g_{\text{ост}2} = \Delta g - \Delta g_{\text{ч}} - \Delta g_{\text{М}}$; I — разломы в чехле и фундаменте; II — глубинные разломы; К — поверхность Конрада; сплошными и пунктирными линиями на разрезе показаны границы в земной коре

значительное несоответствие между гравитационным влиянием земной коры и наблюдаемыми аномалиями Буге. Этот результат показал, что аномалии Буге в значительной степени определяются плотностной неоднородностью верхней мантии. Такой вывод получил в дальнейшем подтверждение благодаря установлению тесной корреляционной связи между остаточными аномалиями силы тяжести и значениями граничных скоростей по поверхности Мохоровичича [106].

На рис. 7 приведены корреляционные графики зависимости между граничными скоростями v_r по поверхности Мохоровичича и остаточными аномалиями $\Delta g_{\text{ост } 2}$ (см. рис. 7, а), полученными путем учета гравитационных эффектов поверхности фундамента и поверхности Мохоровичича, аномалиями Буге Δg (см. рис. 7, б), остаточными аномалиями $\Delta g_{\text{ост } 1}$ (см. рис. 7, в), вычисленными при учете только поверхности фундамента, и глубиной залегания поверхности Мохоровичича H_M (см. рис. 7, г). Сопоставление построенных корреляционных графиков и их статистических характеристик показывает, что коэффициент корреляции между v_r и $\Delta g_{\text{ост } 2}$ ($\eta = 0,86$) значительно выше, чем между v_r и глубиной залегания по-

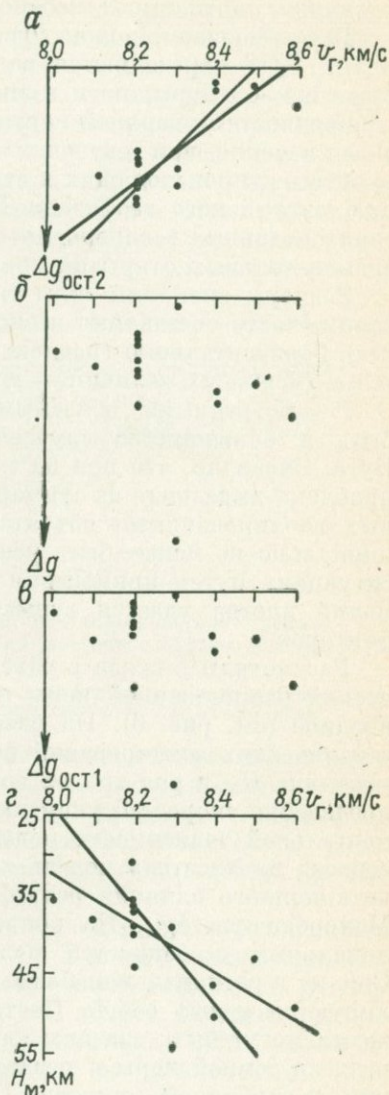


Рис. 7. Корреляционные графики зависимости между значениями граничных скоростей v_r на поверхности Мохоровичича и остаточными аномалиями $\Delta g_{\text{ост } 2}$ (а), аномалиями Буге (б), остаточными аномалиями $\Delta g_{\text{ост } 1}$ (в) и глубиной залегания поверхности Мохоровичича H_M (г).

На г графиках а и г показаны линии регрессии

верхности Мохоровичича ($\eta = 0,67$). Поэтому тесная корреляционная связь между v_r и $\Delta g_{\text{ост } 2}$ не может быть объяснена косвенным влиянием на $\Delta g_{\text{ост } 2}$ поверхности Мохоровичича, глубина залегания которой входит в формулу расчета гравитационного эффекта. С аномалиями Буге и остаточными аномалиями $\Delta g_{\text{ост } 1}$ граничные скорости вообще имеют обратную связь. Коэффициенты корреляции

отрицательны и равны соответственно $-0,35$ и $-0,36$. Все это позволило сделать вывод, что установленная линейная зависимость между v_1 и $\Delta g_{\text{ост } 2}$ обусловлена реально существующим явлением, а именно наличием плотностных неоднородностей верхней мантии.

Таким образом, можно уверенно считать, что региональные аномалии Буге определяются не только изменениями мощности и состава земной коры, но и в значительной степени плотностными неоднородностями верхней мантии. Анализ этих аномалий имеет большое значение при изучении генетической стороны тектонических процессов, происходящих в земной коре и верхней мантии. По мнению английского геофизика М. Ботта [17], обнаружение больших горизонтальных неоднородностей в мантии является одним из самых знаменательных открытий современной геофизики.

Размеры аномалий силы тяжести, связанных с глубинным фактором, часто составляют несколько сотен километров (150 км и более). Горизонтальные градиенты аномалий иногда достигают относительно больших величин — до 1 мгал/км [92].

Рассмотренными основными геологическими факторами могут быть в большинстве случаев объяснены наблюдаемые аномалии Буге. Очевидно, что при их интерпретации прежде всего возникает проблема выделения из суммарного поля составляющих, обусловленных изолированными объектами. Как известно, эта задача принципиально не может быть решена. Однако в разных геологических ситуациях путем применения различных способов разделения аномалий иногда удается существенно подавить влияние мешающих факторов.

Рассмотрим в связи с разбираемыми вопросами геолого-геофизический разрез земной коры по профилю Копет-Даг — Ферганская впадина (см. рис. 6). На разрезе выделены по данным глубинных сейсмических зондирований подошва чехла H_c , поверхность Мохоровичича H_M и ряд других границ раздела. На основе анализа распределения скоростей упругих волн в слоях земной коры и экспериментальной зависимости между плотностью и скоростью была построена плотностная модель коры и по ней рассчитаны кривые гравитационного влияния рельефа подошвы чехла Δg_c и поверхности Мохоровичича Δg_M . На кривой Δg_c выделяется ряд относительно локальных особенностей поля, отсутствующих на кривой Δg_M . Однако в региональном плане эти кривые достаточно хорошо коррелируются между собой. Поэтому региональные аномалии силы тяжести могут быть связаны как с одной, так и с другой границами раздела земной коры и разделить их без дополнительной информации о глубинной структуре нельзя.

Аномалии силы тяжести, связанные с локальными структурами платформенного чехла, определяются размерами последних. Как известно, структуры чехла бывают разных размеров — от нескольких километров до 100 км и более. Следовательно, аномалии силы тяжести, обусловленные структурами чехла, могут быть соизмеримы с аномалиями, связанными и с внутренней структурой фундамента и с рельефом его поверхности. Поэтому нельзя считать обоснован-

ными выводы, которые строятся на безусловной связи размеров аномалий с глубиной источника, их вызывающих [14, 24, 54, 68]. Последнее достаточно строго показано в некоторых работах [3, 90].

Рассмотрим теперь вопросы геологической природы магнитных аномалий, которые так же, как и гравитационные, обусловлены суммарным воздействием ряда геологических факторов [92]. Однако эти факторы и их значимость не идентичны, что определяет некоторую специфику геологической интерпретации магнитных аномалий.

Как известно, магнитные свойства горных пород объясняются наличием в их составе ферромагнетиков. Магнитные же свойства последних существенно зависят от температуры. При достижении определенного уровня температуры (точка Кюри) доменная структура ферромагнетика распадается, в связи с чем теряются его

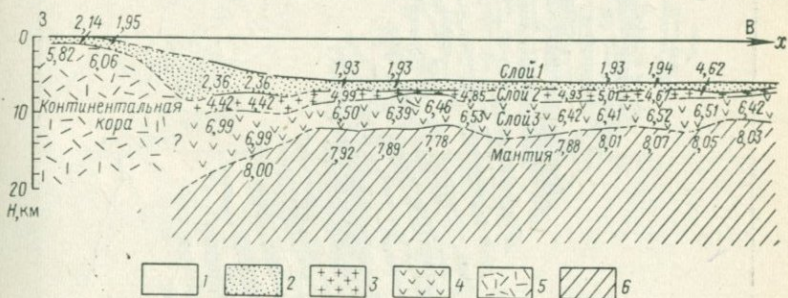


Рис. 8. Строение океанической коры по данным метода преломленных волн в Атлантическом океане восточнее Аргентины (по М. Ивингу [17]).

1 — слой воды; 2 — слой I; 3 — слой II; 4 — слой III; 5 — континентальная кора; 6 — мантия; цифрами указаны значения скоростей продольных волн

магнитные свойства. Поэтому на определенной глубине в Земле располагается изотерма Кюри (для наиболее распространенного в породах ферромагнетика), ниже которой породы находятся в немагнитном состоянии. Для магнетита, например, точка Кюри равна примерно 600°C , и эта температура достигается на глубине приблизительно 30 км.

Осадочные горные породы обладают малой величиной магнитной восприимчивости $[(10-100) \cdot 10^{-6} \text{ ед. СГС}]$. Поэтому можно полагать, что осадочный чехол не оказывает существенного влияния на магнитное поле. Правда, в последнее время на основе анализа высокоточных наблюдений напряженности магнитного поля выявлены отрицательные аномалии интенсивностью в несколько гамм, обусловленные влиянием зон разломов в осадочном чехле (А. А. Дзабаев, 1969 г.).

Таким образом, магнитные аномалии формируются главным образом толщей пород, заключенной между кровлей фундамента и поверхностью, совпадающей с изотермой Кюри. Вероятнее всего, на континентах наиболее неоднородным по составу является гранитный слой земной коры, и его влиянием в основном объясняются наблюдаемые магнитные аномалии. Океаническая земная кора, как

известно, состоит из трех слоев, различающихся между собой прежде всего скоростями упругих волн (рис. 8). Слой I складывается неуплотненными осадками, влиянием которых нельзя объяснить наблюдаемые в океане линейные магнитные аномалии (рис. 9). Наиболее

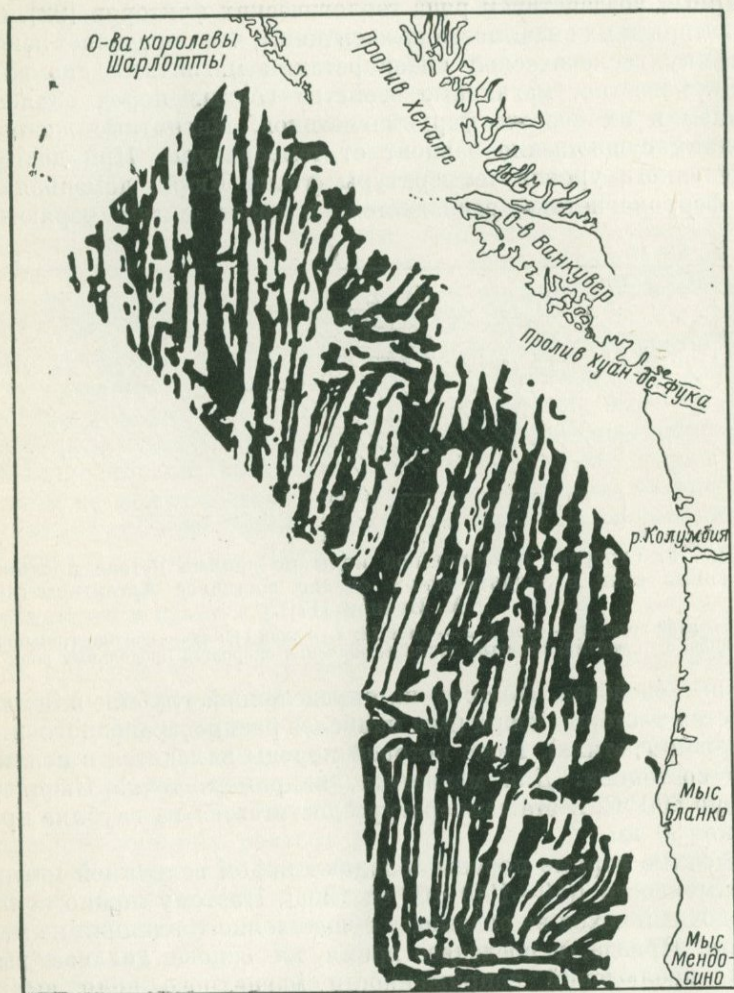


Рис. 9. Линейный характер магнитных аномалий района к западу от побережья Северной Америки.

Положительные аномалии показаны черными полосами [17]

неоднородным по сейсмической характеристике и, следовательно, по составу является слой II, представляющий собой фундамент. Сложен он изверженными породами базальтового состава [17], намагниченностью которых в основном обусловлены наблюдаемые здесь магнитные аномалии. Слой III является самым мощным слоем океанической

коры и отличается достаточным постоянством сейсмической скорости. Вероятнее всего, этот слой коры создает сравнительно слабое аномальное магнитное поле.

Следовательно, основным геологическим фактором, вызывающим магнитные аномалии, является внутренняя структура фундамента. Интенсивность аномалий, связанных с этим фактором, может достигать нескольких тысяч гамм. Однако такие аномалии наблюдаются только в тех районах, где фундамент залегает на малых глубинах

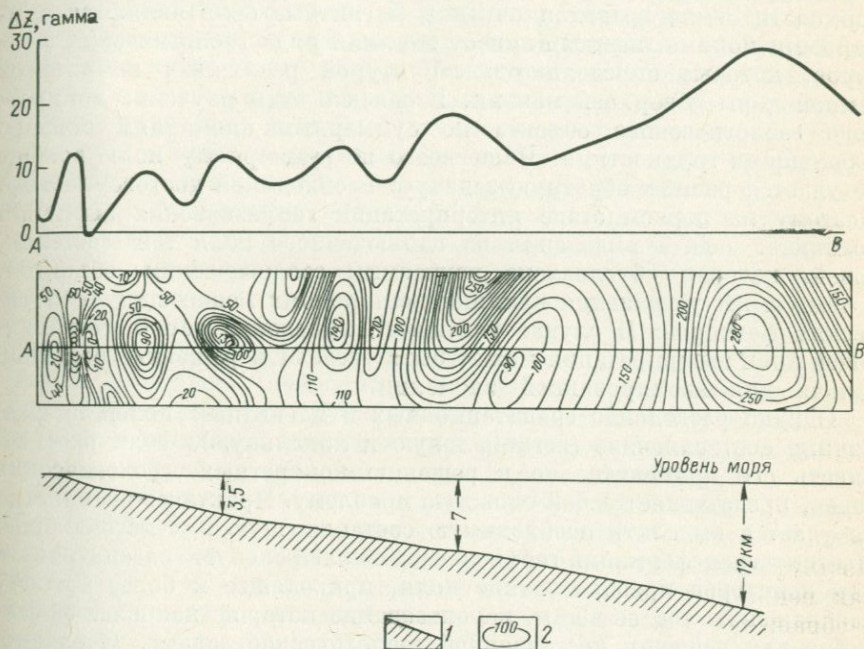


Рис. 10. Изменение характера магнитного поля при переходе от участка с неглубоким залеганием фундамента к районам с глубоководным фундаментом (по З. Хаммеру [103]).

1 — поверхность фундамента; 2 — изодинамы, гамма

По мере увеличения глубины залегания поверхности фундамента влияние этого фактора значительно снижается (рис. 10).

Таким образом, проведенный анализ показывает, что роль геологических факторов, формирующих гравитационные и магнитные аномалии, различна. Аномалии Буге определяются факторами, связанными со структурой чехла, консолидированной земной коры и верхней мантии. Магнитные аномалии формируются главным образом структурой фундамента или, точнее, толщиной пород, ограниченной сверху поверхностью фундамента, а снизу поверхностью изотермы Кюри. Структура платформенного чехла оказывает незначительное влияние на магнитное поле. Поэтому трудности, связанные

с разделением аномалий на составляющие, возникают прежде всего в случае интерпретации гравитационных аномалий. При анализе данных магниторазведки реже встает проблема разделения исходного поля, и часто интерпретация может успешно проводиться по наблюдаемым аномалиям.

2. Вопросы трансформаций геофизических аномалий

В предыдущем разделе было показано, что наблюдаемые на поверхности Земли гравитационные и магнитные поля являются суммарными полями, зависящими от влияния ряда геологических факторов, которые определяются структурой различных комплексов земной коры и верхней мантии. В связи с этим изучение конкретного геологического объекта по суммарным аномалиям связано с большими трудностями. Чаще всего по суммарному полю вообще не удается решить обратную задачу с необходимой достоверностью. Поэтому на первом этапе интерпретации геофизических аномалий возникает задача выделения из наблюдаемого поля той составляющей, которая обусловлена изучаемым геологическим объектом, и тем самым устранения влияния посторонних мешающих геологических факторов. В случае успешного выделения такой составляющей поля интерпретация может быть сведена к решению обратной задачи для изолированной аномалии.

Однако разделение гравитационных и магнитных полей на различные составляющие (региональную и локальную), если рассматривать его применительно к решению конкретных геологических задач, представляет собой сложную проблему. Практически никогда не удается выделить необходимую составляющую в «чистом» виде. Поэтому трансформации геофизических полей следует рассматривать как некоторое преобразование поля, приводящее к более четкому изображению той ее части, использование которой наиболее эффективно для решения поставленной геологической задачи. Очевидно, что любое преобразование поля не может приводить к появлению новой информации. Наоборот, чаще всего оно ведет к потере информации, содержащейся в наблюдаемом поле.

К настоящему времени предложены и используются в практике ряд различных методов трансформаций геофизических аномалий [21, 88, 96]. Они могут быть подразделены на следующие методы:

- 1) не требующие знания априорной геологической информации (в некоторых случаях необходимо знать лишь некоторые приближенные средние для района характеристики изучаемых объектов);
- 2) строящиеся на полном использовании конкретных априорных геологических данных с учетом особенностей их распределения в пределах изучаемой территории.

Основными методами, которые относятся к первой группе, являются: а) сглаживание поля; б) аналитическое продолжение поля; в) вычисление высших производных поля, а ко второй группе: а) метод, основанный на последовательном учете геофизических эффектов ряда геологических факторов, известных по геолого-геофи-

зическим данным; б) корреляционный метод преобразования геофизических аномалий.

Рассмотрим кратко основные черты перечисленных методов трансформаций геофизических полей с позиций оценки возможностей использования при их реализации априорной геологической информации и проанализируем соотношения между ними.

Одним из традиционных методов трансформаций, относящихся к первой группе, является сглаживание геофизических полей. Наиболее просто сглаживание поля может быть осуществлено графическим способом. Этот способ успешно применяется в том случае, когда выделяемый в наблюдаемом поле региональный фон имеет достаточно простую структуру. Тогда при расположении профилей ортогонально простирацию регионального фона можно по каждому из них графически выделить региональную составляющую. Представляется также возможным путем использования профильных графических построений составить карту регионального фона. Локальная компонента находится путем вычитания построенной региональной составляющей из наблюдаемого поля. Некоторое преимущество графического метода состоит в том, что в ряде случаев опытный интерпретатор при построении регионального фона интуитивно может учитывать априорную геологическую информацию. Однако отсутствие строгой формализации метода приводит к субъективным и иногда ошибочным решениям. Субъективность выделения региональной составляющей поля вызывает серьезные трудности в последующем использовании локальной компоненты для количественной интерпретации.

Сглаженную региональную составляющую поля можно получить на основе более строгой методики, которая сводится к задаче аппроксимации исходного поля некоторой достаточно гладкой функцией [58, 59, 96, 109, 112]. В качестве последней часто используется полином от координат точек плоскости наблюдений

$$L_N(x, y) = \sum_{p, s} a_{ps} x^p y^s, \quad (I.3)$$

где a_{ps} — коэффициенты полинома; x, y — координаты точек площади исследования; N — степень аппроксимирующего многочлена.

Коэффициенты a_{ps} находятся по способу наименьших квадратов

$$\sum_{i, j} [\Delta g(x_i, y_j) - L_N(x_i, y_j)]^2 = \min. \quad (I.4)$$

Вычисленная сглаженная компонента чаще всего рассматривается как помеха, обусловленная влиянием геологических факторов, мешающих решению поставленной задачи. В качестве полезной составляющей поля в этом случае выступает остаточная компонента

$$\Delta g_{\text{ост}} = \Delta g(x, y) - L_N(x, y). \quad (I.5)$$

Задачи по выделению сглаженной функции указанным способом широко применяются в различных областях геологии и геофизики.

Они получили название тренд-анализа. Этим задачам посвящена многочисленная литература [7, 53, 64, 69 и др.].

Недостатком рассматриваемого метода является отсутствие определенности в выборе степени полинома для описания региональной составляющей. Очевидно, что по мере увеличения порядка полинома будет выделяться более дифференцированная региональная составляющая поля, приближающаяся с любой наперед заданной точностью к исходному полю. Ясно, что какого-либо учета априорной геологической информации при подобном разделении поля не осуществляется.

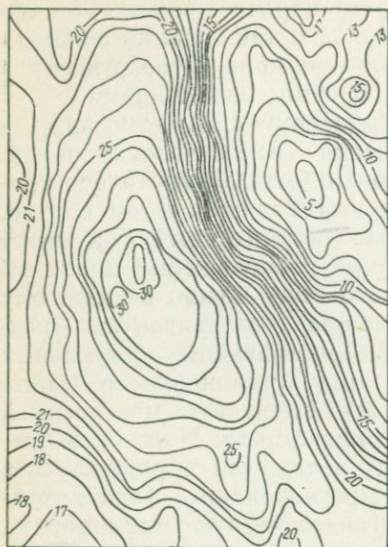
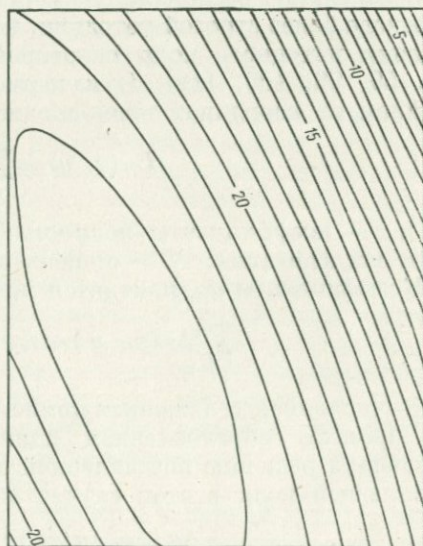


Рис. 11. Поле наблюдаемых гравитационных аномалий одного из районов Польши (по З. Файклевичу [109])

В качестве примера применения такого подхода к разделению гравитационного поля отметим работу З. Файклевича [109] по одному из районов Польши. Региональная составляющая исходного гравитационного поля (рис. 11) представлена в виде поверхности, описываемой полиномом второй степени (рис. 12).

$$L_2(x, y) = 17,76 + 1,436x + 0,703y - 0,098x^2 - 0,024y^2 - 0,072xy. \quad (I.6)$$

Рис. 12. Региональная составляющая гравитационного поля одного из районов Польши, представленная в виде поверхности, описываемой полиномом второй степени (по З. Файклевичу [109])



В результате учета региональной составляющей получена карта остаточных аномалий силы тяжести (рис. 13). Полученные резуль-

таты вызывают сомнение в целесообразности выбора полинома именно второй степени для описания региональной составляющей. Визуальный анализ исходной гравитационной карты показывает, что региональный фон может быть представлен поверхностью, описываемой полиномом более высокой степени. Однако отсутствие четких критериев не дает возможность указать оптимальную степень полинома.

Трансформация поля, направленная на выделение региональной составляющей, может быть также осуществлена путем осреднения его в пределах определенной площади. Среднее значение поля $\Delta g_{\text{тр}}$ на площади круга S_R радиусом R может быть представлено формулой

$$\Delta g_{\text{тр}} = \iint_{S_R} \Delta g(\bar{r}) dS, \quad (1.7)$$

где \bar{r} — радиус-вектор точек наблюдений.

Степень региональности поля, выделяемого путем осреднения, определяется площадью круга S_R . Увеличение радиуса круга осреднения приводит к выделению более плавно меняющегося ре-

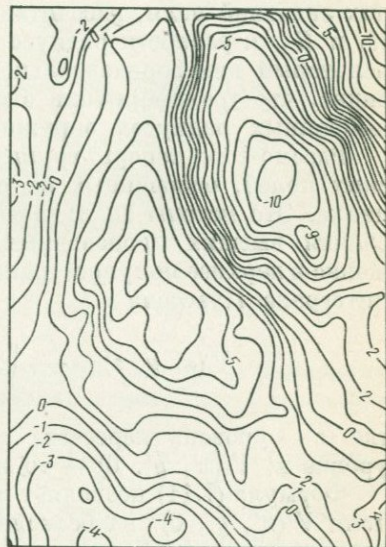


Рис. 13. Остаточная составляющая гравитационного поля одного из районов Польши (по З. Файклевичу [109])

гионального фона. Метод осреднения в таком виде был предложен и обоснован А. Н. Тихоновым и Ю. Д. Буланже [95] и развит А. Е. Маловичко [57].

При использовании ЭВМ по техническим соображениям осреднение поля обычно проводится в пределах площади квадрата определенного размера. Остаточная составляющая $\Delta g_{\text{ост}}$ получается путем построения разностного поля:

$$\Delta g_{\text{ост}} = \Delta g - \Delta g_{\text{тр}}. \quad (1.8)$$

Осреднение также может быть проведено по точкам, расположенным на окружности фиксированного радиуса. Такое осреднение с целью выделения остаточных составляющих поля (вариаций) использовано в методе Андреева — Гриффина [2, 110]. Вычисление трансформированной аномалии в этом случае ведется по формуле

$$\Delta g_{\text{тр}} = \Delta g(0) - \Delta g_{\text{ср}}(R), \quad (1.9)$$

где $\Delta g_{\text{тр}}$ — трансформированная аномалия (остаточная); $\Delta g(0)$ — значение поля в центре окружности; $\Delta g_{\text{ср}}(R)$ — среднее значение поля на окружности радиусом R .

Составляющая поля, выделяемая методом вариаций, существенно зависит от величины радиуса окружности осреднения.

Некоторым видоизменением метода вариаций является преобразование поля, предложенное Саксовым и Нигардом [113]:

$$\Delta g_{\text{тр}} = \frac{\Delta g_{\text{ср}}(R_1) - \Delta g_{\text{ср}}(R_2)}{R_2 - R_1}. \quad (\text{I.10})$$

Эту функцию, представляющую собой отношение разности средних значений поля, рассчитанных по двум окружностям радиусами R_1 и R_2 , к разности радиусов $R_2 - R_1$, можно рассматривать как некоторый вид горизонтальной производной исходного поля. Очевидно, что трансформации этим методом также зависят от величин выбранных радиусов окружностей.

Рассмотрим теперь группу методов трансформаций геофизических полей, основанных на решении краевых задач теории потенциала. Это методы аналитического продолжения аномалий и вычисления высших производных потенциала. Аналитическое продолжение в верхнее полупространство осуществляется на основе решения интеграла Пуассона

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{zV(x', y', 0) dx' dy'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2]^{3/2}}, \quad (\text{I.11})$$

где z — уровень пересчета аномалий; $V(x, y, z)$ — аномалии на уровне z ; $V(x', y', 0)$ — то же, на исходном уровне $z = 0$.

Формула (I.11) позволяет по заданным значениям геофизического поля $V(x', y', 0)$ на бесконечной плоскости $z = 0$ определять величины аномалий в точках, расположенных на высоте z . Ясно, что по мере пересчета поля на большие высоты гасятся его локальные особенности и подчеркивается региональная составляющая. Графики или карты локальной составляющей поля при каждом пересчете могут быть получены путем вычитания из аномалий исходного поля, аналитически продолженного на высоту z . Предложен ряд вычислительных схем, реализующих аналитическое продолжение аномалий в верхнее полупространство [2, 88, 89].

На основе использования интеграла Пуассона можно также решить задачу продолжения аномалий в нижнее полупространство [21, 88]. Однако в этом случае неизвестная функция находится под знаком интеграла и ее отыскание сводится к решению интегрального уравнения. Задача аналитического продолжения вниз значительно сложнее, чем аналитическое продолжение вверх. При пересчете поля вниз усиливаются его локальные особенности и гасится региональная составляющая. Степень усиления локальных особенностей поля зависит от уровня пересчета.

Наряду с аналитическим продолжением аномалий в практике широко распространены методы пересчета геофизических аномалий

в поля высших производных потенциала. Для их вычислений предложено много различных формул. Опубликован ряд исследований, посвященных разработкам методов вычислений и анализу высших производных потенциальных полей [20, 60, 73, 96]. Однако вопрос о выборе порядка вычисляемой производной геофизического поля при решении конкретной геологической задачи остается открытым. Более того, часто на практике для расчета высших производных применяются упрощенные формулы, параметры которых определяются приближенно. В качестве примера можно привести обобщенную формулу [73] для расчета n -й вертикальной производной

$$\frac{\partial^n V}{\partial z^n} = \frac{1}{c} [\Delta g_{cp}(R_1) - \Delta g_{cp}(R_2)], \quad (I.12)$$

где c — коэффициент, зависящий от радиусов осреднения R_1 и R_2 , которые выбираются эмпирически.

Таким образом, результат этой трансформации поля также существенно зависит от выбранной схемы вычислений (параметров).

Как известно, вычислительные схемы для всех перечисленных выше трансформаций могут быть представлены единой формулой [88]

$$V_{тр}(x, y) = \sum_{p, s} c_{ps} V(x + p \Delta x, y + s \Delta y). \quad (I.13)$$

Здесь c_{ps} — коэффициенты трансформации; Δx , Δy — интервалы дискретизации поля, имеющей смысл дискретного преобразования типа свертки.

По формуле (I.13) значения геофизических аномалий в точках $(x + p \Delta x, y + s \Delta y)$, расположенных по определенной системе относительно точки (x, y) , в которой вычисляется трансформированная аномалия, умножают на соответствующие коэффициенты c_{ps} и алгебраически суммируют. На сумму коэффициентов c_{ps} накладывается дополнительное условие

$$\sum_{p, s} c_{ps} = Q, \quad (I.14)$$

где Q — некоторая постоянная. При $Q = 1$ условие (I.14) приводит к сохранению постоянного уровня поля.

Кроме того, многие типы трансформаций записываются с помощью весового суммирования средних значений поля, взятых по окружностям различных радиусов

$$V_{тр}(\bar{r}) = \sum_p c_p V_{cp}(\bar{r}, p \Delta r), \quad (I.15)$$

где \bar{r} — радиус-вектор точки определения трансформанты; $V_{cp}(\bar{r}, p \Delta r)$ — среднее значение поля по окружности радиусом $p \Delta r$ с центром \bar{r} .

В связи с общностью вычислительных схем для различных преобразований поля в ряде работ исследованы соотношения между

результатами трансформаций, осуществляемыми разными методами [15, 33, 49, 50, 73]. В этих работах достаточно убедительно показано, что различные преобразования поля (осреднение, аналитическое продолжение, вычисление высших производных) при соответствующем выборе параметров приводят к аналогичным результатам. Поэтому главные особенности трансформированного поля больше зависят от параметра преобразования, чем от его типа.

Следовательно, при решении задачи разделения поля для поиска оптимальной трансформанты более целесообразно варьировать параметрами какого-либо преобразования поля, чем применять для этого различные методы разделения. Такой взгляд на трансформации геофизических аномалий привел к развитию направления, в котором разделение геофизических полей рассматривается как процесс частотной фильтрации [32, 49, 81]. Частотная фильтрация является линейным преобразованием исходного поля. Связь между спектром трансформированной функции

$$S_{\text{тр}}(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} V_{\text{тр}}(x, y) e^{-i(\alpha x + \beta y)} dx dy \quad (I.16)$$

и спектром исходной функции

$$S(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} V(x, y) e^{-i(\alpha x + \beta y)} dx dy, \quad (I.17)$$

как известно, можно записать в следующем виде:

$$S_{\text{тр}}(\alpha, \beta) = K(\alpha, \beta) S(\alpha, \beta). \quad (I.18)$$

Здесь $K(\alpha, \beta)$ — частотная характеристика линейного преобразования поля; α, β — пространственные частоты.

Если по каким-либо данным известна частотная характеристика преобразования поля, то использование ее позволяет получить спектр трансформированной аномалии, а затем путем преобразования Фурье — и саму аномалию:

$$V_{\text{тр}}(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K(\alpha, \beta) S(\alpha, \beta) e^{i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (I.19)$$

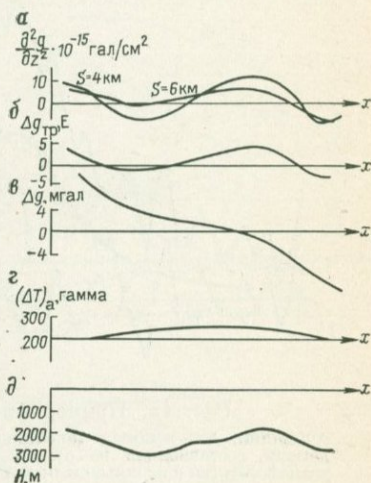
Рассмотренные выше методы позволяют трансформировать геофизические поля путем применения одного какого-либо способа преобразования с разными параметрами (т. е., используя различную частотную фильтрацию) или разные способы. При этом получают набор карт региональных и локальных аномалий, отличающихся друг от друга различным характером соотношения между ними. На некоторых картах будут выделены сильно локализованные особенности поля, на других эти особенности будут подчеркнуты менее четко. В случае решения конкретной геологической задачи часто

возникает вопрос о том, какую из полученного набора карт трансформированных аномалий считать оптимальной. Иногда этот вопрос определяется качественно на основе сопоставления трансформант с имеющимися эталонными данными о строении изучаемого геологического объекта. Однако качественный подход не всегда может дать убедительное решение этой сложной проблемы. Поэтому некоторыми исследователями [6] были предприняты попытки выявить оптимальность той или иной трансформанты на основе анализа ее корреляции с изучаемой границей раздела земной коры, строение которой известно по некоторым эталонным данным (рис. 14).

Указанный путь может привести к выявлению из набора трансформант лучшей (в смысле ее связи с изучаемым объектом), но он является громоздким и нецеленаправленным. Кроме того, может оказаться, что в полученном наборе трансформированных карт оптимальная отсутствует. Поэтому проблема получения оптимальной трансформанты рассмотренными выше методами решается неэффективно.

Рис. 14. Пример сопоставления исходного гравитационного поля и различных его трансформант со структурой горизонта земной коры.

Трансформации: a — по методу Элкинса с различными параметрами (S — начальный радиус усреднения), b — по методу Сейкова [$R_1 = 1,41$ км, $R_2 = 5,83$ км — см. формулу (1.10)]; c — аномалия Буге; z — график $(\Delta T)_a$; d — структура по кровле бейской свиты. (По В. И. Аронову, Р. Ф. Володарскому [6].)



Более целенаправленно эта задача решается в работах [34, 50, 79, 80, 83], в которых на основе использования спектральных представлений получены частотные характеристики оптимального фильтра. Б. А. Андреевым и И. Г. Клушиным [2] рассмотрен вопрос нахождения оптимального фильтра, выделяющего полезный сигнал на фоне помех, связанных с ошибками наблюдений. В работах [79, 80] оптимальный фильтр построен для осложняющего воздействия на полезную составляющую регионального фона, но в условиях отсутствия ошибок наблюдений. Наиболее общий случай рассмотрен С. А. Серкеревым [83]. Им получена частотная характеристика K оптимального преобразования для разделения полей, осложненных ошибками наблюдений (высокочастотная помеха) и региональной компонентой (низкочастотная помеха):

$$K(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \frac{1 + B \exp\left(-\frac{\rho^2}{8} a^2\right)}{\left[1 + B \exp\left(-\frac{\rho^2}{8} a^2\right)\right]^2 + C^2 \exp\left(\frac{\rho^2}{4} b^2\right)}, \quad (1.20)$$

где

$$\rho^2 = \alpha^2 + \beta^2; \quad B = \frac{A_p r_p}{A r_l}; \quad C = \frac{A_n r_n}{A r_l};$$

$$a^2 = r_p^2 - r_l^2; \quad b^2 = r_l^2 - r_n^2;$$

A_p, A_n, A_l — средние квадраты аномалий соответственно регионального фона, ошибок наблюдений и полезной составляющей; r_p, r_n, r_l — радиусы автокорреляции соответственно регионального фона, ошибок наблюдений и полезной составляющей.

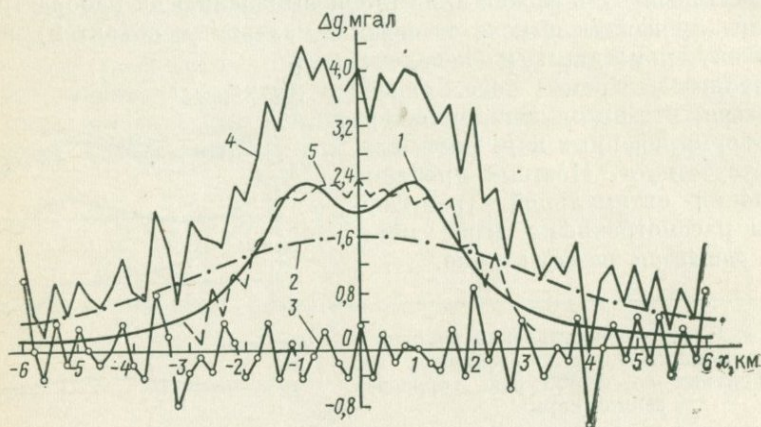


Рис. 15. Пример фильтрации геофизического поля.

Аномалии: 1 — искомая локальная, 2 — региональная, 3 — ошибок, 4 — заданная, составленная из суммы аномалий 1—3, 5 — выделенная в результате трансформации с использованием оптимального фильтра (по С. А. Серкерову [83])

Эта трансформация по существу представляет собой преобразование типа винеровской фильтрации.

Использование оптимальной фильтрации позволяет сконструировать достаточно простую схему преобразования поля, которая наилучшим образом в указанном смысле выделяет полезную составляющую (рис. 15). Однако, несмотря на большие достоинства трансформаций поля, основанных на оптимальной фильтрации, они обладают рядом недостатков, некоторые из которых указаны в работе [4]. Наиболее существенные из них следующие. Оптимальные фильтры строятся на предположении о постоянстве в пределах изучаемой территории радиусов корреляции и дисперсий полезной аномалии и аномалий-помех. На практике эти характеристики обычно меняются в широких пределах. Поэтому фильтр, оптимальный для одного участка исследуемой территории, не будет таковым для другого. Кроме того, серьезные сложности применения оптимальных фильтров связаны с трудностями в определении статистических характеристик полезной аномалии и помех.

Рассмотрим еще один способ преобразования поля, основанный на спектральных представлениях, но базирующийся уже на исполь-

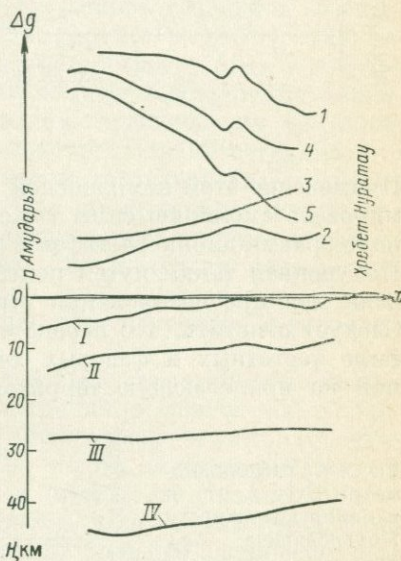
зовании априорных сведений о характере распределения структурных особенностей изучаемого объекта в пределах района исследований. Все наиболее широко распространенные трансформации геофизических полей основаны на воздействии на модуль комплексного спектра суммарного поля [32, 49]. Фазовый спектр при этом остается без изменений. Однако существуют такие геологические ситуации, когда полезная аномалия и помеха, имея практически одинаковый амплитудный спектр, различаются фазовыми спектрами. В этих случаях один из возможных путей разделения суммарного поля связан с фазовыми преобразованиями его спектров.

Комплексная частотная характеристика преобразования поля $K(\alpha, \beta)$ может быть получена, если известна по каким-либо данным полезная составляющая поля. Тогда

$$\begin{aligned} K(\alpha, \beta) &= \frac{S_{\text{тр}}(\alpha, \beta)}{S(\alpha, \beta)} = \\ &= A(\alpha, \beta) + iB(\alpha, \beta) = \\ &= |K(\alpha, \beta)| e^{i \arg K(\alpha, \beta)}, \quad (I.21) \end{aligned}$$

Рис. 16. Сопоставление данных ГСЗ и гравиметрии по району Бухаро-Хивинской зоны.

1 — графики аномалий Буге Δg ; графики гравитационного влияния; 2 — подошвы чехла $\Delta g_{\text{ч}}$, 3 — поверхности Мохоровичича $\Delta g_{\text{М}}$, 4 — $\Delta g_{\text{ост } 1} = \Delta g - \Delta g_{\text{ч}}$, 5 — $\Delta g_{\text{ост } 2} = \Delta g - \Delta g_{\text{ч}} - \Delta g_{\text{М}}$; границы по материалам ГСЗ: I — складчатый фундамент (PZ), II — гранитный слой, III — базальтовый слой, IV — поверхность Мохоровичича



где $S_{\text{тр}}(\alpha, \beta)$, $S(\alpha, \beta)$ — комплексные спектры соответственно трансформированной (полезной) и наблюдаемой аномалий; $A(\alpha, \beta)$, $B(\alpha, \beta)$ — соответственно действительная и мнимая части комплексной частотной характеристики преобразования; $\arg K(\alpha, \beta) = \arctg \frac{B(\alpha, \beta)}{A(\alpha, \beta)}$ — фазовая характеристика преобразования.

Комплексная частотная характеристика $K(\alpha, \beta)$ может быть получена на основе эталонных данных, по которым вычисляется гравитационный эффект (например, от изучаемой границы раздела земной коры) [27]. Используя частотную характеристику, рассчитанную по эталонным профилям, можно вычислить затем спектр искомой (полезной) аномалии на профилях, расположенных в сходных условиях. При решении задачи в профильном варианте частотные характеристики определяются соотношениями, вытекающими из формул (I.16), (I.17) и (I.21) при $\beta = 0$.

Пример практического использования этого метода при изучении глубинной структуры земной коры Бухаро-Хивинской зоны Туранской плиты показан в работе [27]. По профилю ГСЗ, пересекающему

Бухаро-Хивинскую зону, выделены глубинные границы раздела в земной коре (рис. 16). На основе принятой плотностной модели были рассчитаны их гравитационные эффекты. По графикам исходного поля и гравитационного влияния рельефа поверхности Мохоровичича, который принят за полезную аномалию, вычислены характеристики амплитудного и фазового преобразования (рис. 17).

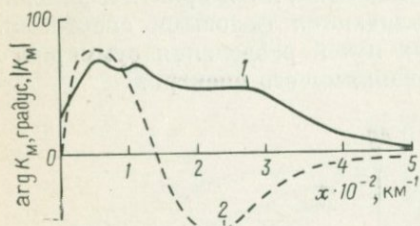
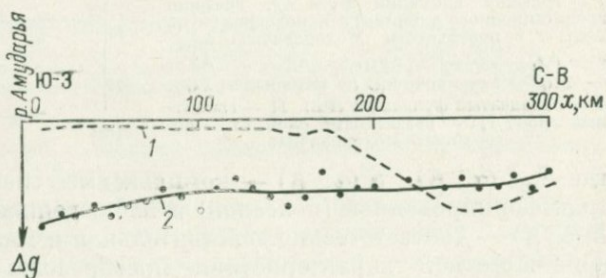


Рис. 17. Характеристики амплитудного $|K_M|$ (1) и фазового $\arg K_M$ (2) преобразования гравитационного поля

Применение этой комплексной характеристики позволило трансформировать аномалию силы тяжести соседнего профиля в прогнозное поле гравитационного эффекта поверхности Мохоровичича (рис. 18). Полученная таким путем полезная аномалия может быть использована для прогнозирования структуры поверхности Мохоровичича. Следует отметить, что перенесение определенных на эталонном профиле частотных и фазовых характеристик линейных преобразований на прилегающую территории возможно только в том случае,

Рис. 18. Графики аномалии Буге Δg (1) и влияния поверхности Мохоровичича Δg_M (2) (последний получен в результате трансформации Δg). Точками показаны вычисленные значения



если факторы, влияющие на геофизическое поле, не претерпевают значительных изменений, т. е. соблюдается принцип аналогий (см. раздел 3 главы I).

Недостатком рассматриваемой методики является то обстоятельство, что фазовый спектр аномалии по профилю зависит от начала отсчета. Если ряд параллельных профилей, в том числе и эталонный, пересекают единую тектоническую линию, то ее можно принять за начало отсчета всех профилей для вычисления фазовой характеристики. В противном случае использовать указанную методику для преобразования геофизического поля трудно. Кроме того, как уже отмечалось, большие сложности возникают при вычислении полезной аномалии на эталонном профиле, поскольку плотностные модели разреза нередко бывают плохо изучены.

Описанный метод преобразования геофизических аномалий базируется на применении достаточно большой априорной информации о распределении эталонных данных в пределах изучаемой территории, и поэтому он может быть отнесен ко второй группе методов трансформаций.

К той же группе методов, основанных на использовании конкретной геологической информации, относится метод разделения геофизических аномалий путем последовательного учета эффектов, обусловленных уже изученными геологическими факторами. Этот метод требует наличия в достаточном объеме сведений о геологической структуре изучаемого района. На основе созданной физической модели земной коры возможно вычислить геофизический эффект отдельных ее слоев. Указанный эффект может быть исключен из наблюдаемого поля и в результате получены остаточные аномалии, обусловленные уже меньшим числом геологических факторов, в связи с чем их интерпретация облегчается. Однако очевидно, что после вычисления эффекта от изученных геологических структур и вычитания его из наблюдаемого поля по-прежнему получается суммарная геофизическая аномалия, включающая влияние не только интересующего геологического объекта, но и других неизвестных факторов. К сожалению, относительно редко указанным методом удается получить остаточную аномалию, обусловленную в основном влиянием изучаемого объекта.

Кроме того, для исключения воздействий геологических факторов необходимы достаточно точные сведения о физической характеристике возмущающих объектов. Физическая модель геологического разреза может быть создана на основе определений свойств образцов, извлеченных из скважин, и использования экспериментальных зависимостей между различными физическими свойствами горных пород. При этом часто возникают большие сложности. Например, данные определения плотности на образцах горных пород могут существенно отличаться от плотности пород в их естественном залегании. Аналогичная ситуация может быть также при изучении электрических и других свойств горных пород. Вводимые же в этом случае поправки носят формальный характер и не всегда достигают намеченной цели. Кривые зависимости между скоростью и плотностью, составленные многими исследователями, характеризуются большим разбросом точек. Поэтому, плотностные характеристики слоев земной коры, определяемые по значениям скорости, могут существенно отличаться от истинных. Кроме того, следует заметить, что сами скорости, устанавливаемые методами сейсморазведки, вычисляются не всегда с достаточной точностью.

Все это свидетельствует о том, что физическая модель геологического разреза определяется трудно и недостаточно достоверно. Различные вариации физических свойств вообще учесть не удастся. Малая точность составляемой модели разреза зачастую создает непреодолимые препятствия для применения рассматриваемого метода разделения геофизических аномалий. Рассчитываемые таким методом остаточные аномалии бывают настолько сильно отягощены

ошибками, связанными со сложностью построения физической модели среды, что не могут быть использованы для дальнейшей интерпретации [82]. В связи с этим можно заключить, что метод разделения геофизических аномалий, основанный на последовательном учете ряда геологических факторов, может быть применен, если имеется достаточная уверенность в реальности и точности физической модели, по которой рассчитываются геофизические эффекты, или когда получаемые остаточные аномалии не могут быть принципиально изменены за счет ошибок разреза. Идея создания метода разделения геофизических аномалий, который не зависел бы от ненадежно определяемой физической характеристики разреза и в то же время опирался бы на априорные данные о структуре границ раздела земной коры, достаточно уверенно фиксируемых бурением или сейсморазведкой, реализована в корреляционных методах преобразования геофизических аномалий.

3. Геологическое истолкование геофизической информации и корреляционные методы

Геофизические аномалии, фиксируемые на поверхности Земли или в воздухе, в той или иной форме содержат информацию о геологическом строении изучаемой территории. Эта информация может быть прямой, когда в наблюдаемом поле содержится составляющая, непосредственно обусловленная влиянием изучаемого геологического объекта. Она также может быть косвенной, если сам изучаемый объект не создает заметной аномалии, но геологически связан со структурами, возбуждающими значительное аномальное геофизическое поле. В последнем случае геологические связи между различными структурами земной коры создают благоприятные предпосылки использования суммарных геофизических аномалий при изучении конкретных геологических объектов. Пример таких благоприятных соотношений рассмотрен в разделе 1 настоящей главы при анализе плотностного разреза чехла Северного Устьята. В упомянутой геологической ситуации структура подошвы неокомских отложений успешно может изучаться по аномалиям силы тяжести, формирующимся не за счет влияния этой границы, а вследствие эффекта латеральных изменений плотности отложений различных комплексов чехла.

Ясно, что по косвенной информации геологическая задача решается сложнее. Однако невозможность полного исключения из геофизических аномалий эффекта, обусловленного посторонними мешающими факторами, приводит к тому, что интерпретация в большинстве случаев осуществляется по суммарным аномалиям, которые могут содержать как прямое, так и косвенное влияние изучаемых объектов.

Исходная геофизическая информация бывает представлена в виде распределения геофизического поля или совокупности полей по площади или профилю. В связи с этим возникает задача геологического истолкования геофизической информации, под которой

понимается процесс преобразования совокупности геофизических данных в существующие геологические понятия и определения. Достоверность геологического истолкования геофизической информации определяется:

1) полнотой геофизических данных, имеющих в распоряжении интерпретатора;

2) наличием и достоверностью эталонных геологических данных об изучаемом объекте;

3) характером соотношений между изучаемым геологическим объектом и геофизическими аномалиями, используемыми при решении поставленной геологической задачи;

4) совершенством применяемой методики геологического истолкования геофизической информации.

Наиболее эффективно геологическая интерпретация может быть осуществлена на основе использования комплексной геофизической информации. К сожалению, на практике значение комплексного подхода не всегда бывает на первый взгляд очевидным. Во многих случаях на конечном этапе исследований используется какой-либо один метод, чаще сейсморазведка, и считается, что именно этот метод позволил решить поставленную геологическую задачу. Однако возможность эффективного применения сейсморазведки на завершающем этапе предопределена значительным вкладом ранее проведенных геофизических исследований. Если проанализировать изучение структуры какой-либо территории различными методами от начала ее разведки до завершающей стадии и при этом учесть экономическую эффективность исследований, то необходимость применения комплекса методов геофизики и их значимость будут очевидны. Кроме того, в ряде геологических ситуаций при решении даже детальных структурных задач использование помимо сейсморазведки данных других геофизических методов повышает результативность решений и их геологическую достоверность. Эффективность использования комплексной информации будет показана при решении геологических задач корреляционными методами интерпретации (см. главу VIII).

Как отмечено выше, решение геологических задач по геофизической информации существенным образом определяется характером соотношений между изучаемым геологическим объектом и распределением геофизических аномалий. Если эти соотношения простые, то интерпретация осуществляется надежно. Примером такой геолого-геофизической ситуации служат поиски соляных куполов в Прикаспийской впадине по гравитационным аномалиям. При этом могут быть установлены не только местоположение соляного купола, но и некоторые элементы его строения. Если же соотношения между геофизическими аномалиями и геологическим объектом осложняются влиянием геологических помех, то его изучение осуществляется с большими затруднениями, а получаемые выводы обладают малой достоверностью. В качестве примера решения геологической задачи в таких условиях можно указать на поиски рифогенных массивов по геофизическим данным в Предуральском прогибе.

Наблюдаемые здесь гравитационные аномалии, помимо влияния артинских рифогенных массивов, создающих слабоинтенсивные максимумы, осложнены сильным гравитационным влиянием хемогенной толщи кунгура. Поэтому выявить полезную составляющую поля на фоне помех не всегда возможно. Не менее сложные задачи в случае поисков и разведки рифогенных массивов возникают и при интерпретации данных других методов геофизики.

Характер связи между геологическим объектом и геофизическими аномалиями, по которым он изучается, в значительной степени обуславливает эффективность использования корреляционных методов интерпретации.

Геологическая результативность решения задач, особенно по гравитационным и магнитным аномалиям, определяется также наличием и достоверностью эталонных данных об изучаемом объекте (материалы бурения, сейсморазведки и др.). На некотором этапе исследования этого объекта, когда о его строении имеются достаточные эталонные сведения, наряду с классическими методами интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, базирующимися на решении обратной геофизической задачи (например, метод подбора), для прогнозирования геологической структуры могут быть эффективно применены корреляционные методы интерпретации [8, 10, 18, 25, 27, 36, 44—48, 74, 78, 85, 93, 94].

Классические методы интерпретации нередко основываются на идеализации геометрии возмущающих геологических образований. Однако аппроксимация возмущающих объектов телами простой геометрической формы может серьезно исказить реально существующие структурные условия. Кроме того, перед классическими методами возникают иногда непреодолимые трудности из-за сложности физического разреза (см. раздел 1 настоящей главы). В таких ситуациях применение классических методов интерпретации не дает возможность эффективно решать структурные геологические задачи по геофизическим аномалиям.

В то же время в условиях, когда мешающие геологические факторы образуют сложную, не поддающуюся учету, систему эффектов, геофизические аномалии можно рассматривать как реализации некоторых случайных величин [38]. Последние содержат полезную информацию, связанную с прямым или косвенным влиянием изучаемого геологического объекта, и помеху, обусловленную влиянием мешающих, в основном геологических, факторов. При такой постановке задачи наиболее целесообразно для описания связей между различными элементами геофизических аномалий и геологическими характеристиками, а также с целью прогнозирования последних использовать методы математической статистики.

При применении корреляционных методов для геологического истолкования геофизической информации условно можно выделить два класса задач, тесно связанных между собой. Первый класс охватывает задачи корреляционного анализа зависимостей между геолого-геофизическими параметрами на некотором эталонном пространстве с целью описания заданной там геологической характеристики *H*

через набор геофизических параметров $\gamma_3 = (\gamma_{31}, \gamma_{32}, \dots, \gamma_{3n})$. В результате составляется оператор A , при помощи которого геологическая характеристика H_3 может быть с точностью ε_3 описана через геофизические параметры γ_3

$$H_3 = A\gamma_3. \quad (1.22)$$

Второй класс задач непосредственно связан с прогнозированием геологической характеристики $H_{пр}$ по геофизическим аномалиям $\gamma_{пр} = (\gamma_{пр1}, \gamma_{пр2}, \dots, \gamma_{прn})$ на основе изученных между ними корреляционных зависимостей на эталоне и установленной по принципу аналогий возможности их использования на прогнозной территории. Принцип аналогий заключается в том, что однородные в геологическом отношении территории характеризуются однотипными связями между геолого-геофизическими параметрами. Надежность прогнозирования геологических характеристик по указанной схеме обеспечивается соблюдением следующих критериев, которые контролируют выполнение принципа аналогий.

1. Эталонная и прогнозная территория должны принадлежать к единому геоструктурному региону, который определяется сущностью решаемой геологической задачи. Это качественный критерий, но, судя по опыту решения прогнозных геологических задач, достоверность получаемых результатов в значительной степени определяется его выполнением. Последнее достигается разумным ограничением прогнозной территории. В связи с этим следует подчеркнуть особую важность подготовительного этапа в решении прогнозных геологических задач, который заключается в тщательном анализе эталонных данных, оценке их достоверности, построении и визуальном анализе корреляционных графиков зависимостей между изучаемой геологической характеристикой и геофизическими параметрами. Все это должно привести к наиболее оптимальному варианту выделения эталонной и прогнозной областей и оценке возможности решения поставленной геологической задачи.

2. Должен быть осуществлен независимый контроль оператора, составленного на эталонной территории. По существу, только оценка ε_k оператора, вычисленная на контрольной выборке, может дать представление о точности прогноза. Прогнозная ошибка устанавливается по максимуму из ошибки на эталонной выборке ε_3 и ошибки на контрольной выборке ε_k :

$$\varepsilon_{пр} = \max(\varepsilon_3, \varepsilon_k). \quad (1.23)$$

Ошибка приближения уравнения регрессии (оператора) на эталонной выборке может быть доведена до малой величины за счет увеличения числа коэффициентов в нем. Однако эта ошибка еще не указывает на высокую эффективность использования построенного оператора в прогнозной области. Неоправданное уменьшение ошибки приближения за счет увеличения длины оператора приводит к сильной зависимости его от локальных особенностей эталонной выборки, и он не выдерживает независимого контроля [94]. Простые операторы, хотя и обладают сравнительно большой ошибкой прогноза,

обычно являются наиболее устойчивыми на значительной по размеру территории.

Выделение контрольной выборки ведет к уменьшению эталонного массива, но эта процедура необходима, так как обеспечивает надежность решения прогнозных задач. Она может быть осуществлена, исходя из различных соображений, однако наиболее разумный отбор контрольных точек может быть проведен на основе анализа геолого-структурных особенностей изучаемой территории.

Кроме того, необходимо отметить, что эталонные данные, которые используются в решении прогнозной задачи, чаще всего сами бываютотягощены некоторой ошибкой. Очевидно, что при прогнозировании геологической характеристики эту ошибку следует учитывать. Однако система такого учета пока не разработана. Алгоритмическая прогнозная ошибка, устанавливаемая по соотношению (I.23), предполагает нулевую ошибку задания исходных данных. Подобные условия решения геологических задач встречаются редко. В общем случае прогнозная ошибка всегда больше ошибки задания эталонных геолого-геофизических данных и может только к ней приближаться за счет снижения алгоритмической прогнозной ошибки. Отсюда ясна необходимость процедуры отбора наиболее достоверных априорных сведений об изучаемой геологической характеристике и оценки их точности, осуществляемой на этапе постановки геологической задачи и выбора эталонного массива.

3. Пределы изменения значений геолого-геофизических параметров на прогнозной территории не должны превышать соответствующие границы на эталоне. В противном случае можно считать, что прогноз не обеспечивается необходимой точностью. Выполнение этого условия контролируется путем сравнения векторов-признаков, компонентами которых являются геолого-геофизические параметры эталонной и прогнозной территорий [10, 47]. Соблюдение указанного критерия позволяет рассматривать прогнозирование, как некоторую интерполяционную процедуру в отношении геолого-геофизических параметров, которая значительно более надежна, чем экстраполяция.

Рассмотренная схема геологического прогнозирования реализована рядом исследователей в различных алгоритмах, каждый из которых имеет свои отличительные черты.

Возможность применения регрессионного анализа при геологическом истолковании аномалий силы тяжести была отмечена еще в 1941 г. [56]. Известен ряд более поздних работ, в которых использован регрессионный анализ для прогноза глубинных горизонтов земной коры [25, 29, 41]. Однако впервые корреляционный подход был воплощен в подробно разработанную схему геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий Г. И. Каратаевым [47]. По схеме Каратаева оператор связи между геологической характеристикой $H(\bar{r})$ и набором геофизических параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ составляется в следующей форме:

$$H(\bar{r}) = A\gamma = \alpha_{00} + \sum_{p=1}^n \sum_{s=0}^{m_p} \alpha_{ps} \Phi_p[\gamma_{cp}, \bar{r}, \Delta r_{ps}], \quad (I.24)$$

где Φ_p — некоторая функция от геофизических параметров; $\gamma_{ср p}(\bar{r}, \Delta r_{ps})$ — среднее значение геофизического параметра γ_p , рассчитанное по окружности радиусом Δr_{ps} с центром в точке r ; α_{ps} — коэффициент оператора A ; n — число геофизических параметров, по которым строится оператор; m_p — число радиусов осреднения параметра γ_p . Коэффициенты оператора α_{ps} находятся методом наименьших квадратов.

Таким образом, указанный оператор допускает возможность использовать различное число геофизических параметров, заданных на эталонной области. Его построение осуществляется путем добавления новых членов, зависящих от средних значений геофизических полей по окружностям с центром в точке определения геологической характеристики $H(\bar{r})$. Ошибка приближения оператора может быть уменьшена за счет увеличения числа n геофизических параметров или путем привлечения в анализ средних значений параметров по окружностям больших радиусов до достижения необходимой ошибки ε_3 . Если указанным образом ошибка ε_3 не может быть достигнута, в алгоритме предусмотрена возможность разбиения эталонной области, исходя из геологических соображений, на две части, для каждой из которых строится свой оператор.

Прогнозирование осуществляется в точках прогнозной области путем применения различных операторов из построенного набора. При этом номер соответствующего оператора определяется путем сравнения многомерных векторов-признаков, компонентами которых служат геофизические параметры. Разработанная корреляционная схема нашла применение при выяснении многих вопросов, главным образом связанных с региональной геологией [48, 91, 101, 102].

А. П. Петровым и М. М. Элланским [74] был предложен алгоритм регрессионного анализа для решения задач первого и отчасти второго классов. В программе РЕГР, реализующей этот алгоритм на ЭВМ, предусмотрено составление полинома $H^{(p)}$, описывающего изучаемую геологическую характеристику H при помощи набора геофизических параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$. Уравнение имеет следующий вид:

$$H^{(p)} = a_0 + a_1\gamma_1 + a_2\gamma_2 + a_3\gamma_1^2 + a_4\gamma_2^2 + a_5\gamma_1\gamma_2 + \dots \quad (I.25)$$

где a_p ($p = 1; 2; 3 \dots$) — коэффициенты полинома.

Построение приближающего полинома осуществляется методом ортогонализации П. Л. Чебышева, вследствие чего представляется возможным достраивать полином с использованием новых параметров γ_p , не меняя ранее вычисленных коэффициентов.

Программой предусмотрена процедура оценки эффективности каждого нового члена полинома по степени уменьшения среднего квадратического отклонения (ошибка приближения), происходящего за счет включения этого члена в полином. Ошибка приближения

рассчитывается на k -м шаге составления полинома по формуле

$$\varepsilon_{\varepsilon k} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (H_i - H_i^{(p)})^2}{N - m}}, \quad (1.26)$$

где N — число точек (объем) эталонной выборки; m — количество коэффициентов в полиноме.

Если величина $[(\varepsilon_{\varepsilon k})^2 - (\varepsilon_{\varepsilon (k+1)})^2]/(\varepsilon_{\varepsilon k})^2$ оказывается больше заранее задаваемого порога, то $(k + 1)$ -й член включается в формулу зависимости (1.25). В противном случае он исключается. Такая система позволяет в процессе составления оператора оценивать относительную эффективность каждого параметра и получать более компактные уравнения.

Этому алгоритму присущи и определенные недостатки. Один из них заключается в следующем. Некоторые параметры могут обладать достаточно высокой эффективностью в сочетании с другими параметрами. Однако в силу того, что составление полинома программой РЕГР производится по системе с ограниченным перебором, кое-какие результативные сочетания параметров могут быть пропущены. Далее, включение параметра в окончательное уравнение регрессии зависит от последовательности ввода параметров в анализ. Так, когда малоинформативный параметр используется на первом шаге, то, вероятнее всего, он будет включен в полином, поскольку его участие может привести к уменьшению ошибки приближения на величину, большую установленного порога. Но если тот же параметр будет введен в анализ после применения других высокоинформативных параметров, то его участие в полиноме будет исключено. Поэтому для объективной оценки информативности используемых параметров приходится составлять ряд полиномов при различной последовательности ввода геофизических величин в анализ [94].

Программой РЕГР предусмотрено получение некоторых оценок, связанных с прогнозированием. В качестве такой оценки можно получить ошибку оператора (полинома) на предварительно выделенной контрольной выборке по формуле

$$\varepsilon_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (H_i - H_i^{(p)})^2}{N'}}$$

где N' — число точек (объем) контрольной выборки.

При помощи различных статистических критериев (например, критерия Фишера) путем задания того или иного уровня значимости [86] проверяется гипотеза — можно ли считать, что построенный полином с одинаковой точностью описывает связи на обеих выборках. Другими словами, эту оценку можно использовать в качестве одного из критериев, контролирующих выполнение принципа аналогий.

Программа РЕГР широко применялась при решении геолого-геофизических задач в промысловой геофизике [61], а также региональных [94] и локальных [75] задач полевой геофизики.

Под руководством В. И. Аронова разработана система статистической обработки геолого-геофизической информации, реализованная на ЭВМ в программе Статистика [8]. Эта система предназначена для вычисления статистических характеристик распределений геолого-геофизических параметров, а также парных и многомерных уравнений регрессий и их оценок в виде коэффициентов корреляции и ошибок приближений. При этом программа позволяет оперировать не только исходными параметрами, но и их функциями.

Отличительная особенность указанной системы и программы Статистика заключается в том, что она вычисляет парные и многомерные уравнения регрессии и их оценки, используя полный перебор исходных параметров. Наилучшее уравнение регрессии в смысле ошибки приближения выбирается на основе последующего анализа полученных результатов. Системой предусмотрена возможность вычисления ошибок на контрольной выборке и прогнозируемых величин при помощи автономного блока Прогноз программы Статистика. Программа Статистика успешно использовалась при решении многих задач геологии [62, 63], в том числе и прогнозирования строения локальных поднятий различных горизонтов чехла по геофизическим данным [5, 22, 23].

В качестве примера алгоритма, целенаправленно решающего задачи прогнозирования геологических характеристик по геофизической информации, рассмотрим программу КП [10]. Как и другие схемы, этот алгоритм предусматривает выделение эталонной $P_э$ и прогнозной $P_{пр}$ областей, построение оператора связи между $H_э$ и $\gamma_э$ в области $P_э$ и его использование для прогнозирования геологических характеристик $H_{пр}$ в $P_{пр}$. Отличительными чертами этой схемы является способ построения эталонного оператора и жесткая система контроля выполнения принципа аналогий при прогнозировании геологической характеристики.

Процесс построения оператора в эталонной области $P_э$ производится следующим образом. Область $P_э$ делится на две непересекающиеся части: $P_{э.о}$, на которой строится оператор, и $P_{э.к}$, на которой осуществляется его независимый контроль. Такое разбиение может быть осуществлено, исходя из геоструктурных особенностей района, или формальным путем по одному из геолого-геофизических параметров. Для этого интервал задания в области $P_э$, например $\gamma_{эi}$, делится средней точкой на две части так, что все точки $P_э$, в которых величины $\gamma_{эi}$ не превосходят средних значений, относятся к части $P_{э.о}$, а точки, в которых $\gamma_{эi}$ больше средних, — к части $P_{э.к}$. Опыт решения задач при помощи этого алгоритма показал, что не всегда такой формальный путь разбиения эталонной выборки оказывается эффективным.

Далее в области $P_{э.о}$ в результате перебора всех аппроксимирующих функций (программой предусмотрено вычисление функций параметров $\gamma_{эi}$, подчеркивающих их дифференциальные особенности)

составляются парные уравнения регрессии $H_{\varepsilon} = A\gamma_{\varepsilon i}$ и вычисляются ошибки приближения $\varepsilon_{\varepsilon, o i}$. Затем каждое из построенных уравнений проверяется в области $P_{\varepsilon, k}$, в результате чего определяется ошибка $\varepsilon_{\varepsilon, k i}$. Таким образом, образуется столько пар ошибок $\varepsilon_{\varepsilon, o i}$ и $\varepsilon_{\varepsilon, k i}$, сколько вводится в анализ аппроксимирующих функций. В каждой паре фиксируется $\max(\varepsilon_{\varepsilon, o i}, \varepsilon_{\varepsilon, k i})$, а затем из них отбирается минимальная ошибка $\varepsilon_{\varepsilon i}$, т. е. $\varepsilon_{\varepsilon i} = \min[\max(\varepsilon_{\varepsilon, o i}, \varepsilon_{\varepsilon, k i})]$. Это выражение считается ошибкой эталонного оператора. Функция, которая на первом шаге (под шагом понимается добавление нового члена в оператор) обладает наименьшей ошибкой, считается первым членом оператора. Аналогичным образом выбираются все члены оператора из оставшихся функций. Включение новых членов в эталонный оператор ведется до тех пор, пока ошибка оператора на $(k + 1)$ -м шаге не будет превосходить ошибки на k -м шаге, т. е. $\varepsilon_{\varepsilon, k} \leq \varepsilon_{\varepsilon, (k+1)}$. Очевидно, что составление эталонного оператора проводится здесь по системе с ограниченным перебором.

Если ошибка оператора не является приемлемой для решения поставленной задачи, производится разбиение областей $P_{\varepsilon, o}$ и $P_{\varepsilon, k}$ на две части (аналогично тому, как делилась область P_{ε}), для каждой из которых строится оператор. Разбиение ограничивается разумными пределами, когда в выделенных ячейках эталонного пространства содержится достаточное число эталонных и контрольных точек. В связи с этим следует подчеркнуть, что необходимая ошибка не всегда может быть достигнута разделением эталонного пространства. Причина заключается в слабой информативности использованных геофизических параметров.

Прогнозирование геологической характеристики $H_{пр}$ в области $P_{пр}$ осуществляется на основе выделения в ее пределах участков, подобных по значениям в них геолого-геофизических параметров построенным в эталонной области ячейкам. Для этого в пределах каждой эталонной ячейки строится гиперпрямоугольник, сторонами которого являются экстремальные значения геолого-геофизических параметров, вошедших в соответствующий оператор. Если величины параметров в прогнозной точке лежат внутри гиперпрямоугольника какой-либо эталонной ячейки, то указанная точка считается подобной этой ячейке. В таком случае прогноз искомой геологической характеристики осуществляется только в тех точках области $P_{пр}$, в которых применим лишь один оператор из построенного набора.

Поскольку независимый контроль введен в процедуру составления оператора, а прогноз осуществляется как интерполяционная операция, в отношении геолого-геофизических параметров утверждается, что составляемые программой КП эталонные операторы имеют высокие прогнозные свойства. Программа КП успешно опробована при решении локальных прогнозных задач по изучению Средне-Макарихинской структуры Тимано-Печорской области, региональных геологических задач по изучению структур поверхности фундамента Скифской плиты [11] и поверхности Мохоровичича Туранской плиты [107], а также в случае прогнозирования петро-

графического состава пород фундамента одного из районов Бухаро-Хивинской зоны [87].

Проведенный обзор схем геологического прогнозирования по геолого-геофизической информации показывает, что их эффективность коренным образом зависит от информативности используемых параметров. Если геофизические параметры достаточно хорошо отображают структуру изучаемого объекта, то их применение обеспечивает высокую точность прогноза. Наоборот, когда геофизические параметры осложнены влиянием геологических факторов — помех, то прогнозирование с необходимой ошибкой достигается за счет существенного усложнения прогнозного оператора или вообще не может быть реализовано. Кроме того, необходимо отметить, что процесс прогнозирования строится как чисто статистическая процедура, не требующая предварительного отбора тех параметров, использование которых наиболее эффективно из физических соображений. Поэтому составляемая математическая модель изучаемого геологического объекта лишена надежного физического обоснования.

В связи с указанным представляется целесообразным проводить геологическое истолкование геофизической информации при помощи направленного предварительного анализа геофизических параметров. Целью этого анализа является выделение на основе использования эталонных данных об изучаемом геологическом объекте компоненты геофизического поля, наилучшим образом с ним связанной. Вычисление такой компоненты может быть проведено в многомерном варианте путем исследования различных сочетаний геолого-геофизических параметров. Если окажется, что поле не содержит этой компоненты, то нет смысла использовать его для дальнейшего анализа. Подобный путь существенно облегчает решение прогнозных задач, позволяет составлять достаточно физически обоснованные модели геологических объектов и может быть осуществлен при помощи корреляционных методов преобразования и интерпретации геофизических аномалий, которым посвящены следующие главы.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АНОМАЛИЙ

1. Введение в корреляционный анализ

Корреляционные методы разделения геофизических аномалий основаны на анализе статистических зависимостей между различными геофизическими параметрами. В связи с этим приводятся основные характеристики случайных величин, используемые в многомерном корреляционном анализе, и рассматриваются наиболее важные их свойства.

Как отмечалось выше, геофизические аномалии можно рассматривать как реализации некоторых случайных величин. В силу того, что аномальные поля наблюдаются по некоторой сети точек, описывающих их случайные величины являются дискретно распределенными. Одну из основных характеристик случайной величины представляет математическое ожидание, которое для дискретно распределенной величины ξ определяется так:

$$M(\xi) = \sum_{i=1}^N y_i p_i. \quad (\text{II.1})$$

Здесь y_i — значения, которые величина ξ может принять в процессе эксперимента; p_i — вероятности, с которыми величина ξ принимает значения y_i .

При практических расчетах можно пользоваться следующей эффективной несмещенной оценкой для математического ожидания [19]:

$$M(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = \langle y \rangle, \quad (\text{II.2})$$

где $\langle y \rangle$ — среднее арифметическое значение y_i .

Рассмотрим две случайные величины ξ_1 и ξ_2 произвольной природы. Обозначим их математические ожидания через $\mu_1 = M(\xi_1)$, $\mu_2 = M(\xi_2)$. Как известно, две случайные величины ξ_1 и ξ_2 называются независимыми, если закон распределения каждой из них не зависит от того, какое значение принимает другая величина. Для независимых случайных величин справедливо равенство

$$M(\xi_1 \xi_2) = M(\xi_1) M(\xi_2). \quad (\text{II.3})$$

Когда равенство (II.3) не выполняется, случайные величины ξ_1 и ξ_2 зависимы. Мерой их зависимости служит разность левой

и правой частей равенства (II.3), называемая ковариацией величин ξ_1 и ξ_2

$$\text{cov}(\xi_1, \xi_2) = M(\xi_1 \xi_2) - M(\xi_1) M(\xi_2). \quad (\text{II.4})$$

Как известно, математическое ожидание — линейная функция

$$M(\alpha_1 \xi_1 + \alpha_2 \xi_2) = \alpha_1 M(\xi_1) + \alpha_2 M(\xi_2). \quad (\text{II.5})$$

Здесь α_1, α_2 — числа.

Учитывая свойство (II.5), формулу (II.4) можно привести к виду

$$\text{cov}(\xi_1, \xi_2) = M[(\xi_1 - \mu_1)(\xi_2 - \mu_2)]. \quad (\text{II.6})$$

При практических расчетах можно пользоваться следующей несмещенной оценкой для ковариации:

$$\text{cov}(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i^{(1)} - \langle y^{(1)} \rangle)(y_i^{(2)} - \langle y^{(2)} \rangle), \quad (\text{II.7})$$

где $y_i^{(1)}, y_i^{(2)}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) — реализации случайных величин соответственно ξ_1, ξ_2 , описывающих анализируемые геолого-геофизические поля; $\langle y^{(1)} \rangle, \langle y^{(2)} \rangle$ — средние арифметические соответствующих значений $y_i^{(1)}, y_i^{(2)}$.

Заметим, что величина ковариации является мерой вероятностной зависимости двух случайных величин безотносительно к тому, какова именно форма этой зависимости. Однако на практике наиболее часто интересуются случаем линейной зависимости измеряемых величин. Мерой линейной зависимости двух случайных величин служит коэффициент корреляции η , определяемый следующим образом:

$$\eta(\xi_1, \xi_2) = \frac{\text{cov}(\xi_1, \xi_2)}{\sigma_1 \sigma_2} = \eta,$$

где $\sigma_1^2 = D(\xi_1)$; $\sigma_2^2 = D(\xi_2)$ — дисперсии случайных величин ξ_1 и ξ_2 , вычисляемые по формуле $D(\xi) = \text{cov}(\xi, \xi)$.

На практике коэффициент корреляции можно определить так:

$$\eta(\xi_1, \xi_2) = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i^{(1)} - \langle y^{(1)} \rangle)(y_i^{(2)} - \langle y^{(2)} \rangle)}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^N (y_i^{(1)} - \langle y^{(1)} \rangle)^2 \right] \left[\sum_{i=1}^N (y_i^{(2)} - \langle y^{(2)} \rangle)^2 \right]}}. \quad (\text{II.8})$$

Коэффициент корреляции удовлетворяет следующему условию: $-1 \leq \eta \leq 1$. В тех случаях, когда коэффициент корреляции двух случайных величин ξ_1 и ξ_2 равен единице или минус единице, ξ_1 и ξ_2 связаны линейной зависимостью, т. е. существуют два числа c_1 и c_2 , сумма квадратов которых больше нуля: $c_1^2 + c_2^2 > 0$,

и случайная величина $\xi = c_1 \xi_1 + c_2 \xi_2$ с вероятностью единица принимает постоянное значение [97]

$$c_1 \xi_1 + c_2 \xi_2 = \text{const.}$$

Таким образом, чем ближе коэффициент корреляции η по модулю к единице, тем точнее можно описать связь между зависимыми величинами ξ_1 и ξ_2 линейным законом.

В общем случае связь между величинами ξ_1 и ξ_2 бывает нелинейной. Однако всегда можно подобрать такой линейный закон, который бы наилучшим образом аппроксимировал наблюдаемую зависимость между величинами ξ_1 и ξ_2 . Решение этой задачи дает уравнение прямой средней квадратической регрессии величины ξ_1 по ξ_2 , имеющее следующий вид:

$$\xi_2^{(p)} = \mu_2 + \eta \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (\xi_1 - \mu_1). \quad (\text{II.9})$$

Отклонение наблюдаемой зависимости между величинами ξ_2 и ξ_1 от аппроксимирующего ее линейного закона [линии регрессии (II.9)] характеризуется средней квадратической остаточной дисперсией ε^2 , или ошибкой приближения ε , определяемой по формуле

$$\varepsilon^2 = \varepsilon^2(\xi_2 | \xi_1) = M [(\xi_2 - \xi_2^{(p)})^2] = \sigma_2^2 (1 - \eta^2). \quad (\text{II.10})$$

Важно отметить, что ошибка приближения, оценивающая тесноту связи между случайными величинами ξ_2 и ξ_1 , выражается в единицах измерения приближаемой величины ξ_2 . Ошибка приближения ε обращается в нуль тогда и только тогда, когда $\eta = \pm 1$, т. е. при линейно зависимых величинах ξ_1 и ξ_2 .

Полезным критерием, показывающим, насколько эффективно может быть использована прямая средней квадратической регрессии для определения значения ξ_2 по ξ_1 , является отношение средней квадратической остаточной дисперсии (ошибки приближения) к обычной дисперсии этой величины σ_2^2 . Квадратный корень из этой величины носит название линейного корреляционного отношения T

$$T(\xi_2 | \xi_1) = \frac{\varepsilon(\xi_2 | \xi_1)}{\sigma_2} = \sqrt{1 - \eta^2}. \quad (\text{II.11})$$

Если случайные величины ξ_1 и ξ_2 связаны линейной зависимостью то $\eta = \pm 1$ и $T = 0$. Наоборот, при линейном корреляционном отношении, равном нулю, коэффициент корреляции составляет по модулю единицу и величины ξ_1 и ξ_2 линейно зависимы. Если $|T| = 1$, то коэффициент корреляции равен нулю. Иногда бывает полезно использовать величину, обратную T .

Поскольку при решении прогнозных геолого-геофизических задач оперируют с набором различных геолого-геофизических параметров, возникает необходимость совместной статистической обработки последних. Обозначим соответствующие случайные величины,

описывающие анализируемые значения геолого-геофизических полей, через $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$. Выразим через σ_{ij} ковариацию величины ξ_i с ξ_j :

$$\sigma_{ij} = \text{cov}(\xi_i, \xi_j). \quad (\text{II.12})$$

Совокупность всевозможных ковариаций образует симметричную матрицу $(\sigma_{ij}; i, j = 1, 2, \dots, k)$ порядка $k \times k$, называемую ковариационной. Заметим, что $\sigma_{ii} = \sigma_i^2 = D(\xi_i)$.

Определитель ковариационной матрицы $|\sigma_{ij}|$ обладает следующим свойством: он равен нулю тогда и только тогда, когда компоненты $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$, ни одна из которых не является вырожденной, линейно зависимы. В общем случае определитель ковариационной матрицы не отрицателен. Таким образом, $|\sigma_{ij}|$ представляет собой некоторую характеристику линейной зависимости между k случайными величинами, по которым построена ковариационная матрица.

Связь случайной величины ξ_k с ξ_1, \dots, ξ_{k-1} может быть нелинейной. Однако в многомерном случае также можно подобрать линейный закон, который наилучшим образом описывает реальную зависимость ξ_k от ξ_1, \dots, ξ_{k-1} .

Рассмотрим линейную функцию вида

$$u(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1}) = \beta_0 + \beta_1 \xi_1 + \dots + \beta_{k-1} \xi_{k-1}$$

и определим коэффициенты $\beta_0, \dots, \beta_{k-1}$ так, чтобы они минимизировали функцию

$$\psi(\beta_0, \dots, \beta_{k-1}) = M \{ [\xi_k - u(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1})]^2 \}. \quad (\text{II.13})$$

Тогда уравнение гиперплоскости средней квадратической регрессии величины ξ_k по ξ_1, \dots, ξ_{k-1} имеет вид

$$\xi_k^{(p)} = \mu_k + \sum_{q=1}^{k-1} \beta_q (\xi_q - \mu_q), \quad (\text{II.14})$$

где $\mu_q = M(\xi_q)$ ($q = 1, 2, \dots, k$).

Отклонение эмпирической зависимости ξ_k и ξ_1, \dots, ξ_{k-1} от аппроксимирующей ее многомерной регрессии (II.14) так же, как и в двумерном случае, характеризуется ошибкой приближения ε , вычисляемой по формуле

$$\varepsilon = \varepsilon(\xi_k | \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1}) = \sqrt{M[(\xi_k - \xi_k^{(p)})^2]} = \sqrt{\frac{|\sigma_{ij}|}{|\sigma_{qs}|}}, \quad (\text{II.15})$$

где $i, j = 1, 2, \dots, k$; $q, s = 1, 2, \dots, k-1$.

Число $\varepsilon^2(\xi_k | \xi_1, \dots, \xi_{k-1})$ часто называют также средней квадратической остаточной дисперсией величины ξ_k по величинам ξ_1, \dots, ξ_{k-1} . По существу, это дисперсия величины ξ_k относительно плоскости средней квадратической регрессии.

На практике бывает полезен также другой критерий, показывающий, насколько хорошо гиперплоскость регрессии описывает наблюдаемую зависимость между ξ_k и ξ_1, \dots, ξ_{k-1} , — множественный коэффициент корреляции. Множественным коэффициентом корреляции между величинами ξ_k и ξ_1, \dots, ξ_{k-1} называется коэффициент корреляции между случайной величиной ξ_k и функцией регрессии $\xi_k^{(p)} = \mu_k + \sum_{q=1}^{k-1} \beta_q (x_q - \mu_q)$. Он обозначается символом R и выражается через элементы матрицы (σ_{ij}) посредством следующей формулы:

$$R^2(\xi_k | \xi_1, \dots, \xi_{k-1}) = \eta^2(\xi_k, \xi_k^{(p)}) = 1 - \frac{|\sigma_{ij}|}{\sigma_{kk} |\sigma_{qs}|}, \quad (\text{II.16})$$

где $i, j = 1, 2, \dots, k$; $q, s = 1, 2, \dots, k-1$.

Сравнение выражений (II.15) и (II.16) показывает, что

$$\varepsilon^2(\xi_k | \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1}) = \sigma_{kk} [1 - R^2(\xi_k | \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{k-1})]. \quad (\text{II.17})$$

Таким образом, средняя квадратическая остаточная дисперсия, или ошибка приближения величины ξ_k по величинам ξ_1, \dots, ξ_{k-1} , пропорциональна разности единицы и квадрата множественного коэффициента корреляции. Квадратный корень из этой разности, так же как и в двумерном случае, получил название **линейного корреляционного отношения T**

$$\begin{aligned} T(\xi_k | \xi_1, \dots, \xi_{k-1}) &= \frac{1}{\sqrt{\sigma_{kk}}} \varepsilon(\xi_k | \xi_1, \dots, \xi_{k-1}) = \\ &= \sqrt{1 - R^2(\xi_k | \xi_1, \dots, \xi_{k-1})}. \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Если ξ_k линейно связана с величинами ξ_1, \dots, ξ_{k-1} , то $R^2 = 1$ и $T = 0$. Обратно, при $R^2 = 1$ и $T = 0$ ξ_k находится в линейной зависимости с величинами ξ_1, \dots, ξ_{k-1} . В другом крайнем случае, когда ξ_k и набор величин ξ_1, \dots, ξ_{k-1} независимы, множественный коэффициент корреляции равен нулю и линейное корреляционное отношение равно единице, так что ξ_1, \dots, ξ_{k-1} не дают никакой информации для определения ξ_k .

Таким образом, линейное корреляционное отношение показывает, насколько эффективно может быть использована гиперплоскость средней квадратической регрессии для определения ξ_k при некотором эксперименте, когда величины ξ_1, \dots, ξ_{k-1} заданы. Множественный коэффициент корреляции служит той же цели и так же позволяет определить близость реального закона поведения величины ξ_k к линейному закону.

Во многих задачах геофизики бывает также удобно рассматривать геофизические аномалии как реализации некоторых случайных функций [38]. Одной из основных характеристик случайной функции $\xi(x)$ является ее корреляционная функция

$k_{\xi}(x_1, x_2)$, которая при каждой паре значений аргументов x_1 и x_2 равна ковариации соответствующих сечений случайной функции

$$k_{\xi}(x_1, x_2) = \text{cov} [\xi(x_1), \xi(x_2)]. \quad (\text{II.19})$$

Корреляционная функция определяет степень зависимости между сечениями случайной функции, относящимися к различным x . При совместном изучении двух случайных функций $\xi(x)$ и $\zeta(x)$ степень зависимости между различными их сечениями характеризуется взаимной корреляционной функцией $k_{\xi\zeta}(x_1, x_2)$, определяемой ковариацией указанных сечений

$$k_{\xi\zeta}(x_1, x_2) = \text{cov} [\xi(x_1), \zeta(x_2)]. \quad (\text{II.20})$$

Функции $\xi(x)$ и $\zeta(x)$ называются некоррелированными, если

$$k_{\xi\zeta}(x_1, x_2) \equiv 0.$$

Стационарными случайными функциями называются такие случайные функции, вероятностные характеристики которых не меняются при любом сдвиге аргументов по оси x . Следовательно, корреляционная функция стационарного случайного процесса должна зависеть не от обоих своих аргументов x_1 и x_2 , а только от разности $l = x_2 - x_1$ между ними

$$k_{\xi}(x_1, x_2) = k_{\xi}(l). \quad (\text{II.21})$$

Поскольку согласно выражению (II.19)

$$k_{\xi}(x_1, x_2) = k_{\xi}(x_2, x_1),$$

то для стационарного процесса корреляционная функция $k_{\xi}(l)$ есть четная функция своего аргумента

$$k_{\xi}(l) = k_{\xi}(-l). \quad (\text{II.22})$$

В большинстве геофизических приложений для функции $\xi(x)$, описывающей стационарную случайную функцию, можно вычислить среднее значение по параметру x

$$\langle \xi \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \xi(x) dx. \quad (\text{II.23})$$

Среднее по параметру x от некоторой функции случайных функций $f[\xi(x_1), \xi(x_2), \dots, \xi(x_n)]$ определяется так:

$$\langle f \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f[\xi(x_1+x), \xi(x_2+x), \dots, \xi(x_n+x)] dx. \quad (\text{II.24})$$

Аналогично корреляционная функция по параметру x определяется формулой

$$K_{\xi}(l) = \langle \overset{0}{\xi}(0) \overset{0}{\xi}(l) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \overset{0}{\xi}(x) \overset{0}{\xi}(x+l) dx, \quad (\text{II.25})$$

где центрированная случайная функция

$$\overset{0}{\xi}(x) = \xi(x) - M(\xi).$$

Считается, что стационарная случайная функция удовлетворяет эргодической гипотезе, если для любой функции $f[\xi(x_1), \dots, \xi(x_n)]$ с вероятностью единица среднее по параметру равно среднему по множеству наблюдений, т. е. математическому ожиданию (при условии, что эти средние существуют)

$$\langle f \rangle = M(f).$$

Иными словами, эргодическая гипотеза предполагает, что каждая отдельная реализация случайной функции несет в себе полную информацию о совокупности возможных реализаций, т. е. все характеристики случайной функции можно приближенно определить по одной достаточно длинной реализации. Эта гипотеза упрощает решение практических задач, связанных с расчетом числовых характеристик случайных функций. Поэтому в соответствующих разделах настоящей работы будем предполагать ее выполнение.

Для эргодических случайных функций корреляционная функция $K_{\xi}(l)$ по параметру x с вероятностью единица совпадает с корреляционной функцией $k_{\xi}(l)$ по множеству наблюдений [см. формулу (II.19)]

$$K_{\xi}(l) = k_{\xi}(l), \quad (\text{II.26})$$

причем

$$K_{\xi}(l) = K_{\xi}(-l). \quad (\text{II.27})$$

Для двух стационарных случайных функций $\xi(x)$ и $\zeta(x)$ взаимная корреляционная функция по параметру x определяется формулой

$$K_{\xi\zeta}(l) = \langle \overset{0}{\xi}(0) \overset{0}{\zeta}(l) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \overset{0}{\xi}(x) \overset{0}{\zeta}(x+l) dx. \quad (\text{II.28})$$

Функция $K_{\xi\zeta}(l)$ для совместно эргодических случайных процессов совпадает с вероятностью единица с взаимной корреляционной функцией $k_{\xi\zeta}(l)$ по множеству наблюдений [см. формулу (II.20)]

$$K_{\xi\zeta}(l) = k_{\xi\zeta}(x, x+l). \quad (\text{II.29})$$

Заметим, что согласно выражению (II.20) и свойству стационарности

$$k_{\xi\zeta}(x, x+l) = k_{\xi\zeta}(x+l, x) = k_{\xi\zeta}(x, x-l).$$

Следовательно,

$$K_{\xi\zeta}(l) = K_{\zeta\xi}(-l). \quad (\text{II.30})$$

Формулы (II.26) и (II.29) дают основу для практического вычисления корреляционных и взаимокорреляционных функций геофизических аномалий. В самом деле, при достаточно большом L равенства (II.25) и (II.28) можно записать так:

$$K_{\xi}(l) \approx \frac{1}{2L-l} \int_{-L}^{L-l} \xi^0(x) \xi^0(x+l) dx; \quad (\text{II.31})$$

$$K_{\xi\zeta}(l) \approx \frac{1}{2L-l} \int_L^{L-l} \xi^0(x) \zeta^0(x+l) dx. \quad (\text{II.32})$$

На практике часто известны величины наблюдаемых геофизических полей в дискретной сети точек с некоторым шагом Δx . При этом интегралы (II.31) и (II.32) могут быть заменены конечными суммами

$$K_{\xi}(m \Delta x) \approx \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\xi(x_i) - \langle \xi \rangle] [\xi(x_{i+m}) - \langle \xi \rangle], \quad (\text{II.33})$$

$$K_{\xi\zeta}(m \Delta x) \approx \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\xi(x_i) - \langle \xi \rangle] [\zeta(x_{i+m}) - \langle \zeta \rangle], \quad (\text{II.34})$$

где $N = \frac{2L-l}{\Delta x} + 1$; $m = \frac{l}{\Delta x}$; $x_i = -L + (i-1) \Delta x$.

При $m = 0$ формулы (II.33) и (II.34) переходят в формулу (II.7) для оценки ковариации (и дисперсии) случайных величин.

2. Понятие трансформационного многочлена

Корреляционные методы преобразования аномалий заключаются в выделении из наблюдаемого геофизического поля F остаточной аномалии $F_{\text{ост}}$, наилучшим образом корреляционно связанной с исследуемым геологическим объектом¹. Остаточную аномалию ищут в виде разности наблюдаемого поля и некоторого многочлена L_N длиной N по системе функций f_1, f_2, \dots, f_N

$$F_{\text{ост}} = F - L_N, \quad (\text{II.35})$$

где

$$L_N = \sum_{p=1}^N a_p f_p. \quad (\text{II.36})$$

¹ При конкретной разработке алгоритмов методов в качестве параметра, характеризующего геологический объект, будет рассматриваться глубина залегания границы раздела в земной коре.

Здесь полином L_N будем называть трансформационным многочленом, a_p ($p = 1, 2, \dots, N$) — коэффициентами трансформационного многочлена; f_1, f_2, \dots, f_N — базисными функциями; N — размерностью трансформационного многочлена.

В соответствии с сформулированным выше требованием трансформационный многочлен должен наилучшим образом описывать ту составляющую геофизическую поля, которая связана с влиянием геологических факторов — помех. Для этого целесообразно выбирать систему базисных функций таким образом, чтобы они лучше всего соответствовали структуре компоненты поля, обусловленной посторонними мешающими геологическими факторами. Причем указанный выбор должен основываться на использовании априорных сведений о помехах. Задание той или иной системы базисных функций приводит к различным корреляционным методам преобразования геофизических аномалий, которые будут рассмотрены в следующих главах. После того, как система базисных функций определена, проблема преобразования геофизических аномалий в корреляционных методах сводится к отысканию коэффициентов соответствующих трансформационных многочленов. В настоящей главе рассматривается общая теория решения этой задачи.

Пусть на некоторой территории известны глубина залегания геологической границы $H(x, y)$ (x, y — координаты точек наблюдения) и величина аномального геофизического поля $F(x, y)$. Зададим базисную систему функций в виде $f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_N(x, y)$. Тогда остаточная аномалия размерностью N вычисляется следующим образом:

$$F_{\text{ост } N}(x, y) = F(x, y) - \sum_{p=1}^N a_p f_p(x, y). \quad (\text{II.37})$$

В рамках корреляционных методов возможны два подхода к определению коэффициентов a_p ($p = 1, 2, \dots, N$) трансформационных многочленов. Первый заключается в нахождении величин a_p из условия минимума средней квадратической остаточной дисперсии, или ошибки приближения остаточной аномалии $F_{\text{ост } N}$ по H

$$\varepsilon^2(F_{\text{ост } N} | H) = D(F_{\text{ост } N}) [1 - \eta^2(F_{\text{ост } N}, H)] = \min. \quad (\text{II.38})$$

Второй подход состоит в определении коэффициентов a_p из условия минимума ошибки приближения глубины залегания H геологической границы по остаточной аномалии $F_{\text{ост } N}$

$$\varepsilon^2(H | F_{\text{ост } N}) = D(H) [1 - \eta^2(F_{\text{ост } N}, H)] = \min. \quad (\text{II.39})$$

При решении прогнозных геологических задач, когда искомой величиной является глубина залегания некоторой границы, целесообразно преобразовывать поля на основе второго подхода. В тех же случаях, когда цель исследований заключается в анализе геофизического поля и в выделении из него составляющих, связанных

с заданными границами раздела, наиболее эффективен первый подход.

Многочлен с коэффициентами, определяемыми из условия (II.38), будем называть просто трансформационным многочленом L_N . Трансформационный многочлен с коэффициентами, подчиняющимися условию (II.39), будем называть прогнозирующим трансформационным многочленом. Техника нахождения коэффициентов трансформационного многочлена из условия (II.38) существенно проще, чем из условия (II.39). Кроме того, вычисление коэффициентов прогнозирующего многочлена требует, как будет показано ниже, предварительного определения коэффициентов, удовлетворяющих условию (II.38). Поэтому в настоящей главе будут рассмотрены прежде всего свойства трансформационного многочлена и методика нахождения его коэффициентов, а затем на основе полученных результатов исследован прогнозирующий многочлен.

Запишем уравнение прямой средней квадратической регрессии $F_{\text{ост } N}$ по H в виде

$$F_{\text{ост } N}^{(p)} = bH + c, \quad (\text{II.40})$$

где b, c — коэффициенты регрессии, определяемые в соответствии с формулой (II.9). Тогда согласно выражению (II.13) условие (II.38) переписывается в виде

$$M \left[\left(F - \sum_{p=1}^N a_p f_p - bH - c \right)^2 \right] = \psi(a_1, a_2, \dots, a_N, b, c) = \min. \quad (\text{II.41})$$

Следовательно, коэффициенты a_p ($p = 1, 2, \dots, N$) трансформационного многочлена могут быть найдены путем решения следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial a_p} &= 0; & p &= 1, 2, \dots, N; \\ \frac{\partial \psi}{\partial b} &= 0; \\ \frac{\partial \psi}{\partial c} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.42})$$

Явный вид этих уравнений будет приведен ниже. Заметим, что условия (II.38) и (II.41) эквивалентны минимизации определителя соответствующей ковариационной матрицы

$$\frac{1}{D(H)} \left| \begin{array}{cc} D(H) & \text{cov}(F - L_N, H) \\ \text{cov}(F - L_N, H) & D(F - L_N) \end{array} \right| = \min. \quad (\text{II.43})$$

Введенное выше понятие трансформационного многочлена можно обобщить на многомерный случай, т. е. когда известна величина не только одного геофизического поля F , а ряда различных геолого-геофизических полей.

Введем следующие обозначения. Пусть $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1})$ — случайный вектор, компонентами которого являются величины

В многомерном случае уравнение средней квадратической регрессии величины $F_{\text{ост } N}^{(p)}$ по $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ может быть записано так:

$$F_{\text{ост } N}^{(p)} = \sum_{i=1}^{k-1} b_i \gamma_i + c. \quad (\text{II.47})$$

Тогда согласно формуле (II.13) условие (II.45) принимает вид

$$\begin{aligned} M \left[\left(F - \sum_{p=1}^N a_p f_p - \sum_{i=1}^{k-1} b_i \gamma_i - c \right)^2 \right] = \\ = \psi(a_1, a_2, \dots, a_N, b_1, \dots, b_{k-1}, c) = \min. \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

Следовательно, значения a_p ($p = 1, 2, \dots, N$), b_i ($i = 1, 2, \dots, k-1$), c , минимизирующие выражение (II.48), можно вычислить из следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial a_p} &= 0; & p &= 1, 2, \dots, N; \\ \frac{\partial \psi}{\partial b_i} &= 0; & i &= 1, 2, \dots, k-1; \\ \frac{\partial \psi}{\partial c} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.49})$$

Как видно, приведенная система состоит из $N + k$ уравнений относительно $N + k$ неизвестных. Однако для вычисления трансформационного многочлена интересны только N неизвестных: a_1, a_2, \dots, a_N . Поэтому в дальнейшем будет рассмотрен способ решения задачи, основанный на условии (II.46), который непосредственно приводит к системе N уравнений относительно N неизвестных.

3. Вычисление коэффициентов трансформационного многочлена

Задача нахождения коэффициентов трансформационного многочлена, удовлетворяющих сформулированному выше условию (II.46), относится по существу к классу аппроксимационных. Такие задачи наиболее эффективно решаются методами теории аппроксимации в линейных нормированных пространствах [9].

Множество E элементов f, φ, ψ, \dots называется линейным пространством, если:

1) в E определена операция сложения, обладающая следующими свойствами:

- а) $f + \varphi = \varphi + f$;
- б) $(f + \varphi) + \psi = f + (\varphi + \psi)$;
- в) существует нулевой элемент, т. е. такой, что $f + 0 = f$;
- г) для любого элемента f имеется противоположный, т. е. такой, что $f + (-f) = 0$;

2) определено умножение элементов E на числа c, d, \dots , причем:

а) $c(f + \varphi) = cf + c\varphi$;

б) $(c + d)f = cf + df$;

в) $c(df) = (cd)f$;

г) $1 \cdot f = f$.

Линейное пространство E называется линейным нормированным пространством, если любому элементу f из E поставлено в соответствие некоторое не отрицательное число $\|f\|$, называемое нормой элемента f , которое удовлетворяет условиям:

1) $\|f\| = 0$ тогда и только тогда, когда $f = 0$;

2) $\|cf\| = |c| \|f\|$;

3) $\|f + \varphi\| \leq \|f\| + \|\varphi\|$.

Аппроксимационная задача наиболее просто может быть решена в том случае, если в пространстве E введена операция скалярного умножения. Скалярным произведением величин φ и ψ из E называется функция, обозначаемая (φ, ψ) , которая удовлетворяет условиям:

1) $(\varphi, \psi) = (\psi, \varphi)$;

2) $(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2, \psi) = c_1(\varphi_1, \psi) + c_2(\varphi_2, \psi)$;

3) $(\varphi, \varphi) \geq 0$ и $(\varphi, \varphi) = 0$ тогда и только тогда, когда $\varphi = 0$.

Линейное пространство E , в котором введена операция скалярного умножения, носит название пространства Гильберта. Норма в гильбертовом пространстве вычисляется по формуле $\|\varphi\| = \sqrt{(\varphi, \varphi)}$.

Покажем теперь, что выполнение условия (II.46) может быть сведено к минимизации некоторого скалярного произведения, вводимого следующим образом.

Рассмотрим произвольные функции $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$, где координаты точек наблюдения x, y меняются в пределах заданной территории. Пусть функции $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ описывают распределение некоторых геофизических полей на заданной территории. Тогда значения функций $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ можно рассматривать как реализации некоторых случайных величин φ и ψ . Заметим, что этот переход носит чисто формальный характер и нужен лишь для того, чтобы можно было воспользоваться аппаратом корреляционного анализа, описанным выше.

Назовем скалярным произведением величин φ и ψ соотношение вида

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_1, \varphi) \\ \text{cov}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_2, \varphi) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\psi, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Легко проверить, что все свойства скалярного произведения выполняются.

1. $(\varphi, \psi) = (\psi, \varphi)$ — симметричность скалярного произведения. Действительно,

$$\begin{aligned}
 (\varphi, \psi) &= \begin{vmatrix} \text{COV}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\gamma_1, \varphi) \\ \text{COV}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\gamma_2, \varphi) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \varphi) \\ \text{COV}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\psi, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\psi, \varphi) \end{vmatrix} = \\
 &= \begin{vmatrix} \text{COV}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \text{COV}(\psi, \gamma_1) \\ \text{COV}(\gamma_1, \gamma_2) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_2) & \text{COV}(\psi, \gamma_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{COV}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\psi, \gamma_{k-1}) \\ \text{COV}(\gamma_1, \varphi) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \varphi) & \text{COV}(\psi, \varphi) \end{vmatrix} = (\psi, \varphi).
 \end{aligned}
 \tag{II.51}$$

Равенство (II.51) справедливо, так как определитель исходной матрицы (стоящей слева) равен определителю транспонированной матрицы (стоящей справа).

2. $(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2, \psi) = c_1(\varphi_1, \psi) + c_2(\varphi_2, \psi)$ — линейность скалярного произведения (c_1, c_2 — некоторые числа). Действительно,

$$\begin{aligned}
 &(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2, \psi) = \\
 &= \begin{vmatrix} \text{COV}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\gamma_1, c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) \\ \text{COV}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\gamma_2, c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\gamma_{k-1}, c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) \\ \text{COV}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\psi, \gamma_{k-1}) & \text{COV}(\psi, c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) \end{vmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{II.52}$$

Воспользуемся свойством линейности ковариации по каждому из аргументов

$$\text{COV}(\gamma, c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2) = c_1 \text{COV}(\gamma, \varphi_1) + c_2 \text{COV}(\gamma, \varphi_2).$$

Тогда правую часть равенства (II.52) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{vmatrix} \text{COV}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & c_1 \text{COV}(\gamma_1, \varphi_1) + c_2 \text{COV}(\gamma_1, \varphi_2) \\ \text{COV}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & c_1 \text{COV}(\gamma_2, \varphi_1) + c_2 \text{COV}(\gamma_2, \varphi_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & c_1 \text{COV}(\gamma_{k-1}, \varphi_1) + c_2 \text{COV}(\gamma_{k-1}, \varphi_2) \\ \text{COV}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{COV}(\psi, \gamma_{k-1}) & c_1 \text{COV}(\psi, \varphi_1) + c_2 \text{COV}(\psi, \varphi_2) \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= c_1 \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_1, \varphi_1) \\ \text{cov}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_2, \varphi_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \varphi_1) \\ \text{cov}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\psi, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\psi, \varphi_1) \end{vmatrix} + \\
&+ c_2 \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_1, \varphi_2) \\ \text{cov}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_2, \varphi_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \varphi_2) \\ \text{cov}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\psi, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\psi, \varphi_2) \end{vmatrix} = \\
&= c_1(\varphi_1, \psi) + c_2(\varphi_2, \psi).
\end{aligned}$$

3. $(\varphi, \varphi) \geq 0$ — положительная определенность скалярного произведения, причем $(\varphi, \varphi) = 0$ тогда и только тогда, когда $\varphi \stackrel{\cdot}{=} 0$. Знак «точка» над равенством означает, что $\varphi = 0$ с точностью до слагаемых вида

$$\sum_{i=1}^{k-1} b_i \gamma_i + c,$$

где b_i ($i = 1, 2, \dots, k-1$), c — некоторые константы.

Действительно,

$$(\varphi, \varphi) = \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_1, \varphi) \\ \text{cov}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_2, \varphi) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \varphi) \\ \text{cov}(\varphi, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\varphi, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\varphi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{II.53})$$

Выражение, стоящее в правой части равенства (II.53), представляет собой определитель ковариационной матрицы k величин: $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ и φ . Как известно (см. раздел 1 настоящей главы), определитель ковариационной матрицы всегда положителен и равен нулю в том и только в том случае, когда величины φ и $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ связаны между собой линейной функциональной зависимостью, т. е.

$$c_0 \varphi = \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{b}_i \gamma_i + \tilde{c}, \quad (\text{II.54})$$

где $c_0, \tilde{b}_i, \tilde{c}$ — константы.

Как уже отмечалось выше, предполагаем, что величины $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ линейно независимы. Следовательно, $c_0 \neq 0$ и поэтому равенство (II.54) можно разделить на c_0 . Получим:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{k-1} b_i \gamma_i + c. \quad (\text{II.55})$$

Таким образом, равенство скалярного квадрата некоторой функции нулю означает, что эта функция линейно выражается через величины $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$. Именно это свойство введенной метрики (скалярного произведения) позволяет использовать ее для выделения составляющей поля, лучше всего корреляционно связанной с величинами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$.

Условие (II.46) при помощи скалярного произведения (II.50) можно переписать следующим образом:

$$\left(F - \sum_{p=1}^N a_p f_p, F - \sum_{p=1}^N a_p f_p \right) = \min. \quad (\text{II.56})$$

Продифференцируем левую часть равенства (II.56) частным образом по a_q ($q = 1, 2, \dots, N$), воспользовавшись свойствами скалярного произведения, и приравняем частные производные нулю.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a_q} \left(F - \sum_{p=1}^N a_p f_p, F - \sum_{p=1}^N a_p f_p \right) &= - \left(f_q, F - \sum_{p=1}^N a_p f_p \right) - \\ &- \left(F - \sum_{p=1}^N a_p f_p, f_q \right) = -2(f_q, F) + 2 \sum_{p=1}^N a_p (f_p, f_q) = 0; \\ &q = 1, 2, \dots, N. \end{aligned}$$

Отсюда получаем следующую систему N линейных уравнений для нахождения коэффициентов a_p ($p = 1, 2, \dots, N$):

$$\sum_{p=1}^N a_p (f_p, f_q) = (F, f_q); \quad q = 1, 2, \dots, N. \quad (\text{II.57})$$

Определитель системы (II.57) имеет вид

$$\begin{aligned} G(f_1, f_2, \dots, f_N) &= \\ &= \begin{vmatrix} (f_1, f_1) & (f_2, f_1) & \dots & (f_N, f_1) \\ (f_1, f_2) & (f_2, f_2) & \dots & (f_N, f_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (f_1, f_N) & (f_2, f_N) & \dots & (f_N, f_N) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{II.58})$$

Величина $G(f_1, f_2, \dots, f_N)$ носит название определителя Грама системы функций (f_1, f_2, \dots, f_N) . Если базисные функции f_1, f_2, \dots, f_N линейно независимы и совместны с величинами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ также образуют линейно-независимую систему, то определитель Грама отличен от нуля [9] и, следовательно, система уравнений (II.57) совместна и имеет единственное решение. Таким образом, в качестве базисных следует выбирать функции, образующие совместно с геолого-геофизическими полями $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ линейно-независимую систему. Заметим, что в систему базисных функций не должны входить функции, линейно-связанные с самим полем F ,

поскольку в этом случае выделяемая в корреляционном методе остаточная составляющая просто обращается в тождественный нуль.

Полезно дать геометрическую трактовку предлагаемого способа. Фактически, задаваясь определенной размерностью N трансформационного многочлена, в пространстве E выделяется N -мерное подпространство $\mathfrak{E}^N \subset E$, порожденное базисными функциями f_1, f_2, \dots, f_N , и отыскивается элемент из этого подпространства, ближайший в метрике пространства E к заданной функции F .

Действительно, в пространстве E можно ввести понятие расстояния ρ между двумя функциями (векторами) этого пространства

$$\rho(F, L_N) = \|F - L_N\| = \sqrt{(F - L_N, F - L_N)},$$

т. е. пространство E является метрическим [9]. Следовательно, минимизируя норму разности между F и L_N , как бы приближаемся в метрике пространства E к вектору F . Однако метрические свойства пространства E несут своеобразный, статистический характер, а именно: две функции из $E - F$ и L_N — считаются близкими в том случае, если их разность $F_{\text{ост } N}$ может быть связана зависимостью, близкой к линейной, с известными функциями $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$. Это свойство пространства E нужно иметь в виду при анализе коэффициентов получаемых трансформационных многочленов.

В качестве векторов f_1, f_2, \dots, f_N в выражениях (II.56) — (II.58) можно брать любой базис пространства \mathfrak{E}^N , в частности, ортонормированный базис e_1, e_2, \dots, e_N , т. е. такой, что

$$(e_i, e_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1; & i = j; \\ 0; & i \neq j. \end{cases} \quad (\text{II.59})$$

В этом базисе система (II.57) примет вид

$$a_i = (F, e_i); \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Заметим, что из приведенной системы линейно-независимых векторов (f_1, f_2, \dots, f_N) ортонормированная система (e_1, e_2, \dots, e_N) получается следующим образом:

$$e_k = \frac{1}{\sqrt{G_k G_{k-1}}} \begin{vmatrix} (f_1, f_1) & (f_2, f_1) & \dots & (f_k, f_1) \\ (f_1, f_2) & (f_2, f_2) & \dots & (f_k, f_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (f_1, f_{k-1}) & (f_2, f_{k-1}) & \dots & (f_k, f_{k-1}) \\ f_1 & f_2 & \dots & f_k \end{vmatrix}. \quad (\text{II.60})$$

Здесь $G_0 = 1$; $G_k = G(f_1, f_2, \dots, f_k)$ ($k = 1, 2, \dots, N$).

Таким образом, в ортонормированном базисе трансформационный многочлен размерностью N записывается в явном виде:

$$L_N = \sum_{i=1}^N (F, e_i) e_i. \quad (\text{II.61})$$

Согласно теории аппроксимации в гильбертовых пространствах в пределе при $N \rightarrow \infty$

$$\|F - L_{N \rightarrow \infty}\| = 0. \quad (\text{II.62})$$

Следовательно, в силу свойства 3 скалярного произведения

$$L_{N \rightarrow \infty} = \sum_{i=1}^{\infty} (F, e_i) e_i \doteq F, \quad (\text{II.63})$$

где точка над равенством означает, что разложение (II.63) справедливо с точностью до составляющих вида

$$\sum_{i=1}^{k-1} b_i \gamma_i + c.$$

Здесь b_i ($i = 1, 2, \dots, k-1$), c — некоторые константы.

Из соотношения (II.62) с учетом выражения (II.46) следует, что трансформационные многочлены различных порядков обладают следующим свойством:

$$\varepsilon(F - L_N | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}) \rightarrow 0, \quad (\text{II.64})$$

причем стремление средней квадратической остаточной дисперсии к нулю с ростом N (размерность трансформационного многочлена) происходит монотонно.

4. Прогнозный трансформационный многочлен

Прогнозный трансформационный многочлен $L_{\text{пр} N}$ для двумерного случая, как было отмечено выше (см. раздел 2 настоящей главы), определяется из условия (II.39) минимума ошибки приближения глубины залегания геологической границы H по остаточной составляющей геофизического поля. В многомерном случае соотношение (II.39) эквивалентно следующему условию:

$$\varepsilon^2(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост} N}) = \min, \quad (\text{II.65})$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$ — дополнительные геолого-геофизические параметры; $F_{\text{пр. ост} N} = F - L_{\text{пр} N}$; величину $F_{\text{пр. ост} N}$ будем называть в дальнейшем прогнозной остаточной составляющей геофизического поля размерностью N .

Таким образом, в многомерном случае коэффициенты прогнозного трансформационного многочлена определяются из условия минимума ошибки приближения границы H по аномалии $F_{\text{пр. ост} N}$ в совокупности с дополнительными параметрами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$.

Запишем уравнение гиперплоскости средней квадратической регрессии H по $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост} N}$:

$$H^{(p)} = \sum_{i=1}^{k-2} \beta_i \gamma_i + \beta_{k-1} F_{\text{пр. ост} N} + \zeta. \quad (\text{II.66})$$

где β_i, ζ — коэффициенты регрессии.

Согласно формуле (II.13) условие (II.65) переписывается в виде

$$M \left[\left(H - \beta_{k-1} F_{\text{пр. ост } N} - \sum_{i=1}^{k-2} \beta_i \gamma_i - \zeta \right)^2 \right] = \min. \quad (\text{II.67})$$

Зададим прогнозный трансформационный многочлен следующим образом:

$$L_{\text{пр } N} = \sum_{p=1}^N a_{\text{пр } p} f_p. \quad (\text{II.68})$$

Тогда

$$\beta_{k-1} F_{\text{пр. ост } N} = \beta_{k-1} F - \sum_{p=1}^N \beta_{k-1} a_{\text{пр } p} f_p = \beta_{k-1} \gamma_{k-1} + \sum_{p=1}^N \alpha_p f_p, \quad (\text{II.69})$$

где $\alpha_p = -\beta_{k-1} a_{\text{пр } p}$ ($p = 1, 2, \dots, N$); $\gamma_{k-1} = F$.

Отсюда условие (II.67) принимает вид

$$M \left[\left(H - \sum_{p=1}^N \alpha_p f_p - \sum_{i=1}^{k-1} \beta_i \gamma_i - \zeta \right)^2 \right] = \min. \quad (\text{II.70})$$

Очевидно, для того чтобы найти коэффициенты $a_{\text{пр } p}$ ($p = 1, 2, \dots, N$) прогнозного трансформационного многочлена, достаточно вычислить величины α_p ($p = 1, 2, \dots, N$) и β_{k-1} , удовлетворяющие условию (II.70), причем

$$a_{\text{пр } p} = -\frac{\alpha_p}{\beta_{k-1}}; \quad p = 1, 2, \dots, N. \quad (\text{II.71})$$

Вместе с тем задача нахождения величин $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ эквивалентна задаче вычисления коэффициентов трансформационных многочленов, решенной в разделе 3 настоящей главы. Действительно, обозначим

$$H_{\text{ост } N} = H - \sum_{p=1}^N \alpha_p f_p. \quad (\text{II.72})$$

Тогда условие (II.70) в соответствии с формулой (II.15) эквивалентно требованию

$$\varepsilon^2 (H_{\text{ост } N} | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}) = \min. \quad (\text{II.73})$$

Сравнение выражений (II.73) с (II.44) показывает, что задача определения величин $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ сведена к задаче, аналогичной нахождению коэффициентов трансформационного многочлена, однако делимым параметром здесь является глубина залегания H геологической границы, а не геофизическое поле, как в разделе 3 настоящей главы. Следовательно, для вычисления коэффициентов α_p может быть использована методика, развитая в разделе 3 этой главы.

Величины α_p определяются из следующей системы уравнений:

$$\sum_{p=1}^N \alpha_p (f_p, f_q) = (H, f_q); \quad q = 1, 2, \dots, N. \quad (\text{II.74})$$

Скалярное произведение в этом случае вычисляется по формуле

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma_1, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_1, \varphi) \\ \text{cov}(\gamma_2, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_2, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_2, \varphi) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, \gamma_1) & \dots & \text{cov}(\psi, \gamma_{k-1}) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}, \quad (\text{II.75})$$

где под φ и ψ понимаются либо базисные функции f_p ($p = 1, 2, \dots, N$), либо функция H .

Коэффициент β_{k-1} находится из соотношения [97]

$$\beta_{k-1} = \sum_{q=1}^{k-1} \rho^{k-1, q} \rho_{q, k}, \quad (\text{II.76})$$

где $\rho_{q, k} = \text{cov}(\gamma_q, H_{\text{ост } N})$; $\rho^{k-1, q}$ — соответствующий элемент матрицы $(\rho^{p, q})$, обратной к ковариационной матрице:

$$(\rho_{p, q}) = (\text{cov}(\gamma_p, \gamma_q)); \quad p, q = 1, 2, \dots, k-1.$$

Путем определения β_{k-1} и α_p по формулам (II.76) и (II.74) и подстановки полученных значений в выражение (II.71) находим коэффициенты прогнозного трансформационного многочлена. Заметим, что при отыскании прогнозного трансформационного многочлена в систему базисных функций нельзя включать функции, линейно-связанные с самим полем F и с глубиной H , поскольку в последнем случае трансформанты, выделяемые корреляционным методом, просто обращаются в нуль. При этом вообще отпадает необходимость применения корреляционного метода, так как задача прогнозирования H решается по исходным данным без какого-либо предварительного преобразования.

Аналогично тому, как это сделано в разделе 3 настоящей главы для трансформационных многочленов, можно показать, что прогнозные многочлены различных порядков подчиняются соотношению.

$$\varepsilon(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост } N}) \rightarrow 0, \quad (\text{II.77})$$

причем стремление к нулю величины ε с ростом N происходит монотонно. С другой стороны, согласно выражению (II.17)

$$\begin{aligned} & \varepsilon^2(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост } N}) = \\ & = D(H) |1 - R^2(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост } N})|. \end{aligned} \quad (\text{II.78})$$

Отсюда видно, что минимум ошибки приближения ϵ достигается путем максимизации множественного коэффициента корреляции R . Следовательно, прогнозный трансформационный многочлен $L_{\text{пр } N}$ определяется по существу из соображений максимальности множественного коэффициента корреляции величины H с дополнительными параметрами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$ и $\left(F - \sum_{p=1}^N a_{\text{пр } p} f_p\right)$. Отсюда понятно название «прогнозный» многочлен, так как $L_{\text{пр } N}$ аппроксимирует ту часть полного поля F , после вычитания которой оставшаяся составляющая геофизического поля позволяет прогнозировать величину H с наименьшей ошибкой (если прогноз ведется по линейному закону и в нем участвуют дополнительные параметры $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$).

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ТРАНСФОРМАЦИЙ
ГЕОФИЗИЧЕСКИХ АНОМАЛИЙ

1. Корреляционные трансформанты

Как было отмечено в разделе 2 главы I, многие операции по трансформированию геофизических полей сводятся к преобразованию типа свертки. Рассмотрим подробно этот тип преобразования для случая задания поля вдоль некоторого профиля (оси x). Пусть $F(x)$ — исходное геофизическое поле. Тогда трансформированная аномалия запишется в виде

$$F_{\text{тр}}(x) = \sum_{p=-n}^n c_p F(x + p \Delta x). \quad (\text{III.1})$$

Здесь Δx — шаг задания поля вдоль профиля; c_p — коэффициенты, определяемые видом конкретной трансформации, которые удовлетворяют дополнительному условию

$$\sum_{p=-n}^n c_p = Q, \quad (\text{III.2})$$

где Q — заданная константа.

Как было показано в главе I, существует множество разных видов трансформаций, имеющих различный физический смысл: сглаживание, аналитическое продолжение в верхнее и нижнее полупространства, вычисление высших производных поля и др. На практике целью трансформаций является получение аномалий, наиболее четко отображающих строение исследуемых геологических объектов. Для решения поставленной задачи нередко осуществляют серию трансформаций с различными коэффициентами c_p . При этом следует особо подчеркнуть, что в качестве оптимальной трансформированной аномалии чаще всего выбирают ту, которая наилучшим образом корреляционно связана с исследуемой границей. Если указанным способом удается выделить компоненту поля, достаточно хорошо коррелирующуюся с геологической границей, то последнее означает, что составляющая, обусловленная посторонними мешающими факторами, также может быть вычислена путем некоторого преобразования типа свертки над исходным полем. Иными словами, структура помехи такова, что она описывается полиномом от функций $F(x + p \Delta x)$ ($p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$), получающихся смещением наблюдаемого поля $F(x)$ на различные расстояния $p \Delta x$. В такой ситуации корреляционный метод позволяет сразу определить параметры наилучшей трансформации без громоздкого перебора, если систему

базисных функций, входящую в выражение (II.36), задать следующим образом:

$$f_p = F(x + p \Delta x); p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n \quad (\text{III.3})$$

и определить трансформационный многочлен по формуле

$$L_{2n} = \sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n a_p F(x + p \Delta x). \quad (\text{III.4})$$

Число n в дальнейшем будем называть порядком трансформационного многочлена (III.4). Порядок определяет максимальное смещение $n \Delta x$ (при заданном шаге Δx) исходного поля $F(x)$, осуществляемое при конструировании системы базисных функций в рассматриваемом способе преобразования. Заметим, что порядок n отличается от размерности N трансформационного многочлена, которая равна числу коэффициентов последнего: $N = 2n$.

Вычислим остаточную составляющую геофизического поля:

$$F_{\text{ост } 2n}(x) = F(x) - \sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n a_p F(x + p \Delta x). \quad (\text{III.5})$$

Коэффициенты в выражении (III.5) для остаточной аномалии согласно формуле (II.57) находятся из системы уравнений

$$\sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n a_p (F(x + p \Delta x), F(x + q \Delta x)) = (F(x), F(x + q \Delta x)); \quad (\text{III.6})$$

$$q = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n,$$

где скалярное произведение вычисляется по формуле (II.50). При таком определении коэффициентов a_p ($p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$) ошибка приближения величины $F_{\text{ост } 2n}$ по глубине залегания искомой геологической границы H в совокупности с дополнительными геолого-геофизическими параметрами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ минимальна.

Выражение (III.5) для остаточной аномалии можно записать в виде преобразования типа свертки

$$F_{\text{ост } 2n}(x) = \sum_{p=-n}^n \tilde{c}_p F(x + p \Delta x), \quad (\text{III.7})$$

где $\tilde{c}_0 = 1$; $\tilde{c}_p = -a_p$ ($p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$).

Однако сумма коэффициентов указанного преобразования может принимать произвольное значение \tilde{Q}

$$\sum_{p=-n}^n \tilde{c}_p = \tilde{Q}. \quad (\text{III.8})$$

В то же время, как было показано в разделе 2 главы I, при построении вычислительных схем для любых трансформаций сумма коэффициентов должна быть равна наперед заданному числу Q . Для того чтобы выполнить это условие, необходимо умножить остаточную аномалию на коэффициент Q/\bar{Q} . Функцию \bar{F}_n , получаемую в результате всех указанных преобразований, назовем корреляционной трансформантой геофизического поля, а n — ее порядком.

$$\bar{F}_n(x) = \frac{Q}{\bar{Q}} F_{\text{ост } 2n}(x) = \sum_{p=-n}^n c_p F(x + p \Delta x), \quad (\text{III.9})$$

где

$$c_0 = \frac{Q}{n} \frac{1}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}} a_q}; \quad c_p = - \frac{Q}{n} \frac{a_p}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}} a_q}. \quad (\text{III.10})$$

Заметим, что все эти преобразования имеют смысл при $Q \neq 0$; $\bar{Q} \neq 0$.

Корреляционная трансформанта \bar{F}_n характеризуется той же теснотой связи с геологической границей, что и остаточная составляющая поля $F_{\text{ост } 2n}$, и, следовательно, обладает соответствующими свойствами оптимальности в рамках первого подхода (см. раздел 2 главы II). При этом сумма коэффициентов трансформации, как обычно, удовлетворяет условию (III.2).

При втором подходе, сформулированном в разделе 2 главы II, коэффициенты оптимальной трансформации определяются из условия максимума множественного коэффициента корреляции глубины залегания геологической границы H по выделяемой трансформанте в совокупности с дополнительными геолого-геофизическими параметрами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$. Такую трансформанту будем называть прогнозной корреляционной трансформантой $\bar{F}_{\text{пр } n}$ геофизического поля, а n — ее порядком. Методика нахождения последней аналогична вычислению просто корреляционной трансформанты и связана с расчетом прогнозной остаточной составляющей поля

$$F_{\text{пр. ост } 2n}(x) = F(x) - \sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n a_{\text{пр } p} F(x + p \Delta x). \quad (\text{III.11})$$

Коэффициенты $a_{\text{пр } p}$ согласно выражениям (II.71) и (II.74) вычисляются по формулам

$$a_{\text{пр } p} = - \frac{\alpha_p}{\beta_{k-1}}; \quad p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, \quad (\text{III.12})$$

где α_p находятся из системы уравнений

$$\sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n \alpha_p (F(x+p\Delta x), F(x+q\Delta x)) = (H, F(x+q\Delta x)); \quad (\text{III.13})$$

$$q = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n.$$

Причем скалярное произведение определяется формулой (II.75).

Аналогично соотношению (III.7) прогнозная остаточная составляющая может быть представлена в виде преобразования типа свертки с коэффициентами \tilde{c}_{np} [$\tilde{c}_{np0} = 1$; $\tilde{c}_{np p} = -a_{np}$ ($p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$)]. Для того чтобы сумма коэффициентов искомой трансформации равнялась наперед заданному числу Q , необходимо так же, как и выше умножить, $F_{\text{пр. ост } 2n}$ на величину $\frac{Q}{\sum_{p=-n}^n \tilde{c}_{np}} =$

$$= \frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n a_q}$$

$$\tilde{F}_{\text{пр } n}(x) = \frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n a_q} F_{\text{пр. ост } 2n}(x) = \sum_{p=-n}^n c_{np} F(x+p\Delta x), \quad (\text{III.14})$$

где согласно соотношению (III.11)

$$c_{np0} = \frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n a_{npq}} = \frac{Q\beta_{k-1}}{\beta_{k-1} + \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q}; \quad (\text{III.15})$$

$$c_{np p} = -\frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n a_{npq}} a_{np p} = -\frac{Q}{\beta_{k-1} + \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q} \alpha_p.$$

Формулы (III.13) и (III.15) позволяют определять коэффициенты корреляционной трансформанты. В силу пропорциональности прогнознй остаточной составляющей геофизического поля $F_{\text{пр. ост } 2n}$ и прогнознй корреляционной трансформанты $\tilde{F}_{\text{пр } n}$, множественные коэффициенты корреляции границы H с последними (в совокупности с величинами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$) равны между собой

$$R(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, \tilde{F}_{\text{пр } n}) = R(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост } 2n}). \quad (\text{III.16})$$

Поскольку по определению коэффициент корреляции $R(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост } 2n})$ максимален, то прогнозная корреляционная трансформанта является оптимальной с точки зрения тесноты ее

связи с глубиной H . В то же время сумма коэффициентов этой трансформанты удовлетворяет условию (III.2). Тем самым задача определения параметров оптимальных трансформаций геофизических полей решена.

Заметим, что полученные указанным образом оптимальные трансформации выгодно отличаются от трансформаций типа винеровской фильтрации (см. раздел 2 главы I) тем, что при их расчетах используются не средние статистические оценки геолого-геофизических полей, а конкретные значения величин этих полей и глубин залегания геологических границ в пределах района исследований.

Все соотношения, полученные выше, нетрудно обобщить на случай задания геофизического поля не на одном профиле, а по некоторой площади. В этой ситуации преобразование типа свертки записывается так:

$$F_{\text{тр}}(x, y) = \sum_{\substack{p, s=-n \\ p+s=n}}^n c_{ps} F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), \quad (\text{III.17})$$

где x, y — координаты точек наблюдения; $\Delta x, \Delta y$ — интервалы дискретизации поля.

Система базисных функций имеет вид

$$\{F(x+p\Delta x, y+s\Delta y); p, s=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n; p+s > 0\}, \quad (\text{III.18})$$

а трансформационный многочлен определяется соотношением

$$L_{(2n+1)^2-1} = \sum_{\substack{p, s=-n \\ p+s > 0}}^n a_{ps} F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), \quad (\text{III.19})$$

причем n так же, как и выше, определяет максимальные смещения $n\Delta x, n\Delta y$ исходного поля, осуществляемые при конструировании системы базисных функций, и называется порядком трансформационного многочлена. В рассматриваемом случае размерность трансформационного многочлена, определяемая числом его коэффициентов, $N = (2n+1)^2 - 1$.

Корреляционная трансформанта n -го порядка вычисляется по формуле

$$\tilde{F}_n = \sum_{\substack{p, s=-n \\ p+s > 0}}^n c_{ps} F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), \quad (\text{III.20})$$

где

$$c_0 = \frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q, t=-n \\ q+t > 0}}^n a_{qt}}; \quad (\text{III.21})$$

$$c_{ps} = - \frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q, t=-n \\ q+t > 0}}^n a_{qt}} a_{ps}.$$

Коэффициенты a_{ps} согласно выражению (II.57) находятся из системы уравнений, аналогичной системе (III.6)

$$\sum_{\substack{p, s=-n \\ p+s > 0}}^n a_{ps} (F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), F(x+q\Delta x, y+t\Delta y)) = \\ = (F(x, y), F(x+q\Delta x, y+t\Delta y)), \\ q, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n; q+t > 0. \quad (\text{III.22})$$

Прогнозная корреляционная трансформанта n -го порядка в площадном варианте определяется соотношением

$$\tilde{F}_{\text{пр } n}(x, y) = \sum_{\substack{p, s=-n \\ p+s > 0}}^n c_{\text{пр } ps} F(x+p\Delta x, y+s\Delta y). \quad (\text{III.23})$$

где

$$c_{\text{пр } 0} = \frac{Q\beta_{k-1}}{\beta_{k-1} + \sum_{\substack{q, t=-n \\ q+t > 0}}^n \alpha_{qt}}; \quad c_{\text{пр } ps} = \frac{Q\alpha_{ps}}{\beta_{k+1} + \sum_{\substack{q, t=-n \\ q+t > 0}}^n \alpha_{qt}}. \quad (\text{III.24})$$

Величины α_{ps} согласно соотношению (II.74) находятся из системы уравнений, аналогичной системе (III.13):

$$\sum_{p, s=-n}^n \alpha_{ps} (F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), F(x+q\Delta x, y+t\Delta y)) = \\ = (H, F(x+q\Delta x, y+t\Delta y)); \\ q, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n; q+t > 0, \quad (\text{III.25})$$

в которой скалярное произведение вычисляется по формуле (II.75).

На этом завершается общая теория построения оптимальных корреляционных трансформант.

В заключение настоящего раздела рассмотрим модельный пример выделения прогнозной корреляционной трансформанты гравитационного поля. На рис. 19, а представлены графики изменения аномалий Буге Δg и глубины границы H вдоль профиля наблюдений. Как видно из корреляционного графика рис. 19, б, между величинами Δg и H практически нет корреляционной зависимости (точки на корреляционном графике образуют «облако»). Кроме того, даже локальные максимумы на кривой Δg смещены по сравнению с соответствующими поднятиями структуры H (см. рис. 19, а). Была поставлена следующая задача: подобрать такие оптимальные коэффициенты трансформации

$$\tilde{\Delta g}_{\text{пр } 1}(x) = \sum_{p=-1}^1 c_{\text{пр } p} \Delta g(x+p\Delta x), \quad (\Delta x = 50 \text{ м}),$$

чтобы ошибка приближения величины H по $\Delta \bar{g}_{\text{пр } 1}$ была бы минимальной. Решение задачи осуществлялось по формулам (III.14) и (III.15) по программе, составленной для ЭВМ (описание программы дано в главе VII). Найдены следующие коэффициенты трансформации: $c_{-1} = 0,5$; $c_0 = 1$; $c_1 = -1$ (при расчетах $Q = 0,5$).

Результат выполненной трансформации с указанными коэффициентами представлен на рис. 19, а. Коэффициент корреляции $\Delta \bar{g}_{\text{пр } 1}$ с H близок к единице (см. рис. 19, в). Как видно, в результате трансформации произошло смещение локальных максимумов кривой Δg вдоль профиля наблюдений. Это связано с наличием фазовых сдвигов в частотной характеристике выполняемой трансформации (поскольку $c_1 \neq c_{-1}$). Такой результат не мог быть по-

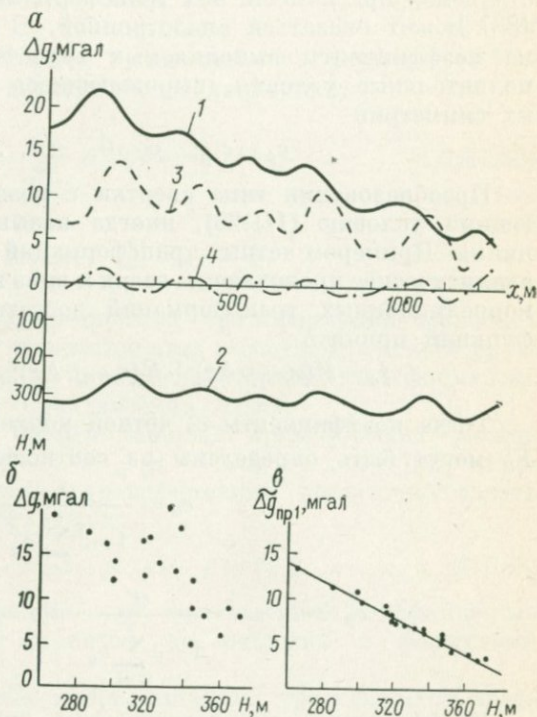
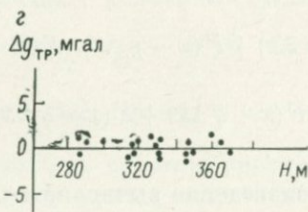


Рис. 19. Модельный пример выделения прогнозной корреляционной трансформанты гравитационного поля.

а — графики изменения гравитационных аномалий и глубины залегания геологической границы H вдоль профиля наблюдений: 1 — аномалий Буге Δg , 2 — глубины залегания геологической границы H , 3 — прогнозной корреляционной трансформанты $\Delta \bar{g}_{\text{пр } 1}$, 4 — трансформированной аномалии $\Delta g_{\text{тр}}$, полученной по методу Андреева — Гриффина; корреляционные графики зависимости: б — Δg от H , в — $\Delta \bar{g}_{\text{пр } 1}$ от H ; г — $\Delta g_{\text{тр}}$ от H



лучен традиционными методами трансформации. В самом деле, для сравнения на рис. 19, а приведен график трансформированной аномалии $\delta \Delta g$, вычисленной по методу Андреева — Гриффина

$$\delta \Delta g(x) = \Delta g(x) - \frac{1}{2} [\Delta g(x + \Delta x) + \Delta g(x - \Delta x)].$$

Эта аномалия практически не коррелируется с глубиной залегания геологической границы H (см. рис. 19, г).

2. Специальные виды корреляционных трансформант

Теория определения коэффициентов корреляционных трансформант, развитая в предыдущем разделе, не накладывает никаких ограничений на эти коэффициенты, кроме условия равенства их суммы Q . Поэтому последние могут быть асимметричны, т. е. осуществляемая при помощи них трансформация по терминологии работы [88] может оказаться анизотропной. В то же время на практике на коэффициенты выполняемых трансформаций накладываются дополнительные условия, выражающиеся чаще всего в требовании их симметрии

$$c_p = c_{-p}; \quad p = 0, \pm 1, \dots, \pm n. \quad (\text{III.26})$$

Преобразования типа свертки с коэффициентами, удовлетворяющими условию (III.26), иногда называют четными трансформациями. Примером четных трансформаций могут служить осреднение, аналитическое продолжение вверх и вниз и др. Для выделения четных корреляционных трансформаций достаточно в качестве базисных функций принять

$$f_p = F(x + p \Delta x) + F(x - p \Delta x); \quad p = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.27})$$

Тогда коэффициенты c_p^+ четной корреляционной трансформанты \tilde{F}_n^+ могут быть определены из соотношений

$$c_0^+ = \frac{Q}{1 - 2 \sum_{q=1}^n a_q^+}; \quad (\text{III.28})$$

$$c_p^+ = c_{-p}^+ = - \frac{Q}{1 - 2 \sum_{q=1}^n a_q^+} a_p^+; \quad p = 1, 2, \dots, n.$$

Коэффициенты a_p^+ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^n a_p^+ (F(x + p \Delta x) + F(x - p \Delta x), F(x + q \Delta x) + F(x - q \Delta x)) = \\ = (F(x), F(x + q \Delta x) + F(x - q \Delta x)); \quad q = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

где скалярное произведение вычисляется по формуле (II.50). Аналогично определяются коэффициенты $c_{np p}$ четной прогнозной корреляционной трансформанты $\tilde{F}_{np n}$

$$c_{np 0}^+ = \frac{Q \beta_{k-1}}{\beta_{k-1} + 2 \sum_{q=1}^n \alpha_q^+}; \quad (\text{III.30})$$

$$c_{np p}^+ = c_{np (-p)}^+ = \frac{Q}{\beta_{k-1} + 2 \sum_{q=1}^n \alpha_q^+} \alpha_q^+.$$

Параметры α_p^+ удовлетворяют системе уравнений

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p^+ (F(x+p\Delta x) + F(x-p\Delta x), F(x+q\Delta x) + F(x-q\Delta x)) = \\ = (H(x), F(x+q\Delta x) + F(x-q\Delta x)); \quad q=1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.31})$$

Здесь скалярное произведение вычисляется по формуле (II.75). Четная прогнозная корреляционная трансформанта

$$\bar{F}_{\text{пр } n}^+(x) = \sum_{p=-n}^n c_{\text{пр } p}^+ F(x+p\Delta x), \quad (\text{III.32})$$

причем

$$c_{\text{пр } p}^+ = c_{\text{пр } (-p)}^+; \quad \sum_{p=-n}^n c_{\text{пр } p}^+ = Q.$$

Применение четных корреляционных трансформаций позволяет снизить число неизвестных коэффициентов в соответствующих уравнениях в 2 раза — до n , т. е. до порядка выделяемой трансформанты. Это удобно при решении практических задач.

На коэффициенты c_p корреляционных трансформант можно наложить также условие $c_p = -c_{-p}$ ($p=1, 2, \dots, n$). Для определения коэффициентов таких трансформаций достаточно задать систему базисных функций в виде

$$f_p = F(x+p\Delta x) - F(x-p\Delta x); \quad p=1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.33})$$

Соответствующие уравнения для определения коэффициентов указанных трансформаций строятся по аналогии с формулами (III.28)–(III.31).

При нахождении простых корреляционных трансформант коэффициенты c_p^- , удовлетворяющие условию (III.33), определяются из соотношений

$$c_0^- = Q; \\ c_p^- = -c_{-p}^- = -Q\alpha_p^-; \quad p=1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.34})$$

Величины α_p^- вычисляются из системы уравнений, аналогичной системе (III.29):

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p^- (F(x+p\Delta x) - F(x-p\Delta x), F(x+q\Delta x) - F(x-q\Delta x)) = \\ = (F(x), F(x+q\Delta x) - F(x-q\Delta x)); \quad q=1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.35})$$

Коэффициенты $c_{\text{пр } p}$ прогнозной корреляционной трансформанты определяются по формулам

$$c_{\text{пр } p} = Q; \\ c_{\text{пр } p} = -c_{\text{пр } (-p)} = \frac{Q}{\beta_{k-1}} \alpha_p^-, \quad (\text{III.36})$$

где параметры α_p^- удовлетворяют системе, аналогичной системе (III.31):

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p^- (F(x+p\Delta x) - F(x-p\Delta x), F(x+q\Delta x) - F(x-q\Delta x)) = \\ = (H(x), F(x+q\Delta x) - F(x-q\Delta x)); \quad q=1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.37})$$

Трансформации с коэффициентами, удовлетворяющими условию (III.33), можно назвать квазинечетными. Они отличаются от обычных нечетных трансформаций только тем, что центральный коэффициент $c_0^- \neq 0$. Поэтому при использовании квазинечетной трансформации постоянная составляющая поля не уничтожается, как в обычных нечетных трансформациях, а усиливается в Q раз. Однако в силу специфики корреляционных методов преобразования добавление постоянной составляющей не меняет характер корреляционной связи, так как величины коэффициентов корреляции и регрессии (кроме свободного члена) не зависят от постоянного уровня исследуемых полей.

Перейдем к конструированию специального типа корреляционных трансформаций в площадном варианте. Как было отмечено в разделе 2 главы I, большое число трансформаций геофизических полей, заданных на площади, можно выразить при помощи весового суммирования средних значений этих полей, взятых по окружностям различных радиусов [см. формулу (I.15)].

Введем на плоскости наблюдения декартову систему координат (x, y) и обозначим через \bar{r} радиус-вектор точки наблюдения. Тогда согласно соотношению (I.15) трансформированная аномалия в точке \bar{r} может быть записана в виде

$$F_{\text{тр}}(\bar{r}) = \sum_{p=0}^n c_p F_{\text{ср}}(\bar{r}, p\Delta r). \quad (\text{III.38})$$

Здесь $F_{\text{ср}}(\bar{r}, p\Delta r)$ — среднее значение наблюдаемого поля по окружности $O_{p\Delta r}(\bar{r})$ радиусом $p\Delta r$ с центром в точке \bar{r}

$$F_{\text{ср}}(\bar{r}, p\Delta r) = \frac{1}{2\pi p\Delta r} \int_{O_{p\Delta r}(\bar{r})} F(\bar{r}') dl_{\bar{r}'}, \quad (\text{III.39})$$

где \bar{r}' — радиус-вектор текущей точки интегрирования.

Для нахождения параметров корреляционной трансформанты вида (III.38) достаточно задать следующую систему базисных функций:

$$f_p = F_{\text{ср}}(\bar{r}, p\Delta r); \quad p=1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.40})$$

При этом соответствующая корреляционная трансформанта n -го порядка аналогично формуле (III.9) определяется соотношением

$$\tilde{F}_n(\bar{r}) = \frac{Q}{1 - \sum_{q=1}^n a_q} F_{\text{ост } n}(\bar{r}) = \sum_{p=0}^n c_p F_{\text{ср}}(\bar{r}, p\Delta r), \quad (\text{III.41})$$

где

$$c_0 = \frac{Q}{1 - \sum_{q=1}^n a_q}; \quad c_p = -\frac{Q}{1 - \sum_{q=1}^n a_q} a_p; \quad p = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.42})$$

Коэффициенты a_p в выражении (III.42) находятся как решения системы уравнений, подобной системе (III.6)

$$\sum_{p=1}^n a_p (F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r), F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r)) = (F(\bar{r}), F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r)), \quad (\text{III.43})$$

где скалярное произведение определяется согласно выражению (II.50).

Прогнозная корреляционная трансформанта n -го порядка вида (III.38) вычисляется по формуле

$$\tilde{F}_{np} n(\bar{r}) = \sum_{p=0}^n c_{np} F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r), \quad (\text{III.44})$$

где

$$c_{np0} = \frac{Q\beta_{k-1}}{\left(\beta_{k-1} + \sum_{q=1}^n \alpha_q\right)};$$

$$c_{np p} = \frac{Q}{\left(\beta_{k-1} + \sum_{q=1}^n \alpha_q\right)} \alpha_p. \quad (\text{III.45})$$

Коэффициенты α_p удовлетворяют системе уравнений, аналогичной системе (III.13).

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p (F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r), F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r)) = (H(\bar{r}), F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r));$$

$$q = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.46})$$

Здесь скалярное произведение вычисляется по формуле (II.75). Определяемые указанным образом трансформанты назовем изотропными корреляционными трансформантами. При построении изотропных трансформант необходимо рассчитывать значительно меньшее число неизвестных коэффициентов, чем в общем случае, рассмотренном в разделе 1 настоящей главы (при условии равенства порядков выделяемых трансформант). Однако использование анизотропных трансформант позволяет выделять оптимальные компоненты поля при анализе значительно более широкого класса соотношений между изучаемыми геолого-геофизическими параметрами. По существу применение анизотропных трансформаций дает возможность вводить фазовые сдвиги в процессе преобразования полей (см. раздел 2 главы I).

3. Основные расчетные формулы для определения коэффициентов корреляционных трансформант

Основные типы корреляционных трансформант геофизического поля, введенные в предыдущем разделе, представлены в табл. 1. В настоящем разделе на основе общей теории, изложенной выше, даются конкретные вычислительные формулы для определения коэффициентов этих трансформант. Для удобства отыскания соответствующей расчетной формулы все типы трансформант, приведенные в табл. 1, снабжены буквенными обозначениями. Буквой *A* обозначен профильный вариант, *B* — площадной, индексы I или II показывают, на основе какого подхода — первого или второго (см. раздел 2 главы II) — выделяются корреляционные трансформанты. Индексы же 1; 2; 3 определяют конкретный тип выполняемой трансформации (асимметричная, четная, квазинечетная, анизотропная, изотропная).

Таблица 1

Основные типы корреляционных трансформант геофизического поля

I. Простые корреляционные трансформанты					II. Прогнозные корреляционные трансформанты				
Профильный вариант			Площадной вариант		Профильный вариант			Площадной вариант	
A_1^I	A_2^I	A_3^I	B_1^I	B_2^I	A_1^{II}	A_2^{II}	A_3^{II}	B_1^{II}	B_2^{II}
асимметричные	четные	квазинечетные	анизотропные	изотропные	асимметричные	четные	квазинечетные	анизотропные	изотропные

Выпишем расчетные формулы для определения коэффициентов корреляционных трансформант в соответствии с приведенной выше классификацией. Ограничимся рассмотрением двумерной ситуации, т. е. будем строить корреляционные трансформанты при анализе двумерной связи между геологической границей *H* и геофизическим полем *F*. Формулы в многомерном случае строятся аналогичным образом путем простой замены выражений для скалярных произведений.

Скалярное произведение двух функций (II.50) при анализе двумерных связей между *F* и *H* записывается так:

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, H) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{III.47})$$

Построение расчетных формул начнем с анализа простых корреляционных трансформант.

A_1^I — асимметричная трансформанта. При вычислении асимметричных трансформант в качестве функций φ, ψ следует рассматривать базисные функции $F(x + p \Delta x)$, $F(x + q \Delta x)$. Тогда скалярное произведение (III.47) принимает вид

$$(F(x + p \Delta x), F(x + q \Delta x)) = \begin{vmatrix} \text{cov}[H(x), H(x)] & \text{cov}[H(x), F(x + p \Delta x)] \\ \text{cov}[F(x + q \Delta x), H(x)] & \text{cov}[F(x + q \Delta x), F(x + p \Delta x)] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.48})$$

Величины в правой части равенства (III.48) представляют собой по существу взаимные корреляционные функции и функции корреляции. Поэтому, когда исследуемые поля описываются случайными функциями, удовлетворяющими гипотезе стационарности и эргодичности, с учетом свойств корреляционных функций, описанных в разделе 1 главы II, выражение (III.48) можно переписать следующим образом:

$$(F(x + p \Delta x), F(x + q \Delta x)) = \begin{vmatrix} K_H(0) & K_{HF}(p \Delta x) \\ K_{HF}(q \Delta x) & K_{HF}[(p - q) \Delta x] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.49})$$

Соотношения (III.48) и (III.49) являются основой при составлении систем уравнений для определения коэффициентов корреляционных трансформант в профильном варианте.

Коэффициенты c_p асимметричной трансформанты¹ согласно выражениям (III.9) и (III.10) находятся из соотношений

$$c_0 = \frac{Q}{1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n a_q}; \quad c_p = \frac{-Q}{\left(1 - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n a_q\right)} a_p, \quad (\text{III.50})$$

где параметры a_p в соответствии с формулами (III.6) и (III.48) удовлетворяют системе уравнений

$$\sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n a_p \{ \text{cov}[H(x), H(x)] \text{cov}[F(x + q \Delta x), F(x + p \Delta x)] - \\ - \text{cov}[H(x), F(x + p \Delta x)] \text{cov}[F(x + q \Delta x), H(x)] \} = \text{cov}[H(x), H(x)] \times \\ \times \text{cov} F(x), F(x + q \Delta x) - \text{cov}[H(x), F(x)] \text{cov}[H(x), F(x + q \Delta x)]; \\ q = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (\text{III.51})$$

¹ Следует иметь в виду, что рассчитываемые таким образом коэффициенты трансформации A_1^I в частном случае могут оказаться симметричными. Однако это скорее исключение, чем правило, поэтому авторы считают возможным сохранить название «асимметричная» для этой трансформанты.

В стационарном и эргодическом случае эти коэффициенты удовлетворяют системе уравнений

$$\sum_{\substack{p=1 \\ p \neq 0}}^n a_p \{K_H(0) K_F[(p-q)\Delta x] - K_{HF}(q\Delta x) K_{HF}(p\Delta x)\} = K_F(q\Delta x) K_H(0) - K_{HF}(0) K_{HF}(q\Delta x); \quad q = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (\text{III.52})$$

В частности, если ищем корреляционную трансформанту первого порядка

$$\tilde{F}_1(x) = c_{-1} F(x - \Delta x) + c_0 F(x) + c_1 F(x + \Delta x), \quad (\text{III.53})$$

то система (III.52) принимает вид

$$\begin{aligned} a_{-1} [K_H(0) K_F(0) - K_{HF}^2(-\Delta x)] + a_1 [K_H(0) K_F(2\Delta x) - K_{HF}(\Delta x) K_{HF}(-\Delta x)] &= K_F(\Delta x) K_H(0) - K_{HF}(0) K_{HF}(-\Delta x); \\ a_{-1} [K_H(0) K_F(2\Delta x) - K_{HF}(\Delta x) K_{HF}(-\Delta x)] + a_1 [K_H(0) K_F(0) - K_{HF}^2(\Delta x)] &= K_F(\Delta x) K_H(0) - K_{HF}(0) K_{HF}(\Delta x). \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

Коэффициенты c_{-1} , c_0 , c_1 определяются так:

$$c_0 = \frac{Q}{1 - a_{-1} - a_1}; \quad c_{\pm 1} = \frac{-Q a_{\pm 1}}{1 - a_{-1} - a_1}. \quad (\text{III.55})$$

A_2^1 — четная трансформанта. Скалярное произведение базисных функций $[F(x + p\Delta x) + F(x - p\Delta x)]$ и $[F(x + q\Delta x) + F(x - q\Delta x)]$ вычисляются согласно формуле (III.48). При помощи этой формулы нетрудно подробно расписать соответствующую систему уравнений (III.29) для нахождения параметров a_p^+ , определяющих коэффициенты четной трансформации. Однако эта система имеет громоздкий вид, поэтому в качестве примера ограничимся рассмотрением частной ситуации, когда выполняется гипотеза эргодичности и стационарности. Тогда равенство, определяющее скалярное произведение базисных функций

$$\begin{aligned} &(F(x + p\Delta x) + F(x - p\Delta x), F(x + q\Delta x) + F(x - q\Delta x)) = \\ &= \begin{vmatrix} K_H(0) & K_{HF}(p\Delta x) + K_{HF}(-p\Delta x) \\ K_{HF}(q\Delta x) + K_{HF}(-q\Delta x) & 2K_F[(p-q)\Delta x] + 2K_F[(p+q)\Delta x] \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.56})$$

Система же уравнений относительно a_p^+ принимает вид

$$\begin{aligned} &\sum_{p=1}^n a_p^+ \{2K_H(0) [K_F[(p-q)\Delta x] - K_F[(p+q)\Delta x]] - \\ &- [K_{HF}(p\Delta x) + K_{HF}(-p\Delta x)] [K_{HF}(q\Delta x) + K_{HF}(-q\Delta x)]\} = \\ &= 2K_H(0) K_F(q\Delta x) - K_{HF}(0) [K_{HF}(q\Delta x) + K_{HF}(-q\Delta x)]; \\ & \quad q = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{III.57})$$

Величины c_p^+ ($p = 0, 1, 2, \dots, n$) находятся по формулам (III.28). В частности, коэффициенты четной трансформанты первого порядка

$$c_0^+ = \frac{Q}{1-2a_1^+}; \quad c_1^+ = c_{-1}^+ = \frac{-Q}{1-2a_1^+} a_1^+. \quad (\text{III.58})$$

Здесь

$$a_1^+ = \frac{2K_H(0) K_F(\Delta x) - K_{HF}(0) [K_{HF}(\Delta x) + K_{HF}(-\Delta x)]}{2K_H(0) [K_F(0) + K_F(2\Delta x)] - [K_{HF}(\Delta x) + K_{HF}(-\Delta x)]^2}. \quad (\text{III.59})$$

A_3^I — квазинечетная трансформанта. При выделении квазинечетных корреляционных трансформант необходимо при помощи формул, аналогичных выражению (III.47), вычислить скалярные произведения вида

$$(F(x+p\Delta x) - F(x-p\Delta x), F(x+q\Delta x) - F(x-q\Delta x)),$$

которые для стационарных и эргодических случайных функций также упрощаются

$$\begin{vmatrix} K_H(0) & K_{HF}(p\Delta x) - K_{HF}(-p\Delta x) \\ K_{HF}(q\Delta x) - K_{HF}(-q\Delta x) & 2K_F[(p-q)\Delta x] - 2K_F[(p+q)\Delta x] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.60})$$

Тогда система уравнений (III.35) запишется так:

$$\sum_{p=1}^n a_p^- \{2K_H(0) [K_F[(p-q)\Delta x] - K_F[(p+q)\Delta x]] - [K_{HF}(p\Delta x) - K_{HF}(-p\Delta x)] [K_{HF}(q\Delta x) - K_{HF}(-q\Delta x)]\} = K_{HF}(0) [K_{HF}(-q\Delta x) - K_{HF}(q\Delta x)]. \quad (\text{III.61})$$

Коэффициенты c_p^- находятся из соотношений (III.34). Например, коэффициенты квазинечетной корреляционной трансформанты первого порядка

$$c_0^- = 0;$$

$$c_1^- = -c_{-1}^- = -Q \frac{K_{HF}(0) [K_{HF}(-\Delta x) - K_{HF}(\Delta x)]}{2K_H(0) [K_F(0) - K_F(2\Delta x)] - [K_{HF}(\Delta x) - K_{HF}(-\Delta x)]^2}.$$

B^I — площадной вариант

B_1^I — анизотропная трансформанта. Для нахождения коэффициентов анизотропной корреляционной трансформанты необходимо

вычислить скалярное произведение функций $F(x + p \Delta x, y + s \Delta y)$ и $F(x + q \Delta x, y + t \Delta y)$

$$\begin{aligned} & (F(x + p \Delta x, y + s \Delta y), F(x + q \Delta x, y + t \Delta y)) = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}[H(x, y), H(x, y)] & \text{cov}[H(x, y), F(x + p \Delta x, y + s \Delta y)] \\ \text{cov}[F(x + q \Delta x, y + t \Delta y), H(x, y)] & \text{cov}[F(x + q \Delta x, y + t \Delta y), F(x + p \Delta x, y + s \Delta y)] \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.62})$$

Когда исследуемые поля описываются случайными функциями, удовлетворяющими гипотезе стационарности и эргодичности, выражение для скалярного произведения можно существенно упростить, если воспользоваться аппаратом корреляционных функций, описанных в разделе 1 главы II

$$\begin{aligned} & (F(x + p \Delta x, y + s \Delta y), F(x + q \Delta x, y + t \Delta y)) = \\ & = \begin{vmatrix} K_H(0, 0) & K_{HF}(p \Delta x, s \Delta y) \\ K_{HF}(q \Delta x, t \Delta y) & K_F[(p - q) \Delta x, (s - t) \Delta y] \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

В такой ситуации система уравнений (III.22) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \sum_{p, s=-n}^n a_{ps} \{K_H(0, 0) K_F[(p - q) \Delta x, (s - t) \Delta y] - K_{HF}(p \Delta x, s \Delta y) \times \\ & \times K_{HF}(q \Delta x, t \Delta y)\} = K_F(q \Delta x, t \Delta y) K_H(0, 0) - K_{HF}(0, 0) \times \\ & \times K_{HF}(q \Delta x, t \Delta y); \quad q, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n; \quad |q| + |t| > 0. \end{aligned} \quad (\text{III.64})$$

Коэффициенты анизотропной корреляционной трансформанты вычисляются по a_{ps} при помощи соотношений (III.21).

B_2^I — изотропная трансформанта. Скалярное произведение функций $F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r)$, используемых для вычисления изотропных корреляционных трансформант, определяется по формуле (III.47)

$$\begin{aligned} & (F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r), F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r)) = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}[H(\bar{r}), H(\bar{r})] & \text{cov}[H(\bar{r}), F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r)] \\ \text{cov}[F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r), H(\bar{r})] & \text{cov}[F_{cp}(\bar{r}, q \Delta r), F_{cp}(\bar{r}, p \Delta r)] \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.65})$$

Тогда уравнение (III.43) принимает вид

$$\sum_{p=1}^n a_p \{D(H) \operatorname{cov}[F_{cp}(p \Delta r), F_{cp}(q \Delta r)] - \operatorname{cov}[H, F_{cp}(p \Delta r)] \operatorname{cov}[F_{cp}(q \Delta r), H]\} = \{D(H) \operatorname{cov}[F, F_{cp}(q \Delta r)] - \operatorname{cov}(H, F) \operatorname{cov}[F_{cp}(q \Delta r), H]\};$$

$$q = 1, 2, \dots, n; \quad (\text{III.66})$$

где аргумент \bar{r} у всех функций для сокращения записи опущен.

Коэффициенты c_p ($p = 0, 1, \dots, n$) изотропных трансформант вычисляются после определения a_p по формулам (III.43). Например, при расчете изотропной корреляционной трансформанты первого порядка $\vec{F}_1(\bar{r})$ коэффициенты

$$c_0 = \frac{Q}{1-a_1}; \quad c_1 = \frac{-Q}{1-a_1} a_1, \quad (\text{III.67})$$

где

$$a_1 = \frac{D(H) \operatorname{cov}[F, F_{cp}(\Delta r)] - \operatorname{cov}(H, F) \operatorname{cov}[F_{cp}(\Delta r), H]}{D(H) D[F_{cp}(\Delta r)] - \operatorname{cov}^2[H, F_{cp}(\Delta r)]}. \quad (\text{III.68})$$

Коэффициенты изотропной трансформанты второго порядка находим по формулам

$$c_0 = \frac{Q}{1-a_1-a_2}; \quad c_1 = \frac{-Q}{1-a_1-a_2} a_1; \quad c_2 = \frac{-Q}{1-a_1-a_2} a_2. \quad (\text{III.69})$$

Здесь a_1 и a_2 удовлетворяют уравнениям

$$a_1 \{D(H) D[F_{cp}(\Delta r)] - \operatorname{cov}^2[H, F_{cp}(\Delta r)]\} + a_2 \{D(H) \operatorname{cov}(F_{cp}(2 \Delta r), F_{cp}(\Delta r)) - \operatorname{cov}[H, F_{cp}(2 \Delta r)] \operatorname{cov}[F_{cp}(\Delta r), H]\} = \{D(H) \operatorname{cov}[F, F_{cp}(\Delta r)] - \operatorname{cov}(H, F) \operatorname{cov}[F_{cp}(\Delta r), H]\}. \quad (\text{III.70})$$

$$a_1 \{D(H) \operatorname{cov}[F_{cp}(\Delta r), F_{cp}(2 \Delta r)] - \operatorname{cov}[H, F_{cp}(\Delta r)] \operatorname{cov}[F_{cp}(2 \Delta r), H]\} + a_2 \{D(H) D[F_{cp}(2 \Delta r)] - \operatorname{cov}^2[H, F_{cp}(2 \Delta r)]\} = \{D(H) \operatorname{cov}[F, F_{cp}(2 \Delta r)] - \operatorname{cov}(H, F) \operatorname{cov}[F_{cp}(2 \Delta r), H]\}$$

и т. п. для любого порядка n .

Прогнозные корреляционные трансформанты

Скалярное произведение произвольных функций φ и ψ (II.75) при анализе двумерных связей между параметрами H и F записывается так:

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \operatorname{cov}(F, F) & \operatorname{cov}(F, \varphi) \\ \operatorname{cov}(\psi, F) & \operatorname{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{III.71})$$

A^{II} — профильный вариант

A_1^{II} — асимметричная трансформанта. Как и в случае простой асимметричной трансформанты, в качестве функций φ и ψ следует рассматривать базисные функции $F(x + p \Delta x)$ и $F(x + q \Delta x)$. Тогда скалярное произведение (III.71) принимает вид

$$(F(x + p \Delta x), F(x + q \Delta x)) = \begin{vmatrix} \text{cov}[F(x), F(x)] & \text{cov}[F(x), F(x + p \Delta x)] \\ \text{cov}[F(x + q \Delta x), F(x)] & \text{cov}[F(x + q \Delta x), F(x + p \Delta x)] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.72})$$

Если использовать полученное выражение для скалярного произведения, то систему уравнений (III.13) для отыскания вспомогательных коэффициентов α_p прогнозного трансформационного многочлена n -го порядка можно записать

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}} \alpha_p \{ \text{cov}[F(x), F(x)] \text{cov}[F(x + q \Delta x), F(x + p \Delta x)] - \\ - \text{cov}[F(x), F(x + p \Delta x)] \text{cov}[F(x + q \Delta x), F(x)] \} = \\ = \text{cov}[F(x), F(x)] \text{cov}[F(x + q \Delta x), H(x)] - \\ - \text{cov}[F(x), H(x)] \text{cov}[F(x + q \Delta x), P(x)]; \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

$q = \pm 1, \mp 2, \dots, \pm n.$

После вычисления вспомогательной функции

$$\tilde{H}(x) = H(x) - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q F(x + q \Delta x) \quad (\text{III.74})$$

коэффициенты a_{np} в выражении (III.11) для прогнозной остаточной составляющей можно определить по формуле, вытекающей из соотношения (III.12)

$$a_{np} = - \frac{\alpha_p \text{cov}[F(x), F(x)]}{\text{cov}[\tilde{H}(x), F(x)]}; \quad p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \quad (\text{III.75})$$

Коэффициенты c_{np} асимметричной прогнозной трансформанты

$$\tilde{F}_{np}(x) = \sum_{p=-n}^n c_{np} F(x + p \Delta x)$$

согласно формуле (III.15) находятся из соотношений

$$\begin{aligned} c_{np} &= \frac{Q \text{cov}[\tilde{H}(x), F(x)]}{\text{cov}[F(x), F(x)] \left\{ \frac{\text{cov}[\tilde{H}(x), F(x)]}{\text{cov}[F(x), F(x)]} + \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q \right\}}; \\ c_{np} &= \frac{Q \alpha_p}{\frac{\text{cov}[\tilde{H}(x), F(x)]}{\text{cov}[F(x), F(x)]} + \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q}. \end{aligned}$$

В стационарном и эргодическом случае все эти выражения существенно упрощаются. Скалярное произведение

$$\begin{aligned} & (F(x+p\Delta x), F(x+q\Delta x)) = \\ & = \begin{vmatrix} K_F(0) & K_F(p\Delta x) \\ K_F(q\Delta x) & K_F[(p-q)\Delta x] \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

Система уравнений (III.73) принимает вид

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{p=-n \\ p \neq 0}}^n \alpha_p \{K_F(0)K_F[(p-q)\Delta x] - K_F(p\Delta x)K_F(q\Delta x)\} = \\ & = K_F(0)K_{HF}(q\Delta x) - K_{HF}(0)K_F(q\Delta x), \quad q = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n. \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

В частности, для прогнозной корреляционной трансформанты первого порядка $\tilde{F}_{\text{пр}1}(x) = c_{\text{пр}(-1)}F(x-\Delta x) + c_{\text{пр}0}F(x) + c_{\text{пр}1}F(x+\Delta x)$ имеем

$$\begin{aligned} & \alpha_{-1} [K_F^2(0) - K_F^2(\Delta x)] + \alpha_1 [K_F(0)K_F(2\Delta x) - K_F^2(\Delta x)] = \\ & = K_F(0)K_{HF}(-\Delta x) - K_{HF}(0)K_F(-\Delta x); \\ & \alpha_{-1} [K_F(0)K_F(-2\Delta x) - K_F^2(\Delta x)] + \alpha_1 [K_F^2(0) - K_F^2(\Delta x)] = \\ & = K_F(0)K_{HF}(\Delta x) - K_{HF}(0)K_F(\Delta x). \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

Вспомогательная функция $\tilde{H}(x)$ определяется из выражения

$$\tilde{H}(x) = H(x) - \alpha_{-1}F(x-\Delta x) - \alpha_1F(x+\Delta x), \quad (\text{III.79})$$

после чего может быть найдена взаимно корреляционная функция $K_{\tilde{H}F}(0)$. Коэффициенты прогнозной корреляционной трансформанты вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} c_{\text{пр}0} &= \frac{QK_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0) \left[\frac{K_{\tilde{H}F}}{K_F(0)} + \alpha_{-1} + \alpha_1 \right]}; \\ c_{\text{пр}(\pm 1)} &= \frac{Q\alpha_{\pm 1}}{\frac{K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0)} + \alpha_{-1} + \alpha_1}. \end{aligned} \quad (\text{III.80})$$

A_2^{II} — четная трансформанта. Скалярное произведение базисных функций $[F(x+p\Delta x) + F(x-p\Delta x)]$ и $[F(x+q\Delta x) + F(x-q\Delta x)]$ вычисляется по формуле, аналогичной выражению (III.72), которую при выполнении гипотезы стационарности и

эргодичности с учетом свойств корреляционных функций можно записать так:

$$\begin{aligned} & (F(x+p\Delta x) + F(x-p\Delta x), F(x+q\Delta x) + F(x-q\Delta x)) = \\ & = \begin{vmatrix} K_F(0) & 2K_F(p\Delta x) \\ 2K_F(q\Delta x) & 2K_F[(p-q)\Delta x] + 2K_F[(p+q)\Delta x] \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{III.81})$$

Тогда система уравнений (III.31) для отыскания вспомогательных коэффициентов α_p^+ трансформационного многочлена принимает вид

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^n \alpha_p^+ \{2K_F(0) [K_F[(p-q)\Delta x] + K_F[(p+q)\Delta x]] - \\ & - 4K_F(p\Delta x) K_F(q\Delta x)\} = K_F(0) [K_{HF}(q\Delta x) + K_{HF}(-q\Delta x)] - \\ & - 2K_{HF}(0) K_F(q\Delta x); \quad q = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{III.82})$$

Коэффициенты a_{np} трансформационного многочлена вычисляются при помощи вспомогательной функции

$$\tilde{H}(x) = H(x) - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q^+ F(x+q\Delta x), \quad (\text{III.83})$$

где $\alpha_q^+ = \alpha_{-q}^+$ по формуле (III.12), которая записывается в виде

$$\alpha_{np}^+ = -\frac{\alpha_p^+ K_F(0)}{K_{\tilde{H}F}(0)}; \quad p = \pm 1, 2, \dots, \pm n. \quad (\text{III.84})$$

Коэффициенты c_{np}^+ четной прогнозной трансформанты

$$\tilde{F}_{np}(x) = \sum_{p=-n}^n c_{np}^+ F(x+p\Delta x) \quad (\text{III.85})$$

согласно выражению (III.30) определяются из соотношений

$$\begin{aligned} c_{np}^+ &= \frac{Q \frac{K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0)}}{\frac{K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0)} + 2 \sum_{q=1}^n \alpha_q^+}; \\ c_{np}^+ &= c_{np(-p)}^+ = \frac{Q \alpha_p^+}{\frac{K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0)} + 2 \sum_{q=1}^n \alpha_q^+}; \quad p = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{III.86})$$

В частности, для четной прогнозной трансформанты первого порядка

$$\tilde{F}_{\text{пр } 1}(x) = c_{\text{пр } (-1)}^+ F(x - \Delta x) + c_{\text{пр } 0}^+ F(x) + c_{\text{пр } 1}^+ F(x + \Delta x) \quad (\text{III.87})$$

система уравнений (III.82) записывается в явном виде

$$\alpha_{-1}^+ = \alpha_1^+ = \frac{K_F(0) [K_{HF}(\Delta x) + K_{HF}(-\Delta x)] - 2K_{HF}(0) K_F(\Delta x)}{2K_F(0) [K_F(0) + K_F(2\Delta x)] - 4K_F^2(\Delta x)}. \quad (\text{III.88})$$

Вспомогательная функция $\tilde{H}(x)$ определяется из выражения

$$\tilde{H}(x) = H(x) - \alpha_{-1}^+ F(x - \Delta x) - \alpha_1^+ F(x + \Delta x). \quad (\text{III.89})$$

После вычисления взаимной корреляционной функции $K_{\tilde{H}F}(0)$ коэффициенты четной прогнозной трансформанты (III.87) находятся по формулам

$$c_{\text{пр } 0}^+ = \frac{Q K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0) \left[\frac{K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0)} + 2\alpha_1^+ \right]};$$

$$c_{\text{пр } 1} = c_{\text{пр } (-1)} = \frac{Q\alpha_1^+}{\frac{K_{\tilde{H}F}(0)}{K_F(0)} + 2\alpha_1^+}. \quad (\text{III.90})$$

A_3^{II} — квазинечетная трансформанта. После подстановки в выражение (III.71) в качестве базисных функций $F(x + p\Delta x) - F(x - p\Delta x)$ и $F(x + q\Delta x) - F(x - q\Delta x)$ получим соответствующее скалярное произведение для вычисления квазинечетных трансформант. Как и в ситуациях, описанных выше, расчеты существенно упрощаются при анализе стационарных и эргодических случайных функций. Действительно, в этом случае

$$(F(x + p\Delta x) - F(x - p\Delta x), F(x + q\Delta x) - F(x - q\Delta x)) =$$

$$= \begin{vmatrix} K_F(0) & 0 \\ 0 & 2K_F[(p-q)\Delta x] - 2K_F[(p+q)\Delta x] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.91})$$

Система уравнений (III.37) записывается так:

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p^- \cdot 2K_F(0) \{K_F[(p-q)\Delta x] - K_F[(p+q)\Delta x]\} =$$

$$= K_F(0) [K_{HF}(q\Delta x) - K_{HF}(-q\Delta x)]; \quad q = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.92})$$

Вспомогательная функция $\tilde{H}(x)$ определяется по формуле

$$\tilde{H}(x) = H(x) - \sum_{\substack{q=-n \\ q \neq 0}}^n \alpha_q^- F(x + q \Delta x), \quad (\text{III.93})$$

в которой $\alpha_q^- = -\alpha_{-q}^-$. Коэффициенты $a_{\text{пр } p}^-$ трансформационного многочлена находятся из равенства

$$a_{\text{пр } p}^- = -\frac{\alpha_p^- K_F(0)}{K_{\tilde{H}F}(0)}; \quad p = \pm 1, \dots, \pm n. \quad (\text{III.94})$$

Коэффициенты $c_{\text{пр } p}^-$ квазинечетной трансформанты

$$\tilde{F}_{\text{пр } n}^-(x) = \sum_{p=-n}^n c_{\text{пр } p}^- F(x + p \Delta x) \quad (\text{III.95})$$

определяются из соотношений (III.36)

$$\begin{aligned} c_{\text{пр } 0}^- &= Q; \\ c_{\text{пр } p}^- &= -c_{\text{пр } (-p)}^- = \frac{Q K_F(0)}{K_{\tilde{H}F}(0)} \alpha_p^- \quad p = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{III.96})$$

Для квазинечетной трансформанты первого порядка система уравнений (III.92) записывается в явном виде относительно неизвестного коэффициента α_1^-

$$\alpha_1^- = -\alpha_{-1}^- = \frac{K_{HF}(\Delta x) - K_{HF}(-\Delta x)}{2 [K_F(0) - K_F(2 \Delta x)]}. \quad (\text{III.97})$$

Вспомогательная функция $\tilde{H}(x)$ вычисляется по формуле

$$\tilde{H}(x) = H(x) - \alpha_{-1}^- F(x - \Delta x) - \alpha_1^- F(x + \Delta x). \quad (\text{III.98})$$

Выражения для нахождения коэффициентов $c_{\text{пр } p}^-$ трансформанты (III.95) принимают вид

$$\begin{aligned} c_{\text{пр } 0}^- &= Q; \\ c_{\text{пр } 1}^- &= -c_{\text{пр } (-1)}^- = \frac{Q K_F(0)}{K_{\tilde{H}F}(0)} \alpha_1^-. \end{aligned}$$

B^{II} — площадной вариант

B_1^{II} — анизотропная трансформанта. В случае задания базисных функций на площади исследований скалярное произведение функций $F(x + p \Delta x, y + s \Delta y)$ и $F(x + q \Delta x, y + t \Delta y)$ для

анизотропной прогнозной трансформанты записывается аналогично выражению (III.62) в виде

$$(F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), F(x+q\Delta x, y+t\Delta y)) = \begin{vmatrix} \text{cov}[F(x, y), F(x, y)] & \text{cov}[F(x, y), F(x+p\Delta x, y+s\Delta y)] \\ \text{cov}[F(x+q\Delta x, y+t\Delta y), F(x, y)] & \text{cov}[F(x+q\Delta x, y+t\Delta y), F(x+p\Delta x, y+s\Delta y)] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.99})$$

Для стационарных и эргодических случайных функций формула (III.99) упрощается таким образом:

$$(F(x+p\Delta x, y+s\Delta y), F(x+q\Delta x, y+t\Delta y)) = \begin{vmatrix} K_F(0, 0) & K_F(p\Delta x, s\Delta y) \\ K_F(q\Delta x, t\Delta y) & K_F[(p-q)\Delta x, (s-t)\Delta y] \end{vmatrix}. \quad (\text{III.100})$$

С учетом выражения (III.100) система уравнений (III.25) для отыскания вспомогательных коэффициентов α_{ps} принимает вид

$$\sum_{\substack{p, s=-n \\ |p|+|s|>0}}^n \alpha_{ps} \{K_F(0, 0) K_F[(p-q)\Delta x, (s-t)\Delta y] - K_F(q\Delta x, t\Delta y) K_F(p\Delta x, s\Delta y)\} = K_F(0, 0) K_{HF}(q\Delta x, t\Delta y) - K_F(q\Delta x, t\Delta y) K_{HF}(0, 0); \quad q, t = 0, \pm 1, \dots, \pm n; \quad |q|+|t|>0. \quad (\text{III.101})$$

Вспомогательная функция $\tilde{H}(x, y)$ вычисляется по формуле

$$\tilde{H}(x, y) = H(x, y) - \sum_{\substack{q, t=-n \\ |q|+|t|>0}}^n \alpha_{qt} F(x+q\Delta x, y+t\Delta y). \quad (\text{III.102})$$

Коэффициенты $a_{np\ ps}$ прогнозного трансформационного многочлена могут быть найдены из выражения

$$a_{np\ ps} = \frac{\alpha_{ps} K_F(0, 0)}{K_{\tilde{H}F}(0, 0)}; \quad p, s = 0, \pm 1, \dots, \pm n; \quad |p|+|s|>0. \quad (\text{III.103})$$

Коэффициенты $c_{np\ ps}$ прогнозной корреляционной трансформанты (III.23) определяются из соотношений

$$c_{np\ 00} = \frac{Q K_{\tilde{H}F}(0, 0)}{K_F(0, 0) \left[\frac{K_{\tilde{H}F}(0, 0)}{K_F(0, 0)} + \sum_{\substack{q, t=-n \\ |q|+|t|>0}}^n \alpha_{qt} \right]};$$

$$c_{np\ ps} = \frac{Q \alpha_{ps}}{\frac{K_{\tilde{H}F}(0, 0)}{K_F(0, 0)} + \sum_{\substack{q, t=-n \\ |q|+|t|>0}}^n \alpha_{qt}}; \quad p, s = 0, \pm 1, \dots, \pm n; \quad |p|+|s|>0. \quad (\text{III.104})$$

B_2^{II} — изотропная трансформанта. Скалярное произведение базисных функций $F_{\text{cp}}(\bar{r}, p \Delta r)$ и $F_{\text{cp}}(\bar{r}, q \Delta r)$ согласно формуле (III.71) имеет вид

$$(F_{\text{cp}}(\bar{r}, p \Delta r), F_{\text{cp}}(\bar{r}, q \Delta r)) = \begin{vmatrix} \text{cov}[F(\bar{r}), F(\bar{r})] & \text{cov}[F(\bar{r}), F_{\text{cp}}(\bar{r}, p \Delta r)] \\ \text{cov}[F_{\text{cp}}(\bar{r}, q \Delta r), F(\bar{r})] & \text{cov}[F_{\text{cp}}(\bar{r}, q \Delta r), F_{\text{cp}}(\bar{r}, p \Delta r)] \end{vmatrix} \quad (\text{III.105})$$

Тогда система уравнений (III.46) записывается в виде:

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^n \alpha_p \{ \text{cov}(F, F) \text{cov}[F_{\text{cp}}(q \Delta r), F_{\text{cp}}(p \Delta r)] - \\ & \quad - \text{cov}[F_{\text{cp}}(q \Delta r), F] \text{cov}[F, F_{\text{cp}}(p \Delta r)] \} = \\ & = \text{cov}(F, F) \text{cov}[F_{\text{cp}}(q \Delta r), H] - \text{cov}(F, H) \text{cov}[F_{\text{cp}}(q \Delta r), F]; \\ & \quad q = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (\text{III.106})$$

где аргумент \bar{r} у всех функций F_{cp} для сокращения записи опущен. Вспомогательная функция $\tilde{H}(\bar{r})$ определяется по формуле

$$\tilde{H}(\bar{r}) = H(\bar{r}) - \sum_{q=1}^n \alpha_q F_{\text{cp}}(\bar{r}, q \Delta r). \quad (\text{III.107})$$

Вычисление коэффициентов $a_{\text{np } p}$ прогнозного трансформационного многочлена производится по формуле

$$a_{\text{np } p} = - \frac{\alpha_p \text{cov}(F, F)}{\text{cov}(\tilde{H}, F)}, \quad (\text{III.108})$$

а коэффициенты $c_{\text{np } p}$ изотропной корреляционной трансформанты (III.44) находятся из выражений (III.45)

$$c_{\text{np } 0} = \frac{Q \text{cov}(\tilde{H}, F)}{\text{cov}(F, F) \left[\frac{\text{cov}(\tilde{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \sum_{q=1}^n \alpha_q \right]}; \quad (\text{III.109})$$

$$c_{\text{np } p} = \frac{Q \alpha_p}{\frac{\text{cov}(\tilde{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \sum_{q=1}^n \alpha_q}; \quad p = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{III.109})$$

При расчете изотропной корреляционной трансформанты первого порядка $\tilde{F}_{\text{np } 1}(\bar{r})$ система уравнений (III.106) записывается в явном виде относительно неизвестного коэффициента α_1

$$\alpha_1 = \frac{D(F) \text{cov}[F_{\text{cp}}(\Delta r), H] - \text{cov}(F, H) \text{cov}[F_{\text{cp}}(\Delta r), F]}{D(F) D[F_{\text{cp}}(\Delta r)] - \text{cov}^2[F_{\text{cp}}(\Delta r), F]}. \quad (\text{III.110})$$

Остальные формулы принимают следующий вид:

$$\bar{H}(\bar{r}) = H(\bar{r}) - \alpha_1 F_{cp}(\bar{r}, \Delta r), \quad (\text{III.111})$$

$$a_{np1} = - \frac{\alpha_1 \text{cov}(F, F)}{\text{cov}(\bar{H}, F)} \quad (\text{III.112})$$

$$c_{np0} = \frac{Q \text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F) \left[\frac{\text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \alpha_1 \right]}; \quad (\text{III.113})$$

$$c_{np1} = \frac{Q\alpha_1}{\frac{\text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \alpha_1}.$$

Корреляционная же трансформанта определяется соотношением

$$\bar{F}_{np1}(\bar{r}) = c_{np0} F(\bar{r}) + c_{np1} F_{cp}(r, \Delta r). \quad (\text{III.114})$$

При вычислении изотропной корреляционной трансформанты второго порядка $\bar{F}_{np2}(\bar{r})$ система уравнений (III.106) записывается так:

$$\begin{aligned} & \alpha_1 \{D(F) D[F_{cp}(\Delta r)] - \text{cov}^2[F_{cp}(\Delta r), F]\} + \\ & + \alpha_2 \{D(F) \text{cov}[F_{cp}(\Delta r), F_{cp}(2\Delta r)] - \\ & - \text{cov}[F_{cp}(\Delta r), F] \text{cov}[F, F_{cp}(2\Delta r)]\} = \\ & = D(F) \text{cov}[F_{cp}(\Delta r), H] - \text{cov}(F, H) \text{cov}[F_{cp}(\Delta r), F]; \\ & \alpha_1 \{D(F) \text{cov}[F_{cp}(2\Delta r), F_{cp}(\Delta r)] - \text{cov}[F_{cp}(2\Delta r), F] \times \\ & \times \text{cov}[F, F_{cp}(\Delta r)]\} + \alpha_2 \{D(F) D[F_{cp}(2\Delta r)] - \text{cov}^2[F_{cp}(2\Delta r), F]\} = \\ & = D(F) \text{cov}[F_{cp}(2\Delta r), H] - \text{cov}(F, H) \text{cov}[F_{cp}(2\Delta r), F]. \end{aligned} \quad (\text{III.115})$$

{ Остальные формулы для рассматриваемого случая принимают следующий вид:

$$\bar{H}(\bar{r}) = H(\bar{r}) - \alpha_1 F_{cp}(\bar{r}, \Delta r) - \alpha_2 F_{cp}(\bar{r}, 2\Delta r); \quad (\text{III.116})$$

$$a_{np1} = - \frac{\alpha_1 \text{cov}(F, F)}{\text{cov}(\bar{H}, F)}; \quad a_{np2} = - \frac{\alpha_2 \text{cov}(F, F)}{\text{cov}(\bar{H}, F)}; \quad (\text{III.117})$$

$$\left. \begin{aligned} c_{np0} &= \frac{Q \text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F) \left[\frac{\text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \alpha_1 + \alpha_2 \right]}; \\ c_{np1} &= \frac{Q\alpha_1}{\frac{\text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \alpha_1 + \alpha_2}; \\ c_{np2} &= \frac{Q\alpha_2}{\frac{\text{cov}(\bar{H}, F)}{\text{cov}(F, F)} + \alpha_1 + \alpha_2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.118})$$

Корреляционная трансформанта определяется выражением

$$\bar{F}_{\text{пр } 2}(\bar{r}) = c_{\text{пр } 0} F(\bar{r}) + c_{\text{пр } 1} F_{\text{ср}}(\bar{r}, \Delta r) + c_{\text{пр } 2} F_{\text{ср}}(\bar{r}, 2 \Delta r). \quad (\text{III.119})$$

В заключение отметим, что переход при расчетах корреляционных трансформант от строгих формул для скалярных произведений (III.48), (III.62), (III.72), (III.99) к упрощенным формулам (III.49), (III.63), (III.76) и (III.100), полученным в предположении стационарности и эргодичности геолого-геофизических полей, требует проведения предварительного статистического анализа исследуемых величин, подтверждающего выполнение указанных гипотез.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ АНОМАЛИЙ

1. Понятие геофизического фона

Как было показано в главе I, во многих геологических ситуациях составляющая геофизического поля, обусловленная влиянием геофизических факторов — помех, хорошо описывается полиномом некоторой степени от координат точек наблюдения. В этом случае для преобразования поля корреляционным методом естественно задать базисную систему в виде степенных функций от координат точек наблюдения. Указанный подход по существу близок к методам тренд-анализа поля. Однако он выгодно отличается от последних тем, что коэффициенты полинома, описывающего влияние мешающих факторов, находятся с привлечением априорной информации об изучаемой геологической структуре. Такой путь задания системы базисных функций приводит к корреляционному методу разделения геофизических аномалий [45, 46], суть которого заключается в следующем. Пусть вдоль профиля наблюдений известны глубины залегания некоторой геологической границы $H(x)$ (x — координаты точек на профиле), величины аномального геофизического поля $F(x)$ и дополнительные геолого-геофизические параметры $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$. Определим систему базисных функций

$$f_p = x^p; \quad p = 1, 2, \dots, n.$$

Тогда трансформационный многочлен запишется в виде

$$L_n = \sum_{p=1}^n a_p x^p. \quad (\text{IV.1})$$

Этот трансформационный многочлен в дальнейшем будем называть геофизическим фоном и обозначать $F_{\phi n}$.

$$F_{\phi n} = \sum_{p=1}^n a_p x^p; \quad (\text{IV.2})$$

где \bar{n} — порядок геофизического фона (в рассматриваемом случае порядок фона совпадает с размерностью трансформационного многочлена).

При этом остаточная составляющая n -го порядка вычисляется по формуле

$$F_{\text{ост } n} = F - F_{\phi n}. \quad (\text{IV.3})$$

Коэффициенты геофизического фона определяются из условия минимума ошибки приближения остаточной составляющей $F_{ост n}$ по H

$$\begin{aligned} \varepsilon^2(F_{ост n} | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, H) = \\ = D(F_{ост n}) [1 - R^2(F_{ост n} | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, H)]. \end{aligned} \quad (IV.4)$$

Согласно общей теории, изложенной в главе II, коэффициенты геофизического фона удовлетворяют системе уравнений

$$\sum_{p=1}^n a_p(x^p, x^q) = (F, x^q), \quad (IV.5)$$

где скалярное произведение определяется по формуле (II.50). Определитель Грама системы (IV.5)

$$G(x, x^2, \dots, x^n) = \begin{vmatrix} (x, x) & (x^2, x) & \dots & (x^n, x) \\ (x, x^2) & (x^2, x^2) & \dots & (x^n, x^2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (x, x^n) & (x^2, x^n) & \dots & (x^n, x^n) \end{vmatrix} \quad (IV.6)$$

отличен от нуля, если функции x, x^2, \dots, x^n совместно с величинами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, H$ образуют линейно-независимую систему. Таким образом, при условии, что дополнительные геолого геофизические параметры $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$ и H не выражаются полиномами степенью ниже или равной n , система уравнений (IV.5) совместна и имеет единственное решение.

Все указанное выше может быть применено не только к одному профилю, но к системе профилей, расположенных на заданной площади. В этом случае $F_{\phi n}$ следует искать в виде полиномов от двух переменных x и y (координаты точек наблюдения). Тогда выражение, описывающее геофизический фон, можно представить в виде

$$\begin{aligned} F_{\phi(n=A+B)} = \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B}} a_{ps} x^p y^s = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + \\ + a_{11}xy + \dots + a_{A0}x^A + \dots + a_{0B}y^B + a_{AB}x^A y^B, \end{aligned} \quad (IV.7)$$

где A, B — максимальные степени x и y , входящие в фоновый многочлен, a_{ps} — коэффициенты фонового многочлена.

Заметим, что под порядком геофизического фона в рассматриваемом случае будем понимать максимальную степень слагающих его одночленов.

Для нахождения коэффициентов a_{ps} применима методика, описанная выше для определения коэффициентов a_p геофизических

фонов в профильном варианте. При этом уравнениям (IV.5) для нахождения величин a_p соответствует следующая система:

$$\sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} a_{ps} (x^p y^s, x^q y^t) = (F, x^q y^t); \quad q = 0, 1, \dots, A; \\ t = 0, 1, \dots, B; \quad q + t > 0. \quad (IV.8)$$

Заметим, что коэффициент a_{00} (свободный член) не ищется, что следует из существа корреляционного метода, который позволяет определить геофизический фон только с точностью до произвольного постоянного слагаемого (так как добавление любой константы к $F_{\text{ф.л}}$ не меняет ошибки приближения).

2. Прогнозный геофизический фон

Прогнозный геофизический фон $F_{\text{пр. ф.л}}$ для профильного варианта также задается в виде полинома от координат точек наблюдения

$$F_{\text{пр. ф.л}} = \sum_{p=1}^n a_{\text{пр } p} x^p. \quad (IV.9)$$

При этом коэффициенты $a_{\text{пр } p}$ определяются из условия минимума ошибки приближения глубины H залегания геологической границы по остаточной составляющей геофизического поля в совокупности с дополнительными геолого-геофизическими параметрами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$

$$\varepsilon^2(H | \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F_{\text{пр. ост } n}) = \min. \quad (IV.10)$$

Согласно теории, изложенной в главе II, условие (IV.10) приводит к следующей системе уравнений относительно коэффициентов $a_{\text{пр } p}$:

$$a_{\text{пр } p} = -\frac{\alpha_p}{\beta_{k-1}}; \quad (IV.11)$$

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p (x^p, x^q) = (H, x^q); \quad q = 1, 2, \dots, n, \quad (IV.12)$$

где скалярное произведение вычисляется по формуле (II.75), а величина β_{k-1} определяется из соотношения (II.76).

Определитель системы уравнений (IV.12) отличен от нуля, если функции x, x^2, \dots, x^n образуют линейно-независимую систему в совокупности с величинами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F$. Таким образом, если дополнительные геолого-геофизические параметры $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$ и геофизическое поле F не могут быть описаны полиномом степенью меньше или равной n , система уравнений (IV.12) совместна и имеет единственное решение.

Техника нахождения прогнозных геофизических фонов, описанная выше, аналогична тому, как было показано для фоновых многочленов, может быть обобщена на случай задания полей по некоторой

площади. При этом системе уравнений (IV.12) соответствует следующая система:

$$\sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} \alpha_{ps} (x^p y^s, x^q y^t) = (H, x^q y^t); \quad q = 0, 1, \dots, A; \\ t = 0, 1, \dots, B; \quad q + t > 0. \quad (\text{IV.13})$$

Здесь x, y — координаты точек наблюдения на площади. Аналогом формулы (IV.11) является следующая:

$$a_{\text{пр } ps} = -\frac{\alpha_{ps}}{\beta_{k-1}}; \quad p = 0, 1, \dots, A; \quad s = 0, 1, \dots, B; \quad p + s > 0. \quad (\text{IV.14})$$

Тогда прогнозный геофизический фон

$$F_{\text{пр. ф } (n=A+B)} = \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} a_{\text{пр } ps} x^p y^s. \quad (\text{IV.15})$$

Из дальнейшего анализа и результатов опробования будет видно, что обычный гравитационный фон и прогнозный близки друг к другу при достаточно высоком значении коэффициента корреляции между выделяемой остаточной составляющей поля $F_{\text{ост}}$ и характеристикой H . Выбор того или иного гравитационного фона в каждом конкретном случае зависит от существа решаемой геологической задачи. Этот вопрос подробно будет рассмотрен ниже.

3. Расчетные формулы для нахождения коэффициентов геофизических фонов

Двумерные связи

Конкретизируем построенную теорию на примере выделения геофизического фона $F_{\text{фн}}$ и прогнозного фона $F_{\text{пр. фн}}$ в случае анализа двумерной связи $F_{\text{ост } n}$ и H .

1. Выпишем основные формулы для вычисления фонового члена согласно первому подходу. Скалярное произведение величин φ и ψ в этом случае запишется так:

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, H) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{IV.16})$$

При разделении поля, заданного вдоль профиля, система уравнений (IV.5) примет вид

$$\sum_{p=1}^n a_p [D(H) \text{cov}(x^p, x^q) - \text{cov}(x^p, H) \text{cov}(x^q, H)] = \\ = D(H) \text{cov}(F, x^q) - \text{cov}(H, x^q) \text{cov}(F, H); \quad q = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{IV.17})$$

В частности, если определяем геофизический фон первого порядка $F_{\phi 1} = a_1 x$, то

$$a_1 = \frac{D(H) \operatorname{cov}(F, x) - \operatorname{cov}(H, x) \operatorname{cov}(F, H)}{D(H) D(x) - \operatorname{cov}^2(H, x)}. \quad (\text{IV.18})$$

Коэффициенты геофизического фона второго порядка $F_{\phi 2} = a_1 x + a_2 x^2$ находим из системы:

$$\begin{aligned} a_1 [D(H) D(x) - \operatorname{cov}^2(H, x)] + a_2 [D(H) \operatorname{cov}(x^2, x) - \\ - \operatorname{cov}(H, x) \operatorname{cov}(x^2, H)] &= D(H) \operatorname{cov}(F, x) - \operatorname{cov}(H, x) \operatorname{cov}(F, H); \\ a_1 [D(H) \operatorname{cov}(x, x^2) - \operatorname{cov}(H, x) \operatorname{cov}(x^2, H)] + a_2 [D(H) D(x^2) - \\ - \operatorname{cov}^2(H, x^2)] &= D(H) \operatorname{cov}(F, x^2) - \operatorname{cov}(H, x^2) \operatorname{cov}(F, H) \end{aligned}$$

и т. п. для любого n .

2. При разделении поля, заданного на некоторой площади, точки наблюдения необходимо характеризовать координатами x и y (в произвольно выбранной системе координат).

В двумерном случае система уравнений (IV.8) с учетом соотношения (IV.6) принимает вид

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} a_{ps} [D(H) \operatorname{cov}(x^p y^s, x^q y^t) - \operatorname{cov}(x^p y^s, H) \operatorname{cov}(x^q y^t, H)] = \\ = D(H) \operatorname{cov}(F, x^q y^t) - \operatorname{cov}(H, x^q y^t) \operatorname{cov}(F, H); \quad q = 0, 1, \dots, A; \\ t = 0, 1, \dots, B; \quad q + t > 0. \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

В частности, коэффициенты a_{10} и a_{01} линейного геофизического фона находятся из уравнений

$$\begin{aligned} a_{10} [D(H) D(x) - \operatorname{cov}^2(H, x)] + a_{01} [D(H) \operatorname{cov}(x, y) - \operatorname{cov}(H, y) \times \\ \times \operatorname{cov}(x, H)] &= D(H) \operatorname{cov}(F, x) - \operatorname{cov}(H, x) \operatorname{cov}(F, H); \\ a_{10} [D(H) \operatorname{cov}(x, y) - \operatorname{cov}(H, x) \operatorname{cov}(y, H)] + a_{01} [D(H) D(y) - \\ - \operatorname{cov}^2(H, y)] &= D(H) \operatorname{cov}(F, y) - \operatorname{cov}(H, y) \operatorname{cov}(F, H), \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$

что позволяет определить геофизический фон первого порядка $F_{\phi 1} = a_{10} x + a_{01} y$.

3. Выпишем основные формулы для нахождения прогнозного фонового многочлена из условия максимума коэффициента корреляции между $F_{\text{пр.ост } n}$ и H . Скалярное произведение двух величин в этом случае согласно выражению (II.75) примет вид

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \operatorname{cov}(F, F) & \operatorname{cov}(F, \varphi) \\ \operatorname{cov}(\psi, F) & \operatorname{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{IV.21})$$

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p [D(F) \operatorname{cov}(x^q, x^p) - \operatorname{cov}(x^q, F) \operatorname{cov}(F, x^p)] = \\ = D(F) \operatorname{cov}(x^q, H) - \operatorname{cov}(x^q, F) \operatorname{cov}(F, H); \quad q = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{IV.22})$$

Соответственно равенство (IV.11) примет вид

$$a_{np} = - \frac{\alpha_p}{\frac{1}{D(F)} \operatorname{cov}\left(F, H - \sum_{p=1}^n \alpha_p x^p\right)}. \quad (\text{IV.23})$$

Следовательно, прогнозный геофизический фон

$$F_{\text{пр. фон}} = \sum_{p=1}^n a_{np} x^p.$$

В частности, если находим прогнозный геофизический фон первого порядка $F_{\text{пр. ф 1}}$, то

$$\alpha_1 = \frac{D(F) \operatorname{cov}(x, H) - \operatorname{cov}(x, F) \operatorname{cov}(F, H)}{D(F) D(x) - \operatorname{cov}^2(x, F)}; \quad (\text{IV.24})$$

$$a_{np1} = \frac{\alpha_1 D(F)}{\operatorname{cov}(F, H - \alpha_1 x)} = \frac{\operatorname{cov}(x, H) D(F) - \operatorname{cov}(F, H) \operatorname{cov}(x, F)}{\operatorname{cov}(x, H) \operatorname{cov}(x, F) - D(x) \operatorname{cov}(F, H)}.$$

Аналогично вычисляются коэффициенты прогнозных геофизических фонов второго, третьего и более высоких порядков.

4. Для площадного варианта система (IV.13) принимает вид

$$\sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} \alpha_{ps} [D(F) \operatorname{cov}(x^p y^s, x^q y^t) - \operatorname{cov}(x^q y^t, F) \operatorname{cov}(F, x^p y^s)] = \\ = D(F) \operatorname{cov}(x^q y^t, H) - \operatorname{cov}(x^q y^t, F) \operatorname{cov}(F, H); \quad q = 0, 1, \dots, A; \\ t = 0, 1, \dots, B; \quad q + t > 0. \quad (\text{IV.25})$$

Соответственно равенство (IV.14) запишется так:

$$a_{npqs} = \frac{-\alpha_{ps}}{\frac{1}{D(F)} \operatorname{cov}\left(F, H - \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B}} \alpha_{ps} x^p y^s\right)}. \quad (\text{IV.26})$$

В частности, при выделении линейного прогнозного геофизического фона величины α_{10} и α_{01} определяются из уравнений

$$\begin{aligned} & \alpha_{10} [D(F) D(x) - \text{cov}^2(F, x)] + \\ & + \alpha_{01} [D(F) \text{cov}(x, y) - \text{cov}(F, y) \text{cov}(x, F)] = \\ & = D(F) \text{cov}(H, x) - \text{cov}(F, x) \text{cov}(F, H); \\ & \alpha_{10} [D(F) \text{cov}(x, y) - \text{cov}(F, x) \text{cov}(y, F)] + \\ & + \alpha_{01} [D(F) D(y) - \text{cov}^2(F, y)] = \\ & = D(F) \text{cov}(H, y) - \text{cov}(F, y) \text{cov}(F, H). \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

Коэффициенты же прогнозного фона первого порядка

$$\begin{aligned} a_{\text{пр } 10} &= - \frac{D(F) \alpha_{10}}{\text{cov}(F, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y)}; \\ a_{\text{пр } 01} &= - \frac{D(F) \alpha_{01}}{\text{cov}(F, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y)}. \end{aligned} \quad (\text{IV.28})$$

Окончательное выражение для прогнозного геофизического фона первого порядка имеет следующий вид:

$$F_{\text{пр. ф } 1} = - \frac{(\alpha_{10}x + \alpha_{01}y) D(F)}{\text{cov}(F, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y)}. \quad (\text{IV.29})$$

Трехмерные связи

На практике нередко разделение геофизических полей производится в том случае, когда известны три геолого-геофизических параметра — наблюдаемое геофизическое поле F , глубина залегания исследуемой геологической границы H и третий параметр (обозначим его γ).

1. Основное уравнение для нахождения коэффициентов геофизических фонов согласно первому подходу (в профильном варианте) записывается так:

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^n a_p \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, x^p) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, x^p) \\ \text{cov}(x^q, H) & \text{cov}(x^q, \gamma) & \text{cov}(x^q, x^p) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) \\ \text{cov}(x^q, H) & \text{cov}(x^q, \gamma) & \text{cov}(x^q, F) \end{vmatrix}; \quad q = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (\text{IV.30})$$

В частности, при $n=1$ коэффициент линейного фона $F_{\phi 1} = a_1 x$ принимает вид

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, x) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix}}. \quad (\text{IV.31})$$

2. В площадном варианте система уравнений (IV.8) при анализе трехмерных связей преобразуется к виду

$$\sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} a_{ps} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, x^p y^s) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, x^p y^s) \\ \text{cov}(x^q y^t, H) & \text{cov}(x^q y^t, \gamma) & \text{cov}(x^q y^t, x^p y^s) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) \\ \text{cov}(x^q y^t, H) & \text{cov}(x^q y^t, \gamma) & \text{cov}(x^q y^t, F) \end{vmatrix}. \quad (\text{IV.32})$$

В частности, при выделении линейного геофизического фона коэффициенты a_{10} и a_{01} находятся из следующей системы уравнений:

$$a_{10} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, x) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} +$$

$$+ a_{01} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, y) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, y) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, y) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) \end{vmatrix}; \quad (\text{IV.33})$$

$$a_{10} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, x) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, \gamma) & \text{cov}(y, x) \end{vmatrix} +$$

$$+ a_{01} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, y) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, y) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, \gamma) & \text{cov}(y, y) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \gamma) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(\gamma, H) & \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, \gamma) & \text{cov}(y, F) \end{vmatrix}.$$

Отсюда может быть определен геофизический фон первого порядка

$$F_{\phi 1} = a_{10}x + a_{01}y.$$

3. Приведем расчетные формулы для нахождения коэффициентов прогнозного геофизического фона в профильном варианте. Соотношение (IV.12) принимает вид

$$\sum_{p=1}^n \alpha_p \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, x^p) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p) \\ \text{cov}(x^q, \gamma) & \text{cov}(x^q, F) & \text{cov}(x^q, x^p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, H) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^q, \gamma) & \text{cov}(x^q, F) & \text{cov}(x^q, H) \end{vmatrix}. \quad (\text{IV.34})$$

Соответственно равенство (IV.11) переписывается так:

$$a_{\text{пр } p} = \frac{\alpha_p [D(\gamma) D(F) - \text{cov}^2(\gamma, F)]}{\text{cov}(\gamma, F) \text{cov}\left(\gamma, H - \sum_{p=1}^n \alpha_p x^p\right) - D(\gamma) \text{cov}\left(F, H - \sum_{p=1}^n \alpha_p x^p\right)}. \quad (\text{IV.35})$$

Окончательно имеем:

$$F_{\text{пр. } \phi n} = \sum_{p=1}^n a_{\text{пр } p} x^p.$$

В частности, при $n=1$ коэффициент линейного прогнозного фона $F_{\text{пр. } \phi 1} = a_{\text{пр } 1}x$ принимает вид

$$a_{\text{пр } 1} = \frac{\alpha_1 [D(\gamma) D(F) - \text{cov}^2(\gamma, F)]}{\text{cov}(\gamma, F) \text{cov}(\gamma, H - \alpha_1 x) - D(\gamma) \text{cov}(F, H - \alpha_1 x)}, \quad (\text{IV.36})$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, H) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, H) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, x) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix}}. \quad (\text{IV.37})$$

4. В площадном варианте соотношение (IV.13) для нахождения величин α_{ps} в случае анализа трехмерных связей имеет следующий вид:

$$\sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s > 0}} \alpha_{ps} \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, x^p y^s) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p y^s) \\ \text{cov}(x^q y^t, \gamma) & \text{cov}(x^q y^t, F) & \text{cov}(x^q y^t, x^p y^s) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, H) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^q y^t, \gamma) & \text{cov}(x^q y^t, F) & \text{cov}(x^q y^t, H) \end{vmatrix};$$

$$q=0, 1, \dots, A; \quad t=0, 1, \dots, B; \quad q+t>0. \quad (\text{IV.38})$$

Формула же (IV.14) переписывается так:

$$a_{np \rho s} = \frac{\alpha_{ps} [D(\gamma) D(F) - \text{cov}^2(\gamma, F)]}{\text{cov}(\gamma, F) \text{cov} \left(\gamma, H - \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s>0}} \alpha_{ps} x^p y^s \right) - D(\gamma) \text{cov} \left(F, H - \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s>0}} \alpha_{ps} x^p y^s \right)}. \quad (\text{IV.39})$$

Окончательно получаем:

$$F_{\text{пр. ф. } (n=A+B)} = \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B \\ p+s>0}} a_{np \rho s} x^p y^s.$$

В частности, при выделении линейного прогнозного фона величины α_{10} и α_{01} определяются системой двух линейных уравнений

$$\begin{aligned} & \alpha_{10} \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, x) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} + \\ & + \alpha_{01} \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, y) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, y) \\ \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, y) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, H) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x, \gamma) & \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, H) \end{vmatrix}; \\ & \alpha_{10} \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, x) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(y, \gamma) & \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, x) \end{vmatrix} + \\ & + \alpha_{01} \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, y) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, y) \\ \text{cov}(y, \gamma) & \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, y) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma, \gamma) & \text{cov}(\gamma, F) & \text{cov}(\gamma, H) \\ \text{cov}(F, \gamma) & \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(y, \gamma) & \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, H) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{IV.40})$$

Тогда

$$a_{\text{пр } 10} = -\frac{\alpha_{10}}{\beta_{k-1}}; \quad a_{\text{пр } 01} = -\frac{\alpha_{01}}{\beta_{k-1}}; \quad k = 3; \quad (IV.41)$$

$$\beta_{k-1} = \beta_2 =$$

$$= \frac{D(\gamma) \text{cov}(F, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y) - \text{cov}(\gamma, F) \text{cov}(\gamma, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y)}{D(\gamma) D(F) - \text{cov}^2(\gamma, F)}.$$

Следовательно, выражение для прогнозного геофизического фона первого порядка принимает вид

$$F_{\text{пр. ф } 1} =$$

$$= \frac{[\text{cov}^2(\gamma, F) - D(\gamma) D(F)] (\alpha_{10}x + \alpha_{01}y)}{D(\gamma) \text{cov}(F, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y) - \text{cov}(\gamma, F) \text{cov}(\gamma, H - \alpha_{10}x - \alpha_{01}y)}.$$

Результаты анализа расчетных формул

1. Отметим, что уравнения (IV.34) и (IV.38) получаются из системы (IV.30) и (IV.32) простой заменой H на F и F на H . Следовательно, алгоритмы нахождения геофизических фонов согласно первому и второму подходам однотипны и различаются лишь порядком ввода исходных данных. Отмеченное свойство позволяет создать единую программу для нахождения как обычных геофизических фонов, так и прогнозных.

Кроме того, анализ расчетных формул для двумерного и трехмерного случаев показывает, что выражения (IV.30)–(IV.41) переходят соответственно в формулы (IV.17)–(IV.28), если в качестве параметра γ взяты величины из таблиц случайных чисел. Действительно, ковариации величин, взятых из таблиц случайных чисел, со всеми остальными параметрами практически равны нулю, дисперсия же γ (не равная нулю) стоит либо в числителе и знаменателе, либо в правой и левой частях соответствующих формул одновременно, поэтому ее в формулах (IV.30)–(IV.41) можно сократить. Следовательно, в основу вычислительной схемы корреляционного метода можно положить формулы, выведенные для трехмерного варианта, которые позволяют проводить расчеты, и для двумерного случая при задании вместо третьего параметра величин, взятых из таблиц случайных чисел.

Далее, если в формулах (IV.30)–(IV.33) заменить не только параметр γ , но и параметр H величинами, взятыми из таблиц случайных чисел, то полученные формулы, как видно из выражения (II.43), позволяют найти коэффициенты многочлена

$$L_N = \sum_{p=1}^N a_p x^p$$

из условия минимума

$$D(F - L_N) = \min.$$

Другими словами, по формулам (IV.30)—(IV.33) путем указанной замены можно осуществить тренд-анализ наблюдаемого поля.

Таким образом, вычислительная схема, основанная на формулах (IV.30)—(IV.41), обладает большой гибкостью с точки зрения возможностей ее использования для решения разнообразных задач разделения геофизических полей. Обзор этих формул показывает, что вычисление коэффициентов фоновых составляющих (как обычных, так и прогнозных) сводится к следующим операциям:

а) расчет компонент ковариационных матриц всех исследуемых величин [по формуле (II.7)];

б) вычисление определителей соответствующих ковариационных матриц;

в) составление и решение систем линейных алгебраических уравнений [по формулам (IV.17), (IV.19), (IV.22), (IV.25), (IV.30), (IV.32), (IV.34) и (IV.38)];

г) при вычислении коэффициентов прогнозных фоновых составляющих корни систем уравнений (IV.22), (IV.25), (IV.34) и (IV.38) делаются затем на соответствующий коэффициент регрессии по формулам (IV.23), (IV.26), (IV.35) и (IV.39).

2. Рассмотрим вопрос о том, насколько близки друг к другу коэффициенты фоновых многочленов, найденные в соответствии с первым и вторым подходами, т. е. насколько геофизический фон близок к прогнозному геофизическому фону.

В случае, когда определяются фоны первого порядка (при анализе двумерной связи), коэффициенты геофизических фонов вычисляются по формулам (IV.18) и (IV.24). Разница между коэффициентами линейных фонов имеет вид

$$\Delta a = a_1 - a_{\text{пр}1} = K(R^2 - 1), \quad (\text{IV.42})$$

где множественный коэффициент корреляции F с величинами H и x

$$R = R(F|H, x);$$

$$K = \sqrt{\frac{D(F)}{D(H)}} \frac{1}{\eta(x, F) - \frac{\eta(F, H)}{\eta(xH)}}.$$

Очевидно, когда F и H линейно не связаны с x , то величина K — ограниченная. Тогда из формулы (IV.42) следует, что Δa стремится к нулю, если выражение в круглых скобках мало, т. е. когда $R^2 \approx \approx 1$. Величина R является множественным коэффициентом корреляции F по H и x . Поэтому если $R \approx 1$, может быть выделен линейный фон, существенно улучшающий корреляционную связь между $F_{\text{осгн}}$ и H . В противном случае такой линейный фон подобрать нельзя. Отсюда следует вывод: если может быть выделена линейная компонента поля, существенно улучшающая корреляционную связь между $F_{\text{осгн}}$ и H , то оба способа (соответствующие первому и второму подходам) дают близкий результат. В противном случае они могут существенно различаться.

4. Иллюстрация метода на модели

В соответствии с изложенным выше геофизический фон в корреляционном методе определяется исходя из условия максимально близкой к линейному закону связи между остаточной компонентой поля и геологической характеристикой H . В целях иллюстрации корреляционного метода рассмотрим некоторую модельную карту гравитационных аномалий (рис. 20, *a*). Зададимся произвольным линейным региональным фоном Δg_{ϕ} , карта которого показана на рис. 20, *б*. Проведем на карте гравитационных аномалий профили I и II. Значения Δg и Δg_{ϕ} вдоль этих профилей изображены также на рис. 20, *в* и 20, *г*.

Если вычесть из гравитационных аномалий значение фона, получим остаточные составляющие:

$$\Delta g_{\text{ост}} = \Delta g - \Delta g_{\phi}.$$

Далее зададимся произвольным уравнением регрессии

$$H = c_1 \Delta g_{\text{ост}} + c_2 \quad (\text{IV.43})$$

и рассчитаем по нему величину H вдоль профилей I и II. Величину H будем интерпретировать как глубину залегания некоторой фиктивной геологической границы. Тем самым как бы решена прямая задача — по заданному разложению гравитационного поля на фоновую и остаточную компоненты рассчитана глубина залегания такой модельной границы, которая связана линейной зависимостью с остаточной составляющей поля.

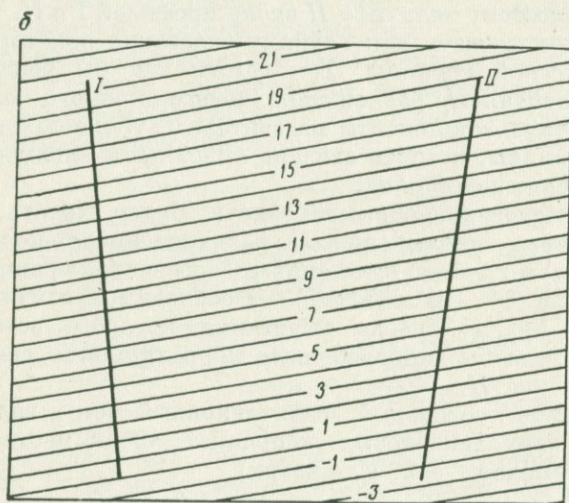
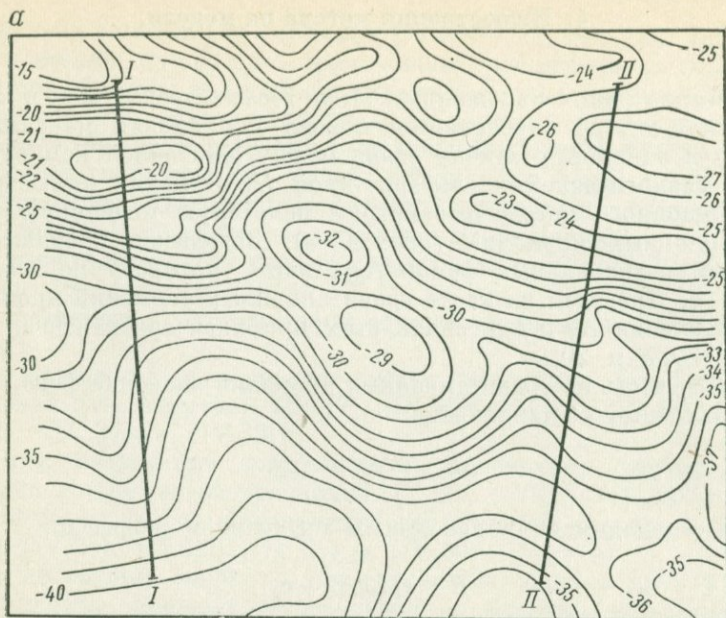
Перейдем к решению обратной задачи. Будем считать, что заданы только величина наблюдаемого гравитационного поля ($\Delta g = F$) (см. рис. 20, *a*) и глубина залегания геологической границы H вдоль профилей I и II (на эталоне). Необходимо найти линейный фон $F_{\text{пр.}\phi 1} = \Delta g_{\text{пр.}\phi 1}$, после вычитания которого остаточная составляющая была бы наиболее тесно корреляционно связана с границей на глубине H .

Будем искать прогнозный гравитационный фон в виде линейной функции от двух декартовых координат точек местности (ось x направлена вправо, ось y — вверх)

$$\Delta g_{\text{пр.}\phi 1} = a_{\text{пр } 10}x + a_{\text{пр } 01}y,$$

где коэффициенты $a_{\text{пр } 10}$, $a_{\text{пр } 01}$ определяются по формулам (IV.27) и (IV.28).

Для расчетов по формулам (IV.27) и (IV.28) необходимо предварительно вычислить всевозможные дисперсии и ковариации [по формуле (II.7)] параметров, заданных вдоль профилей I и II: $D(H)$, $D(\Delta g)$, $D(x)$, $D(y)$, $\text{cov}(H, \Delta g)$, $\text{cov}(H, x)$, $\text{cov}(H, y)$, $\text{cov}(\Delta g, x)$, $\text{cov}(\Delta g, y)$, $\text{cov}(x, y)$. В результате вычислений по формулам (IV.27)



и (IV.28) получены следующие значения коэффициентов прогнозного гравитационного фона:

$$\Delta g_{\text{пр. ф1}} = -0,18x + 1,04y. \quad (\text{IV.44})$$

Карта фона, построенная по формуле (IV.44), практически совпадает с картой, показанной на рис. 20, б. На рис. 20, д, е приведены графики зависимости соответственно Δg от H и $\Delta g_{\text{пр. ост 1}} = \Delta g - \Delta g_{\text{пр. ф1}}$ от H , которые показывают, что в первом случае

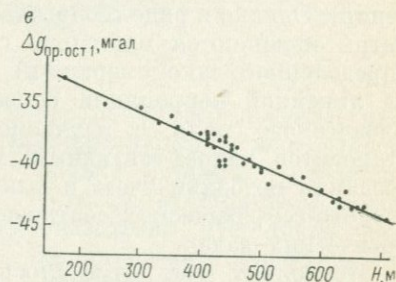
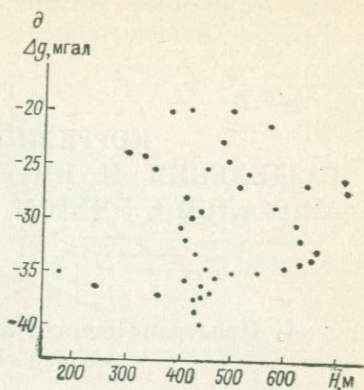
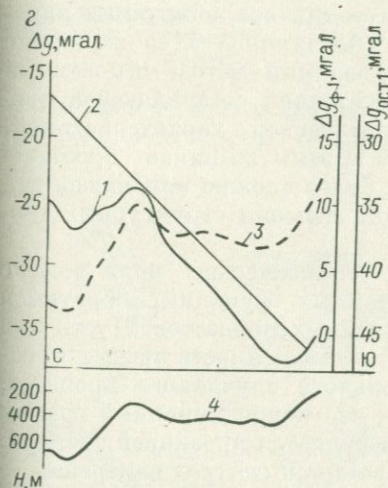
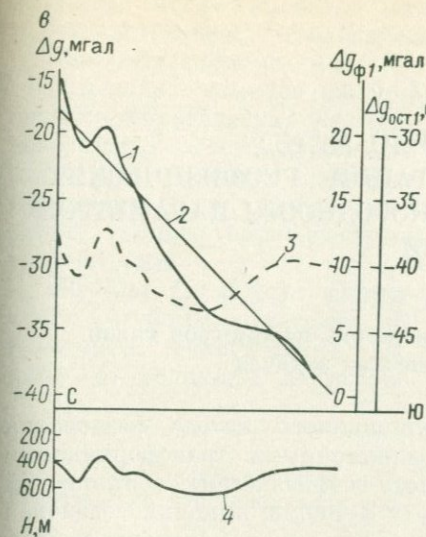


Рис. 20. Опробование корреляционного метода разделения полей на модели.

a — модельная карта изоаномал силы тяжести Δg ; *b* — карта линейного гравитационного фона $\Delta g_{\text{пр. } \phi 1}$; *в* — соотношения Δg (1), $\Delta g_{\text{пр. } \phi 1}$ (2), $\Delta g_{\text{пр. ост 1}}$ (3) по эталонному профилю I; *г* — то же, по эталонному профилю II; *д* — корреляционный график зависимости Δg от H ; *е* — корреляционный график зависимости $\Delta g_{\text{пр. ост 1}}$ от H

фактически не наблюдается связи между Δg и H , а во втором связь между исследуемыми величинами близка к линейной — коэффициент корреляции равен $-0,97$. Заметим, что при решении обратной задачи использовались не точные значения глубины H , рассчитанные по формуле (IV.43), а несколько «загрубленные» в целях проверки устойчивости метода; именно они изображены на рис. 20, *в*, *г*.

Таким образом, в описанной выше ситуации корреляционный метод действительно позволяет эффективно «расщепить» наблюдаемое поле на две части — гравитационный фон и остаточную составляющую.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ АНОМАЛИЙ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ ПАРАМЕТРОВ; СВЯЗИ

1. Пространственная неоднородность параметров связи в геолого-геофизических задачах

Важным преимуществом корреляционного метода разделения геофизических аномалий перед традиционными трансформациями является учет изменяющихся геолого-геофизических соотношений в пределах изучаемой территории (эту функцию выполняет фоновая компонента поля, зависящая от координат точек плоскости наблюдений). Однако в ряде геологических ситуаций анализируемые параметры изменяются настолько сложно (подчиняясь в то же время определенной закономерности), что указанный метод, основанный на линейной корреляции полезной остаточной составляющей геофизического поля с изучаемой геологической характеристикой, становится малоэффективным. В связи с этим возникает проблема создания методики учета и выявления более сложно изменяющихся геолого-геофизических соотношений при решении структурных геологических задач.

Поскольку уже отмечалось, что геофизические поля можно рассматривать как реализации случайных функций, обратимся к некоторым аналогиям из теории случайных процессов. Пусть при помощи линейной корреляции изучается зависимость между параметрами z_1 и z_2 некоторого произвольного случайного процесса, протекающего во времени t . Очевидно, что корреляционный график зависимости между этими параметрами является проекцией экспериментальных точек, расположенных в пространстве трех измерений — z_1 , z_2 и t (рис. 21, а), на плоскость параметров z_1 и z_2 параллельно оси времени t . Тем самым корреляционный график оказывается осредненным по времени, которое в рассматриваемом случае играет пассивную роль и служит лишь для набора необходимого числа экспериментальных точек.

При анализе корреляционной зависимости между геофизическим полем F и глубиной залегания H геологической границы роль, аналогичную времени в рассмотренной модели, играет пространственная координата x точек на профиле наблюдений (см. рис. 21, б). Оператор связи в виде линейной регрессии не учитывает взаимного расположения точек на профиле, чем осредняет конкретные геологические условия, которые в общем случае изменяются вдоль профиля наблюдений. В то же время основной задачей геологических иссле-

дований всегда является наиболее полное выяснение именно пространственных геологических закономерностей.

Покажем на некоторых простых моделях влияние изменяющихся геологических условий, связанных с тектоническими, литологическими и другими причинами, на зависимость между геолого-геофизическими параметрами.

Модель 1. Пусть зависимость глубины залегания H некоторой геологической границы от величины геофизиче-

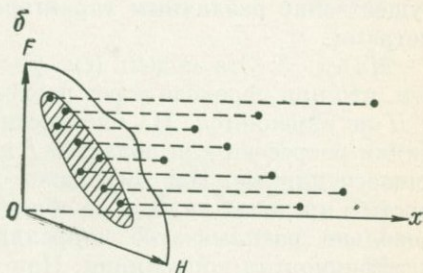
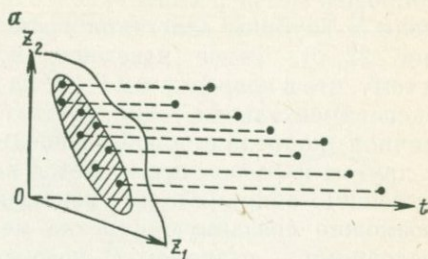


Рис. 21. Осреднение условий эксперимента при корреляционном анализе.

Штриховкой показаны области проекций экспериментальных точек на плоскости соответственно Z_1OZ_2 и HOx

ского поля F изображается в виде корреляционного графика, имеющего значительный разброс экспериментальных точек относительно линии регрессии (рис. 22, а). При этом может оказаться, что точки корреляционного графика, полученные в одной части профиля, будут лежать выше линии регрессии, а в другой части — ниже (на рис. 22, а точки графика, принадлежащие разным половинам профиля, имеют различные условные обозначения). Ясно, что если составить уравнения регрессии для каждой половины профиля раздель-

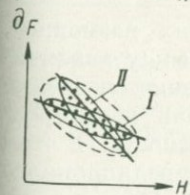
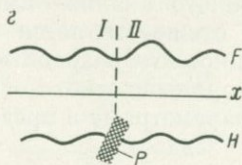
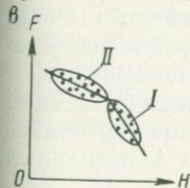
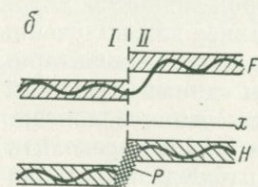
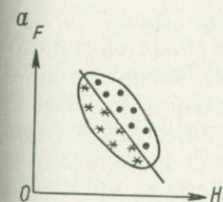


Рис. 22. Модели некоторых геолого-геофизических ситуаций и соответствующие им корреляционные графики

но, то можно примерно в 2 раза уменьшить ошибку приближения границы H по геофизическому полю F .

Модель 2. Модель представляет собой участок профиля со скачкообразным изменением свойств корреляционной зависимости, которое сопровождается резким изменением среднего уровня геофизического поля и глубины залегания границы между участками *I* и *II* (см. рис. 22, б). Такое поведение исследуемых параметров приводит к тому, что в координатах $F-H$ на корреляционном графике рис. 22, в экспериментальные точки, соответствующие участкам профиля с различной корреляционной зависимостью, не перекрываются друг с другом и легко определяются визуально. В этом случае нетрудно выделить зону резкого изменения корреляционной зависимости, возможно связанную с резко меняющимися здесь геологическими условиями — разломом *P*, которая разграничивает области *I* и *II* с существенно различным характером связи между изучаемыми параметрами.

Модель 3. Эта модель (см. рис. 22, г) отличается от предыдущей тем, что при переходе через разлом *P* средний уровень параметров F и H не изменяется. На плоскости параметров $F-H$ (см. рис. 22, д) линии регрессии для областей *I* и *II* представляют собой скрепляющиеся прямые. Поэтому даже при сравнительно тесной зависимости в пределах каждой из областей в случае наложения образуется довольно расплывчатое корреляционное «облако» точек с низким коэффициентом корреляции. При этом значительно труднее заметить на корреляционном графике наличие двух различных операторов связи, характеризующих разные области исследуемой территории. Все же если из каких-либо соображений будет установлено на профиле положение точки, в которой меняется характер связи, то путем проведения раздельного анализа для полученных областей можно определить два линейных оператора (элементарных), позволяющих решить задачу более точно, чем единый линейный оператор. Основную трудность представляет выяснение положения этой точки (при площадных исследованиях требуется определить вид и положение некоторой линии на плоскости наблюдений). Чаще всего на практике разделение района на области с различными операторами связи осуществляется путем качественного анализа имеющейся геолого-геофизической информации и отождествляется с тектоническим районированием. Однако очевидно, что разработка количественной методики районирования территории на основе особенностей связей между геолого-геофизическими параметрами в пределах ее отдельных участков является актуальной задачей.

Модель 4. В конкретных геологических условиях возможны, очевидно, и такие ситуации, когда характер связи между анализируемыми параметрами не испытывает скачков, а меняется непрерывно вдоль профиля (плоскости) наблюдений. Такая неоднородность связи резко ухудшает корреляционную зависимость. В этом случае суммарное расплывчатое «облако» точек корреляционного графика не удастся разделить на отдельные операторы при помощи линейного корреляционного анализа. Для исследования подобных зависимостей целесообразно применять операторы, учитывающие неоднородность изучаемой связи, т. е. уравнения регрессии с пере-

менными (зависящими от координат точек наблюдения) коэффициентами.

Пример модели, описывающей подобную ситуацию, представлен на рис. 23. В рассматриваемой модели связь между границей H и по-

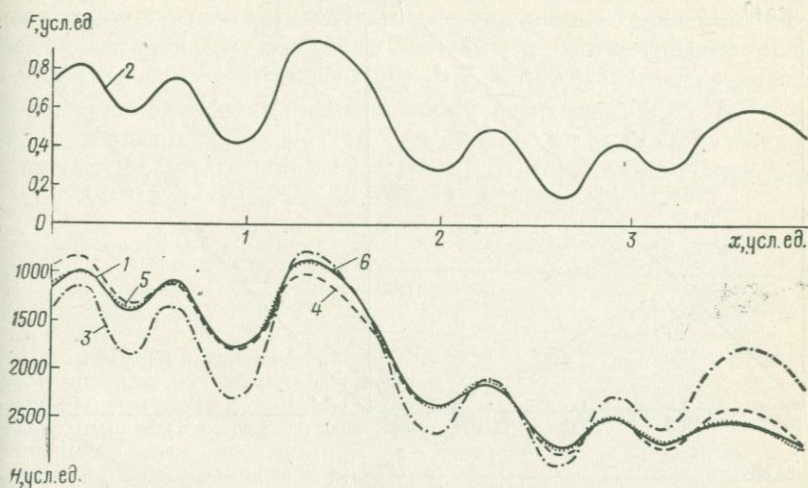


Рис. 23. Приближение глубины залегания геологической границы по геофизическому полю при помощи различных операторов связи.

1 — исходная геологическая граница H ; 2 — геофизическое поле F ; 3—6 — глубины залегания границы H , вычисленные по уравнению регрессии с постоянными (3) и переменными (4—6) коэффициентами регрессии, представленными соответственно многочленами первой (4), второй (5) и третьей (6) степеней

лем F отличается от линейной и изменяется вдоль профиля x . На корреляционном графике зависимости между геолого-геофизическими параметрами (рис. 24) видно, что экспериментальные точки имеют значительный разброс относительно линии средней квадратической регрессии H по параметру F и не могут быть описаны с высокой точностью единым оператором в виде уравнения регрессии с постоянными коэффициентами. Вычисленные при помощи такого оператора

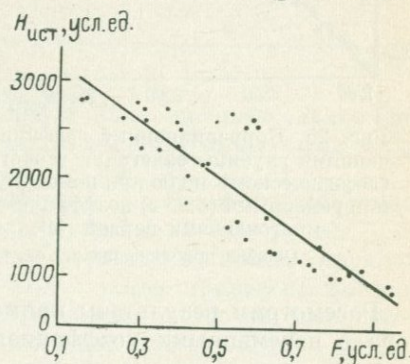


Рис. 24. Корреляционный график зависимости между истинной глубиной залегания геологической границы H и геофизическим полем F

значения глубины залегания $H_0^{(p)}$ границы приведены на рис. 23 (кривая 3). Из сравнения кривых 1 и 3 видно, что изменение коэффициентов связи между параметрами H и F вдоль профиля x приводит к значительным расхождениям между вычисленными $H_0^{(p)}$ и истин-

ными $H_{\text{ист}}$ значениями глубины залегания границы [относительное среднее квадратическое отклонение $\varepsilon_0/\sigma(H)$ оказалось равным 0,72].

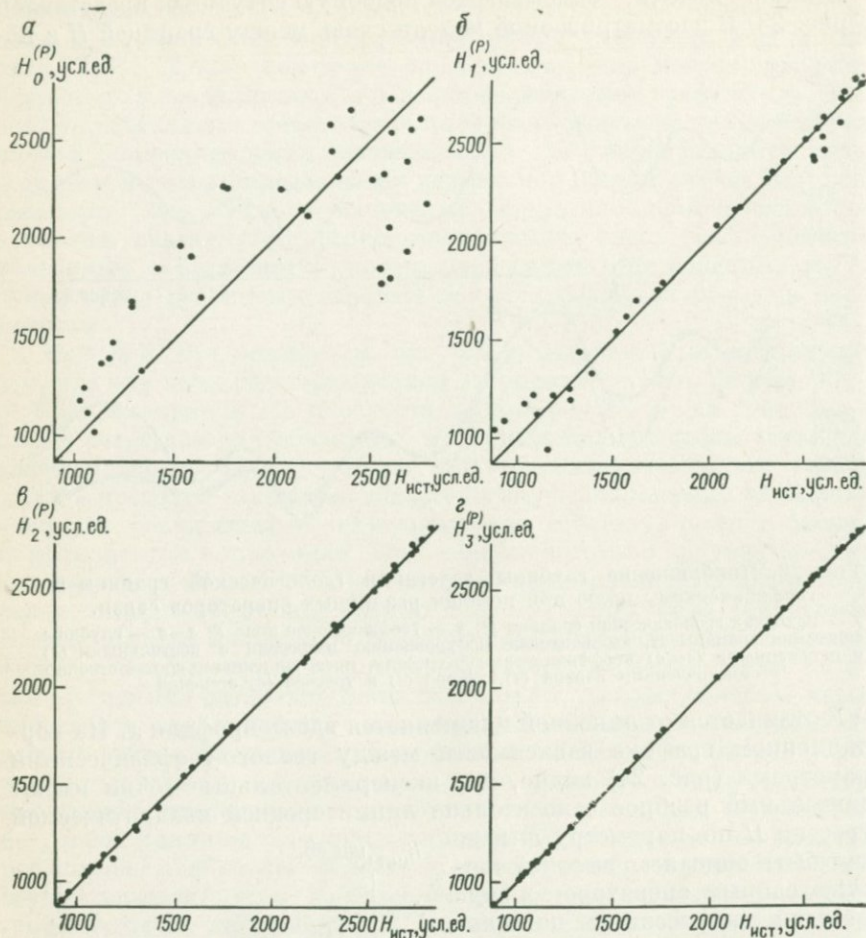


Рис. 25. Корреляционные графики зависимости между истинными значениями глубины залегания геологической границы и вычисленными по геофизическому полю при помощи уравнения регрессии с постоянными (а) и переменными (б — г) коэффициентами, представленными соответственно многочленами первой (б), второй (в) и третьей (г) степеней.

Ошибка приближения ε , усл. ед.: а — 360, б — 85, в — 20, г — 5

Рассмотрим результаты применения в условиях модели 4 оператора с переменными коэффициентами регрессии $\zeta(x)$ и $\beta(x)$

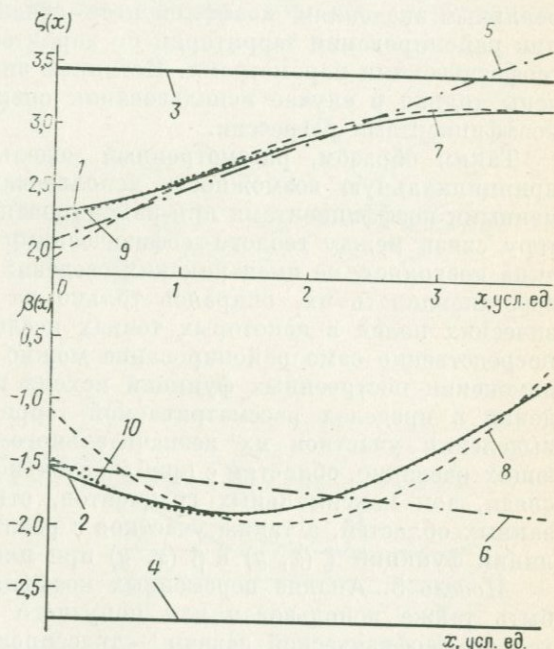
$$H^{(p)} = A(F) = \zeta(x) + \beta(x)F. \quad (V.1)$$

Функции $\zeta(x)$ и $\beta(x)$ последовательно аппроксимировались многочленами первой, второй и третьей степени от x : $\zeta_1(x)$, $\beta_1(x)$, $\zeta_2(x)$, $\beta_2(x)$, $\zeta_3(x)$, $\beta_3(x)$, коэффициенты которых определялись

методом наименьших квадратов¹. После вычисления указанных многочленов соответствующие им значения глубины залегания $H_1^{(p)}$, $H_2^{(p)}$ и $H_3^{(p)}$ границы определялись с помощью оператора A (см. рис. 23, кривые 4—6). Как видно из рис. 23, с ростом степени аппроксимирующих многочленов вычисленные значения глубины залегания границы все ближе располагаются к истинным (кривые 5 и 6 практически совпали с кривой 1). Относительные средние квадратические отклонения вычисленных значений $H_1^{(p)}$, $H_2^{(p)}$ и $H_3^{(p)}$ от истинных $H_{ист}$ — $\varepsilon_1/\sigma(H)$, $\varepsilon_2/\sigma(H)$ и $\varepsilon_3/\sigma(H)$ — оказались равными соответственно 0,17; 0,04 и 0,01, что указывает на высокую

Рис 26. Графики изменения вдоль профиля x истинных коэффициентов связи между параметрами $H_{ист}$ и F и вычисленных коэффициентов регрессии, представленных многочленами различной степени.

1, 2 — истинные коэффициенты связи соответственно $\zeta_{ист}$ и $\beta_{ист}$; 3, 4 — постоянные коэффициенты регрессии соответственно ζ_0 и β_0 ; 5—10 — переменные коэффициенты регрессии соответственно $\zeta_1 - \zeta_3$ и $\beta_1 - \beta_3$, аппроксимируемые многочленами различной степени



эффективность применения оператора A для описания зависимости между параметрами H и F в условиях модели 4. Это видно из корреляционных графиков, приведенных на рис. 25.

На рис. 26 показано изменение вдоль профиля x вычисленных значений переменных коэффициентов регрессии $\zeta_1(x)$, $\beta_1(x)$, $\zeta_2(x)$, $\beta_2(x)$, $\zeta_3(x)$ и $\beta_3(x)$ при различных степенях аппроксимирующих многочленов $n = 1, 2, 3$ кривые 5—10, а также приведены постоянные коэффициенты ζ_0 и β_0 (кривые 3, 4) линии регрессии, изображенной на рис. 24. Кроме того, на рис. 26 показаны истинные коэффициенты связи $\zeta_{ист}(x)$ и $\beta_{ист}(x)$ (кривые 1, 2), которые использовались при построении модели. Из рис. 26 видно, что с ростом степени

¹ Методика вычисления переменных коэффициентов регрессии подробно описана в разделе 3 настоящей главы.

аппроксимирующих многочленов переменные коэффициенты регрессии все ближе располагаются к истинным значениям коэффициентов связи и при третьей степени практически от них не отличаются (кривые 9, 10 практически совпали с кривыми 1, 2). В то же время постоянные коэффициенты регрессии ξ_0 и β_0 значительно различаются от истинных коэффициентов $\xi_{\text{ист}}(x)$ и $\beta_{\text{ист}}(x)$. Их нельзя рассматривать и как средние значения истинных функций, поскольку они их даже не пересекают. Отсюда следует, что при горизонтальном изменении коэффициентов связи между геолого-геофизическими параметрами постоянные коэффициенты регрессии в операторе $H^{(p)} = \xi_0 + \beta_0 F$ являются некоторыми фиктивными величинами, не соответствующими реальным значениям коэффициентов связи. Это следует учитывать при районировании территорий по характеру связи между геолого-геофизическими параметрами. Истинные значения могут быть получены только в случае использования оператора A с переменными коэффициентами регрессии.

Таким образом, рассмотренный модельный пример показывает принципиальную возможность использования операторов с переменными коэффициентами при районировании территорий по характеру связи между геолого-геофизическими полями. Развитая методика позволяет, не имея никаких сведений о функциях $\xi_{\text{ист}}$ и $\beta_{\text{ист}}$, восстанавливать их, опираясь только на значения геолого-геофизических полей в некоторых точках исследуемой территории. непосредственно само районирование можно проводить по характеру изменения построенных функций исходя из особенностей их поведения в пределах рассматриваемой территории [например, путем выделения участков их незначительного изменения, соответствующих очевидно, областям с приблизительно одинаковым характером связи, зон максимальных градиентов, отвечающих границам указанных областей, а также участков с различным простиранием изолиний функций $\xi(x, y)$ и $\beta(x, y)$ при площадных исследованиях].

Модель 5. Анализ переменных коэффициентов регрессии может быть также использован для попутного решения другой важной геолого-геофизической задачи — трассирования разломов в земной коре. Очевидно, что в этом случае тектоническое нарушение должно быть связано с определенными особенностями поведения вычисляемых коэффициентов регрессии. Если такая связь обнаружена на некотором ограниченном участке исследуемой территории, то дальнейшее трассирование нарушения можно проводить уже лишь по характеру изменения коэффициентов регрессии. Так, например, границе двух областей с различным характером связи может соответствовать зона максимальных градиентов функций $\xi(x)$ и $\beta(x)$.

В такой ситуации наиболее сложным и в то же время интересным представляется случай, когда тектоническое нарушение не сопровождается резким изменением поля или глубины залегания границы (диапазон изменения в пределах каждой из областей примерно одинаков), что делает невозможным визуальное определение разлома по измеренным значениям поля и глубины залегания границы. Именно этот случай рассматривается в модельном примере 5.

На рис. 27, а представлена модель геологической границы H и поля F (кривые 1, 2). Модель построена таким образом, что в центральной части профиля (зона штриховки) происходит резкое изменение связи между параметрами H и F . В левой части профиля зависимость между H и F выражается уравнением

$$H = -\frac{1}{10}F - \frac{1}{2},$$

а в правой

$$H = -\frac{1}{7}F - \frac{8}{7},$$

причем изменение глубины границы H от левой части профиля к правой происходит непрерывно. Таким образом, переменные

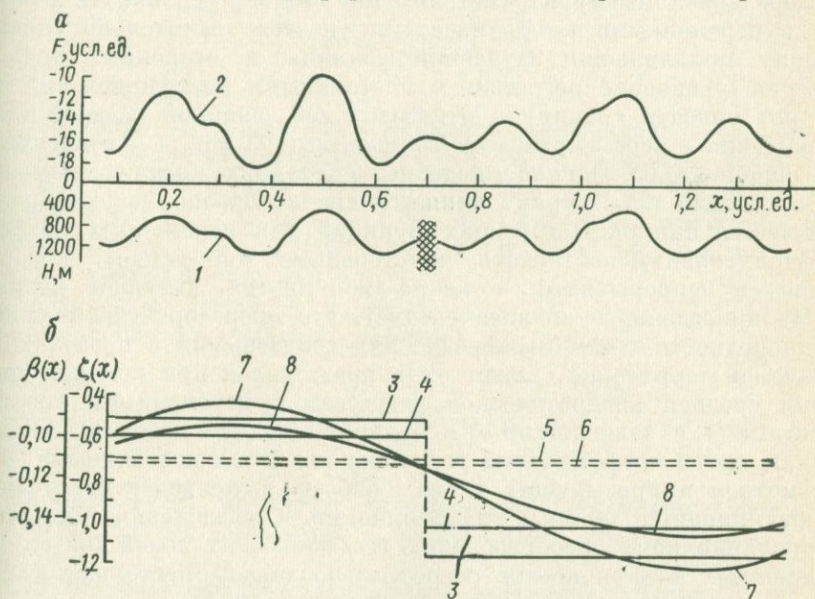


Рис. 27. Модель соотношения геологической границы и геофизического поля при скачкообразном изменении коэффициентов связи между ними. а — изменение глубины залегания геологической границы H (1) и геофизического поля F (2) вдоль профиля x ; б — графики истинных коэффициентов связи $\zeta_{\text{ист}}$ (3), $\beta_{\text{ист}}$ (4) и вычисленных коэффициентов регрессии при аппроксимации их многочленами нулевой (5, 6) и третьей (7, 8) степеней

коэффициенты связи $\zeta_{\text{ист}}$ и $\beta_{\text{ист}}$ между параметрами H и F для этой модели представляют собой ступенчатые функции и изображены на рис. 27, б (линии 3, 4). Скачкообразное изменение функций соответствует зоне предполагаемого тектонического нарушения в центральной части профиля x (см. рис. 27, а, зона штриховки).

Определим теперь коэффициенты регрессии по методике, использованной для предыдущей модели. Из рис. 27, б видно, что постоянные коэффициенты регрессии ζ_0 и β_0 (кривые 5, 6) по всему профилю x близки к средним значениям истинных функций $\zeta_{\text{ист}}$ и $\beta_{\text{ист}}$ и, очевидно, не могут указывать на присутствие зоны резкого изменения

характера связи между исследуемыми параметрами. С увеличением степени аппроксимирующих многочленов для функций $\xi(x)$ и $\beta(x)$ вычисляемые значения переменных коэффициентов регрессии все ближе располагаются к их истинным значениям [см. рис. 27, б, кривые 7, 8; здесь изображены только функции $\xi_3(x)$ и $\beta_3(x)$, соответствующие третьей степени аппроксимирующих многочленов]. Местоположение зоны нарушения на профиле x определяется по функциям ξ_3 и β_3 достаточно уверенно и соответствует участкам их максимальных градиентов. Как и в предыдущем примере, исходными данными при указанных вычислениях служили лишь величины H и F , значения которых снимались вдоль профиля x .

Следует заметить, что даже при скачкообразном изменении характера связи между параметрами при помощи уравнения регрессии с переменными коэффициентами удается значительно снизить ошибку приближения изучаемой границы в эталонных точках. Обычное уравнение регрессии с постоянными коэффициентами позволяет описать границу с относительной ошибкой, равной 0,22, а уравнение с переменными коэффициентами ξ_3 и β_3 — с относительной ошибкой 0,05. Однако в подобных ситуациях, когда связь между исследуемыми параметрами меняется скачкообразно, целесообразно в качестве аппроксимирующих функций для переменных коэффициентов связи использовать не степенные многочлены, которые являются непрерывными, а какие-либо другие, имеющие разрыв.

Из приведенного анализа следует, что оператор, учитывающий неоднородность геолого-геофизических соотношений в пределах исследуемой территории, может быть представлен при помощи уравнения средней квадратической регрессии с переменными коэффициентами (т. е. зависящими от координат точек наблюдения). Анализ случая, когда коэффициенты регрессии являются постоянными, был рассмотрен в предыдущих главах работы и привел к построению корреляционных методов трансформаций и разделения аномалий. Корреляционному преобразованию геофизических полей для случая переменных коэффициентов регрессии посвящена настоящая глава.

2. Разделение геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи

Задача преобразования геофизических аномалий в случае неоднородности параметров связи, аналогично тому, как это было сделано в главе II, формулируется следующим образом. Из суммарного поля F требуется выделить ту часть, после вычитания которой оставшаяся полезная составляющая поля $F_{\text{ост}}^*$ наилучшим образом корреляционно связана с исследуемой геологической характеристикой посредством уравнения регрессии с переменными коэффициентами. В профильном варианте уравнение регрессии $F_{\text{ост}}^*$ по геолого-геофизическим параметрам γ_i ($i = 1, 2, \dots, k - 1$) имеет вид

$$F_{\text{ост}}^{*(p)} = c + \sum_{i=1}^{k-1} b_i(x) \gamma_i. \quad (\text{V.2})$$

Здесь c , $b_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$) — коэффициенты регрессии; k — общее число анализируемых параметров, включая геофизическое поле F и геологическую характеристику H ; $\gamma_{k-1} = H$.

Как и в случае применения операторов связи с постоянными коэффициентами (см. раздел 2 главы II), полезная остаточная аномалия представляется в виде разности наблюдаемого поля и некоторого многочлена L_N^* длиной N по системе функций $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$, ...

$$F_{\text{ост}}^*(x) = F(x) - L_N^*(x), \quad (\text{V.3})$$

где

$$L_N^*(x) = \sum_{p=1}^N a_p^{(0)} \varphi_p(x). \quad (\text{V.4})$$

В отличие от трансформационного многочлена, введенного в главе II, полином L_N^* в дальнейшем будем называть структурным трансформационным многочленом¹, константы $a_p^{(0)}$ ($p = 1, 2, \dots, N$) — его коэффициентами, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ..., $\varphi_N(x)$ — базисными функциями, N — размерностью.

Согласно определению коэффициенты $a_p^{(0)}$ структурного трансформационного многочлена находятся из условия

$$M \left\{ \left[F - \sum_{p=1}^N a_p^{(0)} \varphi_p(x) - \sum_{i=1}^{k-1} b_i(x) \gamma_i - c \right]^2 \right\} = \min. \quad (\text{V.5})$$

Условие (V.5) является обобщением аналогичной формулы (II.48) на случай оператора с переменными коэффициентами регрессии.

Структурный трансформационный многочлен описывает ту составляющую суммарного геофизического поля (помеху), которая не коррелируется с исследуемыми геолого-геофизическими величинами даже при учете неоднородности параметров связи $b_i(x)$. Напомним, что аналогичное значение в общей теории корреляционных методов преобразования геофизических аномалий (см. главу II) имеет обычный трансформационный многочлен, исключаящий из суммарного поля ту часть, которая не коррелируется с изучаемой геологической характеристикой, т. е. не связана с ней уравнением регрессии с постоянными коэффициентами.

Перейдем теперь к определению коэффициентов структурного трансформационного многочлена. Заметим, что эта задача решается одновременно с нахождением переменных коэффициентов регрессии

¹ Целесообразность термина «структурный» будет ясна из дальнейшего изложения (см. раздел 4 настоящей главы).

$b_i(x)$, которые также удобно представить в виде разложения по базисной системе $^1 \{\varphi_p(x)\}$

$$b_i(x) = a_0^{(i)} + \sum_{p=1}^{n_i} a_p^{(i)} \varphi_p(x); \quad i = 1, 2, \dots, k-1. \quad (\text{V.6})$$

Здесь $a_p^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$) — коэффициенты аппроксимирующих многочленов; n_i ($i = 1, 2, \dots, k-1$) — порядок коэффициентов.

Подставим выражение для аппроксимирующих многочленов (V.6) в формулу (V.5). После несложных преобразований получим:

$$M \left\{ \left[F - \sum_{p=1}^N a_p^{(0)} \varphi_p(x) - \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_p^{(i)} \varphi_p(x) \gamma_i - \sum_{i=1}^{k-1} a_0^{(i)} \gamma_i - c \right]^2 \right\} = \min. \quad (\text{V.7})$$

Обозначим:

$$\gamma_0 \equiv 1; \quad n_0 = N; \quad (\text{V.8})$$

$$f_p^{(i)} = \varphi_p(x) \gamma_i; \quad i = 0, 1, \dots, k-1. \quad (\text{V.9})$$

Тогда выражение (V.7) запишется в виде

$$M \left\{ \left[F - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_p^{(i)} f_p^{(i)} - \sum_{i=1}^{k-1} a_0^{(i)} \gamma_i - c \right]^2 \right\} = \min. \quad (\text{V.10})$$

Последнее соотношение аналогично выражению (II.48), являющемуся основой для определения трансформационных многочленов в случае постоянных коэффициентов регрессии. Таким образом, задача отыскания структурного трансформационного многочлена $L_{n_0}^*$ и переменных коэффициентов регрессии $b_i(x)$ по системе базисных функций $\varphi_p(x)$ сводится к нахождению трансформационного многочлена

$$L_m = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_p^{(i)} f_p^{(i)} \quad (\text{V.11})$$

размерностью $m = \sum_{i=0}^{k-1} n_i$ по системе базисных функций $f_p^{(i)}$, преобразующего геофизические аномалии на основе оператора с постоянными коэффициентами регрессии. Новая система базисных функций $f_p^{(i)}$ получается из исходной $\varphi_p(x)$ путем умножения последней на дополнительные геолого-геофизические параметры γ_i .

¹ Заметим, что несложно развить теорию, в которой переменные коэффициенты регрессии и трансформационные многочлены определяются по разным системам базисных функций. Возможно, что в некоторых геолого-геофизических ситуациях такой подход окажется достаточно эффективным. В настоящей работе с целью сокращения объема расчетных формул ограничимся рассмотрением простейшей ситуации, когда для всех разложений используется одна и та же система базисных функций.

Выявленное соответствие между трансформационными многочленами L_N^* и L_m показывает, что задача определения коэффициентов $a_p^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, k-1$; $p = 1, 2, \dots, n_i$) согласно общей теории корреляционных методов преобразования аномалий (см. главу II) решается при помощи системы уравнений, аналогичной системе (II.57)

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_p^{(i)} (f_p^{(i)}, f_q^{(j)}) = (F, f_q^{(j)}); \quad j = 0, 1, \dots, k-1; \quad q = 1, \dots, n_j. \quad (\text{V.12})$$

Скалярные произведения, входящие в систему (V.12), определяются из выражения (II.50). Определитель Грама системы уравнений (V.12), как и в общем случае (см. главу II), отличен от нуля, если базисные функции $\{f_p^{(i)} (i = 0, 1, \dots, k-1; p = 1, \dots, n_i)\}$ совместно с величинами $\gamma_1, \dots, \gamma_{k-1}$ образуют линейно-независимую систему. Поскольку функции $f_p^{(i)}$ выражаются через $\varphi_p(x)$ и γ_i посредством равенства (V.9), ясно, что функции $\varphi_p(x)$ должны выбираться с учетом выполнения сформулированного условия. Только в этом случае система (V.12) совместна и имеет единственное решение. В частности, этому условию могут удовлетворять функции $\varphi_p(x) = x^p$, если дополнительные геолого-геофизические параметры $\gamma_1, \dots, \gamma_{k-2}$ и H не выражаются полиномами степени ниже или равной $m = \sum_{i=0}^{k-1} n_i$.

Для нахождения оставшихся неизвестных коэффициентов $a_0^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k-1$) преобразуем условие (V.10) к виду

$$M \left[\left(F_{\text{ост } m} - \sum_{i=1}^{k-1} a_0^{(i)} \gamma_i - c \right)^2 \right] = \min, \quad (\text{V.13})$$

где $F_{\text{ост } m}$ — остаточная составляющая геофизического поля размерностью m , определяемая аналогично выражению (II.35) формулой

$$F_{\text{ост } m} = F - L_m. \quad (\text{V.14})$$

Таким образом, видно, что коэффициенты $a_0^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k-1$) определяются из условия минимума ошибки приближения величины остаточной составляющей $F_{\text{ост } m}$ по совокупности геолого-геофизических параметров γ_i ($i = 1, \dots, k-1$). Следовательно, согласно работе [97] они удовлетворяют системе уравнений, являющейся частным случаем системы (II.57) при $(\varphi, \psi) = \text{cov}(\psi, \varphi)$

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_0^{(i)} \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j) = \text{cov}(F_{\text{ост } m}, \gamma_j); \quad j = 1, 2, \dots, k-1. \quad (\text{V.15})$$

Свободный коэффициент регрессии

$$c = \langle F_{\text{ост } m} \rangle - \sum_{j=1}^{k-1} a_0^{(j)} \langle \gamma_j \rangle. \quad (\text{V.16})$$

При выполнении сформулированных выше условий совместности и единственности решения системы (V.12) уравнения (V.15) также однозначно разрешимы.

В случае площадного задания исходных данных базисную систему составляют функции $\{\varphi_{ps}(x, y)\}$, зависящие от координат x, y . Структурный трансформационный многочлен и переменные коэффициенты регрессии принимают вид

$$L_{n_0}^*(x, y) = \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)} \varphi_{ps}(x, y); \quad (V.17)$$

$$b_i(x, y) = a_{00}^{(i)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} a_{ps}^{(i)} \varphi_{ps}(x, y); \quad i = 1, 2, \dots, k-1,$$

где $a_{ps}^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, k-1$) — коэффициенты соответствующих многочленов; n_i ($i = 0, 1, \dots, k-1$) — их порядки.

Если ввести новую систему базисных функций

$$f_{ps}^{(i)} = \varphi_{ps}(x, y) \gamma_i; \quad i = 0, 1, \dots, k-1, \quad (V.18)$$

в которой, как и раньше, $\gamma_0 \equiv 1$, и провести рассуждения, аналогичные приведенным выше для профильного варианта, то система для определения коэффициентов многочленов $a_{ps}^{(i)}$ (при $p + s > 0$) запишется так:

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} a_{ps}^{(i)} (f_{ps}^{(i)}, f_{qt}^{(j)}) = (F, f_{qt}^{(j)}); \quad (V.19)$$

$$j = 0, 1, \dots, k-1; \quad q, t = 0, 1, \dots, n_j; \quad 0 < q + t \leq n_j,$$

где скалярные произведения, как и прежде, вычисляются по формуле (II.50). Оставшиеся коэффициенты $a_{00}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$) удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_{00}^{(i)} \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j) = \text{cov}(F_{\text{ост}}, \gamma_j), \quad j = 1, 2, \dots, k-1, \quad (V.20)$$

в которой остаточная составляющая геофизического поля $F_{\text{ост}}$ определяется соответствующим площадным трансформационным многочленом

$$L(x, y) = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} a_{ps}^{(i)} \varphi_{ps}(x, y); \quad (V.21)$$

$$F_{\text{ост}}(x, y) = F(x, y) - L(x, y). \quad (V.22)$$

Свободный коэффициент c вычисляется по формуле

$$c = \langle F_{\text{ост}} \rangle - \sum_{j=1}^{k-1} a_{00}^{(j)} \langle \gamma_j \rangle. \quad (\text{V.23})$$

Условия однозначной разрешимости систем (V.19) и (V.20) аналогичны соответствующим условиям для систем (V.12) и (V.15).

Таким образом, задача разделения геофизических аномалий с учетом переменных параметров связи в рамках первого подхода решена.

3. Прогнозный вариант разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи

Согласно общему подходу к корреляционным преобразованиям геофизических полей, описанному в главе II, прогнозный вариант методики заключается в выделении такой остаточной компоненты поля $F_{\text{пр, ост}}^*$, которая позволяет приблизить искомую геологическую характеристику уравнением регрессии с переменными коэффициентами

$$H^{(p)} = \sum_{i=1}^{k-2} \beta_i(x) \gamma_i + \beta_{k-1}(x) F_{\text{пр, ост}}^* + \zeta \quad (\text{V.24})$$

с наименьшей ошибкой¹. Другими словами, $F_{\text{пр, ост}}^*$ определяется из условия

$$M \left\{ \left[H - \beta_{k-1}(x) F_{\text{пр, ост}}^* - \sum_{i=1}^{k-2} \beta_i(x) \gamma_i - \zeta \right]^2 \right\} = \min. \quad (\text{V.25})$$

Как и всюду выше, $F_{\text{пр, ост}}^*$ будем искать в виде разности исходного поля и некоторого многочлена $L_{\text{пр} N}^*$ по системе базисных функций $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots$

$$F_{\text{пр, ост}}^* = F - L_{\text{пр} N}^*, \quad (\text{V.26})$$

где

$$L_{\text{пр} N}^* = \sum_{p=1}^N a_{\text{пр} p}^{(0)} \varphi_p(x). \quad (\text{V.27})$$

Этот полином будем называть прогнозным структурным трансформационным многочленом², а N — размерностью этого многочлена.

Для определения коэффициентов многочлена $L_{\text{пр} N}^*$ преобразуем условие (V.25) к виду, аналогичному соотношению (II.70), позволяющему определять коэффициенты прогнозного трансформационного

¹ Построение общей теории, как и ранее, начнем с рассмотрения профильного варианта.

² Целесообразность введения термина «структурный» будет объяснена в разделе 4 настоящей главы.

многочлена для случая постоянных коэффициентов регрессии. При этом будем иметь в виду, что переменные коэффициенты регрессии $\beta_i(x)$ так же, как и в предыдущем разделе, записываются в виде линейной комбинации базисных функций $\varphi_p(x)$

$$\beta_i(x) = a_{np0}^{(i)} + \sum_{p=1}^{n_i} a_{np p}^{(i)} \varphi_p(x). \quad (V.28)$$

После подстановки выражений (V.26)–(V.28) в условие (V.25) последнее путем несложных, но громоздких преобразований может быть приведено к виду

$$M \left[\left(H - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} \alpha_p^{(i)} f_{p_i}^{(i)} - \sum_{i=1}^v a_{np0}^{(i)} \gamma_i - \zeta \right)^2 \right] = \min, \quad (V.29)$$

где приняты следующие обозначения:

$$n_0 = N; \quad v = \begin{cases} k + \frac{n_0(2n_1 + 1 - n_0)}{2} & \text{при } n_1 \geq n_0; \\ k + \frac{n_1(2n_0 + 1 - n_1)}{2} & \text{при } n_1 < n_0; \end{cases} \quad (V.30)$$

$$\alpha_p^{(i)} = a_{np p}^{(i)}; \quad i = 1, 2, \dots, k-1; \quad p = 1, 2, \dots, n_i; \quad (V.31)$$

$$\alpha_p^{(0)} = -a_{np p}^{(0)} a_{np 0}^{(k-1)}; \quad p = 1, 2, \dots, n_0;$$

$$a_{np 0}^{(k)} = -a_{np 1}^{(k-1)} a_{np 1}^{(0)};$$

$$a_{np 0}^{(k+1)} = -(a_{np 1}^{(k-1)} a_{np 2}^{(0)} + a_{np 2}^{(k-1)} a_{np 1}^{(0)});$$

$$a_{np 0}^{(k+2)} = -(a_{np 1}^{(k-1)} a_{np 3}^{(0)} + a_{np 3}^{(k-1)} a_{np 1}^{(0)});$$

$$\dots \dots \dots$$

$$a_{np 0}^{(v)} = -a_{np n_{k-1}}^{(k-1)} a_{np n_0}^{(0)};$$

$$\gamma_{k-1} = F;$$

$$\gamma_k = \varphi_1 \varphi_2;$$

$$\gamma_{k+1} = \varphi_1 \varphi_2;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\gamma_v = \varphi_{n_0} \varphi_{n_{k-1}};$$

$$(V.32)$$

$$(V.33)$$

а базисные функции определяются равенством¹

$$f_p^{(i)} = \varphi_p(x) \gamma_i; \quad i = 0, 1, \dots, k-1; \quad p = 1, 2, \dots, n_i. \quad (V.34)$$

¹ Система функций $f_p^{(i)}$, описываемая формулами (V.34), отличается от аналогичной системы, определяемой соотношением (V.9), тем, что в последней $\gamma_{k-1} = H$, а в рассматриваемом случае $\gamma_{k-1} = F$.

Очевидно, чтобы найти коэффициенты $a_{np}^{(0)}$ ($p = 1, 2, \dots, N = n_0$) прогнозного структурного трансформационного многочлена, достаточно вычислить величины $\alpha_p^{(0)}$ ($p = 1, 2, \dots, N = n_0$) и $a_{np}^{(k-1)}$, удовлетворяющие условно (V.29). Тогда

$$a_{np}^{(0)} = -\frac{\alpha_p^{(0)}}{a_{np}^{(k-1)}}; \quad p = 1, 2, \dots, n_0. \quad (\text{V.35})$$

В то же время задача определения величины $\alpha_p^{(0)}$ эквивалентна задаче вычисления коэффициентов структурных трансформационных многочленов, решенной в предыдущем разделе, и сводится аналогично тому, как это было показано в разделе 4 главы II, к системе уравнений

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} \alpha_p^{(i)} (f_p^{(i)}, f_q^{(i)}) = (H, f_q^{(j)}); \quad j=0, 1, \dots, k-1; \quad q=1, \dots, n_j, \quad (\text{V.36})$$

получаемой из системы (V.12) простой заменой $a_p^{(i)}$ на $\alpha_p^{(i)}$ и F на H (и соответствующей заменой базисных функций; стр. 120). Коэффициенты $a_{np}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, k-1; p = 1, 2, \dots, n_i$) в формуле (V.28) для переменных коэффициентов регрессии согласно выражению (V.31) получаются непосредственно в результате решения системы уравнений (V.36).

Важно заметить, что скалярные произведения функций, входящие в систему (V.36), вычисляются по формулам, отличающимся от соотношений (II.75), а именно:

$$(\varphi, \psi) =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(\gamma_1, \gamma_1) \dots \text{cov}(\gamma_1, \gamma_{k-1}) \dots \text{cov}(\gamma_1, \gamma_v) & \text{cov}(\gamma_1, \varphi) \\ \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_1) \dots \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_{k-1}) \dots \text{cov}(\gamma_{k-1}, \gamma_v) & \text{cov}(\gamma_{k-1}, \varphi) \\ \dots & \dots \\ \text{cov}(\gamma_v, \gamma_1) \dots \text{cov}(\gamma_v, \gamma_{k-1}) \dots \text{cov}(\gamma_v, \gamma_v) & \text{cov}(\gamma_v, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, \gamma_1) \dots \text{cov}(\psi, \gamma_{k-1}) \dots \text{cov}(\psi, \gamma_v) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{V.37})$$

Указанное расширение детерминанта, определяющего скалярные произведения, объясняется тем, что набор дополнительных параметров γ_i , входящих в формулу (V.29), увеличился за счет включения в их число вспомогательных функций, определяемых выражениями (V.33).

Система уравнений (V.36) совместна и имеет единственное решение при соблюдении тех же требований, которые формулировались выше для аналогичных систем, т. е. если функции $f_p^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, k-1; p = 1, \dots, n_i$) совместно с γ_i ($i = 1, \dots, v$) образуют линейно-

независимую систему. Необходимо заметить, что в некоторых частных случаях задания исходной системы $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ (например, при представлениях в виде степенных функций от координат точек наблюдений), это условие может не выполняться. В подобных ситуациях необходимо применять несколько иной подход к аппроксимации компонент поля — помех, который рассматривается в конце настоящего раздела.

Для определения оставшихся коэффициентов преобразуем условие (V.29) к виду

$$M \left[\left(H_{\text{ост } m} - \sum_{i=1}^v a_{\text{пр } 0}^{(i)} \gamma_i - \zeta \right)^2 \right] = \min, \quad (\text{V.38})$$

где $H_{\text{ост } m}$ — остаточная составляющая геологической характеристики H размерностью $m = \sum_{i=0}^{k-1} n_i$, определяемая аналогично соотношению (V.14) формулой

$$H_{\text{ост } m} = H - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} \alpha_p^{(i)} f_p^{(i)}. \quad (\text{V.39})$$

Исходя из условия (V.38) коэффициенты $a_{\text{пр } 0}^{(i)}$ находятся путем решения системы уравнений

$$\sum_{i=1}^v a_{\text{пр } 0}^{(i)} \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j) = \text{cov}(H_{\text{ост } m}, \gamma_j); \quad j = 1, 2, \dots, v. \quad (\text{V.40})$$

Свободный коэффициент регрессии

$$\zeta = \langle H_{\text{ост } m} \rangle - \sum_{j=1}^v a_{\text{пр } 0}^{(j)} \langle \gamma_j \rangle. \quad (\text{V.41})$$

Заметим, что формулы для определения прогнозного структурного трансформационного многочлена $L_{\text{пр } n_0}^*(x, y)$ и переменных коэффициентов регрессии $\beta_i(x, y)$ в площадном варианте получаются по аналогии с соответствующими выражениями для простого структурного трансформационного многочлена (см. раздел 2 настоящей главы). Приведем краткую сводку основных формул для определения коэффициентов $a_{\text{пр } ps}^{(i)}$ ($i = 0, 1, \dots, k-1; 0 < p+s \leq n_i$) прогнозного структурного трансформационного многочлена $L_{\text{пр } n_0}^*(x, y)$ и переменных коэффициентов регрессии $\beta_i(x, y)$

$$a_{\text{пр } ps}^{(0)} = - \frac{\alpha_{ps}^{(0)}}{a_{\text{пр } 00}^{(k-1)}}; \quad 0 < p+s \leq n_0;$$

$$a_{\text{пр } ps}^{(i)} = \alpha_{ps}^{(i)}; \quad i = 1, 2, \dots, k-1; \quad 0 < p+s \leq n_i. \quad (\text{V.42})$$

Здесь $\alpha_{ps}^{(i)}$ ($i=0, 1, \dots, k-1$) находятся из системы уравнений

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} \alpha_{ps}^{(i)} (f_{ps}^{(i)}, f_{qt}^{(j)}) = (H, f_{qt}^{(j)}); \quad (\text{V.43})$$

$$j = 0, 1, \dots, k-1; \quad q, t = 0, 1, \dots, n_j; \quad 0 < q + t \leq n_j,$$

где скалярные произведения, как и раньше, вычисляются по формуле (V.37). При этом следует учитывать, что параметр ν , определяющий порядок детерминанта в выражении для скалярного произведения (V.37), в площадном варианте отличается от величины, вычисляемой по формуле (V.30). В площадном варианте трансформационный многочлен $L_{\text{пр } n_0}^*(x, y)$ и переменные коэффициенты регрессии $\beta_i(x, y)$ задаются большим числом базисных функций, чем их профильные аналоги $L_{\text{пр } n_0}^*(x)$ и $\beta_i(x)$, имеющие тот же порядок. В этом случае указанный выше параметр определяется выражением

$$\tilde{\nu} = \begin{cases} k + \frac{n_0(n_0+3)}{4} \left[n_1(n_1+3) + 1 - \frac{n_0(n_0+3)}{2} \right] & \text{при } n_1 \geq n_0; \\ k + \frac{n_1(n_1+3)}{4} \left[n_0(n_0+3) + 1 - \frac{n_1(n_1+3)}{2} \right] & \text{при } n_1 < n_0. \end{cases} \quad (\text{V.44})$$

Оставшиеся коэффициенты $a_{\text{пр } 00}^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k-1$) являются решением следующей системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^{\tilde{\nu}} a_{\text{пр } 00}^{(i)} \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j) = \text{cov}(H_{\text{ост}}, \gamma_j), \quad j = 1, 2, \dots, \tilde{\nu}, \quad (\text{V.45})$$

в которой вспомогательная остаточная составляющая

$$H_{\text{ост}}(x, y) = H(x, y) - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} \alpha_{ps}^{(i)} f_{ps}^{(i)}. \quad (\text{V.46})$$

Свободный коэффициент ζ вычисляется по формуле

$$\zeta = \langle H_{\text{ост}} \rangle - \sum_{j=1}^{\tilde{\nu}} a_{\text{пр } 00}^{(j)} \langle \gamma_j \rangle. \quad (\text{V.47})$$

Полученные соотношения дают решение задачи о разделении геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи в рамках прогнозного подхода.

Рассмотрим теперь частный способ задания исходной системы Φ_1, Φ_2, \dots в виде степенных функций от координат точек наблюдений. В этом случае вспомогательные параметры γ_i ($i = k, k+1, \dots, \nu$) согласно формулам (V.33) также оказываются степенными функциями и линейно связаны с базисными функциями $f_p^{(0)}$, определяемыми

формулой (V.34). Указанное обстоятельство в соответствии со сформулированным ранее требованием совместности и единственности решения системы уравнений (V.36) делает невозможным применение в прогнозном варианте общего подхода, описанного выше, который основан на аппроксимации компонент поля — помех трансформационными многочленами. В связи с этим рассмотрим другой способ задания функций, аппроксимирующих поле помех, который базируется на преобразовании оператора с переменными коэффициентами. Этот способ позволяет использовать в качестве исходной системы $\varphi_1, \varphi_2, \dots$, в том числе и степенные функции от координат точек наблюдений.

В профильном варианте оператор с переменными коэффициентами регрессии записывается так:

$$H^{(p)} = \sum_{i=1}^{k-2} \beta_i(x) \gamma_i + \beta_{k-1}(x) F + \zeta(x), \quad (V.48)$$

где γ_i ($i = 1, \dots, k-2$) — дополнительные геолого-геофизические параметры; $\zeta(x)$, $\beta_i(x)$ ($i = 1, \dots, k-1$) — переменные коэффициенты регрессии.

Если в выражении (V.48) переменный коэффициент регрессии $\beta_{k-1}(x)$ вынести за скобку, то получим:

$$H^{(p)} = \sum_{i=1}^{k-2} \beta_i(x) \gamma_i + \beta_{k-1}(x) \left[F - \frac{-\zeta(x)}{\beta_{k-1}(x)} \right]. \quad (V.49)$$

Из сравнения выражения (V.49) с формулой (V.24) видно, что вычисление оператора (V.48) также приводит к выделению из геофизического поля F некоторой остаточной составляющей, которая позволяет приблизить искомую геологическую характеристику уравнением регрессии с переменными коэффициентами. Однако в рассматриваемом случае это происходит не за счет учета прогнозного структурного трансформационного многочлена L_{npN}^* [см. формулу (V.27)], а путем вычитания из суммарного поля дроби $-\zeta(x)/\beta_{k-1}(x)$. Последняя дробь, как и трансформационный многочлен (V.27), описывает те компоненты поля — помехи, которые даже при учете неоднородности параметров связи все же ухудшают корреляционную зависимость между анализируемыми геолого-геофизическими величинами. По аналогии с прогнозным структурным трансформационным многочленом L_{npN}^* дробь $-\zeta(x)/\beta_{k-1}(x)$ будем называть прогнозной структурной трансформационной функцией и обозначать

$$L_{np}^*(x) = - \frac{\zeta(x)}{\beta_{k-1}(x)}. \quad (V.50)$$

Из сравнения выражений (V.49) и (V.24) видно, что получаемая с помощью трансформационной функции L_{np}^* остаточная составляющая поля отличается от рассмотренной выше полезной остаточной

составляющей $F_{\text{пр. ост}}^*$ лишь способом аппроксимации поля помех. Поэтому для нее сохраним прежнее обозначение:

$$F_{\text{пр. ост}}^* = F - L_{\text{пр}}^*(x) = F - \left(-\frac{\zeta(x)}{\beta_{k-1}(x)} \right). \quad (\text{V.51})$$

Как видно из формул (V.50) и (V.51), для вычисления прогнозной структурной трансформационной функции $L_{\text{пр}}^*(x)$ и полезной остаточной составляющей поля $F_{\text{пр. ост}}^*$ требуется сначала найти переменные коэффициенты регрессии $\zeta(x)$ и $\beta_{k-1}(x)$. Покажем, что последняя задача путем соответствующего выбора базисных функций сводится к определению коэффициентов обычного трансформационного многочлена L_m и решается на основе общей теории корреляционных методов преобразования геофизических аномалий, рассмотренной в главе II.

Зададим, как и выше, переменные коэффициенты регрессии $\beta_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$) в виде многочленов

$$\beta_i(x) = a_{\text{пр } 0}^{(i)} + \sum_{p=1}^{n_i} a_{\text{пр } p}^{(i)} \varphi_p(x); \quad i = 1, 2, \dots, k-1. \quad (\text{V.52})$$

Тогда по аналогии с выражением (V.52) свободный переменный коэффициент регрессии $\zeta(x)$ удобно записать в виде

$$\zeta(x) = a_{\text{пр } 0}^{(0)} + \sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пр } p}^{(0)} \varphi_p(x). \quad (\text{V.53})$$

Следует заметить, что коэффициенты $a_{\text{пр } p}^{(0)}$ и порядок n_0 свободного переменного коэффициента регрессии $\zeta(x)$ в рассматриваемом способе обозначаются так же, как и соответствующие параметры прогнозного структурного трансформационного многочлена $L_{\text{пр } n_0}^*$, определяемого в общей теории корреляционного метода разделения поля с учетом неоднородности параметров связи.

Введем базисные¹ функции:

$$f_p^{(i)} = \varphi_p(x) \gamma_i; \quad i = 0, 1, \dots, k-1, \quad (\text{V.54})$$

где $\gamma_0 \equiv 1$ и $\gamma_{k-1} = F$, и запишем оператор (V.48) в виде уравнения гиперплоскости средней квадратической регрессии H по системе базисных функций $f_p^{(i)}$ и параметрам γ_i :

$$H^{(p)} = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_{\text{пр } p}^{(i)} f_p^{(i)} + \sum_{i=1}^{k-1} a_{\text{пр } 0}^{(i)} \gamma_i + a_{\text{пр } 0}^{(0)}. \quad (\text{V.55})$$

Коэффициенты $a_{\text{пр } p}^{(i)}$ удовлетворяют условию

$$M \left[\left(H - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_{\text{пр } p}^{(i)} f_p^{(i)} - \sum_{i=1}^{k-1} a_{\text{пр } 0}^{(i)} \gamma_i - a_{\text{пр } 0}^{(0)} \right)^2 \right] = \min. \quad (\text{V.56})$$

¹ Заметим, что эта система базисных функций идентична рассмотренной ранее системе (V.34).

Они находятся согласно общей теории, изложенной в главе II, из системы уравнений

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_{\text{пр } p}^{(i)} (f_p^{(i)}, f_q^{(j)}) = (H, f_q^{(j)}); \quad j=0, 1, \dots, k-1; \quad q=1, \dots, n_j. \quad (\text{V.57})$$

При этом скалярные произведения в формуле (V.57) определяются формулой (II.75).

Оставшиеся коэффициенты $a_{\text{пр } 0}^{(i)}$ ($i=0, 1, \dots, k-1$) удовлетворяют условию

$$M \left[\left(H_{\text{ост}} - \sum_{i=1}^{k-1} a_{\text{пр } 0}^{(i)} \gamma_i - a_{\text{пр } 0}^{(0)} \right)^2 \right] = \min, \quad (\text{V.58})$$

где $H_{\text{ост}}$ — преобразованная геологическая характеристика, вычисляемая аналогично соотношению (II.72) по формуле

$$H_{\text{ост}} = H - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{p=1}^{n_i} a_{\text{пр } p}^{(i)} f_p^{(i)}. \quad (\text{V.59})$$

Система уравнений для определения $a_{\text{пр } 0}^{(i)}$ имеет вид

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_{\text{пр } 0}^{(i)} \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j) = \text{cov}(H_{\text{ост}}, \gamma_j), \quad j=1, \dots, k-1, \quad (\text{V.60})$$

а коэффициент

$$a_{\text{пр } 0}^{(0)} = \langle H_{\text{ост}} \rangle - \sum_{j=1}^{k-1} a_{\text{пр } 0}^{(j)} \langle \gamma_j \rangle. \quad (\text{V.61})$$

Формулы (V.57), (V.59)—(V.61) являются основными расчетными формулами рассмотренной модификации корреляционного метода разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи и позволяют получить переменные коэффициенты регрессии $\zeta(x)$ и $\beta_i(x)$. Прогнозная структурная трансформационная функция $L_{\text{пр}}^*(x)$ и полезная остаточная составляющая поля $F_{\text{пр. ост}}^*$ вычисляются в соответствии с выражениями (V.50) и (V.51) по формулам

$$L_{\text{пр}}^*(x) = - \frac{a_{\text{пр } 0}^{(0)} + \sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пр } p}^{(0)} \varphi_p(x)}{a_{\text{пр } 0}^{(k-1)} + \sum_{p=1}^{n_{k-1}} a_{\text{пр } p}^{(k-1)} \varphi_p(x)}; \quad (\text{V.62})$$

$$F_{\text{пр. ост}}^* = F - \left(- \frac{a_{\text{пр } 0}^{(0)} + \sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пр } p}^{(0)} \varphi_p(x)}{a_{\text{пр } 0}^{(k-1)} + \sum_{p=1}^{n_{k-1}} a_{\text{пр } p}^{(k-1)} \varphi_p(x)} \right).$$

В площадном варианте рассматриваемая частная методика корреляционного разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи строится аналогичным образом.

Переменные коэффициенты регрессии $\zeta(x, y)$ и $\beta_i(x, y)$ задаются многочленами

$$\zeta(x, y) = a_{np\ 00}^{(0)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{np\ ps}^{(0)} \varphi_{ps}(x, y), \quad (V.63)$$

$$\beta_i(x, y) = a_{np\ 00}^{(i)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} a_{np\ ps}^{(i)} \varphi_{ps}(x, y); \quad i = 1, 2, \dots, k-1.$$

Система базисных функций определяется выражением

$$f_{ps}^{(i)} = \varphi_{ps}(x, y) \gamma_i; \quad i = 0, 1, \dots, k-1, \quad (V.64)$$

в котором $\gamma_0 \equiv 1$ и $\gamma_{k-1} = F$. В этом случае коэффициенты $a_{np\ ps}^{(i)}$ находятся из системы уравнений

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} a_{np\ ps}^{(i)} (f_{ps}^{(i)}, f_{qt}^{(j)}) = (H, f_{qt}^{(j)}); \quad (V.65)$$

$$j = 0, 1, \dots, k-1; \quad q, t = 0, 1, \dots, n_j; \quad 0 < q + t \leq n_j,$$

где скалярные произведения вычисляются по формуле (II.75). Не входящие в систему уравнений (V.65) коэффициенты $a_{np\ 00}^{(i)}$ находятся решением следующей системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^{k-1} a_{np\ 00}^{(i)} \text{cov}(\gamma_i, \gamma_j) = \text{cov}(H_{\text{ост}}, \gamma_j), \quad j = 1, \dots, k-1; \quad (V.66)$$

причем вспомогательная функция $H_{\text{ост}}$ задается равенством

$$H_{\text{ост}} = H - \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_i}}^{n_i} a_{np\ ps}^{(i)} f_{ps}^{(i)}. \quad (V.67)$$

Оставшийся коэффициент

$$a_{np\ 00}^{(0)} = \langle H_{\text{ост}} \rangle - \sum_{j=1}^{k-1} a_{np\ 00}^{(j)} \langle \gamma_j \rangle. \quad (V.68)$$

Формулы (V.65)–(V.68) позволяют определить переменные коэффициенты регрессии $\zeta(x, y)$, $\beta_i(x, y)$ и являются основными расчетными формулами рассмотренной модификации корреляционного метода разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи в площадном варианте. Искомые прогнозная структурная трансформационная функция L_{np}^* и полезная

остаточная составляющая $F_{\text{пр. ост}}^*$ вычисляются аналогично выражениям (V.62) по формулам

$$L_{\text{пр}}^*(x, y) = \frac{a_{\text{пр } 00}^{(0)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр } ps}^{(0)} \varphi_{ps}(x, y)}{a_{\text{пр } 00}^{(k-1)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_{k-1}}}^{n_{k-1}} a_{\text{пр } ps}^{(k-1)} \varphi_{ps}(x, y)}; \quad (\text{V.69})$$

$$F_{\text{пр. ост}}^* = F - \left[\frac{a_{\text{пр } 00}^{(0)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр } ps}^{(0)} \varphi_{ps}(x, y)}{a_{\text{пр } 00}^{(k-1)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_{k-1}}}^{n_{k-1}} a_{\text{пр } ps}^{(k-1)} \varphi_{ps}(x, y)} \right]$$

При практическом использовании рассмотренной модификации разделения поля прогнозную структурную трансформационную функцию $L_{\text{пр}}^*$, являющуюся частным от деления двух многочленов, удобно аппроксимировать некоторым полиномом от координат точек профиля (плоскости) наблюдения. Очевидно, что порядок $n_{\text{п}}$ указанного полинома при $n_0 > n_{k-1}$ целесообразно выбирать равным разности порядков переменных коэффициентов регрессии ξ и β_{k-1} , т. е. $n_{\text{п}} = n_0 - n_{k-1}$. Заметим, что этот полином можно рассматривать как некоторый аналог прогнозного структурного трансформационного многочлена $L_{\text{пр } N}^*$.

4. Структурный геофизический фон

В предыдущих разделах настоящей главы рассматривались общие принципы определения простых и прогнозных структурных трансформационных многочленов по произвольной системе базисных функций $\varphi_1, \varphi_2, \dots$. Эти функции целесообразно выбирать таким образом, чтобы они, с одной стороны, лучше всего соответствовали структуре компоненты поля — помехи, обусловленной посторонними мешающими геологическими факторами, а с другой — достаточно хорошо аппроксимировали переменные коэффициенты регрессии, определяемые реальным соотношением между геолого-геофизическими параметрами в районе исследований. Одним из наиболее простых и в то же время отвечающих сформулированным выше требованиям способов задания базисных функций является их представление в виде степенных функций от координат точек наблюдения. Этот способ уже применялся при построении корреляционного метода разделения геофизических аномалий в ситуациях, когда

составляющая геофизического поля — помеха хорошо описывается степенными многочленами.

При разделении полей с учетом переменных параметров связи такое представление базисных функций в профильном варианте приводит к следующим выражениям для простых и прогнозных структурных трансформационных многочленов:

$$L_{n_0}^* = \sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)} x^p; \quad (V.70)$$

$$L_{np\ n_0}^* = \sum_{p=1}^{n_0} a_{np\ p}^{(0)} x^p. \quad (V.71)$$

Указанные трансформационные многочлены по аналогии с корреляционным методом разделения аномалий (см. главу IV) будем называть простыми и прогнозными структурными геофизическими фонами и обозначать $F_{\phi\ n_0}^*$ и $F_{np\ \phi\ n_0}^*$.

Согласно определению структурные геофизические фоны описывают ту часть суммарного геофизического поля, которая не коррелируется с набором геолого-геофизических величин $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ при учете неоднородности параметров связи. Напомним, что аналогичную роль в корреляционном методе разделения аномалий (см. главу IV) выполняет геофизический фон F_{ϕ} , исключаящий из суммарного поля ту его часть, которая не коррелируется с изучаемой геологической характеристикой, т. е. не связана с ней уравнением регрессии с постоянными коэффициентами. Природа такой фоновой компоненты может быть различной в зависимости от решаемой задачи и геологических факторов, обуславливающих геофизические аномалии. В самом деле, предположим, что исследуемой характеристикой является структура некоторой геологической границы, а в качестве помех выступает только влияние других геологических границ, корреляционно не связанных с изучаемой (т. е. разрез состоит из однородных слоев, разделенных произвольными поверхностями). Тогда фоновая составляющая поля описывает геофизический эффект тех границ, которые, хотя и оказывают влияние на суммарное геофизическое поле, но корреляционно не связаны с изучаемой границей. В этом случае геофизический фон обусловлен только структурными особенностями строения разреза. Однако помеха в корреляционном методе, описываемая геофизическим фоном, может быть вызвана и рядом других факторов (помимо структурных).

Рассмотрим наиболее типичную модель геологического разреза, в которой такого типа фактор связан с непостоянством физических свойств пород вдоль границ раздела (неоднородность слагающих разрез слоев). Горизонтальное изменение физических свойств (избыточная плотность, намагниченность, электропроводность и др.) вызывает изменение выраженности в геофизических аномалиях одинаковых структурных особенностей границы раздела, например локальных поднятий (рис. 28). Это приводит к тому, что параметры корреляционной зависимости между геологическим объектом и

геофизическими аномалиями становятся переменными. В такой ситуации обычный геофизический фон, выделяемый корреляционным методом, будет обусловлен не только структурными особенностями границ раздела, но и меняющимися вдоль них в слоях земной коры физическими свойствами пород. При построении оператора с переменными параметрами связи последние в определенной степени учитывают непостоянство физических свойств, поэтому полиномы F_{ϕ}^* и $F_{\text{пр.}\phi}^*$, выделяемые на базе этого оператора, отображают помеху, освобождаемую от влияния изменения физических свойств пород вдоль изучаемой границы раздела. Таким образом, указанные фоны определяются прежде всего структурными особенностями изучаемой границы. В связи с этим полиномы F_{ϕ}^* и $F_{\text{пр.}\phi}^*$ в отличие от геофизических фонов предлагается называть **структурными**

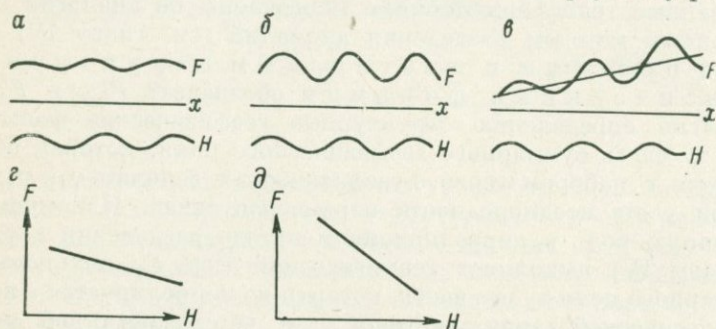


Рис. 28. Графики влияния горизонтального изменения физических свойств на параметры корреляционной зависимости между глубиной залегания геологической границы H и геофизическим полем $F = \Delta g$.

a — плотностная граница H и аномалия силы тяжести Δg при $\Delta\sigma_1 = \text{const}$; $б$ — то же, при $\Delta\sigma_2 = \text{const}$ ($\Delta\sigma_2 > \Delta\sigma_1$); $в$ — то же, при горизонтальном изменении избыточной плотности ($\Delta\sigma$ возрастает в направлении оси x ; наклонной линией показано изменение уровня поля); $г$ — линия регрессии Δg по H в условиях модели a ; $д$ — то же, в условиях модели $б$

фо н а м и. Аналогичные соображения обосновывают целесообразность введения термина «структурный» для соответствующих трансформационных многочленов, описанных в разделах 2 и 3 настоящей главы.

Формулы для коэффициентов структурных геофизических фонов нетрудно получить на основе общей теории, описанной в предыдущих разделах. Заметим, что остаточная компонента поля, получаемая в результате вычитания структурных фонов из исходного поля, определяется как структурными особенностями изучаемой границы, так и возможными латеральными изменениями физических свойств горных пород вдоль нее. Поэтому указанную компоненту будем называть **полной** (простой или прогнозной) **остаточной компонентой** поля и обозначать $F_{\text{ост}}^*$. Ниже будут приведены примеры, показывающие целесообразность выделения в определенных геологических ситуациях полных остаточных компонент геофизического поля.

5. Разностный геофизический фон

Обычный геофизический фон, выделяемый корреляционным методом, в общем случае отражает влияние как границ — помех, так и горизонтального изменения физических свойств пород вдоль изучаемой границы. В то же время структурный фон определяется прежде всего структурными особенностями изучаемой границы. В связи с этим большой интерес при решении различных геологических задач представляет анализ соотношения между геофизическим и структурным фонами.

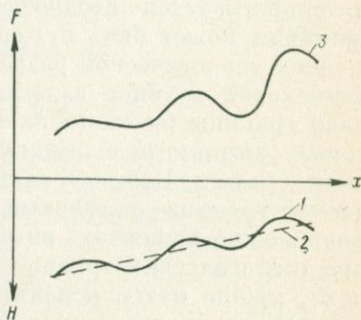


Рис. 29. Графики влияния регионального изменения глубины залегания геологической границы на выраженность локальных структур в геофизических аномалиях.

1 — геофизическая активная граница раздела; 2 — региональное изменение глубины залегания границы; 3 — геофизическое поле, обусловленное границей 1

Рассмотрим разность между этими фонами, которую обозначим D и будем называть разностным геофизическим фоном:

$$D = F_{\phi} - F_{\phi}^* \quad (V.72)$$

В соответствии с описанным выше разностный фон отражает влияние изменяющихся вдоль изучаемой границы физических свойств горных пород. Указанные изменения могут быть обусловлены следующими факторами: а) литофациальной неоднородностью слоев земной коры; б) выклиниванием отдельных слоев; в) неоднородностью насыщения горных пород флюидами и др. Все это определяет большую практическую значимость выделения разностного геофизического фона при решении различных геологических задач.

Однако разностный фон, помимо наиболее типичной ситуации, в которой он обусловлен влиянием изменяющихся вдоль слоев физических свойств горных пород, может быть вызван и некоторыми другими геологическими факторами. В качестве одного из характерных примеров рассмотрим случай, когда изучаемая граница, вдоль которой физические свойства пород остаются постоянными, в региональном плане испытывает значительные изменения в глубине залегания. Тогда локальные особенности строения границы, расположенные на небольшой глубине, будут выражены в геофизическом поле более интенсивными аномалиями, чем структуры, размещенные на больших глубинах (рис. 29). Следовательно, такой характер зависимости между структурой границы и геофизическими аномалиями также приводит к неоднородности параметров связи. Выделяемый в этом случае разностный геофизический фон будет отражать

не только горизонтальное изменение физических свойств пород вдоль границы, но и региональное изменение глубины залегания границы.

Можно привести еще ряд примеров, в которых выделяется разностный фон, отличающийся от нуля, даже при постоянстве физических свойств вдоль изучаемой границы. Такие ситуации возможны в случае наличия в разрезе нескольких геофизически активных границ раздела и при разном характере соотношения слоев в различных участках исследуемой территории.

Таким образом, разностный геофизический фон в общем случае интерпретируется неоднозначно. Однако неоднозначность интерпретации может быть сужена, когда имеются дополнительные сведения о геологическом разрезе. Так, например, при приблизительно одинаковой глубине залегания структурных особенностей изучаемой границы (ее стационарности) влияние на разностный фон фактора, связанного с региональным погружением границы, будет минимальным. Поэтому, если имеются данные о стационарности изучаемой границы, указанный фактор при интерпретации разностного фона можно исключить из рассмотрения. Учесть искажающее влияние геологических границ, рассматриваемых в этой задаче как погрешка, можно путем использования оператора с переменными коэффициентами связи в его многомерном варианте. В качестве дополнительных параметров должны являться известные геофизически активные границы. Только при полном учете указанных факторов получаемый разностный геофизический фон в «чистом» виде отражает изменение физических свойств пород вдоль исследуемой геологической границы.

Еще раз подчеркнем, что разностный геофизический фон не следует рассматривать как геофизический эффект обуславливающих его факторов, поскольку он так же, как геофизическая и структурная фоновые компоненты, вычисляется на базе корреляционных зависимостей. В заключение заметим, что по аналогии с формулой (V.72) можно определить прогнозный разностный геофизический фон $D_{пр}$:

$$D_{пр} = F_{пр. ф} - F_{пр. ф}^* \quad (V.73)$$

Его свойства аналогичны свойствам простого разностного фона.

6. Расчетные формулы

В настоящем разделе на основе теории корреляционного метода разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи, изложенной выше, даются конкретные вычислительные формулы для определения структурных геофизических фонов и переменных коэффициентов регрессии. Общие формулы для их нахождения приведены в разделах 2 и 3 этой главы. Здесь подробно

распишем указанные формулы с учетом входящих в них скалярных произведений, что облегчит работу по составлению конкретных вычислительных алгоритмов для ЭВМ. В целях сокращения записи рассматриваются лишь двумерные связи ($k = 2$).

Простой структурный геофизический фон

Согласно указанному подходу скалярные произведения двух функций φ и ψ определяются формулой (II.50), имеющей в случае двумерных связей следующий вид:

$$(\varphi, \psi) = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, H) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (\text{V.74})$$

Профильный вариант

Система уравнений (V.12) для определения коэффициентов структурного геофизического фона и переменного коэффициента регрессии с учетом формулы (V.9) для базисных функций и сноски на стр. 116 записывается в следующем виде:

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)}(x^p, x^q) + \sum_{p=1}^{n_1} a_p^{(1)}(x^p H, x^q) = (F, x^q); \quad q = 1, 2, \dots, n_0; \quad (\text{V.75})$$

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)}(x^p, x^q H) + \sum_{p=1}^{n_1} a_p^{(1)}(x^p H, x^q H) = (F, x^q H); \quad q = 1, 2, \dots, n_1.$$

Здесь скалярные произведения соответствующих функций находятся по формуле (V.74). При подстановке формулы (V.74) в систему (V.75) получаем развернутое выражение для системы уравнений:

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p) \\ \text{cov}(x^q, H) & \text{cov}(x^q, x^p) \end{vmatrix} + \\ & + \sum_{p=1}^{n_1} a_p^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p H) \\ \text{cov}(x^q, H) & \text{cov}(x^q, x^p H) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x^q, H) & \text{cov}(x^q, F) \end{vmatrix}; \quad q = 1, 2, \dots, n_0; \\ & \sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p) \\ \text{cov}(x^q H, H) & \text{cov}(x^q H, x^p) \end{vmatrix} + \\ & + \sum_{p=1}^{n_1} a_p^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p H) \\ \text{cov}(x^q H, H) & \text{cov}(x^q H, x^p H) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x^q H, H) & \text{cov}(x^q H, F) \end{vmatrix}; \quad q = 1, 2, \dots, n_1. \end{aligned} \quad (\text{V.76})$$

Структурный геофизический фон $F_{\Phi n_0}^*$ вычисляется при помощи коэффициентов $a_p^{(0)}$, полученных из системы (V.76)

$$F_{\Phi n_0}^* = \sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)} x^p. \quad (V.77)$$

Остальные величины $a_p^{(1)}$ являются согласно соотношению (V.6) коэффициентами аппроксимирующего многочлена для переменного коэффициента регрессии $b_1(x)$

$$b_1(x) = a_0^{(1)} + \sum_{p=1}^{n_1} a_p^{(1)} x^p. \quad (V.78)$$

Оставшийся неизвестным коэффициент $a_0^{(1)}$ находится при помощи остаточной составляющей $F_{\text{ост } m}$

$$F_{\text{ост } m} = F - \sum_{p=1}^{n_0} a_p^{(0)} x^p - \sum_{p=1}^{n_1} a_p^{(1)} x^p H \quad (V.79)$$

размерностью $m = n_0 + n_1$. Выражение (V.15) для его отыскания записывается в явном виде

$$a_0^{(1)} = \frac{\text{cov}(F_{\text{ост } m}, H)}{\text{cov}(H, H)}. \quad (V.80)$$

Свободный коэффициент c в уравнении регрессии (V.2) в соответствии с формулой (V.16)

$$c = \langle F_{\text{ост } m} \rangle - a_0^{(1)} \langle H \rangle. \quad (V.81)$$

Формулы (V.76)–(V.81) являются расчетными формулами для определения структурного геофизического фона и коэффициентов регрессии в уравнении (V.2).

В частном случае линейного структурного геофизического фона ($n_0 = 1$) и переменного коэффициента регрессии первого порядка ($n_1 = 1$)

$$\begin{aligned} F_{\Phi 1}^* &= a_1^{(0)} x; \\ b_1(x) &= a_0^{(1)} + a_1^{(1)} x \end{aligned} \quad (V.82)$$

система уравнений (V.76) имеет вид

$$\begin{aligned} a_1^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} + a_1^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, xH) \end{vmatrix} &= \\ = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, F) \end{vmatrix}; & \\ a_1^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, x) \end{vmatrix} + & \end{aligned} \quad (V.83)$$

$$+ a_1^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, xH) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, F) \end{vmatrix}.$$

Остаточная составляющая $F_{\text{ост } m}$ размерностью $m = 2$ рассчитывается по формуле

$$F_{\text{ост } 2} = F - a_1^{(0)}x - a_1^{(1)}xH, \quad (\text{V.84})$$

а коэффициент

$$a_0^{(1)} = \frac{\text{cov}(F - a_1^{(0)}x - a_1^{(1)}xH, H)}{\text{cov}(H, H)}. \quad (\text{V.85})$$

Если структурный геофизический фон и переменный коэффициент регрессии имеют второй порядок ($n_0 = n_1 = 2$), то

$$\begin{aligned} F_{\phi_2}^* &= a_1^{(0)}x + a_2^{(0)}x^2; \\ b_1(x) &= a_0^{(1)} + a_1^{(1)}x + a_2^{(1)}x^2, \end{aligned} \quad (\text{V.86})$$

а система уравнений (V.76) принимает вид

$$\begin{aligned} & a_1^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} + \\ & + a_2^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, x^2) \end{vmatrix} + \\ & + a_1^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, xH) \end{vmatrix} + \\ & + a_2^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2H) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, x^2H) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, F) \end{vmatrix}; \\ & a_1^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(x^2, H) & \text{cov}(x^2, x) \end{vmatrix} + \\ & + a_2^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2) \\ \text{cov}(x^2, H) & \text{cov}(x^2, x^2) \end{vmatrix} + \\ & + a_1^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(x^2, H) & \text{cov}(x^2, xH) \end{vmatrix} + \\ & + a_2^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2H) \\ \text{cov}(x^2, H) & \text{cov}(x^2, x^2H) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x^2, H) & \text{cov}(x^2, F) \end{vmatrix}; \\ & a_1^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, x) \end{vmatrix} + \end{aligned} \quad (\text{V.87})$$

$$\left. \begin{aligned}
& + a_2^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, x^2) \end{vmatrix} + \\
& + a_1^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, xH) \end{vmatrix} + \\
& + a_2^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2H) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, x^2H) \end{vmatrix} = \\
& = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, F) \end{vmatrix}; \\
& a_1^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(x^2H, H) & \text{cov}(x^2H, x) \end{vmatrix} + \\
& + a_2^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2) \\ \text{cov}(x^2H, H) & \text{cov}(x^2H, x^2) \end{vmatrix} + \\
& + a_1^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(x^2H, H) & \text{cov}(x^2H, xH) \end{vmatrix} + \\
& + a_2^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^2H) \\ \text{cov}(x^2H, H) & \text{cov}(x^2H, x^2H) \end{vmatrix} = \\
& = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x^2H, H) & \text{cov}(x^2H, F) \end{vmatrix}.
\end{aligned} \right\} \quad (\text{V.87})$$

При этом в формулу (V.80) для вычисления оставшегося коэффициента $a_0^{(1)}$ подставляется остаточная составляющая $F_{\text{ост}4}$

$$F_{\text{ост}4} = F - a_1^{(0)}x - a_2^{(0)}x^2 - a_1^{(1)}xH - a_2^{(1)}x^2H. \quad (\text{V.88})$$

Заметим, что в общем случае порядки многочленов n_0 и n_1 могут отличаться друг от друга.

П л о щ а д н о й в а р и а н т

При разделении поля, заданного на некоторой площади, точки наблюдения характеризуются прямоугольными координатами x и y . Поэтому структурный геофизический фон и переменный коэффициент регрессии согласно формулам (V.17) задаются выражениями:

$$F_{\Phi n_0}^*(x, y) = \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)} x^p y^s; \quad b_1(x, y) = a_{00}^{(1)} + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{ps}^{(1)} x^p y^s. \quad (\text{V.89})$$

Система уравнений (V.19) для отыскания величин $a_{ps}^{(0)}$ и $a_{ps}^{(1)}$ с учетом вида базисных функций (V.18) записывается так:

$$\sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)}(x^p y^s, x^q y^t) + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{ps}^{(1)}(x^p y^s H, x^q y^t) = (F, x^q y^t); \quad (\text{V.90})$$

$$q, t = 0, 1, \dots, n_0; \quad 0 < q + t \leq n_0;$$

$$\sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)}(x^p y^s, x^q y^t H) + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{ps}^{(1)}(x^p y^s H, x^q y^t H) = (F, x^q y^t H);$$

$$q, t = 0, 1, \dots, n_1; \quad 0 < q + t \leq n_1.$$

Подставляя в формулу (V.90) выражение (V.74) для скалярных произведений, получаем систему (V.19) в окончательном виде:

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p y^s) \\ \text{cov}(x^q y^t, H) & \text{cov}(x^q y^t, x^p y^s) \end{array} \right| + \\ & + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{ps}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p y^s H) \\ \text{cov}(x^q y^t, H) & \text{cov}(x^q y^t, x^p y^s H) \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x^q y^t, H) & \text{cov}(x^q y^t, F) \end{array} \right|; \\ & q, t = 0, 1, \dots, n_0; \quad 0 < q + t \leq n_0; \end{aligned} \quad (\text{V.91})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p y^s) \\ \text{cov}(x^q y^t H, H) & \text{cov}(x^q y^t H, x^p y^s) \end{array} \right| + \\ & + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{ps}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x^p y^s H) \\ \text{cov}(x^q y^t H, H) & \text{cov}(x^q y^t H, x^p y^s H) \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x^q y^t H, H) & \text{cov}(x^q y^t H, F) \end{array} \right|; \\ & q, t = 0, 1, \dots, n_1; \quad 0 < q + t \leq n_1. \end{aligned}$$

Коэффициент $a_{00}^{(1)}$ находится согласно формулам (V.20)–(V.22) по остаточной составляющей

$$F_{\text{ост}}(x, y) = F - \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{ps}^{(0)} x^p y^s - \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{ps}^{(1)} x^p y^s H \quad (\text{V.92})$$

из выражения

$$a_{00}^{(1)} = \frac{\text{cov}(F_{\text{ост}}, H)}{\text{cov}(H, H)}. \quad (\text{V.93})$$

Свободный коэффициент регрессии c определяется равенством

$$c = \langle F_{\text{ост}} \rangle - a_{00}^{(1)} \langle H \rangle. \quad (\text{V.94})$$

Например, в случае линейных функций

$$\begin{aligned} F_{\Phi 1}^*(x, y) &= a_{10}^{(0)}x + a_{01}^{(0)}y; \\ b_1(x, y) &= a_{00}^{(1)} + a_{10}^{(1)}x + a_{01}^{(1)}y \end{aligned} \quad (\text{V.95})$$

полученная система уравнений (V.91) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} & a_{10}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} + \\ & + a_{01}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, y) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, y) \end{vmatrix} + \\ & + a_{10}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, xH) \end{vmatrix} + \\ & + a_{01}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, yH) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, yH) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(x, H) & \text{cov}(x, F) \end{vmatrix}; \\ & a_{10}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, x) \end{vmatrix} + \\ & + a_{01}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, y) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, y) \end{vmatrix} + \\ & + a_{10}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, xH) \end{vmatrix} + \\ & + a_{01}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, yH) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, yH) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(y, H) & \text{cov}(y, F) \end{vmatrix}; \\ & a_{10}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, x) \end{vmatrix} + \\ & + a_{01}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, y) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, y) \end{vmatrix} + \\ & + a_{10}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, xH) \end{vmatrix} + \\ & + a_{01}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, Hy) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, yH) \end{vmatrix} = \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.96})$$

$$\begin{aligned}
&= \left. \begin{aligned} &\left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(xH, H) & \text{cov}(xH, F) \end{array} \right|; \\ &a_{10}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, x) \\ \text{cov}(yH, H) & \text{cov}(yH, x) \end{array} \right| + \\ &+ a_{01}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, y) \\ \text{cov}(yH, H) & \text{cov}(yH, y) \end{array} \right| + \\ &+ a_{10}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, xH) \\ \text{cov}(yH, H) & \text{cov}(yH, xH) \end{array} \right| + \\ &+ a_{01}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, yH) \\ \text{cov}(yH, H) & \text{cov}(yH, yH) \end{array} \right| = \\ &= \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(H, H) & \text{cov}(H, F) \\ \text{cov}(yH, H) & \text{cov}(yH, F) \end{array} \right|. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.96})
\end{aligned}$$

Остаточная составляющая $F_{\text{ост}}$ рассчитывается по формуле

$$F_{\text{ост}} = F - a_{10}^{(0)}x - a_{01}^{(0)}y - a_{10}^{(1)}xH - a_{01}^{(1)}yH, \quad (\text{V.97})$$

после чего из выражений (V.93) и (V.94) находятся последние неизвестные — коэффициенты $a_{00}^{(1)}$ и c .

Прогнозный структурный геофизический фон

Расчетные формулы приведены в соответствии с соотношениями (V.48)—(V.69) раздела 3 настоящей главы, т. е. для случая аппроксимации структурного фона F_{Φ}^* дробно-рациональной функцией. При этом скалярные произведения, входящие в системы уравнений (V.57) и (V.65), определяются равенством (II.75)

$$(\varphi, \psi) = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, \varphi) \\ \text{cov}(\psi, F) & \text{cov}(\psi, \varphi) \end{array} \right|. \quad (\text{V.98})$$

Профильный вариант

В случае профильного задания параметров F и H оператор с переменными коэффициентами записывается в виде уравнения регрессии

$$H^{(p)} = \zeta(x) + \beta_1(x)F, \quad (\text{V.99})$$

где $\zeta(x)$, $\beta_1(x)$ — переменные коэффициенты регрессии, являющиеся функциями от координаты x точек профиля наблюдений.

Функции $\zeta(x)$ и $\beta_1(x)$ представляют собой степенные многочлены

$$\begin{aligned}
\zeta(x) &= \sum_{p=0}^{n_0} a_{np}^{(0)} x^p; \\
\beta_1(x) &= \sum_{p=0}^{n_1} a_{np}^{(1)} x^p,
\end{aligned} \quad (\text{V.100})$$

где n_0, n_1 — степени аппроксимирующих многочленов.

Система уравнений для определения коэффициентов $a_{\text{пп}p}^{(0)}$ и $a_{\text{пп}p}^{(1)}$ в выражениях (V.100) имеет согласно системе (V.57) следующий вид:

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пп}p}^{(0)} (f_p^{(0)}, f_q^{(0)}) + \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пп}p}^{(1)} (f_p^{(1)}, f_q^{(0)}) = (H, f_q^{(0)});$$

$$q = 1, 2, \dots, n_0; \quad (\text{V.101})$$

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пп}p}^{(0)} (f_p^{(0)}, f_q^{(1)}) + \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пп}p}^{(1)} (f_p^{(1)}, f_q^{(1)}) = (H, f_q^{(1)}); \quad q = 1, 2, \dots, n_1.$$

При этом базисные функции $f_p^{(0)}$ и $f_p^{(1)}$ в соответствии с равенством (V.54) задаются формулами

$$f_p^{(0)} = x^p; \quad p = 1, 2, \dots, n_0; \quad (\text{V.102})$$

$$f_p^{(1)} = x^p F; \quad p = 1, 2, \dots, n_1.$$

С учетом вида базисных функций (V.102) система уравнений (V.101) записывается в виде

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пп}p}^{(0)} (x^p, x^q) + \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пп}p}^{(1)} (x^p F, x^q) = (H, x^q); \quad q = 1, 2, \dots, n_0; \quad (\text{V.103})$$

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пп}p}^{(0)} (x^p, x^q F) + \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пп}p}^{(1)} (x^p F, x^q F) = (H, x^q F); \quad q = 1, 2, \dots, n_1.$$

Подставляя в полученную систему уравнений выражение для скалярных произведений (V.98), получим:

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пп}p}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p) \\ \text{cov}(x^q, F) & \text{cov}(x^q, x^p) \end{vmatrix} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пп}p}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p F) \\ \text{cov}(x^q, F) & \text{cov}(x^q, x^p F) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^q, F) & \text{cov}(x^q, H) \end{vmatrix}; \quad q = 1, 2, \dots, n_0; \quad (\text{V.104})$$

$$\sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пп}p}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p) \\ \text{cov}(x^q F, F) & \text{cov}(x^q F, x^p) \end{vmatrix} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пп}p}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p F) \\ \text{cov}(x^q F, F) & \text{cov}(x^q F, x^p F) \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^q F, F) & \text{cov}(x^q F, H) \end{vmatrix}; \quad q = 1, 2, \dots, n_1.$$

Вспомогательная функция $H_{\text{ост}}$ вычисляется согласно равенствам (V.59) и (V.54) по формуле

$$H_{\text{ост}} = H - \sum_{p=1}^{n_0} a_{\text{пр}0}^{(0)} p x^p - \sum_{p=1}^{n_1} a_{\text{пр}p}^{(1)} p x^p F, \quad (\text{V.105})$$

а оставшиеся коэффициенты $a_{\text{пр}0}^{(0)}$ и $a_{\text{пр}0}^{(1)}$ аппроксимирующих многочленов (V.100) находятся из выражений (V.60) и (V.61), имеющих в рассматриваемом случае следующий вид:

$$a_{\text{пр}0}^{(1)} = \frac{\text{cov}(H_{\text{ост}}, F)}{\text{cov}(F, F)}; \quad (\text{V.106})$$

$$a_{\text{пр}0}^{(0)} = \langle H_{\text{ост}} \rangle - a_{\text{пр}0}^{(1)} \langle F \rangle.$$

Прогнозный структурный геофизический фон $F_{\text{пр.}\phi}^*(x)$ согласно соотношениям (V.62) рассчитывается при помощи найденных коэффициентов по формуле

$$F_{\text{пр.}\phi}^* = - \frac{\sum_{p=0}^{n_0} a_{\text{пр}p}^{(0)} p x^p}{\sum_{p=0}^{n_1} a_{\text{пр}p}^{(1)} p x^p}. \quad (\text{V.107})$$

В частном случае линейных функций $\zeta(x)$ и $\beta_1(x)$

$$\zeta(x) = a_{\text{пр}0}^{(0)} + a_{\text{пр}1}^{(0)} x; \quad (\text{V.108})$$

$$\beta_1(x) = a_{\text{пр}0}^{(1)} + a_{\text{пр}1}^{(1)} x$$

система уравнений (V.104) имеет вид

$$a_{\text{пр}1}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} + a_{\text{пр}1}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, xF) \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, H) \end{vmatrix}; \quad (\text{V.109})$$

$$a_{\text{пр}1}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, x) \end{vmatrix} + a_{\text{пр}1}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, xF) \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, H) \end{vmatrix}.$$

Вспомогательная функция $H_{\text{ост}}$ вычисляется по формуле

$$H_{\text{ост}} = H - a_{\text{пр}1}^{(0)} x - a_{\text{пр}1}^{(1)} xF, \quad (\text{V.110})$$

после чего оставшиеся коэффициенты $a_{\text{пр}0}^{(0)}$ и $a_{\text{пр}0}^{(1)}$ в соотношениях (V.108) находятся из выражений (V.106).

Прогнозный структурный геофизический фон рассчитывается по формуле

$$F_{\text{пр.}\phi}^* = - \frac{a_{\text{пр}0}^{(0)} + a_{\text{пр}1}^{(0)} x}{a_{\text{пр}0}^{(1)} + a_{\text{пр}1}^{(1)} x}. \quad (\text{V.111})$$

При представлении функций $\zeta(x)$ и $\beta_1(x)$ многочленами второй степени

$$\begin{aligned}\zeta(x) &= a_{\text{пп}0}^{(0)} + a_{\text{пп}1}^{(0)}x + a_{\text{пп}2}^{(0)}x^2; \\ \beta_1(x) &= a_{\text{пп}0}^{(1)} + a_{\text{пп}1}^{(1)}x + a_{\text{пп}2}^{(1)}x^2\end{aligned}\quad (\text{V.112})$$

система уравнений (V.104) записывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} & a_{\text{пп}1}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x) \end{vmatrix} + a_{\text{пп}2}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x^2) \end{vmatrix} + \\ & \quad + a_{\text{пп}1}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, xF) \end{vmatrix} + \\ & + a_{\text{пп}2}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2F) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x^2F) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, H) \end{vmatrix}; \\ & a_{\text{пп}1}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x^2, F) & \text{cov}(x^2, x) \end{vmatrix} + a_{\text{пп}2}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2) \\ \text{cov}(x^2, F) & \text{cov}(x^2, x^2) \end{vmatrix} + \\ & \quad + a_{\text{пп}1}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(x^2, F) & \text{cov}(x^2, xF) \end{vmatrix} + \\ & + a_{\text{пп}2}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2F) \\ \text{cov}(x^2, F) & \text{cov}(x^2, x^2F) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^2, F) & \text{cov}(x^2, H) \end{vmatrix}; \\ & \quad a_{\text{пп}1}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, x) \end{vmatrix} + \\ & \quad + a_{\text{пп}2}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, x^2) \end{vmatrix} + \\ & \quad + a_{\text{пп}1}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, xF) \end{vmatrix} + \\ & + a_{\text{пп}2}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2F) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, x^2F) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, H) \end{vmatrix}; \\ & \quad a_{\text{пп}1}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x^2F, F) & \text{cov}(x^2F, x) \end{vmatrix} + \\ & \quad + a_{\text{пп}2}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2) \\ \text{cov}(x^2F, F) & \text{cov}(x^2F, x^2) \end{vmatrix} + \\ & \quad + a_{\text{пп}1}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(x^2F, F) & \text{cov}(x^2F, xF) \end{vmatrix} + \\ & + a_{\text{пп}2}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^2F) \\ \text{cov}(x^2F, F) & \text{cov}(x^2F, x^2F) \end{vmatrix} = \\ & \quad = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^2F, F) & \text{cov}(x^2F, H) \end{vmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.113})$$

Вспомогательная функция $H_{\text{ост}}$ вычисляется по формуле

$$H_{\text{ост}} = H - a_{\text{пр}1}^{(0)}x - a_{\text{пр}2}^{(0)}x^2 - a_{\text{пр}1}^{(1)}xF - a_{\text{пр}2}^{(1)}x^2F, \quad (\text{V.114})$$

а оставшиеся коэффициенты $a_{\text{пр}0}^{(0)}$ и $a_{\text{пр}0}^{(1)}$ находятся, как и в предыдущем случае, из выражений (V.106).

После вычисления указанных коэффициентов прогнозный структурный геофизический фон рассчитывается по формуле

$$F_{\text{пр.}\phi}^* = - \frac{a_{\text{пр}0}^{(0)} + a_{\text{пр}1}^{(0)}x + a_{\text{пр}2}^{(0)}x^2}{a_{\text{пр}0}^{(1)} + a_{\text{пр}1}^{(1)}x + a_{\text{пр}2}^{(1)}x^2}. \quad (\text{V.115})$$

П л о щ а д н о й в а р и а н т

Оператор с переменными коэффициентами (V.48) в площадном варианте записывается в виде следующего уравнения регрессии:

$$H(\Phi) = \zeta(x, y) + \beta_1(x, y)F, \quad (\text{V.116})$$

где $\zeta(x, y)$ и $\beta_1(x, y)$ — переменные коэффициенты регрессии, зависящие от координат x и y точек плоскости наблюдений.

Функции $\zeta(x, y)$ и $\beta_1(x, y)$ представляются в виде многочленов

$$\zeta(x, y) = \sum_{p, s=0}^{n_0} a_{\text{пр}ps}^{(0)} x^p y^s; \quad p + s \leq n_0; \quad (\text{V.117})$$

$$\beta_1(x, y) = \sum_{p, s=0}^{n_1} a_{\text{пр}ps}^{(1)} x^p y^s; \quad p + s \leq n_1,$$

где n_0, n_1 — степени многочленов.

Система уравнений (V.65) для нахождения коэффициентов $a_{\text{пр}ps}^{(0)}$ и $a_{\text{пр}ps}^{(1)}$ имеет вид

$$\sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр}ps}^{(0)} (x^p y^s, x^q y^t) + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{\text{пр}ps}^{(1)} (x^p y^s F, x^q y^t) = (H, x^q y^t);$$

$$q, t = 0, 1, \dots, n_0; \quad 0 < q + t \leq n_0; \quad (\text{V.118})$$

$$\sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр}ps}^{(0)} (x^p y^s, x^q y^t F) + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{\text{пр}ps}^{(1)} (x^p y^s F, x^q y^t F) = (H, x^q y^t F);$$

$$q, t = 0, 1, \dots, n_1; \quad 0 < q + t \leq n_1.$$

Подставляя в полученные формулы (V.118) выражение (V.98) для скалярных произведений, получим систему в окончательном виде:

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр } ps}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p y^s) \\ \text{cov}(x^q y^t, F) & \text{cov}(x^q y^t, x^p y^s) \end{vmatrix} + \\ & + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{\text{пр } ps}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p y^s F) \\ \text{cov}(x^q y^t, F) & \text{cov}(x^q y^t, x^p y^s F) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^q y^t, F) & \text{cov}(x^q y^t, H) \end{vmatrix}; \end{aligned} \quad (\text{V.119})$$

$q, t = 0, 1, \dots, n_0; \quad 0 < q + t \leq n_0;$

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s < n_0}}^{n_0} a_{\text{пр } ps}^{(0)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p y^s) \\ \text{cov}(x^q y^t F, F) & \text{cov}(x^q y^t F, x^p y^s) \end{vmatrix} + \\ & + \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{\text{пр } ps}^{(1)} \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x^p y^s F) \\ \text{cov}(x^q y^t F, F) & \text{cov}(x^q y^t F, x^p y^s F) \end{vmatrix} = \\ & = \begin{vmatrix} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x^q y^t F, F) & \text{cov}(x^q y^t F, H) \end{vmatrix}; \end{aligned}$$

$q, t = 0, 1, \dots, n_1; \quad 0 < q + t \leq n_1;$

Оставшиеся неизвестными коэффициенты $a_{\text{пр } 00}^{(0)}$ и $a_{\text{пр } 00}^{(1)}$ в формулах (V.117) находятся при помощи вспомогательной функции

$$H_{\text{ост}} = H - \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр } ps}^{(0)} x^p y^s - \sum_{\substack{p, s=0 \\ 0 < p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{\text{пр } ps}^{(1)} x^p y^s F \quad (\text{V.120})$$

из выражений (V.66) и (V.68), которые для рассматриваемого случая записываются так:

$$a_{\text{пр } 00}^{(1)} = \frac{\text{cov}(H_{\text{ост}}, F)}{\text{cov}(F, F)}; \quad (\text{V.121})$$

$$a_{\text{пр } 00}^{(0)} = \langle H_{\text{ост}} \rangle - a_{\text{пр } 00}^{(1)} \langle F \rangle.$$

Прогнозный структурный геофизический фон в соответствии с соотношениями (V.69) рассчитывается по формуле

$$F_{\text{пр } \phi}^* = - \frac{\sum_{\substack{p, s=0 \\ p+s \leq n_0}}^{n_0} a_{\text{пр } ps}^{(0)} x^p y^s}{\sum_{\substack{p, s=0 \\ p+s \leq n_1}}^{n_1} a_{\text{пр } ps}^{(1)} x^p y^s}. \quad (\text{V.122})$$

Для частного случая линейных функций $\zeta(x, y)$ и $\beta_1(x, y)$

$$\zeta(x, y) = a_{\text{np } 00}^{(0)} + a_{\text{np } 10}^{(0)}x + a_{\text{np } 01}^{(0)}y; \quad (\text{V.123})$$

$$\beta_1(x, y) = a_{\text{np } 00}^{(1)} + a_{\text{np } 10}^{(1)}x + a_{\text{np } 01}^{(1)}y$$

система уравнений (V.119) принимает вид

$$\begin{aligned} & a_{\text{np } 10}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, x) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 01}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, y) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, y) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 10}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, xF) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 01}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, yF) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, yF) \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(x, F) & \text{cov}(x, H) \end{array} \right|; \\ & a_{\text{np } 10}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, x) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 01}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, y) \\ \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, y) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 10}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, xF) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 01}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, yF) \\ \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, yF) \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(y, F) & \text{cov}(y, H) \end{array} \right|; \\ & a_{\text{np } 10}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, x) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 01}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, y) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, y) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 10}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, xF) \end{array} \right| + \\ & + a_{\text{np } 01}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, yF) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, yF) \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(xF, F) & \text{cov}(xF, H) \end{array} \right|; \end{aligned} \quad (\text{V.124})$$

$$\left. \begin{aligned}
 & a_{\text{пр } 10}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, x) \\ \text{cov}(yF, F) & \text{cov}(yF, x) \end{array} \right| + \\
 & + a_{\text{пр } 01}^{(0)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, y) \\ \text{cov}(yF, F) & \text{cov}(yF, y) \end{array} \right| + \\
 & + a_{\text{пр } 10}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, xF) \\ \text{cov}(yF, F) & \text{cov}(yF, xF) \end{array} \right| + \\
 & + a_{\text{пр } 01}^{(1)} \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, yF) \\ \text{cov}(yF, F) & \text{cov}(yF, yF) \end{array} \right| = \\
 & = \left| \begin{array}{cc} \text{cov}(F, F) & \text{cov}(F, H) \\ \text{cov}(yF, F) & \text{cov}(yF, H) \end{array} \right|.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.124})$$

Вспомогательная функция $H_{\text{ост}}$ вычисляется по формуле

$$H_{\text{ост}} = H - a_{\text{пр } 10}^{(0)}x - a_{\text{пр } 01}^{(0)}y - a_{\text{пр } 10}^{(1)}xF - a_{\text{пр } 01}^{(1)}yF, \quad (\text{V.125})$$

а коэффициенты $a_{\text{пр } 00}^{(0)}$ и $a_{\text{пр } 00}^{(1)}$ находятся из выражений (V.121).

Прогнозный структурный геофизический фон $F_{\text{пр.ф}}^*$ рассчитывается по формуле

$$F_{\text{пр.ф}}^* = - \frac{a_{\text{пр } 00}^{(0)} + a_{\text{пр } 10}^{(0)}x + a_{\text{пр } 01}^{(0)}y}{a_{\text{пр } 00}^{(1)} + a_{\text{пр } 10}^{(1)}x + a_{\text{пр } 01}^{(1)}y}. \quad (\text{V.126})$$

В заключение заметим, что аналогичным образом могут быть получены расчетные формулы для корреляционного метода разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи и в многомерном варианте.

7. Опробование метода на модели

На модельном примере проиллюстрируем применение развитой методики корреляционного разделения геофизических полей для выявления латерального изменения физических свойств горных пород. Как указывалось ранее, эта задача может быть решена с помощью разностного геофизического фона D , представляющего собой разницу между геофизической и структурной геофизической фоновыми компонентами [см. формулу (V.72)]. При определенных условиях, рассмотренных в разделе 5 настоящей главы, разностный геофизический фон в «чистом» виде отражает изменение физических свойств пород вдоль исследуемой геологической границы.

На рис. 30 представлена модель геолого-геофизической ситуации, в которой наблюдаемое гравитационное поле (для конкретности рассматриваются аномалии поля силы тяжести) обусловлено только одной плотностной границей с переменной в латеральном направлении избыточной плотностью $\Delta\sigma$ (кривые 1, 2). Закон изменения плотности вдоль оси x — линейный, причем с возрастанием x

величина $\Delta\sigma$ увеличивается. Применение корреляционного метода разделени я позволило выделить геофизический фон Δg_{ϕ} (см. рис. 30, кривая 3), улучшающий корреляцию между границей H и остаточной составляющей поля $\Delta g_{\text{ост}}$ (см. рис. 30, кривая 4). В то же время структурный геофизический фон Δg_{ϕ}^* практически оказался равным нулю. Таким образом, разностный геофизический фон D для настоящей модели совпал с фоновой компонентой поля Δg_{ϕ} . Из рис. 30 видно, что D соответствует изменению избыточной плотности вдоль исследуемой границы раздела, поскольку плотность, как указывалось выше, увеличивается в направлении оси x .

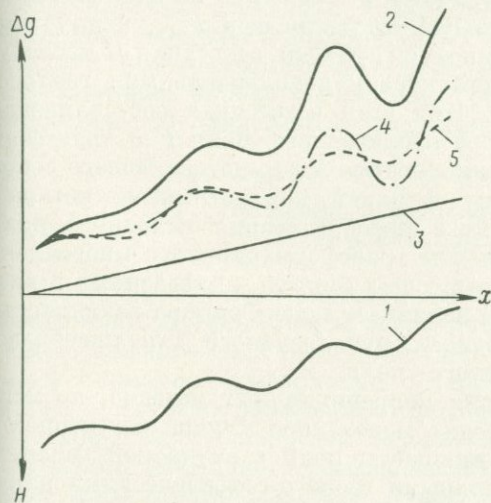


Рис. 30. Модель соотношения геологической границы, гравитационного поля и его составляющих, выделяемых корреляционным методом, при горизонтальном изменении физических свойств среды.

1 — геологическая граница H ; 2 — исходное гравитационное поле Δg ; 3 — геофизический фон Δg_{ϕ} ; 4 — остаточная составляющая гравитационного поля $\Delta g_{\text{ост}} = \Delta g - \Delta g_{\phi}$; 5 — гравитационный эффект $\Delta g'$ рельефа границы H при $\Delta\sigma = \text{const}$

Объясним теперь полученный результат. В рассматриваемой модели отсутствуют помехи, ухудшающие корреляционную связь между границей и полем, и исходное поле целиком обусловлено исследуемой геологической границей. Поэтому структурный геофизический фон в условиях этой модели также отсутствует, а полная остаточная составляющая совпадает с исходным полем. Геофизический же фон Δg_{ϕ} полностью вызван избыточной плотностью, изменяющейся вдоль границы. Это видно из сравнения исходного поля Δg (см. рис. 30, кривая 2) с гравитационным эффектом границы $\Delta g'$, вычисленным при постоянной избыточной плотности (см. рис. 30, кривая 5). Поскольку связь между $\Delta g'$ и H близка к линейной (изменение плотности отсутствует), улучшение корреляции между остаточной составляющей поля $\Delta g_{\text{ост}}$ и границей H достигается за счет приближения $\Delta g_{\text{ост}}$ к аномалии $\Delta g'$, и выделяемый фон Δg_{ϕ} фактически образуется за счет разницы между полем Δg и аномалией $\Delta g'$. Различие же между ними обусловлено изменяющейся избыточной плотностью $\Delta\sigma$.

Таким образом, настоящая модель показывает возможность выделения разностного фона, отображающего характер изменения физических свойств пород вдоль изучаемой геологической границы.

КРИТЕРИИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ТРАНСФОРМАЦИОННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

1. Постановка задачи

Корреляционные методы преобразования геофизических аномалий, как указано выше, заключаются в выделении из наблюдаемого геофизического поля F остаточной составляющей $F_{\text{ост}}$, наилучшим образом корреляционно связанной с глубиной залегания H исследуемой границы раздела в земной коре и дополнительными геолого-геофизическими параметрами. При этом остаточная составляющая представляется в виде разности наблюдаемого поля F и трансформационного многочлена L_N размерностью N , представляющего собой линейную комбинацию базисных функций, конкретный вид которых определяется типом проводимого преобразования исходного поля (см. главы III—V). Коэффициенты трансформационного многочлена находятся с помощью соответствующих формул, приведенных в указанных главах. В связи с этим возникает задача выбора размерности N трансформационного многочлена, используемого для преобразования исходного геофизического поля.

Как было показано в теории корреляционных методов, по мере роста размерности N происходит монотонное улучшение корреляционной связи остаточной компоненты поля с изучаемой геологической границей и дополнительными геолого-геофизическими параметрами. Поэтому, естественно, возникает стремление применять для разделения полей трансформационные многочлены с достаточно большим N . Однако повышение размерности N трансформационного многочлена в некоторых геолого-геофизических ситуациях может приводить к подстраиванию последнего под особенности эталонной выборки.

Действительно, с увеличением размерности полиномы становятся настолько «гибкими», что могут сами достаточно хорошо описать геологическую границу H без привлечения геофизического поля F . Обозначим полином, приближающий изучаемую геологическую границу H , заданную в эталонных точках, P_N (N — размерность полинома). Процесс подстраивания характеризуется тем, что, начиная с некоторого N , будет выполняться неравенство

$$|\eta(P_N, H)| > |\eta(F_{\text{ост } N}, H)|.$$

С этого момента преобразование поля F пойдет по пути уже не выделения необходимой составляющей геофизического поля, а приближения

$$L_N \rightarrow P_N.$$

В этом состоит процесс подстраивания трансформационного многочлена под значения геологической характеристики, заданной на эталонной выборке. Он является нежелательным, так как в таком случае увеличение коэффициента корреляции достигается не за счет извлечения полезной информации из исходного поля, а путем описания искомой геологической границы на эталоне при помощи трансформационного многочлена. Геофизическое поле, таким образом, формально участвуя в решении задачи, фактически не приносит никакого положительного эффекта.

В связи с этим возникает проблема выбора оптимальной размерности $N_{\text{опт}}$, которая, с одной стороны, характеризуется достаточно высоким значением коэффициента корреляции (что обеспечивается существом корреляционных методов), а с другой — не приводит к подстраиванию трансформационного многочлена. Различные критерии выбора оптимальной размерности $N_{\text{опт}}$ (в указанном выше смысле) приведены в следующих разделах настоящей главы.

2. Дисперсия остаточной составляющей геофизического поля

Известные методы выделения локальных остаточных составляющих геофизического поля, основанные либо на фильтрации по размерам геофизических аномалий, либо на графических приемах (без учета априорной информации о строении изучаемой границы раздела), приводят к уменьшению дисперсии локальных составляющих по сравнению с дисперсией исходного поля. Чем выше степень локализации остаточного геофизического поля, тем меньшей дисперсией оно характеризуется. Действительно, степень локализации определяется преимущественными размерами выделяемых остаточных аномалий, которые, в свою очередь, зависят от дифференцированности регионального фона. Чем последняя выше, тем меньших размеров будут выделяться остаточные аномалии и меньшей дисперсией будет характеризоваться это остаточное поле. Таким образом, выделение локальной остаточной аномалии геофизического поля, если оно ведется без учета конкретной априорной информации о строении изучаемого объекта (т. е., когда этот процесс зависит лишь от параметров трансформации и особенностей исходного поля), приводит к уменьшению дисперсии трансформированного поля.

Поэтому и в рассматриваемом случае, когда разделение поля производится на основе учета строения изучаемого геологического объекта, заданного в эталонных точках, характер изменения дисперсии остаточных аномалий может служить признаком, позволяющим устанавливать степень содержания в суммарном поле составляющей, связанной с изучаемой границей раздела. В такой ситуации уменьшение дисперсии остаточных составляющих по мере повышения размерности трансформационного многочлена при одновременном возрастании коэффициента корреляции указывает на содержание в суммарном поле составляющей, связанной с изучаемой границей

раздела, и на возможность эффективного использования корреляционных методов преобразований для ее выделения. В этом случае оптимальной можно считать составляющую такой размерности, которая обеспечивает минимум дисперсии. Определим условие, накладываемое на трансформационные многочлены, удовлетворяющее сформулированному выше критерию.

Согласно этому критерию

$$D(F_{\text{ост } N_{\text{опт}}}) < D(F). \quad (\text{VI.1})$$

Учитывая, что

$$D(F_{\text{ост } N_{\text{опт}}}) = D(F - L_{N_{\text{опт}}}) = D(F) + D(L_{N_{\text{опт}}}) - 2 \text{cov}(F, L_{N_{\text{опт}}}), \quad (\text{VI.2})$$

соотношение (VI.1) после несложных преобразований можно записать в виде

$$\eta(F, L_{N_{\text{опт}}}) > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D(L_{N_{\text{опт}}})}{D(F)}}. \quad (\text{VI.3})$$

Отсюда ясно, что критерий (VI.1) равносителен наличию положительной корреляции [в правой части выражения (VI.3) стоит положительная величина] между оптимальным трансформационным многочленом $L_{N_{\text{опт}}}$ и исходным полем F . Таким образом, чем теснее трансформационный многочлен корреляционно связан с исходным полем, тем ближе он будет к оптимальному.

Если же при построении трансформационных многочленов различной размерности не достигается минимума дисперсии остаточной составляющей, это служит признаком того, что либо корреляционным методом не представляется возможным выделить информативную (в отношении изучаемого объекта) составляющую поля, либо указанный критерий является слишком жестким в условиях рассматриваемой задачи.

Покажем, что в сложных геолого-геофизических ситуациях критерий минимума дисперсии остаточной составляющей поля, справедливый для традиционных методов преобразования геофизических аномалий, ограничивает возможности применения корреляционных методов преобразования. На рис. 31, а приведена модель возможной геолого-геофизической ситуации, в которой региональный фон F_2 обусловлен некоторой границей H_2 (коэффициент корреляции между ними равен единице: $|\eta(F_2, H_2)| = 1$). Следует выделить из суммарного геофизического поля F компоненту F_1 , обусловленную границей H_1 (коэффициент корреляции между ними также равен единице: $|\eta(F_1, H_1)| = 1$), причем $F = F_1 + F_2$. Очевидно, что в рассматриваемых условиях $L_{N_{\text{опт}}} \approx F_2$, а $F_{\text{ост } N_{\text{опт}}} = F - L_{N_{\text{опт}}} \approx F_1$. Разобьем всю область задания исходного поля F на части I и II, как показано на рис. 31, а. Тогда дисперсия остаточной составляющей $F_{\text{ост } N_{\text{опт}}}$ в пределах каждой полученной

таким образом области изменятся по-разному относительно дисперсии исходного поля F . В области I эта дисперсия увеличится [$D_I(F_{\text{ост } N_{\text{опт}}}) > D_I(F)$], а в области II , наоборот, уменьшится [$D_{II}(F_{\text{ост } N_{\text{опт}}}) < D_{II}(F)$]. Как видно из рис. 31, а, области I и II характеризуются различным соотношением изучаемой границы H_1 и границы-помехи H_2 : в области I они залегают инверсно, а в области II — согласно. Таким образом, при инверсном залегании изучаемой геофизически активной границы с другими границами дисперсия остаточной составляющей (при заведомо геологически оправданном фоне) оказывается больше дисперсии исходного поля. Поскольку в пределах района исследований могут присутствовать области

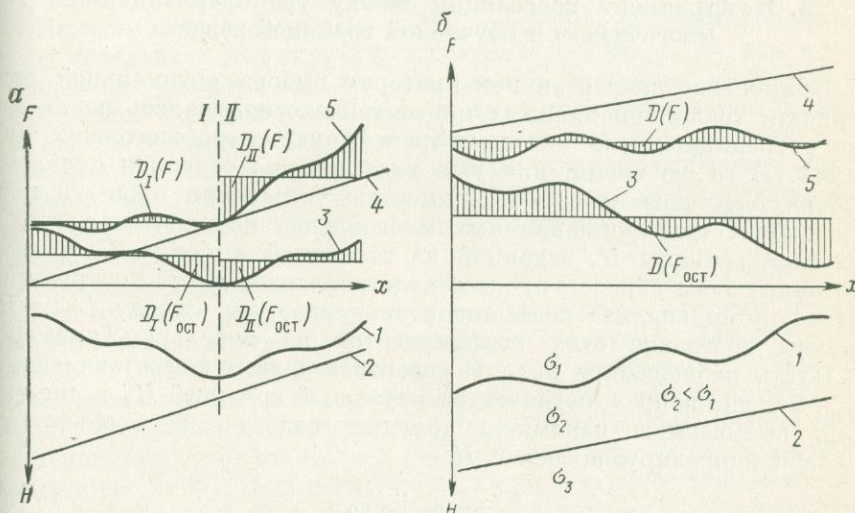


Рис. 31. Геолого-геофизические модели: с согласным (I) и инверсным (II) залеганием геологических границ (а) и с инверсией физических свойств на изучаемой границе (б).

1 — изучаемая геологическая граница H_1 ; 2 — граница — помеха H_2 ; 3 — геофизическое влияние F_1 изучаемой границы H_1 ; 4 — геофизическое влияние F_2 границы-помехи H_2 ; 5 — суммарное геофизическое поле $F = F_1 + F_2$; площади заштрихованных областей пропорциональны дисперсиям соответствующих компонент поля

обоих типов, выполнение (или невыполнение) условия (VI.1) может свидетельствовать лишь о преобладании согласного (или инверсного) характера соотношения геологических границ в районе исследований.

Увеличение дисперсии остаточной составляющей относительно дисперсии исходного поля наблюдается также в ситуации, показанной на рис. 31, б. Объектом изучения в этом случае является граница, на которой происходит инверсия физических свойств (например, плотность вышележающих пород больше плотности подстилающих). Инверсия плотности горных пород почти повсеместно распространена в районах развития соляной тектоники. Однако увеличение

дисперсии остаточной составляющей в отличие от только что рассмотренного случая (см. рис. 31, а) здесь происходит при согласном залегании геологических границ.

Таким образом, в разобранных геолого-геофизических ситуациях и в подобных им условии (VI.4) является слишком жестким и ограничивает возможности применения корреляционных методов преобразования полей. В связи с этим необходима разработка более общих критериев выбора оптимальных трансформационных многочленов, позволяющих геологически оправданно преобразовывать поля в сложных геолого-геофизических условиях.

3. Коэффициент корреляции между трансформационным многочленом и изучаемой границей раздела

Применение дисперсии как критерия выбора оптимальной размерности трансформационных многочленов основывалось на аналогии с традиционными методами трансформации геофизических аномалий. В то же время, как уже указывалось, основная проблема выбора $N_{\text{опт}}$ связана с необходимостью устранения процесса подстраивания трансформационных многочленов под значения геологической границы H , заданной на эталонной выборке. Очевидно, что наилучшим образом процесс подстраивания может контролироваться путем анализа коэффициентов корреляции между L_N и H . Изучим поведение этих коэффициентов на модельном примере.

Пусть наблюдаемое поле F содержит полезную составляющую $F_{\text{пол}}$, хорошо коррелирующуюся с изучаемой границей H , и помеху $F_{\text{пом}}$, вызываемую какими-то другими геологическими объектами и слабо коррелирующуюся с H

$$F = F_{\text{пол}} + F_{\text{пом}}, \quad (\text{VI.4})$$

причем

$$|\eta(F_{\text{пом}}, H)| \ll 1. \quad (\text{VI.5})$$

Используя эти соотношения, можно получить приближенную формулу для коэффициента корреляции между суммарным полем F и границей H

$$\eta^2(F, H) \approx \frac{\eta^2(F_{\text{пол}}, H)}{1 + \frac{D(F_{\text{пом}})}{D(F_{\text{пол}})}}. \quad (\text{VI.6})$$

Отсюда следует, что некоррелирующая с изучаемой границей составляющая поля ухудшает корреляционную связь поля F с H (пропорционально своей дисперсии) и именно поэтому является помехой. После подстановки формулы (VI.4) в уравнение регрессии H по $F_{\text{ост}}$

$$H^{(p)} = \beta F_{\text{ост}} + \zeta, \quad (\text{VI.7})$$

где $F_{\text{ост}} = F - L_N$, получим;

$$H^{(p)} = \beta(F_{\text{пол}} + F_{\text{пом}}) - \beta L_N + \zeta = \beta F_{\text{пол}} + \beta(F_{\text{пом}} - L_N) + \zeta. \quad (\text{VI.8})$$

Из выражения (VI.8) видно, что корреляционная связь остаточной составляющей с изучаемой границей улучшается по мере приближения $L_N \rightarrow F_{\text{ном}}$. Поэтому одним из условий оптимальности корреляционного преобразования с учетом соотношения (VI.5) может быть

$$|\eta(L_{N_{\text{опт}}}, H)| \ll 1 \quad (\text{VI.9})$$

При реально существующих отклонениях от линейных зависимостей между геологическими границами и геофизическими аномалиями условие (VI.9) может быть ослаблено

$$|\eta(L_{N_{\text{опт}}}, H)| = \min. \quad (\text{VI.10})$$

Заметим, что упомянутое ранее подстраивание трансформационного многочлена под структуру границы раздела H должно сопровождаться увеличением по абсолютной величине коэффициента корреляции между L_N и H . При этом из поля выделяется информативная на первый взгляд остаточная составляющая, которая на самом деле в нем отсутствует, т. е. происходит извлечение ложной информации. Критерий (VI.9) или (VI.10) позволяет контролировать указанный процесс подстраивания и таким образом избежать получения подобных сведений.

Покажем, что полученный критерий оптимальности (VI.9) или (VI.10) связан с рассмотренным ранее критерием, который основан на минимуме дисперсии остаточной составляющей. Действительно, если в исходном поле F нет информации о границе H , то оно само является помехой при подстраивании L_N под H . Из формулы (VI.8) видно, что подавить помеху можно путем уменьшения величины коэффициента β , стоящего перед F [при $\beta \rightarrow 0$ поле F исключается из оператора (VI.8)]. В то же время по достижению достаточно высокой корреляции между $F_{\text{ост } N}$ и H согласно уравнению (VI.7) справедливо соотношение

$$D(F_{\text{ост } N}) \approx \frac{D(H)}{\beta^2}. \quad (\text{VI.11})$$

Отсюда видно, что при подстраивании трансформационного многочлена с уменьшением коэффициента β возрастает дисперсия остаточной составляющей $F_{\text{ост } N}$. Поэтому в случае отсутствия в поле информации об изучаемой границе оба критерия позволяют избежать извлечение ложной информации.

Однако критерий минимума коэффициента корреляции между L_N и H позволяет более эффективно бороться с процессом подстраивания, чем критерий, основанный на минимуме дисперсии. Поэтому в большинстве геологических ситуаций целесообразнее использовать именно такой критерий. В то же время анализ дисперсий выделяемых остаточных составляющих, как было показано в разделе 2 настоящей главы, дает дополнительную информацию о соотношении изучаемых геологических границ и физических свойствах разреза. В связи с этим последние также целесообразно определять

в процессе вычислений. Кроме того, когда минимум коэффициента корреляции между L_N и H достигается при $N = 1$ (иными словами, с увеличением N коэффициент корреляции монотонно возрастает), согласно критерию (V.9) или (V.10) оптимальным является многочлен первого порядка L_{N-1} . Однако в этом случае неясно, можно ли использовать указанный полином первой степени для выделения информативной составляющей геофизического поля, т. е. не произошло ли подстраивание уже на первом шаге. Чтобы ответить на поставленный вопрос, необходимо привлечь другие критерии, в частности критерий минимума дисперсии остаточной составляющей, позволяющий установить оптимальность трансформационного многочлена по изменению дисперсии остаточной составляющей относительно дисперсии исходного поля.

4. Независимый контроль оператора связи

Как уже отмечалось, трансформационные многочлены вычисляются на базе двух подходов:

1) из условия минимума средней квадратической ошибки приближения глубины залегания изучаемой геологической границы по величине остаточной составляющей в совокупности с дополнительными геолого-геофизическими параметрами (прогнозный трансформационный многочлен);

2) из условия минимума средней квадратической ошибки приближения остаточной составляющей по значениям глубины залегания границы в совокупности с теми же дополнительными параметрами.

Критерием оптимальности прогнозного трансформационного многочлена может служить результат сравнения вычисленных при помощи этого многочлена значений изучаемой геологической характеристики с истинными ее величинами, известными в некоторых контрольных точках исследуемой территории.

Действительно, рассмотренный ранее процесс подстраивания трансформационного многочлена под изучаемую геологическую характеристику приводит к тому, что получаемая остаточная составляющая слабо зависит от особенностей исходного поля и целиком определяется структурой эталонной выборки — расположением эталонных точек и конкретными значениями в них геолого-геофизических параметров. Поэтому при использовании такого трансформационного многочлена для прогнозирования изучаемой геологической характеристики в тех точках, которые не участвовали в его вычислении, получим (в силу случайных свойств эталонной выборки) значительные расхождения рассчитанных значений характеристики и истинных. Для того чтобы обнаружить эти расхождения, достаточно часть точек с известными значениями геологической характеристики оставить в контрольной выборке и не использовать при вычислении трансформационного многочлена.

В качестве меры близости рассчитанных и истинных значений характеристики в контрольных точках можно выбрать среднее

квадратическое отклонение между ними ε_K (ошибка оператора связи на контроле). Таким образом, при вычислении трансформационного многочлена размерностью N образуются две ошибки — ошибка приближения геологической характеристики в эталонных точках $\varepsilon_{\varepsilon N}$ и ошибка оператора на контроле $\varepsilon_{K N}$. Процесс корреляционного преобразования, приводящий к извлечению информативной составляющей поля, уменьшает как $\varepsilon_{\varepsilon N}$, так и $\varepsilon_{K N}$. Если же, начиная с некоторой размерности N трансформационного многочлена, ошибка оператора на контрольной выборке начинает возрастать, это свидетельствует о процессе подстраивания трансформационного многочлена под структуру эталонной выборки и неоптимальности проводимого преобразования.

Поэтому оптимальным трансформационным многочленом следует считать многочлен такой размерности, при которой достигается минимум максимума обеих ошибок. Иными словами, в каждой паре $\varepsilon_{\varepsilon N}, \varepsilon_{K N}$ фиксируется максимальная ошибка $\max(\varepsilon_{\varepsilon N}, \varepsilon_{K N})$, а затем из них отбирается минимальная

$$\varepsilon_{N_{\text{опт}}} = \min_N [\max(\varepsilon_{\varepsilon N}, \varepsilon_{K N})]. \quad (\text{VI.12})$$

Выражение (VI.12) характеризует ошибку оптимального оператора связи. Поскольку проверка этого оператора осуществляется по точкам, которые не участвуют в его вычислении и не зависят от случайных свойств эталонной выборки, рассмотренный контроль может служить эффективным критерием оптимальности корреляционных преобразований. Заметим, что подобный независимый контроль целесообразно осуществлять только для прогнозных трансформационных многочленов.

ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ

1. Требования, предъявляемые к исходным данным

При выполнении расчетов с помощью корреляционных методов преобразования геофизических аномалий к исходным данным предъявляются определенные требования. Учет этих требований является необходимым условием эффективного применения корреляционных методов. Рассмотрим сначала методы, основанные на приближении значений изучаемой геологической характеристики по величине остаточной составляющей поля в совокупности с дополнительными геолого-геофизическими параметрами (прогнозный подход).

Согласно общей теории корреляционных методов преобразования (см. главу II) вспомогательные величины α_p для определения коэффициентов прогнозного трансформационного многочлена находятся путем решения системы уравнений (II.74), определитель которой $G(f_1, f_2, \dots, f_N)$ носит название определителя Грама системы базисных функций $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$, и имеет следующий вид:

$$G(f_1, f_2, \dots, f_N) = \begin{vmatrix} (f_1, f_1) & (f_2, f_1) & \dots & (f_N, f_1) \\ (f_1, f_2) & (f_2, f_2) & \dots & (f_N, f_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (f_1, f_N) & (f_2, f_N) & \dots & (f_N, f_N) \end{vmatrix}, \quad (\text{VII.1})$$

где N — размерность трансформационного многочлена (число базисных функций).

Скалярные произведения функций, входящие в определитель (VII.1), вычисляются в соответствии с формулой (II.75). Система уравнений (II.74) совместна и имеет единственное решение только в том случае, если ее определитель (VII.1) отличается от нуля. Для определителя Грама это условие выполняется в том случае [9], когда базисные функции f_1, f_2, \dots, f_N линейно независимы и совместно с геолого-геофизическими параметрами $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$ ($\gamma_{k-1} = F$) также образуют линейно-независимую систему. Таким образом, в качестве базисных функций следует выбирать функции, удовлетворяющие указанному условию.

Линейная независимость функций

$$\{f_1, f_2, \dots, f_N, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F\} \quad (\text{VII.2})$$

означает, что их линейная комбинация $c_1 f_1 + \dots + c_N f_N + c_{N+1} \gamma_1 + \dots + c_{N+k-2} \gamma_{k-2} + c_{N+k-1} F$ ни при каких значениях коэффициентов $c_1, c_2, \dots, c_{N+k-1}$, кроме $c_1 = c_2 = \dots = c_{N+k-1} = 0$, не обращается тождественно в нуль, т. е. не выполняется равенство

$$c_1 f_1 + \dots + c_N f_N + c_{N+1} \gamma_1 + \dots + c_{N+k-2} \gamma_{k-2} + c_{N+k-1} F = 0. \quad (\text{VII.3})$$

Заметим, что из условия линейной независимости системы функций (VII.2) следует требование линейной независимости любой из ее подсистем, например $\{f_1, f_2, \dots, f_N, \gamma_1\}$ и т. п.

Сформулируем основные требования к исходным данным, вытекающие из условия линейной независимости системы функций (VII.2).

1. Поскольку в систему функций (VII.2) входит подсистема $\{\gamma_1, \dots, \gamma_{k-2}, F\}$, в качестве дополнительных геолого-геофизических параметров $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}$ можно использовать только те, которые линейно не связаны между собой и с преобразуемым геофизическим полем F . Поэтому рекомендуется в процессе отбора дополнительных геолого-геофизических параметров проводить их анализ на некоррелируемость между собой.

2. Из рассмотрения подсистем вида $\{f_1, f_2, \dots, f_N, \gamma\}$ вытекает следующее требование к исходным данным: никакой из параметров $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, F$ и никакая их линейная комбинация не должны выражаться через базисные функции f_1, f_2, \dots, f_N . В частном случае для корреляционного метода разделения геофизических аномалий (см. главу IV) последнее требование ограничивает порядок фонового многочлена: при выделении фона n -го порядка исходное геофизическое поле F не должно описываться вдоль плоскости (профиля) наблюдений многочленом, степень которого ниже или равна n . Для корреляционных методов трансформаций геофизических аномалий (см. главу III) указанное требование определяет минимальный шаг трансформации Δx при профильных и $\Delta s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ при площадных наблюдениях: шаг трансформации должен быть больше или равен радиусу автокорреляции преобразуемого геофизического поля.

3. Система базисных функций $\{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ должна быть линейно-независимой. В частности, выполнение этого условия накладывает ограничение на взаимное расположение эталонных точек при использовании корреляционного метода разделения геофизических аномалий. В случае выделения фона n -го порядка эталонные точки на плоскости наблюдений не должны располагаться вдоль линий, являющихся алгебраическими кривыми n -й степени. Поэтому эталонные точки следует размещать по возможности равномерно на плоскости наблюдений.

4. Если число точек M в эталонной выборке меньше некоторого числа M_{\min} , система функций (VII.2) будет всегда линейно-зависимой. Действительно, поскольку каждая функция, входящая в систему (VII.2), измерена в M точках, рассмотрим равенство (VII.3) как векторное представление системы уравнений из M скалярных равенств, т. е. как систему однородных линейных уравнений относительно $c_1, c_2, \dots, c_{N+k-1}$. Эта система, как известно, имеет не нулевое решение, соответствующее линейной зависимости функций (VII.2) только в том случае, когда ранг матрицы системы меньше числа неизвестных, т. е. меньше $N + k - 1$. Так как ранг матрицы указанной системы обязательно меньше или равен M (число

уравнений в системе), функции (VII.2) будут всегда линейно зависимы при $M < N + k - 1$ и, следовательно,

$$M_{\min} = N + k. \quad (\text{VII.4})$$

Поскольку величина N в выражении (VII.4) определяется типом применяемого корреляционного преобразования геофизического поля, а также порядком трансформационных многочленов n , запишем формулу (VII.4) в более удобном для практического использования виде в зависимости от конкретного типа преобразования.

*Минимально необходимые размеры
эталонного массива $M_{\min}(n)$ в корреляционном методе
трансформации геофизических аномалий*

Приведем таблицы значений $M_{\min}(n)$, соответствующих различным типам корреляционных трансформант.

Т а б л и ц а 2

Асимметричная трансформанта

$$M_{\min}(n) = 2n + k$$

Порядок трансформационного многочлена n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$M_{\min}(n)$ при разном числе анали- зируемых параметров	$k = 2$	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
	$k = 3$	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

Т а б л и ц а 3

**Четная, квазинечетная (профильный вариант) и изотропная
(площадной вариант) трансформанты**

$$M_{\min}(n) = n + k$$

Порядок трансформационного многочлена n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$M_{\min}(n)$ при разном числе анали- зируемых параметров	$k = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	$k = 3$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Т а б л и ц а 4

Анизотропная трансформанта (площадной вариант)

$$M_{\min}(n) = (2n + 1)^2 - 1 + k$$

Порядок трансформацион- ного многочлена n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$M_{\min}(n)$ при разном чис- ле анализируе- мых параметров	$k = 2$	10	26	50	82	122	170	226	290	362	442
	$k = 3$	11	27	51	83	123	171	227	291	363	443

Сопоставление табл. 2—4 показывает следующее. При вычислении корреляционных трансформант в профильном варианте асимметричные трансформанты требуют большего объема эталонной выборки, чем симметричные (четные и квазичетные). Однако наиболее существенная разница в необходимых объемах эталонных выборок наблюдается при построении изотропных и анизотропных корреляционных трансформант для площадного варианта. В самом деле, сравнение данных, стоящих, например, в седьмом столбце и третьей строке табл. 3 и 4, показывает, что при построении анизотропной трансформанты седьмого порядка для $k = 3$ необходимо примерно в 23 раза больше эталонных точек, чем при построении изотропной трансформанты того же порядка.

Минимально необходимые размеры эталонного массива $M_{\min}(n)$ в корреляционном методе разделения геофизических аномалий

Приведем таблицы значений $M_{\min}(n)$, соответствующих продольному и площадному вариантам корреляционного метода разделения.

Таблица 5

Профильный вариант

$$M_{\min}(n) = n + k$$

Порядок геофизического фона n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$M_{\min}(n)$ при разном числе анализируемых параметров	$k = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	$k = 3$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Таблица 6

Площадной вариант

$$M_{\min}(n) = \frac{n(n+3)}{2} + k$$

Порядок геофизического фона n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$M_{\min}(n)$ при разном числе анализируемых параметров	$k = 2$	4	7	11	16	22	29	37	46	56	67
	$k = 3$	5	8	12	17	23	30	38	47	57	68

Из табл. 5 и 6 видно, что в профильном варианте необходимые размеры массивов эталонных точек медленно растут с повышением порядка геофизических фонов, в то время как в площадном варианте минимальный объем эталонных выборок увеличивается очень быстро.

*Минимально необходимые размеры эталонного массива M_{\min}
в корреляционном методе разделения геофизических аномалий
с учетом неоднородности параметров связи
(простой вариант)*

Ниже приводятся табл. 7, 8 значений $M_{\min}(n_0, n_1)$ для случая двух анализируемых параметров ($k = 2$).

Таблица 7

Профильный вариант

$$M_{\min} = \sum_{i=0}^{k-1} n_i + k$$

Порядок n_1 переменного коэффициента регрессии	$M_{\min}(n_0, n_1)$ для различных значений порядка n_0 структурного геофизического фона									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
8	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
10	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

Таблица 8

Площадной вариант

$$M_{\min} = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{n_i(n_i+3)}{2} + k$$

Порядок n_1 переменного коэффициента регрессии	$M_{\min}(n_0, n_1)$ для различных значений порядка n_0 структурного геофизического фона									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	9	13	18	24	31	39	48	58	69
2	9	12	16	21	27	34	42	51	61	72
3	13	16	20	25	31	38	46	55	65	76
4	18	21	25	30	36	43	51	60	70	81
5	24	27	31	36	42	49	57	66	76	87
6	31	34	38	43	49	56	64	73	83	94
7	39	42	46	51	57	64	72	81	91	102
8	48	51	55	60	66	73	81	90	100	111
9	58	61	65	70	76	83	91	100	110	121
10	69	72	76	81	87	94	102	111	121	132

Сравнение табл. 7, 8 с табл. 5, 6 показывает, что введение переменных коэффициентов регрессии требует значительно больших размеров эталонных массивов, чем при корреляционном методе разделения геофизических аномалий, основанном на уравнениях регрессии с постоянными коэффициентами.

Заметим, что табл. 7 и 8 получены для простого подхода, основанного на приближении полной остаточной составляющей геофизического поля $F_{\text{ост}}^*$ через набор геолого-геофизических параметров (см. раздел 2 настоящей главы). Аналогичным образом могут быть рассчитаны соответствующие таблицы для прогнозного варианта (см. раздел 3 настоящей главы). При этом в формуле (VII.4) параметр k следует заменить на параметр v или \tilde{v} в площадном варианте [см. формулы (V.30), (V.44)]. Однако в случае рассмотренной в разделе 3 частной модификации корреляционного разделения для оценки размеров эталонных массивов также можно использовать табл. 7 и 8. При этом n_0 в указанных таблицах следует считать порядком свободного переменного коэффициента регрессии — соответственно $\xi(x)$ и $\zeta(x, y)$.

В заключение подчеркнем, что сформулированные в пунктах 1—3 требования к исходным данным относятся к прогнозной модификации корреляционных методов преобразования аномалий, основанной на приближении глубины залегания изучаемой границы раздела через набор геолого-геофизических параметров. При использовании другого подхода, базирующегося на приближении величины остаточной составляющей геофизического поля, из условия совместности и единственности решения системы уравнений (II.57) вытекает требование линейной независимости системы функций

$$\{f_1, f_2, \dots, f_N, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-2}, H\}. \quad (\text{VII.5})$$

Система (VII.5) отличается от системы функций (VII.2) тем, что $(k-1)$ -м параметром является не преобразуемое поле F , а изучаемая геологическая характеристика H . С учетом этого сделанные выводы справедливы и для рассматриваемой модификации корреляционных методов преобразования.

2. Корреляционный метод трансформаций геофизических аномалий — программа КОТРАН

На базе теории корреляционных методов преобразования аномалий, описанной в главах II—VI, разработаны и реализованы на ЭВМ соответствующие вычислительные схемы, отвечающие конкретным видам корреляционных преобразований. В основу указанной схемы для корреляционного метода трансформаций положен двумерный вариант метода, т. е. в эталонных точках предполагаются известные значения глубины залегания изучаемой геологической границы H и геофизического поля F , измеренные вдоль профиля

наблюдений. Программа КОТРАН выполнена в следующих модификациях:

1) КОТРАН-А — для вычисления трансформационного многочлена исходя из первого подхода к определению его коэффициентов, т. е. из условия минимума ошибки приближения $F_{ост N}$ по H ; при этом в основу расчетов положены уравнения (III.6);

2) КОТРАН-Б — для вычисления прогнозного трансформационного многочлена из условия минимума ошибки приближения H по $F_{пр. ост N}$; в этом случае при расчетах используются уравнения (III.12) и (III.13).

Подготовка исходных данных к счету на ЭВМ не зависит от выбранной модификации метода. Работа программы по той или иной модификации осуществляется согласно величине специального управляющего параметра l , принимающего значения 1 и 2. Программа написана на языке ФОРТРАН для ЭВМ ЕС-1010.

Для решения задачи трансформации геофизического поля корреляционным методом вдоль некоторого профиля наблюдений необходимы следующие подготовительные операции.

1. На профиле выбирается не более 300 эталонных точек, в которых известны значения геологической характеристики H . Поскольку трансформация поля проводится на базе корреляционного оператора с постоянными коэффициентами, исследуемый профиль должен быть приурочен к единой геоструктурной единице, так как в противном случае параметры трансформации будут неодинаковы для различных участков профиля и эффективность применения корреляционного метода невысокой.

2. В эталонных точках профиля снимаются значения H , F , а также значения поля F_p в точках, сдвинутых относительно эталонных на расстояния $p\Delta x$ ($p = \pm 1, \dots, \pm n_{max}$). Здесь n_{max} — максимальный порядок трансформационных многочленов (III.4), вычисляемых для $n = 1, 2, \dots, n_{max}$; Δx — шаг задания поля на профиле. Эталонные точки должны по возможности равномерно располагаться по всему анализируемому профилю, причем желательно, чтобы некоторая часть эталонных точек была приурочена к его краям.

3. Составляется таблица эталонных данных (табл. 9), которая построчно записывается на перфоленту или перфокарты.

Таблица 9

Форма представления эталонных данных к счету на ЭВМ по программе КОТРАН

Номер эталонной точки	H	$F_{-n_{max}}$	$F_{-n_{max}+1}$	\dots	F_{-1}	F	F_1	\dots	$F_{n_{max}-1}$	$F_{n_{max}}$

4. Задаются следующие константы:

а) n_{\max} — максимальный порядок трансформационных многочленов;

б) M — число эталонных точек;

в) T — управляющий параметр, при помощи которого задается тип корреляционной трансформации ($T = 1$ для асимметричной трансформации, $T = 2$ — для четной, $T = 3$ — для квазичетной);

г) l — управляющий параметр, который соответствует выбранной модификации корреляционного метода ($l = 1$ для модификации КОТРАН-А, $l = 2$ — для КОТРАН-Б);

д) Q — сумма коэффициентов корреляционной трансформанты.

Соответствующие значения констант совместно с величинами геолого-геофизических параметров в эталонных точках (см. табл. 9) составляют единый массив исходных данных для программы КОТРАН.

Программой предусмотрено выполнение следующих вычислительных процедур.

1. Ввод исходных данных и их печать на алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ).

2. Вычисление средних значений всех ($2n_{\max} + 2$) параметров, входящих в эталонную выборку (см. табл. 9)

$$y_{\text{cp}}^s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_i^s, \quad s = 1, 2, \dots, 2n_{\max} + 2.$$

3. Расчет ковариационной матрицы

$$\sigma_{st} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (y_i^s - y_{\text{cp}}^s)(y_i^t - y_{\text{cp}}^t); \quad s, t = 1, 2, \dots, 2n_{\max} + 2.$$

4. Формирование матрицы коэффициентов решаемой системы уравнений (матрицы скалярных произведений).

5. Решение системы уравнений и определение коэффициентов трансформационного многочлена.

6. Вычисление трансформационного многочлена и соответствующей ему остаточной составляющей геофизического поля в эталонных точках.

7. Расчет коэффициентов корреляционной трансформанты.

8. Вычисление и печать на АЦПУ корреляционной трансформанты в эталонных точках.

9. Расчет и печать на АЦПУ коэффициента корреляции между трансформационным многочленом и параметром H , а также дисперсии остаточной составляющей геофизического поля.

Пункты 4—9 выполняются программой циклично при различных значениях порядка трансформационного многочлена $n = 1, 2, \dots, n_{\max}$. Тем самым осуществляется перебор трансформационных многочленов разной размерности. После окончания работы программы анализируется поведение статистических характеристик трансформации (см. пункт 9) в зависимости от размерности

трансформационного многочлена и выбирается оптимальная размерность, соответствующая наиболее эффективному решению задачи (см. главу VI).

Таким образом, программа КОТРАН осуществляет предварительный анализ геофизического поля с учетом значений изучаемой геологической характеристики в эталонных точках и позволяет определить оптимальные параметры корреляционной трансформации. Значения корреляционной трансформанты во всех точках профиля (при оптимальных параметрах трансформации) вычисляются при помощи программы КОТРАН-2, исходными данными для которой, кроме содержимого табл. 9 и констант n_{\max} , M , T , l и Q , служат выбранный оптимальный порядок трансформационного многочлена $n_{\text{опт}}$ и значения геофизического поля во всех точках профиля с шагом Δx .

Программа КОТРАН-2 также написана на языке ФОРТРАН для ЭВМ ЕС-1010. Она вычисляет во всех точках профиля (за исключением точек на концах профиля) и печатает на АЦПУ значения оптимальной корреляционной трансформанты, соответствующей выбранному порядку $n_{\text{опт}}$ трансформационного многочлена.

3. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий — программа КОМП

В основу вычислительной схемы положен трехмерный вариант метода, т. е. в эталонных точках предполагаются известными H , F и некоторый третий параметр γ , который в программе принято обозначать ΔT . Геофизический фон (или прогнозный геофизический фон) определяется в виде многочлена от переменных x и y (условных координатах точек местности)

$$F_{\phi n=A+B} = \sum_{\substack{p=0, 1, \dots, A \\ s=0, 1, \dots, B}} a_{ps} x^p y^s; \quad p+s > 0.$$

В этом случае под порядком n геофизического фона (трансформационного многочлена), как уже отмечалось, понимается максимальная степень слагающих его одночленов, а число этих одночленов определяет размерность геофизического фона N .

Имеются два варианта программы, написанные соответственно в кодах ЭВМ Минск-22 (программа КОМП) и ЭВМ Минск-32 (программа КОМП-2) на языке АССЕМБЛЕРА. Обе программы реализуют единый вычислительный алгоритм корреляционного метода разделения (см. главу IV) и различаются друг от друга несколькими процедурами, о которых будет сказано ниже.

Программа КОМП, как и программа КОТРАН, выполнена в двух модификациях:

1) КОМП-А — для выделения геофизического фона исходя из первого подхода к определению коэффициентов трансформационного многочлена, т. е. из условия минимума ошибки приближения $F_{\text{ост } n}$

по H и третьему параметру ΔT ; при этом в основу вычислительной схемы положены уравнения (IV.8);

2) КОМП-Б — для нахождения прогнозного геофизического фона из условия минимума ошибки приближения H по $F_{\text{пр.ост } n}$ и ΔT ; в этом случае вычисление проводится по формулам (IV.13) и (IV.14).

В программе КОМП реализован трехмерный вариант корреляционного метода разделения аномалий, однако эта программа может быть использована и при расчетах по двумерному варианту метода. Для этого достаточно в качестве третьего параметра ввести в машину величины, взятые из таблицы случайных чисел.

Модификация программы КОМП-А может быть использована при тренд-анализе геофизического поля, т. е. для построения многочлена $\Phi_n(x, y)$ из условия минимума дисперсии разности

$$D(F - \Phi_n) = \min.$$

В этом случае достаточно вместо H и ΔT ввести в машину величины из таблицы случайных чисел.

Подготовка материалов к счету по программе КОМП заключается в следующем.

1. На карте наблюдаемого геофизического поля выбирается прямоугольный участок, в пределах которого будет решаться задача разделения полей. При этом район исследований должен быть приурочен к единой геоструктурной единице в отношении изучаемого объекта. Выделенный участок покрывается декартовой сетью координат, оси которой параллельны сторонам прямоугольника. Необходимо также, чтобы положительное направление осей отсчитывалось вправо и вверх.

2. Выбирается не более 383 эталонных точек, в которых должны быть заданы следующие параметры:

- а) координаты x, y (могут быть как целые, так и дробные);
- б) изучаемая геологическая характеристика H ;
- в) геофизическое поле F ;
- г) дополнительный геолого-геофизический параметр ΔT .

Эталонные точки должны располагаться по возможности равномерно на площади всего исследуемого района, причем желательно, чтобы некоторая часть эталонных точек была приурочена к краям выбранного прямоугольного участка.

3. Составляется таблица исходных данных (табл. 10).

Таблица 10

Форма представления исходных данных к счету на ЭВМ по программе КОМП

Номер эталонной точки	F	ΔT	H	x	y

4. Вычисляются абсцисса x_{\max} и ордината y_{\max} правого верхнего угла рассматриваемого прямоугольного района, а также абсцисса x_{\min} и ордината y_{\min} левого нижнего его угла. Находятся значения шагов дискретизации соответственно по осям x и y

$$\Delta h_x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{69}; \quad (VII.6)$$

$$\Delta h_y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{69}.$$

Величины x_{\min} , y_{\min} , Δh_x , Δh_y определяют координаты тех точек на карте, в которых по программе КОМП будут вычисляться значения фонового многочлена

$$\begin{aligned} x_i &= x_{\min} + i\Delta h_x; \quad i=0, 1, \dots, 69; \\ y_j &= y_{\min} + j\Delta h_y; \quad j=0, 1, \dots, 69. \end{aligned} \quad (VII.7)$$

На практике следует определять Δh_x и Δh_y исходя из формул (VII.6), а затем округлять вычисленные значения так, чтобы сечение получаемой прямоугольной сетки не было излишне дробным.

5. Массив исходных данных перфорируется в виде десятичных чисел с кодовой запятой. При счете по модификации КОМП-А последовательность ввода исходных данных следующая: числа x_{\min} , y_{\min} , Δh_x , Δh_y , затем массивы F , ΔT , H , x , y . Для счета по модификации КОМП-В массивы F и H меняются местами, а остальные остаются как были.

Организация программы КОМП, работа ее отдельных блоков, а также расшифровка выводимых результатов подробно описаны в работе [46], поэтому здесь на этих вопросах останавливаться не будем. Рассмотрим лишь отличительные особенности программы КОМП-2 (ЭВМ Минск-32) по сравнению с программой КОМП.

1. Максимальный порядок фоновых многочленов n_{\max} , при которых проводится разделение исходного геофизического поля, в программе КОМП-2 равен шести (в программе КОМП $n_{\max} = 4$). Это существенно повышает аппроксимирующую способность фоновых многочленов и допускает более сложный характер изменения региональной помехи, ухудшающей корреляционную связь между изучаемой геологической характеристикой и выделяемой остаточной составляющей поля.

2. Для каждого порядка фонового многочлена в программе КОМП-2 наряду с дисперсией остаточной составляющей вычисляется и выводится на печать коэффициент корреляции между фоновой компонентой поля и изучаемой геологической границей (в программе КОМП вычисляется только дисперсия остаточной составляющей). Это позволяет полнее проводить анализ процесса разделения исходного поля корреляционным методом и более обоснованно определять оптимальные параметры разделения (см. главу VI).

3. В программе КОМП-2 предусмотрен также независимый контроль вычисляемого оператора связи геологической характеристики

с остаточной составляющей поля (см. главу VI). Для этого часть эталонных точек, помещенных в табл. 10, относится в контрольную выборку и не используется при определении оператора связи (в процессе перфорации они отделяются от остального массива исходных данных звездочкой). После вычисления оператора связи в этих точках восстанавливаются значения геологической характеристики и сравниваются с истинными значениями. Ошибка оператора на контрольной выборке выводится на печать и служит дополнительным параметром для определения оптимальной остаточной составляющей поля. Наличие независимого контроля имеет большое значение при решении прогнозных геологических задач; так как ошибка оператора на контроле по существу является оценкой ошибки прогноза изучаемой геологической характеристики и позволяет оценить ожидаемую эффективность применения корреляционного метода.

В заключение заметим, что, хотя обе программы рассчитаны на площадной вариант корреляционного метода, они могут быть использованы и при профильном задании геолого-геофизических параметров. Для этого параллельно исходному профилю на плоскости наблюдений проводится дополнительный профиль, значения геолого-геофизических данных на котором совпадают с соответствующими величинами исходного профиля. Задаваемые указанным способом параметры на плоскости наблюдений — двумерные, так как не изменяются в направлении, перпендикулярном к профилям. Искомые значения остаточной составляющей также являются двумерными и снимаются в поперечном сечении плоскости наблюдений. При этом удобно исходный профиль располагать параллельно одной из координатных осей вспомогательной плоскости.

4. Корреляционный метод разделения и интерпретации геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи — программа ПКР

В основу вычислительной схемы положен двумерный вариант метода, т. е. в эталонных точках предполагаются известными значения изучаемой геологической характеристики H и геофизического поля F . Программа ПКР (переменные коэффициенты регрессии), как и предыдущие программы, выполнена в следующих модификациях:

1) ПКР-А — для расчета структурного фона и переменного коэффициента регрессии исходя из первого подхода, т. е. из условия минимума ошибки приближения $F_{\text{ост}}^*$ по H ; при этом в основу вычислительной схемы положены формулы (V.89), (V.91)—(V.94);

2) ПКР-Б — для определения прогнозного структурного фона и переменного коэффициента регрессии из условия минимума ошибки приближения H по $F_{\text{пр. ост}}^*$; в этом случае в основу вычислительной схемы взяты формулы (V.117), (V.119)—(V.122).

Программа написана на языке АЛГОЛ для ЭВМ М-220 и реализует площадной вариант метода, когда исходные геолого-геофизические параметры заданы на плоскости наблюдений. Заметим, что

программа может применяться и при профильном задании параметров. Для этого следует воспользоваться приемом, рассмотренным в разделе 3 настоящей главы, т. е. считать, что геолого-геофизические поля, заданные вдоль исследуемого профиля, являются двумерными и известны на двух идентичных параллельных профилях.

Подготовка исходных данных к счету по программе ПКР аналогична подготовке к счету по программе КОМР и заключается в следующем.

1. В пределах района исследований выбирается прямоугольный участок, ограничивающий территорию, для которой будет проводиться разделение исходного геофизического поля F с учетом неоднородности параметров корреляционной связи. Выделенный участок, как и при корреляционном методе разделения геофизических аномалий (см. раздел 3 настоящей главы), покрывается декартовой сетью координат, оси которой параллельны сторонам прямоугольника, а положительное направление осей отсчитывается вправо и вверх.

2. Выбирается не более 200 эталонных точек с известными значениями следующих параметров:

- а) координат x, y (могут быть как целые, так и дробные);
- б) изучаемой геологической характеристики H ;
- в) геофизического поля F .

Эталонные точки должны располагаться по возможности равномерно на всей исследуемой территории, причем часть из них необходимо отнести к краям выбранного прямоугольного участка.

3. Составляется таблица исходных данных (табл. 11).

Таблица 11

Форма представления исходных данных к счету на ЭВМ по программе ПКР

Номер эталонной точки	F	H	x	y

4. Задаются следующие константы:

а) $n_{0\max}, n_{1\max}$ — максимальные порядки структурного фона F_{Φ}^* и переменного коэффициента регрессии $v(x, y)$ (программа ПКР-А) или переменных коэффициентов регрессии $\zeta(x, y)$ и $\beta_1(x, y)$ (программа ПКР-Б);

б) M — число эталонных точек;

в) M_k — число контрольных точек (модификацией программы ПКР-Б предусмотрен независимый контроль вычисленного оператора связи по некоторой контрольной выборке);

г) l — управляющий параметр, с помощью которого задается модификация метода ($l = 1$ для ПКР-А, $l = 2$ для ПКР-Б).

Соответствующие значения констант и геолого-геофизических параметров (см. табл. 11) составляют массив исходных данных для программы ПКР.

Программой предусмотрено выполнение следующих процедур.

1. Ввод исходных данных и их печать на АЦПУ.
2. Формирование матрицы коэффициентов решаемой системы уравнений (матрицы скалярных произведений).
3. Решение системы уравнений и определение коэффициентов вспомогательного трансформационного многочлена.
4. Определение трансформационного многочлена и соответствующей ему остаточной составляющей геофизического поля в эталонных точках.
5. Вычисление и печать на АЦПУ коэффициента корреляции между трансформационным многочленом и параметром H , а также дисперсии остаточной составляющей поля.
6. Расчет переменного коэффициента регрессии в эталонных и контрольных точках.
7. Нахождение и печать на АЦПУ ошибки оператора с переменными коэффициентами регрессии по эталонной и контрольной выборкам.
8. Вычисление структурного фона F_{Φ}^* и полной остаточной составляющей $F_{\text{ост}}^*$ в эталонных и контрольных точках.
9. Определение и печать на АЦПУ коэффициента корреляции между структурным фоном и параметром H , а также дисперсии полной остаточной составляющей.

Таблица 12

Варианты перебора значений n_0 и n_1 при работе по программе ПКР

Номер варианта	1	2	3	4	5	6
n_0	1	1	2	2	2	3	...	$n_{0\text{max}}$	$n_{0\text{max}}$...	$n_{0\text{max}}$
n_1	0	1	0	1	2	0	...	0	1	...	$n_{1\text{max}}$

Пункты 2—9 выполняются программами ПКР-А и ПКР-Б циклично при различных значениях порядков n_0 и n_1 . Перебор значений n_0 и n_1 осуществляется в соответствии с табл. 12. При этом число циклов (вариантов) в программе определяется величинами $n_{0\text{max}}$ и $n_{1\text{max}}$.

После окончания работы программы, исходя из анализа поведения вычисленных статистических характеристик при различных значениях n_0 и n_1 , выбирается номер варианта, соответствующий оптимальному корреляционному преобразованию геофизического поля (см. главу VI).

Таким образом, программа ПКР осуществляет предварительный анализ геофизического поля с учетом значений геолого-геофизиче-

ских параметров в эталонных и контрольных точках и позволяет выбрать оптимальные значения порядков $n_{0\text{опт}}$ и $n_{1\text{опт}}$.

Значения переменных коэффициентов регрессии и структурного фона во всех точках исследуемой территории при оптимальных значениях $n_{0\text{опт}}$ и $n_{1\text{опт}}$ вычисляются при помощи программы ПКР-2. Программа определяет указанные величины в узлах прямоугольной координатной сети и печатает их на АЦПУ. Абсциссы x_i и ординаты y_j узловых точек вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}x_i &= i \Delta x; \\y_j &= j \Delta y.\end{aligned}\tag{VII.8}$$

При этом индексы i , j изменяются от задаваемых начальных i_n , j_n значений до конечных i_k , j_k , последовательно увеличиваясь на единицу. Величины i_n , j_n , i_k , j_k , Δx и Δy должны выбираться таким образом, чтобы получаемая координатная сеть покрывала выбранный ранее прямоугольный участок исследуемой территории, а густота расположения точек обеспечивала надежную интерполяцию вычисляемых значений функций в его пределах. Исходными данными для программы ПКР-2 служат те же данные, которые использовались в программе ПКР, а кроме того, константы, определяющие оптимальные порядки соответствующих многочленов и параметры сети: $n_{0\text{опт}}$, $n_{1\text{опт}}$, i_n , j_n , i_k , j_k , Δx , Δy .

Программа ПКР-2 также написана на языке АЛГОЛ для ЭВМ М-220.

ОПРОБОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

1. Корреляционный метод разделения аномалий силы тяжести при изучении строения локальной структуры чехла

Изучаемая структура чехла расположена в пределах Туранской плиты. Одной из характерных особенностей тектонического строения этой крупной геоструктурной единицы земной коры является относительно хорошее совпадение структурных планов горизонтов осадочного чехла. Указанное обстоятельство можно рассматривать как благоприятную предпосылку для изучения структур чехла по аномалиям силы тяжести, так как эффекты, создаваемые различными слоями, суммируются. Вследствие этого даже малоамплитудные поднятия могут отображаться заметными по интенсивности гравитационными аномалиями [66, 93].

Рассматриваемая локальная структура изучена бурением и сейсморазведкой МОВ по различным горизонтам чехла и представляет собой антиклиналь с довольно большой амплитудой, вытянутую в широтном направлении (рис. 32). Амплитуда структуры увеличивается с глубиной. Так по подошве сеномана она составляет 150 м, по подошве валанжина — 200 м, по подошве оксфорда — 250 м и по кровле пермо-триаса — 300 м. Наблюдается четкое совпадение структурных планов границ в отложениях от палеогена до пермо-триаса. Коэффициенты корреляции между глубиной залегания подошвы третичных отложений и подошвы готеривских отложений, а также между подошвой готеривских отложений и кровлей пермо-триаса оказались равными соответственно 0,95 и 0,93. Таким образом, и количественные оценки в виде коэффициентов корреляции указывают на соответствие структурных планов различных стратиграфических горизонтов чехла исследуемой территории.

Район локальной структуры заснят высокоточной гравиметровой съемкой. Структуре соответствует максимум силы тяжести, проявляющийся на фоне регионального поля, затрудняющего анализ локальных аномалий силы тяжести.

Следует заметить, что наиболее достоверно структура изображена в районе расположения глубоких скважин. Северная и южная периклинали закартированы менее надежно. Три сейсмических профиля, пересекающих структуру и сопредельные районы в меридиональном направлении, по которым прослежены горизонты, соответственно приуроченные к кровле мела, подошве готерива и кровле пермо-триаса, приняты для дальнейшего анализа в качестве эталонных (см. рис. 32). Расстояние между профилями равно 10—11 км.

Протяженность крайнего западного профиля IX составляет 17 км, центрального XII — 23 км и восточного XIV — 22,75 км.

Проведенный по каждому профилю в отдельности корреляционный анализ глубины залегания различных горизонтов чехла с аномалиями Буге показал, что между ними наблюдается достаточно тесная связь (табл. 13). Однако уравнения регрессии, рассчитанные по разным профилям, существенно различаются между собой как коэффициентами при Δg , так и свободными членами. Коэффициент корреляции глубины залегания кровли пермо-триаса и ано-

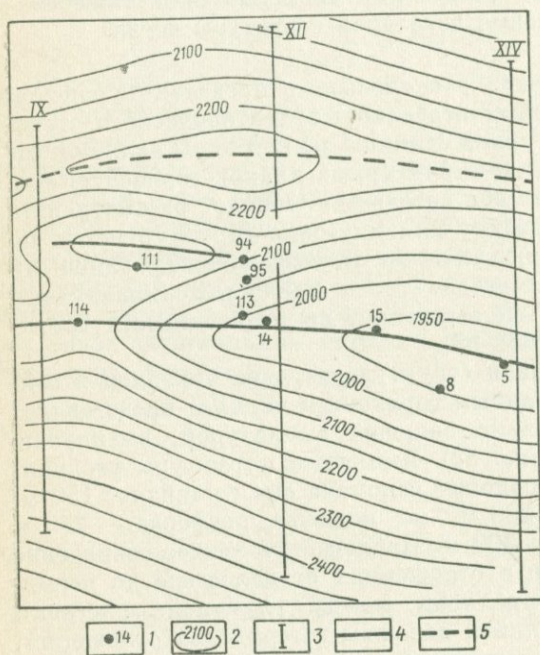


Рис. 32. Структурная карта по кровле пермо-триасовых отложений.

1 — скважины; 2 — изогипсы поверхности пермо-триаса; 3 — эталонные сейсмические профили; 4 — оси антиклиналей; 5 — ось синклинали

малий Буге, вычисленный по данным трех профилей, оказался равным всего лишь $-0,018$. Это указывает на то, что гравитационные аномалии осложнены некоторым мешающим фоном, заметно ухудшающим корреляционные связи горизонтов чехла с аномалиями Буге в площадном варианте.

Для исключения региональной составляющей поля были проведены трансформации гравитационных аномалий методом Андреева — Гриффина по формуле (1.9) со значениями радиуса осреднения R , соответственно равными 1,4 и 3,15 км. Последние выбирались на основе визуального анализа исходного поля силы тяжести. При этом задание двух различных радиусов осреднения преследовало цель выделения разных по локальности классов аномалий. По результатам трансформаций составлены соответствующие карты (рис. 33, 34). На первой из них при $R = 1,4$ км выделяется серия локальных аномалий, в расположении которых трудно наметить

Статистические характеристики связи Δg и H

Горизонты	Номер профиля	Число точек	Уравнения регрессии	Коэффициент корреляции η	Ошибка приближения ϵ , м
Кровля мела	IX	30	$H = 50,9 \Delta g - 713$	0,95	15,2
	XII	33	$H = 52,7 \Delta g - 567$	0,96	16,3
	XIV	33	$H = 47,2 \Delta g - 381$	0,96	15,4
Подошва готерива	IX	35	$H = 158,7 \Delta g - 3234$	0,93	37,3
	XII	47	$H = 153,0 \Delta g - 2647$	0,86	33,5
	XIV	46	$H = 106,2 \Delta g - 1892$	0,74	41,4
Кровля пермтриаса	IX	35	$H = 142,1 \Delta g - 4035$	0,96	30,2
	XII	47	$H = 110,1 \Delta g - 3436$	0,84	49,6
	XIV	46	$H = 87,6 \Delta g - 2925$	0,79	65,3

какую-либо систему. На второй карте при $R = 3,15$ км выделяется крупная положительная локальная аномалия, соответствующая

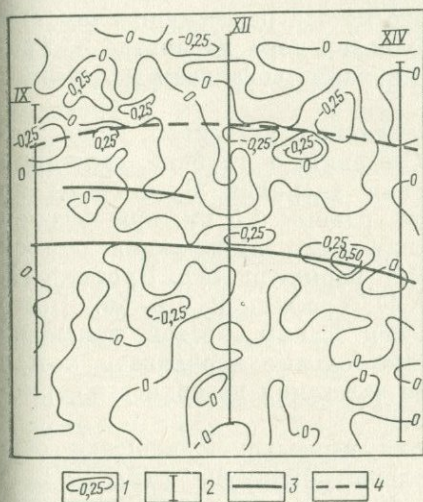


Рис. 33. Карта трансформированных аномалий силы тяжести по Андрееву — Гриффину, $R = 1,4$ км.

1 — изоаномалы трансформированных аномалий; 2 — эталонные профили; 3 — оси локальных антиклиналей; 4 — ось синклинали

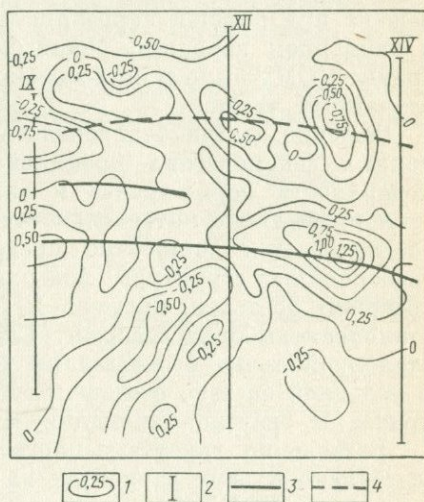


Рис. 34. Карта трансформированных аномалий силы тяжести по Андрееву — Гриффину, $R = 3,15$ км.

Условные обозначения те же, что и на рис. 33

структурному поднятию. Однако карта осложнена еще рядом локальных аномалий, не находящихся отображения в структуре пермтриаса.

Проведенный корреляционный анализ по данным всех эталонных профилей показал, что трансформированные аномалии по Андрееву—

Гриффину так же плохо коррелируются с глубиной залегания поверхности пермо-триаса H , как и исходное гравитационное поле Δg . Коэффициент корреляции глубины залегания H с локальными аномалиями, вычисленными с радиусом осреднения $R = 1,4$ км — $\eta [\Delta g_{\text{тр}} (R = 1,4), H]$, оказался равным всего лишь $-0,008$ и значимо не увеличился по сравнению с коэффициентом корреляции с исходным полем $\eta (\Delta g, H) = -0,018 \pm 0,086$. Трансформанты по Андрееву — Гриффину, полученные с радиусом осреднения $R = 3,15$ км, характеризуются коэффициентом корреляции с H , равным $\eta [\Delta g_{\text{тр}} (R = 3,15) H] = -0,299$, что также указывает на их слабую связь с H .

Таким образом, трансформации исходного гравитационного поля традиционными методами с различными параметрами не приводят к выделению компоненты поля, существенно лучше коррелирующейся с изучаемой границей раздела. В связи с этим задача дальнейшего анализа гравитационного поля формулируется следующим образом. На основе учета эталонных данных оптимальным образом исключить региональный фон и выделить остаточную составляющую поля, наиболее тесно корреляционно связанную с глубиной залегания горизонта, приуроченного к кровле пермо-триасовых отложений. Задача решена при помощи корреляционного метода разделения аномалии в двумерном варианте. Место дополнительного параметра в программе КОМП было занято значениями, заимствованными из таблицы случайных чисел.

Решение задачи базировалось на данных указанных выше эталонных сейсмических профилей. Сведения о глубине залегания поверхности пермо-триаса и значения аномалий Буге сняты по этим профилям с интервалом отсчета, равным 0,5 км, при котором обеспечивается достаточно представительная информация о всех особенностях структуры поверхности пермо-триаса. Профиль IX содержит 35 точек, профиль XII — 47, профиль XIV — 46. Всего эталонная выборка содержит 128 точек. Таким образом, в каждой эталонной точке были заданы прямоугольные координаты x и y в условной системе отсчета, глубина залегания поверхности пермо-триаса и значение аномалии Буге.

Разделение гравитационного поля исследуемой площади осуществлено в двух вариантах из условий минимума $\varepsilon (\Delta g_{\text{ост}}|H)$ по программе КОМП-А и минимума $\varepsilon (H|\Delta g_{\text{ост}})$ или максимума коэффициента корреляции между остаточной аномалией и глубиной залегания изучаемой границы $\eta (\Delta g_{\text{ост}}, H)$ по программе КОМП-Б. Решение задачи по второму варианту дает возможность получить прогнозные фоновые составляющие гравитационного поля, учет которых позволяет выделить остаточные аномалии, наилучшим образом связанные (в смысле коэффициента корреляции) с изучаемой границей раздела.

Однако представляет большой теоретический и практический интерес сопоставление фоновых составляющих, полученных по первому и второму вариантам в различных геолого-геофизических условиях.

По обоим вариантам программы КОМП строятся фоновые многочлены четырех порядков, имеющие следующий вид:

$$\Delta g_{\phi 1} = a_{10}^{(1)} x + a_{01}^{(1)} y;$$

$$\Delta g_{\phi 2} = a_{10}^{(2)} x + a_{01}^{(2)} y + a_{20}^{(2)} x^2 + a_{11}^{(2)} xy + a_{02}^{(2)} y^2;$$

$$\Delta g_{\phi 3} = a_{10}^{(3)} x + a_{01}^{(3)} y + a_{20}^{(3)} x^2 + a_{11}^{(3)} xy + a_{02}^{(3)} y^2 + a_{30}^{(3)} x^3 + a_{21}^{(3)} x^2 y +$$

$$+ a_{12}^{(3)} xy^2 + a_{03}^{(3)} y^3;$$

$$\Delta g_{\phi 4} = a_{10}^{(4)} x + a_{01}^{(4)} y + a_{20}^{(4)} x^2 + a_{11}^{(4)} xy + a_{02}^{(4)} y^2 + a_{30}^{(4)} x^3 + a_{21}^{(4)} x^2 y +$$

$$+ a_{12}^{(4)} xy^2 + a_{03}^{(4)} y^3 + a_{40}^{(4)} x^4 + a_{31}^{(4)} x^3 y + a_{22}^{(4)} x^2 y^2 + a_{13}^{(4)} xy^3 + a_{04}^{(4)} y^4.$$

В результате решения задачи по программе КОМП-А рассчитаны значения фоновых составляющих четырех порядков в узлах прямоугольной сети и по ним построены соответствующие карты (рис. 35). Значения гравитационного фона на всех картах изменяются в основном с запада на восток. При этом общее изменение на картах фона второго — четвертого порядков усложняется некоторыми деталями. Однако перепад значений фоновых составляющих между эталонными профилями приблизительно одинаков на всех картах.

Вычисленные на основе учета фонов значения остаточных составляющих в эталонных точках (использовано 65 эталонных точек) характеризуются статистическими характеристиками, приведенными в табл. 14.

Как видно из табл. 14, несмотря на то обстоятельство, что фоновые составляющие определены по программе КОМП-А из условия минимума произведения D ($\Delta g_{\text{ост}}$) [$1 - \eta^2$ ($\Delta g_{\text{ост}}, H$)], коэффициенты корреляции монотонно возрастают по мере увеличения порядка n остаточных аномалий. Это показывает, что в условиях, при которых снятие фона даже низкого порядка обеспечивает выделение остаточной составляющей, хорошо коррелирующей с изучаемой границей раздела, минимизация записанного выше произведения происходит за счет увеличения коэффициента корреляции. Указанное положение будет подтверждено сопоставлением с результатами анализа данных, полученных по программе КОМП-Б.

Таблица 14

Статистические характеристики связи $\Delta g_{\text{ост } n}$ и H

Порядок n остаточных составляющих	Коэффициент корреляции η ($\Delta g_{\text{ост } n}, H$)	Среднеквадратическое отклонение аномалий σ ($\Delta g_{\text{ост } n}$), мгал
0	0,01	3,1
1	0,88	1,2
2	0,89	0,6
3	0,96	0,8
4	0,98	0,8

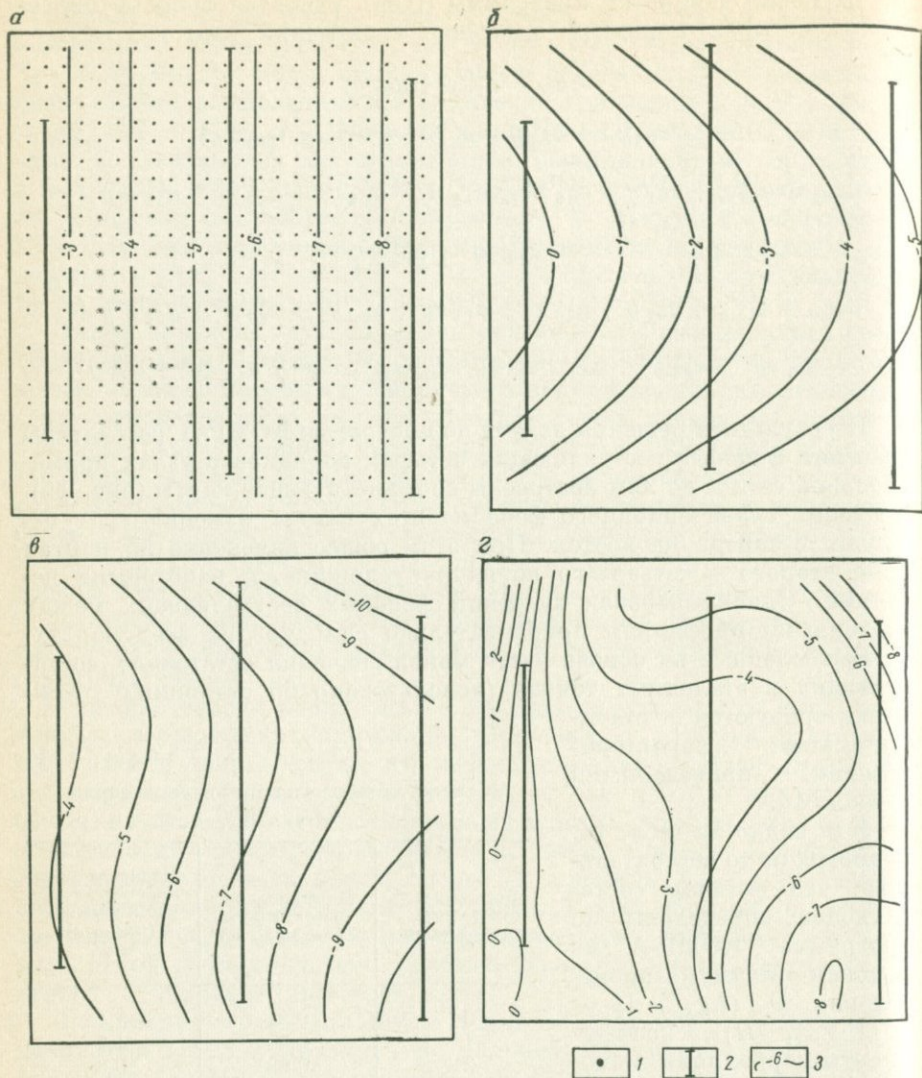


Рис. 35. Карты фоновых составляющих гравитационного поля $\Delta g_{\text{ф}}$ (программа КОМП-А).

Порядок фона: а — первый, б — второй, в — третий, г — четвертый; 1 — точки матрицы; 2 — эталонные профили, 3 — изоаномалы фоновых составляющих

Улучшение связи остаточных составляющих $\Delta g_{\text{ост}}$ с глубиной залегания кровли пермо-триаса по мере увеличения порядка составляющих гравитационных аномалий довольно отчетливо видно на корреляционных графиках (рис. 36). Необходимо отметить также, что дисперсия локальных составляющих вначале уменьшается, достигая минимума 0,6 мгал у остаточной аномалии второго порядка, а затем снова возрастает.

В результате решения задачи по программе КОМП-Б были также вычислены коэффициенты фоновых многочленов. Качественный анализ распределения прогнозных фонов может быть осуществлен

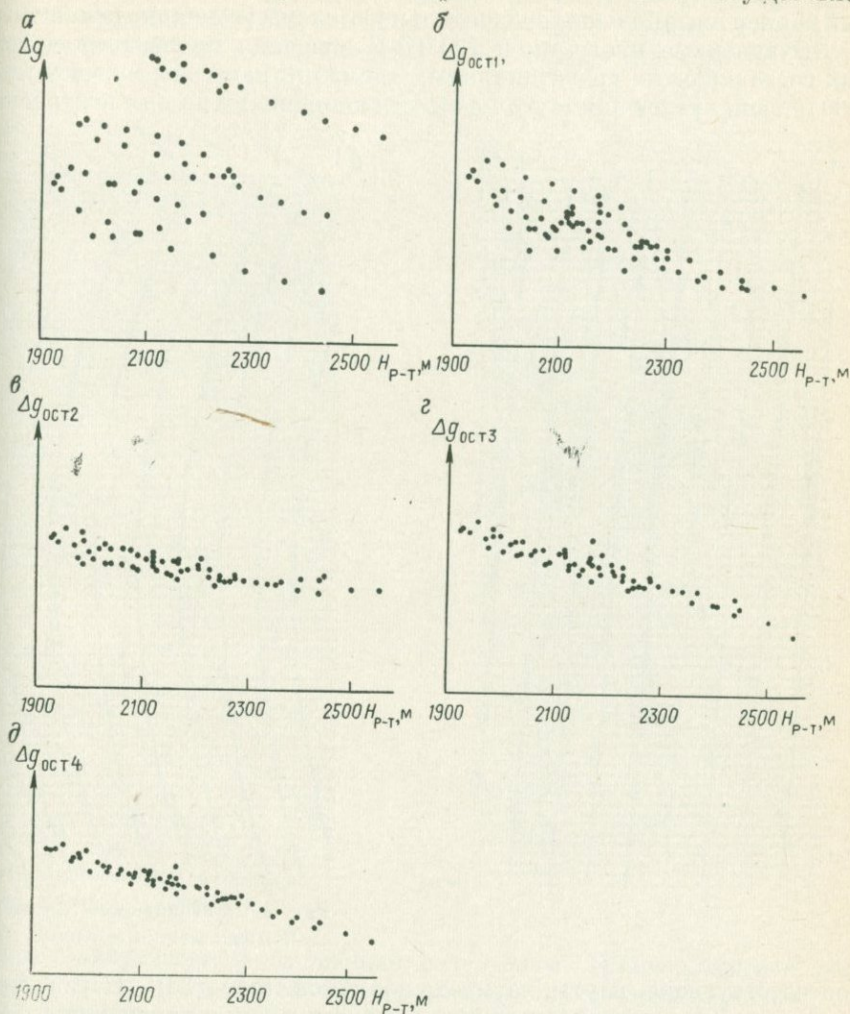


Рис. 36. Корреляционные графики зависимости между глубиной залегания поверхности пермо-триаса H_{P-T} и аномалиями Буге Δg (а), остаточными составляющими гравитационных аномалий первого (б), второго (в), третьего (г) и четвертого (д) порядков, вычисленными по программе КОМП-А.

Коэффициент корреляции r : а — $0,01 \pm 0,12$, б — $-0,88 \pm 0,03$, в — $-0,89 \pm 0,03$, г — $-0,96 \pm 0,01$, д — $-0,98 \pm 0,004$

по цифrogramмам, построение которых предусмотрено программой КОМП (рис. 37). Сечение изолиний прогнозных фоновых составляющих, показанных цифrogramмами, задается значением $\Delta = 1/10 [(\Delta g_{\Phi})_{\max} - (\Delta g_{\Phi})_{\min}]$. Пространство в координатах x, y между

двумя соседними изолиниями запечатывается одной цифрой. Смена цифр фиксирует положение изолиний. Следует только отметить, что в силу неодинакового масштаба по вертикали и горизонтали (вертикальный размер цифр больше горизонтального) схемы несколько искажены.

Вычисленные программой КОМП-Б значения прогнозных фоновых составляющих гравитационных аномалий нанесены на масштабную матрицу узлов прямоугольной сети координат и по ним построены

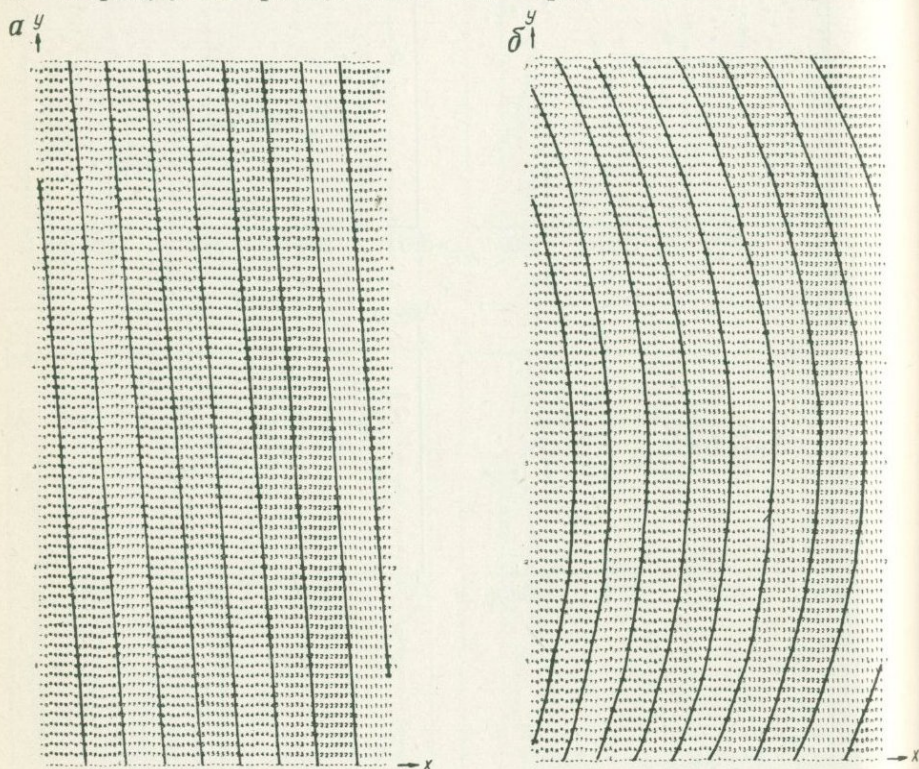
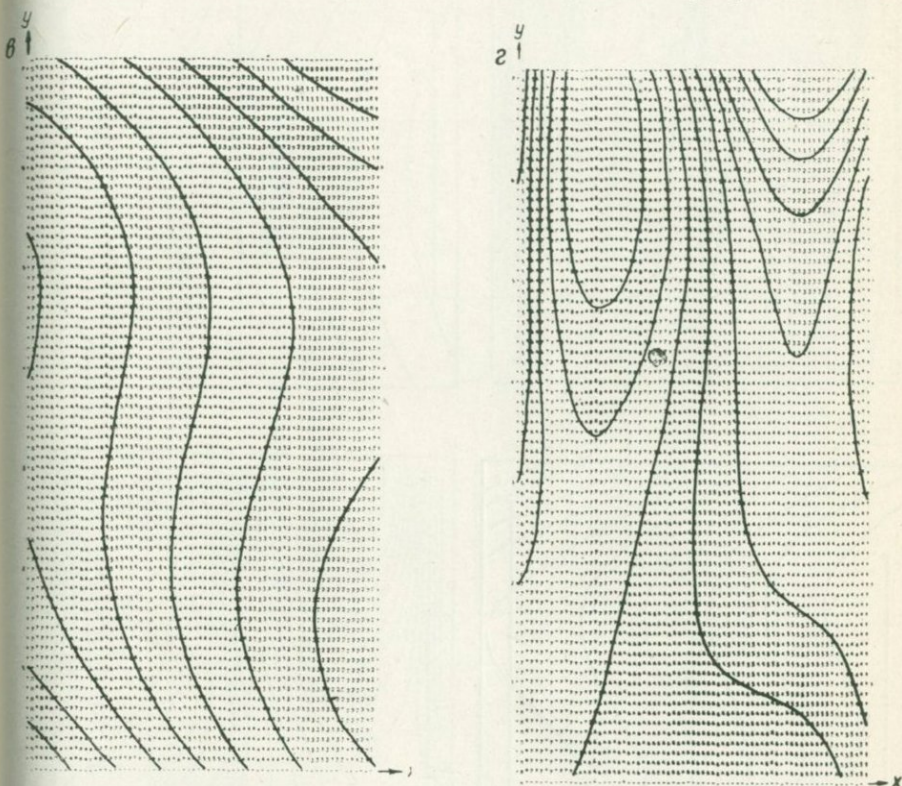


Рис. 37. Цифрограммы прогнозных
Порядок фона: а — первый, б — вто-

соответствующие карты четырех порядков (рис. 38). Карта прогнозного фона первого порядка характеризуется изменением фона в направлении, примерно ортогональном к эталонным профилям, с общим перепадом значений $\Delta g_{пр. \phi 1}$ между крайними профилями ~ 6 мгал. Структура прогнозных фонов второго и третьего порядков несколько усложнена, однако и на этих картах сохраняются в общих чертах характерные особенности фона первого порядка. На них фиксируется такое же направление основного изменения значений фонов и тот же перепад значений $\Delta g_{пр. \phi}$ между крайними эталонными профилями. Карта прогнозного фона четвертого порядка построена уже значительно сложнее. Она не обнаруживает заметного сходства с предыдущими картами.

Составление карт гравитационных фонов (см. рис. 35 и 38), составленных по двум вариантам программы КОМП, показывает чрезвычайное сходство фонов первых трех порядков. Это свидетельствует о том, что в условиях, когда в результате учета некоторого фона, выделяется остаточная составляющая, хорошо коррелирующаяся с изучаемой границей, оба варианта программы КОМП



гравитационных фонов $\Delta g_{пр. \phi}$
 1 — первый, 2 — третий, 3 — четвертый

дают практически совпадающие результаты. Наблюдающееся различие в строении фонов четвертого порядка объясняется тем, что при решении задачи по программе КОМП-Б происходит более интенсивное подстраивание фона под особенности эталонной выборки, чем по программе КОМП-А, так как в последней минимизируются произведение дисперсии локальной составляющей и $(1 - \eta^2)$.

Вычисленные в эталонных точках остаточные аномалии четырех порядков характеризуются следующими статистическими оценками (табл. 15).

Следует отметить, что среднеквадратическое отклонение глубины залегания кровли пермо-триаса $\sigma(H)$ равно 143 м. Из табл. 15 видно, что коэффициент корреляции уже на первом шаге у прогноз-

ной остаточной составляющей первого порядка достиг $-0,88$ при начальном его значении, равном $0,018$. Относительно большое уве-

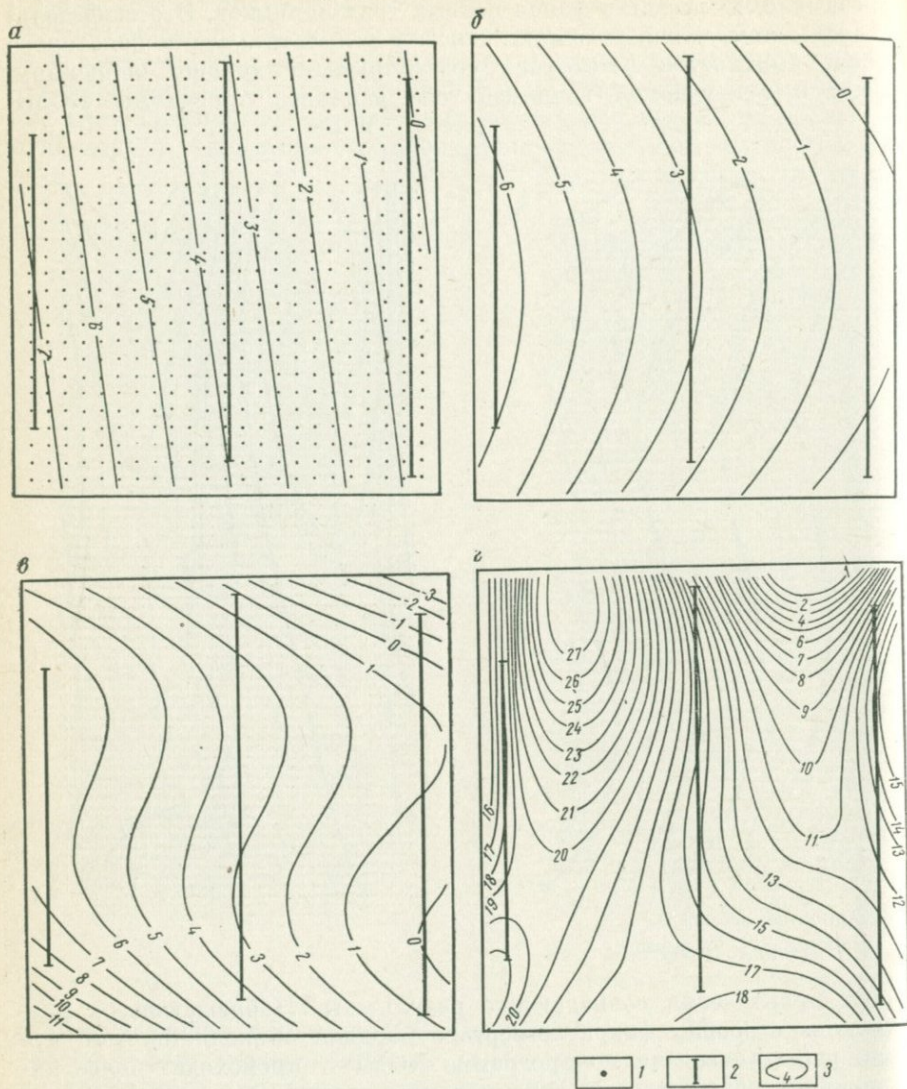


Рис. 38. Карты прогнозных фоновых составляющих гравитационного поля $\Delta g_{пр. ф}$ (программа КОМР-В).

Порядок фона: а — первый, б — второй, в — третий, г — четвертый; 1 — точки матрицы; 2 — эталонные профили; 3 — изоаномалы прогнозных фоновых составляющих

личение коэффициента корреляции наблюдается также между прогнозными остаточными составляющими второго и третьего порядков.

Сопоставление построенных корреляционных графиков (рис. 39) дает наглядное представление о характере улучшения связи

Статистические характеристики связи

 $\Delta g_{\text{пр. ост } n}$, $\Delta g_{\text{пр. ф } n}$ и H

Порядок n прогнозных остаточных составляющих	Коэффициент корреляции		Ошибка приближе- ния ε , м	Относитель- ное изменение ошибки приближе- ния $\frac{\sigma(H)}{\varepsilon}$	Среднеквад- ратическое отклонение аномалий $\sigma(\Delta g_{\text{пр. ост } n})$, мгал
	$\eta(\Delta g_{\text{пр. ост } n}, H)$	$\eta(\Delta g_{\text{пр. ф } n}, H)$			
0	0,018	—	143	1,0	2,2
1	-0,88	0,46	68	2,1	1,3
2	-0,90	0,36	63	2,3	0,9
3	-0,97	0,50	33	4,3	1,3
4	-0,99	0,63	22	6,5	1,9

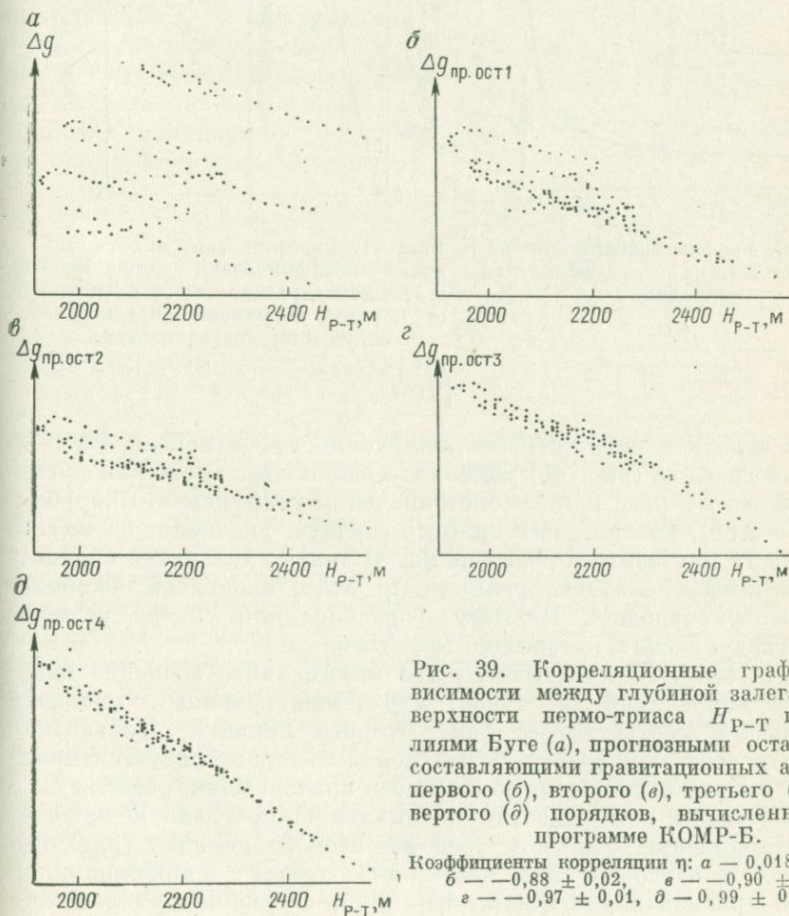


Рис. 39. Корреляционные графики зависимости между глубиной залегания поверхности пермо-триаса H_{P-T} и аномалиями Буге (а), прогнозными остаточными составляющими гравитационных аномалий первого (б), второго (в), третьего (г) и четвертого (д) порядков, вычисленными по программе КОМП-Б.

Коэффициенты корреляции η : а — $0,018 \pm 0,086$,
 б — $-0,88 \pm 0,02$, в — $-0,90 \pm 0,02$,
 г — $-0,97 \pm 0,01$, д — $-0,99 \pm 0,01$

прогнозных остаточных составляющих гравитационного поля разных порядков по сравнению с наблюдаемым полем. С такой же закономерностью изменяются ошибки приближения. Корреляция глубины залегания поверхности пермо-триаса с аномалиями Буге практически не уменьшает ошибку приближения по сравнению с $\sigma(H)$, а корреляция с прогнозной остаточной составляющей первого порядка сразу уменьшает ее в 2,1 раза. Существенное уменьшение ошибки приближения фиксируется также при переходе к прогнозным остаточным составляющим третьего и четвертого порядков.

Вообще в случае уменьшения ошибки приближения в 1,5—2 раза по сравнению с величиной среднеквадратического отклонения $\sigma(H)$

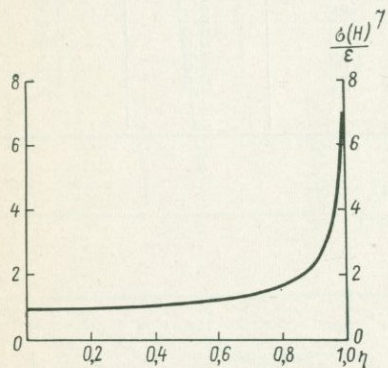


Рис. 40. График зависимости величины $\sigma(H)/\epsilon$ от коэффициента корреляции η

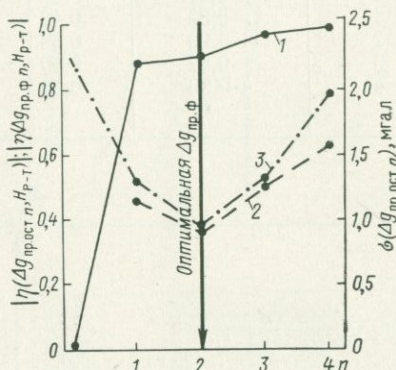


Рис. 41. Графики зависимости модулей коэффициентов корреляции и среднеквадратических отклонений от порядка выделяемой прогнозной остаточной составляющей.

$$1 - \left| \eta \left(\Delta g_{\text{пр. ост } n}, H_{P-T} \right) \right|; \quad 2 - \left| \eta \left(\Delta g_{\text{пр. ф } n}, H_{P-T} \right) \right|; \quad 3 - \sigma \left(\Delta g_{\text{пр. ост } n} \right)$$

решение задачи следует считать достаточно эффективным. Из приведенного графика (рис. 40) видно, что ошибка приближения уменьшается всего в 2 раза при высоком значении коэффициента корреляции ($\eta = 0,86$), которое, как принято считать, указывает на тесную связь между изучаемыми величинами. И только для очень больших значений коэффициента корреляции ($\eta > 0,9$) происходит наиболее резкое ее уменьшение. Поэтому в разбираемом случае решение задачи следует считать вполне эффективным.

Данные табл. 15 показывают, что минимальное значение коэффициента корреляции ($\eta = 0,36$) изучаемой границы с фоновой составляющей соответствует фону второго порядка. Прогнозная остаточная составляющая этого же порядка характеризуется минимальной дисперсией. Таким образом оба критерия (см. разделы 2, 3 главы VI) позволили выделить оптимальную прогнозируемую остаточную составляющую одного и того же второго порядка (рис. 41). Последняя характеризуется достаточно тесной корреляционной связью с кровлей пермо-триаса: $\eta = 0,90$, а ошибка приближения

($\varepsilon = 63$ м) в 2,3 раза меньше среднеквадратического отклонения глубины залегания поверхности пермо-триаса.

Относительно большой скачок коэффициентов корреляции (см. табл. 15), происходящий у прогнозных остаточных составляющих третьего и четвертого порядков, обусловлен уже тем, что выделение соответствующих прогнозных фоновых составляющих осуществляется в определенной мере за счет подстраивания их под эталонные данные о структуре пермо-триаса. В связи с этим остаточные составляющие гравитационного поля третьего и четвертого порядков в значительной степени определяются (через соответствующие фоны) строением самой изучаемой границы на эталонных профилях, а не структурой поля. Поэтому их нельзя использовать для выяснения строения кровли пермо-триаса, так как они обладают крайне незначительной новой независимой информацией о структуре этой границы.

Путем учета прогнозной фоновой составляющей второго порядка, оптимальность которой установлена по указанным выше

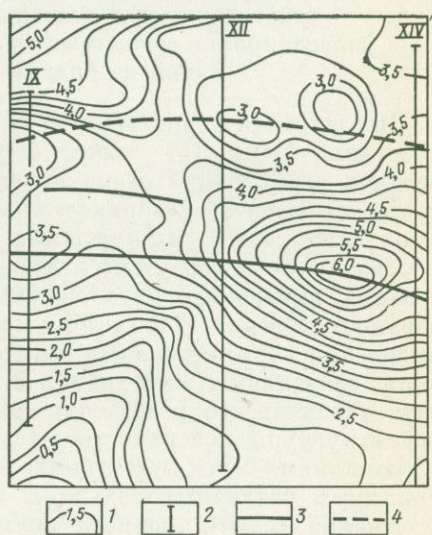


Рис. 42. Карта прогнозной остаточной составляющей гравитационного поля $\Delta g_{пр. ост 2}$ второго порядка. 1 — изоаномалы прогнозной остаточной составляющей второго порядка; 2 — эталонные профили; 3 — оси антиклиналей; 4 — ось синклинали

критериям, вычислены прогнозные остаточные составляющие для всех точек матрицы и построена соответствующая карта (рис. 42). Анализ карты показывает, что аномальные ее особенности довольно четко соответствуют структуре кровли пермо-триаса (см. рис. 32). Особенно хорошо сопоставляется локальная антиклиналь с максимумом на карте остаточной составляющей. Оси антиклиналей и синклиналей практически совпадают с осями положительных и отрицательных остаточных аномалий. Таким образом использование только трех эталонных профилей позволило при помощи корреляционного метода эффективно выделить из суммарного гравитационного поля остаточную составляющую, достаточно хорошо отображающую строение кровли пермо-триаса района локальной структуры.

Анализ результатов разделения гравитационного поля района локальной структуры корреляционным методом по программе КОМП позволяет сделать следующие выводы.

1. Корреляционный метод разделения аномалий дает высокоэффективное решение задачи при изучении строения локальных структур по геофизическим данным. При помощи этого метода

обоснованно выделяется составляющая гравитационного поля, значительно более тесно корреляционно связанная с изучаемой границей раздела, чем наблюдаемое поле и аномалии, выделенные методом Андреева — Гриффина.

2. В условиях, когда остаточные составляющие тесно корреляционно связаны с изучаемой границей, оба варианта программы (КОМР-А и КОМР-Б) дают практически одинаковые результаты, что является экспериментальным подтверждением вывода, сделанного в теории метода.

2. Исследование устойчивости выделения остаточных составляющих гравитационного поля корреляционно связанных с региональной структурой чехла одной из впадин Туранской плиты

Исследуемая территория в большей своей части изучена сейсморазведкой МОВ. По данным бурения и сейсморазведки построена сводная структурная схема по опорному отражающему горизонту, соответствующему поверхности юрских отложений (рис. 43). Была выполнена также гравиметровая съемка.

Задача формулируется следующим образом. На основе использования выборочных (эталонных) данных о глубине залегания поверхности юрских отложений и аномалий Буге оценить возможность выделения корреляционным методом составляющей гравитационного поля, связанной с этой границей. Кроме того, необходимо исследовать устойчивость разделения поля в условиях сложно построенной структуры поверхности юрских отложений и слабой ее связи с аномалиями Буге путем вычисления фоновых составляющих поля при двух различных заданиях эталонных точек.

Анализ гравитационного поля района показывает, что аномалии Буге обнаруживают слабую корреляционную связь со структурой платформенного чехла. Коэффициент корреляции между глубиной залегания поверхности юрских отложений и аномалиями Буге по эталонной выборке из 128 точек всего лишь 0,57. Связь аномалий Буге с поверхностью юрских отложений носит в основном косвенный характер. Это объясняется тем, что поверхность юры является слабой гравитационно активной границей, а аномальное поле силы тяжести обуславливается другими границами земной коры, структурные планы которых в пределах Туранской плиты достаточно хорошо совпадают. Указанное обстоятельство вызывает дополнительные трудности направленного разделения гравитационного поля. Тем не менее и в этой ситуации имеет смысл оценить возможности решения задачи при помощи корреляционного метода разделения геофизических аномалий.

Глубина залегания поверхности юрских отложений, а также значение гравитационных аномалий были заданы двумя сериями эталонных точек по 128 в каждой, равномерно распределенных по всей площади. Положение каждой эталонной точки определено координатами x , y в условной системе отсчета. При таком задании

исходной информации ряд локальных особенностей структуры поверхности юрских отложений и аномалий Буге не отражается в эталонных данных, и поэтому задача может быть решена только в региональном плане.

Расчет прогнозных фоновых составляющих гравитационного поля проведен по первому и второму эталонам на ЭВМ по программе КОМП-Б. В результате построены карты, представленные на рис. 44, 45. Сравнение карт прогнозных фоновых составляющих, составленных по разным эталонным выборкам, показывает, что структура

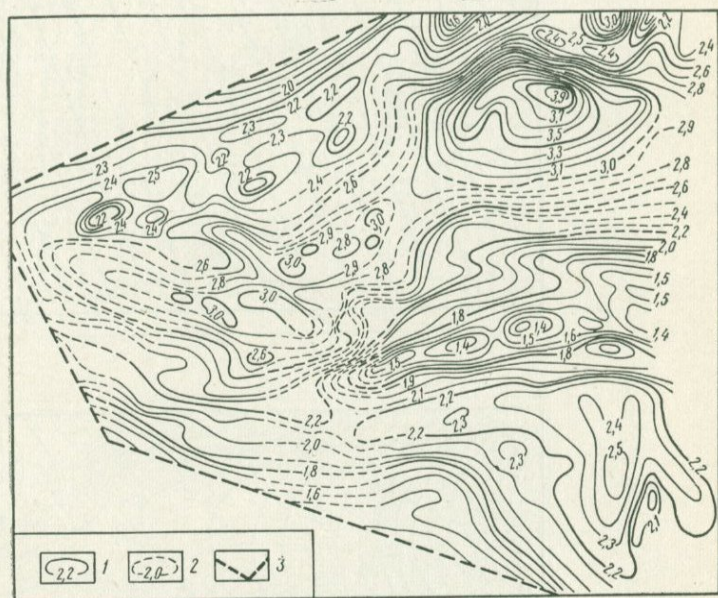
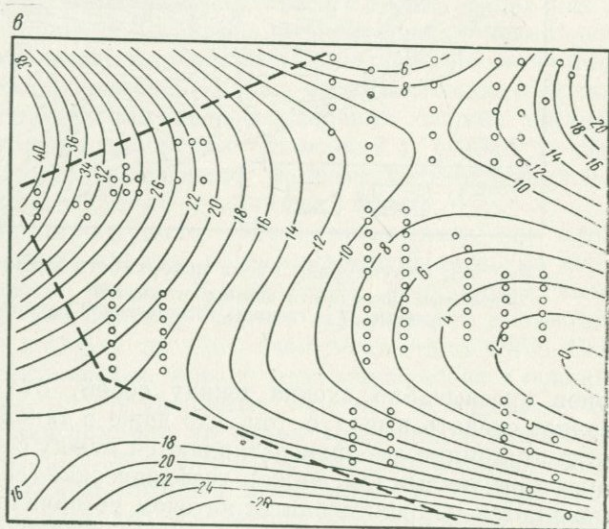
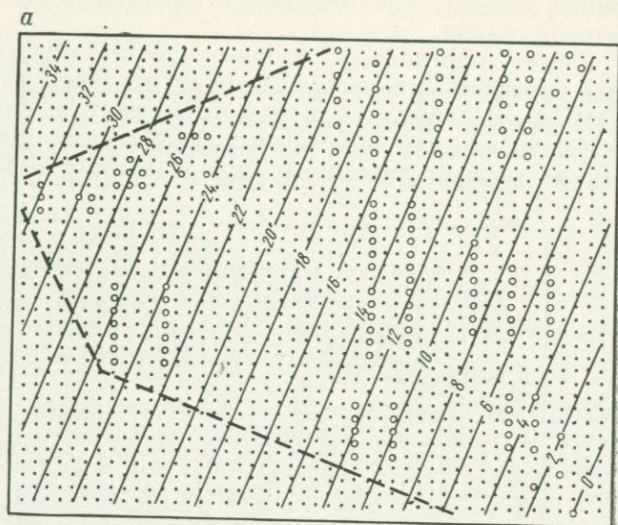


Рис. 43. Структурная схема поверхности юрских отложений.
1 — изогонсы поверхности юрских отложений; 2 — то же, предполагаемые; 3 — границы исследованной территории

фонов чрезвычайно сходна между собой. Это обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что даже в такой сложной ситуации, когда эталонные выборки различаются между собой статистическими характеристиками (см. ниже), геофизические (гравитационные) фоны выделяются корреляционным методом устойчиво. Другими словами, характеристики выделяемых фоновых составляющих обусловлены не особенностями эталонных выборок, а связями между структурой изучаемой поверхности раздела и геофизическими аномалиями, существующими в районе исследования. На картах прогнозных фоновых составляющих первого порядка (см. рис. 44, а, 45, а) по обоим эталонам фиксируется перепад фоновых значений, равный 30 мгал, между крайними эталонными точками, расположенными на юго-западе и северо-востоке. Фоновая составляющая второго

порядка по обоям эталонам (см. рис. 44, б, 45, б) проявляется в виде крупной отрицательной аномалии с минимумом в юго-восточном



углу карты. Карты фоновых составляющих третьего порядка (см. рис. 44, в, 45, в) построены сложнее. Наибольшая изменчивость поля наблюдается на картах фонов четвертого порядка (см. рис. 44, г, 45, г), причем за пределами расположения эталонных точек происходит резкое изменение значений фоновых составляющих. Это указывает на то, что экстраполяционные

участки являются областями неустойчивого поведения фонов высоких порядков. Поэтому прогнозные фоновые составляющие высоких

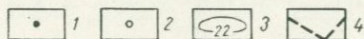
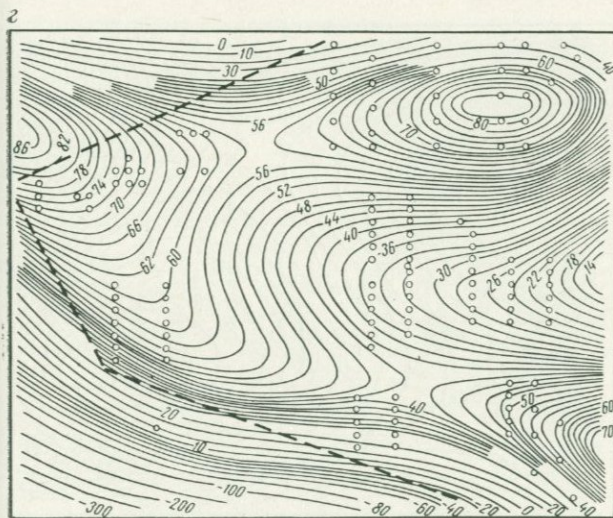
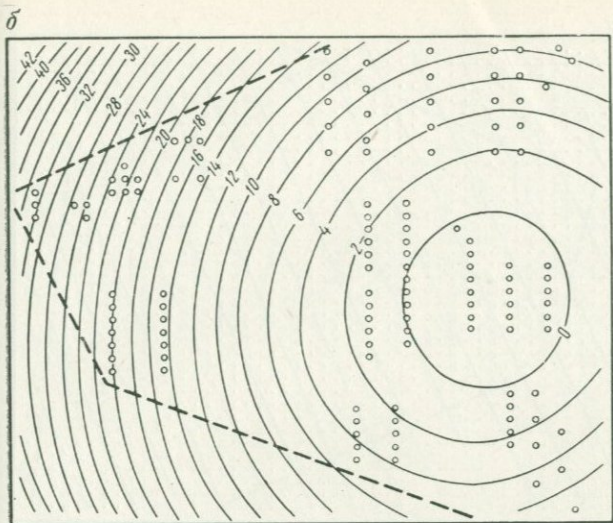


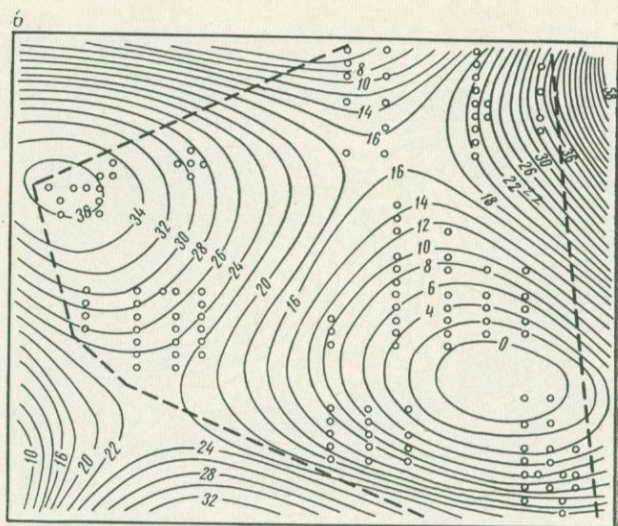
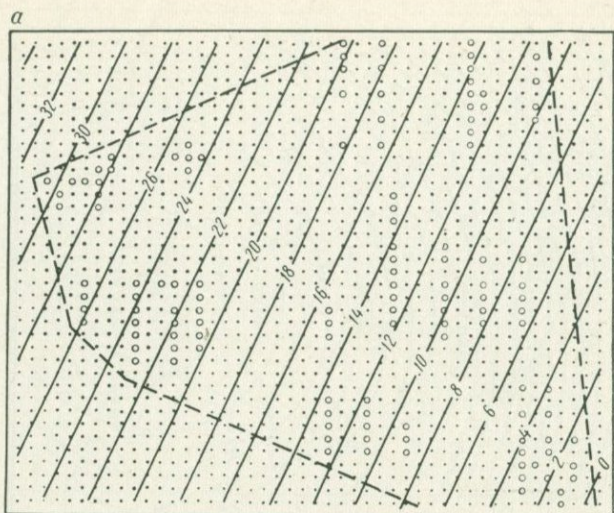
Рис. 44. Карты прогнозных фоновых составляющих гравитационного поля $\Delta g_{пр. \phi 1}$ по первому эталону.

Порядок фона: а — первый, б — второй, в — третий, г — четвертый; 1 — точки матрицы; 2 — эталонные точки; 3 — изоаномалы прогнозных фоновых составляющих гравитационного поля; 4 — границы интерполяционной области по заданному эталону

порядков (третьего, четвертого и выше) могут быть использованы для выделения остаточных аномалий только в некоторой интерполяционной области, ограниченной крайними эталонными точками.

В результате учета значений прогнозных фонов в эталонных точках вычислены остаточные составляющие по первому и второму

эталонам. Их статистические характеристики даны соответственно в табл. 16 и 17.

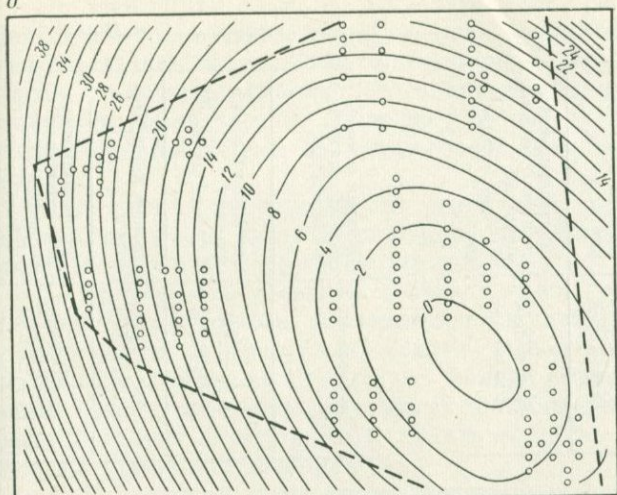


Заметим, что среднеквадратическое отклонение глубины залегания поверхности юры по первому эталону равно 491 м, а по второму — 540 м.

Из табл. 16 видно, что среднеквадратическое отклонение составляющих уменьшается монотонно от 11,2 мгал у аномалий Буге до 10,2 мгал у остаточных составляющих третьего порядка, а затем

резко возрастает у $\Delta g_{\text{пр. ост}}$ четвертого порядка до 21,9 мгал. Таким образом, минимум дисперсии приходится на остаточную составляющую

б



2

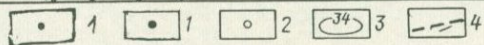
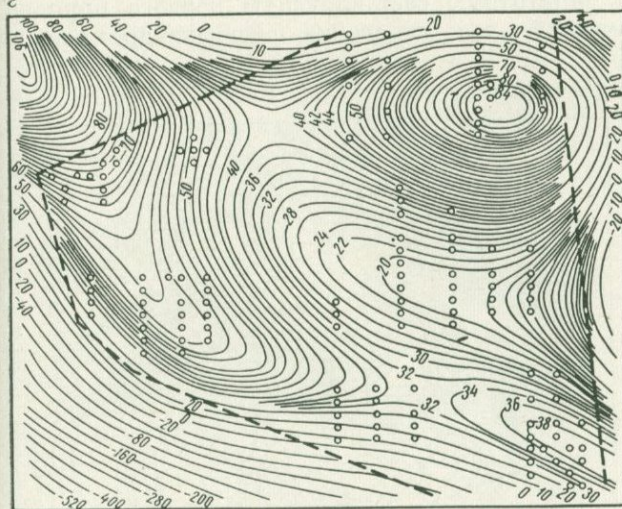


Рис. 45. Карты прогнозных фоновых составляющих гравитационного поля $\Delta g_{\text{пр. ф II}}$ по второму эталону.

Условные обозначения те же, что и на рис. 44

ющую третьего порядка, которая характеризуется коэффициентом корреляции, равным $-0,84$. Указанные оценки позволяют считать эту составляющую оптимальной.

Из табл. 17 видно, что среднеквадратическое отклонение различных составляющих поля силы тяжести по второму эталону изменяется несколько иначе, чем по первому. Минимум дисперсии

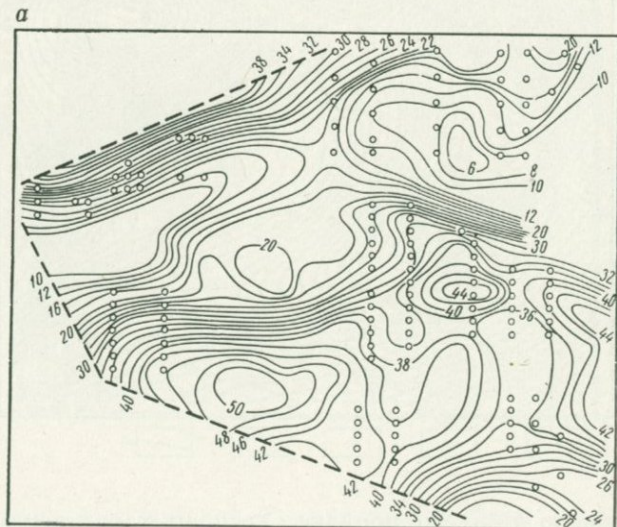
Статистические характеристики
связи $\Delta g_{\text{пр. ост } n \text{ и } H}$

Порядок n прог- нозных остаточных составляющих	Коэффициент кор- реляции η ($\Delta g_{\text{пр. ост } n, H}$)	Ошибка приближе- ния ϵ , м	Среднеквадратиче- ское отклонение аномалий σ ($\Delta g_{\text{пр. ост } n}$), мгал
0	-0,57	398	11,2
1	-0,73	318	10,7
2	-0,80	291	10,5
3	-0,84	265	10,2
4	-0,92	193	21,9

Статистические характеристики
связи $\Delta g_{\text{пр. ост } n \text{ и } H}$

Порядок n прог- нозных остаточных составляющих	Коэффициент кор- реляции η ($\Delta g_{\text{пр. ост } n, H}$)	Ошибка приближе- ния ϵ , м	Среднеквадратиче- ское отклонение аномалий σ ($\Delta g_{\text{пр. ост } n}$), мгг
0	-0,56	447	12,4
1	-0,71	380	11,9
2	-0,75	353	13,9
3	-0,80	320	15,1
4	-0,92	208	24,7

поля приходится на остаточную составляющую первого порядка. Однако следует заметить, что изменение среднеквадратических



отклонений при переходе от составляющих первого порядка к составляющим второго и третьего порядков происходит на небольшую величину (2,0 и 3,2 мгал). В этом случае 95%-ные доверительные

интервалы пересекаются [86]. И только при переходе от $\Delta g_{\text{пр. ост } 3}$ к $\Delta g_{\text{пр. ост } 4}$ наблюдается резкое увеличение среднеквадратического отклонения на 9,6 мгал. Поэтому и для этого эталона оптимальной можно считать составляющую третьего порядка.

По обоим эталонам в результате учета фоновых оптимальных составляющих третьего порядка были вычислены прогнозные остаточные составляющие третьего порядка и построены соответствующие карты (рис. 46). Анализ особенностей этих карт показывает, что они практически совпадают одна с другой и довольно четко сопоставляются со структурой поверхности юрских отложений.

Полученные результаты по разделению гравитационного поля корреляционным методом в районе платформенной впадины позволяют сделать следующие выводы.

1. Прогнозные фоновые составляющие гравитационного поля (до четвертого порядка включительно) в сложных условиях решения региональной структурной задачи выделяются корреляционным методом устойчиво. Структура фонов определяется характером связей между строением изучаемой границы поверхности юры и гравитационными аномалиями и практически не зависит от особенностей эталонной выборки.

2. Территория построения прогнозных фоновых составляющих высоких порядков (третьего, четвертого) должна ограничиваться

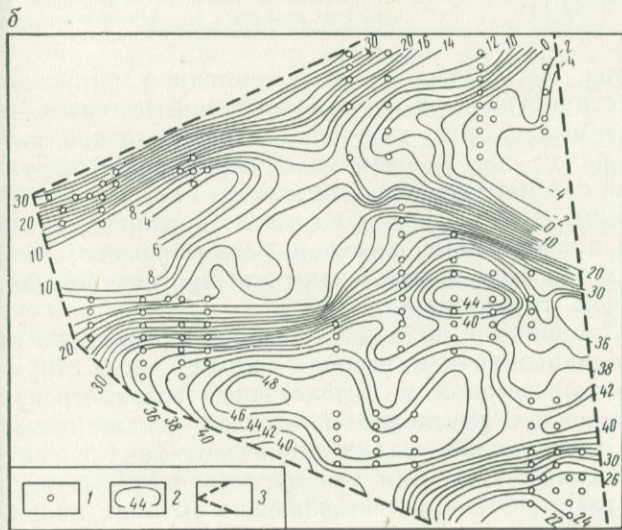


Рис. 46. Карты прогнозных остаточных составляющих гравитационного поля третьего порядка

$\Delta g_{\text{пр. ост } 3}$

Эталон: а — первый, б — второй; 1 — эталонные точки; 2 — изонамалы прогнозной остаточной составляющей третьего порядка; 3 — границы интерполяционной области

линиями, проходящими через крайние эталонные точки. В этом случае исключается ненадежное экстраполирование фоновых составляющих высоких порядков.

3. Детальное изучение локальных структур чехла корреляционным методом разделения геофизических аномалий¹

При анализе корреляционным методом гравитационных аномалий территории, охватывающей, помимо района локальной структуры, примыкающие к ней значительные по размерам площади, трудно ожидать выделения остаточной аномалии, детально совпадающей с контурами структуры. Это объясняется тем, что закономерности соотношений глубины залегания изучаемой границы раздела и аномалии силы тяжести на участке самой структуры и за ее пределами часто существенно различаются. В связи с этим рассмотрим примеры применения корреляционного метода при детальном изучении строения локальных структур, когда площадь анализа

ограничивается предполагаемыми размерами последних.

На Терешковской площади, расположенной в пределах Северного Устья Туранской плиты, сейсморазведкой МОВ по подошве неокома было за-

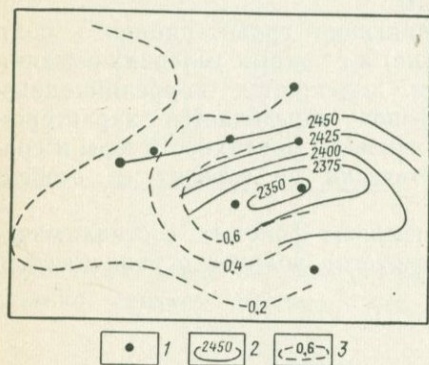


Рис. 47. Карта прогнозной остаточной аномалии силы тяжести первого порядка $\Delta g_{\text{пр. ост } 1}$ Терешковской площади.

1 — эталонные точки; 2 — изогипсы по подошве неокома; 3 — изогипсы прогнозной остаточной составляющей

картировано поднятие, вытянутое в северо-восточном направлении (рис. 47). На структурной карте, построенной с сечением изогипс 25 м, оно замыкается с юго-запада только одной изогипсой 2350 м. В целом же юго-западная периклиналь структуры не была изучена сейсморазведкой, так как эта площадь занята сором Мертвый Култук. В то же время на всей территории, в том числе и в районе сора, проведена высокоточная гравиметровая съемка, результаты которой могут быть использованы для прогнозирования строения юго-западной периклинали.

Разделение гравитационного поля выполнено корреляционным методом по восьми эталонным точкам, расположенным в части структуры, изученной сейсморазведкой и высокоточной гравиметровой съемкой. В таких условиях выделение остаточной составляющей может быть надежно осуществлено только путем учета фона первого порядка (см. табл. 6 главы VII). Как указывалось в предыдущих разделах настоящей главы, фоновые составляющие высоких порядков за пределами расположения эталонных точек могут сильно и бесконтрольно изменяться.

Выделенная остаточная составляющая (см. рис. 47) характеризуется ошибкой приближения, равной 18 м. Наблюдается хорошее

¹ Раздел 3 составлен по материалам исследований В. А. Матусевича [65], проведенных под руководством В. И. Шрайбмана.

согласование прогнозной остаточной составляющей поля со структурой подошвы неокома на площади, изученной сейсморазведкой. В то же время в поле остаточной составляющей четко оконтуривается юго-западное крыло локальной аномалии (в пределах сора Мертвый Култук, где сейсмические данные отсутствуют). Поэтому на основании принципа аналогий можно сделать вывод о замыкании Терешковской структуры с юго-запада. Таким образом, проведенное прогнозирование строения антиклинали позволило оценить ее размеры, что крайне важно при определении ее разведочного значения на нефть и газ.

В ряде случаев получаемые в результате проведения сейсморазведки данные не дают возможность провести однозначную интерпретацию. Отсюда появляются различные варианты строения локальных структур. Использование дополнительной геологической или геофизической информации часто позволяет выбрать из них наиболее вероятный.

Рассмотрим на примере локальной антиклинали Аманжол, расположенной в пределах Северного Устьурта, возможности применения для решения этой задачи данных высокоточной гравиразведки, обработанных корреляционным методом разделения аномалий. Площадь антиклинали изучена сейсморазведкой МОВ в 1963 г., а после проведения дополнительных сейсмических профилей в 1968 г. весь материал был переинтерпретирован. Затем при пересмотре сейсмических данных соседних площадей и их взаимной увязке в 1970 и 1972 гг. были составлены еще два варианта строения антиклинали. Детали структуры Аманжол по этим вариантам существенно различаются. В осевой части поднятия на разных картах выделяются три, один и два свода; обнаруживается несходство в деталях строения периклинальной части поднятия.

Для оценки степени соответствия различных вариантов строения структуры гравитационному полю было проведено разделение последнего корреляционным методом. В качестве эталонных значений использовали глубины горизонта в ряде точек по указанным выше четырем структурным картам. Установлено, что во всех случаях оптимальной является остаточная составляющая второго порядка. Полученные оценки коэффициентов корреляции и ошибок приближений сведены в табл. 18.

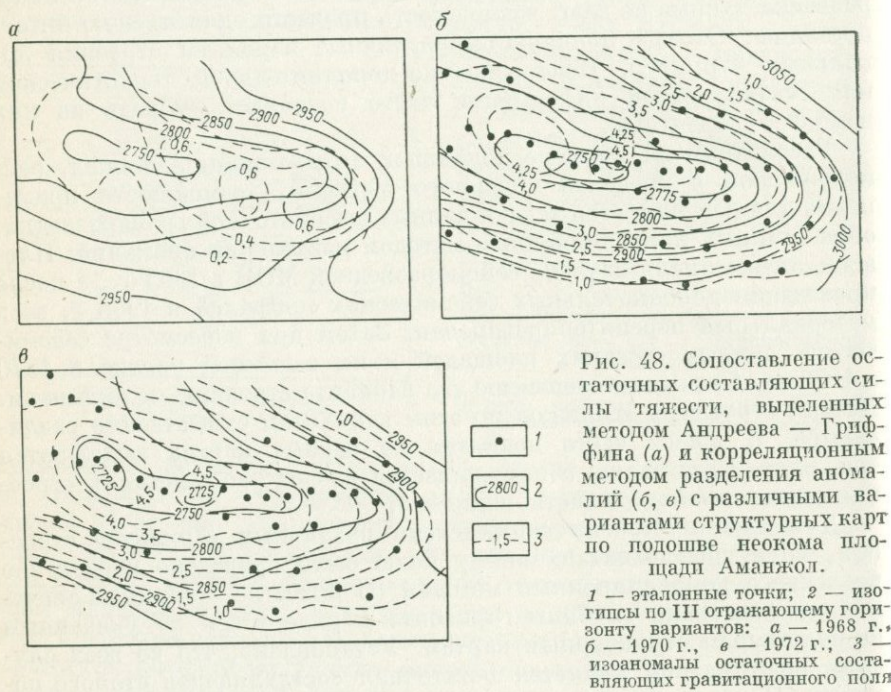
Таблица 18

Статистические характеристики связи

$\Delta g_{\text{пр. ост 2}}$ и H

Оценки	Варианты структурных карт, использованных при разделении поля			
	1963 г.	1968 г.	1970 г.	1972 г.
Ошибки приближения ϵ , м	30	25	21	22
Коэффициент корреляции η ($\Delta g_{\text{пр. ост 2}}$, H)	0,869	0,923	0,932	0,929

Из табл. 18 видно, что худшими статистическими оценками, существенно отличающимися от всех остальных, характеризуется структура варианта 1963 г. Это позволяет еще раз подтвердить целесообразность проведенного пересмотра сейсмического материала. Наилучшими статистическими оценками обладают структурные карты 1970 и 1972 гг., которые между собой значимо не различаются. Качественное сопоставление полученных остаточных аномалий со структурами разных вариантов (рис. 48) показывает, что наиболее вероятное строение сводовой части поднятия представлено на карте 1972 г. В самом деле, на карте остаточного поля выделяются два



обособленных максимума, четко совпадающих со сводами на структурной карте 1972 г. Эти максимумы выделяются даже в случае использования в качестве эталона структуры варианта 1970 г., на которой фиксируется один свод. Полученные выводы имеют большое значение, так как при разведке структур особенно важно наиболее точно исследовать ее сводовую часть. Необходимо заметить, что остаточная аномалия силы тяжести, вычисленная без использования априорной информации методом Андреева — Гриффина (см. рис. 48, а), не обнаруживает четкого согласования ни с одним из вариантов строения локальной структуры.

Таким образом, можно сделать вывод, что корреляционный метод разделения геофизических аномалий в комплексе с сейсморазведкой может быть успешно использован на стадии разведки

и подготовки структур чехла к глубокому бурению. В сложных сейсмогеологических условиях привлечение дополнительной геофизической информации, обработанной корреляционным методом, позволяет выбрать наиболее вероятный вариант интерпретации сейсмических наблюдений.

4. Применение корреляционного метода разделения геофизических аномалий для трансформации геоэлектрического разреза

Корреляционный метод разделения геофизических аномалий может быть использован не только для преобразования потенциальных полей, но и при трансформации разрезов кажущихся сопротивлений с целью прогнозирования геоэлектрического разреза.

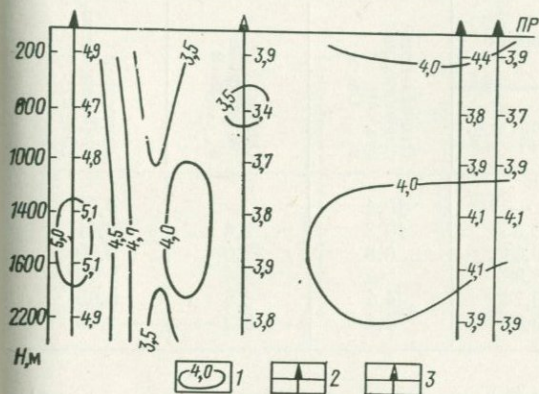


Рис. 49. Разрез кажущихся сопротивлений ρ_{τ} по данным ЗС.

1 — изолинии ρ_{τ} , Ом·м; 2 — эталонные скважины; 3 — контрольная скважина; по стволам скважин отложены значения ρ_{τ} (Ом·м)

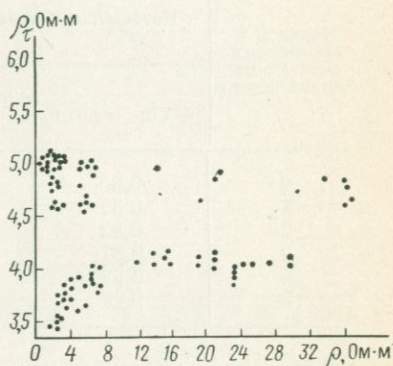


Рис. 50. Корреляционный график зависимости между удельным электрическим сопротивлением ρ и кажущимся сопротивлением ρ_{τ} .

Коэффициент корреляции $\eta = -0,32$

В связи с этим рассмотрим профиль, пересекающий одну из нефтеносных площадей, расположенных в ЛитССР. По профилю проведены электроразведочные исследования методом становления электромагнитного поля. Разрез кажущихся сопротивлений ρ_{τ} по данным зондирования становлением поля (ЗС) над нефтеносной структурой представлен на рис. 49. В пределах профиля пробурено несколько скважин, в которых проводились стандартные электрометрические исследования и определены значения среднего удельного сопротивления ρ горных пород, которые практически не коррелируются с величиной ρ_{τ} (рис. 50). Последнее можно объяснить тем, что кажущиеся сопротивления описываются сложными интегральными функциями, включающими все параметры геоэлектрического разреза, а также характеристики измерительных установок. Поэтому возникает задача выделения из поля ρ_{τ} остаточной составляющей $\rho_{\tau \text{ост}}$,

наиболее тесно корреляционно связанной с распределением истинных удельных сопротивлений над исследуемой структурой. Эта задача решена при помощи корреляционного метода разделения геофизических аномалий. В качестве эталонных были выбраны три скважины, расположенные по краям профиля (см. рис. 49). Одна скважина в центре профиля была выбрана как контрольная. По эталонным данным построены фоновые многочлены пяти различных порядков ($n = 1, 2, 3, 4, 5$) и вычислены соответствующие прогнозные остаточные составляющие $\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}$. Статистические характеристики связи ρ и $\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}$ представлены в табл. 19.

Таблица 19

Статистические характеристики связи

$\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}$ и ρ

Порядок n прогнозных остаточных составляющих	Коэффициент корреляции		Ошибка при- ближения на эталоне $\epsilon_{\tau \text{ пр. ост } n}$, Ом·м	Ошибка на контроле $\epsilon_{\kappa \text{ пр. ост } n}$, Ом·м	Дисперсия $\sigma^2 (\rho_{\tau \text{ пр. ост } n})$, (Ом·м) ²
	$\eta (\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}, \rho)$	$\eta (\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}, \phi \text{ пр. ост } n, \rho)$			
0	0,30	—	10,4	—	0,25
1	0,35	0,35	10,3	2,4	0,41
2	0,82	0,61	6,3	32,0	9,60
3	0,87	0,86	5,4	19,4	9,40
4	0,92	0,74	4,4	6,5	0,65
5	0,93	0,85	4,1	9,2	1,50

Из табл. 19 видно, что коэффициент корреляции η ($\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}, \rho$) с ростом порядка n фоновых многочленов монотонно возрастает, а ошибка приближения $\epsilon_{\tau \text{ пр. ост } n}$ уменьшается. Выбор оптимального порядка остаточной составляющей в этом случае проводился на основе анализа поведения ошибки $\epsilon_{\kappa \text{ пр. ост } n}$, вычисленной по данным контрольной скважины (см. раздел 4 главы VI)

$$\epsilon_{\kappa} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (\rho_i - \rho_i^{(p)})^2}{M}}$$

Здесь ρ_i — значения удельных электрических сопротивлений в контрольной скважине; $\rho_i^{(p)}$ — значения удельных сопротивлений, вычисленных при помощи уравнения регрессии ρ и $\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}$; M — число контрольных точек.

Значения $\epsilon_{\kappa \text{ пр. ост } n}$ сначала возрастают до максимума при остаточной составляющей второго порядка (рис. 51), затем начинают убывать, достигая минимума при $n = 4$, и вновь увеличиваются при $n = 5$. Анализ дисперсий остаточных составляющих и коэффициентов корреляции связи фоновой компоненты $\rho_{\tau \text{ пр. ост } n}$ с ρ (см. табл. 19)

показывает, что последние имеют локальные минимумы также при $n = 4$. Полученные оценки позволяют выбрать в качестве оптимальной прогнозную остаточную составляющую кажущихся сопротивлений четвертого порядка. Коэффициент корреляции оптимальной остаточной составляющей кажущегося сопротивления с удельным электрическим сопротивлением равен $-0,92$ (рис. 52), а ошибка приближения составляет $4,4$ Ом·м.

Прогнозные остаточные составляющие кажущихся сопротивлений четвертого порядка вычислены путем учета фона того же порядка

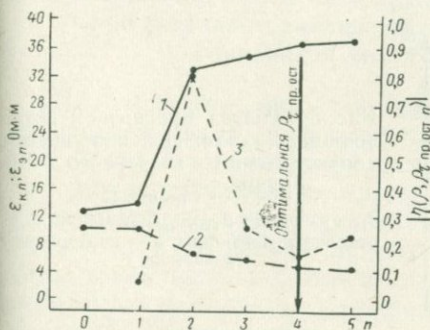


Рис. 51. Графики зависимости модуля коэффициента корреляции и ошибок приближения в эталонных и контрольной скважинах от порядка выделяемой прогнозной остаточной составляющей кажущегося сопротивления.

1 — $|\eta(\rho, \rho_{\tau \text{ пр. ост } n})|$; 2 — $\varepsilon_{э n}$; 3 — $\varepsilon_{к n}$

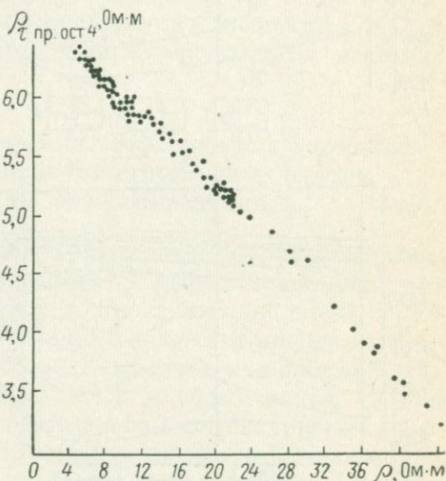


Рис. 52. Корреляционный график зависимости между удельным электрическим сопротивлением ρ и прогнозной остаточной составляющей кажущихся сопротивлений четвертого порядка $\rho_{\tau \text{ пр. ост } 4}$.

Коэффициент корреляции $\eta = 0,92$

(рис. 53) во всех точках матрицы; построен соответствующий разрез (рис. 54).

Остаточная составляющая при помощи линейного уравнения регрессии ρ по $\rho_{\tau \text{ пр. ост } 4}$ трансформирована в прогнозный разрез удельных электрических сопротивлений $\rho_{\text{пр}}$ (рис. 55). При этом ошибка прогноза установлена на основе использования следующего соотношения (см. раздел 4 главы VI):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{пр. опт}} &= \min_n [\max(\varepsilon_{э n}, \varepsilon_{к n})] = \max(\varepsilon_{э 4}, \varepsilon_{к 4}) = \max(4,4; 6,5) = \\ &= 6,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Ошибка прогноза, равная 6,5 Ом·м, дает основание строить прогнозный разрез с сечением, равным 15 Ом·м. Анализ прогноз-

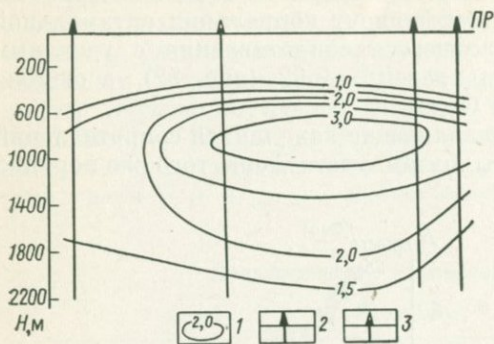


Рис. 53. Разрез прогнозной фоновой составляющей кажущихся сопротивлений четвертого порядка $\rho_{\tau \text{ пр. } \phi 4}$.

1 — изолинии $\rho_{\tau \text{ пр. } \phi 4}$, Ом·м; 2 — эталонные скважины; 3 — контрольная скважина

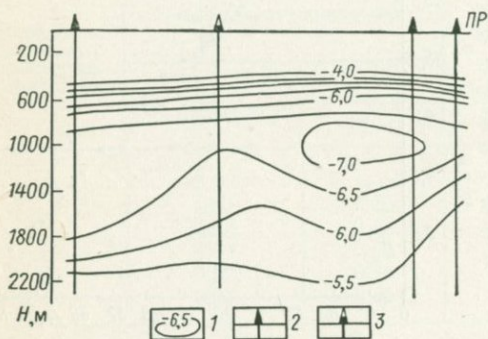


Рис. 54. Разрез прогнозной остаточной составляющей кажущихся сопротивлений четвертого порядка $\rho_{\tau \text{ пр. ост } 4}$.

1 — изолинии $\rho_{\tau \text{ пр. ост } 4}$, Ом·м; 2 — эталонные скважины; 3 — контрольная скважина

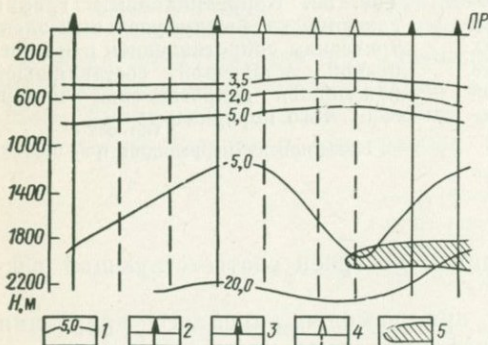


Рис. 55. Прогнозный разрез удельных электрических сопротивлений ρ .

1 — изолинии $\rho_{\text{ пр}}$, Ом·м; 2 — эталонные скважины; 3 — контрольная скважина; 4 — прогнозные «скважины»; 5 — контур нефтяной залежи

ного разреза удельных электрических сопротивлений $\rho_{\text{ пр}}$ над нефтяной структурой показывает:

1) наличие почти горизонтальных высокоомных слоев в верхней части разреза, что хорошо согласуется с глубиной и характером залегания высокоомных отложений верхнего девона;

2) минимальные значения $\rho_{\text{ пр}}$ проявляются в средней части разреза ($H = 800 \div 1500$ м), которая приурочена к проводящей

толще силура — ордовика, что хорошо увязывается с эталонными данными;

3) значительное увеличение значений удельных сопротивлений наблюдается в нижней части разреза ($H = 1500 \div 2000$ м) и в сводовой части нефтяной залежи, что хорошо согласуется с данными бурения.

Таким образом, использование трех эталонных скважин дает возможность при помощи корреляционного метода разделения геофизических аномалий выделить из суммарных значений ρ_{τ} составляющую $\rho_{\tau \text{ пр. ост } 4}$, корреляционно тесно связанную с удельным сопротивлением ρ . Вычисленные по $\rho_{\tau \text{ пр. ост } 4}$ прогнозные значения $\rho_{\text{пр}}$ хорошо отображают изменение удельного сопротивления по разрезу и позволяют определить зоны повышенных значений сопротивлений, связанных с периферийной и сводовой частями нефтяной залежи.

5. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий при детальном анализе соотношений структурных планов горизонтов чехла и их прогнозировании

Проблема изучения соотношений структурных планов различных горизонтов чехла возникает чаще всего в нефтегазовой геологии при исследовании вопросов истории формирования локальных структур, миграции нефти, газа и др. Решение указанной проблемы чаще всего основывается на анализе составляемых карт мощностей. Однако этот путь далеко не самый удобный и эффективный. Кроме того, такой подход к выяснению соотношений структурных планов горизонтов земной коры приводит нередко только к качественным оценкам. Поэтому представляет большой интерес опробование корреляционного метода разделения аномалий и выявление его специфических возможностей в решении поставленной задачи.

Конкретно задача может быть сформулирована следующим образом. Пусть заданы две структурные поверхности земной коры, изученные достаточно подробно геологическими и геофизическими методами. Эти поверхности отделены одна от другой определенным отрезком геологического времени, за которое образовалась толща пород, залегающая между ними. Требуется выделить из структуры нижней (более древней) поверхности земной коры компоненту, коррелирующуюся со структурой верхней (более молодой) поверхности.

Такая постановка задачи объясняется следующими соображениями. Сформировавшийся на определенном геологическом этапе слой земной коры подвергается затем различным тектоническим нарушениям. При этом очевидно, что чем древнее слой земной коры, тем более длительное воздействие разных тектонических сил он испытывает. К моменту образования нового, более молодого слоя земной коры древний уже определенным образом изменен тектоническими процессами. Последующие движения земной коры будут уже деформировать одновременно обе структурные поверхности. В связи с этим нижележащие горизонты платформенного чехла, как правило,

построены более сложно и в их суммарных структурных особенностях содержатся компоненты, которые связаны с тектоническими воздействиями, происходившими после образования вышележащей границы. Поэтому структурная поверхность, разделяемая на составляющие, должна быть более древней.

Анализ соотношений структурных планов горизонтов чехла проведен корреляционным методом разделения аномалий по районам Джартского и Багаджинского валов, расположенным в центральной части Туранской плиты. В рассматриваемых примерах в качестве разделяемых поверхностей взяты по первому валу структура по

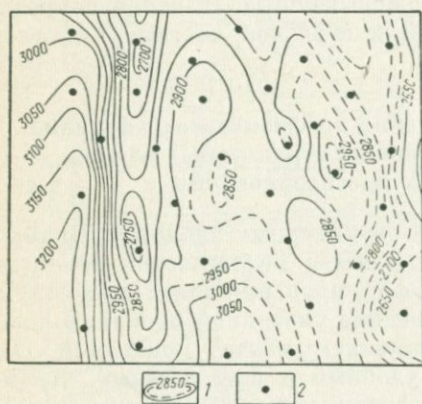


Рис. 56. Структурная карта по опорному сейсмическому горизонту, приуроченному к кровле карабийской свиты нижнего мела H_2 района Джартского вала. 1 — изолинии кровли карабийской свиты (предполагаемые — пунктир); 2 — эталонные точки

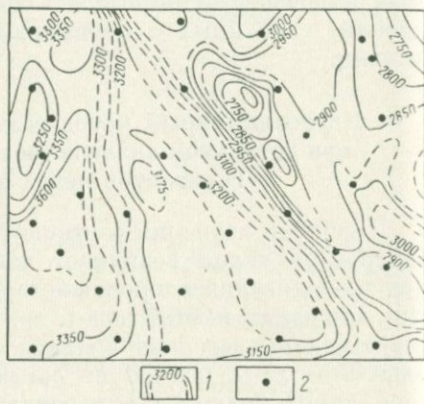


Рис. 57. Структурная карта по опорному сейсмическому горизонту, залегающему вблизи поверхности известняков келловей — оксфорда верхней юры H_3 района Багаджинского вала. 1 — изолинии поверхности известняков келловей — оксфорда (предполагаемые — пунктир); 2 — эталонные точки

кровле карабийской свиты (нижний мел), залегающая на глубинах H_2 (рис. 56), а по второму — структура по кровле келловей — оксфорда (верхняя юра) H_3 (рис. 57). Заметим, что средняя глубина залегания горизонта H_2 приблизительно на 700—800 м меньше, чем глубина залегания горизонта H_3 . Иначе говоря, эти две поверхности разделяет толща пород мощностью 700—800 м. Задача заключалась в выделении из этих структур отдельно компонент, наилучшим образом корреляционно связанных со структурой кровли мела H_1 , представленной картами по соответствующим листам (рис. 58, 59).

Прежде чем рассмотреть результаты применения корреляционного метода в решении поставленной задачи необходимо заметить, что выделяемая из суммарной структуры нижней границы фоновая компонента представляет собой помеху. В то же время карты мощностей ($H_m = H_2 - H_1$), используемые при анализе соотношений

структурных планов различных горизонтов чехла (например, H_1 и H_2), можно также рассматривать как структурные помехи. Действительно, если H_M — константа (аномальная структура мощности равна нулю), наблюдается полное совпадение структурных планов горизонтов H_1 и H_2 . В противном случае, когда помеха H_M меняется в пределах исследуемого района, соотношение структурных планов H_1 и H_2 будет сложнее.

Однако выделяемая корреляционным методом фоновая компонента отличается по своей структуре от карты мощностей даже в том случае, если последняя будет описана полиномом той же степени.

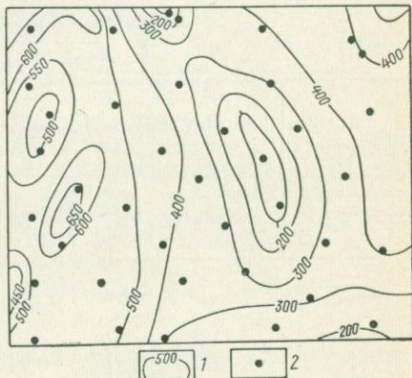
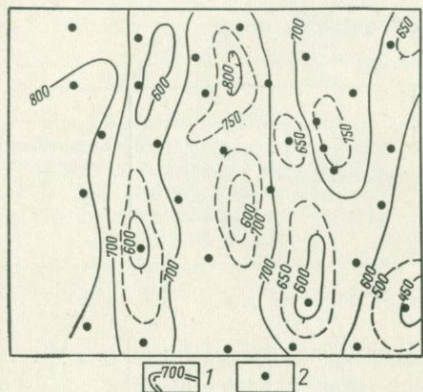


Рис. 58. Структурная карта по кровле верхнемеловых отложений района Джартского вала.

1 — изолинии кровли верхнемеловых отложений; 2 — эталонные точки

Рис. 59. Структурная карта по кровле верхнемеловых отложений района Багаджинского вала.

Условные обозначения те же, что и на рис. 58

Так, линейное уравнение регрессии, на котором строится корреляционный метод применительно к рассматриваемой задаче, выглядит следующим образом:

$$H_1 = \beta(H_2 - H_\Phi) + \zeta, \quad (\text{VIII.1})$$

где ζ , β — коэффициенты уравнения; H_Φ — фоновая компонента. Это уравнение преобразуется к виду

$$H_\Phi = H_M + \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) H_1 + \frac{\zeta}{\beta}. \quad (\text{VIII.2})$$

Следовательно, фоновая компонента H_Φ с точностью до постоянной будет равна H_M только при $\beta = 1$, т. е. когда выделяемая из H_2 остаточная составляющая $H_{\text{ост}}$ с точностью до постоянной будет равна H_1 .

При решении практических задач по изучению соотношений структурных планов различных горизонтов земной коры β , как правило, не равна единице. Поэтому можно заключить, что результаты

применения корреляционного метода в общем случае должны отличаться от данных, полученных известным методом анализа мощностей.

При помощи программы КОМП-Б, примененной для анализа соотношений структурных планов горизонтов H_3 , H_2 и H_1 , были выделены раздельно прогнозные фоновые компоненты структуры H_2 и H_3 различных порядков и рассчитаны соответствующие прогнозные остаточные составляющие $H_{пр.ост n}$. Их статистические оценки приведены в табл. 20. Среднеквадратическое отклонение структуры H_2 (по эталонным точкам) составляет 82 м, а структуры H_3 — 133 м.

Таблица 20

Статистические характеристики связи

$H_{пр.ост n}$, $H_{пр.ф n}$ и H_1

Порядок n прогнозных остаточных составляющих	Коэффициент корреляции		Ошибка приближения ϵ , м	Относитель- ное изменение ошибки приближения $\frac{\sigma(H)}{\epsilon}$	Среднеквад- ратическое отклонение $\sigma(H_{пр.ост n})$, м
	$\eta(H_{пр.ост n}, H_1)$	$\eta(H_{пр.ф n}, H_1)$			

Район Джартского вала

0	0,86	—	49	1,7	126
1	0,93	0,04	30	2,7	145
2	0,95	-0,07	26	3,1	155
3	0,95	-0,02	25	3,3	155
4	0,96	-0,02	23	3,6	152

Район Багаджинского вала

0	0,70	—	95	1,4	194
1	0,78	0,07	85	1,6	164
2	0,91	-0,19	57	2,3	173
3	0,95	-0,36	42	3,2	192
4	0,96	-0,32	35	3,8	192

Из табл. 20 видно, что корреляционная связь границ H_2 и H_1 , H_3 и H_1 характеризуется довольно высокими коэффициентами корреляции, равными соответственно 0,80 и 0,70. Это показывает, что анализ проведен в условиях хорошо совпадающих структурных планов горизонтов чехла.

Определение оптимальных фоновых и остаточных составляющих, как и в других задачах, основывается на анализе изменений коэффициентов корреляции между H_1 и фоновыми составляющими и среднеквадратических отклонений остаточных компонент. Для района Джартского вала коэффициенты корреляции связи между H_1 и $H_{пр.ф n}$ всех порядков от первого до четвертого близки к нулю, но наименьшее значение соответствует фоновым третьему и четвертому порядков (рис. 60). Среднеквадратические отклонения прогнозных остаточных

составляющих сначала незначительно увеличиваются по мере учета фонов более высоких порядков, а затем уменьшаются к составляющей

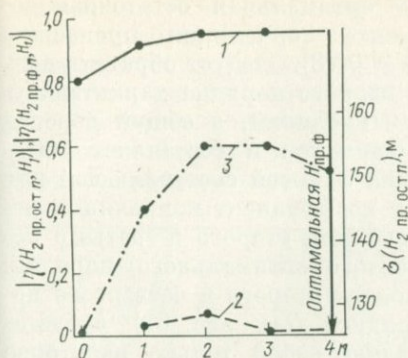


Рис. 60. Графики зависимости модулей коэффициентов корреляции и среднеквадратических отклонений от порядка выделяемой прогнозной остаточной составляющей для района Джартского вала.

1 — $|\eta(H_2 \text{ пр. ост } n, H_1)|$; 2 — $|\sigma(H_2 \text{ пр. ф. } n, H_1)|$; 3 — $\sigma(H_2 \text{ пр. ост } n)$

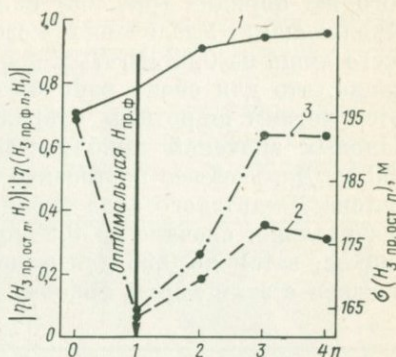


Рис. 61. Графики зависимости модулей коэффициентов корреляции и среднеквадратических отклонений от порядка выделяемой прогнозной остаточной составляющей для района Багаджинского вала.

1 — $|\eta(H_3 \text{ пр. ост } n, H_1)|$; 2 — $|\sigma(H_3 \text{ пр. ф. } n, H_1)|$; 3 — $\sigma(H_3 \text{ пр. ост } n)$

четвертого порядка. Указанные оценки позволяют считать оптимальной прогнозную остаточную составляющую четвертого порядка.

Для района Багаджинского вала минимальный коэффициент корреляции фоновой компоненты с H_1 соответствует составляющей первого порядка (рис. 61). Остаточная составляющая первого порядка

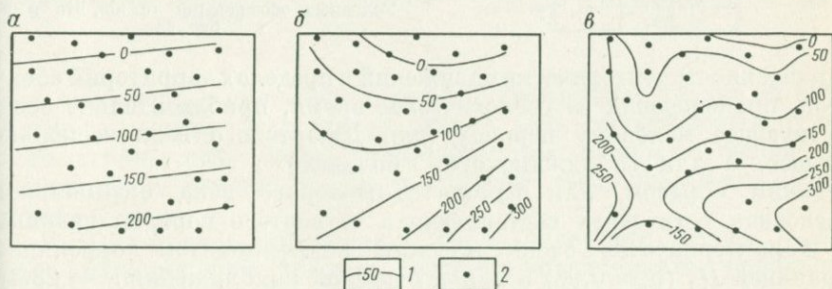


Рис. 62. Карты прогнозных фоновых составляющих структуры H_2 для района Джартского вала первого (а), второго (б) и четвертого (в) порядков.

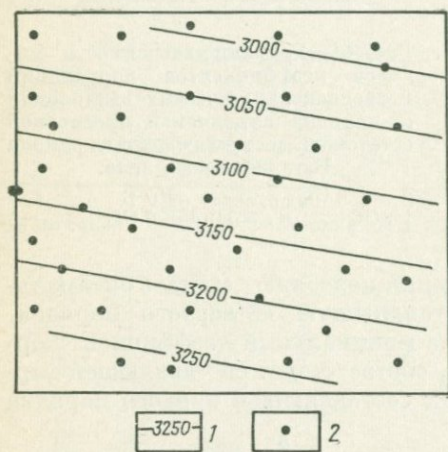
1 — изолинии прогнозных фоновых составляющих, м; 2 — эталонные точки

оценивается и наименьшей дисперсией. Поэтому она является оптимальной.

Рассмотрим особенности структуры фонов различных порядков (см. табл. 20).

Учет фоновой составляющей первого порядка (наклонная плоскость) для района Джартского вала (рис. 62) привело к увеличе-

нию коэффициента корреляции сразу на 0,13 [$\eta(H_2 \text{ пр. ост } 1, H_1) = 0,93$]. Для района Багаджинского вала в результате учета фона того же порядка (рис. 63) получена оптимальная остаточная составляющая. Увеличение коэффициента корреляции произошло всего лишь на 0,08 [$\eta(H_3 \text{ пр. ост } 1, H_1) = 0,78$]. Следует обратить внимание, что для обоих районов фоны первого порядка характеризуются четким широтным направлением изолиний, а общий перепад фоновых значений приблизительно одинаков и составляет 200—250 м. Дальнейшее повышение порядка фоновой составляющей для района Джартского вала увеличивает коэффициент корреляции незначительно: сначала до 0,95 при учете фона второго и третьего порядков, затем до 0,96 для фона четвертого (оптимального) порядка. В связи с этим карты фоновых компонент второго и четвертого порядков (см. рис. 62) представляют собой только некоторое последовательное усложнение фона первого порядка. Перепад значений фона на них между северной и южной частями сохраняется в пределах 200—250 м. Это указывает на преимущественно широтную



преимущественно широтную

Рис. 63. Карта прогнозной фоновой составляющей структуры H_3 первого порядка для района Багаджинского вала.

Условные обозначения те же, что и на рис. 62

направленность тектонических движений в пределах территорий обоих валов, происшедших за геологическое время, приблизительно соответствующее меловому периоду (для Джартского вала несколько меньшее, а для Багаджинского — большее).

Таким образом, для района Багаджинского вала оптимальная прогнозная остаточная составляющая четвертого порядка границы H_2 характеризуется очень высоким коэффициентом корреляции с границей H_1 ($\eta = 0,96$) и малой ошибкой приближения $\varepsilon = 23$ м. Составленная карта прогнозной остаточной составляющей четвертого порядка (рис. 64) обнаруживает очень хорошую сходимость ее структуры с картой по кровле мела H_1 (см. рис. 58).

Оптимальная остаточная составляющая для района Багаджинского вала характеризуется значительно более низким коэффициентом корреляции ($\eta = 0,78$) и большей ошибкой приближения. Этот интересный факт может быть объяснен тем, что здесь структурные поверхности H_1 и H_3 разделены большим геологическим временем (H_3 — горизонт более древний, чем H_2). Поэтому и связи между ними должны быть сложнее, что количественно устанавливается

в результате корреляционного анализа. Однако построенная карта остаточной составляющей первого порядка (рис. 65) обнаруживает достаточное сходство со структурой кровли мела H_1 (см. рис. 59).

Таким образом, применение корреляционного метода для анализа соотношений структурных планов горизонтов платформенного чехла позволяет сделать следующие выводы.

1. Корреляционный метод эффективен при детальном анализе соотношений структурных планов границ земной коры. Он позволяет «расщепить» структуру изучаемого горизонта на составляющие

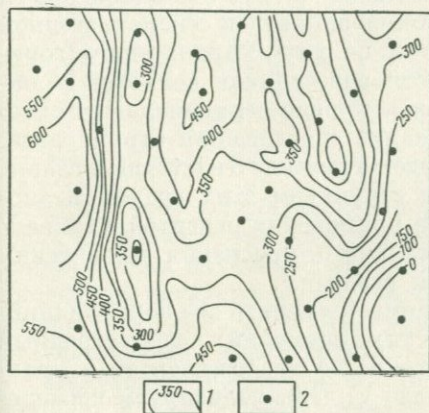


Рис. 64. Карта прогнозной остаточной составляющей структуры H_2 четвертого порядка для района Джартского вала. 1 — изолинии прогнозной остаточной составляющей четвертого порядка; 2 — эталонные точки

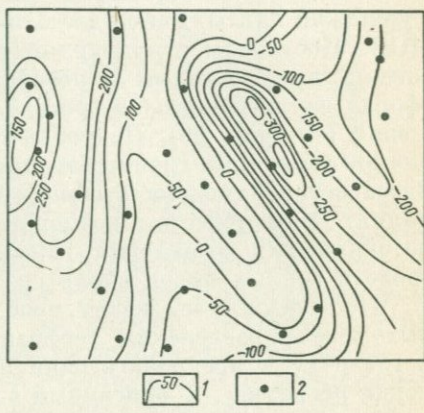


Рис. 65. Карта прогнозной остаточной составляющей структуры H_3 первого порядка для района Багаджинского вала.

Условные обозначения те же, что и на рис. 64

и на этой основе проводить тонкий направленный анализ ее компонентного состава. Выделяемая оптимальная составляющая суммарного структурного поля характеризуется наиболее тесной корреляционной связью с анализируемой вышележащей структурой.

2. Проведенное опробование корреляционного метода разделения аномалий при анализе соотношений показало возможность выделения из разделяемой структуры компоненты, тесно коррелирующей с верхней границей раздела. Ошибка приближения по району Джартского вала достигла величины, равной 23 м. В связи с этим указанный путь анализа горизонтов чехла может быть использован для прогнозирования структуры одного из них по другому в случае, если первый по каким-либо причинам не прослеживается в пределах определенных участков исследуемой территории. Такие ситуации часто встречаются при изучении чехла сейсморазведкой и связаны с потерей корреляции сейсмических волн от глубоких горизонтов, тогда как неглубокозалегающие горизонты прослежива-

ются более уверенно. Успешный опыт изучения зон потери корреляции глубинных волн по хорошо прослеженным верхним горизонтам при помощи программы РЕГР [52] позволяет считать, что и корреляционный метод разделения аномалий может быть с большой эффективностью использован в решении подобных задач.

6. Разделение гравитационного поля центральной части Туркмении с учетом неоднородности параметров связи

Исследуемая территория расположена в юго-восточной части Туранской плиты. Район достаточно хорошо изучен сейсморазведкой МОВ. Построены структурные карты по двум отражающим горизонтам, приуроченным к поверхности известняков келловей — оксфорда верхней юры (см. рис. 57) и к кровле верхнемеловых отложений (см. рис. 59). Подробный анализ соотношения структурных планов указанных границ был приведен в разделе 5 настоящей главы. Здесь остановимся на отображении структуры этих границ в аномалиях силы тяжести и возможности применения развитой в главе V методики для выявления горизонтального изменения физических свойств горных пород вдоль границ раздела¹.

Чтобы решить эту задачу, необходимо применить два корреляционных метода разделения геофизических аномалий: рассмотренный в главе IV и предполагающий постоянство коэффициентов в уравнении регрессии, и описанный в главе V. Проанализируем последовательно результаты применения каждого из них.

Вначале с целью получения полезной остаточной составляющей, связанной с глубиной залегания исследуемой границы раздела, применялся корреляционный метод разделения геофизических аномалий. Анализ проводился последовательно для каждой из рассматриваемых границ. Для этого были выбраны 38 эталонных точек, расположенных равномерно в пределах всей исследуемой территории. Значения глубин в эталонных точках снимались с карт, представленных на рис. 57 и 59. Статистические характеристики, полученные при исследовании поверхности верхнемеловых отложений, корреляционным методом разделения аномалий, представлены в табл. 21.

Как видно из табл. 21, связь наблюдаемого поля с глубиной залегания кровли верхнего мела H_1 характеризуется коэффициентом корреляции $\eta = -0,78$, что свидетельствует о выраженности основных элементов изучаемой границы в поле силы тяжести. Такая величина коэффициента корреляции позволяет описать поверхность верхнемеловых отложений при помощи уравнения регрессии с ошибкой приближения в эталонных точках $\varepsilon = 84$ м. Последовательный учет фонов различного порядка n приводит к монотонному увеличению коэффициента корреляции между H_1 и $\Delta g_{\text{пр. ост } n}$ (до $-0,94$ при $n = 4$) и такому же уменьшению ошибки приближения границы

¹ Геолого-геофизические материалы по этому району были представлены Ф. А. Арест, которой авторы приносят благодарность.

Статистические характеристики связи

 $\Delta g_{\text{пр. ост } n}$, $\Delta g_{\text{пр. ф } n}$ и H_1

Порядок n прогнозных остаточных составляющих	Коэффициент корреляции		Ошибка приближения ϵ , м	Дисперсия аномалий σ^2 ($\Delta g_{\text{пр. ост } n}$), мгал ²
	η ($\Delta g_{\text{пр. ост } n}$, H_1)	η ($\Delta g_{\text{пр. ф } n}$, H_1)		
0	-0,78	—	84	41
1	-0,80	0,35	79	49
2	-0,90	0,30	57	44
3	-0,93	0,03	48	29
4	-0,94	0,11	45	32

по остаточной составляющей поля (до 45 м). Таким образом, учет фона четвертого порядка позволяет почти в 2 раза уменьшить ошибку приближения изучаемой границы по величине остаточной составляющей сравнительно с исходным полем. В связи с возможным подстраиванием фонового многочлена рассмотрим поведение других статистических характеристик, представленных в табл. 21.

Изменение дисперсии остаточной составляющей с увеличением порядка n в отличие от примера, описанного в разделе 1 настоящей главы, происходит не монотонно. На первом шаге ($n = 1$) она возрастает до 49, превышая величину дисперсии исходного поля, затем уменьшается до 29 при $n = 3$, после чего опять повышается до 32. Проанализируем теперь поведение коэффициента корреляции между фоном и изучаемой границей. При $n = 1$ $\eta = 0,35$. С увеличением n его величина сначала убывает практически до нуля (0,03 при $n = 3$), а затем начинает возрастать (0,11 при $n = 4$). Такой характер изменения коэффициента корреляции фона с границей позволяет легко определить оптимальный порядок фоновой составляющей в соответствии с критерием (VI.10). В качестве оптимального следует признать третий порядок фона, при котором достигается минимум коэффициента корреляции. На рис. 66 для сравнения приведены графики изменения дисперсии остаточной составляющей и коэффициента корреляции фона с границей. Оптимальная остаточная составляющая, полученная путем вычитания из поля Δg оптимальной фоновой компоненты, показана на рис. 67. Видно, что остаточная составляющая довольно хорошо отражает поведение изучаемой границы (см. рис. 59) в пределах исследуемой территории. Ее коэффициент корреляции с границей равен $-0,93$, что позволяет описать границу в эталонных точках по величине остаточной составляющей с ошибкой приближения $\epsilon = 48$ м, т. е. в 1,8 раза меньшей, чем при помощи исходного поля.

Исследуем теперь корреляционным методом границу H_3 , приуроченную к кровле известняков келловей — оксфорда. Полученные значения статистических характеристик представлены в табл. 22.

Статистические характеристики связи

 $\Delta g_{\text{пр. ост } n}$, $\Delta g_{\text{пр. ф } n}$ и H_3

Порядок n прогнозных остаточных составляющих	Коэффициент корреляции		Ошибка приближения ε , м	Дисперсия аномалий σ^2 ($\Delta g_{\text{пр. ост } n}$), мгал ²
	η ($\Delta g_{\text{пр. ост } n}$, H_3)	η ($\Delta g_{\text{пр. ф } n}$, H_3)		
0	-0,80	—	115	41
1	-0,92	0,92	73	1268
2	-0,94	0,90	68	283
3	-0,96	0,70	56	84
4	-0,96	0,78	55	104

Как видно из таблицы, корреляционная связь между границей и наблюдаемым полем оценивается величиной коэффициента корреляции — 0,80, что так же, как и в предыдущем примере, свидетельствует о достаточно хорошем отображении основных структурных

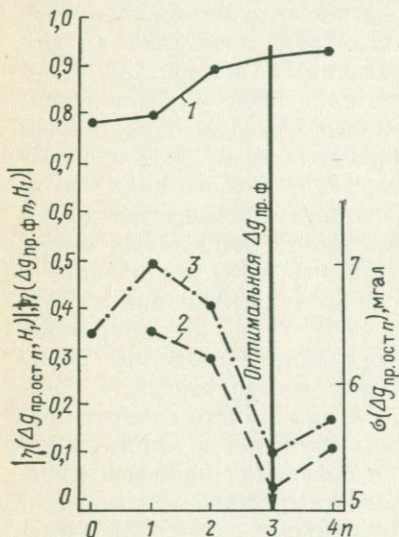


Рис. 66. Графики зависимости модулей коэффициентов корреляции и среднеквадратических отклонений от порядка выделяемой прогнозной остаточной составляющей.

1 — $|\eta(\Delta g_{\text{пр. ост } n}, H_1)|$; 2 — $|\eta(\Delta g_{\text{пр. ф } n}, H_1)|$; 3 — $\sigma(\Delta g_{\text{пр. ост } n})$

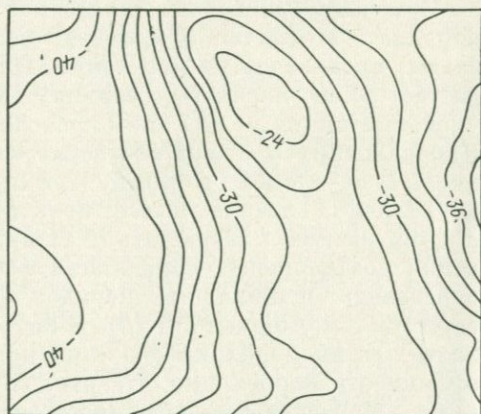


Рис. 67. Карта прогнозной остаточной составляющей силы тяжести третьего порядка $\Delta g_{\text{пр. ост } 3}$ (относительно границы H_1).

Оцифровка изолиний — в миллигалах

элементов границы в поле силы тяжести. Такая связь позволяет по значениям аномалий силы тяжести описать границу в эталонных точках с ошибкой приближения 115 м. С увеличением n происходит монотонное возрастание по абсолютной величине коэффициента

корреляции границы с выделяемыми остаточными составляющими (до 0,96 при $n = 4$) и уменьшение ошибки приближения границы (до 55 м). Для выбора оптимального порядка фона рассмотрим поведение других статистических характеристик, представленных в таблице.

Дисперсия остаточной составляющей, как и в предыдущем случае, на первом шаге ($n = 1$) резко возрастает, значительно превышая дисперсию исходного поля, затем начинает убывать, достигая минимума при $n = 3$, после чего опять немного увеличивается. Такой характер изменения дисперсии делает затруднительным использование критерия оптимальности, основанного на минимуме дисперсии

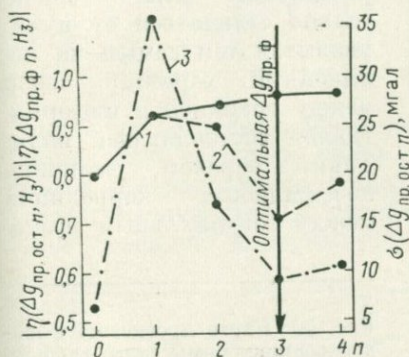


Рис. 68. Графики зависимости модулей коэффициентов корреляции и среднеквадратических отклонений от порядка выделяемой прогнозной остаточной составляющей.

— $\eta(\Delta g_{пр. ост n, H_3})$; — $\sigma(\Delta g_{пр. ост n})$; — оптимальная $\Delta g_{пр. ф}$

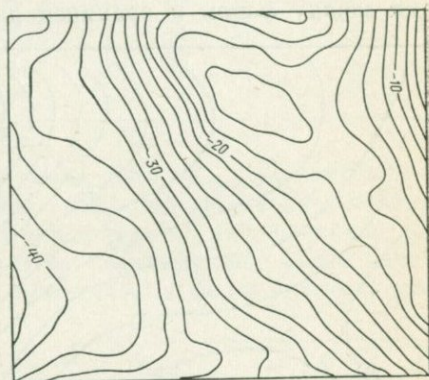
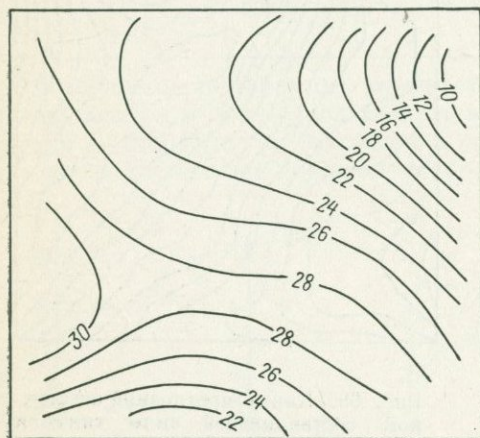


Рис. 69. Карта прогнозной остаточной составляющей силы тяжести третьего порядка $\Delta g_{пр. ост 3}$ (относительно границы H_3).

Оцифровка изолиний — в миллигалах

остаточной составляющей, поскольку ее наименьшее значение более чем в 2 раза превышает дисперсию исходного поля. В то же время минимальное значение коэффициента корреляции между границей и фоном достигается при $n = 3$ ($\eta = 0,70$), что в соответствии с критерием оптимальности (VI.10) позволяет считать фон третьего порядка оптимальным. На рис. 68 для сравнения приведены графики изменения дисперсии остаточной составляющей и коэффициента корреляции границы с фоном. Оптимальная остаточная составляющая показана на рис. 69. Из сравнения рис. 69 и 57 видно, что остаточная составляющая третьего порядка достаточно хорошо отражает поведение исследуемой границы. Коэффициент корреляции между ними $\eta = -0,96$, а ошибка приближения границы по остаточной составляющей равна 56 м, т. е. в 2 раза меньше ошибки приближения той же границы по исходному полю.

Укажем на особенность оптимальной фоновой составляющей поля, полученной в последнем примере (рис. 70). Коэффициент ее корреляции с изучаемой границей оказался довольно высоким ($\eta = 0,70$), в то же время корреляция помехи с изучаемой границей, как отмечалось ранее, должна быть минимальной. Высокое значение η может быть вызвано следующим. Выделяемый корреляционным методом геофизический фон является суммарным и обусловлен как границами — помехами, слабо коррелирующимися с исследуемой границей, так и некоторыми другими особенностями строения разреза, в том числе меняющимися в горизонтальном направлении физическими свойствами пород, которые в общем случае могут коррелироваться с границей раздела. Поэтому коэффициент корреляции между фоном и границей даже при оптимальных параметрах



разделения может значительно отличаться от нуля, указывая тем самым на нелинейный характер связи между границей и информативной составляющей поля. Таким образом, величина коэффициента корреляции между оптимальным фоно-

Рис. 70. Карта прогнозной фоновой составляющей силы тяжести третьего порядка $\Delta g_{\text{пр. ф.з}}$ (относительно границы H_3).

Оцифровка изолиний — в миллигалах

вым многочленом и границей раздела может служить в ряде случаев диагностическим признаком, позволяющим устанавливать наличие в разрезе горизонтального изменения физических свойств пород.

С целью дальнейшего анализа соотношения аномалий силы тяжести с кровлей известняков келловей — оксфорда рассмотрим результаты вычисления структурного геофизического фона $\Delta g_{\text{пр. ф}}$ на основе методики корреляционного разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи, описанной в главе V. Расчеты проводились по программе ПКР в соответствии с описанным ранее алгоритмом и табл. 12. В табл. 23 приведены величины коэффициентов корреляции между границей и структурными фоновыми компонентами, полученными при различных значениях порядков n_0 и n_1 переменных коэффициентов регрессии $\zeta(x, y)$ и $\beta_1(x, y)$. Вычисления проводились по 38 эталонным точкам.

Как видно из табл. 23, минимальное значение η ($\Delta g_{\text{пр. ф.}}, H_3$) достигается при $n_0 = 2$ и $n_1 = 1$, что позволяет считать этот вариант преобразования поля оптимальным. Полученная величина коэффициента корреляции η ($\Delta g_{\text{пр. ф.}}, H_3$) подтверждает суммарный характер

Статистические характеристики связи

$$\Delta g_{\text{пр. ф}}^* \text{ и } H_3$$

Номер варианта	Степень аппроксимирующих многочленов		Коэффициент корреляции η ($\Delta g_{\text{пр. ф}}^*$, H_3)	Ошибка приближения ε , м	Дисперсия полной остаточной составляющей σ^2 ($\Delta g_{\text{пр. ост}}^*$), мгал ²
	n_0	n_1			
1	2	1	0,20	56	57
2	3	1	0,59	52	23
3	3	2	0,50	51	89
4	4	1	0,77	45	6
5	4	2	0,59	43	18
6	4	3	0,90	25	13

вычисленной ранее фоновой компоненты поля $\Delta g_{\text{пр. ф}}^*$. Действительно, применение оператора связи в виде уравнений регрессии с переменными коэффициентами позволило исключить из наблюдаемого поля составляющую $\Delta g_{\text{пр. ф}}^*$, гораздо слабее коррелирующую с изучаемой границей и отражающую, очевидно, в более «чистом» виде

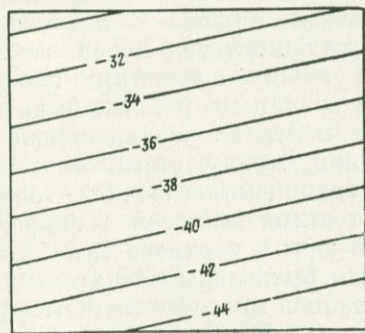


Рис. 71. Карта прогнозной структурной фоновой составляющей $\Delta g_{\text{пр. ф}}^*$.
Оцифровка изолиний — в миллигалах

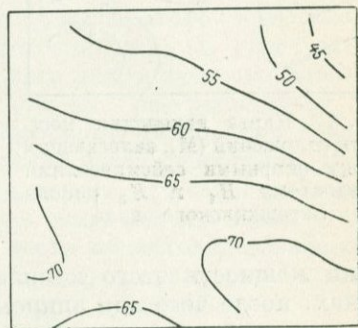


Рис. 72. Карта разностного геофизического фона $D_{\text{пр}}$ района Багаджинского вала.
Оцифровка изолиний — в миллигалах

помехи, не коррелирующиеся с границей. Карта составляющей $\Delta g_{\text{пр. ф}}^*$ представлена на рис. 71. Ее сравнение со структурой поверхности Мохоровичича в районе исследований показывает, что

¹ Прогнозный структурный геофизический фон, являющийся в соответствии с формулой (V.122) дробно-рациональной функцией, аппроксимировался степенным многочленом. При этом указанный многочлен с учетом замечания, сделанного в конце раздела 3 главы V, является линейным ($n_1 = n_0 - n_1 = 2 - 1 = 1$).

простираение изолиний на обеих картах совпадает. Это позволяет предположить связь полученной структурной фоновой составляющей $\Delta g_{пр. ф}^*$ с влиянием границы Мохоровичича, которая в районе исследований практически не коррелируется с границами в осадочной толще.

Разностный геофизический фон $D_{пр}$, представленный на рис. 72, вычислялся по формуле (V.72). Как видно из рис. 72, в центральной части исследуемой территории изолинии прогнозного разностного фона имеют широтное простираение, которое в направлении к северо-востоку изменяется на северо-западное. В южной части между изолиниями 65 и 70 широтное простираение переходит в седловинообразный изгиб изолиний.

Анализ исходной структурной карты по поверхности известняков келловей — оксфорда (см. рис. 57) показывает, что исследуемая граница в региональном плане погружается в субширотном направлении, а ее основные структурные элементы имеют субмеридиональное простираение. Такой характер поведения границы не может объяснить широтное простираение изолиний $D_{пр}$.

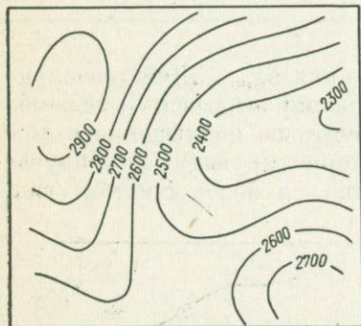


Рис. 73. Карта изменения мощности отложений (М), залегающих между опорными сейсмическими горизонтами N_1 и N_3 района Багаджинского вала

Для выяснения связи разностного геофизического фона с изменением мощности комплексов пород, заключенных между основными плотностными границами района, была построена карта изменения мощности отложений между этими плотностными границами осадочной толщи: поверхностями келловей — оксфорда верхней юры и верхнего мела. Значения мощности этого комплекса были вычислены в 38 эталонных точках, после чего они аппроксимировались многочленом четвертой степени для всей исследуемой территории. Карта изменения мощности представлена на рис. 73. Из ее сравнения с картой $D_{пр}$ (см. рис. 72) видно, что в южной части изменение мощности имеет характерную седловинообразную форму, очевидно и нашедшую отражение в разностном геофизическом фоне. В то же время широтное простираение изолиний фона $D_{пр}$ в центральной и северной частях территории не согласуется с изменением мощности рассмотренного комплекса и, по-видимому, имеет другую при-

роду.

Проведенный анализ позволяет сделать предположение о том, что широтное простираение изолиний разностного геофизического фона вызвано меридиональным изменением физических свойств пород, залегающих вблизи поверхности отложений келловей — оксфорда.

7. Районирование территории по особенностям корреляционных связей между геолого-геофизическими параметрами

Настоящий раздел посвящен иллюстрации возможностей районирования территорий на основе анализа распределения переменных коэффициентов регрессии по площади исследований.

Исследуемая территория расположена в юго-западной части Северо-Устьуртского прогиба в районе Токубайской структуры. По данным сейсморазведки МОВ и КМПВ территория пересечена разломом, имеющим северо-западное простирание. В пермо-триасовых отложениях по материалам КМПВ разлом прослеживается в виде тектонического нарушения с амплитудой 600 м. В вышележащих мезозойских отложениях по данным МОВ разрывное нарушение сохраняется в виде сброса амплитудой 50—100 м и отмечается зоной потери корреляции. На рис. 74 представлена структурная карта по III отражающему горизонту, приуроченному к подошве неокомских отложений.

Анализ связи между глубиной залегания подошвы неокомских отложений и аномалиями силы тяжести осуществлялся по 52 эталонным точкам, расположенным равномерно вдоль эталонных профилей, имеющих меридиональное простирание. Значения глубин в эталонных точках снимались с карты рис. 74. На рис. 75 представлены карты переменных коэффициентов регрессии, полученные путем аппроксимации функций $\beta_1(x, y)$ и $\zeta(x, y)$ в операторе (V.48) членами третьей степени. На карты многочленов $\beta_1(x, y)$ и $\zeta(x, y)$ для сравнения нанесена зона исследуемого тектонического нарушения. Из рис. 75, а видно, что зона разлома разграничивает две области исследуемой территории с существенно различным поведением функции $\beta_1(x, y)$. В северо-восточной части функция $\beta_1(x, y)$ меняется плавно и не имеет высоких градиентов, что свидетельствует о приблизительно постоянном характере связи между полем и границей. В то же время в юго-западной части происходит резкое возрастание функции $\beta_1(x, y)$. Эта область характеризуется большим градиентом изменения связи между полем и границей.

Аналогичным образом присутствие разлома может быть обнаружено и по карте функции $\zeta(x, y)$ (см. рис. 75, б). В северной части изолинии функции $\zeta(x, y)$ имеют меридиональное простирание, а на юге они вытянуты в субширотном направлении. При этом переходная зона между областями с различным направлением изолиний приурочена как раз к зоне тектонического нарушения, что свидетельствует о различном характере связи поля с границей по разные стороны от разлома.

Таким образом, в рассматриваемом примере зона тектонического нарушения разграничивает области с существенно различным характером связи между анализируемыми параметрами и может быть определена при помощи предлагаемой методики, исходя из анализа поведения переменных коэффициентов регрессии $\beta_1(x, y)$ и $\zeta(x, y)$.

Очевидно, что повышение разрешающей способности методики при выделении областей с разным характером связи и трассировании

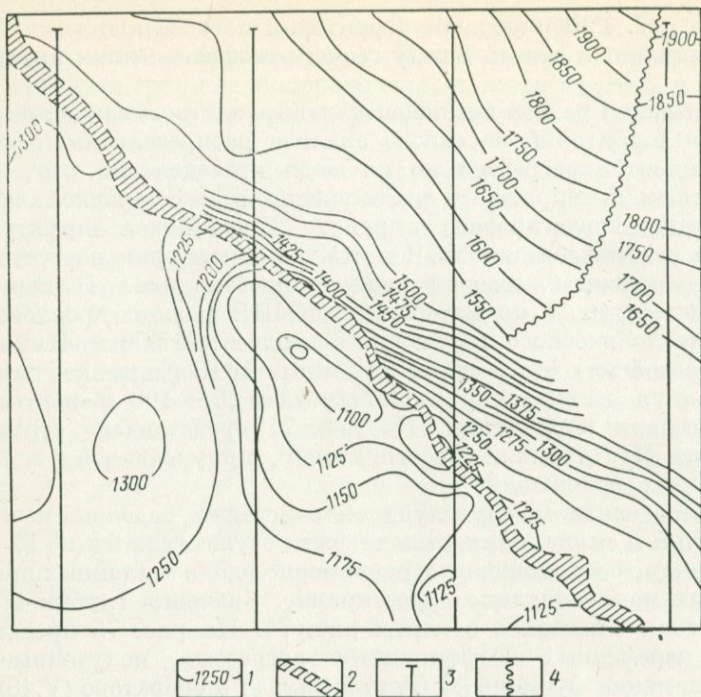
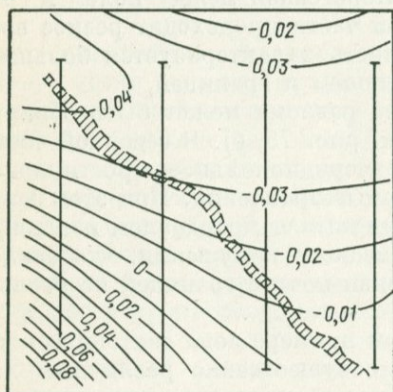


Рис. 74. Структурная карта по III отражающему горизонту, приуроченному к подошве неокимских отложений района Токубайской структуры (З. Джафаров, Н. Загорулько, 1964 г.).

1 — изогипсы III отражающего горизонта; 2 — зона разлома; 3 — эталонные профили; 4 — граница участков с различными графиками средних скоростей

а



б

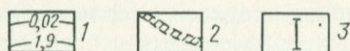
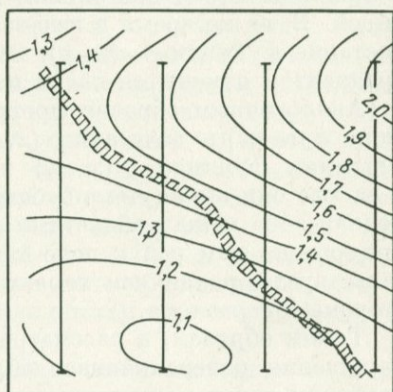


Рис. 75. Карты переменных коэффициентов регрессии.

а — $\beta_1(x, y)$; б — $\zeta(x, y)$; 1 — изолинии $\beta_1(x, y)$ и $\zeta(x, y)$; 2 — зона разлома; 3 — эталонные профили

тектонических нарушений может быть достигнуто следующими способами. Во-первых, при помощи увеличения степени аппроксимирующих многочленов для функций $\zeta(x, y)$ и $\beta_1(x, y)$, что приводит к повышению их гибкости при описании реально существующих зависимостей между анализируемыми параметрами. Во-вторых, путем использования скользящей палетки, в пределах которой проводится аналогичный анализ (в этом случае можно исследовать значительные территории, ограничиваясь небольшими степенями аппроксимирующих многочленов). В-третьих, путем применения разрывных функций, аппроксимирующих переменные коэффициенты регрессии; в этом случае значительно повышается точность аппроксимации скачкообразного изменения связи между геолого-геофизическими параметрами.

8. Выделение разностного геофизического фона в районе Прикаспийской впадины

Исследуемая территория расположена в пределах борта Прикаспийской впадины. Она захватывает обрамление впадины и зону резкого погружения всех слоев чехла до выхода в область их глубокого залегания.

В рассматриваемом районе проведена гравиметровая съемка. Основным элементом поля силы тяжести является четкая гравитационная ступень, отображающая борт Прикаспийской впадины. В гравитационном поле получили отражение также и ряд более мелких структурных особенностей этого региона.

Сейсмическими работами КМПВ здесь выделен преломляющий горизонт H , приуроченный к кровле подсолевых отложений. В ряде точек района на приподнятом борту этот горизонт вскрыт скважинами. В результате проведенного анализа выбраны наиболее достоверные сейсмические данные о глубине залегания подсолевого горизонта, хорошо увязывающиеся с результатами скважинных наблюдений. Совокупность из 128 точек, в которых по материалам бурения или сейсморазведки определена глубина залегания кровли подсолевого горизонта, составила эталонный массив (рис. 76).

Задача корреляционного анализа указанных геолого-геофизических материалов формулируется следующим образом. На основе совместной обработки эталонных данных о структуре подсолевого горизонта и гравитационного поля необходимо вычислить разностный геофизический фон и оценить основные геологические факторы, которые его обуславливают. Решение задачи реализовано по программам КОМР и ПКР (см. главу VII) в двумерном варианте. На первом этапе в результате применения корреляционного метода разделения аномалий (программа КОМР-Б) получены следующие статистические оценки выделенных компонент гравитационного поля (табл. 24).

Из табл. 24 следует, что среднеквадратическое отклонение глубины залегания подсолевого горизонта по эталонной выборке равно 1130 м. Коэффициент корреляции исходного поля силы тяжести

Статистические характеристики связи

 $\Delta g_{\text{пр. ост } n}, \Delta g_{\text{пр. ф } n} \text{ и } H$

Порядок n прогнозных остаточных составляющих	Коэффициент корреляции		Ошибка приближения ε , м	Относительное изменение ошибки приближения $\frac{\sigma(H)}{\varepsilon}$	Среднеквадратическое отклонение аномалий $\sigma(\Delta g_{\text{пр. ост } n})$, мгал
	$\eta(\Delta g_{\text{пр. ост } n}, H)$	$\eta(\Delta g_{\text{пр. ф } n}, H)$			
0	-0,931	—	402	2,8	44,3
1	-0,975	0,839	245	4,6	20,4
2	-0,991	0,529	149	7,6	15,9
3	-0,992	0,218	142	8,0	14,2
4	-0,993	0,172	133	8,5	14,0
5	-0,994	-0,489	119	9,5	10,3

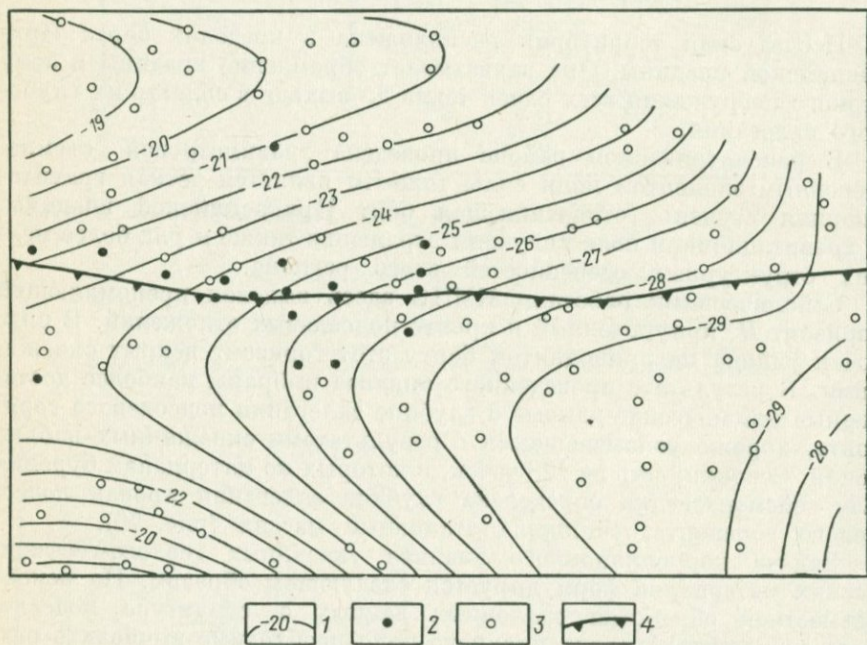


Рис. 76. Карта прогнозной фоновой составляющей силы тяжести четвертого порядка $\Delta g_{\text{пр. ф } 4}$ бортовой зоны Прикаспийской впадины.

1 — изолинии $\Delta g_{\text{пр. ф } 4}$; 2 — эталонные скважины; 3 — эталонные точки по данным сейсморазведки; 4 — бортовой уступ по сейсморазведочным материалам

с глубиной залегания кровли подсолевого горизонта $\eta = -0,931$, а ошибка приближения $\varepsilon = 402$ м. Видно, что задача решалась в условиях очень хорошей корреляционной связи наблюдаемого поля с глубиной залегания анализируемой границы раздела земной коры. Учет фонов различного порядка n приводит к увеличению

коэффициентов корреляции между H и $\Delta g_{\text{пр. ост } n}$ до $-0,994$ при $n=5$. Соответственно уменьшаются и ошибки приближения до $\varepsilon = 119$ м.

Анализ поведения коэффициента корреляции между фонами различных порядков и границей, а также среднеквадратических отклонений остаточных компонент позволяет установить оптимальную фоновую составляющую четвертого порядка. Она характеризуется следующими значениями указанных характеристик: $\eta(\Delta g_{\text{пр. ф } 4}, H) = 0,172$; $\sigma(\Delta g_{\text{пр. ст } 4}) = 14$ мгал.

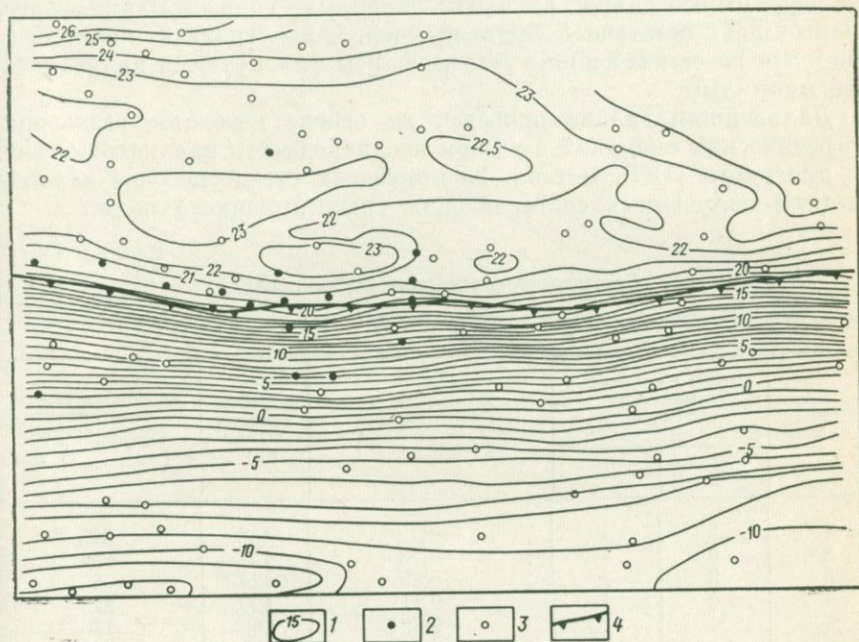


Рис. 77. Карта прогнозной остаточной составляющей силы тяжести четвертого порядка $\Delta g_{\text{пр. ост } 4}$.

1 — изолинии $\Delta g_{\text{пр. ост } 4}$; остальные условные обозначения те же, что и на рис. 76

На карте прогнозной фоновой составляющей четвертого порядка (см. рис. 76) интенсивность поля уменьшается в основном в юго-восточном направлении. Южнее бортового уступа Прикаспийской впадины прослеживается широтный минимум.

В результате учета прогнозного фона четвертого порядка получена соответствующая остаточная составляющая, которая характеризуется ошибкой приближения H по $\Delta g_{\text{пр. ост } 4}$, в 8,5 раз меньшей среднеквадратического отклонения глубины залегания изучаемой границы. Полученная ошибка в 3 раза меньше ошибки приближения границы по исходному полю. Приведенные оценки показывают, что, несмотря на достаточно тесную корреляционную связь исходного гравитационного поля с изучаемой границей, учет фоновой компоненты, полученной корреляционным методом разделения аномалий, позволил существенно ее улучшить.

На карте прогнозной остаточной составляющей четвертого порядка (рис. 77) можно выделить две зоны, резко различающиеся характером поля. Первая из них, лежащая севернее бортового уступа Прикаспийской впадины, имеет относительно слабо возмущенное поле. Расположенная здесь локальная структура находит отражение в распределении значений прогнозной остаточной составляющей в виде максимума интенсивностью 1,5—2,0 мгал. Вторая зона выделяется южнее бортового уступа и представляет собой область относительно высоких линейных горизонтальных градиентов поля остаточной составляющей. К югу градиент поля уменьшается и на самом южном участке карты фиксируются полузамкнутые минимумы.

Дальнейший анализ проведен на основе методики разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи по программе ПКР. В табл. 25 приведены статистические характеристики полученных составляющих гравитационного поля.

Таблица 25

Статистические характеристики связи

$$\Delta g_{\text{пр. ф}}^* \text{ и } H$$

Номер варианта	Степень аппроксимирующих многочленов		Коэффициент корреляции $\eta (\Delta g_{\text{пр. ф}}^*, H)$	Ошибка приближения $\varepsilon, \text{ м}$	Дисперсия полной остаточной составляющей $\sigma^2 (\Delta g_{\text{пр. ост}}^*), \text{ мгал}^2$
	n_0	n_1			
1	2	1	-0,75	138	305
2	3	1	-0,73	137	521
3	3	2	-0,85	124	46
4	4	1	0,11	120	243
5	4	2	-0,69	99	136
6	4	3	-0,91	92	36

Оптимальная прогнозная структурная фоновая составляющая установлена по минимуму коэффициента корреляции с глубиной залегания исследуемой границы. Ею оказалась фоновая компонента поля, соответствующая четвертому варианту в табл. 25 ($n_0 = 4$; $n_1 = 1$). Эта компонента позволяет приблизить глубину залегания подсолевого горизонта с $\varepsilon = 120 \text{ м}$, т. е. немного меньшей, чем ошибка, полученная в корреляционном методе разделения (133 м по табл. 24).

На карте прогнозной структурной фоновой составляющей поля (рис. 78), полученной, как и в разделе 6, путем аппроксимации дробно-рациональной функции степенным многочленом ($n_{\text{п}} = n_0 - n_1 = 4 - 1 = 3$), интенсивность поля изменяется от -12 мгал на севере до -33 мгал на юго-востоке карты. Фиксируется четкий широтный минимум, расположенный в зоне бортового уступа Прикаспийской впадины и соответствующий области высоких градиентов исходного гравитационного поля.

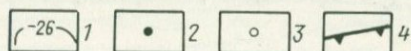
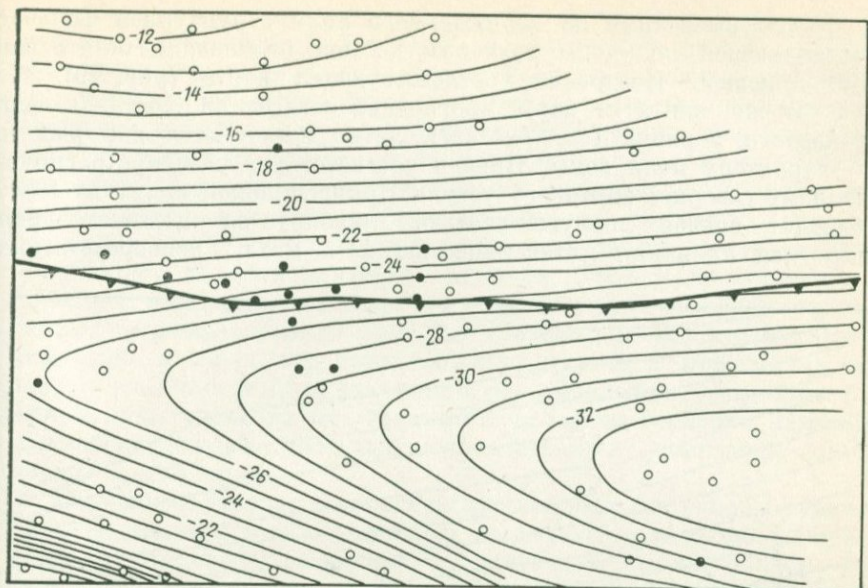


Рис. 78. Карта прогнозной структурной фоновой составляющей поля Δg_{ϕ}^* .

1 — изолинии Δg_{ϕ}^* ; остальные условные обозначения те же, что и на рис. 76

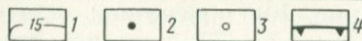
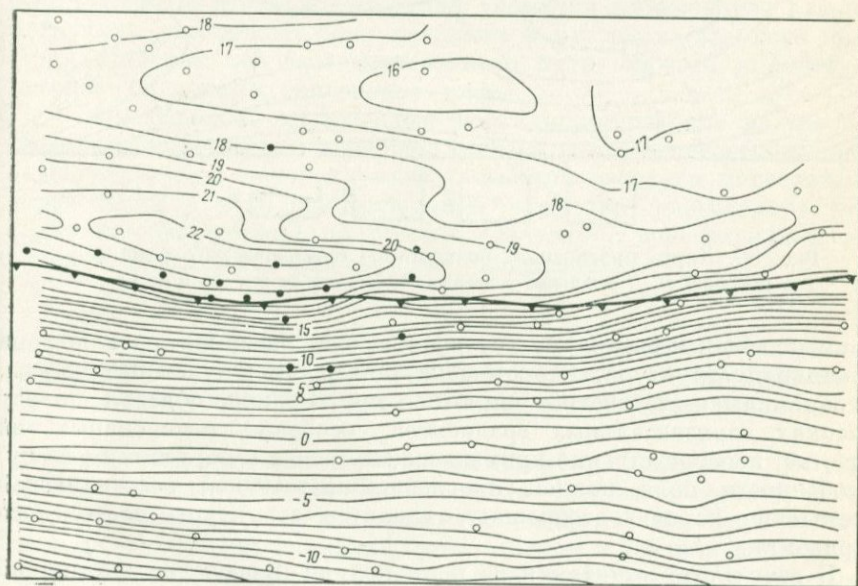


Рис. 79. Карта полной прогнозной остаточной составляющей $\Delta g_{\text{пр. ост.}}^*$.

1 — изолинии $\Delta g_{\text{пр. ост.}}^*$; остальные условные обозначения те же, что и на рис. 76

Путем вычитания из наблюдаемого поля структурной фоновой составляющей получены значения полной прогнозной остаточной составляющей. Построена соответствующая карта (рис. 79). На ней так же, как и на карте прогнозной остаточной составляющей четвертого порядка (см. рис. 77), четко выделяются две разные по характеру поля зоны. Первая соответствует участку, расположенному севернее бортового уступа Прикаспийской впадины. Поле обладает слабой возмущенностью. Фиксируется положительная широтная аномалия интенсивностью 4—5 мгал, непосредственно

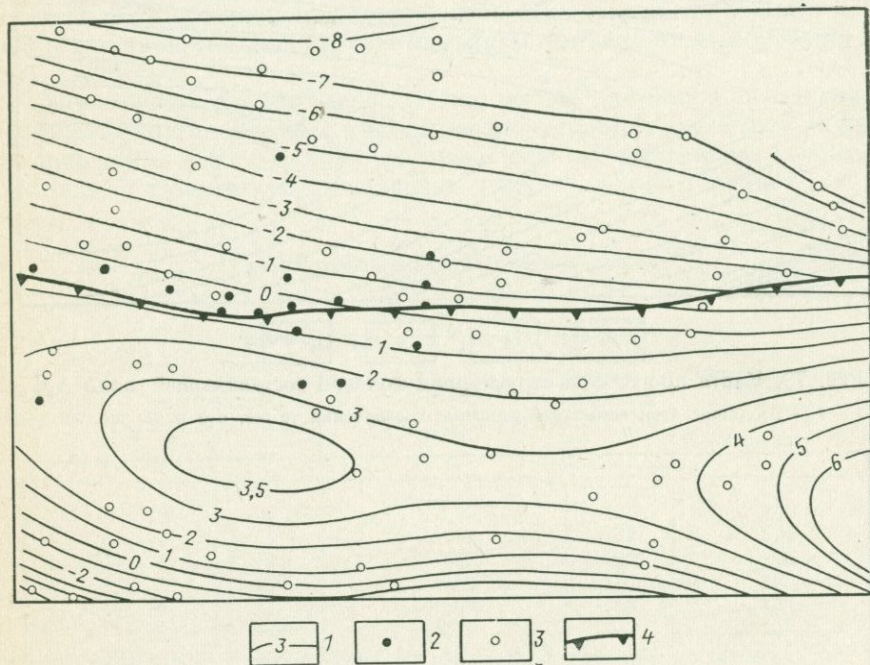


Рис. 80. Карта прогнозного разностного геофизического фона $D_{пр}$.
1 — изолинии $D_{пр}$; остальные условные обозначения те же, что и на рис. 76

примыкающая к бортовому уступу с севера. Здесь же расположена локальная структура. Вторая зона занимает южную часть карты. Изоаномалы имеют четкое широтное простираение, образуя полосу высоких горизонтальных градиентов, особенно интенсивных на участке, непосредственно примыкающему с юга к бортовому уступу. Особенности поля полной прогнозной остаточной составляющей достаточно хорошо отображают характер структуры подсолевого горизонта.

В результате вычитания из поля полной прогнозной остаточной составляющей (см. рис. 79) прогнозной остаточной составляющей четвертого порядка (см. рис. 77) или, что эквивалентно, вычитания из прогнозной фоновой составляющей четвертого порядка (см.

рис. 76) прогнозной структурной фоновой составляющей (см. рис. 78) получен прогнозный разностный геофизический фон $D_{пр}$. Карта этого фона показана на рис. 80. Главной особенностью рассматриваемой карты является четкая широтная положительная аномалия интенсивностью 3—5 мгал, протягивающаяся через весь изучаемый район с запада на восток южнее бортового уступа Прикаспийской впадины. Необходимо подчеркнуть, что выделенная широтная аномалия разностного фона не проявляется ни на карте исходного гравитационного поля, ни на картах остаточных составляющих, полученных корреляционными методами. Только на основе комплексной интерпретации буровых, сейсмических и гравиметровых данных по разработанной методике удалось выявить эту широтную аномалию, которая, как было показано в главе V, может быть связана с особенностями латерального распределения плотности отложений, подстилающих исследуемый подсолевой горизонт. Выделенная положительная аномалия должна отражать уплотнение горных пород в этой зоне.

Имеющиеся геолого-геофизические данные по району Прикаспийской впадины и ее обрамлению указывают на возможное образование в подсолевых отложениях рифогенных фаций, области развития которых могут служить ловушками для скопления нефти и газа и, следовательно, представляют большой интерес с точки зрения перспектив нефтегазоносности. Известно, что горные породы, слагающие рифогенные массивы, обладают, как правило, большей плотностью, чем вмещающие образования. В связи с этим можно предположить, что положительная аномалия выявленного разностного фона отображает зону развития в пределах северного борта Прикаспийской впадины погребенного палеозойского рифогенного массива (возможно барьерного рифа).

Таким образом, проведенный корреляционный анализ геолого-геофизических данных позволяет сделать вывод о целесообразности более детального изучения геофизическими методами палеозойских образований в зоне положительной аномалии разностного фона с целью обнаружения рифогенных структур, перспективных для поисков нефтяных и газовых месторождений.

9. Значение информации о рельефе физической поверхности Земли при преобразовании и интерпретации гравитационного поля корреляционными методами

В процессе проведения гравиметрических съемок в каждом пункте наблюдений измеряют следующие величины: высоту пункта над уровнем моря, его координаты и относительное значение силы тяжести. Получение аномалий силы тяжести в той или иной редукции основано на учете нормальной силы тяжести и введении соответствующих поправок (см. раздел 1 главы I). При вычислении аномалий Буге вводятся поправки за высоту, плотность промежуточного слоя и влияние окружающего рельефа поверхности Земли.

Поправка за высоту определяется измеряемой альтитудой точки наблюдений, а поправки за влияние промежуточного слоя и окружающего рельефа зависят от ненадежно устанавливаемой плотности пород, слагающих приповерхностную зону земной коры. Поэтому представляет большой интерес методы интерпретации гравитационных аномалий, которые позволяют вообще исключить влияние на получаемые результаты значения плотности промежуточного слоя, используемое в поправке Буге. Покажем, что корреляционные методы интерпретации в этом отношении имеют преимущества перед традиционными методами.

При разделении гравитационных аномалий корреляционным методом в двумерном варианте, когда из поля аномалий Буге Δg необходимо выделить компоненту, связанную с геологической границей H , влияние масс рельефа физической поверхности Земли h , некоррелирующей с H , следует рассматривать как помеху. Эта помеха может быть устранена при удачном подборе значения плотности промежуточного слоя в поправке Буге. Представляется возможным путем последовательного перебора величин плотности промежуточного слоя выбрать ту, при которой вычисленная остаточная компонента аномалий Буге лучше всего коррелируется с H . Однако такой последовательный перебор нецеленаправлен и требует больших вычислительных затрат. Кроме того, он не всегда может дать ожидаемый результат, так как в перебираемых значениях плотности оптимальное может отсутствовать.

В то же время решение задачи корреляционным методом в трехмерном варианте (когда кроме исследуемой границы раздела земной коры в качестве дополнительного параметра служит гипсометрия рельефа поверхности Земли) позволяет заменить процесс подбора значения плотности промежуточного слоя в аномалиях Буге выделением остаточной составляющей. Последняя корреляционно связана многомерным уравнением регрессии с геологической границей и рельефом местности. При этом равнозначный результат в смысле оценки тесноты связи получается в случаях использования как аномалий Буге, вычисленных при разных значениях плотности, так и аномалий без введения поправки за плотность промежуточного слоя (аномалий в свободном воздухе). Другими словами вообще отпадает необходимость введения такой поправки.

Для иллюстрации этого положения рассмотрим следующий модельный пример (рис. 81). Пусть вдоль профиля x заданы глубина залегания гравитирующей границы раздела H и высота рельефа поверхности Земли h над уровнем моря. Коэффициент корреляции между H и h — $\eta(H, h) = -0,18$. Гравитационное поле по профилю Δg представляет собой сумму двух составляющих. Первая из них Δg_H линейно связана с глубиной залегания исследуемой границы H , вторая Δg_h — с высотами рельефа поверхности Земли формулой поправки за влияние промежуточного слоя: $\Delta g_h = 0,0419 \sigma h$ ($\sigma = = 2,0 \text{ г/см}^3$).

Коэффициент корреляции $\eta(\Delta g, H)$ суммарного поля Δg с H из-за мешающего влияния масс, слагающих рельеф поверхности Земли,

оказался равным всего лишь $-0,38$. Очевидно, что исключение влияния этих масс путем введения поправки за плотность промежуточного слоя $\sigma = 2,0 \text{ г/см}^3$ приводит к получению величины Δg_H , линейно-связанной с H [$\eta(\Delta g_H, H) = -1,0$]. Однако, если плотность промежуточного слоя, используемая в поправке, отличается от исходной на $0,2 \text{ г/см}^3$ ($\sigma_1 = 2,2 \text{ г/см}^3$), то полученное в этом случае «исправленное» гравитационное поле $\Delta g'_H$ коррелируется с H слабее. Коэффициент корреляции между $\Delta g'_H$ и H $\eta(\Delta g'_H, H) = 0,88$. Таким образом, ошибка, допускаемая при определении плотности промежуточного слоя, может заметно сказаться на корреляции получаемых аномалий силы тяжести с изучаемыми геологическими границами.

В то же время, как указывалось выше, корреляционный метод разделения геофизических аномалий в трехмерном варианте основан на выделении прогнозной компоненты поля, корреляционно связанной с H и h уравнением регрессии

$$H^{(p)} = \zeta + \beta_1 h + \beta_2 \Delta g_{\text{пр. ост.}} \quad (\text{VIII.3})$$

В рассматриваемом модельном примере фоновая компонента поля отсутствует и поэтому уравнение регрессии записывается так:

$$H^{(p)} = \zeta + \beta_1 h + \beta_2 \Delta g. \quad (\text{VIII.4})$$

Уравнение регрессии вида (VIII.4) характеризуется множественным коэффициентом корреляции $R(H|\Delta g, h) = 1,0$ и нулевой ошибкой приближения. Эти оценки иллюстрируют возможность эффективного решения рассматриваемой задачи.

Аналогичный результат получается и при более сложной модели, в которой полезная составляющая поля Δg_H , хорошо коррелирующаяся с границей H , осложнена помимо влияния масс, слагающих рельеф Земли, некоторым фоном $\Delta g_{\text{ф}}$. Этот фон, как было показано в предыдущих примерах, с достаточной точностью выделяется корреляционным методом разделения геофизических аномалий, и поэтому задача может быть сведена к предыдущей модели. Например, при линейном фоне с общим перепадом, равным 20 мгал , в указанной выше ситуации корреляционным методом выделяется остаточная составляющая, которая в совокупности с рельефом Земли описывает глубину залегания границы H с очень высокой точностью: множественный коэффициент корреляции $R(H|\Delta g_{\text{ост.}}, h) = 0,98$. Таким образом, включение в корреляционный анализ высот рельефа

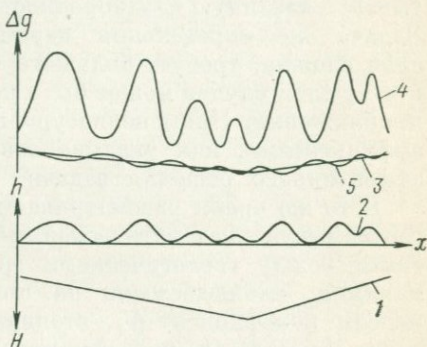


Рис. 81. Модель, иллюстрирующая гравитационное влияние рельефа поверхности Земли.

1 — гравитирующая граница H ; 2 — рельеф поверхности Земли h ; 3 — гравитационный эффект границы, вычисленный по формуле $\Delta g_H = 2\pi/\Delta\sigma H$ ($\Delta\sigma$ — избыточная плотность); 4 — суммарное поле $\Delta g = 2\pi f(\Delta\sigma H + \sigma h)$; 5 — гравитационное поле, исправленное за влияние промежуточного слоя с плотностью, отличающейся на $0,2 \text{ г/см}^3$ от исходной

поверхности Земли позволило без введения поправок за плотность промежуточного слоя получить уравнение регрессии, характеризующееся практически нулевой ошибкой приближения.

Рассмотрим теперь более сложную ситуацию, лучше соответствующую реальным условиям, когда плотность пород, слагающих приповерхностную часть земной коры (промежуточный слой), изменяется в широких пределах по площади исследования. Это существенно осложняет использование гравитационных аномалий при решении геологических задач. Очевидно, что введение поправки за промежуточный слой с постоянным значением плотности не учитывает указанную неоднородность пород верхней части земной коры. Задача же определения переменной плотности промежуточного слоя сложна, требует большого количества дополнительных данных и в лучшем случае может быть реализована только в самом первом приближении. Применение уравнения регрессии с постоянными коэффициентами, как указывалось в главе V, также не может дать эффективного решения задачи.

В то же время рассматриваемая геолого-геофизическая ситуация соответствует математической модели с переменными параметрами связи между геологическими границами и гравитационными аномалиями, наблюдаемыми на поверхности Земли. В рамках этой модели коэффициент β_1 , стоящий в уравнении регрессии (VIII.3) перед высотой h рельефа поверхности Земли, должен являться функцией координат точек плоскости наблюдений. Следовательно, при помощи коэффициента β_1 можно в определенной степени учесть неоднородность поверхностных геологических образований. Это существенно повышает точность описания геологической границы по гравитационным аномалиям, что обуславливает возможность эффективного решения геологических задач.

Таким образом, информация о рельефе физической поверхности Земли, введенная в процесс преобразования гравитационных полей корреляционными методами, позволяет исключить необходимость точного определения плотности промежуточного слоя в аномалиях Буге.

Корреляционные методы преобразования геофизических аномалий обладают двумя особенностями, которые выгодно отличают их от классических методов трансформаций. Первая из них заключается в том, что разделение геолого-геофизических полей этими методами строится на основе четкой системы использования априорных геологических данных. Отсутствие последних исключает возможность применения корреляционных методов преобразования геофизических полей. Вторая особенность этих методов состоит в целенаправленном решении задачи по преобразованию геофизических аномалий, что обеспечивает выделение компоненты поля, наилучшим образом корреляционно связанной с изучаемым геологическим объектом. Таким образом, разделение геофизических аномалий осуществляется не путем применения ряда трансформаций с различными параметрами и получения набора соответствующих карт, а подчинено конкретно поставленной геологической задаче.

Разработанные в корреляционных методах критерии исключают возможность получения ложной информации. Они позволяют выбрать оптимальную остаточную составляющую геофизического поля и устанавливать эффективность использования корреляционного метода. Последняя определяется конкретными геолого-геофизическими соотношениями, существующими в районе исследования. Выделяемая корреляционными методами прогнозная остаточная составляющая геофизического поля обеспечивает простой и в то же время надежный путь решения задачи прогнозирования структуры изучаемого геологического объекта.

Опробование корреляционных методов в различных геологических условиях позволяет сделать вывод, что они эффективны при решении как региональных, так и локальных структурных задач. При этом разумное ограничение территории исследования приводит к выделению района, характеризующегося выдержанными соотношениями между геолого-геофизическими параметрами, что дает возможность осуществлять тонкий анализ изучаемой геологической структуры. В некоторых условиях применение корреляционных методов позволяет эффективно использовать гравитационные аномалии в комплексе с другими геофизическими данными на стадии разведки локальных структур платформенного чехла и подготовки их к глубокому бурению.

Корреляционный метод разделения геофизических аномалий оказался высокоэффективным не только в решении задач направленного преобразования потенциальных полей, но и при комплексной

интерпретации полевых электроразведочных данных и скважинных электрометрических измерений. Доказана возможность на базе этой методики эффективно прогнозировать разрез удельного электрического сопротивления. Кроме того, показано, что корреляционный метод разделения геофизических аномалий может быть успешно использован при анализе соотношений структурных планов горизонтов земной коры. Эта задача особенно важна в решении проблемы нефтегазоносности различных областей.

Применение корреляционных методов преобразования геофизических аномалий в определенном районе должно быть направлено на изучение конкретной геологической структуры. Если задача связана с изучением нескольких геологических объектов (разных структурных этажей), то она может быть решена путем последовательного задания эталонных данных о конкретных геологических объектах и получения соответствующих прогнозных остаточных составляющих геофизических полей. Кроме того, на основе минимизации ошибки приближения остаточной составляющей можно выделить компоненту геофизического поля, корреляционно связанную с несколькими геологическими объектами.

Из трех корреляционных методов преобразования геофизических аномалий, описанных в книге, наиболее широкое опробование в решении практических геологических задач прошел корреляционный метод разделения аномалий. Он используется многими геофизическими организациями, занимающимися вопросами интерпретации гравитационных и магнитных полей. Два других корреляционных метода (разработанных позднее) опробованы на моделях и отдельных практических примерах.

Рассматривая перспективы применения корреляционных методов преобразования геофизических аномалий, можно высказать следующие соображения. В начальной стадии изучения какого-либо геологического объекта наиболее эффективно, по-видимому, использовать корреляционные методы трансформации и разделения геофизических аномалий, позволяющие ставить задачи прогнозирования в условиях ограниченного числа эталонных данных. В результате их применения могут быть получены оптимальные трансформанта и остаточная составляющая поля, корреляционно связанные с изучаемым геологическим объектом.

В зависимости от геолого-геофизических условий могут быть использованы различные типы трансформаций. Так, если в изучаемом районе не предполагается закономерного смещения сводов структур по различным этажам земной коры, лучше всего применить симметричные или изотропные (в площадном варианте) трансформации. В случае наблюдаемого закономерного смещения локальных аномалий относительно структурных особенностей изучаемой границы раздела земной коры следует использовать анизотропные корреляционные трансформации. Кроме того, в подобной геолого-геофизической ситуации может быть решена задача по установлению обобщенной величины и направления смещения сводов структур относительно локальных геофизических аномалий. Это достигается

путем анализа амплитудной и фазовой частотных характеристик оптимальных преобразований, выявленных корреляционным методом трансформаций геофизических полей.

Корреляционный метод разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи предназначен для решения более сложных геологических задач. Наряду с прогнозированием структур, метод с большой эффективностью может быть применен при анализе геолого-геофизических данных и выделении зон с аномальными характеристиками (зоны разуплотнения или уплотнения толщ земной коры и т. п.). Кроме того, вычисляемые в этом методе коэффициенты, которые зависят от координат площади исследования, могут быть успешно использованы для районирования территории.

Таким образом, применение корреляционных методов преобразования и интерпретации геофизических аномалий целенаправленно реализует наиболее эффективный комплексный подход к решению геологических задач по геолого-геофизической информации. Авторы надеются, что на современной стадии изучения различных территорий геофизическими методами корреляционные методы преобразования и интерпретации геофизических аномалий найдут широкое применение.

Список литературы

1. Андреев Б. А. Геофизические методы в региональной структурной геологии. М., «Недра», 1965. 319 с. с ил.
2. Андреев Б. А., Клушин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. М., Гостоптехиздат, 1962. 492 с. с ил.
3. Аронов В. И. К вопросу об эффективности некоторых трансформаций гравитационных и магнитных полей. — «Разведочная геофизика», вып. 1. М., «Недра», 1964, с. 47—49.
4. Аронов В. И. Об оптимальной фильтрации случайных ошибок в гравиметрии. — «Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли», 1970, № 10, с. 79—85.
5. Аронов В. И., Водолазский В. Н. О повышении точности прогнозных структурных карт. — «Обзор. Сер. Математические методы исследований в геологии», № 8—9. М., изд. ОНТИ ВИЭМС, 1972, с. 2—5 с ил.
6. Аронов В. И., Володарский Р. Ф. К вопросу о целесообразности вычисления вторых производных аномалий силы тяжести. — «Геофизическая разведка», вып. 4. М., Гостоптехиздат, 1961, с. 37—44 с ил.
7. Аронов В. И., Гордин В. М. О применении тренд-анализа в геологии. — «Труды ВНИГНИ», 1971, вып. 103. с. 47—71 с ил.
8. Аронов В. И., Невельская Э. Я., Самарин В. С. Система поисковой и статистической обработки геологической информации на ЭВМ. — «Труды ВНИГНИ», 1971, вып. 103, с. 15—27.
9. Ахизер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. М., «Наука», 1965. 407 с. с ил.
10. Белов Ю. П., Большаков Б. Е., Шрайбман В. И. Алгоритм количественного прогнозирования геологических характеристик по геолого-геофизической информации на ЭВМ. — «Труды МИНХ и ГП», 1971, вып. 95, с. 140—148.
11. Белов Ю. П., Большаков Б. Е., Шрайбман В. И. Прогнозирование мощности платформенного чехла Предкавказья на ЭВМ по геолого-геофизической информации. — «Труды МИНХ и ГП», 1971, вып. 95, с. 148—155 с ил.
12. Бережная Л. Т., Телепин М. А. Определение плотности по гравиметрическим данным. — «Прикладная геофизика», вып. 47. М., «Недра», 1966, с. 130—139 с ил.
13. Березкин В. М. Применение гравиразведки для поисков месторождений нефти и газа. М., «Недра», 1973. 264 с. с ил.
14. Берлянд Н. Г. О выборе оптимальных параметров преобразования гравитационных полей. — «Прикладная геофизика», вып. 52. М., «Недра», 1968, с. 119—127 с ил.

15. Блинов В. А., Клушин И. Г. Определение соотношения между осреднением геофизических аномалий и апалитическим продолжением их на высоту. — «Прикладная геофизика», вып. 40. М., «Недра», 1964, с. 136—142 с ил.

16. Борисов А. А. Глубинная структура территории СССР по геофизическим данным. М., «Недра», 1967. 301 с. с ил.

17. Ботт М. Внутреннее строение Земли. Пер. с англ. М., «Мир», 1974. 366 с. с ил.

18. Брюсов Б. А. Интерпретационные возможности метода статистической корреляции гравиметрических и сейсмических данных. — «Геофизические исследования», № 1, М., изд-во МГУ, 1964, с. 136—153 с ил.

19. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962. 560 с. с ил.

20. Веселов К. Е. Применение второй вертикальной производной потенциала силы тяжести при геологическом истолковании гравиметровой съемки. — «Прикладная геофизика», вып. 41. М., Гостоптехиздат, 1954, с. 152—162 с ил.

21. Веселов К. Е., Сагитов М. Х. Гравиметрическая разведка. М., «Недра», 1968. 509 с. с ил.

22. Водолазский В. Н. Возможности прогнозирования при изучении локальных структур Денисовской депрессии. — «Труды ВНИГНИ», 1971, вып. 103, с. 136—142 с ил.

23. Водолазский В. Н., Гейман Б. М. Опыт применения регрессионного анализа для составления схемы рельефа фундамента Восточной Туркмении. — «Труды ВНИГНИ», 1971, вып. 111, с. 159—161 в ил.

24. Володарский Р. Ф. Об изменении силы тяжести в зависимости от высоты пересчета. — «Разведочная геофизика», вып. 4. М., «Недра», 1965, с. 66—70 с ил.

25. Вольвовский И. С., Рябой В. З. Применение методов математической статистики для геологической интерпретации гравитационного поля в Ферганской впадине. — «Новости нефт. техники. Сер. геол.», 1961, № 3, с. 35—38 с ил.

26. Вольвовский И. С., Рябой В. З., Шрайбман В. И. О природе региональных гравитационных аномалий Бухаро-Хивинской провинции и сопредельных районов. — «Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1962, № 5, с. 644—651 с ил.

27. Вольвовский И. С., Рябой В. З., Шрайбман В. И. Применение методов частотного анализа и синтеза при интерпретации гравитационного поля в Бухаро-Хивинской провинции. — «Прикладная геофизика», вып. 33., М., Гостоптехиздат, 1962, с. 161—168 с ил.

28. Вольвовский И. С., Рябой В. З., Шрайбман В. И. Глубинное геологическое строение Ферганской впадины по геофизическим данным. — «Советская геология», 1962, № 1, с. 156—160 с ил.

29. Вольвовский И. С., Рябой В. З., Шрайбман В. И. Геологическое истолкование региональных гравитационных аномалий запада Средней Азии на основе данных глубинного сейсмического зондирования. — В кн.: Закономерности размещения нефти и газа эпигерцинской платформы юга СССР, т. 1. М., Гостоптехиздат, 1963, с. 121—131 с ил.

30. Г а й н а н о в А. Г. Плотностная неоднородность верхней мантии. — «Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли», 1966, № 10, с. 30—39 с ил.
31. Геологическое значение аномалий силы тяжести в СССР. — «Изв. АН СССР. Сер. геол.», 1937, № 4, с. 701—742 с ил. Авт.: А. Д. Архагельский, А. А. Михайлов, В. В. Федынский, Е. Н. Люстих.
32. Г л а д к и й К. В. Разделение суммарных гравитационных полей как процесс частотной фильтрации. — «Прикладная геофизика», вып. 25. М., Гостоптехиздат, 1960, с. 114—130 с ил.
33. Г л а д к и й К. В. Соотношение между осреднением и аналитическим продолжением в верхнее полупространство гравитационных аномалий. — «Изв. вузов. Сер. Геология и разведка», 1961, № 5, с. 93—96 с ил.
34. Г л а д к и й К. В., С е р к е р о в С. А. Методика построения вычислительных схем для трансформаций аномальных полей. — В кн.: Новое в полевой геофизической разведке¹ на нефть и газ. М., изд. ЦНИИТЭнефтегаз, 1965, с. 78—88 с ил.
35. Г л а д к и й К. В., С е р к е р о в С. А. Определение плотности промежуточного слоя по наблюдениям с гравиметрами на дневной поверхности. — В кн.: Геолого-геофизические исследования на нефть и газ. М., изд. ВНИИОЭНГ, 1968, с. 28—59 с ил.
36. Г о л ь д ш м и д т В. И. К вопросу о методике построения поверхности Мохоровичича. — «Советская геология», 1970, № 8, с. 131—136 с ил.
37. Г о л ь д ш м и д т В. И., А н д р е е в А. П., Э й д л и н Р. А. Методика изучения глубинных границ раздела земной коры Казахстана. — В кн.: Геотектоническое районирование Казахстана по геофизическим данным. М., «Недра», 1969, с. 136—157 с ил.
38. Г о л ь ц м а н Ф. М. Статистические модели интерпретации. М., «Наука», 1971. 327 с. с ил.
39. Г р у ш и н с к и й Н. П. О связи поверхности Мохоровичича с рельефом и аномалиями силы тяжести. — «Сообщ. Гос. астроном. ин-та им. Штернберга», № 119. М., изд-во МГУ, 1961, с. 3—25 с ил.
40. Г р у ш и н с к и й Н. П., С а ж и н а Н. Б. Гравитационная разведка. М., «Недра», 1972. 388 с. с ил.
41. Д е м е н и ц к а я Р. М. Основные черты строения земной коры Земли по геофизическим данным. — «Труды НИИГа», 1961, т. 115. 223 с. с ил.
42. Д е м е н и ц к а я Р. М. Кора и мантия Земли. М., «Недра», 1967. 279 с. с ил.
43. Д о б р ы н и н В. М. Физические свойства нефтегазовых коллекторов в глубоких скважинах. М., «Недра», 1965. 162 с. с ил.
44. Д о п о л н и т е л ь н ы е главы курса гравиразведки и магниторазведки. Новосибирск, изд. Новосиб. гос. ун-та, 1966. 560 с. с ил. Авт.: Г. И. Каратаев, Г. Я. Голыздра, О. А. Соловьев и др.
45. Ж д а н о в М. С., Ш р а й б м а н В. И. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий. — «Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли», 1969, № 8, с. 94—101 с ил.
46. Ж д а н о в М. С., Ш р а й б м а н В. И. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий. М., «Недра», 1973. 128 с. с ил.

47. Каратаев Г. И. Корреляционная схема геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Новосибирск, «Наука», 1966. 133 с. с ил.

48. Каратаев Г. И., Щечков Б. И., Кегелева Н. А. Изучение поверхности Мохоровичича по данным гравиметрии и поверхностных сейсмических волн. — «Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли», 1968, № 8, с. 83—86 с ил.

49. Клушин И. Г. О трансформациях гравитационных аномалий. — «Прикладная геофизика», вып. 24. М., Гостоптехиздат, 1960, с. 72—86 с ил.

50. Клушин И. Г. Исследование палеток, применяемых в гравиразведке, для разделения региональных и локальных аномалий. — «Прикладная геофизика», вып. 31. М., Гостоптехиздат, 1961, с. 204—217 с ил.

51. Клушин И. Г. Комплексное применение геофизических методов для решения геологических задач. Л., «Недра», 1968. 309 с. с ил.

52. Козлов Е. А., Исаев В. С., Галанина О. С. Результаты статистического анализа сейсмогеологических разрезов. — «Прикладная геофизика», вып. 73. М., «Недра», 1974, с. 44—51 с ил.

53. Крамбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. Пер. с англ. М., «Мир», 1969. 369 с. с ил.

54. Круглякова Г. И. О возможности изучения тектонического строения нижних горизонтов земной коры путем пересчета T_a в верхнее полупространство. — «Геоматгнетизм и аэрономия», 1965, т. V, № 3, с. 538—545 с ил.

55. Кунин Н. Я. Комплексование геофизических методов при геологических исследованиях. М., «Недра», 1972. 272 с. с ил.

56. Курс гравитационной разведки. М., Госгеолиздат, 1941. 425 с. с ил. Авт.: Б. А. Андреев, М. С. Закашанский, Н. Н. Самсонов, Э. Э. Фотиади.

57. Маловичко А. Е. К вопросу об осреднении аномальных полей. — «Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1951, № 2, с. 40—42 с ил.

58. Маловичко А. Е. О выделении из общего поля гравитационных аномалий региональных и локальных полей. — «Труды Новосибирского ин-та инженеров геодезии, аэросъемки и картографии», 1952, № 5, с. 21—34 с ил.

59. Маловичко А. К. Об аналитическом приближении и сглаживании аномальных графиков. — «Уч. зап. Пермского гос. ун-та», 1963, № 4, с. 37—49.

60. Маловичко А. К., Тарунина О. Л. Высшие производные гравитационного потенциала и их применение при геологической интерпретации аномалий. М., «Недра», 1972. 152 с. с ил.

61. Математические методы в газонефтяной геологии и геофизике. М., «Недра», 1972. 207 с. с ил. Авт.: М. М. Элланский, А. И. Холин, Г. Н. Зверев, А. П. Петров.

62. Математические методы и ЭЦВМ в геологии. — «Труды ВНИГНИ», 1971, вып. 103, с. 222 с ил.

63. Математические методы и ЭЦВМ в геологии. — «Труды ВНИГНИ», 1973, вып. 135, с. 471 с ил.

64. Математический метод палеотектонического анализа платформенных структур. — «Труды ВЦ Иркутского гос. ун-та», 1969, вып. 3, 155 с. с ил. Авт.: Г. И. Лохматов, В. Н. Евдокимов, Г. Т. Алаев и др.

65. М а т у с е в и ч А. В. Исследование геологической эффективности гравirazведки при изучении строения мезозойских отложений Северо-Устьюртского прогиба. Дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. М., МИНХ и ГП, 1974. 155 с. с ил.
66. М а т у с е в и ч А. В., П е т р о в Н. И. Об эффективности деталь-ных гравиметрических работ при поисках мезозойских структур на Мангышлаке и Устьюрте. — «Разведочная геофизика». вып. 57. М., «Недра», 1973, с. 105—108 с ил.
67. М а т у с е в и ч А. В., Ш р а й б м а н В. И. Природа локальных гравитационных аномалий Северного Устьюрта. — «Разведочная геофизика», вып. 72. М., «Недра», 1976, с. 119—125 с ил.
68. М е т о д и к а геофизических исследований областей развития соляной тектоники. М., «Недра», 1975. 216 с. с ил. Авт.: Л. В. Каламкарров, А. Г. Шафранов, Н. И. Тумилович, Г. В. Мартовский.
69. М и л л е р Р. Л., К а н Дж. С. Статистический анализ в геологических науках. Пер. с англ. М., «Мир», 1965. 481 с. с ил.
70. М и х а й л о в И. Н. Определение плотности промежуточного слоя с помощью способа «обратных вероятностей». — «Разведочная геофизика», вып. 21. М., «Недра», 1967, с. 104—108 с ил.
71. Н е в о л и н Н. В. Тектоника Западного Казахстана и перспективы его нефтегазоносности. М., «Недра», 1969. 313 с. с ил.
72. О п ы т применения математических методов в геологии. М., «Недра», 1969. 191 с. с ил. Авт.: М. С. Арабаджи, Ю. М. Васильев, В. С. Мильничук, М. М. Чарыгин.
73. П а в л е н к о в а Н. И. К вопросу о вычислении вторых производных от аномалий силы тяжести. — «Разведочная и промысловая геофизика», вып. 37. М., Гостотехиздат, 1960, с. 47—60.
74. П е т р о в А. П., Э л л а н с к и й М. М. Применение метода наименьших квадратов для изучения многомерных связей между характеристиками горных пород и показаниями геофизических методов. — В кн.: Комплексная интерпретация геологических и геофизических данных на вычислительных машинах. М., «Недра», 1966, с. 137—142.
75. П о л и н О. И., Ш р а й б м а н В. И. Исследование возможности изучения строения локальных структур Тимано-Печорской области с помощью многомерного регрессионного анализа по комплексным геолого-геофизическим данным. — «Нефтегазовая геология и геофизика», 1969, № 6, с. 41—44 с ил.
76. П р и ш и в а л к о А. И. Определение плотности поверхностных пород по гравиметрическим данным с использованием поправки за рельеф. — «Разведочная геофизика», вып. 1. М., «Недра», 1964, с. 55—61 с ил.
77. С а ж и н а Н. Б. Мощность земной коры и связь ее с рельефом и аномалиями силы тяжести. — «Советская геология», 1962, № 8, с. 151—157 с ил.
78. С е м е р к и н В. И. Об использовании метода статистической корреляции гравитационных и сейсмических данных для построения прогнозных геологических и структурных карт. — «Геология и геофизика», 1969, № 4, с. 119—125 с ил.
79. С е р б у л е н к о М. Г. К вопросу о построении оптимального линейного оператора разделения потенциальных полей. — «Геология и геофизика», 1961, № 12, с. 80—94 с ил.

80. Сербуленко М. Г. Построение некоторых точных линейных операторов разделения потенциальных полей. — «Геология и геофизика», 1963, № 12, с. 96—110 с ил.

81. Сербуленко М. Г. Линейные методы разделения потенциальных полей. — В кн.: Дополнительные главы курса гравиразведки. Новосибирск, изд. Новосибир. гос. ун-та, 1966, 560 с. с ил.

82. Сергей Г. Б. Применение вероятностно-статистических методов при интерпретации гравиметрических данных методом подбора. Дисс. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. Киев, ин-т геофизики АН УССР. 157 с. с ил.

83. Серкерев С. А. Частотная характеристика оптимального фильтра для разделения полей. — В кн.: Новое в полевой геофизической разведке на нефть и газ. М., изд. ЦНИИТЭнефтегаз, 1965, с. 88—97 с ил.

84. Серкерев С. А., Холин А. И., Шрайбман В. И. О связи локальных гравитационных аномалий с локальными структурами и их продуктивность на территории Северного Предкавказья. — «Нефтегазовая геология и геофизика», 1969, № 4, с. 37—40 с ил.

85. Славкин В. С. Прогнозирование локальных структур осадочного чехла по результатам комплексной обработки геолого-геофизических данных в нефтегазоносных районах Западной Якутии. Дисс. на соиск. уч. степ. канд. геол.-минер. наук. М., МИНХ и ГП. 150 с. с ил.

86. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. М., «Наука», 1965. 505 с. с ил.

87. Соотношение петрографического состава фундамента плит с геофизическими аномалиями и прогнозирование его на ЭВМ. — В кн.: Строение фундамента молодых платформ. М., «Наука», 1972, с. 10—20 с ил. Авт.: В. И. Шрайбман, С. В. Богданова, В. С. Князев, Н. Г. Титкова.

88. Справочник геофизика, т. V. Гравиразведка. М., «Недра», 1968. 509 с. с ил.

89. Страхов В. Н. Об аналитическом продолжении двумерных магнитных аномалий. — «Докл. АН СССР», 1959, т. 126, вып. 5, с. 987—989.

90. Страхов В. Н. К вопросу о неоднозначности решения обратной задачи гравиметрии. — «Прикладная геофизика», вып. 69. М., «Недра», 1972, с. 115—140 с ил.

91. Структура земной коры юга Туркменистана. Ашхабад, «Блым», 1974. 196 с. с ил. Авт.: О. А. Одеков, Г. И. Каратаев, О. К. Васов и др.

92. Тектоника докембрийского фундамента Восточно-Европейской платформы по данным общей магнитной съемки СССР. — «Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.», 1937, № 2, с. 155—194 с ил. Авт.: А. Д. Архангельский, Н. В. Розе, В. В. Колюбакин и др.

93. Тектоника Туранской плиты. М., «Наука», 1966. 282 с. с ил. Авт.: И. С. Вольвовский, Р. Г. Гарецкий, А. Е. Шлезингер, В. И. Шрайбман.

94. Титкова Н. Г., Шрайбман В. И., Элланский М. М. Исследование строения земной коры Средней Азии с помощью многомерного регрессионного анализа. — В кн.: Теоретические обоснования и практика трансформации потенциальных геофизических полей для решения региональных геофизических задач. М., изд. ВНИИГеофизики, 1969, с. 366—376 с ил.

95. Тихонов А. Н., Буланже Ю. Д. Об осреднении гравиметрических полей. — «Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.», 1945, № 3, с. 240—260 с ил.

96. Тяпкии К. Ф., Голлздра Г. Я. Краткий обзор современных методов ослабления регионального фона гравитационного и магнитного полей. М., изд. ОНТИ ВИМС, 1963. 50 с. с ил.
97. Уилкс С. Математическая статистика. Пер. с англ. М., «Наука», 1967. 632 с. с ил.
98. Фан Куанг Куэт. Ошибка аппроксимации аномалий силы тяжести полиномом второй степени. — «Прикладная геофизика», вып. 68. М., «Недра», 1972, с. 156—162 с ил.
99. Федынский В. В. Разведочная геофизика. Изд. 2-е. М., «Недра», 1967. 669 с. с ил.
100. Фотиади Э. Э. Геологическое строение Русской платформы по данным региональных геофизических исследований и опорного бурения. М., Гостехиздат, 1958. 241 с. с ил.
101. Фотиади Э. Э., Каратаев Г. И. Строение земной коры Сибири и Дальнего Востока по данным региональных геофизических исследований. — «Геология и геофизика», 1963, № 10, с. 5—17 с ил.
102. Фотиади Э. Э., Каратаев Г. И., Моисеенко С. Ф. Некоторые региональные особенности глубинного строения земной коры СССР в свете геофизических данных. — «Геология и геофизика», 1965, № 10, с. 12—22 с ил.
103. Хаммер З. Современные методы интерпретации материалов гравиметрической и магнитной разведки. — В кн.: Международный нефтяной конгресс. Геофизические методы разведки. М., Гостехиздат, 1956, с. 121—130 с ил.
104. Цимельзон И. О. О природе локальных аномалий силы тяжести Апшеронского полуострова. — «Прикладная геофизика», вып. 14. М., Гостехиздат, 1956, с. 14—22 с ил.
105. Цимельзон И. О. Геологическая интерпретация аномалий силы тяжести Апшеронской области и прилегающей части Прикаспийского района. — «Разведочная и промысловая геофизика», 1960, № 38, с. 3—14 с ил.
106. Шрайбман В. И. О неоднородности строения верхней мантии на западе Средней Азии. — «Советская геология», 1967, № 8, с. 101—106 с ил.
107. Шрайбман В. И. Прогнозирование структуры поверхности Мохоровичича Туранской плиты на ЭВМ по геофизической информации. — В кн.: Геофизические поля твердой оболочки Земли. М., «Советское радио», 1975, с. 70—77 с ил.
108. Ewing M. The sediments of the Argentine basin. — «J. Roy. Astron. Soc.», 1965, No 6, с. 10—27.
109. Fajkiewicz Z. The use of cracovian computation. in estimating the regional gravity. — «Geophysics», 1959, vol. 24, No 3, с. 465—478 with il.
110. Griffen W. R. Residual gravity in theory and practice. — «Geophysics», 1949, vol. 14, No 1, с. 39—56 with il.
111. Heirtrler I. R., Le Pichon X., Baron I. G. «Magnetic anomalies over the Reykjanes ride. — Deep-sea Res.», 1966, No 13, с. 427—443.
112. Oldham C. H. G., Sutherland D. B. Orthogonal Polynomials: Their use in estimating the regional effect. — «Geophysics», 1955, vol. 20, No 2, с. 295—306 with il.
113. Saxov S., Nygaard K. Residual anomalies and depth estimation. — «Geophysics», 1953, vol. 18, No 4, с. 913—928 with il.

	Стр.
Введение	3
Глава I. Корреляционные методы в задачах интерпретации геофизических данных	7
1. Геологические факторы, обуславливающие гравитационные и магнитные аномалии	7
2. Вопросы трансформаций геофизических аномалий	22
3. Геологическое истолкование геофизической информации и корреляционные методы	34
Глава II. Основы теории корреляционных методов преобразования аномалий	44
1. Введение в корреляционный анализ	44
2. Понятие трансформационного многочлена	51
3. Вычисление коэффициентов трансформационного многочлена	55
4. Прогнозный трансформационный многочлен	61
Глава III. Корреляционный метод трансформаций геофизических аномалий	65
1. Корреляционные трансформанты	65
2. Специальные виды корреляционных трансформант	72
3. Основные расчетные формулы для определения коэффициентов корреляционных трансформант	76
Глава IV. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий	91
1. Понятие геофизического фона	91
2. Прогнозный геофизический фон	93
3. Расчетные формулы для нахождения коэффициентов геофизических фонов	94
4. Иллюстрация метода на модели	103
Глава V. Корреляционный метод разделения и интерпретации геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи	106
1. Пространственная неоднородность параметров связи в геолого-геофизических задачах	106

2. Разделение геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи	114
3. Прогнозный вариант разделения геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи	119
4. Структурный геофизический фон	128
5. Разностный геофизический фон	131
6. Расчетные формулы	132
7. Опробование метода на модели	146
Глава VI. Критерии выбора оптимальной размерности трансформационных многочленов	148
1. Постановка задачи	148
2. Дисперсия остаточной составляющей геофизического поля	149
3. Коэффициент корреляции между трансформационным многочленом и изучаемой границей раздела	152
4. Независимый контроль оператора связи	154
Глава VII. Основные вопросы практической реализации корреляционных методов	156
1. Требования, предъявляемые к исходным данным	156
2. Корреляционный метод трансформаций геофизических аномалий — программа КОТРАН	161
3. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий — программа КОМР	164
4. Корреляционный метод разделения и интерпретации геофизических аномалий с учетом неоднородности параметров связи — программа ПКР	167
Глава VIII. Опробование корреляционных методов при решении геологических задач	171
1. Корреляционный метод разделения аномалий силы тяжести при изучении строения локальной структуры чехла	171
2. Исследование устойчивости выделения остаточных составляющих гравитационного поля, корреляционно связанных с региональной структурой чехла одной из впадин Туранской плиты	184
3. Детальное изучение локальных структур чехла корреляционным методом разделения геофизических аномалий	192
4. Применение корреляционного метода разделения геофизических аномалий для трансформации геоэлектрического разреза	195
5. Корреляционный метод разделения геофизических аномалий при детальном анализе соотношений структурных планов горизонтов чехла и их прогнозирования	199
6. Разделение гравитационного поля центральной части Туркмении с учетом неоднородности параметров связи	206

7. Районирование территории по особенностям корреляционных связей между геолого-геофизическими параметрами	213
8. Выделение разностного геофизического фона в районе Прикаспийской впадины	215
9. Значение информации о рельефе физической поверхности Земли при преобразовании и интерпретации гравитационного поля корреляционными методами	221

Заключение	225
----------------------	-----

Список литературы	228
-----------------------------	-----

ИБ № 686

ВЛАДИМИР ИЛЬИЧ ШРАЙБМАН,
МИХАИЛ СЕМЕНОВИЧ ЖДАНОВ,
ОЛЕГ ВАЦЛАВОВИЧ ВИТВИЦКИЙ

**Корреляционные методы
преобразования
и интерпретации
геофизических аномалий**

Редактор издательства Ф. Н. Чумакова
Переплет художника М. И. Гозенпут
Художественный редактор В. В. Шутько
Технический редактор О. Н. Ласточкина
Корректор Т. А. Филина

Сдано в набор 7/XII 1976 г. Подписано в печать 11/V 1977 г. Т-06799. Формат 60×90¹/₁₆.
Бумага кн.-журн. Печ. л. 15,0. Уч.-изд. л. 15,59. Тираж 1800 экз. Заказ 1411/6006—3.

Цена 2 р. 60 к.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12,
Третьяковский проезд, 1/19

Ленинградская типография № 6 Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли
196006, Ленинград, Московский пр., 91.

Уважаемый товарищ!

Издательство „Недра“

ГОТОВИТ К ПЕЧАТИ НОВЫЕ КНИГИ

ВОЛЬВОВСКИЙ Б. С., КУНИН Н. Я., ТЕРЕХИН Е. П. Краткий справочник по полевой геофизике. Справочник. 30 л. 1 р. 83 к.

Справочник содержит необходимые для геофизиков-нефтяников сведения по всем методам полевой геофизики. В нем приведены материалы по основам методов, принципам устройства аппаратуры, методике работ, обработке и интерпретации материалов. Указаны области применения методов, решаемые с их помощью задачи. Большое внимание уделено применению ЭВМ в геофизике и комплексированию геофизических методов.

Справочник представляет интерес для широкого круга читателей — геофизиков и геологов производственных, научных и учебных организаций нефтяного профиля, преподавателей и студентов нефтяных вузов и факультетов. Он может быть полезен геофизикам и геологам геологоразведочных и горных предприятий.

ДМИТРИЕВ В. И., БАРЫШНИКОВА И. А., ЗАХАРОВ Е. В. Аномальные электромагнитные поля пластовых тел. 10 л. 1 р.

В книге приведено общее решение задачи о дифракции электромагнитного поля на проводящих телах в слоистой среде, которое позволило впервые рассчитать аномальные поля, выяснить основные закономерности их поведения. Исследование аномальных полей проведено применительно к методам аэро- и наземной электроразведки, в которых возбуждающее поле можно представить полем плоской волны: длинного кабеля, естественного электромагнитного поля, незаземленной петли, радиокипи и др. Полученные результаты позволяют научно обосновать методику работ и интерпретацию, выбрать рациональные способы измерения полей. В книге даны методические рекомендации по проведению электроразведочных работ, приемы количественного определения параметров проводящих тел.

Книга рассчитана на геофизиков, занимающихся электроразведкой.

МОРСКИЕ геофизические исследования. 25 л. 1 р. 62 к. Авт.: Я. П. Мало-вицкий, Ю. М. Мистрюков, И. Ф. Глузов и др.

В книге систематизированы и описаны теоретические основы, аппаратура и методика проведения морских геофизических исследований — первой необходимой стадии изучения строения дна морей и океанов и выявления его минеральных ресурсов.

На конкретных примерах показаны результаты применения этих методов для решения различных геологических задач, описана автоматизированная система морской геофизики, сделана оценка перспектив дальнейшего развития ее.

Книга представляет интерес для работников производственных и научных организаций — геофизиков, геологов, океанологов, аспирантов и студентов геологоразведочных и нефтяных факультетов и вузов.

ШАЦОВ А. Н. Гаммаметрия морского дна при поисках полезных ископаемых. 40 л. 54 коп.

В книге рассмотрен новый метод исследования минерально-сырьевых ресурсов шельфовых зон (нефть, газ), основанный на изучении распределения в морских осадках радиоактивных элементов. Описаны основы метода, аппаратура, методика проведения исследований. Показаны возможности гаммаметрии на примере исследований в Каспийском, Азовском, Балтийском и Японском морях. Определены направления развития метода.

Книга рассчитана на геологов, геофизиков, океанологов, занимающихся изучением морского дна, поисками и разведкой полезных ископаемых в пределах шельфа.

Интересующие Вас книги Вы можете приобрести в местных книжных магазинах, распространяющих научно-техническую литературу, или заказать через отдел „Книга — почтой“ магазинов.

№ 17—199178. Ленинград, В. О., Средний проспект, 61

№ 59—127412. Москва, Коровинское шоссе, 20

Издательство «НЕДРА»

Sp. 60K

2196

ИЕДРА