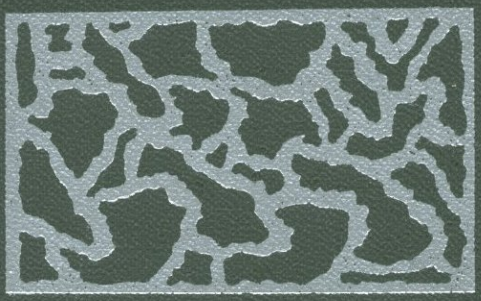
М.Н. ГОЛЬДШТЕЙН

Механические свойства грунтов



М. Н. ГОЛЬДШТЕЙН

624.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ

(ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ГРУНТА И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ)

VIII МЕЖДУНАРОДНЫЙ КОНГРЕСС ПО МЕХАНИКЕ ГРУНТОВ И ФУНДАМЕНТОСТРОЕНИЮ

962

Москва Стройиздат 1973

Библиотека Института геологических наук АН Арм.ССР

УДК 624.131.4

Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1973, 375 с.

Книга является продолжением монографии «Механические свойства грунтов», изданной Стройиздатом в 1971 г.

В ней рассмотрены основы методики определения физических свойств компонентов грунта и их взаимодействия между собой, приемы обработки результатов испытаний с применением статистических методов, а также некоторые вопросы планирования экспериментальных работ. Приведены новые данные о структуре и консистенции грунтов, явлениях их усадки и набухания.

Книга предназначена для изыскателей, проектировщиков и строителей, инженеров-геологов и грунтоведов.

Табл. 43, рис. 144, список лит.: 115 назв.

© Стройиздат, 1973

Г $\frac{0326-370}{047(01)-73}$ Б3—31-20-73

ПРЕДИСЛОВИЕ

При инженерно-технических изысканиях под крупные и ответственные сооружения, особенно в сложных геологических условиях, требуется проведение лабораторных и полевых экспериментальных исследований в большом объеме. Эти исследования включают лабораторные определения физико-механических и механических свойств многочисленных образцов, различные виды полевых испытаний, например, зондирование, пробные нагрузки, испытания моделей и опытных фундаментов, геофизические исследования. Естественно, что эти работы должны быть организованы и спланированы так, чтобы не только извлечь из экспериментов всю возможную информацию, но и получить ее при минимальных затратах времени и средств.

Эффективное решение этой задачи может быть достигнуто при широком использовании корреляционных зависимостей между физическими и механическими свойствами грунтов. Если еще не так давно исследование подобных корреляций составляло предмет чисто теоретического интереса, то теперь все чаще такие зависимости изучаются с точки зрения их использования для более надежной оценки расчетных показателей значительных массивов грунта.

За последние десятилетия объем исследований компонентных и агрегатных свойств грунтов свелся к минимуму, охватывающему определение только фазовых характеристик, плотности песков и границ консистенции глинистых грунтов. Исследования гранулометрического и минерального составов, структуры и текстуры грунтов, особенностей взаимодействия частиц скелета грунта с поровой средой проводятся, как правило, только при решении некоторых частных строительных задач и не предусмотрены действующими инструкциями и техническими условиями. Между тем во многих случаях эти исследования позволили бы существенно сократить объем механических испытаний грунтов.

Кроме того, изучение физических и физико-химических свойств грунтов необходимо для прогноза их поведения при термодинамических изменениях окружающей среды, что особенно важно для обеспечения надежности земляных сооружений.

Другим важным условием эффективности современных экспериментальных исследований таких столь неоднородных

систем, как грунты, является применение статистических методов при обработке результатов и планировании опытов.

Все эти вопросы и составили содержание данной второй части книги «Механические свойства грунтов».

При изложении теоретических основ большинства вопросов, связанных с классической механикой грунтов, автор следовал Н. М. Герсеванову, под руководством которого он начинал свои исследования в области механики грунтов и к которому он сохранил постоянное чувство глубокой благодарности. Основные модели классической механики грунтов рассматриваются в соответствии с широко известными учебниками Н. А. Цытовича; в вопросах прикладной механики грунтов и инженерной геологии автор опирался на работы Н. Н. Маслова, а в вопросах грунтоведения — на работы Е. М. Сергеева и И. М. Горьковой.

Для облегчения пользования книгой некоторые сведения из математики, физики и химии даны в более популярном виде и без строгих доказательств. При этом автор старался не злоупотреблять математической символикой при объяснении различных явлений, однако во многих случаях использование такой символики не только сокращает, но и делает более понятными описания и рассуждения.

Как известно, в области терминологии и обозначений в каждой дисциплине устанавливаются свои традиции, которым следует большинство авторов. Термины, обозначения и единицы измерения нередко закрепляются решениями соответствующих национальных и международных комиссий, состоящих из видных ученых. Хотя разногласия по этим вопросам мало отражаются на развитии науки, однако удачный выбор обозначений имеет большое методическое и дидактическое значение. В этой книге автор старался придерживаться наиболее распространенных терминов и обозначений, используемых главным образом в учебной литературе. Обозначения, рекомендованные международными конгрессами по механике грунтов, использованы лишь частично или параллельно с другими, более пригодными, по мнению автора, для быстрого запоминания.

Принятые обозначения поясняются, как правило, непосредственно в тексте. В соответствии с распространенным в научно-технической литературе обычаем большие (прописные) латинские буквы использованы для обозначения всевозможных постоянных, сил, объемов, масс и других величин, характеризующих свойства системы в целом, а малые (строчные) латинские буквы — для обозначения тех же величин, но рассматриваемых как удельные или единичные.

Греческими буквами обозначены, как обычно, геометрические величины, а также некоторые физические и физико-химические характеристики и константы.

Ссылки на материалы первой части этой книги, вышедшей в 1971 г., даются в квадратных скобках с обозначением этой ча-

сти римской цифрой I, отделенной точкой с запятой от номера главы, а пункты отделяются от последнего запятой. Так, [I; 2, 4] означает пункт 4 в главе 2 первой части. Номера формул из первой части приводятся в круглых скобках. Так, [I; (5.86)] обозначает формулу номер 86 в главе 5 первой части.

При ссылках на литературные источники, указанные в первой части книги, соответствующий номер дается в квадратных скобках; например, [I; 19]. Краткий предметный указатель в конце книги охватывает также содержание первой части книги.

Автор глубоко признателен проф. Н. Н. Маслову за ценные советы по улучшению содержания книги и устранению ряда недостатков и профессорам Бишопу (Англия), А. Кезди (Венгрия), Мысливцу (Чехословакия), Окуса (Япония), Харру (США), Шукле (Югославия) за предоставление своих работ по вопросам, рассматриваемым в монографии.

Автор выражает благодарность С. И. Резниченко, В. Д. Поздняковой, Н. А. Макаренко, Н. Б. Черненко и всем сотрудникам кафедры и лаборатории механики грунтов ДИИТа за помощь в подготовке рукописи к печати.

Глава 1

ГРУНТ КАК СИСТЕМА

1.1. Основные виды систем

Факторы и их уровни. Параметры. В термодинамике причину любых изменений системы видят в наличии разности обобщенных потенциалов вне и внутри системы или между ее различными точками [1; 3,1]. В теории систем причины изменений обычно называют *факторами*. Факторы могут быть постоянными или переменными по величине, естественными или искусственно созданными, внешними по отношению к основанию либо земляному сооружению или внутренними.

Изменения в системе, вызванные действием факторов, называют ее *откликом*, а любые связи в системе, которые мешают действию рассматриваемых факторов, тормозят, парализуют, уравновешивают это действие, называют *сопротивлениями* или *реакциями* системы. Исчерпание способности системы к сопротивлению тому или иному фактору означает либо ее разрушение, либо переход в иное качество. Если реакции или отклики системы на действие факторов вызывают, в свою очередь, изменения в этих факторах, то это свидетельствует о наличии в изучаемой системе *обратных связей*. Величины, характеризующие те свойства систем, которые определяют ее отклик на действие данных факторов, называют *параметрами*.

Определенные количественные значения фактора называют его *уровнями*. Если интенсивность действия фактора такова, что он не вызывает практически ощутимых изменений состояния системы, не преодолевает ее сопротивления, то уровень фактора называют *допороговым*. Соответствующее состояние системы называют *допредельным*.

Уровень фактора, при котором сопротивление системы преодолено и она коренным образом меняет закономерность своего отклика, называют *запредельным*, так же называют и соответствующее состояние системы. Так, если давление от сооружения меньше несущей способности основания, состояние последнего является *допредельным*; если давление равно несущей способности, основание находится в *предельном состоянии*; если давление превышает несущую способность, основание переходит в *запредельное состояние* и разрушение основания происходит при этом с ускорением.

Если изучается какой-либо процесс, то измерения надлежит проводить таким образом, чтобы получить данные не только об абсолютных величинах как факторов, так и параметров системы в начале и конце процесса, но и о скорости их изменения. При этом следует предположить, что скорость может быть непостоянной в ходе процесса, и это следует учитывать при постановке измерений, улавливая эти колебания в случае необходимости их исследования или учета.

Если исследуется распределение какой-либо обобщенной координаты в плане и по глубине грунтового массива, измерения должны одновременно дать сведения о величине и распределении всех параметров толщи, от которых может зависеть изучаемая величина. При составлении программы таких измерений следует исходить из определенных предположений, основанных на предварительном изучении вопроса.

Так, например, если исследуется вопрос о характере распределения напряжений в толще основания, то следует обязательно установить закономерность изменения плотности грунта в плане и по глубине, определить, как изменяются модули вертикальной и горизонтальной сжимаемости толщи, найти ее коэффициенты Пуассона и бокового давления, установить зависимость этих параметров от напряженного состояния, найти, в каком диапазоне напряжений грунт будет вести себя как линейно-деформируемое тело, а в каком начнутся локальные сдвиги и т. д., и только после этого выбрать соответствующую расчетную модель.

Нередко методика этих определений сама по себе может представлять сложную и недостаточно исследованную проблему, но, отказываясь от ее исследования, мы лишаем себя надежной основы для объяснения результатов испытаний. К сожалению, на это приходится идти в ряде случаев.

Два основных вида систем. Исследователь должен всегда иметь в виду, что связи того или иного явления или предмета с другими явлениями и предметами окружающего мира неодинаковы по своему характеру и значению. Одни связи весьма существенны и их влияние на изучаемое явление оказывается определяющим (это так называемые основные или главные связи или факторы), тогда как другие мало существенны или вообще практически незаметны (это второстепенные или побочные связи или факторы).

В истории многих наук можно найти примеры, когда какая-либо второстепенная связь долгое время ошибочно рассматривалась как основная или, наоборот, основная связь считалась второстепенной.

Существуют факторы, которые влияют на рассматриваемое явление непосредственно, а есть и такие, которые действуют опосредованно через целую цепь других явлений и предметов. Одни факторы проявляются закономерно, и их результаты однозначны,

другие проявляются случайно, действуют с различной каждый раз интенсивностью и могут быть предсказаны лишь с некоторой вероятностью. Если существуют факторы, которые нарушают действие главного фактора, вызывают отклонения в ходе вызванного последним процесса, то такие факторы называют *нарушающими*. При исследовании действия главных факторов нередко обнаруживаются такие нарушающие влияния, которые вызывают те или иные отклонения в откликах системы на действие главных факторов, носящие случайный характер. Такие отклонения, вызванные вмешательством побочных факторов, называют *помехами* или *шумом*.

Существуют такие комплексные процессы и системы, в которых, несмотря на их сложность, легко выделить каждую из связей, каждое из составляющих явлений и даже варьировать его по своему усмотрению. Такие системы и процессы в теории систем называют *хорошо организованными* или *упорядоченными*. Наоборот, в других системах невозможно четко разграничить отдельные элементарные составляющие процесса, даже имеющие различную физическую природу, и такие системы называют *плохо организованными* или *диффузными*. При исследовании грунтов и массивов горных пород встречаются системы обоих видов.

Параметры любой реальной системы содержат как закономерно изменяющиеся под воздействием нарушающих факторов, так и случайные составляющие. В тех случаях, когда влиянием на отклик системы случайных составляющих можно пренебречь, систему называют *закономерно изменяющейся* или *детерминированной*. Если, наоборот, закономерные составляющие настолько малы, что их роль по сравнению со случайными не учитывается, систему называют *случайной*. Соотношение между детерминированной и случайной составляющими проявляется в поведении системы в виде той или иной интенсивности шума, который тем значительнее, чем больше роль случайной составляющей.

По аналогии с кибернетикой будем пользоваться термином *входной эффект* или *вход*, понимая под ним воздействие сооружения на грунт. Соответствующими *выходными эффектами* или *выходами* являются изменения (отклики), которые претерпевает основание в виде, например, осадок и сдвигов. Входные эффекты представляют собой по отношению к рассматриваемой системе внешние факторы, а выходные могут быть изменениями ее свойств и характеризоваться комплексом параметров. И факторы, и параметры математически могут выражаться числами, векторами, тензорами, различными функциями и т. п.

Системы с одинаковым набором входных и выходных эффектов, т. е. одинаково реагирующие на внешние факторы, называют *изоморфными*. Примером изоморфных систем являются оригинал и модель [1, 2, 4].

Черный ящик. Система, в которой для наблюдения доступны лишь входные $x(t)$ и выходные $y(t)$ эффекты, а механизм

перехода первых во вторые неизвестен, в кибернетике называется *черным ящиком*. Черный ящик, очевидно, является системой, осуществляющей процесс динамического преобразования входных воздействий в выходные (рис. 1.1).

В кибернетике понятие о «черном ящике» используется при формулировании положения о возможности оптимального управления при неполной информации. Изучение системы как черного ящика возможно только по характеру преобразования воздейст-

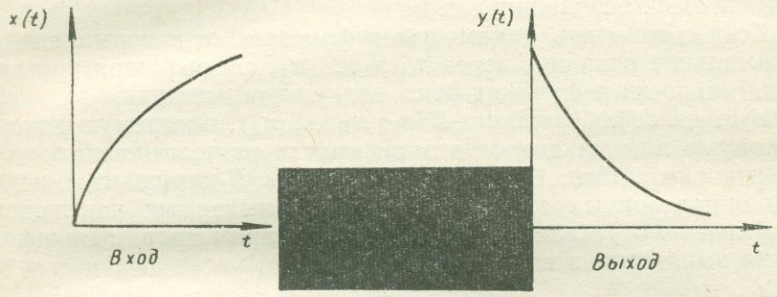


Рис. 1.1. «Черный ящик»

вий и представляет собой то, что называют феноменологическим методом. Пользуясь этим методом и наблюдая реакцию выходных величин на изменение входных, можно сделать ряд важных практических выводов о поведении черного ящика, однако исследователь всегда стремится «разобрать на части» черный ящик, сделать его «прозрачным», познать его структуру и принцип работы, понять, каким именно образом происходит преобразование входного эффекта в выходной, выяснить возможность управления механизмом ящика, установить причины нарушения его нормального функционирования. Понятием о черном ящике часто пользуются и вне кибернетики.

Приближенность решений. Оптимизация. Каждая строительная площадка по своим инженерно-геологическим условиям в большей или меньшей мере отличается от других, и всякое новое строительство требует рассмотрения специфических инженерно-геологических проблем, нередко существенно отличающихся от решавшихся ранее. Поэтому в принимаемых решениях всегда имеется неизбежная приближенность, связанная с недостатком, а нередко с отсутствием опыта проектирования и эксплуатации сооружений при аналогичной инженерно-геологической обстановке.

Чтобы гарантировать устойчивость и эксплуатационную пригодность сооружений, эту приближенность обычно перекрывают введением в расчет повышенных коэффициентов неоднородности и условий работы, что, естественно, увеличивает стоимость стро-

ительства. Между тем основным требованием, предъявляемым к любому инженерному решению, является обеспечение необходимой надежности при минимальных затратах. Поэтому важным этапом проектирования является оптимизация — определение условий, дающих экстремальное значение некоторой величины, которая количественно характеризует технико-экономическую эффективность выполненной разработки. Эту величину называют *критерием оптимальности.* Таким критерием может служить и стоимость сооружения, и какая-либо расчетная характеристика устойчивости основания, и т. п.

Если обозначить параметры и факторы, от которых зависит оптимальное решение, через x_1, x_2, ..., x_n, то, выражая критерий оптимальности в функции этих величин, мы получим так называемую *целевую функцию* $U(x_1, x_2, ..., x_n)$, экстремум которой (минимум или максимум, в зависимости от постановки задачи) мы должны найти. Очевидно, экстремум U приходится искать при определенных ограничениях, накладываемых на пределы, в которых могут находиться значения параметров. Эти ограничения выражают в виде равенств вида:

$$\psi_i(x_1, x_2, .., x_n) = 0 \qquad (1.1)$$

или неравенств

$$\varphi_i(x_1, x_2, ..., x_n) \leqslant \Phi_i. \qquad (1.2)$$

В зависимости от принятой стратегии решения могут получаться различные целевые функции, определяемые совершенно различными факторами. Так, например, можно обеспечить устойчивость сооружения как искусственным закреплением грунтов основания (химическая мелиорация), так и путем создания такой конструкции сооружения, которая без ущерба для эксплуатационной пригодности перенесет неравномерные осадки. Очевидно, и факторы и целевые функции в обоих случаях будут различными. Поэтому обычно сравнивают несколько стратегий с различными целевыми функциями. Оптимизировав эти функции и найдя соответствующие значения критериев оптимальности (которые для всех стратегий в данном проекте должны быть качественно однородны и иметь одинаковую размерность), мы должны будем выбрать самый выгодный из них — *критерий оптимум оптиморум* или, короче, *критерий оптиморум.*

1.2. Модели и пространство состояний. Идентификация

Математические и вербальные модели. Математические методы исследования могут успешно развиваться лишь в том случае, если предварительно на основе экспериментов раскрыты основные физические закономерности данной области науки. Так, только после установления понятия о напряжениях и деформациях,

после появления закона Гука и проведения исследований упругих свойств материалов Юнгом и Пуассоном, а также после оформления ряда основных понятий об упругих свойствах материалов и их поведении под нагрузкой мог развернуться второй этап развития науки — интенсивная разработка математических методов теории упругости.

Строительная механика достигла уже высокого уровня, когда механика грунтов вообще еще не существовала как наука, так как не были открыты методы определения механических свойств грунтов, не исследованы закономерности их деформирования и разрушения. В настоящее время, когда в этом направлении уже многое сделано, мы должны, рассматривая многочисленные и разнообразные стороны, связи и опосредствования изучаемых явлений в механике грунтов и инженерной геологии, оценивать их не только качественно, но и разрабатывать их математические модели. Математической моделью является, например, дифференциальное уравнение процесса либо формула, аналитически связывающая между собой зависимые и независимые переменные и выведенная на основании статистического обобщения результатов наблюдений и экспериментов.

Хотя математические модели имеют такие важные достоинства, как четкость, логическая строгость, доступность проверки и повторения каждого шага, алгоритмичность и возможность использования вычислительной техники, на первых этапах исследования сложных явлений часто приходится прибегать к моделям, сформулированным в физических терминах словесно, — так называемым *вербальным,* которые пока преобладают в инженерной геологии. Недостатком вербальных моделей является известная их расплывчатость и нестрогость, некоторая неоднозначность (полиморфность), а также сложность их использования для прогностических целей по сравнению с моделями, сформулированными на однозначном языке математики. Конечно, вербальная модель лучше, чем отсутствие модели вообще или использование недостаточно продуманной и скороспелой математической модели, которая искажает реальность. История науки свидетельствует о том, что описание проблем на обычном языке всегда предшествует их математической формулировке.

В прикладных технических науках прогресс невозможен без перехода к математическому описанию, и, следовательно, ни в коем случае нельзя останавливаться на вербальной модели, а надлежит работать над созданием адекватной математической модели, поставив необходимые исследования количественных характеристик свойств и поведения изучаемой системы. Хотя «человек в отличие от ЭВМ может решать плохо сформулированные задачи» [51], однако при «плохой» формулировке задачи и решение получают «плохое» и нестрогое. Поэтому в ряде случаев наблюдается неизбежное «снижение требований, предъявляемых к математическому описанию, замена закона моделью...

Начала стираться столь четкая грань, которая ранее существовала между математическим и вербальным описанием явлений».

Теоретические и эмпирические модели. Существуют различные виды математических моделей: одни характеризуют отклики системы на действие факторов с помощью аналитических выражений, выведенных теоретическим путем; другие описывают отклики системы с помощью зависимостей, полученных в результате обработки экспериментальных данных. Соответственно различают модели *теоретические* и *эмпирические*.

Если экспериментально найденные взаимодействия выражают в виде уравнений, связывающих зависимые и независимые переменные, то такого рода зависимости называют эмпирическими.

Основным недостатком эмпирических формул является то, что они действительны для тех условий, в которых проводились эксперименты, давшие материал для их вывода. Всякое распространение этих формул за пределы указанных условий (экстраполяция) может вести к грубым или даже катастрофическим ошибкам. Таким образом, если ограничиться только эмпирическими зависимостями, оказывается весьма суженным решение главной задачи, которую мы ставим при создании теории и выводе формул, — возможность прогноза.

Другой недостаток этих формул заключается в том, что они обычно получаются тем сложнее, чем точнее хотят описать с их помощью опытные данные. Поэтому из практических соображений иногда жертвуют точностью ради простоты, что, естественно, далеко не всегда допустимо. Конечно, когда можно выбирать между двумя или несколькими формулами, описывающими примерно с одинаковым приближением какой-либо процесс, принимают более простую из них.

Теоретическими называют зависимости, полученные в результате математического анализа некоторых исходных предпосылок, которые могут носить сугубо абстрактный характер и вытекать, например, из желания устранить наблюдающееся противоречие в существующей теории или дать рациональное объяснение какому-либо парадоксу.

Теоретическими называют все формулы, выведенные на основе эмпирических зависимостей, но позволяющие исследовать случаи, выходящие за пределы условий, в которых были получены экспериментальные результаты. Так, например, закон Гука выражает эмпирическую зависимость между напряжением и деформацией при простых однородных напряженных состояниях, но формулы, выведенные на основе этого закона и охватывающие более сложные случаи деформирования, например изгиб балок, рассматриваются как теоретические.

Теоретические формулы должны отвечать определенным требованиям, вытекающим из физических особенностей изучаемого явления, и, в первую очередь, обеспечивать так называемые *предельные переходы*, т. е. получение из общей зависимости всевоз-

можных частных случаев, соответствующих тем или иным переходам системы из одного состояния в другое. При этом необходимо, чтобы постепенным физическим изменениям соответствовали непрерывные и дифференцируемые математические функции, а скачкообразным изменениям отвечали такие же переходы в математических соотношениях.

Особенно важное значение для раскрытия сущности процессов, происходящих в системах, имеет изучение *физических асимптот* процессов, т. е. установившихся предельных состояний, к которым стремится система по мере монотонного возрастания или, наоборот, убывания воздействия на нее.

Во многих случаях экспериментальные зависимости не удается выразить в достаточно элементарной аналитической форме. Нередко различным интервалам величин и интенсивностей внешних воздействий отвечает неодинаковый характер изменения свойств грунта. Выяснение физических причин неодинакового характера различных участков зависимости часто сталкивается с большими трудностями.

Если формула не удовлетворяет указанным выше требованиям или вообще дает приближенные результаты, то это может вызываться либо несоответствием принятых исходных зависимостей рассматриваемой задаче, либо упрощениями, сделанными для преодоления математических трудностей.

Путем экспериментов над конструкциями, для расчета которых была выведена теоретическая формула, оказавшаяся в силу ряда упрощений недостаточно точной, могут быть найдены соответствующие эмпирические поправки, которые вводят в формулу. Такого рода теоретические формулы с эмпирическими коррективами называют *полуэмпирическими*.

Так как результаты наблюдений представляют собой случайные величины, то эмпирические формулы в общем случае выражают связь между средними значениями изучаемого отклика системы y и значениями фактора $\vec{\mathbf{x}}$ при некоторых характеристиках системы $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m$:

$$M(y/\mathbf{x}) = \eta(\mathbf{x}, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m), \tag{1.3}$$

где $M(y/\mathbf{x})$ — математическое ожидание y.

Возможны следующие два случая.

1. Вид функции η $(\mathbf{x}, \Theta)$ известен, но неизвестны численные значения характеристик θ_i, образующих вектор Θ. Так, например, известно, что сопротивление сдвигу сыпучего тела Кулона определяется уравнением [1; 5.9]:

$$S = \sigma \operatorname{tg} \varphi + c,$$

но для данного грунта значения $\theta_1 = \operatorname{tg}\varphi$ и $\theta_2 = c$ неизвестны и их требуется определить в эксперименте.

2. Вид функции η неизвестен. Нужно его найти и разработать способ определения характеристик этой зависимости. В качестве примера можно привести зависимость между пористостью грунта и давлением на него.

Как известно, эту задачу решил Терцаги, который нашел, что зависимость имеет логарифмический характер, и разработал методику опытного определения ее параметров.

Очень часто функцию η аппроксимируют конечным рядом функций и ищут наилучшее выражение для η. Так, например, представляют η в виде степенного ряда и ищут наименьшую степень многочлена, который может с достаточной точностью описать опытные данные.

Понятие о пространстве состояний. Для многих систем переход из одного состояния в другое характеризуется изменением нескольких свойств одновременно. Допустим, что мы рассматриваем два свойства, например плотность и влажность грунта. Тогда, если нанести на одной декартовой оси шкалу значений плотности грунта γ_c, а на другой шкалу влажности w (рис. 1.2), то каждой паре значений плотность-влажность будет соответствовать некоторая точка на плоскости, характеризующая состояние системы (*изображающая* или *фигуративная* точка). При такой геометризации представлений о переходе системы из одного состояния в другое ее изменения характеризуются перемещением точки на плоскости, например из положения *1* в положение *2* (рис. 1.2). В [I; стр. 276] приведен пример геометризации, когда состояние системы характеризовалось точкой в пространстве, координатами которого служили значения главных напряжений σ_I, σ_{II} и σ_{III}. Таким образом, мы переходим к понятию *о пространстве состояний системы.*

Движение изображающей точки описывается с помощью функций, связывающих между собой переменные величины. Если величин, определяющих состояние системы, более трех, то пространство состояний имеет больше трех измерений и является *абстрактным многомерным* или *гиперпространством.* Его, очевидно, нельзя ни вообразить, ни представить графически, и соответствующие закономерности получают чисто математическим путем, пользуясь аналогией с пространственными отношениями в трехмерном пространстве и с закономерностями перехода от двухмерного пространства к трехмерному. Величины, определяющие состояние системы и являющиеся координатами фигуративной точки, называются *координатами состояний.*

Если количество измерений пространства состояний не превышает трех, то описываемое соответствующим количеством параметров состояние системы мы будем называть простым; если же для характеристики состояния требуется использование гиперпространства, состояние системы мы будем называть

сложным. Следует иметь в виду, что, рассматривая простые состояния систем, мы, в сущности, выделяем какие-то отдельные группы связей и параметров, предполагая, что влиянием остальных связей на рассматриваемый процесс можно пренебречь. Так, например, определяя параметры сопротивления сыпучей среды сдвигу (φ — угол внутреннего трения и c — сцепление),

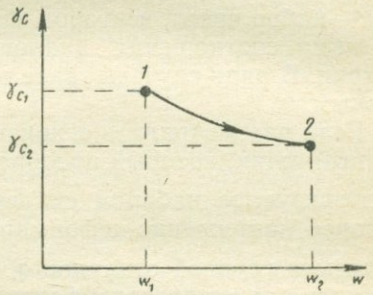
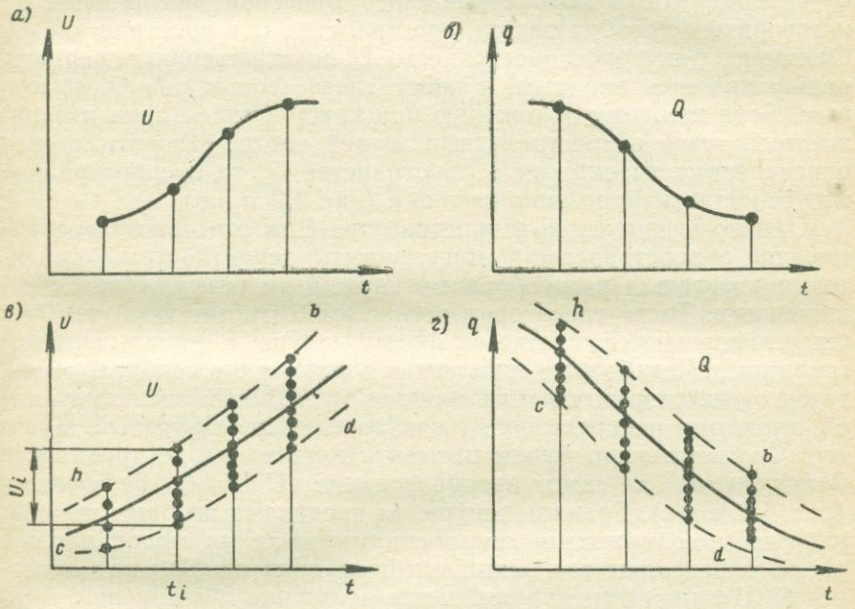


Рис. 1.2. Переход грунта из состояния γ_{c_1}, w_1 в состояние γ_{c_2}, w_2

Рис. 1.3. Преобразование факторного пространства в параметрическое

h—b и c—d — границы доверительного коридора (шнура)



мы не интересуемся влиянием ее сжимаемости на φ и c в малом диапазоне нормальных давлений. Область пространства состояний, характеризующая состояние системы, не выходящее за допускаемые пределы, называется *областью допустимых состояний*. Ее нужно отличать от области *возможных состояний*, за пределами которой система уже не может существовать и которая, очевидно, не может быть меньше области допустимых

состояний. Если область допустимых состояний устанавливается каким-либо соглашением, оформленным в виде обязательных для всех правил, называемых строительными нормами, то такую область состояний называют *нормативной*.

Понятие о пространстве состояний является, очевидно, обобщением обычного геометрического понятия о пространстве, под которым в этом случае понимают совокупность любых объектов — набор чисел, векторов, функций и т. д., устанавливая между ними соотношения, аналогичные пространственным в геометрии. В ряде случаев такое обобщение оказывается весьма полезным.

Если рассматривать основание сооружений как своеобразный черный ящик, который преобразует воздействие сооружения, характеризуемое набором силовых факторов — векторов $\vec{U}$, в некоторое напряженно-деформированное состояние грунта, определяемое группой откликов $\vec{q}$, то можно считать факторы $\vec{U}$ координатами некоторого *факторного пространства* U, а отклики $\vec{q}$ — координатами *параметрического пространства* системы Q и говорить о преобразовании пространства U в пространство Q. Очевидно, факторное пространство U по отношению к черному ящику является входным, а пространство состояний Q выходным. Если каждому положению или каждой траектории изображающей точки в пространстве U будет соответствовать строго определенная траектория в пространстве Q, то преобразование можно назвать *детерминированным* (рис. 1.3, *а* и *б*).

Однако и изменения в пространстве U, и отвечающие им изменения в пространстве Q могут носить вероятностный характер, подвергаться разнообразным случайным возмущениям и отклонениям. Тогда траектории перестают быть линиями, они как бы размазываются, принимая форму шнура с расплывчатыми границами. Чем больше отклонения в положении изображающих точек от некоторых средних значений, тем реже они встречаются, и поэтому распределение их носит как бы *диффузный* характер. Соответственно будем называть в этом случае траектории *диффузными*, а само преобразование U и Q *диффузным* (рис. 1.3, *в* и *г*). Границы шнура, за пределами которых мы пренебрегаем возможными отклонениями из-за их малой вероятности, определяют так называемый *коридор ошибок* или *отклонений*. В одном гиперпространстве возможно объединение факторного пространства и пространства параметров [11].

В зависимости от характера исследуемого явления или процесса точки таких пространств могут представлять не только числа, но и те или иные функции, уравнения теории упругости, строительной механики, механики грунтов, гидравлики и т. д. в совокупности с соответствующими граничными и начальными условиями. Описание изменения состояния системы как перемещения фигуративной точки в пространстве состояний особенно

удобно при использовании векторного представления состояний. Напомним, что векторной называют величину, которая характеризуется не только числом, но и направлением в пространстве. Типичными примерами векторов являются сила и скорость. Для определения направления вектора обычно задают косинусы углов, которые он образует с двумя из прямоугольных осей координат, — так называемые направляющие косинусы (так как сумма квадратов трех направляющих косинусов в пространственной прямоугольной системе координат равна 1 [I; 4,18], то заданием двух направляющих косинусов определяется величина третьего).

Вектор обычно обозначают буквами, напечатанными жирным шрифтом (например, **a**, **x** и т. п.), а в рукописи — буквой с чертой или стрелкой над ней (например, $\vec{a}$, $\vec{x}$ и т. п.).

Операторы. Если входные и выходные эффекты представляют собой некоторые функции, то можно символически изобразить преобразование пространства входных функций U в пространство выходных функций Q, характеризующее переход систем из одного состояния в другое, с помощью так называемых *операторов*. В отличие от функции, которая приводит в соответствие две переменные величины, оператор отображает одно пространство функций на другое. Так, если преобразование с помощью оператора определенного интегрирования ставит в соответствие каждой отдельной функции u из пространства функции U некоторую постоянную величину q из пространства Q [например, определенный интеграл $q = \int_a^b u(x)\,dx$ ставит в соответствие различным функциям $u(x)$ различные числа q, являющиеся с геометрической точки зрения площадями], то такое преобразование называют *функционалом*. Объект, подвергающийся действию оператора, называют *операндом*, а результат преобразования — *отображением* или *образом*. Например, в математическом преобразовании входного воздействия $u(t)$ в выходное $q(t)$ (где t — время)

$$q = c\,[u(t)]^2$$

оператор — это возведение в квадрат функции u от времени t и умножение на постоянную c.

В общем виде соотношение между входными u и выходными q воздействиями обозначают:

$$q = Lu, \tag{1.4}$$

где L — оператор, определяющий характер преобразования u в q; u — операнд; q — образ. Если нужно обозначить обратное преобразование q в u, то соответствующую операцию записывают в виде:

$$u = L^{-1}q. \tag{1.5}$$

Если не так давно оператором называли только способ преобразования одной функции в другую, то кибернетика значительно расширила это понятие, охватив им преобразование любых видов входных воздействий в выходные.

Если известны входные и выходные эффекты системы и оператор, которым описывается переход первых во вторые, то, следовательно, известна и математическая модель этого перехода. Таким образом, чтобы построить математическую модель динамической системы, нужно найти соответствующий оператор.

Некоторые наиболее часто встречающиеся операторы имеют свои обозначения. Например, взятие производной рассматривают как действие оператора, который обозначают через D:

$$D = \frac{d}{dx}\,[f(x)] \tag{1.6}$$

на функцию $f(x)$, а интегрирование как действие оператора D^{-1}:

$$D^{-1} = \int f(x)\,dx \tag{1.7}$$

на $f(x)$.

Если система такова, что изменение входной величины в некоторое число раз (например, в c раз) вызывает изменение выходной в то же число раз и оператор суммы равен сумме операторов, то это можно представить как

$$Lc(u_1 + u_2) = cLu_1 + cLu_2, \tag{1.8}$$

и такую систему называют *линейной*, а сам оператор называют *линейным*. Любая система, состоящая из линейных подсистем, сама является линейной.

Идентификация. Допустим, что экспериментирование с некоторым черным ящиком позволило измерить входные $x(t)$ и выходные $y(t)$ переменные, являющиеся функциями времени t. По результатам этих измерений требуется построить математическую модель процесса, ставящую в соответствие функции $x(t)$ и $y(t)$. Чисто теоретический анализ позволил бы получить непосредственно соответствующий оператор L:

$$y(t) = Lx(t). \tag{1.9}$$

Однако в случае сложных систем обычно не удается получить решение задачи в таком виде и приходится довольствоваться лишь приближенным оператором, который обычно изображают в виде L^* (читается «эль со звездочкой»):

$$y^*(t) = L^* x(t) \tag{1.10}$$

и находят путем соответствующей обработки экспериментальных данных. Индексация звездочкой выходной функции $y^*(t)$ означает, что в опыте мы обычно наблюдаем некоторые случайные значения y, в какой-то мере отклоняющиеся от истинных, и, следовательно, имеем дело со случайной функцией y от t. Таким образом, найдя оператор L^* и пользуясь им затем в прогности-

ческих целях, в результате расчетов будем получать не истинные, а приближенные выходные значения $y^*(t)$.

Операцию нахождения L^* по результатам эксперимента называют *идентификацией*. Методы идентификации в настоящее время успешно разрабатываются в теории математического планирования экспериментов и в теории автоматического регулирования [20].

1.3. О показателях свойств грунтов

Основные виды показателей. Все показатели физико-механических свойств грунтов необходимо разделить на следующие два вида:

1) *стандартные* — которые используются для классификации грунтов и для различных расчетов, выполняемых в соответствии со СНиП. Если методика определения этих показателей является общепринятой и установившейся, мы будем называть ее *традиционной*, если методика определения регламентирована официальными государственными стандартами, ее обычно называют *гостовской*.

Если существуют разновидности традиционной методики испытания в различных лабораториях, мы будем указывать в нужных случаях фамилии авторов той или иной разновидности методики либо какие-нибудь ее отличительные признаки;

2) *специальные* — которые отличаются от принятых в СНиП и должны определяться в связи с появлением новых расчетных моделей или уточнением существующих, а также в чисто исследовательских целях.

Как стандартные, так и специальные испытания могут быть лабораторными и полевыми.

Методика и аппаратура для *стандартных испытаний*, предназначенных для определения расчетных характеристик грунтов, регламентируются ГОСТами, нормами и техническими условиями. Общий объем этих испытаний может быть заранее определен достаточно точно и обычно задается изыскателям проектировщиками или, во всяком случае, согласовывается с ними. Однако даже и при таких стандартных испытаниях от изыскателей требуют не просто представления сводки результатов, но и их анализа и указания на те значения исследованных характеристик грунта, которые рекомендуется принять в качестве расчетных. Ответ на эти вопросы можно получить при обработке полученных данных методами математической статистики [I; 5,7—8 и I; 7,2].

Специальные испытания носят исследовательский характер, и их следует разбить на две группы: методические и сравнительные.

При *методических* исследованиях ставится задача разработки оптимальной методики определения тех или иных свойств

грунтов и толщ оснований и их численных характеристик с тем, чтобы использовать далее эту методику для массовых испытаний на данном или аналогичном объекте.

При *сравнительных* испытаниях определяют не столько абсолютные значения характеристик, сколько относительное различие в эффекте воздействия тех или иных факторов на испытуемые объекты, например влияние изменения влажности на уплотняемость грунтов при укатке. Эксперименты, которые ставятся для выработки методики определения характеристик, также содержат элементы сравнительных испытаний, так как в них часто приходится исследовать влияние тех или иных факторов и деталей методики на точность результатов.

Физические, физико-механические и механические показатели свойств грунтов. Провести четкую грань между этими группами свойств затруднительно. Мы будем относить к механическим те показатели свойств, которые непосредственно определяют при расчетах величину деформаций и прочность грунтов.

Соответственно к физическим и физико-механическим относятся показатели фазового, гранулометрического и минералогического состава грунтов, их консистенции и структуры, явлений фильтрации, набухания и усадки, а также всевозможные косвенные характеристики, основанные на существовании корреляционной зависимости между физическими и механическими свойствами грунтов.

О зависимости между показателями. Поведение системы может характеризоваться рядом различных показателей, и задача заключается в том, чтобы выбрать для исследования те показатели, которые не связаны непосредственно между собой. Обычно считают, что прочностные и деформативные характеристики грунта — прочность на сдвиг и модуль сжимаемости — не связаны друг с другом. Эксперименты показывают, что для некоторых грунтов характерна высокая степень стохастической связи между этими величинами. Это позволяет получить эмпирическое уравнение зависимости между указанными величинами. Наличие таких уравнений дает возможность существенно сократить объем испытаний.

О сочетании компонентных, агрегатных и ситуационных исследований. Следует остановиться на одном принципиальном вопросе. В первой части книги мы указывали, что строительные свойства массива грунта зависят от свойств компонентов грунта, характера его структуры и особенностей естественного залегания и строения толщи. Соответствующие свойства мы кратко назвали компонентными, агрегатными и ситуационными (от распространенного в геологии выражения in situ — «в месте нахождения»).

При программировании инженерно-строительных изысканий и испытаний грунтов нередко возникает вопрос, можно ли непо-

средственно определить агрегатные свойства, например сжимаемость или сопротивление сдвигу грунта, не интересуясь свойствами компонентов грунта, и можно ли испытывать грунт in situ, например с помощью штампов, не проводя, кроме того, агрегатных его испытаний на компрессию?

Весьма существенные обстоятельства заставляют дать отрицательный ответ на этот вопрос. Неоднородность состава и структуры естественных грунтов и строения их толщ не позволяет автоматически переносить на весь объем грунта данные испытаний, проведенных в случайно выбранных точках массива грунта или над отдельными образцами.

Можно утверждать, что самым ответственным этапом камеральной обработки результатов изысканий является именно экстраполяция данных, носящих точечный или локальный характер, на значительный массив грунта. Основные трудности при этом возникают обычно из-за недостаточного объема испытаний, не позволяющего произвести уверенное и надежное обобщение и осреднение полученных данных.

Существенную помощь в этих условиях может оказать наличие корреляционной связи между компонентными, агрегатными и ситуационными свойствами, причем компонентные свойства проще и экономичнее определять, чем агрегатные, а агрегатные испытания в лаборатории проводить легче и быстрее, чем ситуационные в поле. Стоимость и объем буровых, шурфовочных и других полевых работ, необходимых для отбора соответствующих проб или подготовки испытаний, существенно ниже при компонентных, чем при агрегатных, а тем более при ситуационных исследованиях.

Знание компонентных свойств грунта существенно облегчает экстраполяцию на весь его массив результатов агрегатных испытаний, а данные последних, всегда более многочисленные, чем получаемые при ситуационных испытаниях, позволяют, рассматривая результаты всех этих трех типов испытаний в совокупности, оценивать с гораздо более высокой точностью колебания строительно-механических свойств толщи грунта в целом. Естественно, что такое сопоставление и обобщение должны производиться проектировщиками на основе изучения и анализа региональной и микрорегиональной геологической и гидрогеологической обстановки при обязательной консультации и помощи специалиста инженера-геолога.

Однако вопрос можно поставить и по-другому: нельзя ли ограничиться только компонентными свойствами, не определяя агрегатных, а тем более ситуационных, или в крайнем случае выполнить только агрегатные испытания, не ставя ситуационных? Затем, имея эти данные и изучив общую геологическую картину участка, дать хотя бы приближенное, но практически приемлемое заключение о строительных свойствах толщи грунта в целом.

Несмотря на сугубую приближенность такого подхода и возможность грубых ошибок, еще не так давно на этот вопрос давался утвердительный ответ, причем возражения отвергались без особых теоретических дискуссий простой ссылкой на недостаток оборудования и оснащения для массовых агрегатных и ситуационных испытаний в производственных целях.

Если проследить, как, начиная с 30-х годов, изменялись строительные нормы на проектирование оснований, то можно увидеть, как постепенно преодолевалась эта точка зрения. С одной стороны, практический опыт убедительно показывал, что знание компонентного состава хотя и необходимо, но недостаточно для оценки агрегатных свойств грунта, и что, в свою очередь, агрегатные испытания хотя и необходимы, но недостаточны для оценки ситуационных свойств. С другой стороны, непрерывно возраставшая оснащенность изыскательских организаций постепенно снимала чисто технические препятствия в проведении агрегатных и ситуационных испытаний.

Тем не менее и сейчас еще часто идут по этому пути, так как он требует минимума испытаний, а недостаток информации стремятся перекрыть консультацией опытных экспертов. Оплата их заключений обходится значительно дешевле, чем проведение изысканий, однако возможность серьезных ошибок не исключается.

1.4. О неоднородности грунтов

Основные понятия. Характерной особенностью осадочных пород является их *неоднородность* [I; 5,11]. Даже небольшие по протяженности и по мощности осадочные отложения могут обладать в точках, расположенных буквально на расстоянии 10 *см* друг от друга, поразительными колебаниями состава и свойств. Известно, например, как сильно меняется от точки к точке просадочность лёссовых пород, визуально совершенно однородных; как может сильно различаться плотность в соседних точках песчаных отложений.

По своему характеру неоднородность отложений может быть двух видов [12]: *случайно распределенная и закономерно изменяющаяся*. Первая обусловлена случайными колебаниями условий седиментации и диагенеза отложений, вторая — закономерными пространственными изменениями этих условий.

Соответственно любые инженерно-геологические свойства грунтовых отложений зависят отчасти закономерно, отчасти случайным образом от пространственных координат [I; 59]. Поэтому каждое свойство имеет две компоненты: *функциональную* и *статистическую*, что может быть описано выражением

$$u = f(x, y, z) + \xi, \tag{1.11}$$

где u — значение изучаемого свойства;

x, y, z — координаты;
$f(x, y, z)$ — функциональная (закономерная) составляющая;
ξ — статистическая составляющая u (случайные отклонения, не зависящие от координат).

Одной из основных задач обработки результатов испытаний является выделение функциональной и статистической составляющих исследуемой характеристики. Правильное использование статистических методов позволяет в сжатом виде (например, графики рассеивания Н. Н. Маслова) представить всю информацию, содержащуюся в большом объеме экспериментальных данных, заполняющих огромные таблицы и ведомости. Это важно не только для более удобного обзора таких данных, но и для облегчения публикации экспериментальных работ, так как в журналах обычно не помещают первичных данных измерений.

Вместе с тем следует предостеречь от серьезной ошибки, которую часто совершают специалисты в области прикладных наук, недостаточно хорошо знакомые с методологическими основами теории вероятностей и математической статистики. Ошибка заключается в том, что они недооценивают исходные данные наблюдений при разработке теоретических или практических выводов из эксперимента и стремятся ограничиться только так называемыми *статистиками* (т. е. средней, среднеквадратическим отклонением и подобными параметрами, характеризующими случайные выборки).

Между тем на основе анализа первичных данных (характеристики распределения, аномальные значения, особенности разброса на отдельных участках кривой и т. п.) можно обычно получить весьма важные представления об изучаемом процессе. Только проделав такой анализ, можно переходить к оперированию статистиками [1].

Области влияния неоднородности. Будем называть статистически неоднородным грунт, у которого средние значения характеристики зависят от размера исследуемого объема, но не зависят от координат последнего. Грунт со случайно распределенными неоднородностями — это грунт, у которого плотность распределения неоднородностей не зависит от координат исследуемого объема. Для каждой случайно распределенной неоднородности существует предельный максимальный объем, начиная с которого ею уже можно пренебрегать. Так, для нескольких проб мелкозернистого грунта, отобранных из одного и того же отложения и имеющих размеры в несколько сот или тысяч кубических дециметров, случайные колебания среднего состава будут практически отсутствовать. Наоборот, чем меньше будут пробы, тем сильнее будут, как правило, случайные ко-

[1] Г. К. Бондарик. Основы теории изменчивости инженерно-геологических свойств горных пород. «Недра», 1972.

лебания состава от пробы к пробе. Наконец, при очень малых пробах может оказаться, что одна проба будет содержать только глинистые частицы, а другая только две-три крупных песчинки.

Таким образом, в зависимости от решаемой задачи, требующей учета неоднородности грунта по какому-либо свойству, следует установить объем, по которому надлежит определять данное свойство, и, испытав некоторое количество таких объемов, указать с требуемой надежностью доверительные границы [I; стр. 320], в пределах которых может колебаться численная характеристика этого свойства.

Исходя из того что для каждой неоднородности существуют максимальный и минимальный объемы грунта, за пределами которых перестает проявляться данная неоднородность, М. В. Рац [I; 59] назвал разность этих объемов *областью влияния* неоднородности. Он предложил называть *элементом неоднородности* наибольший объем, который может рассматриваться как внутренне однородный и отличающийся от смежных с ним объемов в интересующем нас отношении. Он предложил далее приближенно различать, в зависимости от линейного размера L_c таких элементов, неоднородности четырех *порядков*.

1. *Неоднородности I порядка,* которые определяются различными по составу и структуре пластами, наличием тектонических трещин, фациальной изменчивостью и т. п. и характеризуют, в сущности, геологическое строение массива. Порядок линейного размера элементов неоднородности L_c от $1 \cdot 10^3$ до $1 \cdot 10^6$ *см*.

2. *Неоднородности II порядка* — макротрещиноватость, мелкие тектонические и нетектонические дислокации и т. п. в пределах пачки, ритма, слоя; L_c от 10^0 до 10^3 *см*.

3. *Неоднородности III порядка* — в составе и структуре горной породы, а именно, различие в гранулометрическом и минеральном составе, неоднородность в распределении межчастичного цемента и пор и т. д.; L_c от 10^0 до 10^{-3} *см*.

4. *Неоднородности IV порядка* — дефекты кристаллической решетки, вакансии и т. п.; L_c от 10^{-6} до 10^{-3} *см*.

Область воздействия внешних факторов. В зависимости от характера внешних факторов, воздействующих на грунтовый массив, отклик последнего будет определяться различными объемами грунта. В одних случаях это будут массивы, воспринимающие нагрузку от сооружения; в других — небольшие образцы, извлеченные из массива для испытания; в третьих — расположенные вдоль вертикали точки опробования грунта зондированием. Соответственно следует различать *области* воздействия внешних факторов. Очевидно, в каждом случае влияние неоднородностей различных порядков будет неодинаковым и следует каждый раз сопоставлять области влияния и области воздействия для получения ответа на вопрос о характере влияния той или иной неоднородности на отклик грунта при данном

воздействии и данном соотношении размеров указанных областей.

Области воздействия М. В. Рац разбивает на четыре типа, которые характеризуются линейными размерами $L_д$ следующим образом.

1. *Области воздействия I порядка* — соответствующие воздействию сооружения. Для них характерен линейный размер $L_д$ порядка 10^3—10^6 *см*.

2. *Области воздействия II порядка*, характерные для воздействия штампов и других испытаний массивов грунта в естественном залегании, для испытания стендовых моделей и т. п. — $L_д$ от 10^1 до 10^3 *см*.

3. *Области воздействия III порядка*, которые имеются при определении физико - механических свойств образцов грунта; определяющий линейный размер $L_д$ от 10^{-2} до 10^1 *см*.

4. *Области влияния IV порядка* — когда грунт подвергают микроструктурным и физико-химическим методам исследований; $L_д$ от 10^{-6} до 10^{-2} *см*.

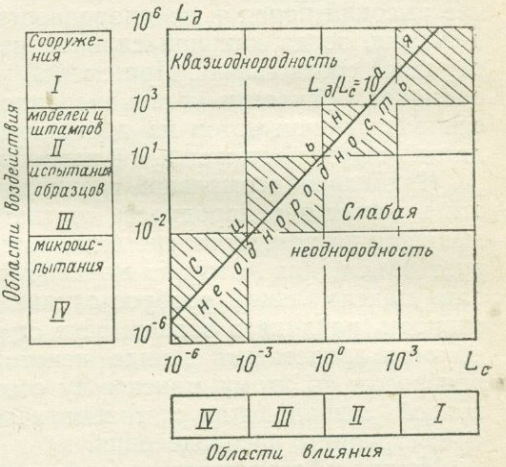


Рис. 1.4. Диаграмма Раца

Диаграмма Раца. Для рассмотрения соотношений между порядком областей воздействия и порядком областей влияния М. В. Рац предлагает строить диаграмму, которую мы далее будем называть его именем. В этой диаграмме на оси абсцисс нанесены интервалы линейных размеров элементов неоднородности L_c, а на оси ординат — интервалы линейных размеров областей воздействия $L_д$ (рис. 1.4). Рац принимает, что отношение $L_д/L_c$, равное 10, разделяет диаграмму на три участка:

1) неоднородности не сказываются на поведении данной области воздействия. Соответствующие грунтовые объекты Рац назвал *квазиоднородными*;

2) неоднородности вызывают колебания случайного характера в поведении грунта, появляющиеся в виде разброса соответствующих результатов испытаний и наблюдений. Этот эффект наблюдается при размере неоднородностей в среднем на порядок выше размера области воздействия (например, неоднородность II порядка в виде трещиноватости при испытании штампом). Соответствующий участок диаграммы Раца заштри-

хован, и мы будем называть его участком *сильной неоднородности*;

3) неоднородности проявляются в виде закономерного изменения свойств соседних областей влияния либо в виде резкого выброса характеристик (например, влияние трещины, проходящей через образцы, на их прочность). Подобные эффекты имеют место при неоднородностях с линейными размерами, на порядок большими, чем размеры области воздействия. Соответствующий участок диаграммы Раца мы назовем участком *слабой неоднородности.*

Легко видеть, что квазиоднородной среде соответствует более высокий порядок неоднородности, чем порядок области воздействия, тогда как при сильной неоднородности имеет место обратное соотношение. При слабой неоднородности оба порядка одинаковы. Участки квазиоднородности и слабой неоднородности разграничиваются на диаграмме Раца диагональю, проходящей через участок сильной неоднородности.

Правило максимальной неоднородности. На границах области влияния неоднородность соответствующего порядка не сказывается на поведении системы, но внутри этой области существует объем, для которого влияние неоднородности будет вызывать максимальный разброс отклика при $L_c \leqslant L_д$. Если интенсивность влияния в зависимости от размеров рассматриваемой области представить в виде некоторой кривой распределения разбросов, то этому максимуму соответствовала бы мода этой кривой, совпадающая с математическим ожиданием в случае симметричного распределения.

Можно сформулировать следующее правило: *любой неоднородности отвечает некоторая область максимального влияния (разброса), и когда область воздействия фактора совпадает с областью максимального влияния или близка к ней, то величина случайных отклонений в отклике системы также максимальна.*

Задачи, связанные с учетом неоднородности грунта. Если обнаружив неоднородность грунта по какому-либо признаку или свойству, мы хотим установить связь его изменчивости с более общими геологическими закономерностями, определившими формирование и преобразование данного залегания, следует прибегнуть к методам статистического анализа, изложенным в пособиях Д. А. Родионова [66] и Н. Н. Боровко [12].

Однако такого рода задачи обычно не ставятся при изысканиях, проводимых в чисто строительных целях. В этих случаях исследование неоднородности свойств грунтового массива должно привести к определению средних значений характеристик и их доверительных пределов. При этом могут быть широко использованы современные геофизические и механические методы опробования грунтов в естественном залегании, позволяющие достаточно эффективно оценивать неоднородность ме-

ханических свойств основания. Чтобы показать характер постановки вопроса об учете неоднородности грунтов при проектировании сооружений, приведем две характерные задачи. Первая задача — при данном известном эрратическом строении грунтовой толщи нужно определить неравномерность осадок двух соседних фундаментов. Здесь можно поступить различным образом: во-первых, исходя из одинаковых (например, средних) характеристик сжимаемости каждого слоя грунта, рассчитать разность осадок, определяемую различием в строении и свойствах основания под каждым фундаментом — различной сжимаемостью и различной мощностью слоев активной толщи; во-вторых, принять для основания под одним фундаментом максимальные характеристики сжимаемости, а под другим — минимальные из найденных испытаниями, считая, что случайно может быть самое неблагоприятное их распределение в натуре. Очевидно, можно и так сочетать мощности слоев и параметры сжимаемости, что получится минимальная разность осадок. По максимальной и минимальной разности осадок можно прогнозировать максимальный крен.

Вторая типичная задача — расчет устойчивости откоса по методу отсеков. Известно, что в верхней части поверхности скольжения действуют максимальные сдвигающие силы и минимальные нормальные давления, тогда как для нижней части этой поверхности соотношение обратное. Поэтому результаты расчетов будут совершенно различными, если мы примем средние значения характеристик трения и сцепления по всем слоям, которые сечет поверхность скольжения, или если мы примем их максимальными в верхней части откоса и минимальными в нижней (конечно, в соответствии с доверительными границами для каждого из слоев грунта вдоль поверхности скольжения). Наконец, иной результат мы получим, если предположим, что в верхней части характеристики прочности минимальны, а в нижней максимальны.

В приведенных выше примерах один из подходов будет вести к наиболее осторожным решениям, другой — к наименьшим запасам прочности, третий из них — к каким-то средним результатам. Однако ясно, что выбор какого-либо из них не может быть делом интуиции, а должен опираться на определенные обоснованные положения.

Кстати, второй из примеров заставляет задуматься над правомерностью применения для расчета устойчивости формул, в которых автоматически принимаются средние характеристики прочности грунта вдоль всей поверхности скольжения (например, известные формулы Терцаги для расчета устойчивости оснований). По-видимому, правильнее было бы раздельно определять сдвигающие и удерживающие силы на различных участках поверхности скольжения и учитывать случайную неоднородность сопротивления грунта сдвигу.

Глава 2

О ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

2.1. Основные представления

О теории эксперимента. Современный уровень развития механики грунтов и инженерной геологии требует от исследователей изучения все более тонких и сложных вопросов, связанных с постановкой дорогостоящих и длительных экспериментальных исследований. Естественно при этом стремление добиться необходимого эффекта при минимальных затратах времени и средств. Подобные задачи стоят и перед другими экспериментальными науками, и к их решению в настоящее время привлечено внимание большого круга специалистов по математической статистике. Издается множество статей и монографий, оформилась и быстро развивается новая наука «Теория эксперимента», разрабатывающая методы планирования оптимальных экспериментов. Однако пока еще бóльшая часть публикуемых по этой проблеме работ носит поисковый характер, использует сложный математический аппарат и зачастую недоступна для инженеров, не имеющих университетской математической подготовки.

К сожалению, пока нет пособий по планированию экспериментов, написанных для экспериментаторов, ведущих исследования в области строительной техники и технологии, пособий, которые были бы изложены ясно и доходчиво с учетом уровня математической подготовки подавляющего большинства инженеров.

Между тем практическое планирование экспериментов во многих технических науках часто почти не требует применения сложных и трудных математических методов, хотя и не обходится без громоздкой вычислительной работы, с которой легко справляются современные вычислительные машины.

О подготовке экспериментов. Нередко изучение какого-либо вопроса начинается с самых простых экспериментов, которые могут носить как качественный, так и количественный характер и проводятся для получения ответа на вопрос: влияет ли данный фактор на систему существенным образом? Но если ответ на этот вопрос получен, немедленно возникает следующий: как именно влияет?, и гораздо более сложный: почему имеет место данное влияние?

Каков бы ни был характер экспериментов, необходимо еще на стадии их подготовки уяснить себе на основании уже имеющихся данных об изучаемом явлении общий характер искомой зависимости: линейна она или нелинейна; как должны влиять на переменные величины основные физические и геометрические параметры системы; должна ли проходить кривая через начало координат; будет ли она иметь экстремумы; ее поведение при

бесконечном возрастании аргумента и т. п. Все эти соображения полезно изложить письменно, приведя предлагаемую зависимость в виде уравнения с буквенными значениями неизвестных пока постоянных коэффициентов.

На стадии подготовки эксперимента необходимо тщательно продумать технику измерений и, исходя из допустимой ошибки конечного результата, определить, пользуясь теорией ошибок, предельно допустимые ошибки и отклонения в величинах действующих факторов и в измерениях, выполняемых в ходе опыта. В этом отношении нередко проявляется поразительная беззаботность, и в результате точность измерений оказывается либо недостаточной, либо, наоборот, чрезмерно высокой, поглощая излишний труд и средства.

При обработке результатов испытаний обычно сталкиваются с тремя основными задачами, которые решаются методами математической статистики:

1) определение расчетных значений характеристик физико-механических свойств грунта по результатам испытаний некоторого количества образцов;

2) выяснение возможности или, наоборот, недопустимости отнесения испытанных образцов к одной и той же генеральной совокупности по комплексу их физико-механических характеристик;

3) нахождение аналитических зависимостей, описывающих экспериментальные результаты с достаточной точностью.

Методический и планово-статистический аспекты эксперимента. В подготовке и планировании эксперимента следует различать два аспекта, из которых один мы назовем *методическим*, а другой *планово-статистическим*.

Методический аспект охватывает: определение задачи исследования; выбор подопытного объекта и условий его подготовки к опытам; определение и обеспечение условий, в которых должен ставиться опыт; выбор возмущающих факторов и их уровней, а также параметров, которые подлежат измерению; обеспечение надлежащей точности измерений и исключение возможности грубых ошибок наблюдений.

К методическому аспекту относится также интерпретация полученной в опытах информации как в смысле соответствия существующим в науке положениям, так и в отношении дальнейшего развития этих положений.

К планово-статистическому аспекту экспериментального исследования относятся: разработка плана опытов, определение их оптимального количества, выбор наилучшего метода обработки результатов с целью извлечения из них максимального объема информации.

Следует подчеркнуть, что никакие статистические методы не помогут исправить результаты нетщательно проведенных опытов или грубые ошибки измерений и не может существовать

способ получения из опытных данных информации, которая в них не содержится. С другой стороны, плохо продуманный и небрежно составленный план опытов или неподходящие статистические методы обработки не позволят даже при самом тщательном проведении наблюдений и измерений получить все те сведения, которые мог бы дать тот же эксперимент при правильном статистическом анализе.

Таким образом, в основе любого экспериментального исследования должны лежать: надлежащий план опыта, тщательная подготовка условий его проведения, квалифицированное выполнение опыта и подходящие методы статистической обработки результатов.

Рандомизация. Слово random (читается «рэндом») по-английски означает «случайный». В математической статистике под рандомизацией понимают создание таких условий эксперимента, при которых влияние различных систематически действующих помех, плохо поддающихся контролю, становится случайным и его можно учесть чисто статистическими методами [51].

При классической постановке экспериментов предполагается, что все факторы (кроме одного изучаемого) стабилизированы, и что источники всех помех могут быть устранены при проведении опыта. В действительности этого никогда не удается полностью достичь и только рандомизация позволяет оценить побочные влияния, определив дисперсию [1; стр. 213], являющуюся мерой рассеяния случайной величины. Поэтому одним из требований к современному планированию экспериментов является обеспечение их максимальной рандомизации в пространстве и во времени.

Основным условием рандомизации является случайный отбор и случайное сочетание друг с другом всех тех условий эксперимента, которые могут приводить к систематическим ошибкам.

Технически рандомизация осуществляется с помощью таблицы случайных чисел, либо по лотерейному методу — вытаскиванием наудачу бумажек с написанными уровнями факторов и параметров, или каким-либо другим способом жеребьевки. Так, например, если какое-либо испытание грунта будут параллельно вести четыре лаборанта на приборах четырех типов, то перед каждой серией испытаний приборы между лаборантами можно распределять по жребию, чтобы по возможности исключить влияние такого фактора, как неодинаковая квалификация лаборантов.

Этапы эксперимента. Можно выделить следующие основные этапы проектирования эксперимента.

I. Подготовка эксперимента:

А. Постановка задачи;

Б. Выбор отклика (зависимой переменной);

В. Выбор варьируемых факторов;
Г. Выбор уровней для этих факторов:
а) количественные или качественные;
б) фиксированные или случайные;
Д. Подбор сочетаний уровней факторов в эксперименте.

II. Планирование эксперимента:

А. Определение необходимого числа наблюдений;
Б. Порядок проведения эксперимента;
В. Используемый метод рандомизации;
Г. Разработка математической модели, представляющей отклик как функцию изучаемых факторов с учетом наложенных ограничений.

III. Анализ результатов:

А. Предварительная обработка данных;
Б. Вычисление статистик проведенных опытов;
В. Интерпретация результатов:
а) сбор и анализ литературных данных;
б) обсуждение физических закономерностей и выдвижение гипотез;
в) статистическая проверка гипотез;
г) вывод аналитических закономерностей;
д) заключение об эффективности осуществленного планирования эксперимента;
е) разработка предложений по постановке дальнейших исследований.

Пробы и образцы. Опытные точки. Объем грунта, отобранный для испытаний в некоторой точке массива, называют *пробой*. Пробу с ненарушенной структурой, отобранную из шурфа или котлована, называют *монолитом*, а отобранную из скважины (с помощью грунтоноса) называют *керном*.

Единичный объект, подвергаемый лабораторному испытанию, обычно называют *образцом*, группу образцов одного и того же грунта, испытываемую для получения характеристик одних и тех же видов и для вычисления их средних значений, называют *блоком*. Блок, как правило, стараются получить из одного и того же монолита.

Точку массива, в которой грунт подвергается какому-либо испытанию в условиях естественного залегания, называют *опытной точкой*, а группу опытных точек, в которых ведутся испытания для строительно-технической характеристики некоторого большого объема грунта, называют *опытным участком*. Обычно монолиты, образцы и опытные точки при нумерации обозначают арабскими цифрами, блоки — прописными латинскими буквами, опытные участки и локали — римскими цифрами (например, когда описывают испытания образца № 5 из блока *F*, то его обозначают *F5*, опытную точку *3* на участке *IV* обозначают

IV-3 и т. п.). Перед номером монолита обязательно ставится номер выработки (шурфа или скважины), из которой он отобран.

Так как пока отсутствует специальное обозначение грунтов, одинаковых и однородных по своим механическим свойствам, ради краткости изложения будем называть их *эквимеханическими* или пользоваться еще более кратким термином *экваль* (от латинского эквалис — равный, одинаковый). Так, если несколько образцов грунта, отобранных в разных точках, покажут при испытаниях практически одинаковый комплекс механических характеристик, их объединяют и относят к одному и тому же эквалю.

2.2. Результаты испытаний

Табличное представление зависимости. Результаты измерений при экспериментах представляют в таблице в виде записей соответствующих значений независимой и зависимой переменных, а также значений тех факторов, которые должны оставаться постоянными во время опыта при данных условиях его проведения, но могут изменяться под влиянием случайных причин. Так, например, диаметр металлической обоймы, в которой находится грунт при испытании на компрессию, мы считаем постоянным. Однако он несколько изменяется при изменении температуры, следовательно, для возможности более полного анализа результатов этого испытания необходимо записать температуру воздуха в лаборатории, если не при каждом измерении, то хотя бы утром и вечером. Очевидно, при небольших колебаниях температуры в помещении, где проводится опыт, можно считать диаметр обоймы постоянным.

Если в окончательном виде данные опыта представляются величинами, отличными от измеряемых, то ни в коем случае нельзя производить соответствующие преобразования в уме и заносить в таблицу их результаты. Эти вычисления следует всегда включать в таблицу.

Так, например, при компрессии мы непосредственно измеряем общую нагрузку, которую в виде гирь укладываем на подвеску рычага. Следовательно, в таблице должна быть записана нагрузка на рычаг в килограммах. Но так как для расчета компрессионной зависимости нужно знать удельные давления на образец, то в соседнем столбце следует их записать как результат деления общего усилия, действующего на поршень прибора, на площадь образца. Иногда поступают так: задаются ступенями давлений, рассчитывают, какие нагрузки на рычаг должны им соответствовать, прикладывают эти нагрузки, а в таблицу сразу заносят удельные давления. Это неправильно. Следует записывать в одном столбце фактическую нагрузку на рычаг, а в соседнем вычисленные давления, чтобы всегда можно было проверить, не была ли допущена при загружении какая-либо ошибка или грубый просмотр.

Опытные данные следует записывать в хорошо сброшюрованные журналы большого формата типа бухгалтерских книг (так называемые *первичные журналы*), но не в тетради или блокноты обычного формата, где невозможно произвести развернутую запись всех данных и промежуточных вычислений, поэтому приходится переписывать все измерения в «чистовой» журнал. Опыт показывает, что чаще всего ошибки возникают именно при таком переписывании, а если «черновой» журнал уничтожают, то исправить такие ошибки потом невозможно.

В окончательных отчетах об испытаниях полные записи из первичных журналов не приводят, ограничиваясь только таблицей значений независимой и зависимой переменных и указанием в тексте отчета характеристик основных постоянных факторов опыта (например, тип прибора, размеры образца и т. п.), позволяющих оценить условия его проведения и соответствие этих условий теоретически требуемым или натурным.

Такие таблицы в отличие от первичных называют *отчетными* или *результативными* и используют их для дальнейшей математической обработки результатов испытания, например интерполяции с целью получения промежуточных данных, табличного интегрирования и дифференцирования полученных зависимостей и т. д.

Заметим попутно, что относительная ошибка интеграла, вычисленного по экспериментальным данным, всегда меньше, чем максимальные относительные погрешности отдельных измерений, тогда как производная, наоборот, вычисляется с большей ошибкой, чем ошибка в значениях самой функции, представленных таблицей. Поэтому не рекомендуется определять производные непосредственно по табличным данным.

О построении графиков. Многолетняя практика проведения экспериментальных исследований выработала ряд полезных правил и рекомендаций, в частности по методике построения графиков. Графики следует строить в прямоугольной системе координат на клетчатой бумаге (миллиметровке), помечая опытные точки прямыми (+) или косыми (×) крестиками, а если этих знаков не хватает, чтобы пометить по-разному на одном и том же графике точки, характеризующие различные условия опытов, то ставят еще крестики, обведенные кружками, квадратиками и т. п. Не следует обозначать точки кружками, залитыми чернилами (так называемые «жирные» точки), так как это затрудняет работу с графиками и существенно понижает точность определения координат точек при чтении графика.

Очень важное значение имеет масштаб графиков. При слишком крупном масштабе заметны различные второстепенные случайные отклонения, которые маскируют общий ход процесса, тогда как, наоборот, слишком мелкий масштаб не позволяет заметить даже существенные отклонения от общего хода процесса. Это отчетливо проявляется, например, на графиках осадок со-

оружений. К. Терцаги приводит случай [113], когда высокая гравитационная подпорная стенка, опиравшаяся на плотный гравелистый песок, подстилаемый слоем глины, вскоре после возведения начала наклоняться вперед. В связи с этим стали измерять через короткие промежутки времени перемещения ее верха. Для графика перемещений был избран крупный масштаб времени: 1 день —2,5 *см*. Из-за неизбежных ошибок наблюдений этот график получился изломанным и невозможно было установить общую тенденцию процесса. Когда верх стены сдвинулся на 20 *см*, возникло опасение, что она скоро опрокинется. Но когда данные нанесли при более мелком масштабе времени, то стало ясно, что смещение замедляется и прекратится прежде чем достигнет 30 *см*. На графике, построенном в большом масштабе, затухание процесса маскировалось прыгающими то вверх, то вниз точками.

На рис. 2.1, *а* и *б* приведены два графика, построенные по одним и тем же данным, но в разных масштабах [7]. На рис. 2.1, *а* зависимость почти линейная, а на рис. 2.1, *б* отчетливо видно, что зависимость y от x имеет четко выраженный максимум. Посмотрим, какое влияние на характер графика оказывают возможные ошибки в измерении значений y и x. Допустим, что предельная абсолютная ошибка при измерении x равна $\Delta x = \pm 0{,}05$, а при измерении y она равна $\Delta y = \pm 0{,}2$. Следовательно, истинное значение измеряемой величины должно находиться в пределах прямоугольника с основанием $2\Delta x = 0{,}1$ и высотой $2\Delta y = 0{,}4$, как показано на рис. 2.1, *в*. Легко видеть, что прямой на рис. 2.1, *в* соответствует прямая на рис. 2.1, *г*, также проходящая через возможные значения y. Поэтому рекомендуется так изменить масштаб шкал на осях, чтобы вероятная точка лежала в пределах квадрата, т. е. чтобы $2\Delta x$ *мм* $= 2\Delta y$ *мм*. Примем, например, что сторона этого квадрата должна равняться 2 *мм*. Тогда изменению x на 0,1 соответствуют на графике 2 *мм* и, следовательно, изменению на единицу будут соответствовать на графике 20 *мм*. Так как $2\Delta y = 2 \cdot 0{,}2 = 0{,}4$, а это соответствует на графике 2 *мм*, найдем, что изменению y на единицу должны соответствовать на графике 5 *мм*. На рис. 2.2, *а* построен график в этом масштабе, из которого следует, что при данной точности измерений величин y и x зависимость между ними может с достаточным приближением считаться линейной.

Однако, если при той же точности определения x величина y измерялась с большей точностью и ошибка Δy была в 10 раз меньше, чем в предыдущем примере, т. е. $\Delta y = \pm 0{,}02$, то расчет масштаба дал бы $2\Delta y = 2 \cdot 0{,}02 = 0{,}04$, и, принимая, что этой величине соответствуют 2 *мм*, мы бы нашли, что при этой точности зависимость имеет четкий максимум.

Таким образом, уточнение характера зависимости должно определяться повышением точности измерений, а не чисто графическими приемами, применяемыми после опыта, когда ниче-

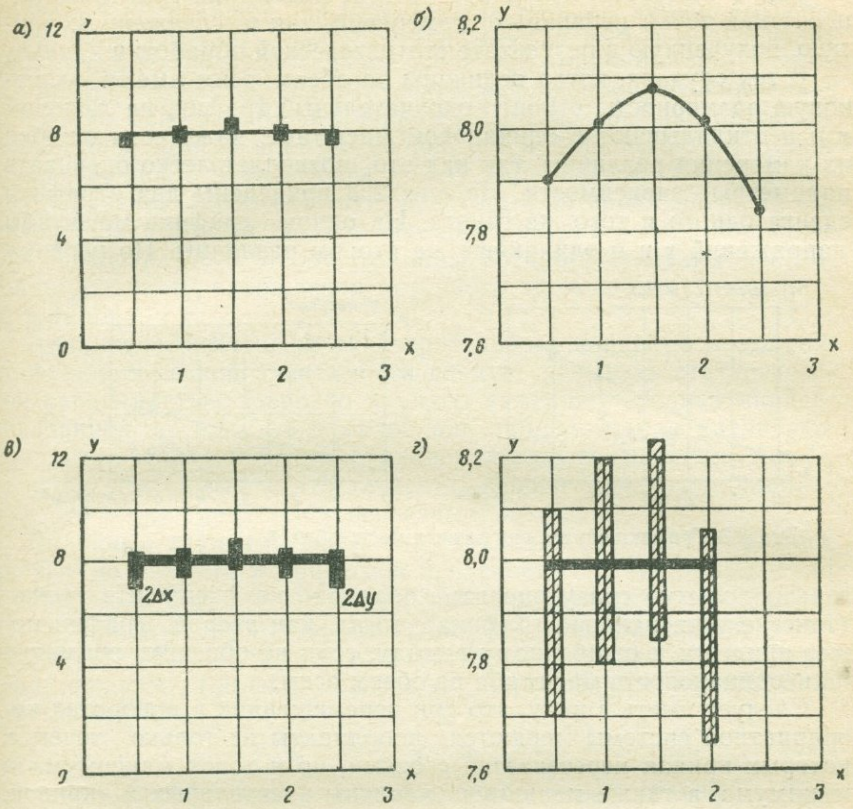


Рис. 2.1. Влияние масштаба на характер графика

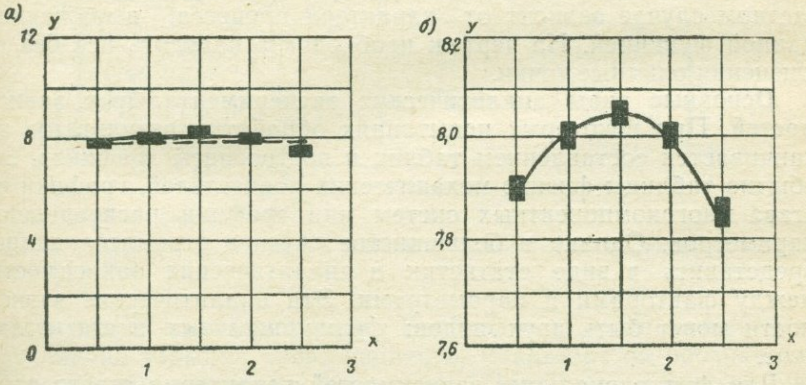


Рис. 2.2. Выбор масштаба с учетом точности измерения

го уже, в сущности, исправить нельзя. Обычно на графиках наносят как точки первичных измерений, так и сглаженную кривую, полученную в результате статистической обработки данных.

В тех случаях, когда величины по обеим осям имеют одинаковую размерность, строят окончательный график, на котором x и y откладывают в одинаковом масштабе, даже если ошибки их измерения различны, так как это позволяет легко оценивать параметры зависимости. На рис. 2.3 приведены два графика сдвига одного и того же грунта. На одном графике масштабы напряжений τ и σ одинаковы, на втором различны. По первому

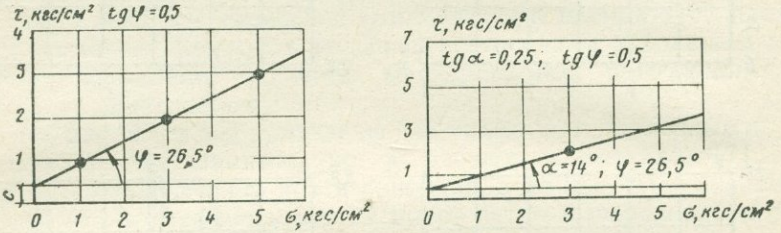


Рис. 2.3. Графики сдвига при разных масштабах τ

графику можно сразу оценить порядок коэффициента трения (тангенс угла наклона графика), тогда как второй график может привести к ошибочному выводу, если не обратить внимание на неодинаковость масштаба по обеим осям.

Следует иметь в виду, что при перемещениях и поворотах координатной системы меняются координаты не только точек, в которых кривая пересекается с осями, но и точек максимума и минимума, а также меняются наклоны касательных к кривой. Свойства кривых, не зависящие от выбора системы координат (например, кривизны), называют *инвариантными.*

Из сказанного следует, что при построении графика выбор масштаба и частоты точек, по которым он строится, в каждом частном случае зависит от характера процесса, выраженного данной функцией. На чертеж необходимо наносить все без исключения опытные точки.

Основные виды аналитических экспериментальных зависимостей. При некоторых испытаниях обработка результатов заканчивается составлением таблиц и построением графиков. Это обычно таблицы физико-механических показателей, графики состава многокомпонентных систем или графики распределения параметров. Однако в большинстве случаев стремятся данные представить в виде статистик и аналитических зависимостей между факторами и параметрами. Эти аналитические зависимости могут быть двух видов: *функциональные* и *статистические.*

Для функциональных зависимостей характерна строго однозначная связь между уровнями возмущающего воздействия на

систему и интенсивностью соответствующих откликов. На рис. 1.3, *а* приведен пример графика зависимости между двумя величинами t и U. Он представляет собой некоторую линию, уравнение которой является аналитическим выражением функциональной связи между этими величинами. Пример графика статистической зависимости показан на рис. 1.3, *в*. Для него характерна неоднозначность зависимости между переменными t и U. Каждому значению t_i соответствует некоторый интервал значений U_i, находящихся внутри так называемого *доверительного коридора* или *доверительного шнура,* границы которого отвечают некоторой вероятности нахождения истинного значения внутри данного коридора.

Аналитическое описание доверительного коридора в отличие от функциональной зависимости следует называть статистической зависимостью. Нередко коридор заменяют средней линией, показанной на рис. 1.3, *в* сплошной линией, и рассматривают уравнение этой линии как функциональную связь между t и U, заменяя тем самым статистическую зависимость функциональной, что может привести к серьезным ошибкам.

Линейные зависимости. В окружающем нас мире огромное множество явлений и процессов протекает так, что приращения Δ зависимых переменных y (x), либо приращения скоростей их изменения, т. е. первых производных $\Delta y'$, или приращения ускорений этих изменений, т. е. вторых производных $\Delta y''$, прямо пропорциональны (линейно связаны) приращениям независимой переменной Δx:

$$\Delta y = b\Delta x;\ y = a_0 + bx, \qquad (2.1)$$

где b — коэффициент пропорциональности, равный $\operatorname{tg}\alpha$ (рис. 2.4, *а*).

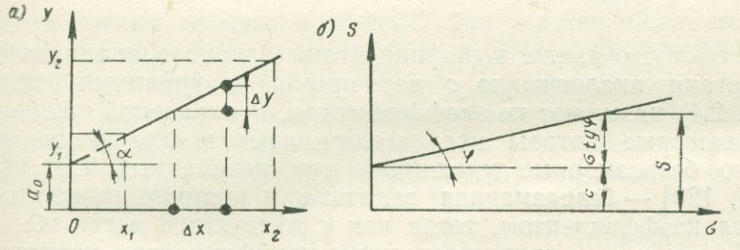


Рис. 2.4. Линейная зависимость

а — прямая с начальной ординатой a_0 и угловым коэффициентом b; *б* — линейный график сдвига $S = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$

О термине «коэффициент». Необходимо остановиться на употреблении термина «коэффициент». В алгебре он обозначает множитель при некотором выражении. Например, в выражении $a(b+d)$ можно трактовать a как коэффициент при $b+d$, но мож-

но называть $b+d$ коэффициентом при a. В уравнениях состояния коэффициентами принято называть характеристики, стоящие множителями при параметрах состояния. В законе Кулона [I; 5, 120] $\operatorname{tg}\varphi$ является коэффициентом при σ, причем, если представить зависимость графически, этот коэффициент, характеризующий внутреннее трение в грунте, с точки зрения аналитической геометрии представляет собой угловой коэффициент прямой (рис. 2.4, *б*). Иногда характеристику c (сцепление) [I; 5, 120] рассматривают с алгебраической точки зрения как множитель, стоящий при переменной σ в нулевой степени:

$$S = \sigma \operatorname{tg}\varphi + c\sigma^0,$$

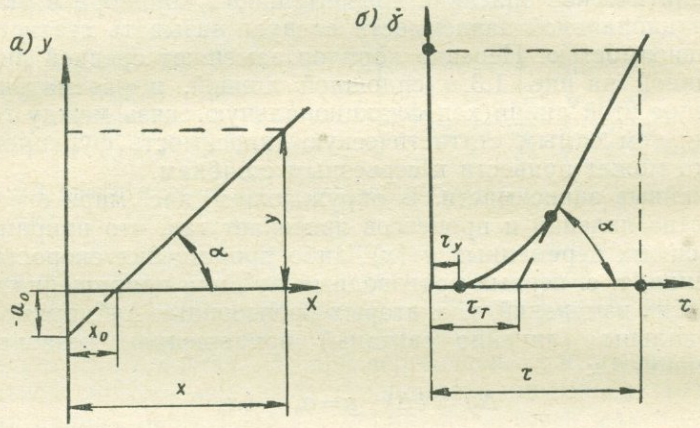


Рис. 2.5. Пороговое значение аргумента

а — график с отрицательной начальной ординатой; *б* — график скорости вязкопластического деформирования

и считают его также коэффициентом. Однако в аналитической геометрии аналогичную c величину a_0 в уравнении прямой (рис. 2.4) называют не коэффициентом, а *начальной ординатой.*

Некоторые авторы предлагают называть коэффициентами только безразмерные множители при переменных. Так, $\operatorname{tg}\varphi$ в [I; 5, 120] — безразмерная величина и поэтому может называться коэффициентом, тогда как c измеряется в тех же единицах, что и σ, и получается, что c коэффициентом называться не может. Мы рекомендуем придерживаться наиболее распространенной в технических науках терминологии, согласно которой все постоянные величины (характеристики грунта или внешних условий), входящие в формулу, называют характеристиками, а коэффициентами только некоторые из них, а именно те, которые стоят множителями (как размерными, так и безразмерными) при зависимых и независимых переменных в степени выше нулевой.

Таким образом, следует называть c и $\operatorname{tg}\varphi$ характеристиками графика сдвига по Кулону или просто характеристиками Кулона, причем $\operatorname{tg}\varphi$ является коэффициентом трения, c — характеристикой (но не коэффициентом) сцепления.

О пороговых значениях аргумента. Если линейная зависимость такова, что график прямой должен был бы иметь отрицательную начальную ординату (рис. 2.5, *а*), что, однако, невозможно по физическим условиям задачи, то уравнение прямой

$$y = a_1 x - a_0 \tag{2.2}$$

представляют в виде:

$$y = a_1 (x - x_0) \tag{2.2а}$$

и называют x_0 **порогом** или **пороговым значением** аргумента.

Иногда x_0 называют «начальным значением аргумента», однако этот термин неудобен, так как в математике под начальным значением понимают то, которое имеется в момент времени, непосредственно предшествующий началу рассматриваемого процесса (этот момент обозначают как $t = -0$). Очевидно, что в этот момент значение x может, вообще говоря, и не равняться x_0, а быть каким-либо другим, например $x < x_0$.

Приведенный в виде примера график (рис. 2.5, *б*) зависимости между вязкопластическим деформированием $\dot{\gamma}$ и напряжениями τ для бингамова тела имеет вид [I; стр. 174]:

$$\dot{\gamma} = \psi(\tau - \tau_т), \tag{2.3}$$

где $\psi = \operatorname{tg}\alpha$ — коэффициент текучести — величина, обратная коэффициенту динамической вязкости η, а $\tau_т$ — предел (или порог) текучести.

Как показывает более подробный анализ, зависимости вида (2.2 *а*) часто появляются в результате упрощенного подхода к рассмотрению процессов на пороговом участке абсциссы. Например, при значениях τ, меньших $\tau_т$ в (2.3), у многих материалов нередко наблюдается постоянное, хотя и очень медленное, изменение значения $\dot{\gamma}$ и действительный график имеет вид, показанный кривой на рис. 2.5, *б*, причем $\dot{\gamma} = 0$ только при значениях $\tau < \tau_у$ (где $\tau_у$ — предел упругости), следовательно, график состоит из трех участков:

1) $\dot{\gamma} = 0$ при $0 < \tau \leqslant \tau_у$;

2) $\dot{\gamma} = f_1(\tau)$ при $\tau_у < \tau \leqslant \tau_т$;

3) $\dot{\gamma} = f_2(\tau)$ при $\tau > \tau_т$,

где $f_1(\tau)$ — некоторая нелинейная функция, а $f_2(\tau)$ — линейная. Таким образом, $\tau_т$ представляет собой условно выбранную величину. Следовательно, представление зависимости $\dot{\gamma} = f(\tau)$ урав-

нением (2.3) не соответствует физической картине процесса. Это уравнение, в сущности, оставляет нас в неизвестности относительно того, что происходит с $\dot{\gamma}$ на участке от $\tau = 0$ до $\tau = \tau_т$. Однако уравнением (2.3) можно пользоваться на участке $\tau > \tau_т$, что обычно и делают.

Нелинейные зависимости. Во всех случаях, когда изменения функции не прямо пропорциональны изменениям аргумента, зависимость между ними называют нелинейной.

Нелинейные зависимости, которые выражаются элементарными функциями: степенной (x^n), показательной (a^x), логарифмической ($\log x$) и гармоническими (тригонометрическими) функциями $\sin x$, $\cos x$, обычно называют **простейшими**. Эти зависимости чаще всего встречаются при обработке однофакторных экспериментов, однако в ряде случаев приходится иметь дело с более сложными зависимостями, составленными из этих простейших с помощью ряда операций (например, взятия функции от функции).

Часто зависимость, которая является линейной в некоторой области значений входных факторов, переходит в нелинейную за пределами этой области. Во всех таких случаях, когда линейная функциональная зависимость, характеризующая свойства грунта на некотором участке, «искривляется», т. е. становится нелинейной, мы можем предполагать, что свойства материала непрерывно меняются в ходе процесса на этом участке (физическая нелинейность). Однако причиной нелинейности может быть и то обстоятельство, что на процесс оказывают влияние какие-то иные, неучтенные нами факторы.

Когда в эксперименте неожиданно возникают нелинейности и отклонения, не следует сразу же упрекать лаборанта. В подобных случаях исследователь должен сам провести опыт, тщательно следя за всеми особенностями его хода.

Приведем в качестве примера рассмотренную в [1; 4, 8] скорость течения вязкой жидкости в цилиндрической трубке длиной l. Эта скорость прямо пропорциональна при прочих равных условиях градиенту давления p/l. Однако, если с увеличением скорости течения постепенно изменяется структура вещества, а следовательно, и его вязкость, то график зависимости уже не будет линейным или во всяком случае перестанет быть линейным, начиная с некоторой скорости. Но линейность может исчезнуть не только из-за изменения вязкости, но и вследствие нарушения ламинарного режима, когда возникнут завихрения и течение перейдет в турбулентное. Таким образом, не следует во всех случаях, когда график течения имеет неплавный, незакономерный характер, спешить объяснить это только соответственными изменениями структуры.

Физический анализ результатов эксперимента требует от исследователя не только серьезных знаний, но нередко и большого искусства.

О степенных зависимостях. Многие природные явления описываются степенными функциями вида:

$$f(x) = x^n, \tag{2.4}$$

графики которых называют параболами n-ного порядка. Если термин «парабола» употребляется без указания порядка, то он

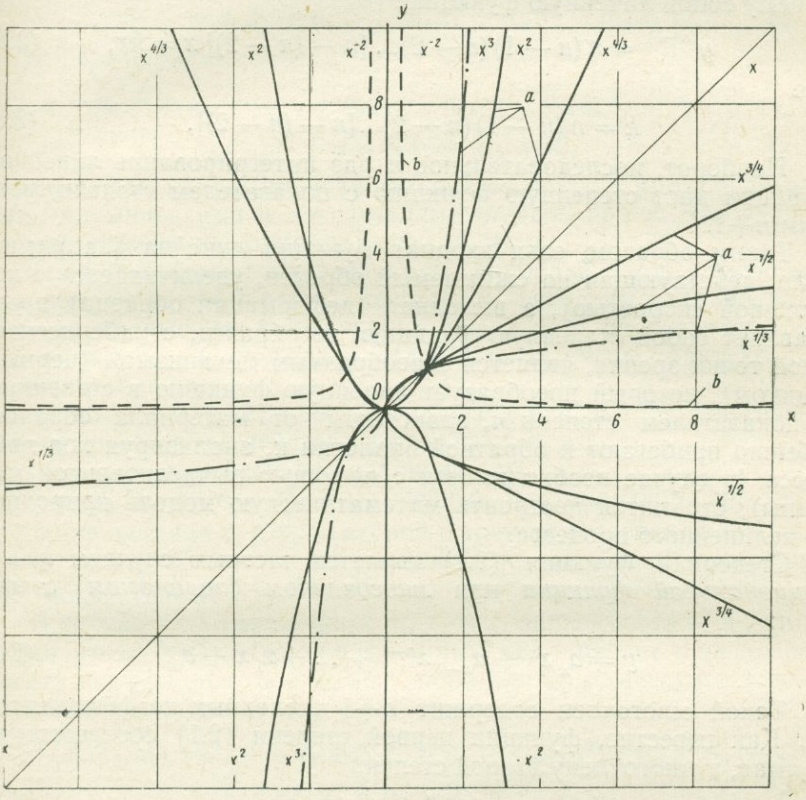


Рис. 2.6. Степенные кривые
a — параболы; *b* — гиперболы

обычно означает квадратичную функцию с $n=2$. Очевидно, чем выше степень x в (2.4), тем быстрее будет расти функция с увеличением x. Функция, обратная степенной, представляет собой корень n-ной степени из x:

$$f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{n}}.$$

Как видно из рис. 2.6, все параболы *четных* степеней симметричны относительно положительной полуоси $0y$.

Все *нечетные* степени x приводят к кривым, кососимметричным относительно оси y. Кривые, описываемые дробными степенями, представляют собой параболы, симметричные или кососимметричные относительно оси $0x$.

Если взять последовательно производные по x от выражения $y=x^n$, то в конце концов мы придем к выражению, представляющему собой линейную функцию:

$$y^{(n-1)} = n(n-1)(n-2)\ldots[n-(n-2)]\,x = kx, \qquad (2.5)$$

где

$$k = n(n-1)(n-2)\ldots[n-(n-2)]. \qquad (2.6)$$

Наоборот, последовательное n раз интегрирование линейной функции даст степенную функцию с показателем степени, равным $n+1$.

Таким образом, если входная функция линейна (например, сила, действующая на сжимаемый образец, увеличивается с постоянной скоростью), а выходная (деформация образца) представляет собой степенную функцию, то образец, с кибернетической точки зрения, является своеобразным механизмом (черным ящиком), который преобразует линейную функцию в степенную с показателем степени n, зависящим от материала образца. Обычно прибегают к обратной аналогии и, анализируя ход процесса (в случае необходимости с помощью вычислительной машины), стремятся построить математическую модель природного нелинейного процесса.

Степенная функция (2.4) является частным случаем *целой рациональной функции* или *многочленом (полиномом)* степени n:

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0. \qquad (2.7)$$

Такой многочлен содержит $n+1$ численных коэффициентов a_i. Как известно, функции первой степени (2.1) соответствует прямая, а многочлену второй степени

$$y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \qquad (2.8)$$

отвечает квадратная парабола. Многочлены, состоящие из членов только второй степени (например, $Ax^2+Bxy+Cy^2$), называют *квадратичными формами*.

Сложные кривые, которые часто получают в результате опытов, описывают полиномами более высокого порядка, например, третьего:

$$y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \qquad (2.9)$$

и четвертого

$$y = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0. \qquad (2.10)$$

Полиномами высокого порядка пользуются весьма редко.

Во многих случаях функция y зависит более чем от одной независимой переменной. Зависимость первого порядка от двух переменных x_1 и x_2 будет иметь вид:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2. \tag{2.11}$$

Целая рациональная функция второго порядка от двух переменных имеет вид:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{12} x_1 x_2, \tag{2.12}$$

а третьего порядка

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{111} x_1^3 + \\ + a_{222} x_2^3 + a_{112} x_1^2 x_2 + a_{122} x_1 x_2^2. \tag{2.13}$$

Индексы при коэффициентах становятся ясными при сопоставлении их с индексами и показателями степени при x. Эти уравнения описывают поверхности в осях x_1, x_2, y.

Если подобными многочленами, подобрав соответствующим образом их коэффициенты, описывать экспериментально полученные данные, то такие члены выражения представляют собой *эмпирические формулы.* Отдельные их члены трактуют следующим образом:

a_0 — постоянная составляющая, образующая как бы фон, на котором проявляется действие переменных x_1 и x_2;

$a_1 x_1$, $a_2 x_2$ — линейные составляющие y;

$a_{11} x_1^2$, $a_{22} x_2^2$, $a_{111} x_1^3$, $a_{222} x_2^3$ — нелинейные составляющие y, отражающие влияние x_1 и x_2 во второй и третьей степенях.

$a_{12} x_1 x_2$, $a_{112} x_1^2 x_2$ и т. п. — нелинейные члены, учитывающие взаимодействие x_1 и x_2.

В случае трех переменных x_1, x_2 и x_3 зависимость второго порядка имеет уже довольно сложный вид, требует определения десяти коэффициентов и мало удобна для практического использования:

$$y = f(x_1, x_2, x_3) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_{11} x^2 + a_{22} x^2 + a_{33} x_3^2 + \\ + a_{12} x_1 x_2 + a_{23} x_2 x_3 + a_{31} x_3 x_1. \tag{2.14}$$

Еще более громоздкой будет зависимость y второго порядка от четырех независимых переменных. Зависимости вида

$$y = a_{12} x_1 x_2 + a_{13} x_1 x_3 + a_{23} x_2 x_3, \tag{2.15}$$

в каждый член которых входит произведение двух переменных в первой степени каждое, называют *билинейными,* а зависимости вида

$$y = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^3 \tag{2.16}$$

называют *каноническим видом квадратичной формы.* Любую квадратичную форму можно привести к каноническому виду соответствующим преобразованием координат.

Степенная зависимость в реологии. Нередко степенную эмпирическую зависимость [I; 62] получают наблюдая связь между некоторой величиной v, характеризующей кинематические характеристики деформации или течения (например, скорость), и динамической величиной p (сила, напряжение, градиент давления и т. п.). Такая зависимость имеет вид:

$$v = Kp^m, \tag{2.17}$$

где K и m — характеристики (m больше единицы).

Так, в случае сдвига некоторых вязких жидкостей между двумя параллельными пластинами [I; стр. 160]

$$\dot{\gamma} = K\tau^n, \tag{2.18}$$

где $\dot{\gamma}$ — градиент скорости сдвига, согласно [I; 4, 140] равный:

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dz};$$

τ — касательное напряжение;
K и n — характеристики зависимости.

Случай, когда $n=1$ (вязкая жидкость Ньютона), был подробно рассмотрен в [I; 4, 8].

Отношение $\tau/\dot{\gamma}$ [I; стр. 161] представляет собой вязкость, и с учетом (2.18) находим:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{1}{K}\tau^{1-n} \tag{2.19}$$

Таким образом, величина $1/K$ не является вязкостью и из (2.18) следует, что видов степенного закона вязкости может быть столько, сколько может быть значений характеристики n. Поэтому в [I; 62] была высказана мысль, что (2.19) является не законом, а эмпирической формулой. Против этой зависимости может быть выдвинуто то возражение, что при $n>1$ величина η стремится к бесконечности, когда τ близко к нулю, т. е. при очень малых напряжениях, независимо от продолжительности их действия, любая вязкая жидкость теряет полностью свою подвижность. Наоборот, при очень больших напряжениях η стремится к нулю, т. е. у любой жидкости при этом как бы полностью исчезает свойство вязкости. Оба эти вывода противоречат действительности, и это обстоятельство также свидетельствует о непригодности степенной зависимости для описания реологических свойств нелинейных жидкостей.

Степенная зависимость, характеризующая соотношение между напряжениями и деформациями для твердых тел, была обнаружена у ряда материалов, в частности у скальных и нескальных грунтов. Для этих материалов иногда пользуются формулой Баха

$$\varepsilon E = \sigma^n, \tag{2.20}$$

где ε — деформация;
σ — напряжение;
E и n — деформативные характеристики материала; при этом $n>1$.

Эта формула означает, что по мере роста напряжений деформации увеличиваются все быстрее, как это видно из графика на

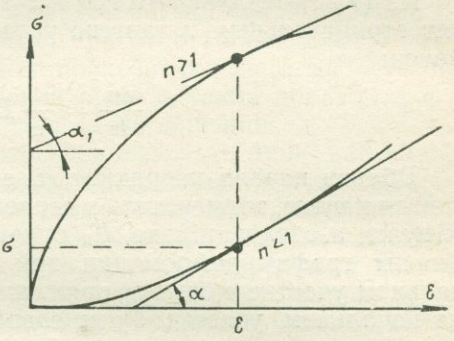


Рис. 2.7. К анализу формулы (2.20)

Рис. 2.8. Аппроксимация нелинейных зависимостей

а — интерполяция кривой; *б* — линеаризация; *в* — к выводу зависимости (2.26); *г* — интерполяция несколькими хордами

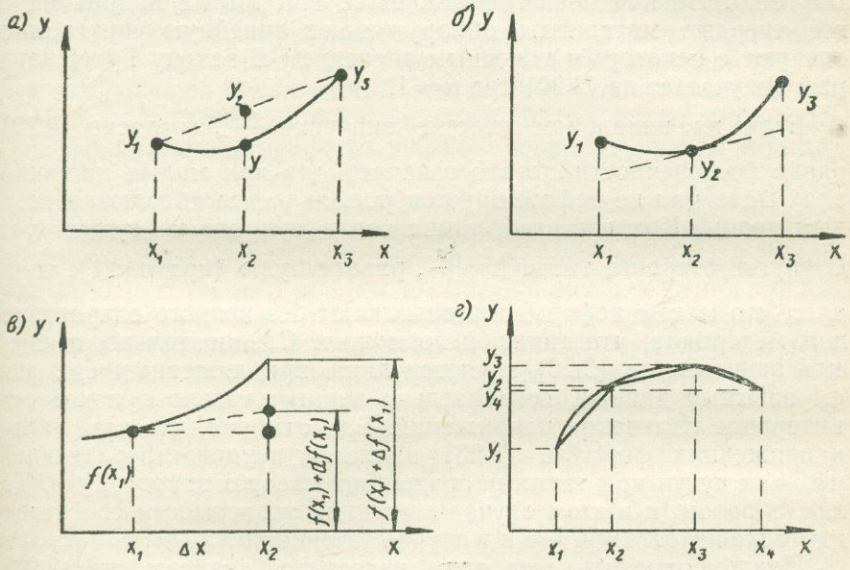


рис. 2.7. Возьмем производную из обеих частей (2.20) по ε и запишем результат в виде:

$$E = n\sigma^{n-1}\frac{d\sigma}{d\varepsilon}. \qquad (2.21)$$

Обозначим тангенс угла наклона касательной к графику в точке (σ, ε) через $E_к$ и назовем его *касательным модулем* дефор-

мации. Этот модуль является величиной переменной, изменяющейся с увеличением ε. Подставляя в (2.21) значение σ из (2.20), равное $\sigma = (\varepsilon E)^{\frac{1}{n}}$, найдем:

$$E_к = \operatorname{tg}\alpha = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{1}{n} E^{\frac{1}{n}} \varepsilon^{\frac{1-n}{n}}. \qquad (2.22)$$

Из (2.22) следует, что при $n>1$ показатель степени при ε будет отрицательным и тангенс угла наклона кривой к оси будет равен:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{1}{n} E^{\frac{1}{n}} \frac{1}{\varepsilon^{\frac{n-1}{n}}}. \qquad (2.23)$$

Вблизи начала координат, т. е. при очень малых ε, стремящихся к нулю, знаменатель в первой части будет тоже стремиться к нулю, а следовательно, $E_к$ будет стремиться к бесконечности. Значит график деформации при $n>1$ будет совпадать на начальном участке с осью напряжений. Наоборот, при $n<1$ график на начальном участке будет совпадать с осью ε, т. е. материал при очень малых значениях σ будет деформироваться без сопротивления. Но как показывают опыты, при малых напряжениях все твердые материалы обнаруживают линейную упругость и следуют с некоторым конечным значением E закону Гука, который получается из (2.20) при $n=1$.

Если на начальном участке значение $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$, согласно (2.23), равно бесконечности, то это означает, что при малых напряжениях материал не деформируется, т. е. является абсолютно твердым телом. Как известно, таких тел в природе не существует. С другой стороны, значение $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$, равное нулю (при $n<1$), означает, что малые деформации возникают без всякого сопротивления материала, что также невозможно. Следовательно, степенная зависимость (2.20) является лишь приближенным описанием опытных данных, относительно верным только в некотором интервале изменения напряжений. Бах отмечал, что при малых напряжениях формула (2.23) является неудовлетворительной, так как чугун при таких напряжениях следует закону Гука. Таким образом, и в этом случае степенной зависимости свойственны те же недостатки, что и в случае течения по (2.18).

Нужно отметить еще один недостаток зависимости (2.20). Так как размерность величин σ и ε фиксирована, то у различных материалов, имеющих разные значения n, размерность параметра E будет различна и равна размерности напряжения в степени n, т. е. $[(PL^{-2})^n]$, поэтому невозможно сравнивать между собой механические свойства различных материалов. Только при $n=1$ величина E будет, как обычно, иметь ту же размерность, что и σ.

В связи с указанными принципиальными недостатками, присущими степенной зависимости, ряд авторов предлагает формулы вида:

$$\varepsilon = a\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right) + b\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n, \qquad (2.24)$$

где σ_0 является некоторым частным значением σ. В этом случае все члены уравнения и все его характеристики являются безразмерными величинами. Кроме того, при отношениях $\sigma/\sigma_0 \ll 1$ вторым членом (в степени n) можно пренебречь по его малости по сравнению с первым членом правой части и, таким образом, формула при малых напряжениях становится линейной.

Степенные зависимости можно использовать лишь как чисто эмпирические формулы при условии, что области очень малых и очень больших значений x не рассматриваются. Вообще степенную функцию всегда следует рассматривать лишь как приближенное представление какой-то другой, непрерывно возрастающей более сложной нелинейной зависимости, которая естественно должна быть установлена в результате исследований.

Нормирование переменных. На примере формулы (2.24) мы видим преимущества, которые дает преобразование всех переменных степенной зависимости в безразмерный вид. Такое преобразование называют нормированием. Оно широко применяется в тех случаях, когда нужно отвлечься от конкретных единиц измерения и условий опыта и рассматривать с чисто аналитической стороны закономерности, определяющие изучаемое взаимодействие.

При нормировании поступают так, как при получении формулы (2.24). Для каждой переменной величины, входящей в уравнение, выбирают некоторое характерное частное значение (обозначим его u_i), которое и принимают за единицу измерения данной переменной. Так, например, в теории сыпучей среды прибегают к делению всех длин на некоторую произвольную длину l, а всех напряжений — на некоторое произвольное напряжение p. В результате получают безразмерные переменные:
координаты

$$x' = \frac{x}{l}\,;\quad y' = \frac{y}{l}\,; \qquad (2.25а)$$

напряжения

$$\sigma_x' = \frac{\sigma_x}{p}\,;\quad \sigma_y' = \frac{\sigma_y}{p}\,;\quad \tau_{xz}' = \frac{\tau_{xz}}{p}\,. \qquad (2.25б)$$

В качестве характерного напряжения обычно принимают $p = c/\mathrm{tg}\,\varphi$ *кг/м*^{2} (где c — сцепление, φ — угол внутреннего трения), а в качестве характерной длины $l = \dfrac{p}{\gamma_г} = \dfrac{c}{\gamma \mathrm{tg}\varphi}$ *см* (где $\gamma_г$ — объемный вес грунта).

Переход к безразмерным величинам особенно удобен при использовании для исследования задачи теории размерностей и подобия.

Об аппроксимации нелинейных зависимостей. Под аппроксимацией понимают приближенную замену некоторой функции другой, более простой. Во всех случаях, когда аппроксимируемая зависимость «мало» отклоняется от линейной, следует, очевидно, стремиться к линейной аппроксимации. При этом под «малым» мы понимаем отклонение в инженерном смысле, т. е. когда в результате аппроксимации погрешность не может привести к выходу системы за пределы принятых запасов прочности или нарушить эксплуатационную пригодность сооружения. В ряде случаев, когда требование не удается выполнить, прибегают тем не менее к локальной линейной аппроксимации, т. е. к замене нелинейной зависимости линейной только на некотором ограниченном участке (рис. 2.8).

Различают два способа такой замены — *интерполяцию*, когда участок кривой заменяют *хордой* (рис. 2.8, *а*), и *линеаризацию*, когда дугу кривой заменяют *касательной* к ней в данной точке (рис. 2.8, *б*). Обозначим значение независимой переменной в данной точке через x_1, тогда независимая переменная в точке на расстоянии Δx от x_1 будет равна (рис. 2.8, *в*):

$$x_2 = x_1 + \Delta x.$$

Подставляя это значение x в выражение для функции, найдем в случае линеаризации

$$f(x_1 + \Delta x) \approx f(x_1) + df(x_1) \approx f(x_1) + f'(x)\,dx, \qquad (2.26)$$

где $f'(x)$ — производная функции в точке $x = x_1$;

dx — дифференциал x.

Примером интерполяционной аппроксимации в механике грунтов является часто принимаемая для практических расчетов линейная зависимость между давлением и коэффициентом пористости при компрессии грунта взамен истинной нелинейной. Однако в ряде случаев линейная аппроксимация оказывается слишком грубой, и тогда прибегают к нелинейной интерполяции, при которой действительная функция также заменяется нелинейной, но более удобной для дальнейших вычислений, например параболой.

При линейной интерполяции достигается одинаковость значений аппроксимируемой функции $f(x)$ и заменяющей (аппроксимирующей) $\varphi(x)$ только в точках пересечения кривых (рис. 2.8, *а*). На рис. 2.8, *г* показана интерполяционная замена кривой на некотором участке несколькими хордами (ломаной).

Такого рода аппроксимация является наименее близкой и характеризуется как *соприкосновение нулевого порядка*. Более тесное соприкосновение кривых в некоторой точке достигается при совпадении касательных к кривым $f(x)$ и $\varphi(x)$, как это будет

в случае линеаризации, и его называют *соприкосновением первого порядка*. Однако, если потребовать еще более тесного соприкосновения, то встанет задача подбора такой аппроксимирующей функции, чтобы все ее производные вплоть до n-ного порядка совпадали с производными аппроксимируемой функции. Это осуществляется с помощью выражения аппроксимирующей функции многочленом n-ного порядка следующего вида:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \times$$

$$\times (x - x_0)^3 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n, \qquad (2.27)$$

где $f'(x_0)$, $f''(x_0)$, ..., $f^n(x_0)$ — значения в точке x_0 производных порядка, равного номеру члена в правой части, считая $f(x_0)$ за член с номером нуль. Этот многочлен называют *полиномом Тэйлора*.

При $x_0 = 0$ формулу называют *полиномом Маклорена*:

$$f(x) \approx f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!}f''(0) + \ldots + \frac{x^n}{n!}f^{(n)}(0). \qquad (2.28)$$

При неограниченном числе членов получают бесконечные ряды, называемые соответственно *рядом Тэйлора* и *рядом Маклорена*. Очевидно, каждый следующий член в полиноме Тэйлора n необходимо знать ее производные, вплоть до n-ного порядка.

Для аппроксимации функции многочленом Тэйлора порядка n необходимо знать ее производные, вплоть до n-ного порядка.

Практически обычно ограничивают аппроксимацию членом не выше второго порядка, т. е. пользуются формулой Тэйлора в виде:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x - x_0)^2. \qquad (2.29)$$

Из (2.28) легко получить для некоторых из рассмотренных ранее элементарных нелинейных функций приближенные значения, которые мало отличаются от истинных при малых x (табл. 2.1).

О преобразовании графиков функции. С простейшим видом преобразования мы встречаемся при обработке экспериментальных результатов, когда в уже построенные графики приходится вносить те или иные поправки, например на погрешность измерительного прибора или на уточненную отметку репера и т. п. Во многих случаях можно существенно облегчить и упростить перестройку графиков, если пользоваться некоторыми сведениями из теории преобразования функций и пространств состояний. Приведем некоторые правила, понятные без особых доказательств и допускающие легкую проверку читателем.

Таблица 2.1

Приближенные выражения некоторых элементарных функций

Функция $f(x)$	Линеаризация $f(x)\approx f(0)+xf'(0)$	Квадратичная аппроксимация $f(x)=f(0)+x\,f'(0)+\frac{1}{2}x^2f''(0)$
$(1\pm x)^m$ при $\lvert x\rvert\leqslant 1$	$1\pm x$	$1\pm mx\pm\frac{m(m-1)x^2}{2}$
e^x	$1+x$	$1+x+\frac{x^2}{2}$
$\ln(1+x)$ при $-1<x\leqslant 1$	x	$x-\frac{x^2}{2}$
$\sin x$	x	x
$\cos x$	1	$1-\frac{x^2}{2}$

1. Функция $y=f(x\pm a)$ отличается от функции $y=f(x)$ тем, что ее график сдвинут на a влево (при $a>0$) или вправо (при $a<0$) (рис. 2.9, *а*).

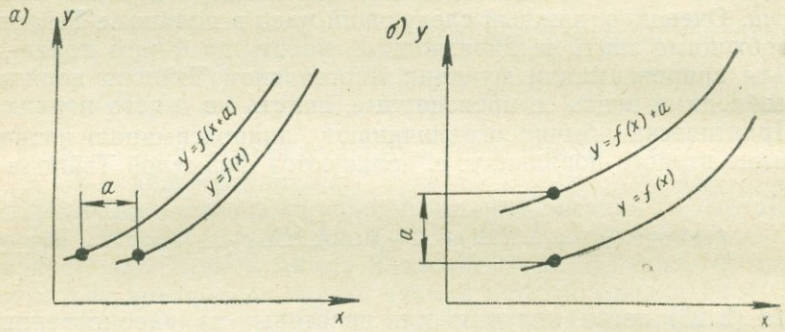


Рис. 2.9. Преобразование графиков
а — смещение вдоль оси x; *б* — смещение вдоль оси y

2. График функции $y=f(x)+a$ смещен относительно графика функции $y=f(x)$ вдоль оси ординат на a вверх (при $a>0$) или вниз (при $a<0$) (рис. 2.9, *б*).

3. График функции $y=f(x\pm a)\pm b$ смещен относительно графика $y=f(x)$ на $\pm a$ единиц вдоль оси абсцисс и на $\pm b$ единиц вдоль оси ординат.

В случаях 1, 2 и 3 графики новых функций получены из старых путем простого их переноса или, как еще говорят, *трансляции* вдоль осей x и y. Очевидно, можно оставить графики на месте, сдвинув в обратном направлении систему координат. Ес-

ли считать, что система координат как бы «жестко прикреплена» к пространству, то этот перенос можно трактовать и как сдвиг пространства относительно графика функции. Величины a и b называют сдвигами.

4. График функции $y=-f(x)$ симметричен графику функции $y=f(x)$ относительно оси абсцисс (является зеркальным отражением последнего относительно этой оси), а график $y=f(-x)$ симметричен графику $y=f(x)$ относительно оси ординат. Напомним, что если $f(x)=f(-x)$, то такая функция называется *четной* [например, $\cos a=\cos(-a)$ или $(+a)^2=(-a)^2$], а если $f(-x)=-f(x)$, то функция называется нечетной [например, $(-a^3)=-(a)^3$ или $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$]. График четной функции симметричен относительно начала координат.

В случае 4, когда знак независимой переменной или знак функции меняется на обратный, график получается путем *зеркального отображения* прежнего графика функции относительно осей координат. Напомним, что график обратной функции получают в результате зеркального отображения графика прямой функции относительно биссектрисы координатного угла.

Во всех указанных выше четырех случаях преобразование производилось таким образом, что график функции только так или иначе перемещался в пространстве, но форма его не искажалась и расстояния между любыми двумя точками графика сохранялись неизменными, т. е. преобразование не сопровождалось деформациями кривых. Еще один вид движения, при котором кривые перемещаются не деформируясь (или, другими словами, пространство преобразовывается без деформации) — это поворот осей координат вокруг их центра или вращение графика.

Все эти преобразования, при которых вид кривых совершенно не меняется и кривые только изменяют свое положение относительно осей координат, называют *линейными*. Однако можно представить себе и такие преобразования, когда кривые или геометрические фигуры изменяют свое очертание. Примером может служить равномерное сжатие или растяжение пространства вдоль одной оси, как, например, при переходе функции $y=f(x)$ к функции $y=f(ax)$ или вдоль двух осей (x и y) при переходе от $y=f(x)$ к функции $y=bf(ax)$. Эти величины a и b называют деформациями. При этом положение центра координат и направления их осей не изменяются, т. е. происходит как бы изменение масштаба длин. При равномерной деформации по направлениям всех осей фигуры сожмутся или растянутся и сдвинутся к началу координат, сохраняя *подобие*. Линейное преобразование, которое превращает одну кривую в другую только растяжением или сжатием масштаба, называют *афинным*.

Однако масштаб можно изменять и неравномерно. Например, если сделать его логарифмическим, то графики степенных функций станут линейными [I; стр. 326]. Подобный прием, когда компрессионная кривая, перестроенная в полулогарифмичес-

Выравнивание простейших функций и необходимые условия для существования соответствующих эмпирических зависимостей

Вид эмпирической формулы	Выравнивающее преобразование	Условие соответствия ординаты и абсциссы промежуточной точки кривой на участке (x_1, y_1, x_2, y_2)	
		x_S	y_S
Линейная $y=ax+b$		$\frac{x_1+x_2}{2}$ (среднее арифметическое)	$\frac{y_1+y_2}{2}$ (среднее арифметическое)
Степенная $y=ax^2$	Подстановка $X=\log x$; $Y=\log y$ Уравнение $Y=A+BX$	$\sqrt{x_1x_2}$ (среднее геометрическое)	$\sqrt{y_1y_2}$ (среднее геометрическое)
Показательная $y=ab^x$	Подстановка $Y=\log y$ $\beta=\log b$ Уравнение $Y=A+\beta x$	$\frac{x_1+x_2}{2}$ (среднее арифметическое)	$\sqrt{y_1y_2}$ (среднее геометрическое)
Гиперболическая вида $y=a+\frac{b}{x}$	Подстановка $Y=xy$ Уравнение $Y=ax+b$	$\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$ (среднее гармоническое)	$\frac{y_1+y_2}{2}$ (среднее арифметическое)
Гиперболическая вида $y=\frac{1}{ax+b}$	Подстановка $Y=\frac{1}{y}$ Уравнение $Y=ax+b$	$\frac{x_1+x_2}{2}$ (среднее арифметическое)	$\frac{2y_1y_2}{y_1+y_2}$ (среднее гармоническое)
Дробно-линейная $y=\frac{ax}{cx+d}$	Подстановка $Y=\frac{1}{y}$; $X=\frac{1}{x}$ Уравнение $Y=AX+B$ $A=\frac{d}{a}$; $B=\frac{c}{a}$	$\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$ (среднее гармоническое)	$\frac{2y_1y_2}{y_1+y_2}$ (среднее гармоническое)
Логарифмическая $y=a\log x+b$	Подстановка $X=\log x$ Уравнение $y=aX+b$	$\sqrt{x_1x_2}$ (среднее геометрическое)	$\frac{y_1+y_2}{2}$ (среднее арифметическое)

кой сетке координат, превращается в прямую, хорошо известен специалистам в области механики грунтов.

Преобразование пространства, при котором нелинейная зависимость превращается в линейную, называют *выравниванием*. Так как выравниваемая зависимость заранее неизвестна, приводим таблицу преобразования координат (подстановок) для выравнивания простейших нелинейных функций (табл. 2.2).

Построение кривой, проходящей через опытные точки. Пусть в результате эксперимента получены значения параметра (отклика системы) y, соответствующие ряду значений действующего на систему фактора x. Предположим далее, что шум в эксперименте был относительно незначителен, случайные отклонения в измерениях оказались несущественными и результаты повторных опытов практически совпали (в действительности так бывает крайне редко и подобные данные всегда вызывают настороженное отношение). Тогда найденную в опыте зависимость $y \sim x$ можно рассматривать как однозначную функциональную, выражаемую некоторой формулой

$$y = f(x).$$

Пусть требуется найти вид этой функции, т. е. уравнение кривой, проходящей как можно ближе к опытным точкам. Но в такой постановке задачу решить нельзя или, точнее, можно получить бесчисленное множество ответов, так как понятие о «близости» кривой к данному расположению точек довольно неопределенно и можно провести бесконечное количество «подходящих» кривых. Чтобы устранить эту неопределенность, необходимо прежде всего установить, к какому именно узкому классу функций должна принадлежать искомая функция, например к линейным, степенным, логарифмическим и т. д.

Обычно стремятся получить как можно более простую зависимость, обеспечивающую вместе с тем необходимую «близость» к эксперименту. В ряде случаев природа самого изучаемого явления подсказывает некоторые условия, которым должна отвечать искомая зависимость. Так, по мере сжатия и уплотнения грунта сопротивление сжатию будет все интенсивнее возрастать и зависимость между компрессией грунта и давлением должна быть обязательно криволинейной и убывающей.

Подбор эмпирической формулы отличается от математической задачи так называемого приближения функций, когда требуется, чтобы расхождение между кривой, изображаемой аппроксимирующим полиномом, и *заданной* функцией отвечало определенным условиям. При обработке эмпирических данных никакой заданной функции нет, ее еще только нужно подобрать, и подобрать как можно более простой. Задача этого подбора отличается от задачи приближения еще и тем, что каждому значению x обычно соответствует несколько опытных значений y из-за неизбежных случайностей и ошибок опыта.

Чтобы установить класс искомого уравнения, необходимо нанести опытные точки на график. Иногда их расположение сразу же может подсказать, какая кривая будет лучше всего им соответствовать. В противном случае следует провести через эти точки примерную кривую на глаз [I; стр.325], затем сравнить ее с образцами изученных кривых и выбрать из них наиболее подходящую. При этом можно пользоваться имеющимися в литературе альбомами типовых кривых.



Рис. 2.10. Сглаживание экспериментального графика

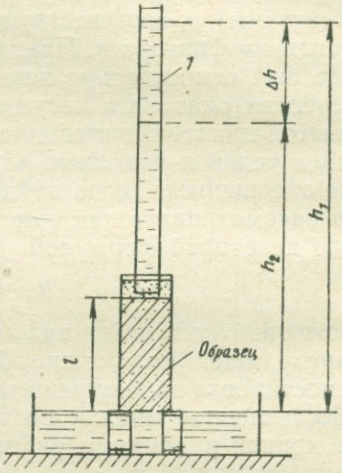


Рис. 2.11. Фильтрационный прибор с переменным напором

После того как выбран вид кривой, требуется подобрать ее параметры, обеспечивающие необходимую близость к графику, построенному по опытным данным. Но для этого необходимо сформулировать понятие о близости в виде некоторого математического критерия. Как правило, мы встречаемся со случаями, когда шум довольно значителен, изменения в повторных опытах не совпадают и параметры зависимости можно определить лишь с некоторой вероятностью. В подобных случаях при обработке результатов опытов прибегают к так называемому *сглаживанию* данных первичных измерений (рис.2.10).

При этом исходят из того, что результаты исследования хорошо организованной системы должны описываться плавными кривыми (за исключением, быть может, конечного числа точек разрывов при некоторых характерных значениях независимой переменной). Естественно, что сглаживание ни в коей мере не представляет собой «подгонки» результатов и производится по определенным правилам. Отметим, что важнейшим условием надежного сглаживания является наличие избыточной информации, получаемой в результате проведения большего количества экспериментов, чем требовалось бы при полном отсутствии ошибок и помех.

Неопытные экспериментаторы часто полагают, что при использовании для тех или иных целей результатов эксперимента лучше всего обращаться к непосредственным данным измерений, не прошедшим сглаживания. Но при этом может оказаться, что используемая величина была как раз определена со значительной погрешностью. Поэтому лучше подобрать сглаживающую аналитическую зависимость, удовлетворяющую определенному критерию оптимальности, а затем уже пользоваться этой зависимостью для получения расчетных значений искомой величины. Действительно, при составлении уравнения сглаживающей кривой используются все опытные данные, что позволяет в значительной мере устранить влияние случайных ошибок при отдельных измерениях.

При использовании быстродействующих вычислительных машин процесс сглаживания занимает очень мало времени.

Дифференциальные уравнения и их составление. Во многих исследованиях мы не получаем непосредственно искомую непрерывную зависимость, но выясняем лишь некоторые ее свойства. Тогда возникает задача: зная некоторые основные свойства зависимости, построить ее математическое выражение. Чаще всего приходится иметь дело с исходными соотношениями между производными или дифференциалами откликов системы (переменных). Соответствующие уравнения называют *дифференциальными,* и их решение дает зависимости, по которым протекают исследуемые процессы и явления.

К сожалению, не существует никаких общих правил составления дифференциальных уравнений и большую роль при этом играют навык и изобретательность исследователя. Обращение к специалистам-математикам не всегда помогает, так как они, хорошо зная способы решения дифференциальных уравнений, не имеют обычно опыта их составления по результатам экспериментов.

Если экспериментально исследована *скорость* какого-либо процесса, то составление дифференциального уравнения не вызывает, как правило, затруднений. В других случаях удается получить дифференциальное уравнение, найдя соотношение между приращениями переменных и перейдя затем к пределу.

Поясним стратегию составления математической модели на уровне дифференциального уравнения на примере хорошо известного явления фильтрации при переменном напоре.

Допустим, что мы исследуем закон движения воды сквозь грунт и сконструировали для этой цели прибор, изображенный на рис. 2.11. Количество воды Q, прошедшее сквозь грунт за время опыта, равно, очевидно, уменьшению объема воды в напорной трубке *1*:

$$Q = a(h_1 - h_2) = a\Delta h, \qquad (2.30)$$

где h_1 и h_2 — разность уровней воды по обе стороны образца грунта соответственно в момент времени t_1 и t_2;

$\Delta h = h_1 - h_2$ — понижение уровня воды в напорной трубке за время $\Delta t = -(t_1 - t_2)$;

a — поперечное сечение напорной трубки.

Очевидно, $h_1 > h_2$, а $t_1 < t_2$. Среднее количество воды, профильтровавшейся за единицу времени (*расход*) q, будет равно:

$$q = \frac{Q}{\Delta t} = a\frac{\Delta h}{\Delta t}. \tag{2.31}$$

Чтобы составить уравнение, обратимся к тому факту, что количество воды, ушедшей из напорной трубки, равно количеству воды, прошедшей сквозь образец за то же самое время. Нетрудно представить себе, что при движении сквозь грунт вода встречает сопротивление, зависящее от длины образца. Проводя опыты при разных длинах образца, но при прочих равных условиях, мы узнаем, что расход тем меньше, чем больше длина образца l. Кроме того, можно предположить, что расход должен как-то зависеть от высоты столба в напорной трубке h. Так как эта высота все время меняется, проведем измерения при разных значениях h, но каждый опыт будем проводить очень недолго — при минимальном изменении h, с тем чтобы высоту приближенно можно было считать постоянной за время проведения опыта. Расход должен также зависеть от площади сечения образца F и должен быть ей пропорционален, так как с увеличением F растет соответственно площадь сечения пор, через которые течет вода. Итак, из анализа результатов измерений мы находим эмпирическую зависимость

$$q \sim \frac{h}{l} F,$$

где знак $\sim$ означает «пропорционально». Эта зависимость сохраняется для любых испытываемых нами грунтов и может быть записана также в виде:

$$\frac{q}{F h/l} = \text{const}. \tag{2.32}$$

Обозначим постоянную через k и перепишем (2.32) в таком виде:

$$q = k\frac{h}{l} F. \tag{2.33}$$

Приравнивая правые части (2.31) и (2.33), получим:

$$a\frac{\Delta h}{\Delta t} = k\frac{h}{l} F. \tag{2.34}$$

Очевидно, h можно было бы считать строго постоянным только в том случае, если бы опыт проводился за бесконечно короткое время. Практически это осуществить невозможно, однако это можно сделать на математической модели процесса, кото-

рую представляет собой соотношение (2.34), перейдя для этого к пределу при $\Delta t \to 0$. Так как

$$\lim_{t \to 0} \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{dh}{dt},$$

то при $t \to 0$

$$\frac{dh}{dt} = k \frac{h}{l} \cdot \frac{F}{a}. \qquad (2.35)$$

Итак, мы получили дифференциальное уравнение, описывающее наш эксперимент.

Найдем теперь из (2.35) значение коэффициента k, который один только в этом уравнении характеризует свойство водопроницаемости грунта, поскольку все остальные величины являются чисто пространственными или временными, не зависящими от рода грунта:

$$k = \frac{a}{F} \cdot \frac{l}{h} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t}. \qquad (2.36)$$

Подставляя в правую часть (2.36) вместо буквенных символов соответствующие числовые величины, измеренные в ряде опытов, мы получим величину k для каждого опыта и быстро убедимся, что она является переменной в зависимости от интервала Δt, причем, чем меньше этот интервал, тем ближе друг к другу значения k. Тем самым мы подтверждаем экспериментальный вывод, сделанный ранее логически, о том, что опыт следует вести чрезвычайно быстро и лишь тогда можно найти истинное значение k. Можно было бы провести ряд опытов при разных Δt, а затем построить график зависимости k от Δt и найти из него графической экстраполяцией истинное значение при $\Delta t \to 0$. Так нередко делают в исследованиях, однако такой путь требует много времени и труда. Оказывается, что гораздо проще можно решить эту задачу, обратившись к дифференциальному уравнению (2.35). Это уравнение очень простое и легко решается по способу разделения переменных:

$$\frac{dh}{h} = k \frac{F}{al} dt;$$

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = k \frac{F}{al} \int_{t_1}^{t_2} dt; \qquad (2.37)$$

$$\ln \frac{h_2}{h_1} = k \frac{F}{al} (t_2 - t_1). \qquad (2.38)$$

Переходя к десятичным логарифмам, получим известную формулу для вычисления коэффициента фильтрации

$$k = 2{,}3 \frac{al}{F} \cdot \frac{1}{\Delta t} \lg \frac{h_2}{h_1}. \qquad (2.39)$$

Теперь скорость проведения опыта не играет роли и, определив два значения h (начальное и конечное) при любом интервале Δt, получим, несмотря на изменяющееся в опыте значение h, точную величину k по формуле (2.39).

Этот пример свидетельствует о значительной трудности, а чаще всего и о невозможности использования алгебраических зависимостей для обработки экспериментальных результатов при исследовании нестационарных процессов или вообще процессов, в которых соотношение между переменными изменяется при переходе от одной точки исследуемой области к другой, и показывает мощь метода дифференциальных уравнений.

При проведении интегрирования требовалось знать его пределы, которые определялись границами области протекания явления (например, время изменяется в пределах от t_1 до t_2, а уровень воды в напорной трубке меняется от h_1 до h_2). Если бы границы области и соответствующие значения зависимых переменных были неизвестны, то можно было бы взять только неопределенный интеграл от (2.37) и тогда в результат вошла бы произвольная постоянная C, которую нельзя определить непосредственно из уравнения:

$$\ln h = \frac{kF}{al} t + \ln C. \tag{2.40}$$

Очевидно, это уравнение сохраняет силу при любых значениях C, но нам нужно выбрать то, которое соответствует условиям нашего опыта.

Произвольная постоянная C всегда представляет собой значение зависимой переменной при том значении независимой переменной, которое она имеет в начале опыта. Поэтому условие для определения C называют начальным. Так, если обозначить в начальный момент времени $t=0$ положение уровня воды в трубке через h_0, то из предыдущего уравнения вытекает, что $C=h_0$ и, следовательно, решение можно представить в виде:

$$\ln h = \ln h_0 + \frac{kF}{al} t. \tag{2.41}$$

Если же, например, мы знаем, что $h=h_1$ при $t=t_1$ и $h=h_2$ при $t=t_2$, то можно написать:

$$\ln h_1 = \frac{kF}{al} t_1 + \ln C;$$

$$\ln h_2 = \frac{kF}{al} t_2 + \ln C.$$

Здесь t_1, t_2 и h_1, h_2 — некоторые определенные значения переменных t и h. Вычитая второе уравнение из первого, исключим постоянную C и получим:

$$\ln \frac{h_1}{h_2} = \frac{kF}{al} (t_1 - t_2), \tag{2.42}$$

что совпадает с (2.38). Решение (2.41) дифференциального уравнения, найденное при некотором определенном значении C, называют *частным решением*. Если ограничиться решением, в которое входит параметр C:

$$y = \psi(x, C), \tag{2.43}$$

то такое решение будет *общим*. Очевидно, задавая различные численные значения C, мы будем получать из общего решения соответствующие частные решения.

При проведении экспериментов нужно точно задавать и устанавливать измерениями начальное состояние системы или процесса.

Общее решение дифференциального уравнения с одной независимой переменной (*обыкновенное дифференциальное уравнение*), содержащее производные этой переменной вплоть до n-го порядка, имеет n произвольных постоянных C_1, C_2, ..., C_n. В общем виде уравнение можно записать так:

$$f = (x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}), \tag{2.44}$$

а его решение в виде уравнения, в которое входит n произвольных постоянных C:

$$y = y(x, C_1, C_2, \ldots, C_n). \tag{2.45}$$

Если зависимая переменная является функцией нескольких независимых переменных, то соответствующие дифференциаль-

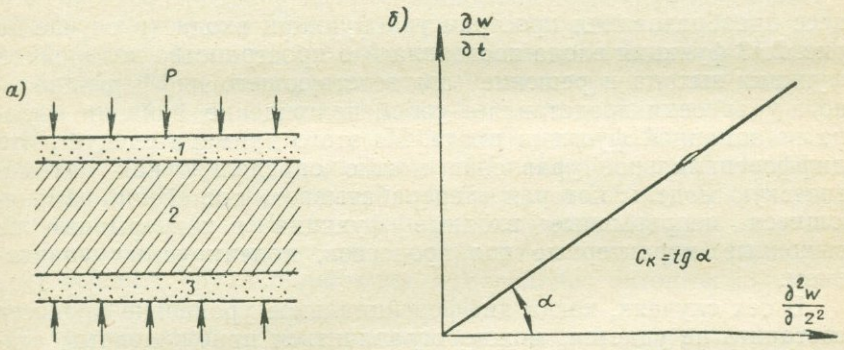


Рис. 2.12. Задача об одномерной консолидации пласта

а — горизонтальный пласт; *б* — график к уравнению (2.46); *1* и *3* — дренирующие слои; *2* — грунт

ные уравнения содержат *частные производные* по этим переменным. Типичным примером является случай одномерной консолидации равномерно нагруженного горизонтального пласта с параллельными границами, вдоль которых расположены дренирующие слои (рис. 2.12, *а*). Дифференциальное уравнение для

этого процесса выражает линейную зависимость между первой частной производной от влажности w по времени t и второй частной производной от влажности по глубине z:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = C_к \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \qquad (2.46)$$

где коэффициент пропорциональности $C_к = \operatorname{tg} \alpha$ (рис. 2.12, *б*).

Входная функция в простейшем консолидационном опыте представляет собой постоянное во времени давление p (рис. 2.13), а выходная — постепенно затухающую осадку s. Таким образом, консолидация грунта в этом случае есть про-

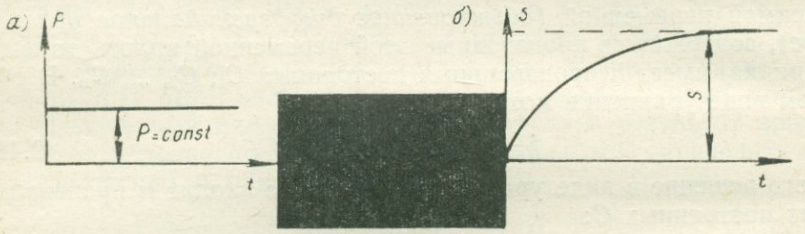


Рис. 2.13. «Черный ящик» консолидации
а — входная функция; *б* — выходная функция

цесс преобразования пространства функции входа (в случае на рис. 2.13 функция входа постоянная) в пространство нелинейной функции выхода и решение соответствующего дифференциального уравнения представляет собой нахождение функции выхода по заданной функции входа. Из этого примера следует, что дифференциальное уравнение можно определить как математическую модель, которая «перерабатывает» постепенно изменяющиеся непрерывные входные функции в непрерывные же выходные, характерные для процессов, моделируемых уравнением.

В тех случаях, когда дифференциальное уравнение процесса составить не удается, можно ограничиться приближенным статистическим подходом, представляя результаты наблюдений в виде полиномов, коэффициенты которых могут быть найдены путем соответствующей обработки данных эксперимента с использованием ЭВМ в случае сложных и громоздких вычислений.

Хотя такое решение будет иметь несомненное практическое значение, однако его познавательная ценность того же порядка, что и обычных эмпирических зависимостей и формул. Их нельзя экстраполировать, и ими можно пользоваться только при тех условиях и характеристиках систем, при которых они были получены.

Глава 3

ОДНОФАКТОРНЫЕ И МНОГОФАКТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

3.1. Однофакторный эксперимент

Понятие об однофакторном эксперименте. С тех пор как в основу развития науки были положены наблюдение и эксперимент, исследователи всегда стремились любую сложную систему связей разложить на простые составляющие, каждую из которых можно было бы изучать порознь, наблюдая за поведением системы при искусственном изменении каждой из ее внутренних и внешних связей поочередно. Такого рода эксперименты получили название *однофакторных.*

Однако эта методика была эффективной лишь в тех случаях, когда система в натурных условиях испытывала действие лишь одного меняющегося фактора либо когда влияние различных неустранимых факторов можно было исключить или сделать пренебрежимо малым. Если на систему в обычных условиях действовало сразу несколько факторов, влияющих друг на друга, то, исследовав их порознь, можно было предсказать поведение системы при их совместном воздействии лишь при условии, что математические зависимости, дающие отклик на каждый фактор в отдельности, являлись линейными. Только в этом случае имел место *принцип суперпозиции* или *суммативности,* когда простое сложение частных процессов позволяло воссоздать процесс в целом и описать его уравнениями того же вида, что и полученное для его частных составляющих. Этим условиям удовлетворяют хорошо упорядоченные системы, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями.

Если в однофакторном эксперименте имеется значительный шум, то, как впервые предложили Н. Н. Маслов и З. В. Пильгунова еще в 1944 г., прибегают к методам математической статистики, которые позволяют решить следующие задачи:

1) определить минимально необходимое число опытов;

2) выявить грубо ошибочные измерения, которые должны быть отброшены;

3) установить вид распределения изучаемой величины;

4) определить статистические характеристики изучаемой величины — так называемые *статистики* (математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, коэффициент регрессии, коэффициент корреляции и т. п.);

5) составить уравнения, описывающие зависимость между фактором и параметром, и найти их коэффициенты;

6) определить доверительные пределы и внести соответствующие поправки в уравнения.

Повышение доверительной вероятности при повторении опытов. Напомним суть очень важных понятий о доверительной

вероятности (надежности) и доверительном интервале [1; 7,2]. Пусть по результатам некоторого числа опытов найдено среднеарифметическое значение искомой характеристики грунта. Очевидно, что чем большее количество образцов испытано, тем с большей точностью будет определена эта характеристика. Однако отобрать и испытать очень большое количество образцов грунта практически невозможно. Поэтому мы вынуждены приближенно определять *истинное* (генеральное) значение искомой величины исходя из ее ориентировочного (выборочного) значения, установленного по ограниченному числу образцов.

Способ такого приближенного определения заключается в том, что с известной вероятностью устанавливают интервал, называемый доверительным, в пределах которого может находиться истинное значение характеристики. Чем больше эта вероятность, тем шире интервал, в пределах которого мы надеемся встретить истинную величину. И наоборот, чем у́же будет интервал, тем меньше вероятность, что истинное значение характеристики находится в этом интервале. Ясно также, что чем больше испытано образцов, тем больше вероятность нахождения характеристики в пределах узкого интервала. Эту вероятность называют *доверительной* или *надежностью*.

При определении физико-механических характеристик грунтов следует принимать при большом количестве опытов n доверительную вероятность $P=0{,}95$, а при малом ($n<10$) $P=0{,}99$. Для особо ответственных сооружений принимают $P=0{,}997$. Для нормального распределения при количестве опытов более 30 вероятности $P=0{,}95$ соответствует доверительный интервал $\varepsilon=\pm 2\sigma$, значению $P=0{,}99$ — доверительный интервал $\varepsilon=\pm 2{,}5\sigma$, значению $P=0{,}997$ — интервал $\varepsilon=\pm 3\sigma$. Принято считать, что отклонения от среднего, большие, чем $\pm 3\sigma$, мало вероятны (три шанса на тысячу) и практически не встречаются (σ — среднеквадратическое отклонение для нормального распределения или стандарт).

При числе опытов менее 30 обычно задаются доверительным интервалом ε, равным 5 или 10% выборочной средней $\bar{y}_n$:

$$\bar{y}_n = \frac{\sum_1^n y_i}{n}, \tag{3.1}$$

где y_i — результат i-го опыта; n — число опытов.

Каждый из элементов выборки условно считают средним результатом некоторого числа n испытаний и принимают его среднеквадратическое отклонение равным среднеквадратическому отклонению данной выборки s_n:

$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_1^n (y_i - \bar{y}_n)^2}{n-1}}. \tag{3.2}$$

Таким образом, действительную выборку рассматривают как n выборок, у каждой из которых одинаковое среднеквадратическое отклонение s_n. Тогда, по теории о сложении дисперсий [I; стр.245], мы должны принять действительное среднеквадратическое отклонение среднего арифметического $\bar{y}$ равным (так как в формуле [I; 5.111] второй член правой части будет равен при данном предположении нулю):

$$s_n^* = \frac{s_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\frac{\sum^{n} y_i^2}{n_i} - \bar{y}_n^2\right)}. \qquad (3.3)$$

Доверительный интервал связан со значением s_n^* соотношением

$$\varepsilon = ts_n^*, \qquad (3.4)$$

где t — так называемый *критерий Стьюдента*, зависящий от количества испытаний и принятой доверительной вероятности P:

$$y \pm \bar{y}\varepsilon. \qquad (3.5)$$

Для определения значений t удобно пользоваться графиком Рафалес-Ламарка, приведенным на рис. 3.1. По графику сразу

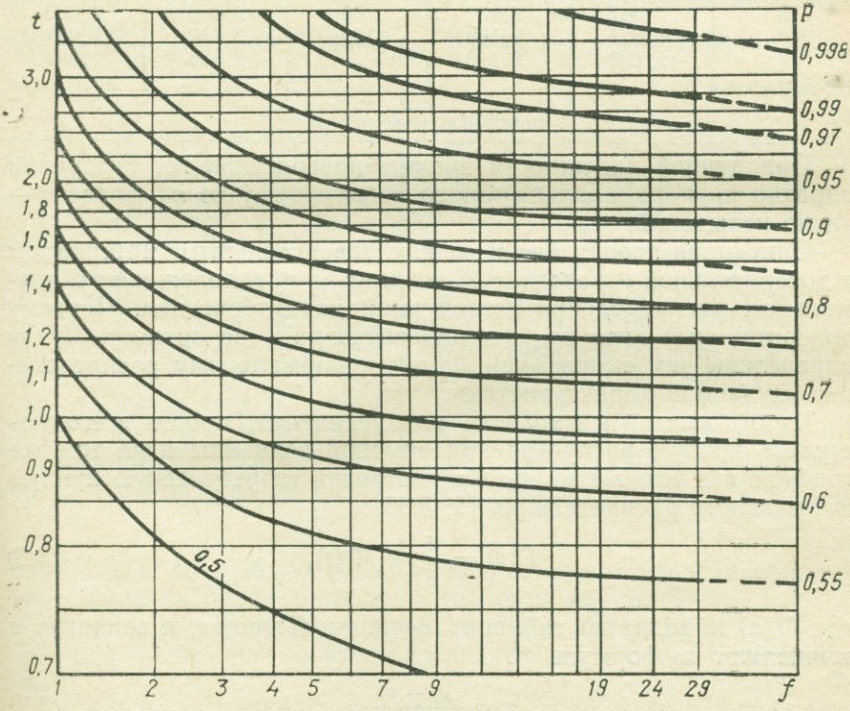


Рис. 3.1. График Рафалес-Ламарка

видно, как изменяется величина t при одном и том же P с изменением количества степеней свободы f [I; стр. 247]. В табл. 3.1 приведены значения t по Стьюденту—Фишеру [44].

Таблица 3.1

t-распределение Стьюдента

f	Значения t при P		f	Значения t при P	
	0,99	0,95		0,99	0,95
1	63,657	12,706	18	2,878	2,101
2	9,925	4,303	19	2,861	2,093
3	5,841	3,182	20	2,845	2,086
4	4,604	2,776	21	2,831	2,080
5	4,032	2,571	22	2,819	2,074
6	3,707	2,447	23	2,807	2,069
7	3,499	2,365	24	2,797	2,064
8	3,355	2,306	25	2,787	2,060
9	3,250	2,262	26	2,779	2,056
10	3,169	2,228	27	2,771	2,052
11	3,106	2,201	28	2,763	2,048
12	3,055	2,179	29	2,756	2,045
13	3,012	2,160	30	2,750	2,042
14	2,977	2,145	40	2,704	2,021
15	2,947	2,131	60	2,660	2,000
16	2,921	2,120	120	2,617	1,980
17	2,898	2,110		2,576	1,960

При данной надежности ширина доверительного интервала обратно пропорциональна корню квадратному из $n-1$, где n — число испытаний.

Описанная теория связи между доверительным интервалом и доверительной вероятностью исходит из предположения о нормальном распределении исследуемой характеристики. Поэтому доверительный интервал и доверительная вероятность будут определены тем точнее, чем ближе к нормальному распределение изучаемой характеристики.

Чтобы выяснить характер распределения, проще всего построить кривую распределения опытной величины и на том же графике и в том же масштабе построить теоретическую кривую нормального распределения [I; 5.33]:

$$F(z) = \frac{1}{2} + \Phi(z), \tag{3.6}$$

где $\Phi(z)$ находят по таблицам функции Лапласа, а величину z вычисляют по формуле

$$z = \frac{y_i - y_n}{s_n^*}. \tag{3.7}$$

Степень расхождения кривых оценивается на глаз. Если появляется сомнение в точности такой оценки, следует прибегнуть к так называемым *критериям согласия* или *непротиворечивости* [I; стр. 324], которые позволяют с заданной вероятностью определить, отвечает ли найденное опытное распределение изучаемой величины некоторому теоретическому и, в частности, нормальному распределению.

Одним из наиболее строгих и надежных является критерий согласия Пирсона или χ^2-критерий (читается «хи квадрат критерий») [I; стр. 323].

Пример. Принят доверительный интервал $\varepsilon=5\%$. Найти минимальное число опытов n, при котором истинное значение (значение для генеральной совокупности) $\hat{y}$ будет находиться в пределах между $0{,}95\,\bar{y}_n$ и $1{,}05\bar{y}_n$ с надежностью $P=0{,}99$. Первые 10 опытов дали следующие результаты (табл. 3.2).

Значение s_7^* для первых семи опытов равно 0,22. Разделив $\varepsilon_7=0{,}05\,\bar{y}_7$ на s_7^*, найдем значение $t_7=1{,}44$ и по графику соответствующее значение P_7. Оно оказалось равным $0{,}7<0{,}99$ при доверительном интервале от 5,1 до 5,7.

Увеличение числа испытаний до десяти в данном случае привело к значению $P=0{,}89$, что также меньше требуемого значения 0,99. При этом значение $\hat{y}$ находится в интервале $5{,}70\pm$

Таблица 3.2

Результаты испытаний

№ опыта	y_i	y_i^2	$\frac{\sum y_i^2}{n_i}$	$\sum y_i$	$\bar{y}=\frac{\sum y_i}{n}$	$\bar{y}^2$	s_n^*	ε_i	t_i	P_i
1	6,3	39,69	39,69	6,3	6,3	39,69	—	0,32	—	—
2	5,9	34,81	37,25	12,2	6,1	37,21	0,20	0,31	1,52	—
3	6,1	37,21	37,24	18,3	6,1	37,21	0,12	0,31	2,63	—
4	6,5	42,25	38,49	24,8	6,2	38,44	0,13	0,31	2,40	—
5	7,2	51,84	41,16	32,0	6,4	40,96	0,22	0,31	1,43	—
6	6,7	44,89	41,78	38,7	6,45	41,60	0,19	0,32	1,70	—
7	5,4	29,16	39,98	44,1	6,3	36,69	0,22	0,32	1,44	0,7
8	7,0	49,00	41,11	51,1	6,4	40,79	0,21	0,32	1,51	—
9	6,3	36,69	40,95	57,4	6,4	40,62	0,18	0,32	1,73	—
10	5,7	32,49	40,10	63,1	6,1	39,82	0,18	0,32	1,77	0,89

$\pm 0{,}32$, т. е. от 5,38 до 6,02. Очевидно, опыты следует продолжать, пока не будет достигнуто значение $P_i=0{,}99$.

Однако, если увеличить доверительный интервал вдвое ($\varepsilon=0{,}1\,y$), можно остановиться на девяти опытах. Действительно, при

$$n=5;\quad \varepsilon_5=0{,}62;\quad s_5^*=0{,}22;\quad t_5=2{,}77;\quad P_5=0{,}95;$$

$$n = 7; \quad \varepsilon_7 = 0{,}64; \quad s_7^* = 0{,}22; \quad t_7 = 2{,}94; \quad P_7 = 0{,}97;$$
$$n = 9; \quad \varepsilon_9 = 0{,}64; \quad s_9^* = 0{,}18; \quad t_9 = 3{,}47; \quad P_9 = 0{,}991$$

и заданная надежность достигнута, но $\hat{y}$ будет находиться в гораздо более широком доверительном интервале $6{,}3 \pm 0{,}64$, т. е. в пределах от 5,66 до 6,94. В зависимости от того, что даст больший запас при расчете с использованием данной характеристики, должно быть принято значение $\hat{y}$, равное 5,66 либо 6,94 при вероятности $P = 0{,}99$, или $\bar{y}$, равное 5,38 либо 6,02 при вероятности $P = 0{,}89$ (т. е. с риском ошибиться в 11 случаях из 100).

Способ выбранных точек. Вполне приемлемую близость к опытным данным при достаточно большом их количестве дает проведение прямой с помощью прозрачной линейки, которую нужно расположить так, чтобы количество опытных точек по обе стороны от прямой было примерно одинаковым и чтобы они располагались примерно на одинаковых расстояниях от прямой (имели одинаковые «отклонения» или «уклонения»). Когда прямая проведена, следует определить координаты двух ее достаточно удаленных точек (x_1, y_1) и (x_2, y_2) и затем найти из двух уравнений

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= a_0 + a_1 x_1; \\ y_2 &= a_0 + a_1 x_2 \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

параметры a_0 и a_1:

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{x_1 - x_2}; \\ a_1 &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}. \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

Этот прием определения параметров зависимости носит название *способа выбранных точек.*

При слабо выраженной нелинейности на большинстве участков кривой кривую заменяют на участках узких изменений аргумента линейной зависимостью и лишь вблизи точек экстремума (максимума или минимума) прибегают к степенным зависимостям. Таким образом, зависимость представляют несколькими уравнениями, каждое из которых имеет свою область действительности. Однако это не всегда удобно.

Способ средних. По этому способу критерием наилучшего положения прямой («наилучшей прямой») относительно опытных точек является равенство нулю суммы отклонений ординат этих точек от ординат прямой. После нанесения на график всех опытных точек следует разбить ось x на короткие участки и провести через середину каждого участка вертикаль (рис. 3.2).

Затем все точки в пределах каждого участка проектируют на свои вертикали и на каждой из вертикалей находят точку, сумма уклонений от которой всех остальных точек на этой вертикали будет равна нулю. Обозначим ординаты этих точек через y_i. Они, очевидно, представляют собой ординаты центра тяжести точек на каждой вертикали.

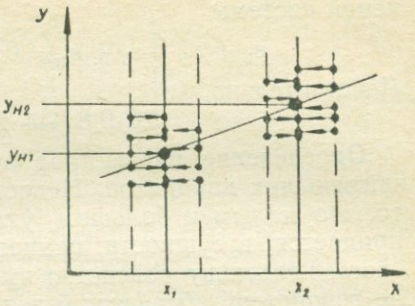


Рис. 3.2. Построение графика по способу средних

Обозначим ординаты «наилучшей прямой» в точках x_i через $y_{нi}$, а уклонения опытных точек от наилучшей прямой $y_{нi}—y_i$ через ε_i. Легко видеть, что если a_1 и a_0 — параметры уравнения наилучшей прямой $y_н = a_0+a_1x$, то

$$\varepsilon_i = y_{нi} - y_i = a_0 + a_1x_i - y_i. \qquad (3.10)$$

Покажем на примере, как вычисляются по этому способу характеристики наилучшей прямой. Располагаем полученные в опыте значения в порядке возрастания x_i:

$x_i = 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8$

$y_i = 4{,}5 \quad 5{,}2 \quad 7{,}1 \quad 9{,}0$

Тогда для каждой пары значений (x_i, y_i) будем иметь:

$$\varepsilon_1 = a_1 \cdot 2 + a_0 - 4{,}5;$$
$$\varepsilon_2 = a_1 \cdot 4 + a_0 - 5{,}2;$$
$$\varepsilon_3 = a_1 \cdot 6 + a_0 - 7{,}1;$$
$$\varepsilon_4 = a_1 \cdot 8 + a_0 - 9{,}0.$$

Так как нужно найти два неизвестных (a_1 и a_0), для этого необходимо иметь два уравнения. Исходя из того, что по способу средних сумма всех ε должна равняться нулю, разбиваем полученную систему на две и каждую подсистему заменяем одним уравнением, а именно:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0; \quad 6a_1 + 2a_0 - 9{,}7 = 0;$$
$$\varepsilon_3 + \varepsilon_4 = 0; \quad 14a_1 + 2a_0 - 16{,}1 = 0.$$

Решая эту систему, находим $a_1 = 0{,}8$; $a_0 = 2{,}45$. Следовательно, искомое уравнение наилучшей прямой будет иметь вид:

$$y = 0{,}8x + 2{,}45.$$

Строго говоря, нулю должна равняться сумма всех четырех значений ε (т. е. $\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3+\varepsilon_4=0$), а не каждых двух попарно. Поэтому выполним проверку полученных значений a_1 и a_0, под-

ставив их в уравнение, являющееся суммой всех четырех уравнений системы

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 = 0; \quad 20a_1 + 4a_0 - 25{,}8 = 0.$$

Действительно,

$$20 \cdot 0{,}8 + 4 \cdot 2{,}45 - 25{,}8 = 0.$$

Определение параметров линейной зависимости по способу наименьших квадратов. Недостатком способа средних является то, что малым и большим уклонениям от наилучшей прямой придается, в сущности, одинаковое значение или одинаковый «вес», поскольку равенство нулю суммы всех уклонений ничего не говорит об абсолютной величине самих уклонений, которые могут быть очень велики. Гораздо лучше потребовать, чтобы сумма квадратов уклонений от наилучшей прямой была наименьшей, так как в этом случае малой сумме будет отвечать и малость уклонений по абсолютной величине (способ наименьших квадратов).

Пусть мы имеем таблицу с данными n экспериментов, в которой записано по n значений x_i и y_i. Если бы эти переменные строго отвечали уравнению прямой $(y=kx+b)$, то для каждой пары соответствующих значений $y_{\text{эксп}}$ и $y_{\text{уравн}}$ имело бы место соотношение

$$y_{\text{эксп}} - y_{\text{уравн}} = 0 \tag{3.11}$$

или

$$y_{i\ \text{эксп}} - (kx_i + b) = 0. \tag{3.12}$$

Однако экспериментальные точки (x_i, y_i) в общем случае не все лежат на одной и той же прямой с характеристиками k и b и, следовательно, разность экспериментальных и теоретических ординат для ряда точек не будет равна нулю (индекс «эксп» далее опускаем):

$$y_i - (kx_i + b) = \Delta y_i \neq 0. \tag{3.13}$$

Однако можно так провести сглаживающую прямую, чтобы сумма квадратов этих разностей для всех опытных точек была минимумом:

$$\sum_1^n (\Delta y_i)^2 = \sum_1^n (y_i - kx_i - b)^2 = \min! \tag{3.14}$$

Но условие минимума означает, что первые производные от этого выражения по k и по b должны равняться нулю:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k} \sum_1^n (y_i - kx_i - b)^2 &= \sum_1^n 2(y_i - kx_i - b)(-x_i) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial b} \sum_1^n (y_i - kx_i - b)^2 &= \sum_1^n 2(y_i - kx_i - b)(-1) = 0, \end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} k\sum_1^n x_i^2 + b\sum_1^n x_i &= \sum_1^n x_i y_i; \\ k\sum_1^n x_i + bn &= \sum_1^n y_i, \end{aligned}\right\} \qquad (3.16)$$

где n — число наблюдений.

Подставив в уравнения (3.16) значения суммы произведений $\Sigma x_i y_i$, суммы квадратов Σx_i^2 и суммы переменных Σx_i и Σy_i, найдем значения характеристик k и b. Этими уравнениями пользуются при обработке результатов испытаний по методу наименьших квадратов для нахождения характеристик уравнения линейной регрессии [I; стр. 325].

В табл. 3.3 приведены результаты испытаний восьми образцов грунтов на сдвиг, в которой содержатся столбцы, необходимые для обработки результатов по методу наименьших квадратов (рис. 3.3).

Таблица 3.3

Результаты испытаний на сдвиг

Опытные данные				Сравнение с формулой		
σ_i, кгс/см²	s_i, кгс/см²	σ_i^2	$\sigma_i s_i$	по формуле s_i	разности Δs_i	отклонения в % $\frac{(6)}{(2)}100$
1	2	3	4	5	6	7
0,5	1,75	0,25	0,88	1,6	—0,15	—8,6
1	1,5	1	1,5	1,7	0,20	13,3
2	1,75	4	3,5	1,9	0,15	8,6
2	2,25	4	4,5	1,9	—0,35	—13,8
3	1,75	9	5,25	2,1	0,35	20,0
3	2,2	9	6,6	2,1	—0,10	—4,5
4	2,3	16	9,2	2,3	0	0
4	2,5	16	10	2,3	—0,2	—8,0
19,5	16,00	59,25	41,43	—	—0,10	—

$$41{,}43 = k \cdot 59{,}25 + b \cdot 19{,}5;$$
$$16 = k \cdot 19{,}5 + b \cdot 8.$$

Решение этой системы дает $k = 0{,}2$; $b = 1{,}5$ кгс/см², и уравнение сдвига имеет вид:

$$s = 0{,}2\sigma + 1{,}5 \text{ кгс/см}^2.$$

В столбце 5 приведены значения s_i, вычисленные по этой формуле, а в столбцах 6 и 7 даны абсолютные и относительные (в процентах) расхождения между формульными и опытными

значениями s_i. Анализ этих расхождений может оказаться полезным для оценки как случайных погрешностей в выполнении опытов при разных интервалах значений независимой переменной, так и колебаний в свойствах образцов.

Доверительные уравнения регрессии. Зависимости между экспериментальными значениями уровней фактора x и уровней отклика (параметра) системы y называют *регрессией y на x*.

Чтобы отличить обычную функциональную зависимость $y=f(x)$ от регрессивной, будем записывать последнюю в виде: $\hat{y}=\hat{f}(x)$ (читается «эф с шапочкой»).

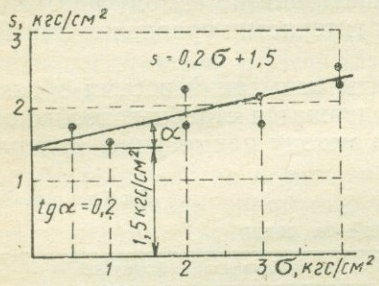


Рис. 3.3. Результаты испытания на сдвиг

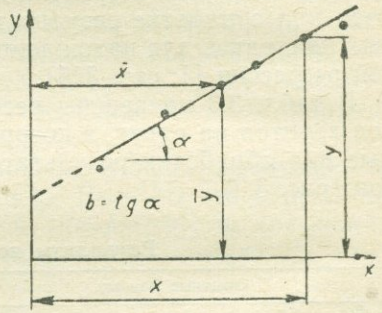


Рис. 3.4. Линия регрессии

Термин *регрессия* в этом определении давно уже утерял тот первоначальный смысл, который придавал ему его автор Гальтон. Анализируя статистические данные о зависимости роста сыновей от роста отцов, он нашел, что средний рост сыновей высоких отцов меньше, чем рост отцов, и что рост этих сыновей ближе, чем рост их отцов, к среднему росту всех мужчин (регрессирует). Соответствующая зависимость и была названа регрессией.

В тех случаях, когда приращение y зависит только от приращения x, но не зависит от абсолютного значения x перед получением приращения, зависимость $y \sim x$ является *линейной* и уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = a + bx. \tag{3.17}$$

Параметр a называют свободным членом регрессии; b — коэффициентом регрессии.

Точка с координатами $(\bar{x}, \bar{y})$, где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — средние значения, всегда лежит на линии регрессии. Поэтому, определив $\bar{y}$, нужно найти лишь значение b, чтобы построить линию регрессии (рис. 3.4) с уравнением:

$$\hat{y} - \bar{y} = b(x - \bar{x}). \tag{3.18}$$

Если фактор x испытывает случайные колебания, то поступают следующим образом. Делят ось абсцисс на одинаковые интервалы и проектируют все опытные точки на вертикали, проведенные через середины интервалов. Затем для группы точек из каждой такой вертикали с абсциссой x_i определяют среднее значение y_i, которое обозначим $\bar{y}_i$.

Если для каждого значения x_i определить разность между средней для этого значения x величиной $\bar{y}_i$ и соответствующим значением ординаты прямой регрессии $\hat{y}_i$, то величина

$$\delta_i = \bar{y}_i - \hat{y}_i \tag{3.19}$$

называется *отклонением* от регрессии.

Взяв суммы квадратов δ_i и разделив эту сумму на число степеней свободы $n-2$, найдем, извлекая из этого результата квадратный корень, *среднеквадратическое отклонение* от регрессии, которое обозначают s_{yx}:

$$s_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma\delta_i^2}{n-2}}. \tag{3.20}$$

Количество степеней свободы здесь равно числу n опытных пар данных минус число параметров и коэффициентов уравнения регрессии (3.18).

Среднеквадратическое отклонение или *среднеквадратическая ошибка* параметра b

$$s_b = \frac{s_{yx}}{\sqrt{\Sigma x^2}} = \sqrt{\frac{\Sigma\delta_i^2}{(n-2)\,\Sigma x^2}}. \tag{3.21}$$

Значение $\Sigma\delta_i^2$ может быть непосредственно вычислено по формуле

$$\Sigma\delta_i^2 = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2}. \tag{3.22}$$

Представим уравнение генеральной совокупности в виде:

$$\mu = \bar{\mu} + \beta(x - \bar{x}), \tag{3.23}$$

где μ и β — величины, для которых выборочными оценками служат соответственно $\bar{y}$ и b.

Определим среднеквадратические отклонения от средних значений $\bar{x}$ и $\bar{y}$:

$$s_x = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}; \quad s_y = \sqrt{\frac{\Sigma(y_i - \bar{y})}{n-1}} \tag{3.24}$$

и найдем *коэффициент корреляции* r по формуле

$$r = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n s_x s_y}. \tag{3.25}$$

Обычно оказывается удобнее вычислять r по формуле, вытекающей из предыдущей:

$$r = \frac{n\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{\sqrt{\left[n\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)\right]\left[n\Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2\right]}} \qquad (3.26)$$

и не требующей предварительного определения s_x и s_y.

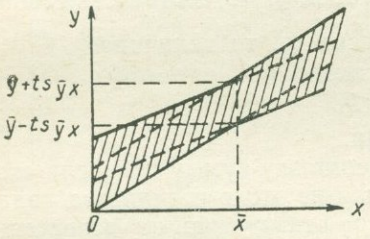


Рис. 3.5. Доверительная область

Коэффициент β *истинной регрессии* (для генеральной совокупности) расположен в пределах доверительного интервала [56]:

$$b - t\frac{s_y\sqrt{1-r}}{s_x\sqrt{n-2}} \leqslant \beta \leqslant b + t \times \times \frac{s_y\sqrt{1-r}}{s_x\sqrt{n-2}}. \qquad (3.27)$$

Значение t определяется по табл. 3.1 Стьюдента для заданной надежности P и при числе степеней свободы $f = n-2$.

При той же величине P определяют доверительные пределы для $\bar{\mu}$. С этой целью сначала вычисляют *среднеквадратическое отклонение от средней* по формуле

$$s_{\bar{yx}} = \frac{s_{yx}}{\sqrt{n}} \qquad (3.28)$$

и далее находят

$$\bar{y} - ts_{\bar{yx}} \leqslant \bar{\mu} \leqslant \bar{y} + ts_{\bar{yx}}. \qquad (3.29)$$

Теперь остается провести на графике четыре прямые: две — через точку с координатами $(\bar{x}, \bar{y}, -ts_{\bar{yx}})$ и с угловыми коэффициентами, равными граничным значениям β (т. е. $b - t\frac{s_y\sqrt{1-r}}{s_x\sqrt{n-2}}$ и $b + t\frac{s_y\sqrt{1-r}}{s_x\sqrt{n-2}}$), и две — через точку с координатами $(\bar{x}, \bar{y}+ts_{\bar{yx}})$ и с теми же угловыми коэффициентами, что и предыдущие (рис. 3.5).

Доверительная область (доверительный коридор, шнур) заштрихована на рисунке. В зависимости от того, что идет в запас при данном расчете, принимается зависимость $\hat{y} = \hat{f}(x)$ либо по верхней, либо по нижней границе этой области. На каждой из этих границ следует пользоваться двумя уравнениями: при $x < \bar{x}$ и при $x > \bar{x}$.

Определение параметров нелинейной зависимости методом наименьших квадратов. Как известно, через n точек всегда можно провести кривую порядка n—1. Так, через две точки проходит прямая, через три — квадратная парабола, через четыре — парабола третьего порядка и т. д. Однако уравнения парабол пятого и более высоких порядков использовать для представления экспериментального материала практически неудобно. Поэтому при описании опытов всегда ограничиваются параболами порядка не выше четвертого.

Пусть требуется определить параметры уравнения параболы второго порядка (уравнения для *регрессии второго порядка*):

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2, \tag{3.30}$$

где $\hat{y}$ — значения y, взятые по кривой регрессии.

Производные по коэффициентам будут иметь вид:

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial a_0} = 1; \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial a_1} = x; \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial a_2} = x^2 \tag{3.31}$$

и соответственно минимуму функции

$$\sum_1^n [y_i - f(x_i)]^2 = \min! \tag{3.32}$$

будет отвечать следующая система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \sum_1^n y_i - \sum_1^n (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2) &= 0; \\ \sum_1^n y_i x_i - \sum_1^n (a_0 x_i + a_1 x_i^2 + a_2 x_i^3) &= 0; \\ \sum_1^n y_i x_i^2 - \sum_1^n (a_0 x_i^2 + a_1 x_i^3 + a_2 x_i^4) &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{3.33}$$

Из этих трех уравнений требуется определить три неизвестных параметра a_0, a_1 и a_2.

Приводим расчетную таблицу для некоторого опыта, в котором было получено 16 пар значений x_i и y_i (табл. 3.4).

Подставив соответствующие суммы в уравнения (3.33), получим:

$$\begin{aligned} 16a_0 + 28a_1 + 52{,}4a_2 - 82{,}97 &= 0; \\ 28a_0 + 52{,}4a_1 + 103{,}6a_2 - 154{,}78 &= 0; \\ a_0 + 103{,}6a_1 + 213{,}83a_2 - 306{,}34 &= 0. \end{aligned}$$

Таблица 3.4

Расчетная таблица

№ п.п.	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$y_i x_i$	$y_i x_i^2$	$\hat{y}_i$
1	1,0	3,71	1,000	1,000	1,000	3,110	3,710	3,736
2	1,1	3,81	1,210	1,331	1,464	4,191	4,610	3,752
3	1,2	3,86	1,440	1,728	2,074	4,632	5,558	3,806
4	1,3	3,93	1,690	2,197	2,856	5,109	6,642	3,899
5	1,4	3,96	1,960	2,744	3,842	5,544	7,762	4,029
6	1,5	4,20	2,250	3,375	5,062	6,300	9,450	4,197
7	1,6	4,34	2,560	4,096	6,554	6,944	11,110	4,403
8	1,7	4,51	2,890	4,913	8,352	7,667	13,034	4,647
9	1,8	4,73	3,240	5,832	10,498	8,514	15,325	4,929
10	1,9	5,35	3,610	6,859	13,032	10,165	19,314	5,248
11	2,0	5,74	4,000	8,000	16,000	11,480	22,960	5,606
12	2,1	6,14	4,410	9,261	19,448	12,894	27,077	6,001
13	2,2	6,51	4,840	10,648	23,426	14,322	31,508	6,435
14	2,3	6,98	5,290	12,167	27,984	16,054	36,924	6,906
15	2,4	7,44	5,760	13,824	33,178	17,856	42,854	7,415
16	2,5	7,76	6,250	15,625	39,063	19,400	48,500	7,962
$n=16$	28	82,97	52,4	103,6	213,83	154,78	306,34	—

Решение этой системы уравнений дает значения $a_0=5{,}65$; $a_1=-3{,}81$; $a_2=1{,}89$, и соответственно уравнение кривой будет иметь вид:

$$\hat{y} = 5{,}65 - 3{,}81x + 1{,}89x^2. \qquad (3.34)$$

На рис. 3.6 показаны опытные точки и кривая, построенная по формуле (3.34).

Чтобы проверить степень согласованности расчетов по найденной эмпирической формуле с опытными данными, определяют величины отклонений $\delta=y_i-\hat{y}$ и находят среднеквадратическое отклонение s от регрессии по формуле

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{N-(m+1)}}, \qquad (3.35)$$

где N — количество опытных точек;

m — степень аппроксимирующего многочлена.

В данном случае $\Sigma\delta^2=0{,}171$, $m=2$, $N=16$ и мы находим:

$$s = \sqrt{\frac{0{,}171}{16-(2+1)}} = 0{,}011.$$

Полученная величина не должна превышать максимальной погрешности отдельного измерения.

Статистические оценки. Напомним, что к приближенным оценкам характеристик генеральной совокупности (т. е. всей исследуемой толщи грунта), полученным методами математической статистики по данным испытаний выборки (отобранных образцов), предъявляют требования состоятельности, несмещенности и эффективности.

Состоятельной называют такую статистическую оценку (статистику), которая хотя и не совпадает с соответствующей генеральной характеристикой, но близка к ней при достаточно большом числе опытов (испытанных образцов). *Несмещенной* называют такую оценку, математическое ожидание которой совпадает со значением данной характеристики генеральной совокупности [I; стр. 319]. Несмещенная оценка называется *эффективной*, если она имеет наименьшую дисперсию по сравнению со всеми другими оценками этой характеристики.

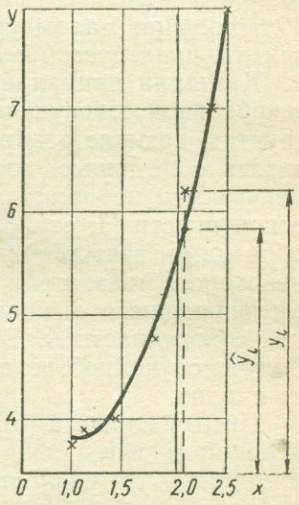


Рис. 3.6. Опытные точки и кривая к зависимости (3.34)

Это название обусловлено тем, что чем эффективнее метод оценки статистики, тем меньшее число опытов требуется для получения данных, позволяющих ее вычислить. Эффективности средней $\bar{x}$ и среднеквадратического отклонения выборки s приписывается максимальное значение. Его принимают равным 1 или 100%.

Условия определимости. Все параметры, которые мы изучаем в качестве показателей физико-механических свойств грунтов или характеристик взаимодействия систем грунт — сооружение, должны отвечать следующим *условиям определимости*:

1) *измеримость* — должна существовать техника их измерения и должна быть известна их размерность (т. е. связь с основными или независимыми размерностями) $[L]$, $[M]$, $[T]$;

2) *воспроизводимость* — повторение эксперимента и всей процедуры измерений должно давать при прочих равных условиях значения параметра, либо одинаковые при данной точности измерений, либо отличающиеся друг от друга только на ошибку измерения. Соответственно результаты повторных экспериментов должны иметь нормальное распределение [I; 5,4].

Условия, обеспечивающие воспроизводимость результатов испытаний при исследовании грунтов, строго выдержать, как правило, не удается, так как при повторном эксперименте либо используется другой образец грунта (следовательно, несколько

изменяются состав и свойства), либо не удается полностью сохранить постоянство тех внешних факторов, которые должны оставаться неизменными от опыта к опыту.

Уровень значимости. Если P означает доверительную вероятность, то $1-P$ называют *уровнем значимости*. Так как под доверительной вероятностью понимают вероятность того, что значения случайной величины находятся в пределах некоторой области, то, наоборот, уровень значимости означает вероятность того, что данная случайная величина *не попадает* в указанную область. При малом уровне значимости такое событие следует считать *практически невозможным*.

Критерии принадлежности двух выборок к одной и той же генеральной совокупности. Результаты повторных испытаний грунтов, дающие разброс, в сомнительных случаях следует проверять с помощью соответствующих *критериев согласия* или *значимости* на принадлежность к одной и той же генеральной совокупности [I; стр. 324]. Например, в двух опытах с разными образцами, взятыми из соседних блоков, найдены два значения некоторого показателя α_1 и α_2, и мы полагаем, что это случайно различающиеся оценки одного и того же показателя генеральной совокупности A. Если это так, тогда различие между ними, будучи случайной величиной, должно по вероятности стремиться к нулю.

Иными словами, при достаточно большом количестве определений α_1 и α_2 можно утверждать с вероятностью, близкой к единице, что разность их средних значений будет сколь угодно мала, т. е.

$$P\left[|\bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_2| < \varepsilon\right] \to 1, \tag{3.36}$$

где P — вероятность;
ε — сколь угодно малое число.

Можно также рассматривать отношение $\bar{\alpha}_1/\bar{\alpha}_2$, сравнивая его с единицей.

Гипотезу о том, что данные величины относятся к одной и той же генеральной совокупности и что различие между ними чисто случайное, называют *нулевой гипотезой* (обычно ее символически обозначают H_0). Обратная гипотеза, т. е. предположение, что различие между α_1 и α_2 не случайно и что эти величины являются соответственно оценками показателей A_1 и A_2 двух разных генеральных совокупностей, называется *альтернативной гипотезой*. Ошибка, обусловленная принятием гипотезы, которая на самом деле не верна, называется *ошибкой второго рода*. Ошибка *первого рода* заключается в отбрасывании верной гипотезы [56].

Непараметрические методы. Если распределение случайной величины существенно отличается от нормального, методы разработанные для этого распределения, теряют свою основу.

В этом случае для описания случайной величины прибегают к так называемым *непараметрическим методам*, не зависящим от формы распределения.

При использовании непараметрических методов значения случайной величины располагают в ряд в том или ином порядке. Если они размещены в порядке их возрастания, ряд называют ранжированным. От ранжированного ряда следует отличать *динамический ряд*, под которым понимают значения случайной величины во времени или в пространстве, расположенные в соответствии с последовательностью возрастающих значений временного или пространственного фактора.

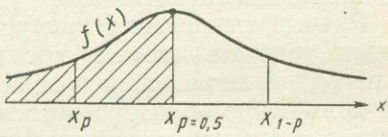


Рис. 3.7. Квантили

Между рядом последовательно возрастающих уровней фактора и членами динамического ряда может существовать однозначная зависимость, но может и отсутствовать какая-либо закономерность, и тогда говорят о случайной последовательности. Если наблюдается тенденция к упорядоченной зависимости, маскируемая разбросом, то говорят, что имеется *тренд* в динамическом ряду.

Если члены динамического ряда не имеют нормального распределения и не могут быть к нему приведены с помощью математических преобразований, например с помощью логарифмирования, то для качественной и количественной оценки подобных случайных величин прибегают к непосредственному анализу динамического ряда.

Важную роль в этом анализе играет понятие *квантили*. Этим термином обозначают значение случайной величины («варианту»), для которого указана вероятность появления. Так, например, для квантиля x_p вероятность появления значений случайной величины, меньших x_p, равна p:

$$P[x < x_p] = p, \tag{3.37}$$

где P — обозначение понятия «вероятность события $x < x_p$»;

p — численное значение этой вероятности.

Квантиль при $p = 0{,}5$ называется медианой [I; стр. 240]. Квантили x_p и x_{1-p} называют *симметричными* (рис. 3.7).

Непараметрической оценкой значения случайной величины вместо математического ожидания служит медиана, которая делит площадь кривой распределения на две равные части [I; стр. 240], а для оценки рассеивания случайной величины используют квантили, называемые *квартилями*: *нижнюю*, соответствующую в динамическом ряду вероятности $p = 25\%$, и *верхнюю*, соответствующую $p = 75\%$. Могут быть использова-

ны и *децили* (отвечающие значениям p через каждые 10%). Важной непараметрической характеристикой является размах вариантного ранжированного ряда (разность между его крайними значениями). Непараметрические характеристики широко используются при ускоренных методах обработки статистических данных. Более подробные сведения об этих методах читатель найдет в литературе по математической статистике.

Ускоренные методы статистической обработки экспериментов. Применение этих методов сопряжено с некоторым снижением точности, т. е. с увеличением доверительного интервала, однако во многих практических случаях такое увеличение вполне допустимо [6].

Ручные вычисления при ускоренных (или экспрессных) методах требуют меньше времени, чем нужно для подготовки и передачи вычислений на ЭЦВМ, и они особенно удобны, когда количество образцов относительно невелико, что как раз характерно для испытаний грунтов.

а) *Предварительная обработка данных.* Следует сначала избавиться от дробных чисел и исключить одинаковую постоянную составляющую из всех вариантов, а затем ранжировать их, т. е. расположить в порядке возрастания [1; 5, 7]. Так, если в опытах получены величины (варианты) 16,4; 16,1; 17,1; 16,5, их следует умножить на 10 и отнять из каждой 160. Получим (в порядке возрастания) варианты 1, 4, 5, 11. После завершения расчетов надо проделать с результатом обратную операцию (прибавить 160 и разделить на 10).

б) *Проверка на наличие «выбросов».* Нередко среди вариант встречаются значения, сильно отличающиеся от остальных («выбросы»). Можно предполагать, что они являются результатом какой-либо грубой ошибки или следствием случайности при формировании отложения, имеют место только в единственной точке и не характерны как для отложения в целом, так и для данного его участка.

Существует ряд приемов для проверки выборки на присутствие подобных «выбросов». Наиболее быстрый основан на оценке различий крайних вариант выборки.

Пусть в ряду значений y_i: 1) 8; 2) 19; 3) 20; 4) 24; 5) 26; 6) 28; 7) 40; 8) 49 подозрительны на выброс варианты $y_1=8$; $y_7=40$; $y_8=49$. Рассчитываем отношения вида $(y_n-y_{n-1})/(y_n-y_1)$, т. е. абсолютные значения:

$$\frac{y_8-y_7}{y_8-y_1}=\frac{49-40}{49-8}=\frac{9}{41}=0{,}22;$$

$$\frac{y_7-y_6}{y_7-y_1}=\frac{40-28}{40-8}=\frac{12}{32}=0{,}38;$$

$$\frac{y_2-y_1}{y_8-y_1}=\frac{19-8}{49-8}=\frac{11}{41}=0{,}27.$$

В этих отношениях в числителе стоит разность между выскакивающей крайней вариантой и ей предшествующей, а в знаменателе — разность между наибольшей и наименьшей вариантами.

Полученные величины оценивают с помощью табл. 3.5 [6].

Таблица 3.5

Критерии для исключения «выбросов»

n	Уровень надежности P в %					
	95			99		
	$\frac{y_n-y_{n-1}}{y_n-y_1}$; $\frac{y_2-y_1}{y_n-y_1}$	$\frac{y_n-y_{n-1}}{y_n-y_2}$; $\frac{y_2-y_1}{y_n-y_2}$	$\frac{y_n-y_{n-2}}{y_n-y_1}$; $\frac{y_3-y_1}{y_n-y_1}$	$\frac{y_n-y_{n-1}}{y_n-y_1}$; $\frac{y_2-y_1}{y_n-y_1}$	$\frac{y_n-y_{n-1}}{y_n-y_2}$; $\frac{y_2-y_1}{y_n-y_2}$	$\frac{y_n-y_{n-2}}{y_n-y_1}$; $\frac{y_3-y_1}{y_n-y_1}$
3	0,941	1,000	1,000	0,988	1,000	1,000
4	0,765	0,955	0,967	0,889	0,991	0,992
5	0,642	0,807	0,845	0,780	0,916	0,929
6	0,560	0,689	0,736	0,698	0,805	0,836
7	0,507	0,610	0,661	0,637	0,740	0,778
8	0,468	0,554	0,607	0,590	0,683	0,710
9	0,437	0,512	0,565	0,555	0,635	0,667
10	0,412	0,477	0,531	0,527	0,597	0,632
11	0,392	0,450	0,504	0,502	0,566	0,603
12	0,376	0,428	0,481	0,482	0,541	0,579
15	0,338	0,381	0,430	0,438	0,486	0,522
20	0,300	0,334	0,372	0,391	0,430	0,464
24	0,281	0,309	0,347	0,367	0,400	0,434
30	0,260	0,283	0,322	0,341	0,369	0,402

В этой таблице для числа вариант $n=8$ и уровня достоверности 95% указано пограничное значение для $(y_2-y_1)/(y_n-y_1)$ и для $(y_n-y_{n-1})/(y_n-y_1)$, равное 0,468, а для уровня достоверности 99% — значение 0,590. Оба эти значения гораздо больше вычисленных нами величин 0,22, 0,38 и 0,27, и, следовательно, варианты y_1, y_7 и y_8 не являются выбросами. Отношением $(y_n-y_{n-1})/(y_n-y_2)$ пользуются тогда, когда считают варианту y_1 выбросом, а отношением $(y_n-y_{n-2})/(y_n-y_1)$ — когда предполагается, что обе варианты y_n и y_{n-1} — выбросы.

Так, в нашем случае

$$\frac{y_8-y_7}{y_8-y_2}=\frac{49-40}{49-19}=\frac{9}{30}=0{,}3<0{,}554;$$

$$\frac{y_8-y_6}{y_8-y_1}=\frac{49-28}{49-8}=\frac{21}{41}=0{,}51<0{,}607,$$

т. е. и эта проверка свидетельствует об отсутствии выбросов.

в) *Определение доверительного интервала.* После исключения выбросов определяют среднеарифметическое значение $\bar{y}$

и среднеквадратическое отклонение s с помощью простых формул (при $n \leqslant 20$):

$$\bar{y} = \frac{\sum_{1}^{n} y_i}{n}; \quad s = \frac{W}{d}, \tag{3.38}$$

где W — размах ряда, равный $y_n - y_1$;
d — величина, определяемая по табл. 3.6.

Таблица 3.6

Значения d (для оценки среднеквадратического отклонения)

n	d	n	d	n	d	n	d
2	1,128	7	2,704	12	3,258	17	3,588
3	1,693	8	2,847	13	3,336	18	3,640
4	2,059	9	2,970	14	3,407	19	3,689
5	2,326	10	3,078	15	3,472	20	3,735
6	2,534	11	3,173	16	3,532	—	—

В нашем примере при $n=8$, $d=2{,}847$

$$\bar{y} = \frac{8+19+20+24+26+40+49}{8} = \frac{214}{8} = 26{,}8;$$

$$s = \frac{y_8 - y_1}{d_8} = \frac{48-8}{2{,}847} = 14{,}4.$$

Границы доверительного интервала вычисляют по формуле

$$\pm \varepsilon = \pm k_W W, \tag{3.39}$$

где

$$k_W = \frac{t_{n-1}}{d\sqrt{n}}. \tag{3.40}$$

Для доверительных вероятностей $P=0{,}95$ и $P=0{,}99$ коэффициент k_W берется по табл. 3.7.

Таблица 3.7

Значения k_W (для расчета доверительного интервала)

n	Уровень надежности P в %		n	Уровень надежности P в %		n	Уровень надежности P в %	
	95	99		95	99		95	99
2	8,00	40,03	9	0,25	0,37	16	0,15	0,20
3	1,48	3,39	10	0,23	0,33	17	0,14	0,19
4	0,77	1,44	11	0,21	0,30	18	0,14	0,19
5	0,53	0,88	12	0,19	0,28	19	0,13	0,18
6	0,41	0,64	13	0,18	0,25	20	0,12	0,17
7	0,34	0,52	14	0,17	0,23	—	—	—
8	0,29	0,43	15	0,16	0,22	—	—	—

При $n=8$ и $P=0{,}99$ $k_W=0{,}43$. Соответственно доверительные граничные значения $\bar{y}$ будут:

$$\bar{y}+k_W W = 26{,}8 + 0{,}43 \cdot 41 = 44{,}4;$$

$$\bar{y}-k_W W = 26{,}8 - 17{,}6 = 9{,}2.$$

Аналогичным образом можно найти доверительные границы для значения $\bar{y}$ при $P=0{,}95$.

г) *Определение необходимого числа опытов.* Пусть сначала проведено m предварительных и «пристрелочных» испытаний. Для этих испытаний определяем $\bar{y}$ и W и задаемся доверительным интервалом ε, на величину которого истинное значение $y_{ист}$ может с вероятностью P отличаться от $\bar{y}$. Затем по табл. 3.7 находим для данного значения n_1 величину параметра k_W. Далее по формуле

$$n = \frac{mW^2 k_W^2}{\varepsilon^2 \bar{y}^2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{2m}}\right)^2 \qquad (3.41)$$

рассчитываем необходимое количество опытов. Точность этого расчета тем выше, чем больше предварительных опытов m.

Приводим пример расчета необходимого количества опытов m при $\varepsilon=0{,}05$ и $P=0{,}99$ (табл. 3.8).

Таблица 3.8

m	y_i	$\bar{y}$	W_m	$W_m/\bar{y}$	$\frac{1}{\sqrt{2m}}$	k_W	n
5	603; 606; 625; 635; 680	630	680—603= =77	0,12	0,32	0,88	20 ± 14

Таким образом, необходимо дополнительно провести в среднем еще 20—5=15 опытов, а лучше 34—5=29 опытов.

Другой упрощенный прием рекомендуется в [61] для тех случаев, когда не требуется особая точность. Ограничивая доверительный интервал величиной среднеквадратического отклонения s_n (так называемый односигмовый предел $\varepsilon=s_n$), находим:

$$t = \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{s_n} = \sqrt{n}. \qquad (3.42)$$

По таблицам Стьюдента (или графику на рис. 3.1) этому отвечают доверительные вероятности (табл. 3.9).

Таблица 3.9

n	4	5	6	7
t_i	2,0	2,24	2,45	2,65
P_i	0,85	0,91	0,95	0,96

Если такая надежность недостаточна, то, определив значения s_i^* и ε_i по данным первых пяти-шести опытов, а величину t — по графику на рис. 3.1, находят минимально необходимое число опытов N:

$$N = \frac{s_i^{*2} t^2}{\varepsilon_i^2},$$

начиная с которого вычисляют значения P и продолжают опыты, пока N не станет достаточным для обеспечения требуемой надежности P.

Сравнение дисперсий и средних по разным выборам. Допустим, что на испытание в две различные лаборатории посланы образцы, отобранные из одного и того же слоя грунта. В лабораториях получены несколько различающиеся результаты. Так как образцов грунта больше нет, повторить испытания невозможно. Возникает вопрос, можно ли путем анализа полученных в каждой из лабораторий результатов оценить качество проведенных испытаний и можно ли при окончательной обработке материалов инженерно-геологических изысканий воспользоваться данными обеих лабораторий или результаты с более высокой дисперсией следует отбросить?

Пусть опытам первой лаборатории соответствует дисперсия σ_1^2, второй — дисперсия результатов σ_2^2. Очевидно, качество испытаний тем выше, чем меньше дисперсия. Определим, можно ли считать обе эти выборочные дисперсии оценками одной и той же дисперсии генеральной совокупности. В качестве критерия однородности дисперсий используется так называемое распределение Фишера или F-распределение. Так называют распределение случайной величины

$$F_p = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}. \qquad (3.43)$$

Так как генеральные дисперсии σ_1^2 и σ_2^2 нам неизвестны, воспользуемся вместо них дисперсиями соответствующих выборок s_1^2 и s_2^2.

Пусть число опытов, проведенных лабораторией, получившей бóльшую дисперсию $s_1^2 = 0{,}62$, равно 11 и, следовательно, число

степеней свободы $f_1 = 11 - 1 = 10$. Вторая лаборатория получила $s_2^2 = 0{,}28$ при $f_2 = 16$. Величина F является отношением большей дисперсии к меньшей:

$$F_p = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{0{,}62}{0{,}28} = 2{,}22.$$

По табл. 3.10 при доверительной вероятности 0,95 находят величину F, соответствующую значениям f_1 и f_2, равную 2,5. Если значение F, подсчитанное для двух выборок, больше критического значения, гипотезу о равенстве дисперсий отвергают, если же меньше — принимают. В данном случае $2{,}22 < 2{,}5$, и, следовательно, можно считать, что результаты испытаний, проведенных обеими лабораториями, имеют однородные дисперсии, а значит, практически одинаковую точность. Если одна из сравниваемых дисперсий рассматривается как генеральная, то число ее степеней свободы считают равным бесконечности.

Таблица 3.10

Значения критерия Фишера для вероятности 95% (F-распределение)

f_2 \ f_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
3	10,1	9,1	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,0	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,8	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,1	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,7	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	2,9	2,7	2,5
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,7	2,5	2,3
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,7	2,5	2,3	2,1
16	3,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,5	2,3	2,1	1,9
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,4	2,3	2,1	1,8
25	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,4	2,2	2,0	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,6
35	4,1	3,3	2,9	2,6	2,5	2,4	2,2	2,0	1,8	1,5
40	4,1	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,2	2,0	1,8	1,5
50	4,0	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,4
60	4,0	3,1	2,8	2,5	2,4	2,2	2,1	1,9	1,7	1,4
88	4,0	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	2,0	1,9	1,6	1,3
100	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	2,0	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	1,9	1,9	1,7	1,5	1,0

Если приходится сравнивать не две, а несколько дисперсий с различными степенями свободы, пользуются критерием Бартлета. Определяют средневзвешенную дисперсию

$$s^2 = \frac{\Sigma f_1 s_1^2}{\Sigma f_1}$$

и вычисляют величины

$$B = 2{,}303\,(f \lg s^2 - \Sigma f_i \lg s_i^2); \tag{3.44}$$

$$C = 1 + \frac{1}{3\,(k-1)}\left(\sum \frac{1}{f_i} - \frac{1}{f}\right), \tag{3.45}$$

где k — количество сравниваемых дисперсий;
$i = 1, 2, \ldots, k$.

Гипотеза о равенстве дисперсий принимается в том случае, если отношение $B/C < \chi^2$ (критерий Пирсона) при данной доверительной вероятности P (P равно единице минус уровень значимости); в противном случае различие между дисперсиями следует считать значимым.

Если все f_i равны друг другу, можно применить более удобный и точный критерий Кохрана, согласно которому определяется отношение самой большой из дисперсий к сумме всех остальных:

$$g = \frac{\max s_i^2}{s_1^2 + s_2^2 + \cdots + s_k^2} \tag{3.46}$$

и найденное значение g сравнивают с табличным g_p [56] при данных k и f. Если $g > g_p$, гипотезу о равенстве дисперсий (или нулевую гипотезу, т. е. о нулевом различии между дисперсиями) следует отбросить и различие считать значительным.

Если различие между дисперсиями оказывается незначимым, то, зная средневзвешенную дисперсию, можно сравнить и значения средних (математических ожиданий) по выборкам, применяя критерии Стьюдента.

Для рассмотренного выше примера

$$s^2 = \frac{s_1^2 f_1 + s_2^2 f_2}{f_1 + f_2} = \frac{10 \cdot 0{,}62 + 16 \cdot 0{,}28}{26} = 0{,}41.$$

По табл. 3.1 t-распределения находим для $P = 0{,}95$ и $f = 26$, $t = 1{,}71$, и, следовательно, половина доверительного интервала равна:

$$t \cdot s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = 1{,}71 \cdot 0{,}41 \sqrt{\frac{1}{11} + \frac{1}{17}} = 0{,}27.$$

Если разность $a = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$ средних значений $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$, определенных в лабораториях, больше 0,27, то различие между ними следует считать значимым.

В предыдущем примере мы заменяли отношение генеральных дисперсий отношением дисперсий выборок. Однако в тех случаях,

когда генеральные дисперсии неизвестны, лучше вообще не обращаться к критерию Фишера. Приведем такой пример.

В результате испытания на сдвиг серии образцов пылеватого грунта нарушенной структуры возникло предположение, что колебания величины угла внутреннего трения объясняются изменением содержания песчаной фракции. Для проверки этого предположения было решено искусственно сделать содержание этой фракции одинаковым во всех образцах и равным среднему в испытываемом грунте, а затем подвергнуть образцы испытанию на срез при тех же плотностях и влажностях, что и в первый раз. Теперь необходимо установить методами математической статистики, является ли различие усредненного сопротивления сдвигу по двум группам образцов случайным или оно существенно, т. е. действительно отражает колебания в содержании песчаной фракции.

Чтобы не проводить лишних испытаний, будем вести обработку результатов сразу же после каждого опыта. Обозначим количество опытов в первой серии n_1, а во второй n_2. Так как по каждой из выборок одна степень свободы используется для определения средних арифметических $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$, то остается степеней свободы $f=n_1+n_2-2$. При этом t-Стьюдента будет равно:

$$t=\frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}=\frac{\bar{y}_1-\bar{y}_2}{\sqrt{s_1^{*2}+s_2^{*2}}}, \qquad (3.47)$$

где

$$s_1^{*2}=\frac{\sum_{1}^{n_1}(y_{1i}-\bar{y}_1)^2}{n_1-1}; \quad s_2^{*2}=\frac{\sum_{1}^{n_2}(y_{2i}-\bar{y}_2)^2}{n_2-1}. \qquad (3.48)$$

По этим значениям f и t находим, пользуясь графиком Рафалеса — Ламарка (рис. 3.1), надежность утверждения, что различие между выборками не случайно. Эта надежность должна быть не менее 0,95 (вероятность того, что обе выборки принадлежат к одной генеральной совокупности, т. е. что различие между ними в данных опытах было случайно, равна $1-P=1-0{,}95=0{,}05$).

Увеличивая постепенно количество опытов, сравниваем каждый раз значения P_i с заданной величиной 0,95. Если при достаточно большом количестве опытов n_2 (более 8—10) P_i не достигает заданной величины, необходимо определить P_i при доверительном интервале $\varepsilon=0{,}05\,\bar{y}$ для каждой из двух групп опытов n_1 и n_2 отдельно. Если в обоих случаях P_i меньше 0,95, предположение о причине различия можно считать сомнительным по самой природе явления.

Однофакторный дисперсионный анализ. Понятие о дисперсии оказалось чрезвычайно удобным и эффективным средством оценки разброса случайной величины относительно ее среднего значения. Однако это понятие может быть использовано гораздо шире. Так, величиной дисперсии можно характеризовать отклик системы на колебания уровня некоторого фактора и сравнивать несколько систем друг с другом по величине дисперсии при одинаковых возмущающих воздействиях. Если с помощью критерия значимости будет установлено, что различие между дисперсиями двух систем вызвано неслучайными причинами, мы можем и далее пользоваться величинами дисперсий для сопоставления свойств этих систем.

Если отклик системы на некоторый фактор определяется несколькими параметрами, то по величине дисперсии для каждого из этих параметров можно установить, какой из них является определяющим.

Пусть некоторый фактор A должен был бы вызвать истинные (неизвестные нам) отклики системы при различных его уровнях, равные $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Примем в качестве характеристики влияния фактора A на систему величину

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{k}\sum_1^k (a_i - \bar{a})^2, \tag{3.49}$$

где

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_k}{k}. \tag{3.50}$$

Число σ_A^2 называют дисперсией фактора A, имея в виду, однако, не самый фактор, а отклик на воздействие, хотя значения a_i и не являются случайными величинами.

Найденные в эксперименте отклики системы на действие фактора A, включающие в себя как неслучайную, так и случайную составляющие, обозначим $x_1, x_2, \ldots, x_k$. Они, очевидно, будут отличаться от истинных неслучайных откликов a_i, а их дисперсия (дисперсия отклика) будет равна (число степеней свободы равно $k-1$):

$$s^2 = \frac{1}{k-1}\sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{k-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{k}\right]. \tag{3.51}$$

Сравним значение выборочной дисперсии s^2 с генеральной дисперсией системы σ^2, учитывающей только случайные колебания опытных значений x_i. Для этого воспользуемся критерием Фишера, как это описано в предыдущем разделе. Если s^2 и σ^2 отличаются незначимо, то и влияние фактора A на систему незначимо, так как случайный разброс наблюдений не изменился существенно [56]. Если отличие s^2 от σ^2 значимо, то это, очевидно,

определяется действием фактора A. Так как дисперсия суммы равна сумме дисперсий слагаемых, то мы можем считать, что общая дисперсия отклика s^2 есть сумма дисперсий случайного разброса σ^2 и закономерных изменений σ_A^2, откуда следует:

$$\sigma_A^2 = s^2 - \sigma^2, \tag{3.52}$$

что позволяет, зная σ^2 и определив s^2 по формуле (3.51), найти σ_A^2. Далее вычисляют критерий Фишера $F_{эксп}$ как отношение большей из величин σ_A^2 и s^2 к меньшей из них и сравнивают с табличным критическим значением F_p (при степени свободы f_1, отвечающей большей из дисперсий, и f_2, отвечающей меньшей из дисперсий), принимая, как обычно, $P=0{,}95$.

Если значение $F_{эксп} < F_p$, влияние изучаемого фактора A следует считать незначимым при данной доверительной вероятности P.

Однако в большинстве случаев значение σ^2 заранее неизвестно. Чтобы найти эту дисперсию, следует проводить по нескольку дублирующих (повторных) опытов при каждом уровне фактора A.

Пусть число таких дублей будет при каждом уровне одинаково и равно n. Среднее значение x_i при i-м уровне фактора A равно:

$$\bar{x}_i = \frac{x_{i1} + x_{i2} + \cdots + x_{in}}{n}. \tag{3.53}$$

Вычислим теперь среднее значение x (обозначим его $\bar{\bar{x}}$) по наблюдениям при всех k уровнях фактора, т. е. по всем kn наблюдениям:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{kn} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i. \tag{3.54}$$

Далее найдем общую дисперсию всех наблюдений:

$$s^2 = \frac{1}{kn-1} \sum_i \sum_j (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2 = \frac{1}{kn-1} \left[\sum_i \sum_j x_{ij}^2 - \frac{(\sum_i \sum_j x_{ij})^2}{kn} \right]. \tag{3.55}$$

Дисперсия s вызвана как закономерными изменениями отклика, так и его случайной составляющей. Теперь наша задача заключается в разложении общей дисперсии s^2 на эти две составляющие. Выполнение такого разложения называют *дисперсионным анализом*.

Дисперсии, характеризующие влияние случайностей, очевидно, определяются разбросом дублей при каждом уровне A. Легко понять, что если бы случайностей не было, то все дубли дали бы одинаковый результат. Для уровня фактора A

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{j=1}^{n}x_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\right)^2}{n}\right]. \quad (3.56)$$

Найдя для всех k уровней значения дисперсий s_i^2 и проверив их на отсутствие значимых различий, определим теперь оценку искомого значения генеральной дисперсии σ^2:

$$s_0^2 = \frac{1}{k}\sum_i s_i^2 = \frac{1}{k(n-1)}\left[\sum_i\sum_j x_{ij}^2 - \frac{1}{n}\sum\left(\sum_j x_{ij}\right)^2\right]. \quad (3.57)$$

Теперь можно получить приближенную оценку дисперсии фактора:

$$\sigma_A^2 = s^2 - s_0^2. \quad (3.58)$$

Менее грубое значение σ_A^2 можно получить из соотношения

$$\sigma_A^i = \frac{1}{k-1}\sum_i(\bar{x}_i-\bar{x})^2 - \frac{s_0^2}{n}. \quad (3.59)$$

Чтобы влияние A было значимым, необходимо выполнение условия

$$\frac{n\sigma_A^2 + s_0^2}{s_0^2} > F_p, \quad (3.60)$$

при $f=k-1$ и $f_2=k(n-1)$ степенях свободы.

Вычисления при однофакторном дисперсионном анализе удобно вести по следующим этапам.

1. Сводят все результаты опытов в табл. 3.11 (где k — число уровней, n—число опытов при каждом уровне, которое может быть и неодинаковым в каждом столбце).

2. Находят сумму квадратов всех откликов:

$$C_1 = \sum_i\sum_j x_{ij}^2. \quad (3.61)$$

3. Определяют сумму квадратов итогов по столбцам X_i, деленную на число параллельных наблюдений:

$$C_2 = \sum^{k}\frac{X_i^2}{n_i}; \quad (3.62)$$

при $n_1=n_2=\ldots=n_i=n$

$$C_2 = \frac{1}{n}\sum^{k}X_i^2. \quad (3.63)$$

4. Находят квадрат общего итога, деленный на число всех наблюдений:

Таблица 3.11

Результаты опытов

Номера наблюдений	Уровни фактора A_i:				Суммы по строкам
	A_1	A_2	. . . .	A_k	
1	x_{11}	x_{21}	. . .	x_{k1}	Σx_{j_1}
2	x_{12}	x_{22}	. . .	x_{k2}	Σx_{j_2}
.	.	.	. . .	.	.
.	.	.	. . .	.	.
.	.	.	. . .	.	.
n	x_{1n}	x_{2n}	. . .	x_{kn}	Σx_{j_n}
Итоги:					
X_i	X_1	X_2	. . .	X_k	$\sum_1^k X_i$
Квадраты итогов	X_1^2	X_2^2	. . .	X_k^2	$\sum_1^k X_i^2$

$$C_3 = \frac{1}{N}\left(\sum^{k} X_i\right)^2, \tag{3.64}$$

где N — общее число всех опытов, равное $n_1+n_2+...+n_i$.

5. Вычисляют дисперсии s_A^2 и s_0^2:

$$s_0^2 = \frac{C_1 - C_0}{N-k}; \quad s_A^2 = \frac{C_2 - C_3}{k-1}. \tag{3.65}$$

6. Сравнивают s_0^2 и s_A^2 по критерию Фишера исходя из степеней свободы $f_1 = k-1$ и $f_2 = N-k$. В случае незначимого различия находят оценку генеральной дисперсии:

$$s^2 = \frac{C_1 - C_3}{N-1}. \tag{3.66}$$

7. В случае значительного различия определяют дисперсию фактора A:

$$\sigma_A^2 = \frac{(k-1)N}{N^2 - \sum^{k} n_i^2}\left(s_A^2 - s_0^2\right). \tag{3.67}$$

Пусть, например, исследуется эффективность закрепления грунта некоторым химикатом. Уровнями фактора A являются концентрации вводимого в грунт раствора этого химиката. Следует определить, какая из концентраций наиболее эффективна и дает максимальную прочность закрепленного грунта. Для это-

го сравнивают по значимости средние по столбцам (по концентрациям A_i) X_i, и если они различаются, то их сравнивают попарно с помощью критерия Стьюдента.

3.2. Многофакторный эксперимент

Сильные взаимодействия. В тех случаях, когда на систему действуют одновременно несколько близких по интенсивности факторов и изолировать их друг от друга невозможно, так как шум при их раздельном изучении очень велик, взаимодействие таких факторов называют *сильным*.

Теория и техника экспериментальных исследований в настоящее время разработаны в достаточной мере, чтобы извлечь необходимую информацию и в тех случаях, когда, проведя со всей доступной тщательностью длительные и дорогостоящие опыты в сложных полевых условиях, получают результаты, явно свидетельствующие о наличии каких-то сильных взаимодействий.

При сильных взаимодействиях недопустимо использование принципа суперпозиции (независимость действия), поэтому процесс характеризуется системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. В недалеком прошлом решение больших систем даже линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами во многих случаях оказывалось практически неосуществимым, так как требовались слишком большие затраты времени, а нелинейные системы вообще не поддавались решению. Только с появлением вычислительных машин стало возможным использование математики для таких исследований, которые по своей сложности недавно еще были совершенно недоступными. Благодаря применению этих машин во многих случаях можно заменить сложные натурные исследования математическим моделированием с последующей проверкой результатов в натурных условиях.

Вопрос о многофакторном эксперименте. Не так давно системы с сильными взаимодействиями оставались, по существу, за пределами строгого научного эксперимента и приходилось ограничиваться накоплением материалов наблюдений, нередко противоречивых, выдвигая всевозможные гипотезы. Впервые Р. Фишер показал, как следует подходить к организации экспериментальных исследований при таких сложных взаимодействиях, когда изменение одного из факторов непосредственно приведет к изменению ряда других. При таких взаимодействиях систему исследуют при одновременном действии на нее нескольких факторов, и такие эксперименты называют *многофакторными*. При определенной системе их планирования зависимость отклика от факторов при сильном взаимодействии удается представить в виде суммы членов, каждый из которых зависит только от одного фактора, и отдельных членов, содержащих произведения фак-

торов. Так как именно эти последние члены отражают взаимодействие факторов, то, следовательно, в отклике можно выделить ту часть, которая зависит от взаимного влияния факторов друг на друга.

Успешное решение проблемы проектирования многофакторных экспериментов позволило применить разработанные для этой цели методы и в тех случаях, когда требуется исследовать влияние на систему нескольких невзаимодействующих факторов (случай слабого или пренебрежимого взаимодействия). Обычно в таких случаях при проведении опытов меняют уровни одного фактора и оставляют на это время постоянными уровни остальных факторов. Однако можно ставить опыты и при одновременном изменении уровней всех факторов, выделяя затем действие каждого из них методами обработки многофакторных экспериментов. В связи с этим существенно сократится объем опытных работ.

Планирование многофакторного эксперимента. Если результат испытаний зависит от ряда факторов, то лучше всего изучать их одновременное действие, используя затем дисперсионный анализ для оценки роли каждого из них.

Если в эксперименте предусмотрены все возможные сочетания уровней изучаемых факторов, то такой эксперимент называется *полным факторным*. В полном факторном эксперименте всегда можно выделить группы опытов, в которых все факторы, кроме одного, сохраняют постоянные уровни; иными словами, полный факторный эксперимент представляет собой совокупность однофакторных экспериментов при наличии шумов.

Количество испытаний при таком эксперименте равно произведению количества уровней всех факторов. Например, при трех факторах с четырьмя уровнями каждого общее количество опытов будет $4^3=64$.

Для уменьшения количества опытов можно некоторые сочетания уровней пропустить, и тогда мы получим *дробный факторный эксперимент*. Этот эксперимент должен быть спланирован так, чтобы информация, потерянная вследствие сокращения числа опытов, была относительно несущественной. Чаще всего исключают опыты, предназначенные для выяснения взаимодействия факторов, о котором заведомо известно, что оно отсутствует или мало.

Допустим, что проводится двухфакторный эксперимент с одинаковым количеством k уровней факторов A и B. Общее количество опытов без дублей равно k^2. Если потребуется исследовать влияние третьего фактора D, то при полном факторном эксперименте придется, сочетая каждый уровень одного фактора со всеми уровнями других факторов, довести количество опытов до k^3. Рассмотрим, какую информацию можно извлечь из опытов, если, сохранив прежнее их количество k^2, будем в каждой серии опытов (при постоянном A или B) добавлять также воздействие

фактора D при каком-либо его уровне. Таким образом, мы проведем эксперимент при всех k уровнях фактора D, однако это будет уже дробный факторный эксперимент.

При этом нужно так расположить уровни фактора D, чтобы в каждом столбце и в каждой строке таблицы экспериментов эти уровни встречались по одному разу. Такое расположение называют *латинским квадратом*, так как Фишер предложил обозначать уровни добавляемого фактора латинскими буквами. Различные виды латинских квадратов можно найти в пособиях по математической статистике [1].

Квадрат для $k=5$ приведен в табл. 3.12.

Таблица 3.12

Латинский квадрат

B_i	A_i				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
B_1	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
B_2	D_2	D_3	D_4	D_5	D_1
B_3	D_3	D_4	D_5	D_1	D_2
B_4	D_4	D_5	D_1	D_2	D_3
B_5	D_5	D_1	D_2	D_3	D_4

В каждом столбце и в каждой строчке различные уровни D встречаются только один раз и на пересечениях столбцов A и B сразу видно, какой уровень D нужно добавить к данному сочетанию факторов A и B. При этом производятся те же расчеты, что и при обычном двухфакторном анализе, и один дополнительный — определение суммы квадратов итогов по уровням фактора D, деленной на число уровней:

$$C_5 = \frac{1}{k}\sum_{1}^{k} Y_t^2, \tag{3.68}$$

где Y_t — сумма всех результатов опытов, проведенных при одном и том же уровне D_t (независимо от значений при этом уровне A и B).

Дисперсия s_0^2, связанная с случайными отклонениями (*дисперсия воспроизводимости*), определяется по формуле

$$s_0^2 = \frac{C_1 + 2C_4 - C_1 - C_3 - C_5}{(k-1)(k-2)}, \tag{3.69}$$

причем влияние взаимодействия факторов также находит отражение в s_0^2.

[1] М. М. Протодьяконов и Р. И. Тедер. Методика рационального планирования экспериментов. «Наука», М., 1970.

Далее вычисляют

$$s_A^2 = \frac{C_2 - C_4}{k-1} \text{ и } s_B^2 = \frac{C_3 - C_4}{k-1}, \quad (3.70)$$

и если эти дисперсии значимо отличаются от дисперсии s_0^2, то вычисляют дисперсии

$$\sigma_A^2 = \frac{s_A^2 - s_0^2}{k}; \quad \sigma_B^2 = \frac{s_B^2 - s_0^2}{k}. \quad (3.71)$$

Так же поступают и с оценкой влияния фактора D. Сначала вычисляют

$$s_D^2 = \frac{C_5 - C_4}{k-1}, \quad (3.72)$$

а затем, в случае значимости, находят

$$\sigma_D^2 = \frac{s_D^2 - s_0^2}{k}. \quad (3.73)$$

При испытании образцов грунта латинский квадрат удобно применять при оценке влияния на величины найденных характеристик такого дополнительного фактора, как неоднородность грунта.

Число уровней по способу латинского квадрата должно быть у всех факторов одинаковым. При необходимости эксперименты повторяют при одном и том же уровне несколько раз.

К исследованным выше факторам можно добавить и четвертый Г (гамма), расположив его уровни так, чтобы никакие два уровня D и Г не встречались в таблице вместе более одного раза. Такой квадрат называют *греко-латинским*, так как четвертый фактор обычно обозначают греческой буквой. Номер уровня четвертого фактора сдвигают относительно третьего фактора D, как показано в табл. 3.13.

Применяя греко-латинский квадрат, дополнительно определяют

$$C_6 = \frac{1}{k} \sum_1^k Z_\gamma^2, \quad (3.74)$$

где Z_γ — суммы всех результатов наблюдений при фиксированном уровне γ фактора Г.

Дисперсию воспроизводимости определяют по формуле

$$s_0^2 = \frac{C_1 + 3C_4 - C_2 - C_3 - C_5 - C_6}{(k-1)(k-3)}. \quad (3.75)$$

Дисперсия s_Γ^2 вычисляется по формуле

$$s_\Gamma^2 = \frac{C_6 - C_4}{k-1}, \quad (3.76)$$

Таблица 3.13

Греко-латинский квадрат

D_1 Γ_1	D_2 Γ_2	D_3 Γ_3	D_4 Γ_4	D_5 Γ_5
D_2 Γ_3	D_3 Γ_4	D_4 Γ_5	D_5 Γ_1	D_1 Γ_2
D_3 Γ_5	D_4 Γ_1	D_5 Γ_2	D_1 Γ_3	D_2 Γ_4
D_4 Γ_2	D_5 Γ_3	D_1 Γ_4	D_2 Γ_5	D_3 Γ_1
D_5 Γ_4	D_1 Γ_5	D_2 Γ_1	D_3 Γ_2	D_4 Γ_3

а действие фактора Г оценивается по дисперсии

$$\sigma_\Gamma^2 = \frac{s_\Gamma^2 - s_0^2}{k}. \qquad (3.77)$$

При любых k уровней число одновременно изучаемых факторов может быть доведено до k, за исключением $k=6$, для которого можно построить только латинский квадрат, а греко-латинский не существует.

Двухфакторный дисперсионный анализ. Преимущества дисперсионного анализа особенно эффективно проявляются при многофакторных экспериментах, позволяя существенно сократить их число, так как можно ограничиться лишь одним наблюдением для каждого сочетания уровней воздействующих факторов [56]. Схема такого анализа станет вполне ясной из рассмотрения случая действия только двух факторов A и B с уровнями $A_i=A_1, A_2, \ldots, A_k$ и $B_j=B_1, B_2, \ldots, B_m$. Результаты наблюдений приведены в табл. 3.14 (где $\bar{\bar{x}}$ — общее среднее по всем $N=km$ наблюдениям).

Различие средних значений по столбцам $\bar{x}_i$ определяется влиянием только фактора A, так как все уровни второго фактора B при вычислении $\bar{x}_i$. усредняются. Наоборот, рассеяние средних по строкам $\bar{x}_{.j}$ зависит только от фактора B, так как действие фактора A усредняется. Кроме того, на всех разбросах сказывается влияние случайных погрешностей опыта с дисперсией σ^2/m для $\bar{x}_{i.}$ по столбцам и σ^2/k для $\bar{x}_{.j}$ по строкам.

Таблица 3.14

Результаты наблюдений

B_j	A_i				Итого	Среднее по строкам $\bar{x}_{\cdot j}$
	A_1	A_2	A_j	A_k		
B_1	x_{11}	x_{21}	. . .	x_{k1}	$X_{\cdot 1}$	$\bar{x}_{\cdot 1}$
B_2	x_{12}	x_{22}	. . .	x_{k2}	$X_{\cdot 2}$	$\bar{x}_{\cdot 2}$
B_i	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
B_m	x_{1m}	x_{2m}	. . .	x_{km}	$X_{\cdot m}$	$\bar{x}_{\cdot m}$
Итого	$X_{1\cdot}$	$X_{2\cdot}$	$X_{j\cdot}$	$X_{k\cdot}$	X_{ij}	
Среднее по столбцам $\bar{x}_{i\cdot}$	$\bar{x}_{1\cdot}$	$\bar{x}_{2\cdot}$	. . .	$\bar{x}_{k\cdot}$	$\bar{\bar{x}} = \frac{x_{ij}}{k_m}$	

Таким образом, суммарные дисперсии будут равны для $\bar{x}_{i\cdot}$:

$$\frac{1}{k-1}\sum_{1}^{k}(\bar{x}_{i\cdot}-\bar{\bar{x}})^2 \approx \sigma_A^2 + \frac{\sigma^2}{m} \qquad (3.78)$$

и для $\bar{x}_{\cdot j}$

$$\frac{1}{m-1}\sum_{1}^{m}(\bar{x}_{\cdot j}-\bar{\bar{x}})^2 \approx \sigma_B^2 + \frac{\sigma^2}{k}. \qquad (3.79)$$

Однако пока нам неизвестна генеральная дисперсия σ^2. Хотя в данном случае и отсутствуют параллельные наблюдения при каждом сочетании факторов, σ^2 можно оценить сравнивая рассеяние средних с рассеянием результатов отдельных наблюдений.

Дисперсия наблюдений по i-ому столбцу будет равна:

$$s_i^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{1}^{m}(x_{ij}-\bar{x}_{i\cdot})^2 \quad (j = 1, 2, \ldots, m). \qquad (3.80)$$

Она возникла под влиянием фактора B_i и случайных отклонений и будет равна:

$$s_i^2 \approx \sigma_B^2 + \sigma^2. \qquad (3.81)$$

Более точный результат можно получить в том случае, если величину s_i^2, определенную по одному столбцу, заменить средневзвешенной дисперсией по всем столбцам:

$$\sigma_B^2 + \sigma^2 = \frac{1}{k}\sum_{1}^{k} s_i^2. \qquad (3.82)$$

При вычитании (3.79) из (3.82) член σ_B^2 пропадает и мы найдем

$$\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{k} \approx \frac{1}{k}\sum_1^k s_i^2 - \frac{1}{m-1}\sum_1^m (\bar{x}_{.j} - \bar{\bar{x}})^2 ,$$

откуда

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{(k-1)(m-1)}\left[\sum_1^k\sum_1^m (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2 - k\sum_1^m (\bar{x}_{.j} - \bar{\bar{x}})^2\right]. \quad (3.83)$$

Введем обозначения:

$$\left.\begin{aligned} s_A^2 &= m\sigma_A^2 + \sigma^2 \quad (f = k-1); \\ s_B^2 &= k\sigma_B^2 + \sigma^2 \quad (f = m-1). \end{aligned}\right\}$$

Теперь мы располагаем всеми данными для анализа, который выполняется по следующим этапам.

1. Находят сумму квадратов величин x_{ij} во всех km наблюдениях:

$$C_1 = \sum_1^k\sum_1^m x_{ij}^2 \quad (i = 1, 2, \ldots k;\ j = 1, 2, \ldots, m). \quad (3.84)$$

2. Делят сумму квадратов итогов по всем k столбцам на число наблюдений в столбце m:

$$C_2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^k X_{i.}^2. \quad (3.85)$$

3. Вычисляют сумму квадратов итогов по всем m строкам, деленную на число наблюдений в строке k:

$$C_3 = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^m X_{.j}^2. \quad (3.86)$$

4. Находят квадрат общего итога, деленный на число всех наблюдений:

$$C_4 = \frac{X_{ij}^2}{mk}. \quad (3.87)$$

5. Вычисляют дисперсии:

$$\left.\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{C_1 + C_4 - C_2 - C_3}{(k-1)(m-1)}; \\ s_A^2 &= \frac{C_2 - C_4}{k-1}; \\ s_B^2 &= \frac{C_3 - C_4}{m-1}. \end{aligned}\right\} \quad (3.88)$$

6. Оценивают влияние факторов A и B. Для этого вычисляют отношения $F_A = S_A^2/\sigma^2$ и $F_B = S_B^2/\sigma^2$ и сравнивают с табличными критическими значениями F_p при степенях свободы соответственно:

$$\left.\begin{array}{c} f_1 = k-1;\ f_2 = (k-1)(m-1) \text{ и } f_1 = m-1; \\ f_2 = (k-1)(m-1). \end{array}\right\} \qquad (3.89)$$

Если $F_A \leqslant F_p$, то влияние фактора A незначимо, а если $F_B \leqslant F_p$, то незначимо и влияние фактора B. В первом случае генеральную дисперсию σ^2 можно определить по формуле

$$\sigma^2 = \frac{C_1 - C_3}{m(k-1)}, \qquad (3.90)$$

а во втором случае по формуле

$$\sigma^2 = \frac{C_1 - C_2}{k(m-1)}. \qquad (3.91)$$

Если же оба фактора незначимы, то

$$\sigma^2 = \frac{C_1 - C_4}{mk-1}. \qquad (3.92)$$

Точно такую же оценку мы получили бы, если бы все наблюдения рассматривали как единую выборку, не интересуясь раздельно действием факторов A и B.

Изложенный выше метод не позволяет установить, имеется ли взаимное влияние факторов A и B. При двухфакторном эксперименте для этого пришлось бы проводить параллельные наблюдения при каждом сочетании факторов. Если такие наблюдения проводились, то имеется n дублей значений x_{ij} при каждом сочетании уровней A и B, а именно: $x_{ij1}, x_{ij2}, \ldots, x_{ijn}$. Обозначим среднее каждой такой серии через x_{ij}, а ее дисперсию s_{ij}^2:

$$s_{ij}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{1}^{n}(x_{ijv} - \bar{x}_{ij})^2 \quad (v = 1, 2, \ldots, n). \qquad (3.93)$$

В качестве оценки σ^2 следует использовать средневзвешенную дисперсию по всем сериям:

$$\sigma^2 \approx s^2 = \frac{1}{mk}\sum_{1}^{k}\sum_{1}^{m} s_{ij}^2, \qquad (3.94)$$

которой соответствует $mk(n-1)$ степеней свободы.

Дисперсии средних $\bar{x}_{ij}$ обозначим s_0^2:

$$s_0^2 \approx \sigma_{AB}^2 + \frac{\sigma^2}{n} \approx \sigma_{AB}^2 + \frac{s^2}{n}, \qquad (3.95)$$

$$\sigma^2_{AB} \approx s_0^2 - \frac{s^2}{n}, \tag{3.96}$$

где σ^2_{AB} — дисперсия взаимодействия факторов A и B.

Это взаимодействие будет значимым, если

$$\frac{ns_0^2}{s^2} > F_p \tag{3.97}$$

при $f_1 = (k-1)(m-1)$ и $f_2 = mk(n-1)$ степеней свободы.

После вычисления суммы квадратов всех наблюдений

$$C_5 = \sum_1^k \sum_1^m \sum_1^n x^2_{ijv} \tag{3.98}$$

внесем в таблицу только средние по каждой серии опытов $\bar{x}_{ij}$ и тогда придем снова к табл. 3.14. Затем вычисления проводятся по прежней схеме.

Для оценки значимости взаимодействия факторов A и B находим:

$$s^2 = \frac{C_5 - nC_1}{mk(n-1)} \tag{3.99}$$

и сравниваем ns_0^2 и s^2 по критерию Фишера.

Оценку σ^2_{AB} производят по формуле (3.96).

Если взаимодействие незначимо, то оценки s_0^2 и s^2 можно объединить в одну, тогда

$$\sigma^2 \approx \frac{C_4 + C_5 - C_2 - C_3}{mk - m - k + 1}. \tag{3.100}$$

В качестве примера применения дисперсионного анализа при двухфакторном эксперименте может служить сравнительное испытание трех типов приборов для определения прочности грунтов—срезного одноплоскостного, срезного двухплоскостного и срезного кольцевого. Обозначим приборы A_1, A_2 и A_3, а выбранные для их сравнения разновидности грунтов B_1, B_2, B_3 и B_4. Чтобы выбрать лучший тип прибора, нужно оценить не только влияние фактора A, но и фактора B, связанного, например, с различной для каждого грунта зависимостью между сопротивлением сдвигу и характером деформации грунта при испытании, допускаемой прибором. Кроме того, между факторами A и B может быть взаимодействие в виде влияния, оказываемого на собственное сопротивление прибора, например, попадающими в зазоры частицами грунта. Если дисперсионный анализ покажет, что влияние фактора A несущественно, то это означает, что любой из трех типов приборов дает одинаковую точность испытаний. Если незначимо влияние фактора B — приборы пригодны для испытаний любых видов грунтов. Если окажется значимым фактор взаимодействия, следовательно, большое вли-

яние на результаты будет оказывать добавочное трение, возникающее в приборах из-за попадания частиц грунта в зазоры срезывающего устройства. Однако оценить точнее это влияние при двухфакторном эксперименте невозможно и следует поставить дополнительные опыты по специальной программе.

Глава 4

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФАЗ И КОМПОНЕНТОВ НЕСКАЛЬНЫХ ГРУНТОВ

4.1. Фазовый состав грунтов

Причины введения фазовых характеристик. В начале 1919 г. Терцаги впервые установил основные виды испытаний механических свойств грунтов и набросал схемы соответствующих приборов. Потерпев за несколько лет до этого неудачу в попытке связать поведение оснований с их чисто геологическими характеристиками, он потом считал, что успех будет достигнут, если заменить чисто качественное геологическое описание численными показателями строительно-технических свойств грунтов, измеренными в эксперименте.

Следует считать решающим то обстоятельство, что Терцаги была выдвинута простая и наглядная идея, позволившая ему создать несложный и легко воспринимаемый способ расчета осадок сооружений, решив тем самым главную для строительной практики задачу. Эта идея заключалась в следующем: частицы скелета грунта рассматриваются как несжимаемые и осадка происходит только за счет уплотнения грунта, т. е. уменьшения объема пор, а следовательно, увеличения количества твердых частиц в единице объема грунта; если поры заполнены водой, то осадка протекает с той скоростью, с какой успевает выжиматься вода из сокращающегося объема пор.

Таким образом, постановка проблемы расчета величины и скорости осадок водонасыщенного грунта, казавшейся на первый взгляд необычайно сложной, существенно упростилась, когда Терцаги сформулировал ее в терминах относительного изменения содержания твердой и жидкой фаз в единице объема грунта. Далее уже не сложно было разработать методику и аппаратуру для соответствующих испытаний грунта.

Эту расчетную модель Терцаги мы назвали *фазовой моделью* [I; стр. 153]. Очевидно, для ее реализации при проектировании и расчете сооружений необходимо знать количественные характеристики фазового состава грунтов. Таким образом, разработка и введение в практику испытаний грунтов способов определения соответствующих показателей были вызваны появ-

лением фазовой модели для расчета осадок. Количественная характеристика фазового состава грунта позволяет, кроме того, косвенно оценивать его механические свойства, так как чем больше скелета и меньше пор в единице объема грунта, тем меньше по величине деформации грунта, тем больше его сопротивление механическим воздействиям при том же составе скелета.

Существующие приемы прямого измерения объемов скелета и пор нескального грунта пока не отличаются ни надежностью, ни простотой. Поэтому приходится прибегать к косвенным методам. При этом выбирают для измерения такие характеристи-

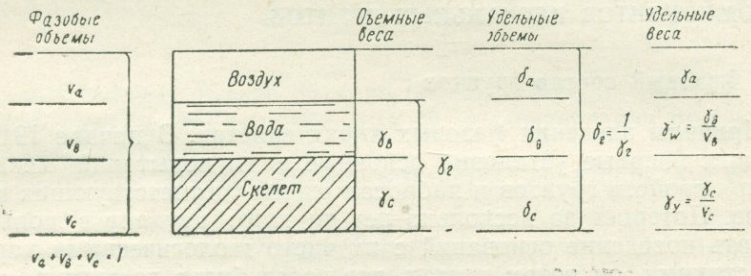


Рис. 4.1. Фазовый состав грунта и основные обозначения

ки, которые доступны для непосредственного и притом достаточно точного определения и от которых можно чисто расчетным путем перейти к количественному содержанию различных фаз.

Фазовые характеристики. В грунтах различают три основные фазы: *твердую* (скелет), *жидкую* (поровая вода) и *газообразную* (поровый воздух). Величины, характеризующие количественное содержание различных фаз в грунте, называют *фазовыми характеристиками* или *фазовыми показателями* грунта. Если это содержание выражают в единицах веса, отнесенных к единице объема грунта (к одному кубическому сантиметру или кубическому метру), характеристики называют *весовыми*, а если содержание выражают в объемных единицах или в долях объема — *объемными*. Если в грунте меняется относительное содержание различных фаз (меняются фазовые характеристики), то говорят об изменении *фазового состояния грунта*. Фазовые характеристики являются *экстенсивными* (аддитивными) характеристиками состояния грунта [I; 3, 2]. В последнее время некоторые авторы стали называть однофазными системы, у которых при деформировании соотношение между фазами не изменяется. Лучше, однако, называть их *квазисплошными*, так как по своему составу эти грунты являются многофазными.

Долю объема, которую занимает та или иная фаза в грунте (рис. 4.1), будем называть ее *фазовым объемом* (величина безразмерная, иногда выражается в процентах и обозначается v с

соответствующим индексом). Вес какой-либо системы в целом или ее компонентов, отнесенный к единице объема, обычно называют *единичным весом*. Вес какой-либо фазы, приходящейся на единицу объема грунта, называют ее *объемным весом* (обозначается γ, измеряется в $г/см^3$ или в $т/м^3$, что численно одинаково).

Вес единицы фазового объема, т. е. вес фазы, если бы она целиком заполняла единичный объем (без пор и промежутков, доступных для других фаз), называют ее *удельным весом* (обозначается $\gamma_у$ в $г/см^3$ или $т/м^3$).

Объемный вес грунта. Объемным весом $\gamma_г$ (международное обозначение γ) называют вес грунта, занимающего единичный объем (обычно 1 $см^3$ или 1 $м^3$). При лабораторных определениях измеряется в $г/см^3$, в строительной практике — в $т/м^3$, что численно совпадает. Объемный вес грунта складывается из веса скелета и веса воды, находящихся в единице объема грунта. Чтобы определить эту характеристику, вес некоторого образца грунта $g_г$ делят на его объем $V_г$. Во многих случаях правильное определение этого объема представляет значительную трудность [I; 70].

Объемный вес скелета. Обозначается $\gamma_с$ (международное обозначение γ_d) и измеряется в $г/см^3$ или $т/м^3$. Объемным весом скелета называют отношение веса скелета $g_с$, содержащегося в некотором объеме грунта $V_г$, к этому объему грунта:

$$\gamma_с = \frac{g_с}{V_г}. \qquad (4.1)$$

Когда говорят об уплотнении грунта, то подразумевают, что оно происходит только за счет уменьшения объема пор, и при этом, очевидно, должен увеличиваться вес скелета в единице объема грунта $\gamma_с$. Следовательно, объемный вес скелета можно использовать для характеристики плотности грунта. Поэтому $\gamma_с$ часто называют *плотностью грунта*. Прочно установившееся и широко применяемое понятие о плотности грунта в указанном выше смысле не следует смешивать с понятием о плотности в физике, которая определяется как масса вещества в единице объема.

Удельный вес грунта. Так называют отношение веса минеральных частиц скелета $g_с$ к их объему $V_с$. Очевидно, правильнее было бы называть эту величину удельным весом скелета. Удельный вес измеряют в $г/см^3$ и $т/м^3$ (обозначение $\gamma_у$, международное обозначение γ_S). Удельный вес частиц различных минералов, входящих в состав грунта, неодинаков: кварца, например, 2,65 $г/см^3$, кальцита 2,7 $г/см^3$, слюд 2,8—3,1 $г/см^3$. Поэтому удельный вес скелета грунта является средневзвешенным удельным весом различных минеральных компонентов, образующих скелет. Удельный вес чистого кварцевого песка равен 2,65—2,77 $г/см^3$, алевритовых грунтов 2,68—2,72 $г/см^3$, глинистых грун-

тов 2,72—2,78 *г/см*^{3}, хотя нередко встречаются и значения, выходящие за эти пределы (например, наличие органических примесей снижает удельный вес скелета, так как удельный вес гумуса равен примерно 1,30—1,35 *г/см*^{3}).

В тех случаях, когда имеется в виду не средневзвешенный удельный вес смеси частиц различных минералов, а удельный вес какого-либо одного из этих минералов, мы будем пользоваться обозначением $\gamma_м$ с подстрочным индексом «м»— первой буквой слова «минерал», указывая также при необходимости название минерала (например, $\gamma_м$ кварца равен 2,65 *г/см*^{3}). Для мономинеральных грунтов $\gamma_у$ и $\gamma_м$, очевидно, совпадают.

Иногда требуется знать удельные веса отдельных фракций грунта. Мы будем обозначать их $\gamma_ф$. Для мономинеральных фракций $\gamma_ф$ равно $\gamma_м$.

Объем частиц скелета $V_с$, который нужно знать для вычисления удельного веса, находят по объему вытесненной ими жидкости. Чаще всего для этого определения используется вода, а при наличии в грунте растворимых в воде примесей или таких частиц скелета, которые прочно соединяются с молекулами воды, заменяют воду керосином, спиртом или бензолом.

По данным Роде (1952 г.), при использовании воды получают более высокие значения удельного веса, чем при применении бензола, причем расхождение может доходить почти до 10%. Так как удельный вес необходим для вычисления такой важной характеристики грунта, как пористость, то указанное расхождение послужило в свое время причиной для дискуссии об основах методики определения удельного веса.

Для удаления из смеси вода — грунт захваченного воздуха обычно прибегают к кипячению, хотя в больших лабораториях в последнее время широко используют вакуумирование.

Применяемые в настоящее время способы определения удельного веса грунтов подробно описаны в книге [1; 70].

Очевидно, объемный вес скелета (плотность) равен произведению удельного веса скелета $\gamma_у$ на фазовый объем скелета $v_с$ (объем скелета, приходящийся на единицу объема грунта):

$$\gamma_с = \gamma_у v_с. \qquad (4.2)$$

Удельный вес воды (порового раствора). Хотя плотность поровой воды изменяется с температурой и зависит от концентрации растворенных солей, эти изменения практически незначительны и их учитывают только при некоторых точных физических исследованиях, а в расчетных формулах механики грунтов удельный вес воды и водного порового раствора принимают неизменным и равным 1 *г/см*^{3} или 1 *т/м*^{3}. Будем пользоваться для этой характеристики международным обозначением γ_w.

Объемный вес поровой воды. Так будем называть вес воды в единице объема грунта и измерять его в *г/см*^{3} или *т/м*^{3}. Очевидно, он равен разности между объемным весом грунта и объ-

емным весом скелета. Если обозначить объемный вес воды $\gamma_в$, то

$$\gamma_в = \gamma_г - \gamma_с.$$

Объемный вес воды численно равен объему воды в единице объема грунта. Например, если $\gamma_в = 0{,}52$ *т/м*^{3}, то это означает, что в 1 *м*^{3} грунта содержится 0,52 *м*^{3} воды (или в 1 *см*^{3} грунта содержится 0,52 *см*^{3} воды).

Для примерной характеристики величин соответствующих показателей и иллюстрации соотношения между объемным весом грунта и объемными весами скелета и воды в табл. 4.1 приведены данные по отдельным образцам различных видов грунта, взятые наугад из лабораторных журналов.

Таблица 4.1

Удельный и объемный вес грунта, скелета и поровой воды в *т/м*^{3}

Грунт	$\gamma_у$	$\gamma_г$	$\gamma_с$	$\gamma_в$
Песок рыхлый мелкозернистый	2,65	1,88	1,42	0,46
Песок плотный крупнозернистый	2,66	2,14	1,90	0,24
Суглинок лёссовидный	2,70	1,58	1,44	0,14
Глина пластичной консистенции	2,74	2,0	1,60	0,40

Влажность w — это отношение веса воды $g_в$ в порах некоторого объема грунта к весу скелета $g_с$, содержащегося в том же объеме грунта, выраженное в процентах:

$$w = \frac{g_в}{g_с} 100 \qquad (4.3)$$

или

$$w = \frac{\gamma_в}{\gamma_с} 100 \qquad (4.4)$$

(так как $g_в = \gamma_в V_г$ и $g_с = \gamma_с V_г$).
Иногда (4.4) представляют в виде:

$$w = \frac{g_г - g_с}{g_с} 100,$$

где $g_г$ — вес образца до высушивания.

Величину $g_в$ определяют путем высушивания грунта при температуре 105—110° С и взвешивания его до и после просушки. Хотя содержание воды в грунте обычно характеризуют влажностью w, однако иногда удобнее и нагляднее пользоваться *объемным весом воды* $\gamma_в$:

$$\gamma_в = \frac{w}{100} \gamma_с. \qquad (4.5)$$

Пористость и коэффициент пористости. Количественная характеристика объема пор грунта представляет собой отношение общего объема пор в грунте к объему грунта. Если это отношение выражается в процентах, то его называют *пористостью* и обозначают буквой n. Если же оно выражено в долях единицы, то оно представляет собой фазовый объем пор и его называют *объемной пористостью* (обозначение n_0 или $v_п$). Очевидно,

$$n = 100v_п.$$

Однако в механике грунтов пористость обычно характеризуют другой величиной, введенной Терцаги,— *коэффициентом пористости,* который представляет собой отношение объема пор в грунте к объему скелета. В литературе коэффициент пористости часто обозначают ε. Но так как этот символ уже давно используется в теории упругости для обозначения деформаций, во избежание путаницы будем обозначать коэффициент пористости через e, как это рекомендовано международными конгрессами по механике грунтов.

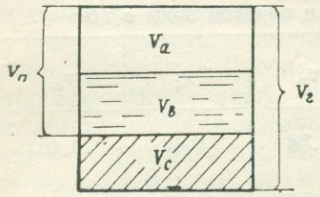


Рис. 4.2. Содержание фаз в грунте объемом $V_г$

Примерные пределы, в которых находятся часто встречающиеся значения пористости некоторых грунтов (хотя иногда возможны существенные отклонения от табличных значений), приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Пористость грунтов

Грунты	n, %
Неуплотненный илистый осадок	55—75
Глина (от твердой до пластичной консистенции)	25—60
Пылеватый суглинок	35—50
Песок	30—42

Зависимость между пористостью и коэффициентом пористости. На рис. 4.2 условно в виде диаграммы показано относительное содержание частиц скелета и пор в некотором объеме грунта. Пусть объем частиц скелета в рассматриваемом объеме грунта составляет $V_с$, тогда общий $V_г$ будет равен:

$$V_г = V_с + V_п,$$

где $V_п$ — объем пор.

По приведенному выше определению коэффициент пористости будет равен

$$e = \frac{V_п}{V_с}, \tag{4.6}$$

т. е. численно e равно объему пор, приходящемуся на единицу объема скелета.

Объемная пористость (объем пор в единице объема грунта) будет равна:

$$v_п = \frac{V_п}{V_с + V_п} = \frac{e}{1+e} \tag{4.7}$$

и соответственно

$$n = \frac{V_п}{V_с + V_п} 100 = \frac{e}{1+e} 100. \tag{4.7а}$$

Объем скелета $v_с$ в единице объема грунта (фазовый объем скелета) можно рассматривать как объемный аналог плотности грунта $\gamma_с$. Будем называть *объемной плотностью*

$$v_с = \frac{V_с}{V_г} = \frac{V_с}{V_с + V_п} = \frac{1}{1+e}. \tag{4.7б}$$

Очевидно,

$$v_с + v_п = 1. \tag{4.7в}$$

Величины $v_с$ и $v_п$ являются безразмерными и характеризуют соответствующие значения в долях единицы. Легко видеть, что

$$e = \frac{v_п}{v_с} \tag{4.7г}$$

или

$$e = \frac{n}{100 - n}. \tag{4.7д}$$

Удобство использования в механике грунтов показателя e определяется тем обстоятельством, что при сжатии некоторого объема грунта объем его скелета, входящий в знаменатель формулы (4.6), остается неизменным. Меняется только объем пор, входящий в числитель (4.6). Если обозначить объем пор этого грунта до деформации через $V_п$, а после деформации через $V'_п$, то объем скелета до и после деформации, согласно определению фазовой модели Терцаги, остается одним и тем же и равным $V_с$. Так как коэффициент пористости до деформации равен:

$$e_{нач} = \frac{V_п}{V_с},$$

а после деформации

$$e_{кон} = \frac{V'_п}{V_с},$$

то разность этих величин, которую мы находим сразу, будет равна:

$$\Delta e = \frac{V_п - V'_п}{V_с}.$$

Если же пользоваться показателем n, то поскольку при деформации меняются и числитель и знаменатель (4.7а), мы получили бы для Δn весьма неудобное выражение

$$n_{нач} = \frac{100\,V_п}{V_п + V_с}; \quad n_{кон} = \frac{100\,V'_п}{V'_п + V_с};$$

$$\Delta n = \frac{(V_п - V'_п)\,V_с}{(V_п + V_с)\,(V'_п + V_с)}\,100.$$

Зависимость между объемным весом скелета и объемным весом грунта. Так как по определению

$$\gamma_г = \frac{g_с + g_в}{V_г} = \gamma_с + \gamma_в,$$

то после подстановки сюда (4.5) получим:

$$\gamma_г = \gamma_с\left(1 + \frac{w}{100}\right), \tag{4.8}$$

откуда

$$\gamma_с = \frac{\gamma_г}{1 + \dfrac{w}{100}}. \tag{4.9}$$

Таким образом, объемный вес скелета вычисляют по известным значениям объемного веса грунта и влажности.

Зависимость между объемным весом грунта и коэффициентом пористости. Так как объем скелета равен его весу, деленному на удельный вес скелета, то объем скелета в единице объема грунта (объемную плотность) $v_с$ можно представить в виде соотношения

$$v_с = \frac{\gamma_с}{\gamma_у}$$

и согласно (4.7г) и (4.7в)

$$e = \frac{1 - v_с}{v_с} = \frac{1}{v_с} - 1 = \frac{\gamma_у}{\gamma_с} - 1, \tag{4.10}$$

откуда с учетом (4.9)

$$e = \frac{\gamma_у\left(1 + \dfrac{w}{100}\right)}{\gamma_г} - 1. \tag{4.11}$$

Из (4.7) и (4.10) легко получить, что объемная пористость

$$v_п = 1 - \frac{\gamma_с}{\gamma_у} \tag{4.12}$$

или

$$v_п = 1 - \frac{\gamma_г}{\gamma_у\left(1 + \frac{w}{100}\right)}, \tag{4.13}$$

а объемная плотность

$$v_с = \frac{\gamma_с}{\gamma_у} = \frac{\gamma_г}{\gamma_у\left(1 + \frac{w}{100}\right)}. \tag{4.13а}$$

Исходные фазовые характеристики грунта. Из (4.11) и (4.13) следует, что для вычисления пористости нужно знать *три независимые фазовые переменные* — объемный вес грунта, удельный вес скелета и влажность. Попытки непосредственного экспериментального определения объема пор, особенно у таких грунтов, как глинистые, успеха не имели, тогда как три фазовые характеристики, по которым вычисляется коэффициент пористости, найти непосредственными испытаниями грунта несложно. Поэтому в практике изысканий и испытаний грунтов показатели пористости всегда определяют вычислением, зная $\gamma_г$, $\gamma_у$ и w. Эти три характеристики мы будем называть *исходными* или *основными фазовыми характеристиками.*

Относительная влажность грунта. Эту фазовую характеристику называют также степенью влажности, водонасыщенностью, степенью насыщения. Она представляет собой отношение объема воды в порах к общему объему пор и в отечественной литературе обозначается буквой G (международное обозначение S_r):

$$G = \frac{\text{объем воды в порах}}{\text{объем пор}} = \frac{V_в}{V_п}. \tag{4.14а}$$

Грунт называют абсолютно сухим, когда $V_в = 0$ и $G = 0$. Когда поры целиком заполнены водой, грунт называют водонасыщенным: $V_в = V_п$, $G = 1$. Фазовый объем воды $v_в$ (т. е. объем на единицу объема грунта) равен:

$$v_в = \frac{\gamma_в}{\gamma_w} = \frac{\gamma_г - \gamma_с}{\gamma_w} \tag{4.14б}$$

или с учетом (4.5)

$$v_в = \frac{w\gamma_с}{100\gamma_w}, \tag{4.14в}$$

где γ_w — удельный вес воды.

Подставляем в (4.14а) значения $v_в$ и $v_п$ из (4.14б) и (4.12):

$$G = \frac{\gamma_г - \gamma_с}{\gamma_у - \gamma_с} \cdot \frac{\gamma_у}{\gamma_w}. \tag{4.15а}$$

Если подставить в (4.14а) значения из (4.14в) и (4.7), то получим:

$$G = \frac{w\gamma_c}{100\gamma_w} \cdot \frac{1+e}{e} = \frac{w}{100e} \cdot \frac{\gamma_c}{\gamma_w}(1+e)$$

или так как удельный вес скелета γ_y равен:

$$\gamma_y = \gamma_c(1+e),$$

то

$$G = \frac{w}{100e} \cdot \frac{\gamma_y}{\gamma_w}. \qquad (4.15б)$$

При целиком заполненных водой порах $G=1$

$$\frac{w}{100e} \cdot \frac{\gamma_y}{\gamma_w} = 1,$$

откуда

$$e = \frac{w}{100} \cdot \frac{\gamma_y}{\gamma_w}, \qquad (4.16)$$

т. е. коэффициент пористости в этом случае прямо пропорционален влажности. Грунт при $G=1$ Н. М. Герсеванов назвал грунтовой массой, однако этот термин не привился.

Влажность водонасыщенного грунта. Влагоемкость. Сопоставляя выражения для e (4.11) и (4.16), получим:

$$\frac{\gamma_y}{\gamma_г}\left(1+\frac{w}{100}\right) - 1 = \frac{w}{100} \cdot \frac{\gamma_y}{\gamma_w},$$

откуда

$$\frac{\gamma_c}{\gamma_г} - 1 = \frac{w}{100}\left(\frac{\gamma_y}{\gamma_w} - \frac{\gamma_y}{\gamma_г}\right);$$

$$\frac{w}{100} = \frac{\gamma_w}{\gamma_y} \cdot \frac{\gamma_y - \gamma_г}{\gamma_г - \gamma_w}.$$

Принимая, как обычно, $\gamma_w = 1$ *г/см*^{3}, найдем:

$$w = \frac{\gamma_y - \gamma_г}{\gamma_y(\gamma_г - 1)} 100\%. \qquad (4.17)$$

Следовательно, зная объемный и удельный вес водонасыщенного грунта, можно непосредственно вычислить его влажность. Наоборот, если известна влажность водонасыщенного грунта, то можно вычислить его удельный вес по формуле, также вытекающей из (4.11) и (4.16):

$$\gamma_y = \frac{\gamma_г}{1 - \frac{w}{100}(\gamma_г - 1)}. \qquad (4.18)$$

Таким образом, если для данного слоя водонасыщенного грунта определить непосредственными испытаниями объемный

вес и влажность, то можно по (4.18) вычислить удельный вес, а затем, зная $\gamma_у$ для остальных образцов того же грунта, определить влажность без высушивания непосредственно по формуле (4.17). Однако необходимо быть уверенным, что степень влажности извлеченных из скважины или шурфа образцов действительно равна единице в момент измерения объема грунта (для определения его объемного веса $\gamma_г$) [36].

Влажность грунта, которую он имел бы при данной пористости в случае полного насыщения водой, называют влагоемкостью грунта (обозначение w_e). Очевидно, влагоемкость грунта представляет собой характеристику пористости, выраженную в терминах влажности. Влагоемкость можно вычислить при данном значении e, приняв $G=1$, по формуле, вытекающей из (4.16):

$$w_e = \frac{e\gamma_w}{\gamma_у} 100. \tag{4.19}$$

Сопоставляя (4.19) с (4.15б), легко получить, что

$$G = \frac{w}{w_e}. \tag{4.20}$$

Показатели Кезди. А. Кезди [94] предложил оценивать фазовый состав грунта через объемы скелета, воды и воздуха в единице объема грунта. Очевидно, что сумма относительных объемов этих фаз или фазовых объемов $v_с$, $v_в$ и $v_а$ соответственно равна ($v_а$ — фазовый объем воздуха или свободная пористость):

$$v_с + v_в + v_а = 1.$$

Выражая фазовые объемы $v_с$, $v_в$ и $v_а$ через весовые фазовые характеристики, приведенные ранее, и коэффициент пористости, получим:

$$\left.\begin{aligned} v_с &= \frac{\gamma_с}{\gamma_у} \text{ или } v_с = \frac{\gamma_г}{\gamma_у\left(1+\frac{w}{100}\right)}; \\ v_в &= \frac{\gamma_в}{\gamma_w} = \frac{w\gamma_с}{100\gamma_w} \text{ или } v_в = \frac{w}{100\gamma_w}\cdot\frac{\gamma_г}{1+\frac{w}{100}}; \\ v_а &= 1-(v_с+v_в) = 1-\frac{\gamma_с\left(1+\frac{w}{100}\cdot\frac{\gamma_у}{\gamma_w}\right)}{\gamma_у}, \end{aligned}\right\} \tag{4.21}$$

а так как $\gamma_w = 1$ $г/см^3$, $v_с = \frac{1}{1+e}$, $\gamma_с = \frac{\gamma_у}{1+e}$,

$$v_а = \frac{e-\frac{w}{100}\gamma_у}{1+e}. \tag{4.22}$$

Так как при испытании грунтов непосредственно определяются весовые характеристики, то в большинстве случаев удобнее прямо пользоваться ими, не переходя к фазовым объемам. Однако предложение А. Кезди оказывается весьма рациональным в том случае, когда требуется охарактеризовать изменение фазового состава грунта под влиянием тех или иных факторов. Для этого А. Кезди рекомендует способ, излагаемый ниже.

Изображение фазового состава по Кезди в треугольных координатах Гиббса. В тех случаях, когда какая-либо система характеризуется тремя показателями, сумма которых равна 1, или

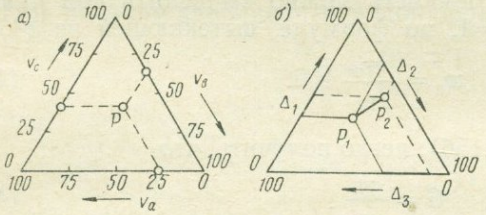


Рис. 4.3. Треугольные координаты Гиббса

100%, удобно изображать ее фигуративной точкой в треугольной системе координат.

Это делается следующим образом. Построим равнобедренный треугольник и на каждой из трех сторон нанесем равномерную шкалу в процентах (от 0 до 100%), обходя треугольник по часовой стрелке (рис. 4.3, *а*). Такого рода треугольные сетки носят название *координатных треугольников Гиббса*. Они отличаются тем, что сумма координат любой точки в треугольнике равна длине стороны треугольника (в данном случае 100%). Будем откладывать на одной из сторон объемную плотность, на другой — объемную влажность, на третьей — свободную пористость.

Допустим, что надо представить в треугольной сетке координат грунт с фазовым составом $v_с=40\%$, $v_в=35\%$ и $v_а=25\%$. Откладываем 40% на стороне $v_с$, начиная с начала обхода (от нуля), 35% — на стороне $v_в$ и 25% — на стороне $v_а$. Из каждой полученной точки проводим прямую, параллельную предшествующей (при обходе по часовой стрелке) стороне, т. е. от $v_с$ идут к $v_в$, от $v_в$ к $v_а$, от $v_а$ к $v_с$, как показано пунктирными линиями на рис. 4.3, *а*. На пересечении этих линий получают изображающую (фигуративную) точку p. Если в результате изменения плотности грунта начальное значение $v_{с1}$ перешло в $v_{с2}$, начальное $v_{в1}$ в $v_{в2}$ и $v_{а1}$ в $v_{а2}$, то изображающая точка p_1 переместится в новое положение p_2, как показано на рис. 4.3, *б*. Вектор $\vec{p_1p_2}$ характеризует происшедшее изменение [94]. Длина этого вектора равна:

$$|\vec{p_1p_2}| = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2\,\Delta_3} = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_1\,\Delta_2}, \qquad (4.23)$$

где Δ_1, Δ_2 и Δ_3 — приращения v_c, $v_в$ и $v_а$, взятые в любой последовательности.

Удельные объемы. В ряде случаев при обработке результатов различных испытаний оказывается удобным сопоставлять их с так называемыми *удельными объемами,* представляющими собой объемы в *см*^{3}, приходящиеся на единицу веса (на 1 *г*) грунта или его скелета (обозначается буквой δ — дельта с соответствующим подстрочным индексом). Легко видеть, что *удельный объем грунта* равен:

$$\delta_г = \frac{1}{\gamma_г}. \tag{4.24а}$$

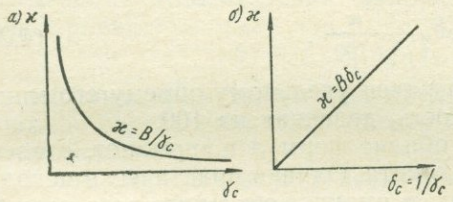


Рис. 4.4. Гиперболическая зависимость $\varkappa$ от γ_c

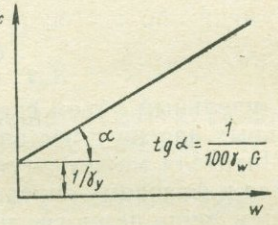


Рис. 4.5. Зависимость между δ_c и w

Следует, очевидно, различать *удельный объем скелета* грунта

$$\delta_c = \frac{1}{\gamma_c} \tag{4.24б}$$

и *удельный объем минеральных частиц*

$$\delta_м = \frac{1}{\gamma_у}. \tag{4.24в}$$

Если зависимость какой-либо физической характеристики грунта $\varkappa$ (каппа) от объемного веса скелета γ_c имеет гиперболический характер (рис. 4.4)

$$\varkappa = B/\gamma_c, \tag{4.25}$$

то, представляя ее в виде

$$\varkappa = B\delta_c \tag{4.26}$$

(где B — некоторый численный параметр), заменяем криволинейный график $\varkappa = f(\gamma_c)$ прямолинейным $\varkappa = f(\delta_c)$.

Этот прием широко использовал В. Ф. Разоренов [58] при обработке результатов пенетрационных испытаний грунтов. Из соотношения (4.10) следует:

$$\frac{1}{\gamma_c} = \frac{1+e}{\gamma_у} = \frac{1}{\gamma_у} + \frac{e}{\gamma_у}. \tag{4.27}$$

Подставим сюда значение e, выраженное через влажность w и относительную влажность G согласно (4.15 б):

$$e = \frac{w}{100G} \cdot \frac{\gamma_y}{\gamma_w}, \tag{4.28}$$

тогда (рис. 4.5)

$$\delta_c = \frac{1}{\gamma_c} = \frac{1}{\gamma_y} + \frac{1}{100\,\gamma_w G}\,w. \tag{4.29}$$

При полном водонасыщении, когда $G=1$, и при измерении удельных и объемных весов в $г/см^3$ или $т/м^3$

$$\frac{1}{\gamma_c} = \frac{1}{\gamma_y} + \frac{w}{100} \tag{4.30}$$

или

$$\delta_c = \delta_м + \frac{w}{100}, \tag{4.31}$$

т. е. удельный объем скелета равен удельному объему его минеральных частиц плюс влажность, деленная на 100.

Читателя может смутить обилие формул и терминов, относящихся к фазовому описанию грунта. Однако практически используются лишь немногие из них, а именно: объемные веса $\gamma_г$ и γ_c, удельный вес скелета γ_y, влажность w, коэффициент пористости e, относительная влажность G и гораздо реже влагоемкость w_e и удельный объем скелета δ_c. Соответственно чаще всего приходится при вычислениях прибегать к зависимостям (4.7), (4.7 б), (4.9), (4.11), (4.15 б) и реже к (4.19) и (4.29).

Предложены специальные логарифмические линейки для облегчения этих вычислений, например линейка Я. В. Юрика [81].

О точности определения фазовых характеристик. При определении фазовых характеристик производят те или иные измерения, а их результаты подвергают соответствующим вычислительным операциям. Возникает вопрос: если известна точность, с которой выполнены измерения [I; 7, 1], как вычислить погрешность, с которой определена характеристика? Обозначим искомую характеристику через y, и пусть она зависит непрерывным образом от величин x_1, x_2, ..., x_n, которые измерены в эксперименте:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{4.32}$$

Ошибки измерений обозначим через $\varepsilon_{x1} = \pm dx_1$, $\varepsilon_{x2} = \pm dx_2$, ..., $\varepsilon_{xn} = \pm dx_n$. Абсолютное значение погрешности y будет равно: $\varepsilon_y = \pm dy$. Тогда

$$y \pm dy = f(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, \ldots, x_n + dx_n). \tag{4.33}$$

Чтобы выделить в правой части члены, соответствующие dy, разложим (4.33) в ряд Тейлора и отбросим бесконечно малые второго и более высоких порядков:

$$y \pm dy = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \pm \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 \pm \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 \pm \ldots \pm \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n.$$

Сопоставив с (4.32), получим:

$$\varepsilon_y = \pm \left[\left| \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 \right| + \ldots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \right| \right]. \qquad (4.34)$$

Здесь взяты абсолютные значения частных дифференциалов, чтобы получить максимально возможное (предельное) значение ошибки y. Относительной ошибкой называют отношение абсолютной ошибки dy к измеренной величине y. Но это отношение, согласно правилам дифференцирования, есть дифференциал логарифма y:

$$\frac{dy}{y} = d(\ln y).$$

Предельная относительная ошибка, которую мы обозначим δ_y, будет равна:

$$\delta_y = \pm d[\ln f(x_1, x_2, \ldots, x_n)]. \qquad (4.35)$$

Рассмотрим применение этих двух функций (4.34) и (4.35) на примере определения погрешности в величине влажности грунта w по формуле (4.3).

В эту формулу входят величины $g_в$ и $g_с$, которые получены в результате измерений.

Чтобы определить $g_в$, нужно взвешиванием найти вес бюкса с грунтом и вычесть из него вес пустого бюкса. Оба взвешивания производятся на технических весах с точностью до $\pm 0{,}01$ *г*. Соответственно предельная абсолютная ошибка будет равна:

$$\varepsilon_в = |0{,}01| + |0{,}01| = 0{,}02 \text{ г}.$$

Такая же абсолютная ошибка будет и при определении веса высушенной пробы $g_с$:

$$\varepsilon_с = 0{,}02 \text{ г}.$$

Взяв производные от (4.3), согласно (4.34), получим:

$$\varepsilon_w = \pm \left| \frac{\partial w}{\partial g_в} dg_в \right| + \left| \frac{\partial w}{\partial g_с} dg_с \right| = \pm 100 \left(\frac{1}{g_с} \varepsilon_в + \frac{g_в}{g_с^2} \varepsilon_с \right).$$

Пусть величина $g_в$ оказалась равной 5 *г*, а $g_с = 25$ *г*. Тогда

$$\varepsilon_w = 100 \left(\frac{1}{25} \cdot 0{,}02 + \frac{5}{625} \cdot 0{,}02 \right) = 0{,}096 \approx 0{,}1.$$

Вычислим значение w:

$$w = \frac{5}{25} 100 = 20\%.$$

Таким образом, окончательный результат будет:

$$w = (20 \pm 0{,}1)\%.$$

Относительные ошибки при определении $g_в$ и $g_с$ соответственно будут равны:

$$\delta = \frac{0{,}02}{5} = 0{,}004; \qquad \delta = \frac{0{,}02}{25} = 0{,}0008.$$

Относительная предельная ошибка w составит:

$$\varepsilon_w = \pm d(|\ln g_в| + |\ln g_c| + |\ln 100|) = \pm d(\ln g_в + \ln g_c) = \pm \left(\frac{dg_в}{g_в} + \frac{dg_c}{g_c}\right) = \pm \left(\frac{0{,}02}{5} + \frac{0{,}02}{25}\right) = \pm 0{,}0048 \approx \pm 0{,}005,$$

т. е. будет равна сумме ε_1 и ε_2.

Вообще существует правило: если абсолютная погрешность некоторой характеристики мала по сравнению с ее величиной, то относительная погрешность мала по сравнению с единицей. Если δ_y выражают в процентах, то погрешность должна быть мала по сравнению со 100%.

Так как найденные при испытаниях значения характеристик используются затем при расчетах таких показателей, как величина осадки или несущая способность, то, очевидно, следует исходить из погрешностей этих показателей, допустимых по условиям обеспечения эксплуатационной пригодности сооружения и экономической эффективности принятой конструкции. Таким образом, задача о необходимой точности определения физико-механических характеристик грунтов должна ставиться как обратная по отношению к рассмотренной выше (так называемая вторая задача теории ошибок): задана предельная погрешность функции $y=f(x_i)$, найти предельно допустимые погрешности и ошибки при определении независимых переменных x_i. В теории ошибок показано, что нельзя получить определенное общее решение этой задачи и в каждом отдельном случае необходимо специально анализировать условия задачи. Кроме того, один и тот же показатель обычно используется в ряде формул, которые служат для вычисления различных параметров сооружения, определяемых с неодинаковой точностью. Соответственно этот показатель должен быть найден с наименьшей погрешностью из всех, допускаемых различными условиями, для которых он используется.

Вероятные значения фазовых характеристик. В работе [I; стр. 318—323] был описан метод определения с некоторой вероятностью P (называемой доверительной вероятностью или надежностью) интервала, в котором находится достоверное значение $\hat{A}$ случайной величины. Доверительной вероятностью задаются. При определении фазовых характеристик грунтов мы рекомендуем принимать ее равной $P=0{,}99$. При заданной доверительной вероятности интервал, в котором находится $\hat{A}$ (доверительный интервал), будет тем у́же, чем больше количество опытов n, в которых измерялись значения случайной величины x.

Определив среднее эмпирическое значение $\bar{A}$ и величину среднеквадратического отклонения s по обычным правилам [I;

5,8], найдем, пользуясь таблицами распределения Стьюдента, значение точности ε оценки искомой величины $\hat{A}$. Последняя находится в интервале $\bar{A} \pm \varepsilon$. Для того чтобы ε равнялось среднеквадратическому отклонению s, необходимо, как уже указывалось ранее, чтобы $t = \sqrt{k}$, где $k = n - 1$; n — число испытаний. Так, при четырех испытаниях $k = n - 1 = 3$ и $t = 1{,}73$. По таблице Стьюдента оказывается, что этому значению t отвечает доверительная вероятность (надежность) всего 0,91. Только при восьми-девяти опытах значению $t = \sqrt{n-1}$ отвечает надежность около 0,99.

В отчетах следует приводить средние арифметические значения фазовых характеристик с указанием в скобках среднеквадратического отклонения и за чертой дроби количества определений (например, $\gamma_г = 1{,}86 (\pm 0{,}05/18)$, где 1,86 $т/м^3$ — среднее значение $\gamma_г$ по 18 определениям, а 0,05 $т/м^3$ — среднеквадратическое отклонение. Тогда в зависимости от принимаемой доверительной вероятности проектировщик сам определит расчетное значение $A_р$:

$$A_р = \bar{A} \pm \varepsilon.$$

В [I; 5,7] было приведено определение средней влажности и среднеквадратического отклонения по 100 пробам: $w = 16{,}5 (\pm 0{,}35/100)$. Приняв доверительную вероятность равной $P = 0{,}99$, находим по таблицам $t = 2{,}4$ и вычисляем $\varepsilon = 2{,}4 \cdot \frac{\pm 0{,}35}{\sqrt{99}} = 0{,}08$. Следовательно, есть примерно один шанс из 100, что достоверное значение влажности не находится в интервале $(16{,}5 \pm 0{,}08)\%$.

Даже для грунтов, которые на первый взгляд кажутся достаточно однородными, значения основных фазовых характеристик, определенные по образцам, отобранным на очень близком расстоянии друг от друга, нередко отличаются сильным разбросом. Различные значения характеристик при параллельных определениях могут быть получены не только вследствие неоднородности грунта, но и в результате чисто технических погрешностей, возникающих по вине испытателей.

Так, если непосредственно вблизи дневной поверхности отбирают пробы из песка путем вдавливания в грунт режущих колец, самые незначительные качания кольца могут приводить к изменению плотности песка. Если диаметр кольца мал, то заметная ошибка возникает за счет вытеснения грунта в объеме стенок кольца. Вдавливание колец в грунт необходимо осуществлять с помощью специального направляющего устройства, которое исключает возможность качания кольца и обеспечивает строгую его вертикальность. Вообще любая степень тщательности, осторожности и аккуратности при отборе проб для определения фазовых характеристик не будет, по-видимому, чрезмерной. Совер-

шенно неправильно некоторые испытатели полагают, что нарушение структуры грунта не играет роли при определении фазовых характеристик. Во многих случаях это может быть причиной заметных погрешностей.

Напомним о таком источнике ошибок, как значительный промежуток времени между моментом отбора монолитов и моментом их испытания. Никакая парафиновая изоляция не может помешать частичной потере влажности и усадке образцов, так как в парафине довольно быстро образуются микротрещины, невидимые глазом. Размещение запарафинированных проб во влажных опилках или обсыпка их влажным рыхлым грунтом, как это иногда делают, приведут лишь к установлению в грунте влажности, равновесной с внешней средой. У образцов, отобранных с большой глубины, плотность может уменьшаться как сразу при отборе, так и с течением времени.

При определении влажности почти никогда не удается выдержать точно температуру 105—110° С, так как в сушильном шкафу температуры распределены неравномерно. У некоторых грунтов, особенно со значительным содержанием органических веществ, и у некоторых глинистых минералов изменение веса после выдерживания при повышенной температуре отнюдь не характеризует количество потерянной влаги, а следовательно, пористость, за счет которой может происходить деформация при выжимании воды из грунта.

Таким образом, определяемые в лаборатории величины фазовых характеристик зависят от ряда факторов. Поэтому все этапы и элементы методики и техники их определения, включая условия отбора и хранения образцов, должны быть строго стандартизованы, причем с обязательным учетом специфических особенностей основных типов грунтов. К сожалению, такого рода стандартов пока не существует, а исследования, на основе которых они могли бы быть составлены, носят отрывочный, несистематический характер.

Фазовые характеристики разнозернистых грунтов. В практике строительства нередко приходится встречаться с мелкозернистыми грунтами, содержащими значительное количество каменисто-щебенистого или галечникового материала. При определении фазовых характеристик таких грунтов следует учитывать несжимаемость камней и щебенок по сравнению с пористым материалом. Поэтому неправильно распространять пористость этого материала на весь грунт, как это иногда делают.

Действительно, пористость мелкозернистого заполнителя может составлять, например, 30%, но если отнести ее ко всему объему грунта, содержащего большое количество крупной камнеобразной составляющей, пористость может уменьшиться в 2 раза и более. Поэтому следует отдельно определять фазовые характеристики мелкозернистого материала и при описании грунта указывать два значения каждой фазовой характеристики — для

мелкозернистой составляющей (мельче 5 *мм*) и пересчитанные для грунта в целом. Одновременно указывается процентное содержание в грунте по весу крупнозернистой составляющей (зерна >5 *мм*). Обычно можно принимать, что камни и крупные зерна не имеют внутренней пористости и не содержат влаги.

4.2. Гранулометрический состав грунтов

Понятие о гранулометрических характеристиках. Гранулометрические характеристики грунта (от латинского «гранулум» — зернышко) охватывают следующий комплекс данных о скелете: относительное содержание частиц различной крупности — *гранулометрический состав*; геометрическая характеристика частиц — их *форма* и *степень окатанности* (округлости), суммарная величина поверхности частиц, содержащихся в единице объема или в единице веса грунта (*объемная* и *весовая удельная поверхность*).

Форма зерен. Различные минералы, из которых состоят твердые частицы или зерна, образующие скелет грунта, обладают неодинаковым удельным весом и могут сильно различаться по прочности. В зависимости от состава и структуры материнской породы, условий ее выветривания, характера переноса и последующих преобразований породы зерна могут иметь самые различные формы и размеры. Вместе с тем далеко не всегда все зерна, слагающие данный грунт, имеют одно и то же происхождение: часть из них может быть, например, перенесена ветром, другая — привнесена водными потоками; одни частицы являются продуктом физического выветривания и механического разрушения, другие возникают в результате химических процессов.

В одних случаях они приближаются по форме к шарообразным (сфероидальным), в других — являются угловатыми (ангулярными) или ребристыми. Одни частицы могут быть многогранными (полиэдрическими), другие округлыми. Для одних зерен характерна изометричность (т. е. близкие размеры по любым трем взаимно перпендикулярным направлениям), другие могут быть продолговатыми, игольчатыми или пластинчатыми.

Большая часть зерен является *моногранулярной*, т. е. представляет собой лишенные пор обломки и осколки пород и минералов, но нередко зерна состоят из прочно сцементированных более мелких частиц, имеют открытые и закрытые внутренние поры и обладают как бы ячеистой структурой. Поверхность зерен может быть гладкой или шероховатой, покрытой мельчайшими углублениями и выступами или многочисленными царапинами и штрихами.

При длительном переносе ветром или потоками воды крупные частицы песка, истираясь, обычно приобретают округлую форму (окатываются), хотя встречаются морские пески с угловатыми крупными частицами. Мелкие песчаные частицы диамет-

ром в доли миллиметра могут перемещаться в воде во взвешенном состоянии и не окатываться.

В отличие от зерен песка и еще более тонких, но сходных с ними по форме зерен пыли, частицы большинства глин представляют собой плоские чешуйки мельчайших размеров, причем их поверхность содержит всевозможные субмикроскопические неровности и изъяны.

При испытании грунтов для строительных целей форма их зерен различной крупности, как правило, не определяется и ограничиваются чисто визуальной оценкой степени сферичности и окатанности зерен песка.

Диаметр частиц. Для возможности сопоставления составов грунтов, содержащих зерна различной формы и крупности, используют чисто условное понятие о *диаметре частицы грунта* как о диаметре шарообразных зерен, которые по тем или иным интересующим нас физическим свойствам (так называемым *определяющим*) эквивалентны частицам грунта данной формы и размеров. Очевидно, еще более условным является понятие о среднем диаметре зерен в смеси частиц различного размера и формы.

Как правило, условные диаметры зерен различной крупности, образующих один и тот же грунт, определяют исходя из различных свойств, иногда связанных просто с методом измерения (так называемые *операционные определения*).

Так, размер крупных частиц, выделяемых путем просеивания, определяется диаметром отверстий в соответствующих ситах (диаметр отверстия сита равен диаметру вписанного круга). Условный диаметр более мелких частиц, которые обычно подразделяют по скорости оседания в воде, определяется как диаметр сферических зерен, которые падали бы в воде с той же скоростью, что и данные частицы грунта.

Гранулометрический состав грунта. Частицы грунта подразделяют по диаметрам на группы, называемые *фракциями*, причем размером или диаметром фракции называют интервал между максимальным и минимальным диаметрами частиц, объединенных в данную фракцию (например, говорят «фракции диаметром 0,5—1 *мм*»). Численно гранулометрический состав (его называют также механическим, зерновым или дисперсным составом) характеризуют процентным отношением веса каждой из фракций к их общему весу в образце грунта.

Диаметры тех фракций, которые выделяют с помощью сит, определяют как интервал между наименьшим диаметром отверстий, через которые проходят частицы данной фракции при просеивании, и наибольшим диаметром отверстий, на которых частицы задерживаются. С помощью сит определяют содержание в грунте частиц диаметром не менее 0,1 *мм*.

Частицы мельче 0,05 *мм* обычно подразделяют на фракции по скорости их падения в воде — так называемый метод *седимен-*

тации, так как чем мельче частицы, тем медленнее они оседают в спокойной жидкости.

Заметим, что частицы, находящиеся на границе между фракциями, выделяемыми путем просеивания и методом седиментации, еще различимы на глаз (глаз человека обычно уже не различает точку диаметром менее 0,05 *мм*).

При гранулометрическом анализе принято выделять фракции, у которых отношение верхней границы к нижней (т. е. максимального и минимального диаметров входящих в данную фракцию частиц) составляет 2—2,5 для крупных частиц, 5 для мелких и 10 для очень мелких. Обычно фракции крупнее 2—3 *мм* представляют собой обломки горных пород, и в литологии их называют *крупнообломочными* (грубообломочными) или *псефитовыми* (от греческого слова псефос — камешек). Все более мелкие фракции называют *мелкоземом*.

Зерна размером от 2 до 0,05 *мм* принято относить к *песчаным*. Обычно они являются продуктами выветривания обломков горных пород и их распада на отдельные минералы, и поэтому каждое зерно в большинстве случаев является мономинеральным (состоит из одного минерала — чаще всего из кварца). Слабо сцементированные или несцементированные скопления таких зерен в литологии называют *псаммитами* (от греческого псаммос — песок).

Породы, состоящие из частиц размером от 0,05 до 0,001 *мм*, называют *алевритовыми* (от греческого алеврон — мука) или *пылеватыми*. Фракции, состоящие из еще более мелких частиц ($<0{,}001$ *мм*), в грунтоведении называют *глинистыми* или *пелитовыми* (от греческого пэлес — глина).

О седиментационном анализе. Скорость оседания частиц в жидкости. На шарообразную частицу, опускающуюся в неподвижной вязкой жидкости, действуют следующие силы: 1) собственный вес $g_ч$; 2) выталкивающая сила (сила взвешивания, архимедова сила), равная весу жидкости в объеме частицы $g_в$; 3) сопротивление движению частицы P; 4) сила инерции. При очень медленном оседании частиц малых размеров и высокой вязкости жидкости силами инерции частиц пренебрегают по их малости, и тогда сумму проекций первых трех сил на вертикаль можно приравнять нулю:

$$g_ч - g_в - P = 0. \tag{4.36}$$

Вес сферической частицы с объемом $V_ч$ и радиусом r равен:

$$g_ч = V_ч \gamma_м = \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma_м, \tag{4.36а}$$

где $\gamma_м$ — удельный вес данного минерала.
Взвешивающая сила равна:

$$g_в = \gamma_м V_ч = \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma_w, \tag{4.36б}$$

где γ_w — удельный вес воды.

Найдем силу сопротивления P. Примем, что она зависит от трех параметров: некоторого определяющего размера оседающего тела, которым в случае сферической частицы будет являться ее диаметр D, скорости оседания v и вязкости жидкости η. Пользуясь теорией размерностей, представим силу P в виде [I; 7,3]:

$$P = kD^x v^y \eta^z, \tag{4.36в}$$

где k — некоторый безразмерный коэффициент.

Размерность сопротивления P — это размерность силы, т. е. $[P]=MLT^2$; размерность диаметра $[D]=L$; скорости $[v]=LT^{-1}$; вязкости $[\eta]=ML^{-1}T^{-1}$.

Соответствующее зависимости (4.36 в) уравнение размерностей будет иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} [P] &= [D]^x [v]^y [\eta]^z; \\ MLT^{-2} &= L^x (LT^{-1})^y (ML^{-1}T^{-1})^z. \end{aligned}\right\} \tag{4.36г}$$

Так как размерности левой и правой части должны быть одинаковыми, то, приравнивая друг другу однородные единицы измерения в этих частях, взятые с их показателями степени, получим:

$$M = M^z; \tag{4.36д}$$

$$L = L^{x+y+z}; \tag{4.36е}$$

$$T^{-2} = T^{-y-z}. \tag{4.36ж}$$

Из (4.36 д) следует, что $z=1$; из (4.36 ж) $2=-y-1$, откуда $y=-1$, и, наконец, из (4.36 е) $1=x+1-1$, откуда $x=1$. Таким образом,

$$P = kDv\eta, \tag{4.36з}$$

где k — коэффициент пропорциональности, который не может быть найден методами теории размерностей и определяется из эксперимента или на основании теоретических соображений. Согласно найденному Стоксом решению задачи о медленном стационарном обтекании шара вязкой жидкостью, значение k для сферических частиц равно 3π. Заменяя в (4.36 з) D на $2r$, получим:

$$P = 6\pi rv\eta. \tag{4.36и}$$

Заметим, что лобовое сопротивление составляет одну треть, а трение две трети общего сопротивления P.

Подставляя (4.36 а), (4.36 б) и (4.36 и) в (4.36), получим:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \gamma_м - \frac{4}{3}\pi r^3 \gamma_w - 6\pi rv\eta = 0;$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\gamma_м - \gamma_w) = 6\pi rv\eta.$$

Подставляя вместо $\gamma_м$ приближенное его значение, равное удельному весу скелета $\gamma_с$, найдем:

$$v = \frac{4\pi r^3 (\gamma_с - \gamma_w)}{18\pi r\eta} = \frac{\gamma_с - \gamma_w}{18\eta} D^2 \ см/сек. \qquad (4.36к)$$

Конечно, каждая фракция имеет свой удельный вес, но, учитывая наличие такой существенной погрешности, как мысленная замена истинных частиц сферическими и довольно широкие границы фракций, обычно идут и на замену истинного удельного веса средневзвешенным по всей пробе. Следует иметь в виду, что даже значительное различие удельных весов минералов, слагающих крупные и мелкие фракции, не ведет к серьезным ошибкам [39].

Формула (4.36к) носит имя Стокса, который впервые рассмотрел задачу об обтекании жидкостью сферического тела.

При равномерном падении скорость v, очевидно, равна:

$$v = \frac{h}{t}, \qquad (4.36л)$$

где h — путь, проходимый частицей за время t. Следовательно:

$$D = \sqrt{\frac{18\eta}{\gamma_с - \gamma_w} \cdot \frac{h}{t}}. \qquad (4.37)$$

Подставляя значения $\gamma_с = 2{,}72$ *г/см*^{3} (глина), $\gamma_w = 1$ *г/см*^{3} (вода), динамической вязкости воды (при 15° С) $\eta = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$ *г/см·сек*, получим:

$$D = 0{,}34\sqrt{v}. \qquad (4.37а)$$

Это значение D представляет собой диаметр шарообразной частицы с удельным весом 2,72 *г/см*^{3}, падающей в воде с такой же скоростью, что и данная несферическая частица (так называемый эквивалентный диаметр по Стоксу).

Найдем с какой точностью следует измерять h и t, чтобы погрешность в диаметре частицы не превосходила $\pm 0{,}1D$.

Как известно, чтобы определить суммарную относительную ошибку измерений, необходимо прологарифмировать соответствующую зависимость, затем продифференцировать полученное выражение и заменить в нем все символы дифференциалов d на символы приращений Δ. Далее необходимо сделать все знаки перед слагаемыми в полученном выражении положительными. Например, относительная ошибка δ для функции $v = x^a y^b / z^c$ определяется следующим образом:

$$\ln v = a \ln x + b \ln y - c \ln z;$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{adx}{x} + \frac{bdy}{y} - \frac{cdz}{z};$$

$$\delta = \frac{\Delta v}{v} = a\frac{\Delta x}{x} + b\frac{\Delta y}{y} + c\frac{\Delta z}{z}.$$

Возьмем частицы диаметром 0,01 *мм* со скоростью падения в воде, равной 0,02 *см/сек*. Если плотность измеряют через $t=100$ *сек*, то $h=2$ *см*. Допустим, что за максимально допустимую относительную ошибку при определении D принята $\delta_D=0{,}1$, тогда по формуле (4.37 а) в соответствии с вышесказанным найдем:

$$\ln D = \ln 0{,}34 + \frac{1}{2}\ln v;$$

$$\frac{dD}{D} = \frac{1}{2}\cdot\frac{dv}{v};$$

$$\delta_D = \frac{\Delta D}{D} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta v}{v} = 0{,}1.$$

Относительная ошибка при вычислении скорости

$$\delta_v = \frac{\Delta v}{v}$$

и, следовательно,

$$\frac{1}{2}\delta_v = 0{,}1; \quad \delta_v = 0{,}2,$$

но

$$v = \frac{h}{t}$$

и

$$\ln v = \ln h - \ln t;$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dh}{h} - \frac{dt}{t};$$

$$\delta_v = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta t}{t} = 0{,}2.$$

Если принять, что влияние на погрешность v ошибок в измерении h и t одинаково (так называемый *метод равных влияний*), то

$$\delta_h = \delta_t = \frac{0{,}2}{2} = 0{,}1.$$

Отсюда абсолютные ошибки, соответствующие этому предельно допустимому значению относительных ошибок при измерении h и t, будут равны:

$$\Delta_h = \delta_h \cdot h = 0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2 \text{ см} = 2 \text{ мм};$$

$$\Delta_t = \delta_t \cdot t = 0{,}1 \cdot 100 = 10 \text{ сек},$$

т. е. высоту падения нужно измерить с ошибкой не более 2 *мм*, а продолжительность падения — с ошибкой не более 10 *сек*.

Как показал Л. И. Кульчицкий [39], при колебании удельного веса в пределах 2,4—2,8 $г/см^3$ и температуры в пределах

10—30° С отклонения в условных диаметрах частиц настолько незначительны, что ими можно практически пренебречь. Л. И. Кульчицким рекомендованы следующие интервалы времени взятия проб суспензии пипеткой и глубины отбора проб в *см*:

Размер частиц суспензии в *мм*	0,05	0,01	0,005	0,001
Глубина отбора проб в *см*	25	10	10	7
Время отбора проб	2 *мин*	20 *мин*	2 *ч* 20 *мин*	22 *ч*

Для крупных частиц, оседание которых в воде происходит с достаточно большой скоростью и сопровождается завихрениями и срывом струй, формула Стокса не пригодна. Как показывают опыты, ею можно пользоваться только при диаметрах частиц меньше 0,1 *мм*.

При уменьшении диаметра частиц их масса убывает пропорционально третьей степени радиуса, тогда как поверхность уменьшается пропорционально второй степени радиуса. Следовательно, скорость убывания массы на порядок больше, чем скорость уменьшения поверхности, иными словами, с уменьшением размеров частиц быстро убывает вес, приходящийся на единицу их поверхности. Поэтому очень малые по массе частицы, взвешенные в воде, имеют вместе с тем поверхность достаточную, чтобы испытывать относительно интенсивное воздействие ударов молекул воды, находящихся в тепловом движении.

Число одновременно соударяющихся с очень малой частицей молекул воды неодинаково с различных сторон и будет непрерывно изменяться во времени. В результате частица будет получать суммарные импульсы, преобладающие то в одном, то в другом направлении, и соответственно испытывать беспорядочные во времени перемещения в различных направлениях — так называемое броуново (или броуновское) движение.

Скорость броуновых перемещений частиц диаметром менее 0,0005 *мм* того же порядка, что и скорость их оседания в воде под действием силы тяжести, а частицы, имеющие диаметр в стотысячные доли миллиметра и менее, вообще уже не оседают и находятся в состоянии так называемого постоянного витания в окружающей среде. Таким образом, формула Стокса не пригодна не только для крупных, но и для очень мелких частиц, так как последние испытывают интенсивное броуновское движение. Практически этой формулой пользуются лишь при выделении методом седиментации частиц с диаметрами в интервале от 0,05 до 0,001 *мм*.

Для получения результатов седиментометрического анализа, близко отвечающих теоретической формуле Стокса, необходимо соблюдение следующих условий, которые в полной мере не могут быть выдержаны на практике:

1) способы измерения плотности взвеси и, в частности, способы отбора проб из нее не должны влиять на процесс седиментации и в то же время должны быть достаточно точными;

2) взвесь должна находиться в полном покое, не подвергаясь толчкам и сотрясениям; кроме того, в ней не должно быть конвективных потоков;

3) сосуд со взвесью должен быть достаточно широким (теоретически бесконечно широким), чтобы стенки не оказывали заметного влияния на процесс оседания частиц;

4) концентрация частиц должна быть достаточно низкой, чтобы они не оказывали влияния друг на друга, и вместе с тем достаточно высокой, чтобы обеспечить необходимую точность измерения;

5) не должно быть агрегирования частиц в жидкости;

7) вязкость жидкости должна быть такой, чтобы крупные частицы не оседали слишком быстро, а малые слишком медленно.

Наиболее простой способ гранулометрического анализа по принципу седиментации — *ареометрический*. Достаточно большую навеску грунта в порошкообразном состоянии взбалтывают в воде и получившуюся взвесь (суспензию) помещают в высокий и широкий стеклянный цилиндрический сосуд. По мере оседания частиц (со временем выпадают все более мелкие частицы) плотность суспензии уменьшается и ее периодически измеряют с помощью ареометра. Цилиндры с суспензией необходимо помещать в термостат, в котором колебания температуры не превышают 0,1° С. Пользуясь формулой Стокса, нетрудно затем рассчитать содержание в навеске частиц различных диаметров. Хотя ареометрический способ обладает не очень высокой точностью в отношении как крупных частиц пыли, так и глинистых частиц, особенно при значительном содержании в грунте органических примесей, он широко используется в строительных лабораториях. Гораздо меньшую погрешность дает определение плотности путем непосредственного взвешивания проб суспензии, отобранных с помощью пипетки с различных глубин через заданное время.

Еще более высокую точность можно получить путем выпаривания отобранных пипеткой из суспензии проб и взвешивания сухого остатка (захваченные частицы), однако анализ при этом становится более громоздким. Пипеточный метод следует считать наиболее пригодным для гранулометрического анализа грунтов. Детальное описание его методики приведено в [70].

Перед гранулометрическим анализом грунта разрушают сцепление между его частицами, применяя различные механические и химические методы. Такая подготовка грунта к анализу носит название *диспергации* [70]. Как диспергация, так и сам гранулометрический анализ не должны, очевидно, вызывать разрушения и растворения собственно частиц скелета.

Гранулометрическая кривая. Результаты гранулометрического анализа обычно представляют в виде так называемой *гранулометрической кривой* на полулогарифмической координатной сетке. По оси абсцисс откладывают логарифм диаметра зерен D, по оси ординат — процентное содержание (по весу) частиц диа-

метром менее или более данного. В почвоведении чаще всего откладывают слева направо по оси абсцисс убывающие по величине диаметры, в строительной и вообще в технической литературе диаметры частиц вдоль оси абсцисс, наоборот, возрастают (рис. 4.6). Полученную кривую называют *кривой по плюсу*, если по оси ординат отложено снизу вверх содержание (C_R) в % частиц диаметром более данного (см. рис. 4.6, кривая *1*). Если отложено снизу вверх содержание частиц диаметром менее данного (C_D), то кривая называется *кривой по минусу* (см. рис. 4.6, кривая *2*). Такого рода кривые носят название *кумулятивных*. При принятой разметке осей координат плюс-кривая всегда по-

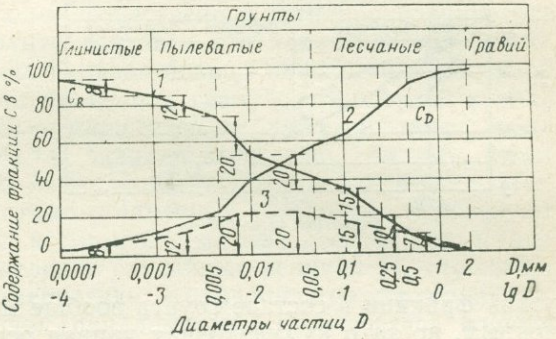


Рис. 4.6. Гранулометрические кривые

1 — кумулятивная кривая по плюсу; *2* — то же, по минусу; *3* — кривая распределения (частотная кривая) состава

нижается, а минус-кривая, наоборот, повышается слева направо. В немецкой литературе плюс-кривые называют *R*-кривыми от слова Ruckstand — остаток (подразумеваются частицы, оставшиеся в сите), а минус-кривые — *D*-кривыми от слова Durchgang — проход (подразумеваются частицы, прошедшие сквозь сито).

Если на середине интервала по оси ординат откладывать не суммарные количества всех фракций, больших или меньших данной, а лишь процентное содержание каждой отдельной фракции, то полученная кривая в отличие от кумулятивной называется *частотной кривой* или *кривой распределения* состава (см. рис. 4.6, кривая *3*). Кривые распределения, построенные при логарифмическом масштабе диаметров частиц, оказываются довольно близкими по форме к кривым нормального распределения, что свидетельствует о почти логнормальном распределении [I; стр. 315] в грунте частиц по крупности.

Кумулятивная кривая по отношению к кривой распределения является *интегральной*, т. е. ее ординаты равны площадям соответствующих участков кривой распределения (правых участков — для кривых по плюсу и левых — для кривых по минусу).

Очевидно, суммы ординат плюс и минус кривых при одной и той же абсциссе (одном и том же диаметре) равны 100%, т. е. $C_R + C_D = 100\%$. Это правило позволяет легко переходить от одной кривой к другой. Так, если на минус-кривой некоторому диа-

метру отвечает содержание $C_D=60\%$, то по плюс-кривой этому же диаметру будет отвечать содержание $C_R=100-C_D=40\%$.

Частотная кривая наглядно характеризует относительное содержание различных фракций, однако для точного количественного определения приходится вычислять соответствующие площади кривой.

С другой стороны, кумулятивные кривые менее резко отражают изменения в гранулометрическом составе и об относительном содержании отдельных фракций приходится судить по наклону касательных и кривой. При этом отсутствие той или иной

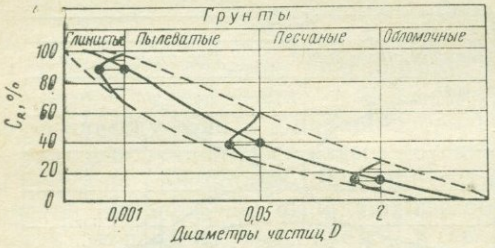


Рис. 4.7. Осредненная гранулометрическая кривая (модальная кривая)

узкой фракции в составе грунта вообще может остаться незамеченным, но зато кумулятивная кривая освещает более ясно общий характер состава.

Чем круче проходит кумулятивная кривая, тем меньше пределы, в которых изменяются размеры фракций грунта, тем грунт однороднее. Если на некотором участке кривая имеет горизонтальную касательную, то соответствующие фракции в составе грунта отсутствуют.

Кумулятивные кривые удобны для сравнения на общем графике нескольких гранулометрических составов независимо от того, какие фракции определялись в каждом из анализов. Вообще рекомендуется строить как кумулятивную, так и частотную кривую на одном и том же графике, что дает особенно ясное представление о составе грунта. Вместо частотной кривой можно непосредственно на кумулятивной кривой показывать содержание каждой фракции (кривая *1*, рис. 4.6).

Групповая гранулометрическая кривая. Вследствие неизбежных колебаний гранулометрического состава в различных точках пласта одного и того же грунта обычно при анализе нескольких образцов этого грунта получают столько же не совпадающих одна с другой гранулометрических кривых. На рис. 4.7 показана осредненная кривая, построенная по результатам анализов нескольких отличающихся одна от другой проб некоторого грунта [94]. Эта кривая проходит через точки, соответствующие модальному (по всем пробам), т. е. чаще всего повторяющемуся содержанию частиц данного диаметра. Объемлющие кривые, про-

веденные пунктиром, соответствуют максимальному и минимальному содержанию частиц различных диаметров.

Обобщенные характеристики гранулометрического состава. Когда состав грунта представлен чисто графически, затруднительно выявить даже только качественную связь между свойствами грунта и относительным содержанием в нем различных фракций. Поэтому неоднократно предлагались приемы описания состава с помощью различных численных показателей, которые мы назовем *обобщенными* гранулометрическими характеристиками.

В наиболее элементарном виде эти характеристики представляют собой относительное содержание в грунте одной или немногих фракций, наиболее существенных для проявления того или иного свойства грунта. Назовем эти характеристики *обобщенными фракционными*. Гораздо больше информации несут параметры приближенного уравнения гранулометрической кривой (назовем их *обобщенными параметрами*) либо параметры некоторого фиктивного грунта, эквивалентного по тем или иным свойствам данному, но легче описываемого аналитически (так называемые эквивалентные диаметры). Наконец, используют статистики — величины, которыми в математической статистике характеризуют распределение случайных величин [I; стр. 238].

Фракционные характеристики. Коэффициенты сортированности. Для характеристики гранулометрического состава широко используют так называемые коэффициенты сортированности. Они представляют собой отношение диаметров, соответствующих некоторым определенным точкам гранулометрической кривой. Эти точки различными авторами выбираются по-разному исходя из тех или иных представлений о том, какие именно частицы оказывают определяющее влияние на поведение грунта в некотором отношении. Наиболее распространенным является предложенный Хазеном и найденный им чисто экспериментально так называемый *коэффициент неоднородности*

$$k_x = \frac{D_{60}}{D_{10}}, \qquad (4.38а)$$

где D_{60} — диаметр, соответствующий на кумулятивном графике по минусу ординате $C_D = 60\%$;

D_{10} — диаметр, соответствующий $C_D = 10\%$ на том же графике (очевидно, $D_{60} > D_{10}$).

Диаметр D_{10} по минусовой кривой обычно называют *действующим* или *эффективным*, а D_{60} — *контролирующим*. Хазен считал, что эти параметры в основном определяют водопроницаемость песков, и ввел их в предложенные им соответствующие эмпирические формулы. Очевидно, если грунт содержит зерна лишь одного диаметра, то $D_{60} = D_{10}$ и тогда $k_x = 1$. Чем разнороднее грунт по размерам частиц, тем больше значение k_x. Согласно строительным нормам и правилам 1962 г. (СНиП

II.Б-2.62) пески, для которых $k_x > 3$, называют неоднородными.

Легко видеть, что грунты с различным гранулометрическим составом могут обладать одним и тем же коэффициентом неоднородности. Например, грунт, состоящий из одной фракции 1—2 *мм*, и грунт, содержащий только фракцию 0,1—0,2 *мм*, будут иметь одинаковый коэффициент неоднородности, равный 1.

Терцаги и Пек для оценки фракционного состава грунта предложили пользоваться отношением [1, 79]

$$k_{т.п} = \frac{D_{70}}{D_{20}} \qquad (4.38б)$$

(индексы при коэффициентах сортированности k представляют собой первые буквы фамилий авторов).

По Одэ [99], состав грунта должен оцениваться тремя диаметрами D_{50}, D_{90} и D_{10}, а неоднородность отношением

$$k_O = \frac{D_{50}}{D_{10}}. \qquad (4.38в)$$

В этом случае, очевидно, $D_{50} = k_O D_{10}$.

П. И. Фадеев рекомендует применять коэффициент

$$k_Ф = \frac{D_{90}}{D_{10}}. \qquad (4.38г)$$

Часто пользуются также коэффициентом Траска или квартильным коэффициентом

$$k_T = \frac{D_{75}}{D_{25}} \qquad (4.38д)$$

либо величиной, представляющей собой корень квадратный из этого отношения.

По так называемой «Унифицированной системе классификации» (USC — «ю-эс-си») в США пользуются следующим коэффициентом сортированности (при минус-кривой), который мы обозначим

$$k_U = \frac{D_{70}}{D_{40}} \cdot \frac{D_{70}}{D_{90}} = \frac{D_{70}^2}{D_{40} D_{90}}$$

или при плюс-кривой

$$k_U = \frac{D_{20}^2}{D_{60} D_{10}}$$

(во всех формулах для минус-кривых большому индексу соответствует большой диаметр).

И. С. Миц на основании результатов весьма тщательно поставленных экспериментов предложил характеризовать гранулометрический состав примыкающего к дренажам песчаного грунта двумя величинами: отношением диаметров, отвечающих содержанию частиц 85 и 10%:

$$k_M = \frac{D_{85}}{D_{10}}, \qquad (4.38е)$$

и медианным диаметром D_{50}. Это предложение нам представляется наиболее обоснованным, так как оно отвечает логнормальному закону распределения, которому в общем хорошо следуют реальные грунты, отклоняясь от него главным образом в области самых тонких частиц, что и оправдывает замену диаметра D_{15} на D_{10}, который еще Хазен экспериментально выделил как характерный.

Таким образом, если пользоваться параметрами Хазена для оценки водопроницаемости песков и параметрами Мица для характеристики устойчивости песков против внутреннего размыва током фильтрующей воды, то достаточно знать четыре характерных диаметра D_{10}, D_{50}, D_{60} и D_{85}.

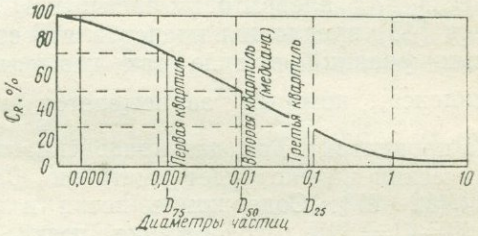


Рис. 4.8. Квартили гранулометрической кривой

Фракционные характеристики. Квартильные или квантильные диаметры. Иногда в качестве численной характеристики состава ограничиваются просто указанием среднего (или медианного) размера зерен D_{50} и *квартильных* размеров зерен D_{25} и D_{75}, соответствующих значениям $C_R=25\%$ и $C_R=75\%$ (т. е. четвертям оси ординат гранулометрического графика). При этом квартиль, относящаяся к меньшим диаметрам, называется первой, а к бóльшим — третьей (рис. 4.8).

Если содержание частиц C делить на любые равные участки, например через каждые 5%, то диаметры зерен D_5, D_{10}, D_{15}, D_{20} и т. д., соответствующие значениям C, равным 5, 10, 15, 20% и т. д., называют *квантильными* (в данном случае квантили 5%-ные, но могут быть 10%-ные и иные).

Фракционные характеристики. Весовой параметр. Дос-Сантос [89] предложил численно оценивать гранулометрический состав соотношением между весами некоторых фракций. Соответствующий параметр (обозначенный им t) представляет собой отношение ординаты кривой распределения при абсциссе 0,05 *мм* к средней арифметической ординат, отвечающих диаметрам 0,05; 0,1; 0,25: 0,5; 1 и 2 *мм*, т. е.

$$t = \frac{C_{0,05}}{\frac{C_{0,05} + C_{0,1} + C_{0,25} + C_{0,5} + C_{1,0} + C_{2,0}}{6}}. \qquad (4.39)$$

Дос-Сантос показал наличие достаточно высокой степени стохастической связи [I; 7,2] между параметром t (назовем его *весовым*) и некоторыми водными свойствами грунтов.

Существует целый ряд других способов численной характеристики гранулометрического состава с помощью различных весовых и иных параметров (например, Тернбул [114] оценивает гранулометрический состав по площади кумулятивной гранулометрической кривой), однако большинство таких предложений не имеет серьезного физического обоснования.

Трехкомпонентные фракционные характеристики. На практике нередко ограничиваются определением процентного содержания песчаных (П), пылеватых (А) и глинистых (Г) фракций, записывая это, например, в таком виде: П 12, А 47, Г 41 (12% песка, 47% алевритовых частиц и 41% глинистых). А. К. Ларионов [43] предложил представлять содержание этих трех основных фракций в виде так называемого гранулометрического индекса, который записывается как отношение $\frac{П/П+А}{Г}$ (в процентах). Так, для приведенного выше состава гранулометрический индекс будет иметь вид 0,2/41, где 0,2 получено как 12/(12+47). Содержание песка и пыли находят как разность 100—41=59%, содержание песка как 0,2·59=12%, а пыли 59—12=47%. Достоинством этого предложения является краткость записи, однако корреляция этого индекса с различными свойствами грунтов не исследована.

Обобщенные параметры. Значительное число работ посвящено способам подбора уравнений экспериментальных кривых распределения фракции в составе грунта. Оказалось, что при искусственном размельчении материалов (например, с помощью мельниц) вид уравнений распределения и численные значения их параметров хорошо отражают как метод дробления, так и свойства исходной породы. В качестве уравнений кривых состава широко используют, например, уравнения применяемых в математической статистике кривых распределения Пирсона. Применение вычислительных машин позволяет очень быстро выполнять относительно большой объем вычислений при подборе указанных параметров.

В качестве примера рассмотрим формулу Розина и Рамлера для характеристики распределения продуктов помола [2]. В результате обработки по Пирсону большого количества кривых гранулометрического состава таких продуктов авторы получили следующее приближенное уравнение кумулятивной кривой гранулометрического состава (по плюсу):

$$C_R = 100 \exp\left[-\left(\frac{D}{k}\right)^b\right], \qquad (4.40)$$

где C_R — содержание частиц, имеющих диаметр больший, чем D, в %;

b и k — параметры кривой.

При $k=D$ из (4.40) получаем:

$$C_k = \frac{100}{\exp(1)} = \frac{100}{2{,}718} = 36{,}8\%. \qquad (4.41)$$

Следовательно, k — диаметр частиц, соответствующий на кумулятивном графике содержанию $C=36{,}8\%$ (по плюсу, т. е. частиц, бóльших по диаметру, чем k, содержится 36,8%).

Показатель степени b характеризует степень однородности грунта: чем больше b, тем однороднее грунт и тем больше материала сосредоточено в узком диапазоне фракций. При $b \to \infty$ все частицы имеют одинаковый диаметр.

Таким образом, состав грунта по этому методу характеризуется всего двумя величинами (b и k), причем если построить кумулятивную гранулометрическую кривую в двойной логарифмической сетке координат

$$\lg\left[\lg\left(\frac{100}{C_R}\right)\right] \sim \lg D, \qquad (4.42)$$

то мы должны получить прямую и параметр b представит собой тангенс угла наклона этой прямой (рис. 4.9).

Проведенная в лаборатории ДИИТ Н. С. Николайчук подробная проверка показала, что для естественных грунтов кривые по уравнению Розина и Рамлера в большинстве случаев настолько расходятся с действительными гранулометрическими кривыми вблизи их концов, что это исключает применение уравнения (4.40) при проектировании дренажей и обратных фильтров. По-видимому, наилучшим образом характеризует распределение частиц в естественных грунтах логнормальное уравнение гранулометрического состава, рассматриваемое ниже.

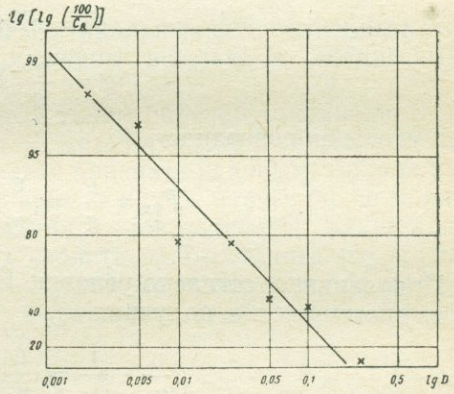


Рис. 4.9. Гранулометрический график по Розину — Рамлеру

В последнее время вопрос об аналитических способах однозначной характеристики гранулометрического состава привлекает все большее внимание исследователей в связи с усиленной разработкой структурно-гранулярных моделей грунта.

Эквивалентные диаметры. Гармонический диаметр. Было также предложено характеризовать гранулометрический состав одним числом, которое представляло бы собой диаметр частиц не-

которого *фиктивного однородного грунта*, имеющего те же свойства, что и данный разнозернистый грунт. Так, И. Одэ [99] предложил в качестве такого эквивалентного диаметра принять диаметр фракции, имеющей такую же удельную поверхность частиц на единицу веса, что и исследуемый грунт. При этом Одэ исходил из того, что большинство свойств грунтов зависит от удельной поверхности последних.

Если предположить, что грунт состоит из n одинаковых шарообразных частиц с диаметром, который мы обозначим $D_г$, то поверхность скелета будет равна:

$$F_с = n\pi D_г^2,$$

а вес

$$g_с = n\frac{\pi}{6} D_г^3 \gamma_у,$$

где $\gamma_у$ — удельный вес скелета.

Соответственно удельная поверхность составит:

$$F_{уд} = \frac{F_с}{g_с} = \frac{6}{\gamma_у} \cdot \frac{1}{D_г}. \qquad (4.43а)$$

Рассмотрим теперь грунт, состоящий из смеси n_1 частиц с диаметром $D_{г1}$, n_2 частиц с диаметром $D_{г2}$ и т. д. Тогда их общая поверхность F и вес g будут соответственно равны:

$$F = \pi \Sigma n_i D_{гi}^2;$$

$$g = \frac{\pi\gamma_у}{6} \Sigma n_i D_{гi}^2,$$

а удельная поверхность

$$F_{уд} = \frac{F}{g} = \frac{6}{\gamma_у} \cdot \frac{\Sigma n_i D_{гi}^3}{\Sigma n_i D_{гi}^3}.$$

Приравнивая, согласно условию Одэ, удельные поверхности обеих систем частиц, получим:

$$\frac{6}{\gamma_у} \cdot \frac{1}{D_г} = \frac{6}{\gamma_у} \cdot \frac{\Sigma n_i D_{гi}^2}{\Sigma n_i D_{гi}^3},$$

откуда

$$\frac{1}{D_г} = \frac{\Sigma n_i D_{гi}^2}{\Sigma n_i D_{гi}^3}. \qquad (4.43б)$$

Вес каждой i-й группы из n_i частиц равен:

$$g_i = n_i \frac{\pi}{6} D_{гi}^3 \gamma_у. \qquad (4.43в)$$

Умножая числитель и знаменатель правой части (4.43б) на $\frac{\pi\gamma_y}{6}$ и пользуясь (4.43в), можно представить $\frac{1}{D_г}$ в следующем виде:

$$\frac{1}{D_г} = \frac{\Sigma g_i / D_{гi}}{\Sigma g_i}. \qquad (4.43г)$$

Если вес пробы грунта принять за 1, то

$$\Sigma g_i = 1$$

и тогда

$$\frac{1}{D_г} = \sum \frac{g_i}{D_{гi}}; \qquad (4.44)$$

$$D_г = \frac{1}{\sum \frac{g_i}{D_{гi}}}. \qquad (4.45)$$

Полученное выражение представляет собой так называемое *гармоническое среднее*. Таким образом, из (4.43а) вытекает, что удельная поверхность обратно пропорциональна некоторой характеристической величине, которой является средний гармонический диаметр смеси частиц. Этот диаметр можно вычислить по формуле (4.45). Из (4.43г) следует, что величина, обратная средней гармонической $\left(\text{т. е. } \frac{1}{D_г}\right)$, представляет собой как бы абсциссу равнодействующей системы вертикальных сил, величины которых равны g_i и которые приложены в точках с абсциссами, равными величинам $1/D_{гi}$.

Одэ полагает, что найденный таким образом эквивалентный диаметр $D_г$ (он назвал, вслед за Козени, средний гармонический диаметр действующим, что нельзя признать удачным, так как ранее этому термину Хазен уже придал другое значение) не может быть использован для корреляции с показателями каких-либо свойств грунта и для разных свойств одного и того же грунта могут оказаться характерными различные эквивалентные диаметры. Поэтому он предлагает выражение (4.44) заменить следующим:

$$\frac{1}{D_г^{\alpha}} = \sum \frac{g_i}{D_{гi}^{\alpha}},$$

откуда

$$D_г = \sqrt[\alpha]{\frac{1}{\sum \frac{g_i}{D_{гi}^{\alpha}}}}, \qquad (4.46)$$

где показатель степени α изменяется в зависимости от различных свойств, характеризуемых данным диаметром (например,

внутреннего трения, водопроницаемости и т. п.), и определяется экспериментально.

На рис. 4.10 приведена графическая интерпретация определения $D_г$. С помощью гранулометрической кривой по минусу построен график зависимости $g_i \sim 1/D_{гi}$. Легко видеть, что $1/D_г$ представляет собой сторону прямоугольника с высотой, равной $\Sigma g_i = 1$, и площадью, равной площади кривой на правом графике.

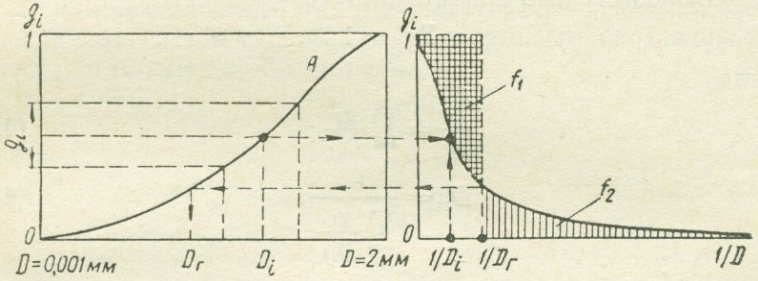


Рис. 4.10. Графическое определение гармонического диаметра

A — гранулометрическая кривая; g_i — относительное весовое содержание групп зерен со средним диаметром D_i

Эквивалентный активный диаметр. Определение гармонического диаметра по формуле (4.45) как меры удельной поверхности имеет тот недостаток, что не учитывается различная физико-химическая активность поверхности различных фракций. Поэтому в тех случаях, когда грунт содержит тонкие фракции, отличающиеся своей высокой активностью, следует использовать в качестве характерного гармонический диаметр, определенный по формуле

$$D_A = \frac{1}{\frac{k_1 g_1}{D_{г1}} + \frac{k_2 g_2}{D_{г2}} + \cdots + \frac{k_n g_n}{D_{гn}}} = \frac{1}{\sum \frac{k_i g_i}{D_{гi}}}, \qquad (4.47)$$

где коэффициенты k_i характеризуют относительную физико-химическую активность поверхности каждой фракции. Этот диаметр будем условно называть активным.

Статистические характеристики. Один из приемов сжатого количественного описания гранулометрического состава заключается в использовании числовых параметров, применяемых в математической статистике для характеристики распределений: 1) среднеарифметического (средневзвешенного) диаметра $\overline{D}$, характеризующего крупность грунта; 2) среднеквадратического отклонения s, характеризующего степень однородности состава; 3) показателя скошенности или асимметрии, характеризующего степень асимметричности кривой распределения; 4) показателя крутизны, характеризующего степень отклонения распределения от нормального [I; 5, 8].

Обозначим количество зерен во фракции со средним диаметром D_i через n_i, а общее количество зерен в исследуемой пробе грунта через $n=\Sigma n_i$. Тогда средний (среднеарифметический) диаметр зерен $\overline{D}$ и среднеквадратическое отклонение s будут равны в соответствии с [I; 5, 8]:

$$\left.\begin{aligned} \overline{D} &= \frac{\Sigma n_i D_i}{n}; \\ s &= \sqrt{\frac{\Sigma (D_i-\overline{D})^2 n_i}{n}}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.48a)$$

Для расчета выбирают такую градацию диаметров частиц, при которой каждый следующий диаметр в одно и то же число раз (например, в 2 раза) меньше предыдущего. Так, удобно принять за исходные для вычисления диаметры, изменяющиеся по геометрической прогрессии со знаменателем 2, а именно: 2; 1; 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625; 0,0313; 0,0156; 0,0078; 0,0039; 0,002; 0,001; $<$0,001 *мм*. Затем по гранулометрической кривой определяют содержание в процентах по весу фракций 2—1; 1—0,5; 0,5—0,25; 0,25—0,125; 0,125—0,0625 и т. д. Естественно, что по графикам эти диаметры определяют с округлением. То обстоятельство, что эти диаметры отличаются от обычных классификационных, не отражается на результатах определения статистических параметров и лишь несущественно затрудняет определение по гранулометрической кривой соответствующих значений C, но зато принятие закона изменения диаметров в виде геометрической прогрессии значительно облегчает вычисления, которые выполняют следующим образом. Выбирают фракцию, являющуюся преобладающей по весовому содержанию в грунте. Допустим, что больше всего в грунте частиц диаметром от 0,125 до 0,0625 *мм*. Тогда эту фракцию условно принимают за начальную [I; 5, 8] и последовательно нумеруют остальные фракции в сторону возрастающих размеров со знаком (+) и со знаком (—) в сторону убывающих, как показано в табл. 4.3. Процентное содержание каждой фракции умножают на ее порядковый номер (с его знаком) и полученные произведения суммируют. Сумма, деленная на 100, будет представлять собой условный первый момент M_1 относительно начальной фракции (рассматривается как бы рычаг, при этом веса фракций являются условными «силами», номера фракций — это их «плечи» относительно начальной фракции, которая является как бы опорой рычага, причем, поскольку все интервалы выбраны равными, номера пропорциональны расстояниям).

Далее определяют полусумму логарифмов границ начальной (преобладающей) фракции, в данном примере величину

$$\frac{\lg 0{,}125 + \lg 0{,}0625}{2} = \overline{2},941. \qquad (4.48б)$$

Обозначим эту величину буквой d. Тогда средний диаметр $\overline{D}$ можно найти по выражению, вытекающему из [I; 5, 1, стр. 213]:

$$\lg \overline{D} = d + \overline{\omega} M_1, \qquad (4.48в)$$

где $\overline{\omega}$ — средний логарифмический интервал между границами фракций, т. е. разность между логарифмами верхнего и нижнего размеров каждой фракции, или, что то же самое, логарифмы отношения этих размеров. При постоянном отношении диаметров этот интервал, очевидно, постоянен (например, при $\frac{D_i}{D_{i+1}} = 2$ интервал $\overline{\omega} = \lg 2 = 0{,}301$).

Среднеквадратическое отклонение будет равно:

$$s = \overline{\omega} \sqrt{M_2 - M_1^2}, \qquad (4.48г)$$

где M_2 — условный второй момент относительно начальной фракции.

Формулы для определения показателей скошенности и крутизны легко получить по аналогии с формулами, приведенными в [1; 5, 8]. Чтобы получить удовлетворительные статистические характеристики грунта, необходимо располагать данными определения составов не менее 10—20 проб этого грунта. По графикам гранулометрического состава этих проб сначала строят усредненную или групповую кривую состава (см. рис. 4.7), для которой затем определяют статистические характеристики.

Так как $\overline{\omega} = 0{,}301$, а по табл. 4.3 $M_1 = \frac{14{,}1}{100} = 0{,}141$, то согласно (4.48в),

$$\lg \overline{D} = \bar{2}{,}941 + 0{,}301 \cdot 0{,}141 = \bar{2}{,}983,$$

откуда $\overline{D} = 0{,}096 \approx 0{,}1$ *мм*.

По формуле (4.48г) находим ($M_2 = 2{,}16$):

$$s = 0{,}301 \sqrt{2{,}16 - 0{,}14^2} = 0{,}44.$$

Таким образом, средневзвешенный диаметр частиц равен 0,1 *мм*, а среднеквадратическое отклонение составляет 0,44.

Для определения показателей скошенности и крутизны необходимо вычислить третий и четвертый моменты (найдя суммы px^3 и px^4) и воспользоваться формулами [1; (5.113)—(5.116)].

Соответствующие вычисления сводим в табл. 4.3.

Статистические характеристики очень удобно использовать при необходимости объединения ряда образцов грунта в близкие по составу группы. Так, например, пески, залегающие в одном и том же районе и имеющие мало различающиеся значения $\overline{D}$ и $\overline{s}$, будут обладать одинаковыми механическими свойствами.

Таблица 4.3

Пример расчета

Размеры фракций		d	Весовое содержание фракции p в %	Порядковый номер x	$100\ M_1 = px$	$100\ M_2 = px^2$
D, мм	$\lg D$					
1	2	3	4	5	6	7
2—1	0,301—0,000		2,0	+4	8,0	32,0
1—0,5	0,000—$\bar{1}$,699		3,5	+3	11,5	34,5
0,5—0,25	$\bar{1}$,699—$\bar{1}$,398		8,4	+2	16,8	33,6
0,25—0,125	$\bar{1}$,398—$\bar{1}$,097		17,9	+1	17,9	17,9
0,125—0,0625	$\bar{1}$,097—$\bar{2}$,796	$\bar{2}$,941	46,2	0	0	0
0,0625—0,0313	$\bar{2}$,796—$\bar{2}$,495		12,1	—1	—12,1	12,1
0,0313—0,0156	$\bar{2}$,495—$\bar{2}$,194		4,3	—2	— 8,6	17,2
0,0156—0,0078	$\bar{2}$,194—$\bar{3}$,893		3,0	—3	— 9,0	27,0
0,0078—0,0039	$\bar{3}$,893—$\bar{3}$,592		2,6	—4	—10,4	41,6
			100,0	—	+14,1	215,9

Односигмовые диаметры. Грассбергер в 1933 г. приближенно допустил, что распределение частиц в грунте достаточно

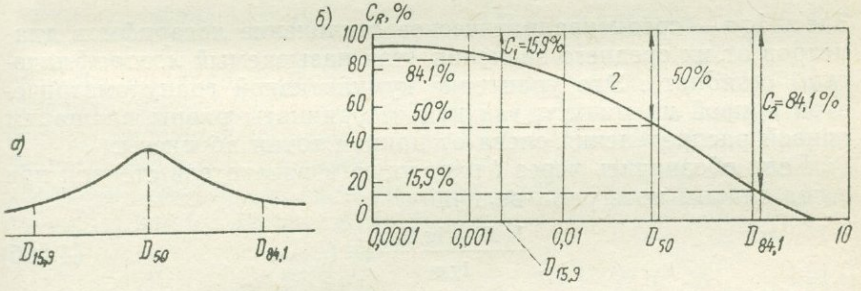


Рис. 4.11. Определение односигмовых диаметров

а — частотная кривая; *б* — кумулятивная кривая

близко к тому, которое в статистике называют нормальным [99]. Тогда можно принять, что $\bar{D} = D_{50}$ и $\bar{s}$ представляет собой стандарт σ.

Определив теоретически площадь кривой распределения, отвечающую диаметрам частиц $D_1 = D_{50-\sigma}$ и $D_2 = D_{50+\sigma}$, так называемые «односигмовые» значения, найдем (рис. 4.11) количество

частиц C_1 диаметром менее $D_{50-\sigma}$ и C_2 частиц диаметром менее $D_{50+\sigma}$:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= 50\% - 100\Phi(1) = 50 - \frac{68{,}27}{2} \approx 15{,}9\%; \\ C_2 &= 50\% + 100\Phi(1) = 50 + \frac{68{,}3}{2} \approx 84{,}1\%. \end{aligned}\right\} \quad (4.49)$$

Значение Ф (1) (читается «фи большое от единицы») приведено в [I; 5, 4]. В случае кривой по минусу значения C берут под кривой и они равны C_D, а в случае кривой по плюсу значения C берут над кривой и они равны $100-C_R$. Поэтому Грассбергер предложил оценивать состав грунта тремя диаметрами: медианным D_{50} и двумя односигмовыми $D_{15,9}$ и $D_{84,1}$, соответствующими $C_{\text{мед}}=50\%$; $C_1=15{,}9\%$; $C_2=84{,}1\%$ (рис. 4.11, *а*).

Терцаги и Пек приняли в качестве характерных для расчета состава обратных фильтров односигмовые диаметры по Грассбергеру, лишь округлив их до D_{15} и D_{85}.

Логнормальное распределение. Как правило, распределение частиц в грунтах удовлетворительно характеризуется логнормальным законом [1; 7,2]. Площадь кривой $\Lambda(D)$ (читается «лямбда большое от D») распределения частиц по диаметрам в пределах от $D=0$ и до любого значения D при логнормальном законе равна:

$$\Lambda(D) = \frac{100}{\sqrt{2\pi}\lg\sigma} \int_{-\infty}^{\lg D} \exp\left[\frac{\lg D_{50} - \lg D}{2\lg^2\sigma}\right] d(\lg D). \quad (4.50а)$$

Здесь $\lg\sigma$ — среднеквадратическое отклонение логарифмов диаметров от их среднего значения (так называемый *логарифмический стандарт*). Это уравнение кумулятивной гранулометрической кривой по минусу, так как ее ординаты равны площадям кривой распределения слева от данной точки абсциссы.

Если обозначить через t входящую в показатель степени при e под знаком интеграла величину

$$\frac{\lg D - \lg D_{50}}{\lg\sigma} \equiv t, \quad (4.50б)$$

то (4.50а) перепишется в виде:

$$C_{\text{н}} = \Lambda(D) = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (4.50в)$$

Аргумент t является нормированной нормально распределенной величиной, а $C_{\text{н}}$ — нормированная функция нормального распределения, изменяющаяся от 0 до 100%. Если построить зависимость $t \sim \lg D$ в логарифмической вероятностной сетке координат,

то получим прямую. В уравнении этой прямой начальная ордината равна — ($\lg D_{50}/\lg\sigma$), а угловой коэффициент $1/\lg\sigma$.

Значения $t=\pm 1$ соответствуют $D=84{,}1\%$ и $D=15{,}9\%$, и из (4.50б) получим:

$$\left.\begin{aligned}\lg\sigma = \lg D_{84,1} - \lg D_{50} = \lg D_{50} - \lg D_{15,9};\\ \sigma = \frac{D_{84,1}}{D_{50}} = \frac{D_{50}}{D_{15,9}}\end{aligned}\right\} \qquad (4.51а)$$

и соотношения Грассбергера заменяются на

$$D_{15,9} = \frac{D_{50}}{\sigma}; \quad D_{84,1} = D_{50}\,\sigma. \qquad (4.51б)$$

Таким образом, и при логнормальном распределении в качестве характерных диаметров можно принимать $D_{15,9}$ и $D_{84,1}$.

Отношение $D_{84,1}$ к $D_{15,9}$ для любого грунта равно, очевидно, его дисперсии σ^2.

Значения D, входящие в эти формулы, определяют по графику $t \sim \lg D$.

Уравнение частотной кривой получают дифференцированием (4.50а) по $\lg D$:

$$\lambda(D) = \frac{100}{\sqrt{2\pi}\lg\sigma}\exp\left[-\frac{(\lg D - \lg D_{50})^2}{2\lg^2\sigma}\right]. \qquad (4.51в)$$

Мода, представляющая собой максимум плотности распределения, находится из соотношения

$$\lg D_{м0} = \lg D_{50} - \frac{\lg^2\sigma}{\lg e} = \lg D_{50} - 2{,}303\lg^2\sigma. \qquad (4.51г)$$

Логнормальному распределению весов частиц по крупности отвечает и логнормальное распределение удельной поверхности частиц различной крупности. Так как рассматриваются эквивалентные частицы, имеющие шарообразную форму, то полная удельная поверхность системы таких частиц, распределенных по логнормальному закону, будет равна:

$$F = \frac{6}{\gamma_y D_{50}}\exp\left(\frac{\lg^2\sigma}{2\lg^2 e}\right) = \frac{6}{\gamma_y D_{50}}\exp(2{,}68\lg^2\sigma). \qquad (4.51д)$$

Очевидно, число частиц каждой фракции может быть получено делением веса фракций на средний вес одной частицы. Полное число частиц в единице объема составит:

$$n = \frac{6}{\pi\gamma_y D_{50}^3}\exp(23{,}9\lg^2\sigma). \qquad (4.51е)$$

Проектирование грунта с заданным гранулометрическим составом как смеси из имеющихся грунтов. Нередко при устройстве дренажей, обратных фильтров и грунтовых подушек требу-

ется искусственно составить грунт с заданным распределением фракций, смешав в определенной пропорции несколько имеющихся грунтов с известными составами. Покажем на примере,

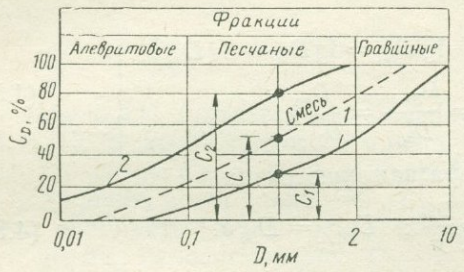


Рис. 4.12. График состава смеси двух грунтов *1* и *2*

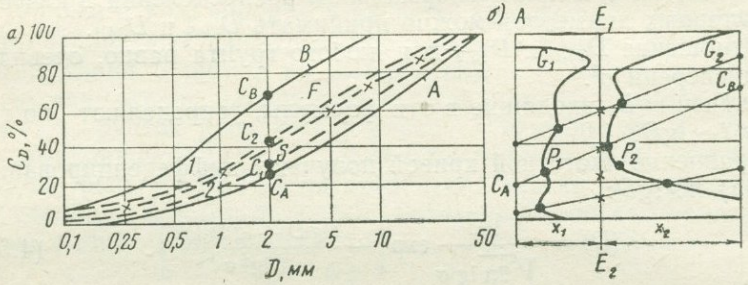


Рис. 4.13. Подбор составляющих для получения заданной смеси из двух грунтов *A* и *B*

как вычисляется соответствующая пропорция [94]. Пусть смешивают в отношении $1 : n$ два грунта, имеющие состав по кривым *1* и *2*, приведенным на рис. 4.12 и 4.13. Тогда ордината кривой *C* для некоторой фракции смеси из $1+n$ частей равна:

$$\frac{C_1 + nC_2}{1+n}, \tag{4.52}$$

где C_1 и C_2 — соответствующие ординаты кривых состава смешиваемых грунтов.

Из (4.52) находим требуемое соотношение между смешиваемыми грунтами, необходимое для получения смеси с заданным содержанием *C* какой-либо фракции:

$$n = \frac{C - C_1}{C_2 - C}. \tag{4.53}$$

В тех случаях, когда необходимо составить смесь с заданными соотношениями между всеми фракциями, следует воспользоваться графическим способом Барабаса [94]. Допустим, из двух грунтов, составы которых определяются кривыми *A* и *B* (см. рис. 4.13, *а*), нужно образовать смесь, состав которой будет находиться в пределах, показанных пунктирными линиями. Проводим на

некотором произвольном расстоянии одна от другой две вертикальные прямые, на которые наносим равномерные шкалы в процентах (см. рис. 4.13, *б*). Выберем частицы какого-нибудь диаметра, например $D_1=2$ *мм*, отметим на этих шкалах содержание этих частиц в процентах в грунтах A и B (точки C_A и C_B) и соединим полученные точки прямой. Найдем теперь деления шкал, соответствующие ординатам C_1 и C_2 пунктирных предельных кривых (см. рис. 4.13, *а*) для абсциссы, равной данному диаметру. Проведем через эти деления горизонтальные прямые до пересечения с прямой C_AC_B и получим точки P_1 и P_2. Поступая таким же образом еще для нескольких диаметров и соединяя найденные системы точек плавными кривыми, как показано на рис. 4.13, *б*, получим линии G_1 и G_2. Проведем теперь на рис. 4.13, *б*

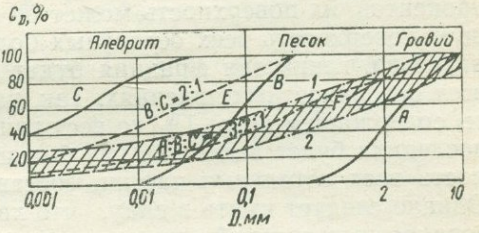


Рис. 4.14. Подбор составляющих для получения заданной смеси из трех грунтов A, B и C

вертикальную прямую E_1 E_2 так, чтобы она нигде не пересекала линий G_1 и G_2, и отметим точки ее пересечения с наклонными линиями (некоторые из них показаны крестиками). Если нельзя провести вертикаль E_1 E_2 так, чтобы она не пересекала кривые G_1 и G_2, значит из двух грунтов A и B смесь заданного состава получить невозможно. Точки пересечения вертикали E_1 E_2 с наклонными прямыми определяют содержание фракций соответствующих диаметров в искомом составе, после чего нетрудно построить гранулометрическую кривую для этого состава. Пропорция грунтов A и B в смеси определяется отношением величин x_2 и x_1, которое равно n в формуле (4.53).

Если нужно смешать три грунта, то сначала строят кривую для смеси двух из них, задаваясь некоторым соотношением n_1 для этой смеси, а затем уже строят окончательную кривую для смеси третьего грунта со смесью первых двух (рис. 4.14) [97]. Если значение n_1 было выбрано неудачно, построение приходится проверять для другого значения n_1.

Удельная поверхность. Взаимодействие частиц между собой и с поровой средой осуществляется на их поверхности, и соответствующие явления носят название *поверхностных*. Их роль и интенсивность решающим образом зависят от удельной поверхности частиц [1; 5, 10], которую обычно определяют как весовую (в $см^2$ на 1 *г* скелета грунта). Необычайно быстрое возрастание суммарной поверхности по мере уменьшения размера частиц видно из следующего простого расчета.

Если кубик с ребром 1 *см*, имеющий поверхность всего 6 *см*^{2}, раздробить на кубики с ребром 1 *мм*, последние будут иметь общую поверхность в десять раз бо́льшую — 60 *см*^{2}. При дроблении на кубики с ребрами 1 *мк* их общая поверхность будет 60 000 *см*^{2}, а при ребре 1 *ммк* (одна миллионная миллиметра) общая поверхность составит 60 млн. *см*^{2}. Так как глинистые частицы имеют плоскую форму и размеры микронного порядка, то их удельная поверхность чрезвычайно велика и измеряется тысячами квадратных метров.

Благодаря столь большим величинам удельной поверхности глинистых частиц и малым размерам каждой отдельной частицы масса частицы в их взаимодействии практически не играет никакой роли, но все определяется поверхностными явлениями. Даже если глинистых частиц содержится в грунте всего несколько процентов, их поверхность может во много раз превышать общую поверхность всех остальных более крупных зерен и, следовательно, глинистая фракция будет играть решающую роль во всех поверхностных явлениях. Так, например, в пылеватом грунте, содержащем всего 1% по весу глинистых частиц, поверхность последних будет в десятки раз больше, чем суммарная поверхность всех остальных частиц, составляющих 99% веса грунта. Однако следует иметь в виду, что характер и интенсивность поверхностных явлений зависят не только от величины удельной поверхности, т. е. от степени дисперсности скелета, но и от физико-химической активности этой поверхности, иными словами, от минеральной природы частиц, химического состава поровой среды и термодинамических условий.

Так как при гранулометрическом анализе грунтов обычно вместо содержания частиц действительных размеров и формы определяется содержание сферических частиц, эквивалентных по скорости оседания в воде, и так как действительные частицы имеют на своей поверхности всевозможные изъяны и неровности, теоретический расчет удельной поверхности грунта на основе данных о его гранулометрическом составе неизбежно носит приближенный характер. Сопоставление таких расчетов с приближенными же вычислениями, но основанными на микроскопических наблюдениях показывает, что ошибка может достигать целого порядка.

Различают полную, внешнюю и внутреннюю поверхности дисперсной системы. К внутренней относят поверхность открытых сквозных или тупиковых внутренних пор в самих частицах, к внешней — наружную поверхность частиц. Полная поверхность равна сумме внешней и внутренней поверхностей.

Определить точную истинную удельную поверхность грунта существующими методами невозможно, а приближенное значение этой поверхности называют *кажущейся поверхностью грунта*. Очевидно, значение кажущейся поверхности зависит от мето-

да ее определения — одни методы более грубы, другие дают более близкие к действительности результаты.

Поэтому, говоря об удельной поверхности, следует обязательно указывать метод, по которому она определялась. Так, например, кажущуюся поверхность, найденную в предположении плавной поверхности и сферической формы частиц, будем называть *седиментационной удельной поверхностью.* Она вычисляется следующим образом. Пусть весовое содержание в 1 $см^3$ грунта фракции с частицами, имеющими средний эквивалентный радиус $\bar{r}$, составляет G_r. Тогда количество частиц в этом объеме фракции N равно:

$$N = \frac{3}{4} \cdot \frac{G_i}{\pi \bar{r}_i^3 \gamma_{\phi i}}, \tag{4.54}$$

где $\frac{4}{3} \pi \bar{r}_i^3 \gamma_{\phi i}$ — вес одной частицы i-й фракции. Так как поверхность одной сферической частицы равна $4 \pi r_i^2$, то общая поверхность S_i частиц во фракции i с весом G_r составит:

$$S_i = 4\pi \bar{r}_i^2 N = \frac{3G_i}{\bar{r}_i \gamma_{\phi i}}.$$

Седиментационная поверхность грунта $S_в$ в целом будет равна:

$$S_в = \sum_{i=1}^{n} S_i = 3 \sum_{i=1}^{n} \frac{G_i}{\bar{r}_i \gamma_{\phi i}} \; 1/см. \tag{4.55}$$

Удельная поверхность смеси сферических частиц обратно пропорциональна их среднему гармоническому диаметру.

С. В. Нерпин выражает объемную удельную поверхность системы из однородных частиц зависимостью

$$S_0 = \frac{b}{d} \; 1/см, \tag{4.56}$$

где d — характерный размер частицы, например диаметр для округлых частиц, длина для плоских и т. п.;

b — численный коэффициент, зависящий от формы частиц и характера их упаковки. Для частиц, близких к сферическим, $b \approx 3 \div 4$; для чешуйчатых $b \approx 3+n$, где n — отношение диаметра чешуйки к ее толщине.

По этой формуле для песчаной фракции с зернами диаметром около 0,5 *мм* $S_0 = 4/0{,}05 = 80 \approx 10^2$ $1/см$; для глин с чешуйками 1 *мк* при $n \approx 7$ удельная поверхность S_0 порядка 10^5. Для глин следует ввести поправочный коэффициент, равный 10, учитывающий, что в действительности удельная поверхность примерно на порядок больше, чем вычисленная при указанном выше значении b, т. е. $b = 10(3+n)$.

Рассмотрим два экспериментальных метода определения полной удельной поверхности: один основан на выделении при увлажнении грунта так называемой *теплоты смачивания;* второй — на сопротивлении грунта фильтрации разреженного газа.

В начале прошлого столетия французский физик М. Поле открыл, что при увлажнении сухого тонко раздробленного вещества выделяется некоторое количество теплоты, измеряемое в калориях или джоулях на 1 *г* сухого вещества.

Вследствие большой удельной поверхности частиц диаметром менее 0,001 *мм* при их смачивании особенно интенсивно выделяется теплота. Теплоту смачивания Q, выделяемую дисперсными системами при поглощении ими жидкости, иногда рекомендуют называть теплотой увлажнения в отличие ее от теплоты гидратации, выделяемой жидкостями при растворении солей. Некоторые исследователи [33] указывают, что теплота смачивания грунтов представляет собой сумму теплот увлажнения и гидратации, кроме того, теплота гидратации в ряде случаев может быть довольно значительной, вследствие чего сильно искажаются результаты определения удельной поверхности по величине теплоты смачивания грунта.

Рассмотрим основы методики определения теплоты смачивания грунта, разработанной Ф. Д. Овчаренко [53]. Грунт, прошедший через сито 0,4 *мм,* предварительно высушивают при температуре 110° С и запаивают в ампулу под вакуумом при разрежении 10^{-4} *мм рт. ст.* Затем образец переносят в водяной калориметр. После установления постоянного температурного режима ампулу разбивают и измеряют увеличение температуры в калориметре. Теплота смачивания определяется как среднее значение по нескольким определениям (обычно трем). Это количество теплоты следует разделить на вес содержащейся в образце фракции $<0{,}001$ *мм,* чтобы получить величину теплоты смачивания Q в калориях на 1 *г* тех частиц, которые обусловливают в основном выделение тепла.

Удельная поверхность частиц $<0{,}001$ *мм* определится по формуле (для температуры калориметра около 20° С)

$$S_{\text{в}} = 3{,}52 \cdot 10^5 Q \; см^2/г. \tag{4.57}$$

Теоретические основы вывода этой формулы будут рассмотрены далее при анализе явления смачивания.

Так как не вся поверхность глинистых частиц в одинаковой мере поглощает влагу, принято считать, что найденная этим методом величина S является лишь частью общей удельной поверхности и характеризует только так называемую гидрофильную поверхность глинистых частиц. Более надежный способ определения удельной поверхности разработан Б. В. Дерягиным и его учениками [27].

По этому методу непосредственно измеряют расход воздуха Q (в молях), протекающего за 1 *сек* через 1 $см^2$ пористой пере-

городки из грунта толщиной Δx (*см*) при некотором перепаде давления Δp (*дин/см*^{2}). Должна быть известна пористость грунта n, рассчитанная по его объему и удельному весу. Внешняя удельная поверхность (объемная) вычисляется по формуле

$$S_0 = A \frac{n^2}{Q} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta x}, \qquad (4.58)$$

где A — коэффициент, равный:

$$A = \frac{24}{13} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{29{,}3RT}};$$

R — универсальная газовая постоянная, равная $8{,}32 \cdot 10^7$ *эрг/моль·град*;

T — абсолютная температура.

Метод Дерягина отличается простотой и быстротой. Далее будем называть удельную поверхность, найденную по этому методу, *фильтрационной удельной поверхностью.*

4.3. Минеральный состав скелета

Понятие о минеральном составе. Под *минеральным* (или минералогическим, т. е. изучаемым в минералогии) составом скелета понимают относительное содержание в нем различных минералов, выражаемое обычно в процентах к весу. Подробно минералогический состав грунтов и методика его исследования рассматриваются в специальных пособиях. Здесь приводятся лишь те сведения, которые, на наш взгляд, необходимы при изучении механических свойств грунтов для более глубокого понимания особенностей взаимодействия частиц друг с другом и с поровой средой.

Основные химические соединения в земной коре. Наиболее распространенные в земной коре горные породы содержат в основном восемь химических элементов: кремний, алюминий, натрий, калий, кальций, магний, железо и кислород. В образовании минералов активно участвуют соединения: *кремнезем* SiO_2; так называемые полуторные окислы — *глинозем* Al_2O_3 и *окись железа* Fe_2O_3; *закись железа* FeO; *окислы щелочноземельных и щелочных металлов* MgO, CaO, Na_2O и K_2O. Другие соединения имеют лишь второстепенное значение.

Первичные и вторичные минералы. Гранулометрические компоненты нескальных грунтов по минералогическому составу могут быть разделены на три основные группы:

1) фракции, представляющие собой неизмененные по химико-минералогическому составу обломки скальных горных пород. Это самые крупные фракции грунтов — *грубообломочные* или *кластические* фракции;

2) зерна минералов, входивших в состав скальных пород и перешедших в продукты выветривания пород, — *первичные минералы.* Так, фракции песка и пыли представлены главным образом первичными минералами, чаще всего кварцем, хотя в них встречаются и другие первичные минералы, а также мелкие зерна в виде сцементированных агрегатов вторичных минералов, например глауконита;

3) частицы так называемых *вторичных* минералов, которые отличаются, как правило, весьма малыми размерами и образуются из первичных минералов, испытавших измельчение, перенесенных и переотложенных в новых термодинамических условиях, при которых они претерпевают изменение химического состава и кристаллической структуры. Вторичные минералы образуются в ходе диагенеза и эпигенеза.

Коллоидная фракция грунта ($<0{,}001$ *мм*) состоит чаще всего целиком или почти целиком из вторичных минералов, которые называют *глинистыми.*

Внутримолекулярные связи. Как известно, связи между атомами, входящими в молекулы веществ, отличаются большой прочностью. Для разрушения молекул требуется затрата значительных количеств энергии (так называемая *энергия диссоциации*). Эти связи называют химическими, и они имеют электрическое происхождение. Основными видами этих связей в минералах являются ковалентные и ионные. *Ковалентные* связи возникают в результате обобщения двумя атомами электронов, принадлежащих каждому из них и притягиваемых теперь одновременно ядрами обоих атомов (так называемые электроны связи). Если обобщенные пары электронов движутся на одинаковом расстоянии от ядер соединившихся атомов и притягиваются этими ядрами с одинаковой силой, то центры тяжести отрицательных и положительных зарядов в молекуле совпадают. Такие ковалентные соединения называют *неполярными.* Они кипят и замерзают при очень низких температурах, не проводят тока, не диссоциируют ни в каких растворителях.

Однако в подавляющем большинстве случаев ковалентной связи обобщенные электроны оказываются оттянутыми к тому из атомов, который обладает большей способностью притягивать к себе электроны (обладает большей электроотрицательностью). В результате, хотя молекула такого соединения и является в целом электрически нейтральной, центры тяжести положительных зарядов ядер и отрицательных зарядов электронного облака в ней не совпадают и эти молекулы являются полярными. Вещества, состоящие из молекул с полярной ковалентной связью, имеют более низкие температуры кипения и плавления, чем у ионных соединений, а в растворителях с полярными молекулами еще более поляризуются, переходя в ионы.

Образование *ионов* означает, что при диссоциации молекулы более отрицательный атом захватывает у второго атома элект-

рон и суммарный заряд электронного облака становится больше положительного заряда ядра. Такой отрицательно заряженный ион называют *анионом* (так как в электрическом поле он движется к аноду), тогда как второй атом, потерявший электрон и у которого будет преобладать положительный заряд, называют *катионом*.

Если при образовании химического соединения один из атомов превращается в анион, а другой в катион, то связь между ними осуществляется за счет кулоновых сил притяжения разноименных зарядов и называется *ионной*. При ионной связи молекулы являются как бы двухполюсными и их называют *диполями*. Ионная связь прочнее ковалентной, и ионные соединения кипят и плавятся при высоких температурах, а при растворении полностью распадаются на ионы. Этот вид связи характерен для соединений металлов с неметаллами, металлов с ОН или с кислотными остатками, и в этих соединениях атомы металлов становятся положительно заряженными катионами.

Химические связи полностью насыщены (уравновешены), что определяет постоянство состава химических соединений, и они реализуются при расстояниях между атомами всего в несколько ангстрем.

Водородная связь. Важную роль, в частности, в минералах играет так называемая *водородная* связь, которую одни авторы относят к химическим связям, а другие считают особым видом связи. Эта связь осуществляется атомом водорода. Атом водорода, уже будучи химически связан с другим атомом молекулы, в состав которой он входит (например, с кислородом в молекуле воды), способен одновременно электрически притягиваться к противоположно заряженному атому расположенной рядом другой молекулы.

Водородная связь может быть образована лишь с наиболее электроотрицательными атомами: кислородом, фтором, азотом и иногда с хлором. Хотя более слабая, чем ковалентная, водородная связь обладает тем не менее относительно высокой прочностью. Водородные связи могут быть как внутримолекулярными (например, в молекулах ряда важных органических соединений), так и межмолекулярными, например, в кристаллической структуре льда, где они связывают между собой молекулы воды.

Простейшее объяснение образования водородной связи исходит из того, что соединения F — H, O — H и N — H имеют полярный характер. Так, в молекуле H_2O электронная пара, образующая связь в группе O—H, смещена к ядру кислорода и удалена от ядра водорода. Поэтому водород приобретает некоторый положительный заряд, что позволяет ему удерживать приблизившиеся электроны атома соседней молекулы. Возникает вторая, хотя и более слабая, связь. Водородная связь играет важную роль во взаимодействии частиц минералов с водой.

Вандерваальсовы силы. Кроме химических связей существуют так называемые *вандерваальсовы силы*, или *связи вторичной валентности*, которые являются результатом электрического притяжения между положительным ядром иона, входящего в состав одной молекулы, и отрицательной электронной оболочкой атома в соседней молекуле. Эти связи определяют в основном взаимодействие молекул, и их интенсивность монотонно убывает с увеличением расстояния между молекулами.

Явление притяжения особенно интенсивно проявляется в тех случаях, когда молекулы обладают постоянной электрической полярностью и являются постоянными диполями. Однако такие связи, хотя и несколько более слабые, возникают и у тех молекул, в которых центры зарядов совпадают, так как под влиянием внешних электрических воздействий заряды могут несколько расходиться (индукционный эффект) или испытывать весьма частые смещения колебательного характера (дисперсионный эффект). Благодаря последним двум эффектам возникают так называемые статистические (мгновенно-полярные) диполи. Притяжение разноименных концов соседних диполей создает определенную ориентацию молекул (ориентационный эффект), которая нарушается их тепловым движением. Когда молекулы сближаются, то на очень близких расстояниях начинает действовать взаимное отталкивание их электронных оболочек. Таким образом, расстояние между молекулами при действии вандерваальсовых сил определяется равновесием между силами притяжения и отталкивания.

Ионы осуществляют вторичные связи, не покидая своих молекул и сохраняя имеющиеся внутримолекулярные химические связи. Силы электрического взаимодействия противоположно заряженных частей соседних молекул, представляющих собой постоянные или временные диполи, определяют связь между молекулами в жидкостях и твердых телах, отсутствующую при газообразном состоянии вещества, когда молекулы удалены друг от друга. Ориентировочная оценка прочности различных видов связи приведена в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Прочность связей

Вид связи	Приближенное значение энергии связи в *кдж/моль*	Длина связей (примерное расстояние между ядрами атомов) ($1A = 10^{-8}$ *см*)
Химическая	80—800	1—2
Водородная	10—40	2—3
Вторичная валентность (вандерваальсова связь)	2—20	5

Примечание. 1 килоджоуль (1000 джоулей) равен 238,8 калории. Моль — количество вещества в граммах, содержащее $6{,}02 \cdot 10^{23}$ его молекул.

Количество граммов в 1 моле численно равно молекулярному весу вещества (например, молекулярный вес HCl равен 36,5, следовательно, 1 моль соляной кислоты весит 36,5 *г*). В формулах размерности принято вес моля записывать в виде *г/моль*.

При рассмотрении химических реакций удобно пользоваться весом вещества в грамм-эквивалентах (*гэк*), так как 1 *гэк* одного вещества, соединяясь с 1 *гэк* другого, дает 1 *гэк* соединения. Вес 1 *гэк* в граммах равен так называемому *эквивалентному* весу, который представляет собой атомный вес элемента в кислородных единицах, деленный на его валентность. Так, эквивалент водорода (атомный вес в кислородных единицах равен 1, валентность 1) равен 1 : 1 = 1, эквивалент хлора (атомный вес 35,5, валентность 1) равен 35,5 : 1 = = 35,5. Соответственно, грамм-эквивалент их соединения (HCl) получают простым суммированием *гэк* элементов, входящих в это соединение. Действительно, эквивалент HCl равен 1 + 35,5 = 36,5 и грамм-эквивалент HCl соответственно равен 36,5 : 1 = 36,5 *г* (36,5 *гэк*), что численно совпадает в данном случае с грамм-молекулой (молем).

Ориентировочно принято считать, что водородные связи примерно в 10 раз прочнее связей вторичной валентности, а химические связи в 100 раз прочнее вторичных.

Силы притяжения P между атомами или молекулами являются убывающей степенной функцией от расстояния r между их центрами $P = f(r^{-n})$ при следующих значениях n:

Анион-катион	2
Ион-постоянный диполь	3
Постоянные диполи, расположенные коаксиально	4
Постоянные диполи под прямым углом друг к другу	5
Ион-индуцированный диполь	5
Постоянный диполь — индуцированный диполь	7
Между статистическими диполями (дисперсионный эффект Лондона)	7

Некоторые основные сведения об особенностях строения минералов. Радиусы ионов. Все минералы, за немногим исключением, имеют кристаллическое строение. В узлах кристаллической решетки минералов находятся ионы, которые стремятся к кратчайшему расположению. Характер решетки зависит от валентности ионов и размеров занимаемого каждым ионом объема. Этот объем можно приближенно рассматривать как сферический. Радиус такой сферы условно называют *радиусом* иона, который больше радиуса поверхности, описываемой внешними электронами иона, и его следовало бы называть структурным радиусом ионов.

Число ионов противоположного знака, способных расположиться непосредственно вокруг данного иона, называют *координационным* числом, которое зависит от соотношения между радиусами соприкасающихся ионов. Ионы с близкими радиусами, имеющие одинаковый по знаку заряд, образуют одинаковые или сходные по строению кристаллические решетки и могут заменять друг друга в этих решетках. Это явление носит название *изоморфного замещения*. В образовании вторичных минералов изоморфные замещения играют большую роль.

Для расчета структуры приближенно принимают, что радиусы положительных ионов (катионов) меньше радиусов соответствующих атомов примерно на 0,75 А, т. е. на $0{,}75 \cdot 10^{-7}$ *мм,* а радиусы отрицательных ионов примерно на такую же величину больше радиусов атомов этих же элементов.

Некоторые катионы, входящие в состав минеральных частиц грунтов, имеют следующие величины радиусов в ангстремах (в верхнем индексе указаны валентность и знак заряда иона): Si^{4+}—0,39; Al^{3+}—0,55; Fe^{3+}—0,67; Mg^{2+}—0,78; Fe^{2+}—0,80; Na^{+}—

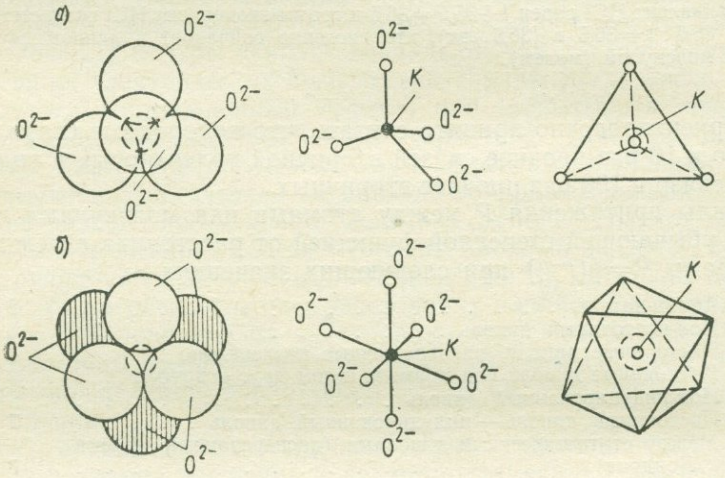


Рис. 4.15. Тетраэдрическая (*а*) и октаэдрическая (*б*) координация катионов (К) и анионов (в трех различных условных изображениях)

1,012; K^{+}—1,134; Ca^{2+}—1,051. Радиус аниона кислорода O^{2-} равен 1,35 А, радиус $(OH)^{-}$—1,53 А (обычное обозначение ангстрема Å, однако в тех случаях, когда не может быть недоразумений, будем обозначать его А).

Варианты относительного расположения катионов и анионов в решетке. Рассмотрим применительно к строению минералов некоторые варианты расположения анионов кислорода и соответствующие размеры центрального пространства между ними, в котором мог бы разместиться тот или иной катион. При плотном расположении анионов O^{2-} в вершинах *тетраэдра* (т. е. четырехгранника) между ними (рис. 4,15, *а*) могла бы быть вписана сфера радиусом 0,55 А, а при плотном расположении O^{2-} в вершинах *октаэдра* (восьмигранника, показанного на рис. 4.15, *б*) — сфера радиусом 0,61А. Однако при размещении в межанионном пространстве катиона с несколько большим радиусом, чем радиус вписанной сферы, анионы могут раздвигаться

и поэтому возможны три вида структурной упаковки ионов (рис. 4.16).

Тетраэдрическим структурам с координационным числом 4 (катион окружен четырьмя анионами) соответствуют отношения радиусов катиона и аниона, изменяющиеся в пределах от 0,22 до 0,41, а октаэдрическим структурам с координационным числом 6 (катион окружен шестью анионами) соответствуют указанные отношения в пределах от 0,41 до 0,73. Каждый такой по-

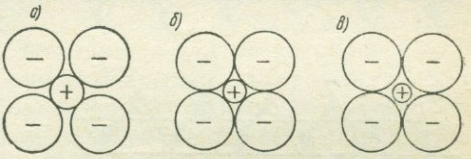


Рис. 4.16. Три схемы структурной упаковки при одном и том же координационном числе и разных отношениях радиусов и анионов

вторяющийся в структуре кристаллической решетки минерала тетраэдр или октаэдр представляет собой *элементарную ячейку* кристалла. Напомним, что элементарной ячейкой называют наименьший объем, который можно выделить из кристалла и который еще обладает всеми свойствами кристалла и характеризует его пространственную решетку.

Стабильность структуры, по-видимому, максимальна, если анионы, соприкасаясь с катионом, не примыкают вплотную друг к другу (рис. 4.16, *а*). Если анионы сближаются до соприкосновения друг с другом (рис. 4.16, *б*), действие сил отталкивания их электронных оболочек приводит к уменьшению стабильности. В структуре, показанной на рис. 4.16, *в*, катион имеет размер, меньший, чем внутреннее пространство между плотно упакованными анионами. Подобная структура обладает еще меньшей стабильностью и сравнительно легко может перейти в структуру с меньшим координационным числом.

Следует иметь в виду, что представление об ионах как обладающих сферической симметрией, хотя и удобно по своей наглядности, является, однако, упрощенным и не объясняет, например, тот важный факт, что одному и тому же координационному числу может соответствовать различная валентность изоморфно замещающих ионов.

Кремнекислородные тетраэдры и замещения в них. Структуре соединения кремния с кислородом соответствует тетраэдр (см. рис. 4.15, *а*), в вершинах которого находятся ионы кислорода O^{2-}, а в центре расположен ион Si^{4+}. Таким образом, в этом кремнекислородном тетраэдре на четыре положительных заряда иона приходится восемь отрицательных зарядов окружающих его четырех ионов кислорода. Расстояние между ионами кремния и кислорода составляет 1,6А, а между ионами кислорода 2,6А.

Разность в числе положительных и отрицательных зарядов может быть компенсирована двумя путями: либо присоединени-

ем других катионов (например Mg, Fe), и тогда между кремнекислородными тетраэдрами будут располагаться катионные «вставки», либо соединением кремнекислородных тетраэдров друг с другом, причем один и тот же анион O^{2-} образует общую вершину двух тетраэдров, будучи связан с ионом кремния, находящимся в каждом из этих тетраэдров.

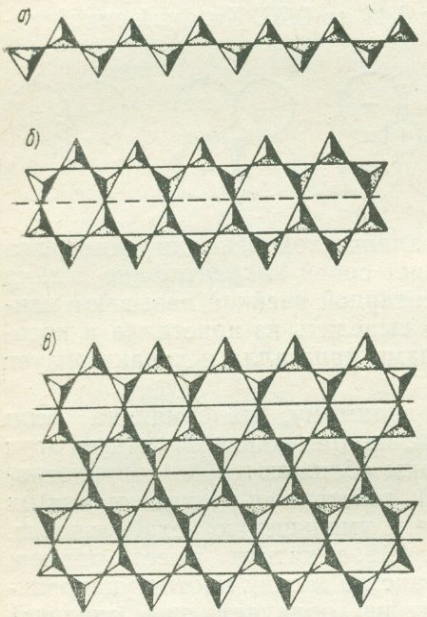


Рис. 4.17. Соединение кремнекислородных тетраэдров между собой

а — цепочечная связь; *б* — двойная цепочка структуры амфибола; *в* — листоватая структура типа слюды

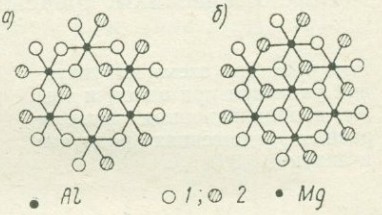


Рис. 4.18. Октаэдрические ячейки

а — гиббсит $Al(OH)_3$; *б* — брусит $Mg(OH)_2$; *1* — ионы OH, лежащие выше плоскости чертежа; *2* — то же, лежащие ниже плоскости чертежа

Если ко всем четырем вершинам тетраэдра присоединяются такие же кремнекислородные тетраэдры, то это соответствует соединению с химической формулой SiO_2 — кварцу, отличающемуся большой прочностью и устойчивостью против выветривания. Но кремнекислородные тетраэдры могут соединяться и в цепочки, и в сдвоенные цепочки, и в листообразные структуры (рис. 4.17). Тогда остающиеся еще свободными валентности ионов кислорода связывают другие катионы.

В части тетраэдров ион Si^{4+} может замещаться ионом Al^{3+} (несмотря на большой размер иона Al, такое замещение возможно, так как отношение радиусов Al и O составляет около 0,41 и находится как раз на грани между четверной и шестерной координациями) и тогда образующаяся тетраэдрическая ячейка $(AlO_4)^{5-}$ несет на один отрицательный заряд больше, чем ячейка $(SiO_4)^{4-}$. Этот отрицательный заряд компенсируется присоединением того или иного катиона.

Подобное замещение может быть в алюмосиликатах, к которым относятся полевые шпаты ($Na_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6SiO_2$—*альбит* или

$CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$—*анортит* и др.). В альбите алюминий замещает один из каждых четырех ионов Si и компенсирующий разность их зарядов ион Na размещается в пустотах решетки; в анортите ионы Al замещают уже два иона из каждых четырех ионов кремния и разность в два отрицательных заряда компенсируется двухвалентным катионом Ca. Минералы, у которых ионы Si в тетраэдрах частично замещены ионами железа, называются *феррисиликатами*.

Октаэдрические ячейки. Катион Al может соединяться с анионами OH в шестерной координации и тогда ячейка кристаллической решетки имеет форму октаэдра, в центре которого находится алюминий, а вершины заняты OH (рис. 4.18, *а*). Октаэдрическая ячейка $[Al(OH)_6]^{3-}$ больше соответствует размеру иона Al, и это соединение является более прочным, чем описанные выше тетраэдры $(AlO_4)^{5-}$. Расстояние между ионами кислорода в правильной октаэдрической ячейке составляет 2,67A, а между ионами OH 2,94A. Соединение Al и OH в октаэдрическую структуру соответствует формуле $Al(OH)_3$ и представляет собой минерал *гиббсит* (или *гидраргиллит*). У гиббсита алюминием заняты не все октаэдры, а только $^2/_3$ из них. Получающаяся структура носит название *диоктаэдрической* и отличается наличием в кристаллической решетке свободных мест (вакансий) в $^1/_3$ октаэдров. Так как трем положительным зарядам Al соответствуют в октаэдре шесть отрицательных зарядов OH, то ион Al затрачивает на связь с каждым ионом OH в решетке как бы $3 : 6 = {}^1/_2$ валентности. Но такую же долю валентности тогда должен затратить и ион OH и у него остается еще $^1/_2$ валентности для связи с другим атомом Al в соседнем октаэдре. Следовательно, каждый ион OH^- связан в структуре с двумя ионами Al^{3+}.

Если ионы Al^{3+} замещены ионами двухвалентного магния (радиус 0,78A), то последние занимают все места в октаэдрических ячейках (шесть зарядов у трех ионов Mg^{2+} вместо двух ионов Al^{3+}). Такую решетку называют *триоктаэдрической*. В октаэдре ион Mg^{2+} связан с каждым из шести ионов OH^- как бы только $2 : 6 = {}^1/_3$ своей валентности и соответственно каждый ион OH^- соединен с тремя ионами Mg^{2+}. Таким образом, в этой структуре все тетраэдры заполнены. Соответствующий минерал, имеющий формулу $Mg(OH)_2$, называют *бруситом* (рис. 4.18, *б*). Слюды, для которых характерно листообразное строение, образованы *чередованием* слоев кремнекислородных тетраэдров со слоями алюмогидроксильных октаэдров, в которых часть OH^- замещена на O^{2-}. Анионы OH находятся в вершинах октаэдров алюмогидроксильного слоя, к которым примыкают кислородные вершины тетраэдров кремнекислородного слоя. При этом ионы H из гидроксильных групп осуществляют водородную связь между слоями.

Решетки глинистых минералов. Частицы глинистых (вторичных) минералов представляют собой тончайшие чешуйки, об-

ладающие кристаллическим строением, которое было установлено просвечиванием рентгеновскими лучами. Узлы их решеток занимают в основном ионы алюминия Al^{3+}, кремния Si^{4+}, гидроксила $(OH)^-$ и кислорода O^{2-}. Алюминий и кремний в том или ином соотношении могут замещаться ионами железа, щелочноземельных и щелочных металлов и тогда возникают разновидности глинистых минералов. Кристаллические частицы различных глинистых минералов отличаются характером сочетания

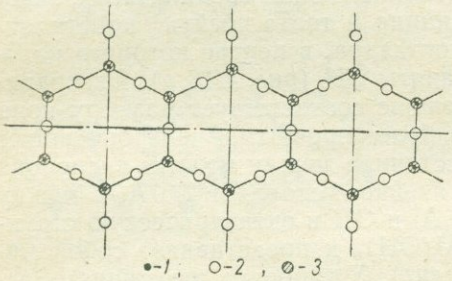


Рис. 4.19. Гексагональная сетка кремнекислородных тетраэдров

1 — ионы Si; *2* и *3* — ионы OH, лежащие соответственно ниже и выше плоскости чертежа

структурных слоев, образующих повторяющиеся *пакеты*. Соединение нескольких повторяющихся пакетов, образующее минеральную частицу глины, иногда называют *блоком*. Каждый слой представляет собой двухмерную (плоскую) *решетку* или *сетку* одного из рассмотренных выше типов — *октаэдрическую* (гиббситовую состава $Al_2(OH)_6$ и бруситовую состава $Mg_3(OH)_6$) и *тетраэдрическую* (кремнекислородную состава $Si_4O_6(OH)_4$).

В узлах октаэдрических ячеек расположены ионы кислорода или ионы OH^-, а между ними в центре октаэдров размещаются атомы алюминия или магния (рис. 4.18, *б*), а также железа, находящегося на равном расстоянии от O и OH. Октаэдры, соединяясь боковыми *ребрами*, образуют плоскую гексагональную (шестиугольную) сетку толщиной 5,05А.

Тетраэдры соединяются в плане друг с другом *вершинами* оснований, образуя гексагональную (шестиугольную) плоскую сетку толщиной 4,93А (рис. 4.19).

В структуре глинистых частиц два этих вида гексагональных сеток накладываются друг на друга с различной закономерностью. Между гидроксилами одного слоя и кислородами тетраэдров другого слоя действуют водородные связи. Различают несколько видов так называемых *пакетных структур* глинистых минералов. Существуют глины, частицы которых состоят из поочередно сменяющихся октаэдрических слоев. Такую пакетную структуру сокращенно обозначают 1:1 (рис. 4.20, *а*) и называют двухслойной (а также двухэтажной или *структурой каолинитового типа*). У других глин эти два вида слоев располагаются в порядке 2 : 2 или 2 : 1 (две сетки тетраэдрических, одна октаэдри-

ческая — *трехслойная* или *слюдистая* структура), либо 2 : 1 : 1 — после чередования слоев типа 2 : 1 следует один бруситовый слой — *хлоритовая структура* (рис. 4.20, *г*) и, наконец, с беспорядочным чередованием слоев — *смешанно-слойные* структуры. Между пакетами действуют вандерваальсовы силы.

Итак, гиббситовые или бруситовые слои, соединяясь через общие вершины с кремнекислородными слоями, образуют частицы всех основных глинистых минералов, которые отличаются

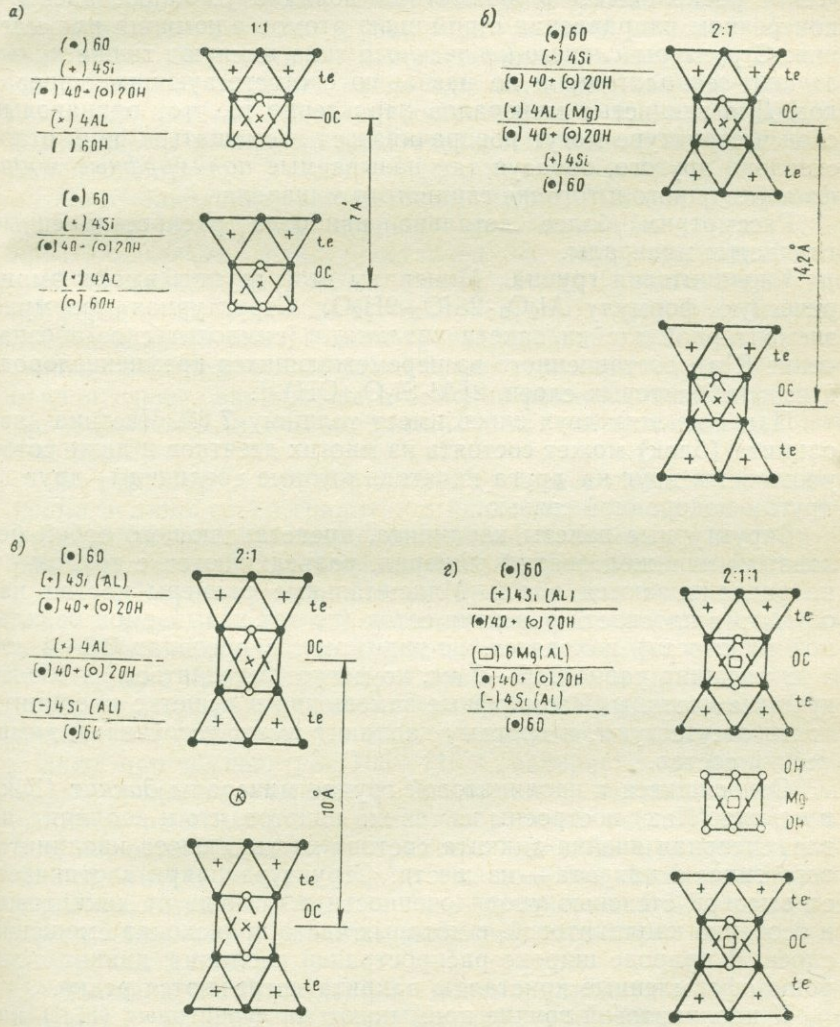


Рис. 4.20. Структуры различных типов

а — каолинитовая; *б* — монтмориллонитовая; *в* — иллитовая; *г* — хлоритовая

друг от друга еще и тем, что ионы алюминия и кремния могут замещаться другими ионами, а в промежутках между пакетами могут размещаться те или иные компенсирующие ионы. Кроме характерных для большинства глин пластинчатых структур, существуют глины с волокнистой или ленточной структурой, у которых кремнекислородные тетраэдры соединены в сдвоенные цепи состава Si_4O_{11}, имеющие ширину около 12А, или в строенные цепи, в которых основания тетраэдров связаны друг с другом и расположены в шахматном порядке либо соединены в поперечном направлении с помощью атомов алюминия или магния. Структуры *слоисто-цепочечного* типа именуют также *палыгорскит-сепиолитовыми* по названию соответствующих минералов. Для глинистых минералов характерно то, что одинаковые слои в структуре могут поворачиваться и смещаться один относительно другого, образуя так называемые *полиморфные модификации* одного и того же глинистого минерала.

Рассмотрим более детально наиболее распространенные глинистые минералы.

Каолинитовая группа. Минералы этой группы имеют эмпирическую формулу $Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$. Структурная формула элементарной ячейки пакета *каолинита* (символическое обозначение Kln), составленного из перемежающихся кремнекислородных и гиббситовых слоев, $2[Al_2Si_2O_5(OH)_4]$.

Пакет из этих двух слоев имеет толщину 7,2А. Частица каолинита (блок) может состоять из многих десятков и даже сотен уложенных друг на друга пакетов, которые соединены друг с другом водородной связью.

Структурные пакеты каолинита, представляющего собой беловатый или желтоватый минерал, разъединяются с трудом и не расклиниваются водой. Максимальные размеры частиц каолинита в плоскости развития сеток (по так называемой базальной плоскости) находятся, по-видимому, в пределах 0,3—4 *мк*, а их толщина равна 0,05—2 *мк*, но могут встречаться и более крупные частицы. Изоморфные замещения в решетке каолинита почти отсутствуют, и поэтому каолинит имеет устойчивый химический состав.

Относящиеся к каолинитовой группе минералы *диккит* (Dik) и *накрит* (Nak) построены из тех же пакетов, что и каолинит, но элементарная ячейка диккита состоит из двух слоев каолинитового типа, а накрита — из шести. Структура накрита отличается высокой степенью упорядоченности в отличие от диккитовой и особенно каолинитовой, в которых часто происходят смещения слоев. В природе широко распространен каолинит; диккит и хорошо оформленные кристаллы накрита встречаются редко.

К каолинитовой группе примыкают *галлуазитовые* (Hal) минералы того же состава, что и каолинит, но с гораздо менее упорядоченной структурой и с более слабой связью между пакетами, которые могут расклиниваться одномолекулярным слоем во-

ды. При этом толщина гидратированного структурного пакета галлуазита (так называемого *гидрогаллуазита*) увеличивается с 7А и примерно до 10А. Его формула $2[Al_2Si_2O_5(OH)_4]\ n\ H_2O$, где $n=2$ или 4.

Межпакетная вода может замещаться и другими полярными молекулами. Любопытной особенностью галлуазита является то, что если удалить из него воду нагреванием (дегидратированный галлуазит называют *метагаллуазитом*), то он не способен впитать ее снова. Галлуазит чаще всего встречается в виде листочков, изогнутых в тонкие трубки. При удалении межслойной воды эти трубки раскручиваются и расщепляются. Внешний диаметр галлуазитовых трубочек около 0,07 *мк*, а средняя толщина стенок около 0,02 *мк*, длина трубок составляет несколько микрон. В отличие от каолинита галлуазит растворяется в холодной соляной кислоте.

Монтмориллонито-сапонитовая группа. Самый распространенный минерал этой группы — *монтмориллонит* (Mrl). Его кристаллический пакет составлен из двух тетраэдрических (кремнекислородных) слоев, между которыми находится гиббситовый слой (рис. 4.20, *б*). В гиббситовых слоях у монтмориллонита каждый шестой атом трехвалентного алюминия Al^{3+} замещен изоморфно двухвалентным магнием Mg^{2+}, поэтому отрицательные заряды части анионов решетки оказываются неуравновешенными. Эти заряды называют *избыточными* или *остаточными*.

В структуре монтмориллонита кислородные поверхности кремнеземных слоев граничат с кислородными же поверхностями пакетов гиббсита, вследствие чего связь между пакетами определяется вандерваальсовыми силами и является относительно слабой. Поэтому в межпакетное пространство легко входят молекулы воды и полярные органические молекулы и кристаллы монтмориллонита при этом расширяются — грунт набухает.

Толщина кристаллического пакета монтмориллонита при отсутствии воды равна 9,5А, но при набухании может сильно увеличиваться. Межпакетная вода удерживается достаточно прочно и даже при температуре 105—110° С испаряется не вся. Таким образом, при увлажнении и высыхании монтмориллонитовые частицы испытывают «гармоникообразное» расширение и сжатие, носящее обратимый характер. Чешуйки монтмориллонита имеют близкие длину и ширину (около 300А), но иногда встречаются вытянутые частицы в виде брусков или игл, например, когда алюминий в значительной мере изоморфно замещен железом или магнием.

Толщина частиц (блоков) монтмориллонита в 10—100 раз меньше их ширины, но может составлять 50—80А, а у отдельных частиц и 0,002 *мк*.

При замещении в тетраэдрическом слое части четырехвалентного Si^{4+} на трехвалентный Al^{3+} количество положительных за-

рядов уменьшается, а количество отрицательных (анионов кислорода) сохраняется. В результате в этом слое появляются избыточные отрицательные заряды. Образующийся диоктаэдрический минерал называют *бейделлитом* (Bdl). При полном замещении в октаэдрической сетке алюминия на магний образуется триоктаэдрический *сапонит*.

При других замещениях возникают минералы *монтронит* (Ntr), у которого Al замещен Fe, *гекторит* (Hек) — Mg замещен Li, соконит (Sок) — Al замещен цинком.

Гидрослюдистая или иллитовая группа. В пакетах минералов этой группы слои гиббсита и кремнекислородные размещены, как показано на рис. 4.20, *в*. Некоторая часть ионов кремния в тетраэдрических слоях замещена здесь алюминием, а образовавшийся дефицит положительных зарядов компенсируется калием, ионы которого входят в промежуток между слоями, размещаясь в гексагональных пустотах кислородной поверхности и связывая слои своим зарядом. Слои иллита соединены между собой гораздо прочнее, чем у монтмориллонита, хотя и слабее, чем у каолинита. Однако связь, осуществляемая ионами K, достаточно прочна, чтобы слои иллита не могли расклиниваться водой. Частицы (блоки) *иллита* (Ill) имеют обычно минимальную толщину около 30А, а средние размеры базальной поверхности частиц около 0,1—0,3 *мк*, но иногда достигают нескольких микрон. Минералы этой группы по своим свойствам похожи на слюды. Для них характерен довольно непостоянный химический состав с общей формулой $(K, H_2O)_2\ (Al, Si)_8 \cdot (Al, Mg, Fe)_4\ O_{20} \cdot (OH)_4$ для диоктаэдрической разновидности и $(K, H_2O)_2 \cdot (Al, Si)_8 \cdot (Mg, Fe)_6 \cdot O_{20} \cdot (OH)_4$ для триоктаэдрической.

К этой группе относятся также *глауконитовые* (Gla) минералы, у которых в кремнекислородных слоях Si замещен на Al, а Al в слоях гиббсита замещен ионами Fe и Mg. Таким образом, глауконит представляет собой гидрослюду с высоким содержанием железа.

Довольно часто встречаются смешаннослойные материалы типа гидрослюда-монтмориллонит с наличием гидратирующихся межслоевых промежутков.

Прочие глинистые минералы. Другие глинистые минералы более или менее близки по своим свойствам к той или иной из рассмотренных выше групп, к которым их нередко и относят, несмотря на известное различие в составе и строении.

У хлорита (Chl), относящегося к семейству минералов с пакетной структурой 2:1:1 или 2:2, в отличие от гидрослюд гиббситовые слои заменены бруситовыми (рис. 4.20, *г*), но по своим свойствам он близок к иллиту. Вермикулит (Vrm) имеет пакетную структуру типа 2:1 и по свойствам и составу занимает промежуточное положение между хлоритом и монтмориллонитом. Частицы вермикулита и хлорита имеют чешуйчатый вид. Частицы относительно редкого минерала палыгорскита (Pal) алюмо-

силиката магния с частичным замещением Mg на Ca, Fe и Mn напоминают бруски, имеющие длину 0,2—0,5 *мк*, ширину 0,02—0,03 *мк* и толщину 0,005—0,01 *мк*.

У некоторых смешаннослойных глинистых минералов различные структурные слои могут чередоваться беспорядочно и свойства их колеблются между свойствами описанных выше минералов. Существуют глинистые минералы, имеющие волокнистое строение сепиолит (Sep)-гидросиликат магния, *аттапульгит* (Att) — минерал, встречающийся в пустынях и представляющий собой короткие двойные цепочки силикатных тетраэдров, связанные кислородом.

Минерал, называемый *аллофаном* (All), имеет совершенно случайное расположение кремнекислородных тетраэдров и металлических ионов в октаэдрической координации, поэтому его нередко считают аморфным. Можно полагать, что в аллофане происходят различные изоморфные замещения. Аллофан обладает четко выраженными глинистыми свойствами.

Для идентификации глинистых минералов при минералогическом анализе существует ряд методов — от относительно грубых, например окрашивание различными красителями, которые одними минералами поглощаются, а другими нет, и до просвечивания рентгеновскими лучами, применения электроноскопии и радиоскопии. Подробно эти методы описываются в пособиях по минералогии глин. В больших современных исследовательских лабораториях механики грунтов необходимо иметь хорошо оборудованные отделы минералогических исследований.

Основные группы глинистых минералов. Все глинистые минералы могут быть подразделены по их составу и структуре на несколько характерных групп. Так, в одной из существующих классификаций выделено девять групп глинистых минералов: 1) каолинитовые; 2) галлуазитовые; 3) монтмориллонитовые; 4) иллитовые (гидрослюдистые); 5) хлоритовые; 6) вермикулит; 7) аттапульгит-палыгорскит-сепиолит; 8) смешаннослойные; 9) аллофановые.

В ряде классификаций, предложенных советскими исследователями, глинистые минералы подразделяются на типы или семейства в зависимости от их пакетной структуры: 1) слоистость типа 1 : 1, которую имеют каолинитовые и галлуазитовые минералы; 2) слоистость типа 2:1, которая характерна для гидрослюдистой и глауконитовой групп минералов (объединяемых под общим названием слюдоподобных) и для вермикулитовой, монтмориллонит-сапонитовой (или смектитовой) группы, в которую входят диоктаэдрические (монтмориллонит, бейделлит, нонтронит и волконскоит) и триоктаэдрические виды (сапониты и соконит); 3) слоистость 2:1:1 или 2:2, которой обладают различные виды хлоритов; 4) смешаннослойные минералы: хлорит-вермикулиты и хлорит-монтмориллониты; сочетания тальковых слоев, соединенных бруситовой сеткой; гидрослюдисто-монтмо-

риллонитовые (особенно часто встречающиеся) и ряд других разновидностей; 5) слоисто-цепочечные минералы (палыгорскит, сепиолит).

Неглинистые минералы в глинистых фракциях. В соответствии с принятой в коллоидной химии классификацией частицы подразделяют по крупности на *грубодисперсные* (от 0,005 до 0,001 *мм*), *тонкодисперсные* (от 0,001 до 0,0001 *мм*) и *коллоидно-дисперсные* (<0,0001 *мм*). Частицы собственно глинистых минералов относятся к тонкодисперсным и коллоидно-дисперсным образованиям.

Прочные кварцевые зерна песка с трудом поддаются раздроблению, поэтому широко встречаются в природе в виде относительно крупных зерен. Очень тонкие частицы кварца могут сохраняться в тонкодисперсном состоянии только в том случае, если отсутствует возможность их растворения водой. Выпадая из раствора, кремнекислота может давать частицы кварца диаметром <0,001 *мм* и входит в состав новых минеральных образований, нередко образуя цемент аргиллитов и аргиллитоподобных грунтов.

Между гранулометрическим и минералогическим составом большинства грунтов существует определенная корреляция, заключающаяся в том, что крупные фракции в основном представлены кварцевым песком, мелкие — кварцевой пылью и прочносцементированными агрегатами более мелких частиц различных минералов, а самые тонкие — частицами глинистых минералов.

В большинстве случаев глинистые грунты, с которыми сталкиваются в строительной практике, представляют собой смесь первичных и вторичных минералов, распределенных соответствующим образом во фракциях различной крупности.

Основные группы глинистых минералов существенно различаются по характеру взаимодействия частиц с водой, с растворенными в ней веществами и между собой. Присутствие тончайших частиц неглинистых минералов (например, кварца SiO_2 или кальцита $CaCO_3$) в глинистой фракции оказывает заметное цементирующее действие, резко повышающее водостойкое сцепление в глинистых грунтах.

При выветривании горных пород освобождаются основания, переходящие в форму простых солей. Хорошо растворимые соли Na и K вымываются и уносятся в море водными потоками, труднорастворимые соли Ca и Mg, особенно их карбонаты, содержатся в морской воде в меньших количествах. Все эти основания пропитывают глинистые осадки и длительное время сохраняются в них в виде поглощенного комплекса. При этом калий в большей части входит в кристаллические решетки вторичных минералов, а в поглощенном комплексе его очень мало.

В коллоидальных фракциях почв могут содержаться также в бóльших или меньших количествах аморфные вещества — гид-

раты окиси железа и алюминия, а также отрицательные комплексы двух- и трехвалентного железа с кремнеземом.

Округленные данные минералогического состава и размеров поверхности различных фракций приведены в табл. 4.5 (таблица составлена А. Е. Возбуцкой [19]).

Таблица 4.5

Удельная поверхность различных фракций

Диаметр фракций в *мм*	Число частиц в 1 *г*	Удельная поверхность в $см^2/г$	Преобладающие минералы
1—0,5	$7 \cdot 10^2$	22	Кварц, обломки пород
0,25—0,05	$7 \cdot 10^5$	226	Кварц, полевые шпаты
0,01—0,005	$7 \cdot 10^8$	2 260	Кварц, полевые шпаты, слюда, глинистые минералы
<0,001	$7 \cdot 10^{11}$	22 600	Глинистые минералы, кварц

Органические вещества в почвенных слоях имеют высокую степень раздробленности и состоят в основном из частиц диаметром <0,001 *мм*. Гумусовые вещества проявляют значительную устойчивость против разложения, однако в грунтах, находящихся выше уровня грунтовых вод и близко к дневной поверхности, эти вещества при достаточной аэрации могут быстро разлагаться микроорганизмами.

Минеральный состав некоторых типичных глин. Глины, называемые *каолинами*, состоят из частиц каолинита размером до 10 *мк*, часто с примесью незначительного количества тонкодисперсных частиц кварца, слюды и полевого шпата. *Бентониты* образованы частицами монтмориллонита с примесью тонкодисперсных неглинистых минералов. В воде частицы монтмориллонита легко распадаются на чешуйки толщиной около 10А, поэтому гранулометрический состав тонких фракций бентонита в суспензии может отличаться от состава этой же части бентонита в естественном залегании.

Многие глины являются полиминеральными, представляя собой смесь различных глинистых минералов.

В поверхностных слоях грунтов, подвергавшихся выветриванию, могут содержаться любые глинистые минералы (кроме, пожалуй, аттапульгита и сепиолита), в том числе и смешанно-слойные.

Как показали исследования Е. М. Сергеева [70] и его учеников, в большинстве глинистых пород различного возраста преобладает гидрослюда, причем породы до девонского возраста не содержат других глинистых минералов. У более молодых пород глинистая фракция полиминеральна, но гидрослюда преобладает.

На следующем месте по распространенности стоит монтмориллонит, встречающийся главным образом в нескальных связных грунтах палеогенового, мелового, юрского, пермского и каменноугольного возрастов. В более древних породах он не обнаружен, его содержание снижается в четвертичных и неогеновых породах.

Третьим широко распространенным глинистым минералом является каолинит, который, по данным Е. М. Сергеева, преобладал в составе по крайней мере 10% исследованных им образцов осадочных пород.

Другие глинистые минералы встречаются гораздо реже. Так, в глинистой фракции пород Татарского яруса Среднего Поволжья и в Черкасской области Украины в виде залежей обнаружен палыгорскит, способный образовывать устойчивые буровые растворы для проходки скважин в пластах грунта, содержащих засоленные воды.

Об изменении минералогического состава грунтов в условиях естественного залегания. Этой проблеме посвящены работы многих исследователей: Р. Грима, Т. Мило, Ж. Люка, Е. Г. Куковского, Г. В. Карповой и др. При проектировании сооружений обычно учитывают изменения свойств грунтов под действием механических или гидродинамических сил, но не учитывают влияния чисто минералогических преобразований, молчаливо предполагая их отсутствие за период существования сооружений, столь короткий по сравнению с геологическими масштабами времени. Однако исследования последних лет показывают, что подобная точка зрения является ошибочной, особенно в тех случаях, когда возведенные сооружения, например плотины, оказывают существенное влияние на фильтрационный режим.

Установлено, что при большом годовом количестве осадков и спокойном рельефе местности, когда преобладающим направлением движения впитываемой грунтом влаги является перемещение вглубь к уровню грунтовых вод, происходит постепенный вынос из промываемого грунта растворимых компонентов, изменение катионного состава порового раствора и его кислотности. При этом слоистые минералы постепенно переходят в гидрослюды, частицы которых в результате удаления из межпакетных промежутков ионов калия распадаются на пакеты, в промежутки между которыми входит вода. Далее гидрослюды могут постепенно переходить в минералы монтмориллонитовой группы, образуя смешаннослойные гидрослюдисто-монтмориллонитовые блоки. При нейтральной или слабощелочной поровой воде увеличивается содержание $Al(OH)_3$ и $Fe(OH)_3$. Если из грунта вымываются щелочи и поровая среда становится кислой, начинается растворение и вынос полуторных окислов, в результате чего относительно резко возрастает содержание кремнезема, что в сочетании с Al_2O_3 может привести к *каолинитизации* породы — образованию каолинита. Этот минерал образуется при

выветривании пород и является устойчивым в условиях постоянно насыщенной водой породы и при отсутствии интенсивных фильтрационных потоков. Если в фильтрующей поровой воде начальное содержание кремнезема незначительно, то она выносит его из каолинита, который превращается в гиббсит. В условиях диагенеза каолинит может превращаться в иллит.

Каолинит широко распространен в прибрежных фациях. Установлено явление постепенной переработки каолинита в морских условиях по мере движения к центральным частям бассейнов, для которых характерны ассоциации гидрослюд и монтмориллонита, а иногда хлорита.

При накоплении в грунте ионов щелочных и щелочноземельных металлов, кремнезема, железа и при щелочной среде формируются монтмориллонит, палыгорскиты, сепиолиты, кремнистые соединения. Щелочная реакция возникает в том случае, когда поровый раствор содержит ионы Na, K, Ca, Mg. Для образования иллита необходим калий, а монтмориллонита, палыгорскита и сепиолита — магний. Наличие кальция препятствует образованию каолинита, но способствует формированию монтмориллонита.

Слабопромываемые почвы при повышенной щелочности и высокой концентрации катионов в поровом растворе благоприятны для образования хлоритов. В настоящее время установлен ряд преобразований глинистых минералов от иллита через ряд смешаннослойных минералов до хлорита и монтмориллонита. В кислой среде при интенсивном промывании эти минералы, особенно хлорит, неустойчивы. Палыгорскиты и сепиолиты образуются в щелочной среде, богатой кремнеземом и магнием, но эти минералы неустойчивы в условиях выщелачивания, когда палыгорскит может деградировать и переходить в монтмориллонит. Образующийся в морских условиях глауконит разрушается уже в слабощелочной среде и в результате формируются гидроокислы железа и смешаннослойные минералы.

Рассматривая процессы трансформации глинистых минералов, Ж. Люка (1962) предложил различать *деградацию* и *аградацию* минералов. Под деградацией он понимает преобразования, связанные с выветриванием и выносом вещества, под аградацией — изменения, связанные с ростом кристаллов и присоединением вещества. Деградация происходит при выщелачивании и выносе катионов, когда ослабляются связи между слоями, увеличиваются межпакетные расстояния, резко усиливается поверхностное растворение частиц в точках структурных нарушений, минералы расщепляются на более мелкие частицы, постепенно меняется химический состав частиц. Так, в слюдистом минерале биотите железо, титан и магний переходят в межслойное положение, а выщелоченные октаэдрические слои приобретают диоктаэдрическую структуру. Уменьшение заряда частиц приводит к тому, что минерал приобретает способность

разбухать — возникает диоктаэдрический вермикулит. При дальнейшем уменьшении размеров частиц и их заряда и увеличении набухаемости образуется монтмориллонит.

Аградация может развиваться после выветривания до начала метаморфизации породы. При эпигенетических процессах все глинистые минералы преобразуются в серицит и хлорит. При аградации как бы восстанавливается первоначальный или близкий к нему минералогический состав, например из монтмориллонита образуются хлорит и иллит.

Деградация происходит при промывании грунта водой, содержащей мало солей, тогда как при аградации растворы богаты неорганическими катионами и кремнеземом. Аградация охватывает целую гамму изменений — от простого захвата катионов до полного преобразования кристаллической структуры. В настоящее время усиленно исследуются процессы деградации и аградации глинистых минералов в условиях различных искусственных воздействий на грунт, в частности при электроосмотической и химической обработке глин с одновременным введением в них соответствующих растворов [79]. Заметим, что в наших опытах с электрохимической обработкой глин при резком повышении кислотности анодной зоны наблюдалась интенсивная каолинитизация грунта в результате химического взаимодействия глинозема с растворенным в поровой воде кремнеземом. При этом каолинитизации способствует введение в грунт гуминовых веществ.

При длительной и глубоко зашедшей деградации возникают аллофаны и незакономерно чередующиеся сростки пакетов с сильно деформированной структурой и искажениями состава.

На первых стадиях выветривания базальтов в тропическом климате образуются аллофаны, затем постепенно переходящие в минералы каолинитовой группы.

Процессы преобразования вторичных минералов особенно интенсивны в почвенных слоях, причем, как показывают исследования, при одинаковых климатических и топографических условиях конечные продукты преобразования одинаковы и различия могут иметь лишь локальный характер в зависимости от колебаний микроклимата. В районах с небольшим годовым количеством осадков, когда преобладают испарение и интенсивное движение поровой влаги в сухие периоды снизу вверх, вблизи поверхности образуются иллиты, монтмориллониты и хлориты. В районах с суровым холодным климатом процессы преобразования минералов практически отсутствуют. Если глинистые минералы попадают на большие глубины и испытывают действие мощных тектонических сил, выжимающих межпакетную воду, возникают процессы обратного образования слюдистых минералов — биотита, мусковита, хлорита, хотя каолинит, по-видимому, может в известной мере противостоять подобным метаморфическим изменениям.

Преобразование глинистых минералов может иногда происходить очень быстро, особенно при поступлении в грунт технических вод промышленных предприятий. Интенсивность процессов перекристаллизации определяется степенью термодинамической неравновесности системы частицы — поровая среда, в зависимости от кислотности или щелочности последней.

Как указывает Е. Г. Куковский [38], структуры типа 2 : 1 (монтмориллониты, гидрослюды) могут возникать при выветривании только таких минералов, которые уже содержат готовые элементы трехслойных пакетов (пироксены, амфиболы, слюды). Разрушение этих исходных минералов происходит вследствие удаления крупных катионов щелочных и щелочноземельных элементов, компенсирующих в структуре частиц неуравновешенные заряды, созданные нестехиометрическими замещениями. При превращении гидрослюды в монтмориллонит Al из тетраэдрического слоя переходит в октаэдрический, где он замещает все выщелачиваемые Mg и Fe: уходит K, увеличивается количество воды в межпакетных промежутках.

Структуры типа 1 : 1 (каолинит, галлуазит) образуются из указанных выше первичных, а также из других вторичных минералов путем их перекристаллизации с интенсивным удалением крупных катионов в условиях высокой концентрации в окружающей среде водородных ионов. Благодаря этим ионам компенсируются дефекты кристаллической структуры разрушающихся минералов и частицы каолинита не имеют таких дефектов. Поэтому разрушение структуры типа 1 : 1 может происходить при наличии в поровой среде соединений, которые могут образовывать с кислородной поверхностью силикатного слоя водородные связи.

Такие связи создаются с CH-группами органических веществ и имеют вид C—H...O—Si (точками показана водородная связь). Энергия этих связей достаточно велика. Если в присутствии органических веществ разрушить с помощью механического воздействия (например, ультразвуком) связи между смежными слоями каолинитового пакета, освободившиеся кислородные поверхности покрываются органическими соединениями, способными прочно соединиться с этими поверхностями.

Следовательно, структура каолинита может быть полностью разрушена. Е. Г. Куковский получал указанным путем совершенно новые образования с иной структурой — органокаолинитовые комплексы. Для этого он подвергал ультразвуковой обработке каолинит в насыщенном растворе ацетата калия (CH_3COOK). Недавно Н. Н. Круглицкий и В. Ю. Третинник сообщили на международном симпозиуме по глинистым породам (Москва, МГУ, 14—24 сентября 1971 г.) о полном превращении палыгорскита в монтмориллонит под влиянием 6-часовой гидротермальной обработки.

Как показал И. Н. Нестеров (1965), при самоуплотнении

глинистых толщ глинистые минералы типа монтмориллонита с разбухающими пакетами могут преобразовываться в более плотные диоктаэдрические гидрослюды.

Особенно интенсивные процессы преобразования минерального состава пород происходят под действием горячих газов и паров, когда образуются диккит и накрит (гидротермальные процессы).

Особенности состава пылеватых фракций. Эти фракции, промежуточные как по размерам, так и по свойствам между чисто глинистыми и песчаными, могут быть представлены самыми различными минералами. Наиболее крупные пылеватые фракции почти не отличаются от песков и состоят главным образом из кварцевых частиц. Среди тонких частиц промежуточной пылевато-глинистой фракции (0,005—0,001 *мм*) может содержаться мало первичных минералов и, наоборот, преобладают глинистые частицы и прочные их агрегаты. Эта фракция является как бы переходной и в зависимости от относительного содержания первичных и вторичных минералов приближается либо к пыли, либо к глине. Чисто алевритовые фракции средней крупности могут содержать примесь крупных частиц или агрегатов вторичных минералов.

Образец красной глины из Ленинградской области имел следующий состав: фракция крупнее 0,01 *мм* — кварца 67%, слюды 8,3%, каолинита нет; пылеватая фракция размером от 0,01 до 0,005 *мм* — 20% полевого шпата и кварца, слюды 30%, каолинита 50%. Так как эти минералы обладают совершенно различными свойствами, то, естественно, и механические свойства фракций пыли могут быть у разных грунтов неодинаковыми. Примесь пластинчатых частиц слюды придает пыли пластические свойства, сходные со свойствами глинистой фракции.

Необходимо указать, что встречающиеся среди тонких частиц пыли агрегаты вторичных частиц часто пронизаны тончайшими порами и могут поглощать значительные количества воды. В подобных случаях несоответствие между гранулометрическим составом и свойствами грунта особенно разительно.

В некоторых грунтах, например лёссах, кварц (SiO_2) и кальцит ($CaCO_3$) могут, по-видимому, встречаться в виде тонкодисперсных частиц, соединенных в грубодисперсные агрегаты. Поэтому в исследовательских целях иногда приходится определять во фракциях 0,005—0,001 *мм* и $<0{,}001$ *мм* соотношение глинистых и неглинистых минералов. Составляющие этих фракций, образованные неглинистыми минералами, представляют собой *тонкую пыль* (от 0,005 до 0,001 *мм*) и *сверхтонкую пыль* ($<0{,}001$ *мм*).

Примесь карбонатов (главным образом $CaCO_3$) встречается как среди пылеватых фракций, так и в коллоидальных фракциях некоторых глин. В поверхностных почвенных слоях и в погребенных почвах, а также в грунтах болотного происхождения

широко распространены органические примеси в виде продуктов разложения микроорганизмами растительных остатков — различные гумусовые вещества, находящиеся в коллоидальном состоянии и несущие отрицательный заряд.

Механические свойства минеральных частиц. Зерна гравия, песка и пыли отличаются ничтожной сжимаемостью при обычных нагрузках от сооружений. Механические свойства отдельных частиц вторичных минералов до сих пор почти не исследованы вследствие экспериментальных затруднений, связанных с их микроскопическими размерами. Однако основное различие в строительных свойствах между разнообразными по составу грунтами определяется не столько механическими свойствами самих частиц, сколько характером их физического взаимодействия в точках контакта друг с другом — трением, сцеплением, цементацией, а также взаимодействием скелета грунта с поровой средой.

4.4. Поровый раствор, пар и газ в порах грунта

Основные виды воды в порах грунта. Вода, попадая в поры грунтов и оказывая влияние на их свойства, вместе с тем сама претерпевает те или иные изменения, вызываемые взаимодействием силовых полей ее молекул и поверхности частиц скелета. В зависимости от характера и интенсивности этого взаимодействия, которое в значительной мере определяется минералогическим и гранулометрическим составом скелета и расстоянием от молекул воды до поверхности частиц грунта, а также составом порового раствора, поровую воду подразделяют на два основных вида (рис. 4.21) — *свободную*, с физическими свойствами, не отличающимися от свойств обычной воды, и *связанную*, молекулы которой притягиваются к частицам грунта и удерживаются ими с силой, значительно превосходящей по интенсивности силу тяжести. Так как связанная вода образует сплошную или прерывистую пленку вокруг частиц грунта, ее называют также пленочной.

Свободную воду подразделяют на гравитационную и капиллярную.

Гравитационной называют воду, которая может течь сквозь поры грунта под действием силы тяжести (*фильтрационное* движение). На воду в более тонких порах грунта кроме силы тяжести действуют так называемые капиллярные силы. Чем тоньше поры, тем больше *капиллярные силы,* и они могут по своей интенсивности значительно превышать силу тяжести.

Воду, находящуюся под действием капиллярных сил, называют *капиллярной.* Свойства капиллярной и пленочной воды будут рассмотрены в главе 5.

По условиям поступления в поры грунта воду подразделяют на *конденсационную*, образующуюся вследствие поглощения

из атмосферы и конденсации в порах грунта парообразной влаги, и *инфильтрационную,* накапливающуюся в результате проникания в грунт атмосферных осадков и поверхностных вод. Конденсационная вода, образующая тонкие пленки на поверхности частиц, которые энергично ее удерживают, называется *гигроскопической.* Таким образом, гигроскопическая вода — это связанная вода конденсационного происхождения. Имеются и другие классификации поровой воды, не представляющие особого интереса для механики грунтов.

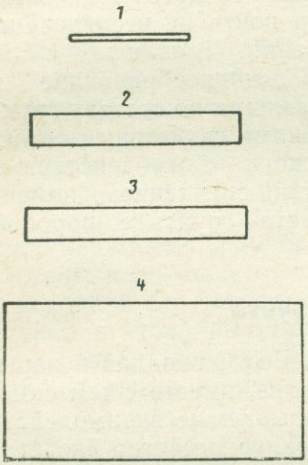


Рис. 4.21. Схема относительных размеров и удельной поверхности F частиц различных глинистых минералов

1 — монтмориллонит, $F=800$ $м^2/г$; *2* — иллит, $F=80$ $м^2/г$; *3* — хлорит, $F=80$ $м^2/г$; *4* — каолинит, $F=15$ $м^2/г$

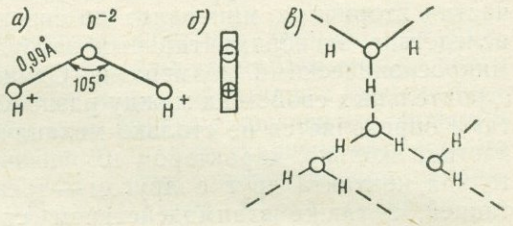


Рис. 4.22. Дипольная молекула воды

а — относительное расположение атомов О и Н; *б* — условная схема диполя; *в* — водородные связи между молекулами воды

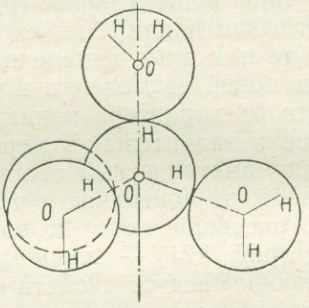


Рис. 4.23. Расположение молекул воды в структуре льда

Дипольное строение молекул воды. Структура льда и воды. Положительные ионы водорода $2H^+$ и отрицательный ион кислорода O^{2-} расположены в молекуле воды несимметрично (рис. 4.22). Хотя в целом молекула воды электрически нейтральна, она является *диполем* (так называют два разноименных близко расположенных одинаковых заряда) и может ориентироваться в электрическом поле. Произведение величины заряда одного знака на расстояние между центрами тяжести зарядов называют *дипольным моментом.* Дипольный момент молекул воды, т. е. произведение величины заряда (в электростатических единицах) на расстояние между зарядами (в *см*), равен $0{,}59 \cdot 10^{-18}$ $(э\text{-}ст.ед.) \cdot см$ для жидкой воды и $1{,}83 \cdot 10^{-18}$ $(э\text{-}ст.ед.) \cdot см$ для

пара (т. е. в 3 раза больше). Для сравнения напомним, что дипольный момент молекул этилового спирта равен $1{,}72 \cdot 10^{-18}$.

Расположение молекул воды в тетраэдрической кристаллической решетке льда показано на рис. 4.23. Каждый атом кислорода соединен химической связью с двумя атомами водорода так же, как и в молекуле воды. Расстояние между атомом O и атомом H равно 0,99A.

Молекулы воды в решетке льда соединены между собой *водородной связью*. Так как минимальное расстояние от атома водорода одной молекулы до атома кислорода другой молекулы в структуре льда равно 1,76A, то длина водородной связи более чем в 1,5 раза больше длины химической связи внутри молекулы воды. Если заменить молекулу воды сферической частицей диаметром, равным наибольшему размеру молекулы воды (2,76A), то удельный вес льда, который получился бы при компактной гексагональной упаковке таких сферических молекул, был бы равен ~ 2, тогда как в действительности он составляет 0,9 *г/см*^{3}. Таким образом, структура льда далека от плотной, но и в воде (удельный вес 1 *г/см*^{3}) молекулы расположены очень неплотно. С повышением температуры длина водородной связи увеличивается.

При плавлении льда водородные связи искажаются и частично разрываются, молекулы воды при этом несколько сближаются, что приводит к большей плотности у воды при 0°, чем у льда. После оттаивания в воде сохраняются отдельные фрагменты структуры льда в виде так называемых *рыхло ассоциированных* молекул воды.

При дальнейшем нагревании, увеличивающем энергию колебаний молекул воды, должен увеличиваться объем, но, с другой стороны, с возрастанием амплитуды колебаний разрывается все большее число сохранившихся водородных связей и молекулы, теряя первоначальное ориентированное положение, могут располагаться ближе одна к другой, что приводит к уплотнению системы. В результате одновременного действия этих двух противоположных эффектов вода в диапазоне температур от 0 до 4° C уменьшается в объеме, после чего с повышением температуры начинает увеличиваться в объеме.

Благодаря водородным связям молекулы воды могут образовывать местные мгновенно устойчивые структуры, которые, разрушаясь тепловым движением, сразу же возникают на мгновение снова. Такого рода мгновенно прерывающаяся структурная упорядоченность сообщает воде положение, как бы промежуточное между твердым телом и идеальной жидкостью.

В отличие от теплового движения атомов в кристаллической решетке, которое представляет собой колебания относительно строго определенных центров равновесия, в жидкостях эти колебания сопровождаются смещением положений равновесия, которые носят временный и неустойчивый характер. Чем выше

температура, тем больше интенсивность колебаний и смещений, больше раздвигаются молекулы и больше «свободный объем», т. е. расстояния до соседних молекул. Переходы из одного положения равновесия в другое, называемые *трансляционным движением,* осуществляются в виде более или менее резких активированных скачков (т. е. требующих преодоления потенциального барьера, для чего кинетическая энергия частицы должна достичь некоторого критического значения). Длительность пребывания молекулы во временном состоянии равновесия в значительной степени зависит от температуры, уменьшаясь с увеличением последней. С повышением температуры воды ее внутренняя энергия возрастает, причем свободная энергия (та часть внутренней энергии, которая может быть превращена в работу) уменьшается.

Поровый раствор. Концентрация. При растворении твердого тела силы притяжения между его частицами преодолеваются и эти частицы оказываются в растворе под действием тех же сил, что и молекулы жидкости. В однородном растворе молекулы растворенного вещества равномерно рассеяны среди молекул растворителя. Общий объем раствора обычно несколько меньше, чем сумма объемов растворенного вещества и растворителя, взятых порознь.

Диэлектрическая проницаемость чистой воды при 20° С равна ~80, тогда как у большинства других жидкостей она гораздо меньше.

Следовательно, действие друг на друга в воде электрически заряженных частиц (например, сила взаимного притяжения разноименных зарядов) примерно в 80 раз меньше, чем в пустоте. Поэтому многие химические соединения, растворяясь в воде, практически полностью *диссоциируют* (распадаются) на отдельные ионы. Такие полностью диссоциирующие в воде вещества называют *электролитами* (так как их растворы проводят электрический ток), причем электролиты, полностью диссоциирующие в растворах любой, сколь угодно высокой, концентрации называют *сильными.*

Диссоциирует на ионы H^+ и OH^- также некоторая часть молекул самой воды. Вода в порах, как правило, представляет собой раствор, содержащий электролиты в различной концентрации. Концентрацию раствора удобно выражать через количество молей растворенного вещества на 1 *л* раствора (*молярная* или *мольная концентрация M*), а если неизвестен молекулярный вес, — в граммах растворенного вещества на 1 *л* раствора или в весовых процентах (весовая концентрация *C*; обычно выражается в процентах).

В физической химии часто пользуются *моляльной концентрацией m*, которая равна числу молей растворенного вещества на 1000 *г* растворителя. Применяют также понятие о *нормальной* концентрации *N*, означающей количество грамм-эквивален-

тов вещества в 1 *л* раствора. Используют также термин *мольная доля,* которая представляет собой отношение молярной концентрации растворенного вещества к сумме молярных концентраций растворенного вещества и растворителя. Наконец, иногда концентрацию характеризуют количеством частиц растворенного вещества в единице объема растворителя (частичная концентрация).

Показатель кислотности. Одной из важнейших характеристик водных растворов солей является так называемый показатель *кислотности.* Соотношение концентрации в воде водородных H^+ и гидроксильных OH^- ионов подчиняется следующему закону: произведение концентраций водородных гидроксильных ионов является величиной постоянной при данной температуре. Это обычно записывают таким образом:

$$[H^+] \cdot [OH^-] = K_в, \qquad (4.59)$$

где $[H^+]$ и $[OH^-]$ — условное обозначение концентраций ионов (*ионной концентрации*) водорода и гидроксила, измеряется в *г-ионах* на 1 *л* воды (1 *г-ион* — количество граммов, численно равное весу данного иона в кислородных единицах, например 1 *г-ион* водорода весит 1 *г*, 1 *г-ион* кислорода весит 16 *г*, а 1 *г-ион* гидроксила OH^- весит 16+1=17 *г*), обозначается квадратными скобками, внутри которых ставится символ иона; $K_в$ — постоянная, называемая ионным произведением воды; как для чистой воды, так и для разбавленных растворов любых веществ в воде при 22° С $K_в = 10^{-14}$.

Количество ионов H^+ и OH^-, появляющихся в воде в результате диссоциации (распада на ионы) ее молекул, одинаково (так как каждая молекула воды содержит один ион H^+ и один ион OH^-), следовательно:

$$[H^+] = [OH^-] = \sqrt{K_в} = 10^{-7}. \qquad (4.60)$$

В 1 *л* чистой воды при 22° С содержится 10^{-7} *г-ионов* (или $1 \cdot 10^{-7}$ *г*) водородных ионов и 10^{-7} *г-ионов* гидроксильных ионов (или $17 \cdot 10^{-7}$ *г* этих ионов). Таким образом, их концентрация в *г-ионах* одинакова, а в весовых граммах численно различна — весовая концентрация OH^- в 17 раз больше весовой концентрации H^+.

Несмотря на очень небольшое по весу относительное количество диссоциированных молекул воды, абсолютное их число очень велико (около 3 миллиардов на 1 *мг* воды).

Если растворить в воде кислоту, например HCl, то последняя диссоциирует на ионы H^+ и Cl^-. Общая концентрация водородных ионов в растворе увеличится и будет больше, чем в чистой воде, при этом концентрация гидроксилов уменьшится и произведение концентрации $[H^+] \cdot [OH^-]$ по-прежнему будет равно 10^{-14}. Наоборот, при растворении в воде щелочи увели-

чится концентрация гидроксильных ионов и уменьшится концентрация водородных.

Концентрацию водородных ионов удобно выражать через показатель степени при 10, т. е. через логарифм концентрации, взятый с обратным знаком. Эту величину обозначают pH и называют *водородным показателем*. Следовательно, при нормальной концентрации водородных ионов в воде (за счет обычной диссоциации молекул самой воды) pH=7, так как $(-\lg 10^{-7}) = -(-7) = 7$. При $[H^+] > [OH^-]$, т. е. pH<7, раствор является кислым, а при $[H^+] < [OH^-]$, т. е. pH>7, — щелочным.

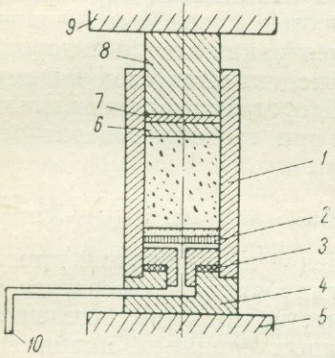


Рис. 4.24. Схема прибора П. А. Крюкова

1 — цилиндр; *2*, *3*, *6* и *7* — прокладки; *4* — нижняя плита; *8* — поршень; *9* — плиты пресса; *10* — отвод жидкости

Для ориентировки в величинах pH растворов можно привести такие цифры: у 0,001 нормального (миллинормального) раствора соляной кислоты (содержащего в 1 *л* 0,001 *г-экв*, т. е. всего $0{,}001 \times 36 = 0{,}036$ *г* HCl) величина pH=3, а у 0,01 нормального (сантинормального) раствора едкой щелочи (содержащего 0,01 *г-экв* NaOH или $0{,}01 \times 40 = 0{,}4$ *г* щелочи на 1 *л* раствора) pH=12.

При pH=5÷6 поровая вода считается кислой, при pH<5 — очень кислой, при pH≈7 — вода нейтральная, при pH>7 — щелочная (последнее характерно для грунтов, содержащих много карбонатов).

Определение состава порового раствора. В механике грунтов долгое время не признавалась необходимость изучения состава порового раствора. Однако влияние содержащихся в нем ионов на взаимодействие частиц скелета между собой и с поровой водой теперь уже не вызывает сомнений.

Для выделения из грунта поровой воды наибольшее применение получил способ отпрессования по методике П. А. Крюкова [37]. Для этого небольшую пробу грунта помещают в толстостенный стальной цилиндр (рис. 4.24), где она сжимается между поршнями давлением, которое при соответствующей прочности прибора может доходить до 20 000 *атм*. Давление осуществляется с помощью гидравлического пресса. Нижний поршень неподвижен и снабжен отверстиями, через которые вытекает выжимаемый из грунта поровый раствор. Недостатком этого прибора является большое трение высокого образца грунта о стенки прибора.

И. А. Сафохина и Н. П. Затенацкая [69] отжимали поровую воду из грунтов при постепенном увеличении давления от 10—

20 до 150—250 *атм*. Количество воды, необходимое для химического анализа, составляло 5—10 $см^3$, а продолжительность отжатия такого количества воды достигала в среднем двух-трех суток. При этом отжималась только свободная вода, о чем свидетельствует высокая влажность образцов после обжатия (20—24%) по сравнению с начальной (34—39%), что в 4—5 раз превышает влажность, соответствующую связанной воде.

Предпочтительнее вести отпрессовывание в контейнере, близком по соотношению размеров к компрессионному прибору, хотя для этого и потребуется более мощный пресс. Кроме того, учитывая повышение прочности связи молекул воды с частицами скелета по мере уменьшения влажности, следует отжимать из образца воду при все возрастающих давлениях и каждую порцию отдельно подвергать химическому анализу. При этом строят кривую зависимости между давлением и количеством отжимаемой воды. Одновременно измеряют мессурой обжатие образца. Кроме того, определяют конечную влажность образца. Таким образом, состав отжимаемой поровой влаги может быть связан с соответствующим изменением влажности грунта и его пористостью.

В выделенных порциях раствора определяют pH, суммарное содержание солей, анионный (CO_3^{2-}, HCO_3^-, SO_4^{2-}, Cl^-) и катионный (Na^+, K^+, Ca^{2+}, Mg^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}, Al^{3+}) составы.

Основные физические свойства свободной воды. Свободная вода при температуре 3,98° С имеет максимальный удельный вес $\gamma_в = 1$ $г/см^3$. При повышении температуры он постепенно уменьшается и при 100° С равен 0,95 $г/см^3$. С увеличением давления удельный вес воды возрастает очень мало. Так, при изменении давления от 1 до 100 *атм* γ_w повышается всего на 0,5%. Модуль объемного сжатия воды при давлениях до 100 *атм* и температуре от 4 до 20° С равен $K \approx 2{,}2 \cdot 10^4$ $кгс/см^2$.

В неподвижной воде касательные напряжения отсутствуют, в движущейся — прямо пропорциональны скорости относительного сдвига слоев воды (вязкое трение). Вязкость воды с повышением температуры уменьшается от 1,783 при 0° до 0,548 *спз* (сантипуаз) при 50° С, т. е. примерно в 3 раза; соответственно значения кинематической вязкости μ равны 0,0719 и 0,00556 $см^2/сек$.

Как известно, превращаясь в лед при температуре 0° и нормальном давлении, вода выделяет скрытую теплоту плавления, равную 79,4 *кал/г*. В Международной системе единиц (СИ) количество теплоты измеряется в джоулях как механическая работа и энергия. Так как 1 *кал* = 4,1868 *дж*, то скрытая теплота плавления равна 334 *дж/г*.

При замерзании плотность воды резко уменьшается, а объем возрастает. Плотность льда при температуре 0° равна 0,91673 $г/см^3$, т. е. примерно в 1,09 раза меньше, чем свободной воды при той же температуре. Скрытая теплота испаре-

ния воды при нормальном давлении равна 539,1 *кал/г* или 2260 *дж/г*.

Свободная поровая вода подчиняется всем законам гидравлики. Она оказывает вертикальное выталкивающее давление на частицы скелета и предметы, погруженные в насыщенный ею грунт (архимедова сила), передает давление во все стороны с одинаковой интенсивностью в данной точке — так называемое гидростатическое распределение давления (закон Паскаля).

Молекулярное давление и поверхностная энергия воды. Молекулы поверхностного слоя жидкости испытывают силовое взаимодействие как с молекулами нижележащего тонкого верхнего слоя той же жидкости, так и с молекулами внешней среды, находящимися выше поверхности. Силы притяжения со стороны жидкости стремятся как бы втянуть молекулы поверхностного слоя внутрь жидкости. В результате жидкость со стороны своей поверхности испытывает сжимающее давление, которое называют *молекулярным* или *внутренним*. При плоской поверхности жидкости, поверх которой находится пар той же жидкости, величина этого давления достигает около 11 000 *атм* для воды и 2400 *атм* для спирта.

При искривленной поверхности воды сумма кривизн $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}$ в любых двух взаимно перпендикулярных плоскостях, проходящих через данную точку поверхности, является постоянной величиной и называется *средней кривизной* поверхности в этой точке. Молекулярное давление всегда нормально к поверхности. Благодаря этому давлению жидкости с самого начала настолько сжаты, что добавочное внешнее давление уже очень мало уменьшает их объем. Например, чтобы уменьшить объем воды на 1%, нужно приложить всестороннее давление 200 *кгс/см*^{2}.

Любая жидкость, предоставленная самой себе, всегда стремится к сокращению своей поверхности. Если рассматривать это явление с энергетической стороны, то оно выглядит так, как если бы молекулы поверхностного слоя по сравнению с внутренними молекулами обладали избыточной энергией. Эту энергию называют *поверхностной*.

В соответствии со вторым началом термодинамики всякая система самопроизвольно стремится перейти в более вероятное состояние, при котором уменьшается ее энергия.

Наоборот, увеличение поверхности жидкости должно сопровождаться выходом на поверхность большого числа молекул и, следовательно, увеличением суммарной поверхностной энергии, что приведет при отсутствии поступления энергии извне к охлаждению жидкости вследствие перехода части ее внутренней свободной энергии в избыточную свободную энергию поверхностного слоя.

При уменьшении поверхности, когда, например, несколько капель сливаются в одну большую, должны уменьшаться сво-

бодная энергия поверхностного слоя (поверхностная энергия), и при отсутствии ее отвода будет происходить нагревание жидкости. Напомним, что свободной называется та часть внутренней энергии системы, которую можно использовать для совершения работы.

Силы, действующие в поверхностном слое, касательно к его поверхности, называются *поверхностным натяжением*. Величина сил поверхностного натяжения, отнесенная к единице длины линии, мысленно проведенной по поверхности, называется *коэффициентом поверхностного натяжения* $\alpha_п$. Этот коэффициент с повышением температуры уменьшается приблизительно по линейному закону (табл. 4.6).

Таблица 4.6

Коэффициенты поверхностного натяжения воды при различных температурах

t, °C	0	10	20	30	40
$\alpha_п$, *г/см*	0,0756	0,0742	0,0727	0,0711	0,0695

Как известно из термодинамики, при изотермическом квазистатическом процессе работа внешних сил над системой определяет соответственное изменение свободной энергии системы ΔF. Если под влиянием внешних воздействий размер поверхности жидкости увеличивается, то ее свободная энергия возрастает. Эту добавочную энергию называют *свободной поверхностной энергией* образовавшейся пленки. Свободную энергию при образовании единицы поверхности называют *удельной поверхностной (свободной) энергией* $\sigma_п$. Представим себе некоторый участок пленки длиной l и предположим, что этот участок увеличивается по ширине на величину h. Тогда площадь этого участка пленки увеличится на $\Delta S = lh$ и приращение свободной энергии будет равно $\Delta F = \sigma_п \Delta S$. Это приращение равно работе сил поверхностного натяжения на пути h:

$$\Delta F = \alpha_п lh, \tag{4.61}$$

откуда

$$\sigma_п \Delta S = \alpha_п lh,$$

$$\sigma_п = \alpha_п. \tag{4.62}$$

Величину $\sigma_п$ измеряют в *дж/м²*, а $\alpha_п$ — в *н/м*, но так как джоуль равен ньютону на метр, то размерности $\alpha_п$ и $\sigma_п$, в сущности, совпадают. Поэтому в формулах часто одну из этих величин заменяют другой, однако при силовом рассмотрении лучше использовать $\alpha_п$, а при энергетическом $\sigma_п$.

Следует подчеркнуть, что поверхностное натяжение в жидкости не является упругой силой и не аналогично натяжению

резиновой пленки, кроме того, внутренние напряжения в обоих случаях имеют совершенно различную природу.

Объемный вес скелета в свободной воде. В соответствии с законом Архимеда каждая частица скелета, находящаяся в свободной воде, испытывает действие выталкивающей силы, равной весу воды в объеме частицы. Если объемный вес скелета грунта в воздухе равен $\gamma_с$, а удельный вес скелета $\gamma_у$, то фазовый объем скелета (доля его объема в единице объема грунта) будет равен согласно (4.13а):

$$v_с = \frac{\gamma_с}{\gamma_у}.$$

В воде этот объем будет подвергаться воздействию выталкивающей силы:

$$P_{выт} = v_с \gamma_w, \tag{4.63}$$

где γ_w — удельный вес воды.

Следовательно, вес скелета в воде с учетом действия выталкивающей силы составит:

$$\gamma'_с = \gamma_с - v_с \gamma_w. \tag{4.64}$$

Так как для водонасыщенного грунта $v_п = v_в$, то согласно (4.14б)

$$\gamma_с = \gamma_г - v_п \gamma_w$$

и из (4.64) получаем:

$$\gamma'_с = \gamma_г - (v_с + v_п)\gamma_w.$$

Так как

$$v_с + v_п = 1,$$

то

$$\gamma'_с = \gamma_г - \gamma_w. \tag{4.65}$$

Принимая $\gamma_w = 1$ *г/см*^{3}, получим:

$$\gamma'_с = \gamma_г - 1\ г/см^3. \tag{4.66}$$

Гравитационное давление свободной воды на частицы скелета. Если движение воды отсутствует, то давление на погруженную в нее точечную частицу скелета будет одинаково по всем направлениям и будет определяться расстоянием до поверхности воды. В силу малой объемной сжимаемости минералов деформацией частиц скелета от всестороннего давления поровой свободной воды можно, очевидно, пренебречь.

Представим себе два полых шара из какого-либо материала, диаметр и толщина стенки которых подобраны так, что вес каждого шара точно равен весу вытесненной им воды. Эти шары, медленно погруженные в неподвижную воду на некоторую

глубину, будут оставаться неподвижными, находясь в состоянии безразличного равновесия. Каждый из них будет испытывать лишь обжатие от всестороннего гидростатического давления. Из подобного простого мысленного опыта, основанного на известных законах физики, делают обычно заключение, что и частицы грунта на дне водоема испытывают лишь всестороннее гидростатическое давление. Вес столба воды над грунтом не оказывает на него уплотняющего действия, так как не может заставить частицы сблизиться.

Взвешивающее давление свободной воды на фундамент. Будет ли испытывать архимедову силу фундамент, опирающийся на грунт на дне водоема? Этот вопрос в свое время вызывал споры и подвергался специальному опытному изучению.

Проделаем такой мысленный эксперимент. Опустим в сосуд кубик из плотного материала и тщательно приклеим его ко дну сосуда сплошным слоем цементного раствора. Когда раствор схватится и окрепнет, заполним сосуд водой. Будет ли кубик в этом случае испытывать архимедову силу? Очевидно, нет, так как отсутствует давление воды на нижнюю его грань.

Н. М. Герсеванов считал, что в грунте любая вертикаль, проведенная от подошвы фундамента вниз, рано или поздно встретит пору, заполненную водой. Таким образом, ниже фундамента всегда можно провести искривленную поверхность, каждая точка которой проходит через воду, и, следовательно, фундамент будет полностью испытывать давление воды, направленное снизу вверх. Это несомненно справедливо по отношению к песчаным и пылеватым грунтам, содержащим в порах свободную воду.

При динамическом воздействии на фундамент картина в тонкозернистых грунтах усложняется. При действии на фундамент динамической силы, направленной вниз, выталкивающая сила воды (*противодавление*) проявит себя полностью. Однако при действии кратковременной нагрузки, направленной вверх (например, при колебаниях, вызванных действием вибратора, стоящего на фундаменте), противодавление будет частично или полностью отсутствовать. Таким образом, перемещение вниз будет испытывать фундамент, облегченный взвешивающим действием воды, а перемещение вверх — фундамент такого же веса, как и в воздухе.

Содержание газов в порах грунта. В подавляющем большинстве случаев газ, находящийся в порах грунта, представляет собой воздух с примесью водяного пара. Отношение объема пор, занятого газом, к общему объему пор называют *коэффициентом воздухосодержания* или *коэффициентом аэрации* грунта G_a:

$$G_a = \frac{V_a}{V_п} = \frac{v_a}{v_п},$$

где V_a — объем, занятый воздухом;

$V_п$ — общий объем пор;
$v_а$ — фазовый объем воздуха;
$v_п$ — объемная пористость.

Если в порах содержится кроме воздуха и вода и ее объем равен $V_в$, то, очевидно, $V_а = V_п - V_в$ и, следовательно:

$$G_а = \frac{V_п - V_в}{V_п} = 1 - \frac{V_в}{V_п} = 1 - G, \qquad (4.67)$$

где G — относительная влажность грунта. Коэффициент аэрации не характеризует количество (объемный вес) воздуха в порах, так как оно зависит от давления.

Состояние воздуха в порах грунта. Различают следующие три вида воздуха в порах грунта: свободный, защемленный и адсорбированный. Свободный воздух сообщается с атмосферным и содержится в грунтах лишь при малой относительной влажности — при $G < 0{,}5$—$0{,}6$. При увеличении G примерно до 0,8—0,9 количество свободного воздуха соответственно уменьшается, причем бóльшая часть оставшегося в порах воздуха представляет собой замкнутые пузырьки, окруженные водой (защемленный воздух). При $G > 0{,}9$ и вплоть до полного насыщения грунта водой весь воздух в порах оказывается защемленным.

Адсорбированным называют воздух, захваченный притяжением поверхности сухих частиц грунта. Адсорбционная связь при этом очень слабая и при погружении частиц в воду воздух быстро вытесняется. В естественных влажных грунтах адсорбированный воздух отсутствует. Давление в свободном поровом воздухе равно атмосферному и изменяется с изменением атмосферного давления, тогда как давление защемленного воздуха зависит от поверхностного натяжения воды на контакте с воздухом в пузырьках. Это давление превышает давление в окружающей воде на величину капиллярного давления, определяемого по формуле

$$p = \frac{2\alpha}{r},$$

где r — радиус пузырька защемленного воздуха, который не может быть больше радиуса поры грунта, где находится пузырек;
α — коэффициент поверхностного натяжения воды.

Следовательно, если гидростатическое давление в рассматриваемой точке грунта от столба воды над ней равно $U_в$, то давление $p_а$ в пузырьке защемленного газа составит:

$$p_а = U_в + \frac{2\alpha}{r}. \qquad (4.68)$$

Давление газа. Давление в свободном газе определяется законом Клапейрона — Менделеева [1; 5, 5, 17]. Проиллюстриру-

ем использование этого закона на примере прибора для определения объема тел неправильной формы.

Прибор состоит из двух сообщающихся резервуаров: один с объемом V_1 содержит сжатый воздух под давлением p_1, во втором воздух находится сначала под атмосферным давлением p_2 (объем сосуда V_2). Во второй сосуд помещают образец, объем которого V_3 нужно найти, и открывают кран на трубке, соединяющей резервуары. Сжатый воздух переходит во второй резервуар и давления в них выравниваются. Пусть это общее давление в резервуарах равно p_3, тогда по закону Клапейрона — Менделеева при постоянной температуре T найдем:

$$p_1V_1 + p_2(V_2 - V_3) = p_3[V_1 + (V_2 - V_3)]. \qquad (4.69)$$

Отсюда нетрудно получить искомый объем образца V_3 [36]:

$$V_3 = V_2 - \frac{p_1 - p_3}{p_3 - p_2} V_1. \qquad (4.70)$$

Влияние защемленного газа на распад грунта в воде. Если сухой грунт с не очень высоким сцеплением, например образец сухого суглинка, бросить в воду, то, начиная с поверхности, произойдет довольно быстрый его распад на отдельные частицы. Однако, если этот образец насыщен водой или находился предварительно под вакуумом, например, если образец и сосуд с водой поместить отдельно под колокол воздушного насоса (рис. 4.25) и после создания вакуума опустить с помощью какого-либо приспособления грунт в воду, то никакого распада не произойдет. Явление постепенного распада объясняется тем, что при впитывании воды образцом грунта давление в защемленном воздухе в поверхностных порах грунта p_a создает в примыкающем скелете грунта разрежение, которому не может противостоять понижающееся при увлажнении сцепление. В результате от грунта отрываются одна за другой поверхностные частицы (рис. 4.26). В глинах с высоким сцеплением такого распада не наблюдается, но возникающие в скелете растягивающие напряжения приводят к ослаблению грунта и его оплыванию в откосах [1; 79 и 82].

Растворимость газов в поровой воде. Вода в порах может содержать растворенный воздух и другие газы. Согласно закону Генри отношение объема растворенного газа к объему воды при данной температуре и давлении есть величина постоянная, называемая *коэффициентом растворимости* β и равная, например, 0,02 для воздуха при температуре воды около 10° С. По мере нагревания воды количество растворенного воздуха уменьшается.

Выделение газа из воды при понижении давления. При уменьшении давления в воде некоторая часть растворенных газов выделяется из раствора и при высокой влажности грунта остается в нем в форме пузырьков защемленного газа.

Газ, содержащийся в грунте, — это или остатки воздуха, занимающего поры грунта до насыщения водой, или выделившийся газ из воды, в которой он был ранее растворен, либо, наконец, образовавшийся вследствие химических реакций, происходящих в грунте.

Если давление в воде понижается, то, согласно закону Бойля — Мариотта, объем газового пузырька должен соответственно увеличиваться и, кроме того, из воды будет дополнительно

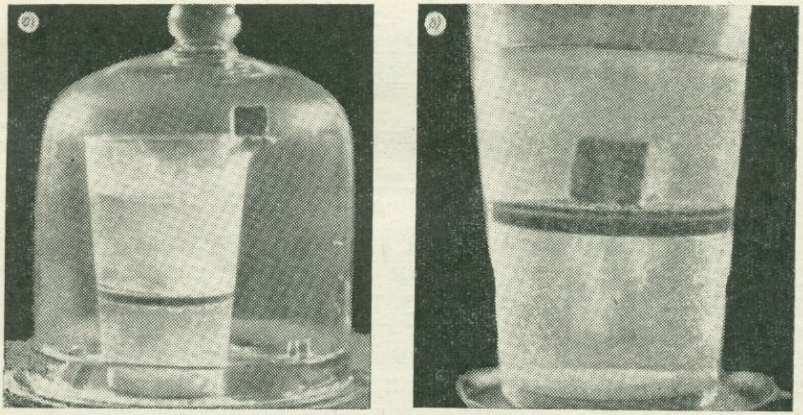


Рис. 4.25. Опыт на отсутствие размокания в вакууме образца, сброшенного с края стакана (*а*) на сетку внутри стакана с водой (*б*)

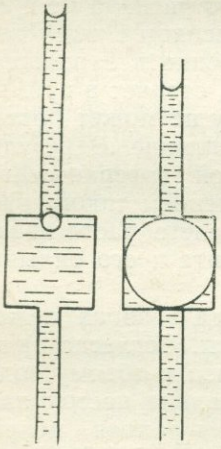


Рис. 4.26. Газовый пузырек в расширении капилляра

выделяться растворенный в ней газ. В результате газовый пузырек расширится до размеров поры и заполнит ее целиком.

Тонкозернистые грунты устьев рек часто насыщены такими газами, как, например, метан или сероводород. При уменьшении давления в воде во время производства работ газы эти могут выделяться, создавая опасность для рабочих. Кроме того, выде-

ление газов сопровождается разрыхлением и расслаблением грунта [1; 10].

Давление насыщенного пара. Если в воздухе содержится пар, то вес (в *г*) водяного пара в 1 $м^3$ воздуха называют абсолютной влажностью воздуха ($\gamma_п$). Так как молекулы пара равномерно распределены среди молекул воздуха, то общий объем, в котором находится пар, распределенный в 1 $м^3$ воздуха, также равен 1 $м^3$ и, следовательно, абсолютная влажность воздуха представляет собой также и удельный вес пара в смеси (в $г/м^3$). Количество (удельный вес) пара в воздухе над жидкостью при данной температуре, меньшей температуры кипения, не может превышать некоторой определенной величины, называемой *удельным весом насыщенного пара* ($\gamma_{н.п}$). Отношение абсолютной влажности к $\gamma_{н.п}$ при одинаковых температуре и давлении представляет собой, очевидно, безразмерную величину, которую называют *относительной влажностью воздуха* φ:

$$\varphi = \frac{\gamma_п}{\gamma_{н.п}}. \qquad (4.71)$$

Когда пар над плоской поверхностью жидкости является насыщенным, то отмечается динамическое равновесие, при котором количество молекул, покидающих поверхность жидкости, равно количеству молекул, попадающих на поверхность из насыщенного пара. Как известно, каждой температуре соответствует определенная величина атмосферного давления, при котором вода закипает. Если давление больше того, которое соответствует кипению при данной температуре, то вместо кипения происходит медленное испарение жидкости вплоть до насыщения воздуха над ней паром. Испарение прекращается, когда давление пара над поверхностью жидкости становится равным давлению воздуха (барометрическому давлению $p_б$), которое требовалось бы для кипения при данной температуре. Это давление, обозначаемое $p_{н.п}$, называется давлением насыщенного пара. В табл. 4.7 приведены значения $p_{н.п}$ при разных температурах (1 *атм* соответствует 760 *мм рт. ст.* или 101,33 *кн* на 1 $м^2$).

Таблица 4.7

Давление насыщенного пара

t, °C	$p_{н.п}$, *мм рт. ст.*	t, °C	$p_{н.п}$, *мм рт. ст.*
—5	2,16	15	12,79
—2	3,95	20	17,45
—1	4,26	25	23,76
0	4,58	30	31,84
5	6,54	40	55,32
10	9,21	100	760

Если в воде растворить какое-либо вещество, то давление насыщенного пара над раствором уменьшается по сравнению с приведенными в табл. 4.7 значениями, и тем больше, чем выше концентрация раствора.

Воздух или газ, содержащий пар, называют *влажным*. Обычно принимают, что с достаточной для технической практики точностью влажный газ подчиняется всем законам смеси идеальных газов. Пар, занимая тот же объем V, что и вся смесь, имеет ту же температуру T, что и смесь, но находится под своим давлением, называемым *парциальным* $p_п$, которое по закону Клапейрона—Менделеева равно:

$$p_п = \gamma_п \frac{RT}{\mu_п}, \tag{4.72}$$

где $\mu_п$ — молекулярный вес пара, равный 18;

R — универсальная газовая постоянная, размерность которой выбирается в зависимости от единиц измерения давления и объема (если давление в *мм рт. ст.*, а объем в $м^3$, то $R = 0{,}06237$ *мм рт. ст.*$\cdot м^3/$*град*; если давление в *атм*, а объем в *л*, то $R = 0{,}82$ *атм*$\cdot$*л/град*; если давление в $кГ/м^2$, а объем в $м^3$, то $R = 0{,}848$ *кГм/град*; в системе CGS $R = 8{,}315 \cdot 10^7$ *эрг/град*).

Давление насыщенного пара $p_{н.п}$ будет равно:

$$p_{н.п} = \gamma_{н.п} \frac{RT}{\mu_п}. \tag{4.73}$$

Подставляя в (4.71) значения $\gamma_п$ и $\gamma_{н.п}$ из (4.72) и (4.73), найдем:

$$\varphi = \frac{p_п}{p_{н.п}}. \tag{4.74}$$

Глава 5

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ СКЕЛЕТА С КОМПОНЕНТАМИ ПОРОВОЙ СРЕДЫ

5.1. Некоторые основные понятия теории поля

Взаимодействие частиц скелета и поровой среды — взаимодействие их электрических полей. Взаимодействие минерального скелета и порового раствора осуществляется непосредственно по поверхности зерен и определяется в основном электрическими полями взаимодействующих сред и систем.

Понятие о поле. Любое физическое взаимодействие тел (гравитационное, электрическое и т. д.), находящихся на некотором расстоянии друг от друга, в настоящее время принято описывать исходя из предположения, что в пространстве, окружаю-

щем любое тело, происходят под влиянием последнего изменения, оказывающие в свою очередь влияние на другие тела. Например, можно принять, что появление в точке K пространства некоторого электрически заряженного тела, несущего заряд q_1, сообщает пространству такие свойства, что находящийся в другой точке этого пространства z заряд q_2 испытывает действие силы **P**, направленной вдоль линии, соединяющей

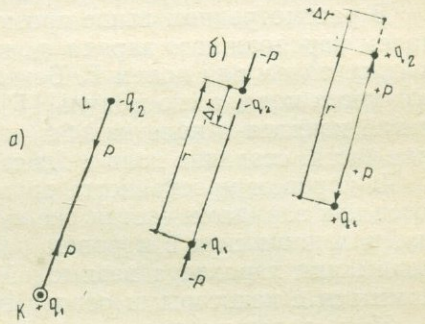


Рис. 5.1. Взаимодействие двух зарядов

а — действие поля, созданного зарядом $+q_1$ на заряд $-q_2$; *б* — правило знаков при притяжении и отталкивании

заряды q_1 и q_2, и равной, согласно опыту, величине заряда q_2, умноженной на некоторый вектор E (рис. 5.1, *а*):

$$\mathbf{P} = q_2 \mathbf{E}. \tag{5.1}$$

Величина вектора E зависит от величины заряда q_1 и расстояния до точки L.

Если в формуле (5.1) положить q_2 равным единице, то легко видеть, что **E** представляет собой силу, действующую на заряд в точке L, равный единице. Итак, мы принимаем, что вектор **E** создан действием заряда q_1 и существует в точке L безотносительно к тому, присутствует ли там заряд q_2 или нет.

Следовательно, с точки зрения взаимодействия электрических зарядов пространство вокруг заряда q_1 определяется некоторой векторной физической характеристикой **E**, которая изменяется закономерным образом от точки к точке. Такого рода поля рассматривают как особый вид материи, отличающийся от вещества и являющийся посредником физического взаимодействия вещественных объектов между собой. Однако понятие о поле применяют также и в ином смысле при описании свойств любой сплошной среды, когда с каждой точкой этой среды сопоставляют величины, определяющие состояние последней. Тогда говорят о *поле данной величины* как о некотором *физическом поле.*

Так как каждая точка поля как вида материи, участвующей в электрическом или гравитационном взаимодействии тел, характеризуется определенными величинами, то с математической

точки зрения все поля можно рассматривать как некоторые области пространства, каждой точке которого соответствует число (например, температура, давление, плотность), либо вектор (например, скорость течения жидкости; рассмотренные выше векторы **E** и т. п.), или, наконец, тензор (например, напряжения в точке тела). Пространство вокруг электрического заряда q_1 представляет собой векторное поле, закон изменения которого в зависимости от координат точек пространства называют *функцией поля.*

В рассмотренном выше примере мы имели дело с векторным полем неподвижного заряда q_1, которое называют *электростатическим полем* или полем **E**. Вектор **E** называют *вектором напряженности* поля, а его модуль $|\mathbf{E}|$ — *напряженностью.* Итак, введение понятия о поле как бы разделяет взаимодействие тел на две части: создание поля и действие поля на тела.

В поровом пространстве грунтов электрические поля создаются как зарядами частиц скелета, так и заряженными частицами, находящимися в поровом растворе, например, ионами. Для понимания характера взаимодействия этих полей следует ознакомиться с некоторыми основными понятиями теории поля.

Исследованиями установлено, что если вокруг заряда q_1 описать ряд концентрических шаровых поверхностей, то напряженность на этих поверхностях будет убывать с увеличением радиуса сферы r пропорционально площади поверхности сферы, равной $4\pi r^2$, и будет иметь место соотношение:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_д} \cdot \frac{q_1}{4\pi r^2}. \qquad (5.2)$$

Опыты показали, что среда, заполняющая пространство, оказывает влияние на величину силового взаимодействия между зарядами. Это влияние отражено в (5.2) введением коэффициента $1/\varepsilon_д$, зависящего от свойств среды. Обычно величину $\varepsilon_д$ выражают в виде $\varepsilon_0\varepsilon$, где ε_0 — значение $\varepsilon_д$ для вакуума, а безразмерная величина ε, называемая *диэлектрической проницаемостью* или *диэлектрической постоянной,* различна для различных сред и показывает, во сколько раз $\varepsilon_д$ в данной среде больше, чем в вакууме.

Плотность заряда. Понятие о точечном заряде или точечной массе является абстракцией, так как любой заряд или масса, как бы малы они ни были, имеют некоторую протяженность в пространстве. Прямо противоположная абстракция, которая часто бывает удобна, заключается в том, что заряд как бы «размазывают» по некоторому объему, размеры которого определяются условиями задачи, и тогда величину заряда, приходящуюся на единицу объема, называют *плотностью* заряда (размерность *кулон/м*^{3}), причем эта плотность может быть и неравномерной. Если некоторый заряд распределен не по объему, а

по поверхности или по линии, то говорят о *поверхностной* или *линейной* плотности заряда. Плотность векторной величины является вектором, а скалярной — скаляром.

Понятие о потенциале. Рассмотренные выше поля характеризовались распределением сил того или иного вида и, следовательно, являлись силовыми. Однако во многих случаях проще рассматривать не силовое взаимодействие между телами, а энергию этого взаимодействия, так как тогда можно, выполняя различные расчеты, пользоваться законом сохранения энергии. При этом из уравнений исключается время, что существенно упрощает решение многих задач. Однако приходится расплачиваться за это уменьшением информации, так как при энергетической постановке задач мы не можем непосредственно определять продолжительность протекания явлений, что во многих случаях весьма важно, а узнаем только их результат.

Как известно, энергию взаимодействия тел, определяемую их относительным положением в пространстве, называют *потенциальной энергией* (обозначается П). Следовательно, потенциальной энергией могут обладать лишь тела, входящие в некоторую систему, и если бы не существовало никаких тел, кроме одного, то оно не могло бы иметь потенциальной энергии (мы не рассматриваем при этом взаимодействия внутренних частиц тела).

Ранее мы приняли, что наличие в пространстве некоторого источника поля — заряда q_1 изменяет свойства этого пространства так, что каждая его точка может быть охарактеризована некоторой величиной, отражающей взаимодействие данного заряда с другим зарядом q_2. Если в качестве этой величины выбрать такую, произведение которой на заряд q_2 определяет *энергию взаимодействия* между обоими зарядами, то эту величину называют *потенциалом* (обозначается Ψ).

Как и потенциальная энергия, потенциал является функцией координат, и поэтому его называют также *потенциальной функцией*. Потенциал является скалярной величиной, и поле потенциала в отличие от силового является не векторным, а скалярным.

Если принять, что потенциал поля на бесконечном удалении от заряда q_1 равен нулю, то потенциал в любой другой точке поля можно рассматривать как приращение $\Delta\Psi$ при переходе от бесконечности к данной точке поля. Тогда потенциальную энергию П какого-либо заряда q можно определять как произведение этого заряда на потенциал Ψ точки поля, в котором он находится:

$$\Pi = q\Psi. \tag{5.3}$$

В случае поля тяготения потенциал в любой его точке представляет собой потенциальную энергию, которую имело бы тело с массой, равной единице, перемещенное в эту точку поля. Сле-

довательно, изменение потенциальной энергии тела с массой m при его перемещении в поле будет выражаться через изменение потенциала следующим образом:

$$\Delta\Pi = q\Delta\Psi. \tag{5.4}$$

При перемещении тела с массой m_2 в поле тяготения неподвижной массы m_1 потенциальная энергия этого тела изменяется в соответствии с изменением потенциала поля при переходе из одной точки поля в другую. Это изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ будет равно разности потенциалов в данных точках (при неподвижной массе m_1), умноженной на массу тела m_2. С другой стороны, при перемещении тела совершается работа ΔA, численно равная изменению потенциальной энергии тела m_2 при этом перемещении.

Энергетическая характеристика поля будет однозначной или, иными словами, каждой точке поля будет соответствовать определенное значение потенциальной энергии только в том случае, если величина работы при перемещении тела из точки *1* в точку *2* не зависит от траектории движения и определяется исключительно положением этих точек. Иначе мы могли бы, двигаясь из точки *1* в точку *2* по одному пути, а обратно по другому, извлечь из поля тяготения больше работы, чем затратили, и тем самым был бы нарушен закон сохранения энергии. Таким образом, разность потенциальных энергий Π (1) и Π (2), соответствующих точкам *1* и *2*, равная

$$\Delta\Pi = \Pi(2) - \Pi(1), \tag{5.5}$$

должна быть одной и той же при любой траектории движения от точки поля *1* к точке *2*, и такого рода поля называют *потенциальными* или *консервативными*. Консервативными являются поля гравитационные, электростатические и многие другие. Неконсервативными полями являются также те, в которых перемещение сопровождается потерей энергии на трение. В этом случае, очевидно, затрата энергии на перемещение тела между двумя точками, но по разным путям или с различной скоростью будет различна.

Правило знаков. Потенциальная энергия системы может либо убывать, либо возрастать в зависимости от направления перемещений взаимодействующих тел. Поэтому, чтобы не ошибиться при определении общего изменения потенциальной энергии системы в итоге ряда различных перемещений, необходимо пользоваться определенным правилом знаков.

Если совместить начало координат с неподвижным источником поля (примем, что это заряд q_1), то отталкивание одноименного заряда q_2 в этом поле будет увеличивать расстояние между ними, которое получит таким образом *положительное приращение*. Соответственно условимся считать **силы отталкивания положительными** (рис. 2.1, *в*). Наоборот, притяжение двух

разноименных зарядов стремится вызвать уменьшение расстояния между ними, т. е. создает *отрицательное приращение* этого расстояния. Условимся считать **силы притяжения отрицательными** (рис. 2.1, *б*). В случае отталкивания радиус-вектор заряда q_2 будет возрастать ($\Delta\vec{r}$ положительно), в случае приращения — убывать ($\Delta\vec{r}$ отрицательно).

Знак работы будет определяться, очевидно, знаком произведения силы (взятой с ее знаком) на приращение радиуса-вектора (взятое с его знаком), т. е. в случае притяжения — знаком произведения $(-\vec{P})$ на $(-\Delta\vec{r})$, а в случае отталкивания — знаком произведения $(+\vec{P})$ на $(+\Delta\vec{r})$. Следовательно, в обоих случаях работа положительна и мы приходим к тому, что вообще работу сил поля на перемещениях *этими же* силами следует *всегда* принимать положительной. Очевидно, что работа, совершаемая силами поля при перемещении (под влиянием каких-либо причин) тел в направлении, противоположном тому, которое вызывали бы эти силы (т. е., как выражаются, работа против данного поля), будет, наоборот, всегда отрицательной. Такого рода перемещения могут быть вызваны только каким-либо другим силовым полем, которое называют внешним (по отношению к данному).

Итак, мы установили правило для знака работы. Перейдем теперь к потенциальной энергии. Работа, совершенная внешними силами над некоторой системой *против сил поля* (т. е. отрицательная работа), *накапливается* в системе в виде потенциальной энергии, которая может быть отдана при возвращении тел в первоначальное положение под влиянием сил поля (например, при восстановлении размеров тела после снятия нагрузки, вызвавшей его упругую деформацию). Наоборот, работе, совершаемой полем на перемещениях, вызванных *этим же* полем (т. е. положительной работе), *всегда* соответствует отрицательное приращение (*убывание*) потенциальной энергии системы. Отсюда следует, что знак приращения потенциальной энергии системы обратен знаку совершенной работы и, значит, всегда

$$\Delta A = -\Delta\Pi. \tag{5.6}$$

Это отвечает закону сохранения энергии, согласно которому сумма совершенной работы ΔA и приращения потенциальной энергии системы $\Delta\Pi$ должна равняться нулю:

$$\Delta A + \Delta\Pi = 0. \tag{5.7}$$

Если некоторое тело, испытывающее силовое воздействие консервативного поля, описывает замкнутую траекторию C, то общая работа, совершаемая на этом пути, а следовательно, и изменение потенциальной энергии будут, очевидно, равны нулю

(так как на одной половине траектории работа положительна, а на другой отрицательна):

$$\oint_C \vec{P}\,d\vec{r} = 0, \tag{5.8}$$

где $\oint$ обозначает интегрирование вдоль контура C.

Контурный интеграл, взятый вдоль замкнутой линии поля, называют *циркуляцией поля*, и, следовательно, *циркуляция консервативного поля равна нулю.*

Потенциальная энергия в гравитационном поле. Если под влиянием тяготения тело с массой m падает на Землю (масса M), то потенциальная энергия системы тело — Земля, как известно, равна:

$$\Delta\Pi = -\Delta A = -G\frac{mM}{r}, \tag{5.9}$$

где G — гравитационная постоянная; r — расстояние между телом и Землей.

На небольших расстояниях от Земли силу тяжести можно принимать не зависящей от расстояния и направленной вертикально вниз. Тогда работа, совершаемая гравитационным полем при падении тела, равна произведению силы тяжести $-mg$ (g — ускорение силы тяжести) на пройденное расстояние по вертикали ($-\Delta z$).

С приближением тела к Земле первоначальная высота над нею z_1 уменьшается до z_2 и изменение потенциальной энергии будет равно:

$$\Delta\Pi = -\Delta A = -[mg(z_2 - z_1)] = -mg\Delta z \tag{5.10}$$

или в силу линейности

$$d\Pi = -mgdz. \tag{5.11}$$

Изменение потенциальной энергии будет отрицательной величиной, что соответствует принятому нами правилу знаков.

Так как работа

$$\Delta A = \int_1^2 \vec{P}\,d\vec{r} = -[\Pi(2) - \Pi(1)], \tag{5.12}$$

то согласно определению потенциала

$$\int_1^2 \vec{P}\,dr = m[\Psi_2 - \Psi_1] = m\Delta\Psi, \tag{5.13}$$

где $\Psi_2 - \Psi_1$ — разность потенциалов в точках *2* и *1*;

m — масса тела.

Из (5.11) следует, что величина силы тяготения $P_z = -mg$ равна производной от $\frac{d\Pi}{dz}$:

$$P_z = \frac{d\Pi}{dz} = -mg. \tag{5.14}$$

В соответствии с принятым нами правилом знаков приращение потенциальной энергии при перемещении в поле под влиянием сил этого же поля всегда отрицательное и, следовательно, в поле сил отталкивания сила равна производной от П, взятой с обратным знаком, а в поле сил притяжения — производной от П, взятой с тем же знаком, что и П.

В соответствии с (5.4) и (5.10)

$$d\Psi = \frac{d\Pi}{m} = -gdz, \tag{5.15}$$

тогда потенциал гравитационного поля в некоторой точке на расстоянии z от Земли равен:

$$\Psi = \int_{\infty}^{z} -gdz = -gz, \tag{5.16}$$

т. е. имеет тот же знак, что и П (напомним, что при $z = \infty$ $\Psi = 0$). Из (5.15) и (5.16) следует:

$$\frac{d\Psi}{dz} = \frac{1}{m} \cdot \frac{d\Pi}{dz} = \frac{1}{m} P_z = -g. \tag{5.17}$$

Таким образом, мы можем заключить, что в гравитационном поле вблизи Земли производная потенциала, представляющая собой вектор напряженности тяготения, численно равна земному ускорению g.

Потенциальная энергия измеряется единицами работы — в *эргах* или *джоулях*, гравитационный потенциал — в тех же единицах, но на 1 *г* массы. Таким образом, потенциал представляет собой как бы удельную потенциальную энергию.

В случае электрического поля мы получим равенство, аналогичное (5.13):

$$\int_{1}^{2} \vec{P} d\vec{r} = q\Delta\Psi, \tag{5.18}$$

где $\Delta\Psi$ — разность электрических потенциалов в точках *2* и *1*.

Разность электрических потенциалов называют *напряжением* и измеряют в *вольтах*. В электростатическом поле разности потенциалов в двух точках в 1 вольт соответствует работа перемещения заряда в 1 кулон между этими точками, равная 1 джоулю. Следовательно, размерность вольта

$$[в] = \left[\frac{\text{джоуль}}{\text{кулон}}\right] = \left[\frac{\text{ньютон} \cdot \text{метр}}{\text{кулон}}\right].$$

5.2. Электростатическое поле частицы

Неуравновешенный заряд глинистых частиц. Как уже указывалось, при замещении части катионов решетки глинистых частиц на катионы с меньшей валентностью (так называемые *нестехиометрические* замещения) появляются неуравновешенные отрицательные заряды частиц (замещение части катионов Si^{4+} в тетраэдрических пакетах на катионы Al^{3+}, Fe^{3+} и Mg^{2+} и замещение части катионов Al^{3+} в октаэдрических пакетах на катионы Mg^{2+} или Li^{+}). По-видимому, наибольший отрицательный заряд монтмориллонитовых частиц возникает благодаря замещениям не во внешних тетраэдрических слоях, а в центральном октаэдрическом слое.

Будем называть *зарядом замещения* суммарный электрический заряд частицы, возникающий при электрически неэквивалентных замещениях. Но частицы обладают также зарядом, который называют поверхностным. Он возникает в случае неполной уравновешенности зарядов поверхностных ионов кристаллической решетки (их называют *экспонированными*). Эти *ненасыщенные валентности*, благодаря которым могла бы достроиться кристаллическая решетка частицы, позволяют притягивать и удерживать ионы из раствора. На боковых изломах частиц, когда разрываются связи между кислородом и кремнием или кислородом и алюминием, оказывающимися по обе стороны от поверхности излома (рис. 5.2), возникает возможность осуществления водородных связей.

У частиц каолинита в нейтральной и щелочной среде при $pH \geqslant \geqslant 7$ торцы теряют водородные ионы, которые диссоциируют в раствор. При этом поверхностный заряд торцов становится отрицательным за счет неуравновешенного заряда кислородных или гидроксильных ионов решетки, между тем как в кислой среде при $pH < 5$ заряд торцов положителен за счет присоединенных к решетке ионов H^{+} (точнее H_3O^{+}), причем широкие плоские (базальные) грани частиц сохраняют отрицательный поверхностный заряд. Вследствие этого частицы становятся биполярными и создается возможность интенсивного притяжения между торцами одних частиц и базальными гранями других.

У монтмориллонита заряд торцов составляет менее 5% заряда плоских граней и биполярный эффект выражен гораздо слабее, чем у каолинита.

Повышенная густота ненасыщенных валентностей возникает на плоских поверхностях частиц при значительном количестве местных дефектов и изъянов решетки.

Наконец, наблюдается явление так называемой *поверхностной диссоциации* глинистых частиц в воде. Поверхностные ионы решетки частиц, взаимодействуя с молекулами поровой воды, могут несколько ослаблять свою связь с внутренними ионами решетки и увеличивать амплитуду своих колебаний. Поэтому поверхность

частиц испытывает как бы некоторое набухание, причем, хотя отдельные ионы могут полностью переходить в поровый раствор, бо́льшая их часть динамически удерживается вблизи поверхности частиц, заряд которых при этом уравновешивается не полностью.

Характеристика неуравновешенных зарядов глинистых минералов [115] приведена в табл. 5.1. Благодаря своему заряду глинистые частицы взаимодействуют электрически с зарядами частиц, находящихся в поровом растворе, а именно, с ионами элект-

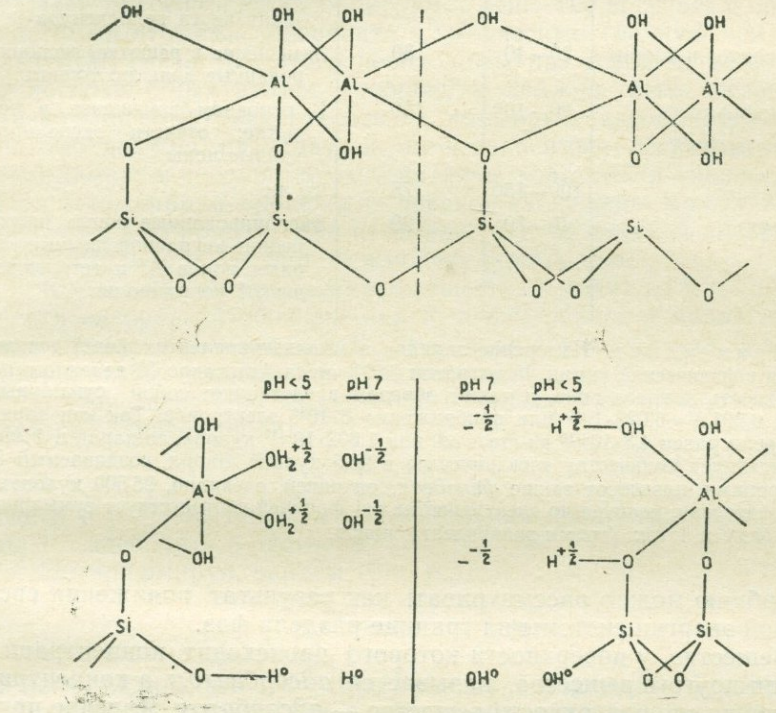


Рис. 5.2. Заряды на поверхности частицы каолинита (пунктиром показана возможная плоскость разрыва)

ролитов и дипольными молекулами воды. Взаимодействие между электрическими полями частиц веществ, происходящее на молекулярных расстояниях вблизи границы раздела фаз, называется *электрохимическим*.

Адсорбция и абсорбция. В результате взаимного притяжения разноименных зарядов и отталкивания одноименных вблизи заряженной поверхности глинистых частиц повышается концентрация противоположно заряженных ионов. Явление повышения концентрации какого-либо вещества у поверхности раздела фаз носит название *адсорбции*. С термодинамической точки зрения

Таблица 5.1

Заряды глинистых минералов

Минералы	Примерный заряд в *мэк* на 100 *г* минерала	Средняя площадь поверхности частиц в A^2, приходящаяся на один электронный заряд	Источник заряда
Каолинит	5—15	25	Экспонированные ионы обломанных краев частиц и ионизация части гидроксилов
Гидрослюды и хлорит	20—40	50	Замещение в решетке, экспонированные ионы по торцам
Монтмориллонит . .	80—100	100	В основном замещения в решетке; отчасти экспонированные ионы
Вермикулит	100—150	75	То же
Аллофан	40—70	120	Экспонированные ионы; внутренние неуравновешенные заряды ионов Al в тетраэдрической координации

Примечание. Измерение зарядов в миллиэквивалентах (*мэк*) применяется в физической химии. 1 *мэк* равен 0,001 числа Автогадро N, деленного на валентность данного иона, и таким образом представляет собой суммарный заряд $0{,}001\,N = 6{,}023 \cdot 10^{20}$ или приближенно $6 \cdot 10^{20}$ электронов. Так как заряд электрона равен $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ *эл-стат. ед.* или $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ кулона, то заряд в 1 *мэк* соответствует количеству электричества в 96,5 кулона. Заряд, создаваемый N электронами, называют также *фарадеем*; он равен, очевидно, 96 500 кулонам. Следовательно, количество электричества в 1 фарадей соответствует суммарному заряду в 1 *гэк* (грамм-эквивалент) ионов.

адсорбцию можно рассматривать как результат понижения свободной энергии системы на границе раздела фаз.

Вещество, у поверхности которого происходит концентрация частиц другого вещества, называется *адсорбентом,* а концентрируемое на его поверхности вещество — *адсорбатом.* Явление притяжения ионов из раствора к поверхности частиц носит название *ионной адсорбции.* Так как в грунтах не все частицы интенсивно адсорбируют ионы, то та составляющая грунта, которая в основном является адсорбентом (неорганические и органические коллоидные частицы), называется *поглощающим комплексом,* а адсорбированные ионы называют *поглощенными.*

Если поглощаемые ионы или молекулы входят внутрь частиц поглощающего комплекса (например, в межпакетные промежутки), то такое явление называют *абсорбцией.* Адсорбцию и абсорбцию объединяют под общим названием *сорбции.* Адсорбированные ионы, окружающие частицу, называют *противоионами* или *компенсирующими ионами.* Эти ионы (при отрицательно заряженной поверхности частиц это в основном катионы) находятся

в динамическом равновесии с катионами порового раствора. При изменении ионного состава и концентрации порового раствора катионы, адсорбированные частицей глины, могут замещаться другими, извлекаемыми из раствора — происходит явление так называемого катионного обмена.

Существуют два основных вида адсорбции, различающиеся энергией связи: 1) *физическая адсорбция*, вызываемая вандерваальсовыми силами; 2) *химическая адсорбция (хемосорбция)*, определяемая силами химической связи.

При хемосорбции адсорбируемое вещество вступает с поверхностными атомами адсорбента в химическую (ионную или ковалентную) связь. Для этого необходимы два условия: во-первых, у поверхностных атомов адсорбента должны быть незанятые (ненасыщенные) валентности, и, во-вторых, адсорбируемое вещество должно распадаться на независимые составные части (например, молекулы воды — на ионы водорода и гидроксила). При хемосорбции происходит перенос электронов между адсорбентом и адсорбатом, чего не бывает при физической адсорбции, осуществляемой за счет межмолекулярных сил.

Количество адсорбируемого вещества в молях на 1 $см^2$ поверхности адсорбента обозначается Γ, а измеренное в молях на 1 $г$ адсорбента, обозначается Γ'. В общем случае Γ есть функция температуры, давления и концентрации.

При адсорбции из раствора Γ' определяют по формуле Бедекера — Фрейндлиха:

$$\Gamma' = \beta c^{1/n}, \tag{5.19}$$

где β и n — константы; c — равновесная концентрация в молях на 1 $л$ адсорбата в растворе.

Логарифмируя, найдем (рис. 5.3):

$$\lg \Gamma' = \lg \beta + \frac{1}{n} \lg c,$$

и легко видеть, что $1/n = \operatorname{tg}\Theta$. Уравнение Бедекера—Фрейндлиха пригодно только для средних концентраций, характеризуемых криволинейным участком зависимости Γ от равновесной концентрации (рис. 5.4), тогда как начальный и конечный участки кривой этим уравнением не могут быть описаны.

Изотермы адсорбции, приведенные на рис. 5.4, свидетельствуют о том, что количество адсорбируемого вещества стремится к некоторому пределу, характеризуемому горизонтальным участком графика. Если адсорбируемое вещество представляет собой газ, покрывающий поверхность адсорбента слоем толщиной в одну молекулу (мономолекулярный слой), то горизонтальный участок изотермы означает, что все точки поверхности, которые обладали способностью к адсорбции, покрыты адсорбированными молекулами. Из этого исходит предложенная Ленгмюром теория мономолекулярной адсорбции, описываемой уравнением:

$$\Gamma = \Gamma_{\text{макс}} \frac{p}{A + p}, \qquad (5.20)$$

где p — давление; $\Gamma_{\text{макс}}$ и A — параметры, значения которых представлены на рис. 5.5.

Уравнение Ленгмюра хорошо описывает адсорбцию, вызываемую химическими силами, которая действительно является мономолекулярной.

Наряду с изотермами адсорбции, показанными на рис. 5.4, нередко имеются изотермы, лишенные второго прямолинейного участка, параллельного оси абсцисс (рис. 5.6) (так называемые

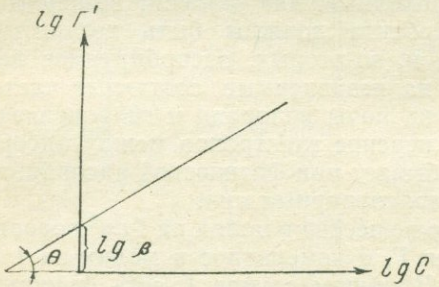


Рис. 5.3. Вид графика зависимости lg Γ′ от логарифма равновесной концентрации lg C (по Бедекеру — Фрейндлиху)

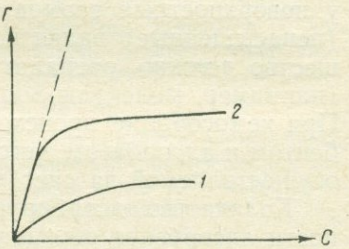


Рис. 5.4. Вид изотерм адсорбции

S-образные изотермы). Эти изотермы свидетельствуют о стремлении адсорбции к некоторому пределу, отвечающему насыщению поверхности адсорбента, а изотермы на рис. 5.4 показывают, что адсорбция продолжается и после образования мономолекулярного слоя. Такая адсорбция вызывается физическими полями, которые не экранируются мономолекулярным слоем и действуют на большие расстояния, создавая *полимолекулярную* адсорбцию, называемую также *потенциальной*. Адсорбционный потенциал ε определяют как работу, необходимую для переноса 1 моля адсорбируемого вещества (адсорбтива) из газовой фазы в данную точку i адсорбционного поля. Эта работа вычисляется по формуле

$$\varepsilon_i = \int_{p_0}^{p_i} V dp = \int_{p_0}^{p_i} \frac{RT}{p} dp = RT \ln \frac{p_i}{p_0}, \qquad (5.21)$$

где p_i — давление в точке i;

p_0 — давление вне адсорбционного пространства.

Теория, охватывающая оба случая адсорбции, носит название *теории БЭТ* (по первым буквам фамилий ее авторов: Брунауэра,

Эммера и Теллера). Эта теория исходит из того, что на поверхности адсорбента имеются активные в энергетическом отношении центры, способные притягивать и удерживать молекулы адсорбируемого вещества. Каждая адсорбированная молекула является центром адсорбции молекул следующего слоя, и, таким образом, адсорбция носит многослойный характер. Для простоты принимается, что молекулы одного и того же слоя адсорбтива между

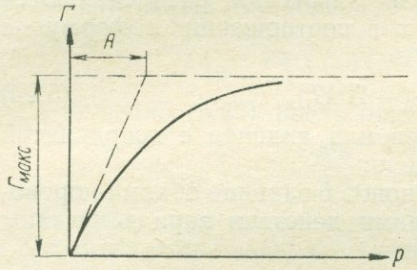


Рис. 5.5. Параметры уравнения Лэнгмюра

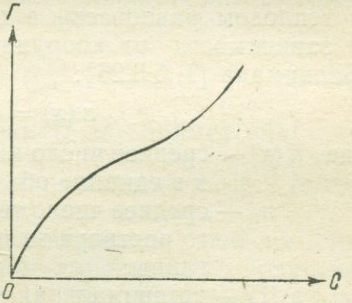


Рис. 5.6. Вид S-образной изотермы полимолекулярной адсорбции

собой не взаимодействуют. При адсорбции из раствора молекул неэлектролита количество адсорбированного вещества прямо пропорционально разности начальной и равновесной концентрации раствора и объему раствора, из которого происходит адсорбция.

При адсорбции из растворов электролитов заряженная поверхность твердой фазы адсорбирует только противоположно заряженные ионы, причем бо́льшую адсорбционную способность при одинаковой валентности проявляют ионы с бо́льшим радиусом. Гидратационная оболочка ионов уменьшает электростатическое взаимодействие с адсорбентом.

Если в растворе содержатся ионы той же природы, что и входящие в кристаллическую решетку твердой фазы или изоморфные с ними, то они стремятся достроить решетку и связываются с поверхностью прочной химической связью.

Электростатическое поле глинистой частицы в поровом растворе. Представим себе размеры частицы глины в сравнении с размерами ионов в окружающем поровом растворе: у частиц — порядка тысячи ангстрем, у ионов — около одного ангстрема. По отношению к размерам иона глинистую частицу приближенно, очевидно, можно рассматривать как плоскую бесконечную пластинку.

Обозначим плотность зарядов ионов в растворе в точке на расстоянии x от глинистой частицы через ρ, а электрический потенциал в этой точке $\psi(x)$. Эти величины, являющиеся функци-

ями от x, связаны между собой соотношением, носящим название закона Пуассона:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -\frac{4\pi\rho}{\varepsilon}. \qquad (5.22)$$

Рассмотрим, как должны распределиться ионы в поле глинистой частицы, если ее поверхность равномерно заряжена. Согласно законом статистической механики, молекулы газа, пребывая в тепловом равновесии в поле сил тяготения, распределяются в зависимости от координаты x в соотношении с формулой Больцмана [I; 5.5.26]:

$$n(x) = n_0 \exp(-\Pi/kT), \qquad (5.23)$$

где $n(x)$ — среднее число катионов или анионов с координатой x в единице объема поля;

n_0 — среднее число тех же ионов в единице объема порового раствора за пределами действия заряда частицы глины;

Π — потенциальная энергия иона в поле частицы; знак минус означает, что с удалением от частицы энергия иона убывает;

k — постоянная Больцмана, равная $1{,}37 \cdot 10^{-23}$ *дж/град*;

T — абсолютная температура.

Как правило, поверхность частиц глины заряжена отрицательно. Примем, что как у положительных, так и у отрицательных ионов в поровом растворе одинаковые по величине заряды. На расстоянии x от частицы каждый положительный ион, согласно (5.3), будет обладать потенциальной энергией, равной:

$$\Pi = q\psi, \qquad (5.24а)$$

а отрицательный ион — энергией, равной:

$$\Pi = -q\psi. \qquad (5.24б)$$

Примем, что для распределения ионов действительна формула Больцмана.

Подставляя значения Π в (5.23), найдем распределение положительных и отрицательных ионов:

$$n_+(x) = n_0 \exp(-q\psi/kT); \qquad (5.25а)$$

$$n_-(x) = n_0 \exp(q\psi/kT), \qquad (5.25б)$$

где $n_+(x)$ — количество положительных, а $n_-(x)$ — количество отрицательных ионов на расстоянии x от глинистой частицы.

Суммарная плотность зарядов ионов в точке на расстоянии x

$$\rho = q\,n_+(x) - q\,n_-(x)$$

или согласно (5.23) и (5.24)

$$\rho = qn_0 [\exp(-q\psi/kT) - \exp(q\psi/kT)]. \qquad (5.26)$$

Подставляя (5.26) в (5.22), получим:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{4\pi q n_0}{\varepsilon}\left[\exp\left(-q\psi/kT\right) - \exp\left(q\psi/kT\right)\right]. \qquad (5.27)$$

Для упрощения задачи рассмотрим случай малых потенциалов (т. е. случай сильно разбавленного порового раствора или высоких температур T). Тогда показатель экспоненты будет мал и можно ограничиться двумя первыми членами разложения экспоненты в ряд Маклорена:

$$\exp\left(\pm q\psi/kT\right) = 1 \pm \frac{q\psi}{kT}. \qquad (5.28)$$

Уравнение (5.27) после подстановки (5.28) примет вид:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{8\pi n_0 q^2}{\varepsilon kT}\psi. \qquad (5.29)$$

Так как при разложении экспоненциальной зависимости в ряд были отброшены все члены, кроме линейного, то полученные соотношения верны только при таких относительно малых значениях ψ, при которых существует линейная зависимость между ψ и суммарной плотностью зарядов в данной точке ρ и когда можно пренебрегать влиянием взаимодействия между собой собственных полей ионов n_+ и n_- на распределение ионов вокруг частицы. Как показали исследования, для распределения ионов в силовом поле частиц грунта это условие выполняется с достаточным приближением на очень небольшом расстоянии от частицы. Общее решение уравнения (5.29) имеет вид:

$$\psi = Ae^{-x/D} + Be^{+x/D}, \qquad (5.30)$$

где

$$D = \sqrt{\frac{\varepsilon kT}{8\pi n_0 q^2}}. \qquad (5.31)$$

Так как при $x \to \infty$ B должно равняться нулю (иначе Ψ станет равным бесконечности), то получим:

$$\psi = Ae^{-x/D}, \qquad (5.32)$$

т. е. потенциал ψ убывает в e раз при удалении на расстояние D от частицы.

Величину D называют *дебаевской длиной*, и она является мерой толщины ионной оболочки, окружающей в поровом растворе глинистую частицу. Из (5.31) и (5.32) следует, что по мере увеличения общей концентрации ионов в растворе (n_0) или уменьшения температуры ионная оболочка вокруг частицы становится тоньше. Если известен поверхностный заряд частицы σ, то напряженность E на ее поверхности ($x=0$) будет равна:

$$E_n = E_{x=0} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (5.33)$$

или

$$E_n = -\left.\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|_{x=0},$$

но

$$-\left.\frac{\partial \psi}{\partial x}\right|_{x=0} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(Ae^{-x/D}\right)_{x=0} = \frac{A}{D}, \tag{5.34}$$

следовательно, $\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{A}{D}$, откуда,

$$A = \frac{\sigma D}{\varepsilon}$$

и

$$\psi = \frac{\sigma D}{\varepsilon} e^{-x/D} \tag{5.35}$$

При $x=0$ найдем потенциал частицы грунта ψ_0:

$$\psi_0 = \frac{\sigma D}{\varepsilon}. \tag{5.36а}$$

Как известно, разность потенциалов в конденсаторе равна величине работы, необходимой для переноса единичного заряда с одной пластины конденсатора на другую:

$$\psi_0 = \frac{Qd}{\varepsilon F}, \tag{5.36б}$$

где Q — заряд каждой пластины;
d — ширина щели между пластинами;
F — площадь пластины.

Легко видеть, что (5.36а) и (5.36б) совпадают, если $d=D$ и поверхностная плотность заряда пластин конденсатора равна σ, т. е. потенциал частицы равен разности потенциалов в конденсаторе с промежутком D и с плотностью заряда σ.

Принятое выше граничное условие, заключающееся в том, что на поверхности частицы ($x=0$) потенциал стремится к бесконечности ($\psi \to \infty$), позволило упростить решение, но, очевидно, оно не соответствует действительности, так как частица имеет конечную плотность поверхностных зарядов. Можно получить соответствующую поправку, если определить по найденному решению расстояние (обозначим его x_0) от поверхности с бесконечным потенциалом до точки, в которой потенциал равен действительному потенциалу частицы, и вообразить затем, что в эту точку перенесена частица. Тогда расстояние от этой частицы до любой точки среды будет равно $x-x_0$, где x — расстояние до этой точки от поверхности с бесконечным потенциалом. Значение x_0 для глин обычно находится в пределах 1—4 A и им можно пренебречь, за исключением случаев очень малых расстояний от частицы.

Если просуммировать все заряды, расположенные в поле, окружающем частицу, то полученная сумма должна быть равна поверхностному заряду самой частицы. Следовательно:

$$\sigma = -\int_0^\infty \rho dx. \qquad (5.37а)$$

Подставляя ρ из уравнения Пуассона и преобразуя (5.37а), получим:

$$\sigma = +\varepsilon \int_0^\infty \frac{d^2\psi}{dx^2} dx,$$

откуда

$$\sigma = -\varepsilon \frac{d\psi}{dx}\Big|_{x=0} \qquad (5.37б)$$

(так как $\frac{d\psi}{dx} = 0$ при $x \to \infty$).

Но согласно (5.34)

$$-\frac{d\psi}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{A}{D}$$

или, подставляя значение A,

$$-\frac{d\psi}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{\sigma}{\varepsilon},$$

откуда с учетом (5.36а)

$$-\frac{d\psi}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{\psi_0}{D}. \qquad (5.37в)$$

Подставляя (5.37в) в (5.37а), получим:

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{D}\psi_0. \qquad (5.38)$$

Сопоставляя (5.38) и (5.35), найдем формулу, связывающую потенциал в точке x поля частицы с потенциалом ее поверхности:

$$\psi = \psi_0 e^{-x/D}. \qquad (5.39)$$

Двойной электрический слой. Рассматривая взаимодействие электрических зарядов частиц с катионами порового раствора, мы не касались характера распределения электрического потенциала вблизи частиц. Между тем этот вопрос имеет важное значение для более глубокого понимания процессов, происходящих у границы раздела фаз. Чтобы объяснить некоторые из явлений, связанных с этими процессами, в середине XIX в. была выдвинута гипотеза о так называемом *двойном электрическом слое* на границе раздела фаз. В последующем эта гипотеза претерпела ряд уточнений и сейчас широко применяется в коллоидной хи-

мии, хотя в последнее время нередко подвергается критике. Однако она сохраняет свою полезность и плодотворность не только как наглядная модель, но и как эвристическое средство.

Поверхностные ионы решетки частицы, определяющие заряд ее поверхности, называют *потенциалопределяющими*. Они образуют как бы электрическую обкладку частиц, на некотором расстоянии от которой располагаются противоположно заряженные

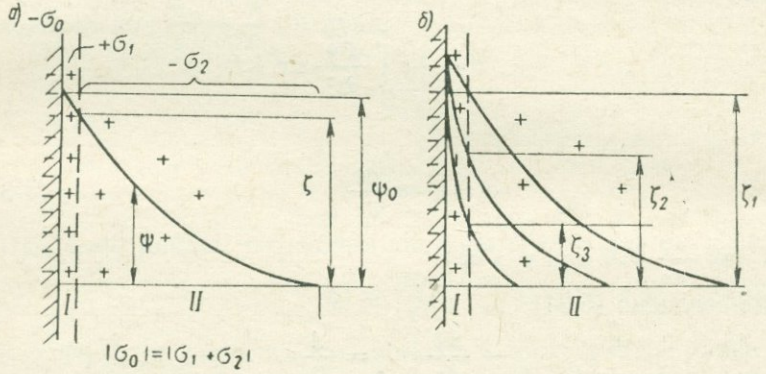


Рис. 5.7. Двойной электрический слой

а — строение слоя; *б* — изменение ζ-потенциала при изменении концентрации порового раствора; *I* — слой Штерна; *II* — слой Гуи

ионы (так называемые *противоионы*), притянутые зарядами частиц глины из порового раствора. Ближайший к частице слой ионов связан с ней особенно прочно, и его называют *неподвижным* или *адсорбционным* слоем, а также *слоем Штерна*. За ним следует относительно широкий, так называемый *диффузный слой* ионов (или *слой Гуи*), тем слабее связанных с частицей, чем дальше они от нее отстоят (рис. 5.7, *а*). Эту систему окружающих частицу зарядов называют *двойным электрическим слоем*.

Как следует из (5.39), изменение потенциала ψ поля частицы с расстоянием x приближенно подчиняется экспоненциальной зависимости, причем эксперименты показывают, что значение потенциала зависит в основном от валентности и концентрации противоионов. При двухвалентных ионах потенциал ψ изменяется в 2 раза скорее, чем при одновалентных с той же концентрацией. Изменение ψ в зависимости от концентрации обратно пропорционально корню квадратному из последней.

При пропускании через суспензию (взвесь) глины в воде постоянного электрического тока отрицательно заряженные частицы глины движутся относительно воды к положительному электроду — аноду (это перемещение частиц называется *электрофорезом*), захватывая с собой ближайшие ионы диффузных слоев, тогда как остальная часть диффузных слоев смещается и дви-

жется к катоду. В глинистой пасте катионы диффузных слоев, движущиеся к катоду, захватывают с собой поровую воду (это перемещение поровой воды называется *электроосмосом*).

Таким образом, глинистая частица движется с избыточным зарядом того же знака, что и внутренняя обкладка двойного слоя. Потенциал самой частицы называется *термодинамическим* и обычно обозначается ψ_0. Потенциал, соответствующий избыточному (т. е. неуравновешенному противоионами) заряду частицы, называется ζ-потенциалом (*дзета-потенциалом*) или *электрокинетическим потенциалом*. Обычно полагают, что максимальная величина ζ-потенциала определяется разностью потенциалов поверхности частиц (термодинамического) и неподвижного слоя противоионов.

Таким образом, ζ-потенциал представляет собой электрический потенциал в сечении, относительно которого частица глины вместе с некоторой частью двойного слоя движется по направлению к аноду, тогда как остальная часть двойного слоя вместе с поровой водой в пределах этой части движется к катоду. Количество и суммарный заряд ионов в неподвижном слое могут изменяться в зависимости от концентрации порового раствора и соответственно будет изменяться максимальное значение ζ-потенциала. Повышение концентрации раствора уменьшает толщину диффузного слоя и величину ζ-потенциала (рис. 5.7, *б*).

Значение ζ-потенциала, измеряемого при электрофорезе, равно значению потенциала ψ поля частицы в том сечении двойного электрического слоя, по которому происходит смещение части диффузного слоя.

Изоэлектрическое состояние. Перезарядка частиц. Если ионы со знаком, противоположным заряду частицы, находятся в поровой среде в достаточно высокой концентрации, то неподвижный слой Штерна может полностью уравновесить поверхностный заряд частицы и тогда наступает так называемое *изоэлектрическое* состояние и ζ-потенциал будет равен нулю. Поэтому при высокой концентрации порового раствора диффузные слои исчезают и явления электроосмоса и электрофореза при пропускании тока через глинистый грунт отсутствуют.

Возможен также случай, когда потенциал слоя Штерна превзойдет по величине потенциал поверхности частицы. Это явление условно называют *перезарядкой частицы*. При этом знак ζ-потенциала изменяется и совпадает со знаком неуравновешенного заряда частиц, а характер распределения потенциала вокруг частицы принимает вид, показанный на рис. 5.8.

Схема строения двойного электрического слоя, описанная выше, хотя и объясняет многие явления, однако должна рассматриваться как приближенная.

Распределение ионов в диффузной части двойного электрического слоя. Заряды на поверхности глинистой частицы распределены по узлам кристаллической решетки, и эквипотен-

циальные поверхности в поле частицы должны иметь вид, приведенный на рис. 5.9 (пунктирные линии).

Из теории электрического поля сеток известно, что уже на расстоянии, равном всего нескольким ширинам ячеек сетки, поле можно считать таким, как будто оно создано не сеткой, а сплошной равномерно заряженной пластиной. Поэтому приближенно рассматривают поверхность глинистой частицы как несущую равномерно распределенный заряд.

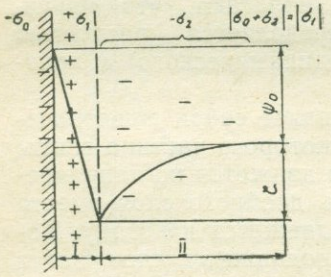


Рис. 5.8. Перезарядка частиц

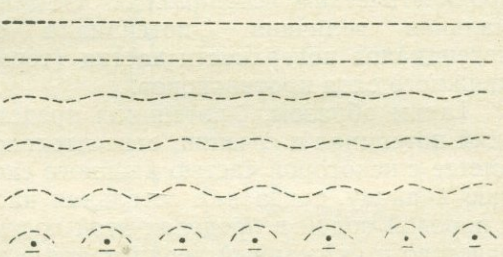


Рис. 5.9. Эквипотенциальные поверхности вблизи частицы (поверхностные заряды показаны точками)

Чтобы установить характер распределения ионов в диффузной части двойного электрического слоя такой частицы, воспользуемся зависимостью (5.26), определяющей распределение зарядов в электрическом поле глинистой частицы, окруженной раствором электролита.

Из соотношений (5.25а) и (5.25б) получаем:

$$\frac{n_{\pm}}{n_0} = \exp(\pm q\psi/kT), \tag{5.40}$$

откуда

$$\ln \frac{n_{\pm}}{n_0} = \pm \frac{q\psi}{kT}. \tag{5.41}$$

Введем обозначение

$$u = -\frac{q\psi}{kT}, \tag{5.42}$$

тогда

$$\psi = -\frac{kT}{q} u. \tag{5.43}$$

Так как $\frac{e^y - e^{-y}}{2} = \operatorname{sh} u$ (гиперболический синус u), то

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{8\pi q^2 n_0}{\varepsilon kT} \operatorname{sh} u. \tag{5.44}$$

Коэффициент при $\operatorname{sh} u$ представляет собой величину, обратную квадрату дебаевской длины D (5.31). Обозначим этот коэффициент через K^2:

$$K^2 = \frac{8\pi q^2 n_0}{\varepsilon kT}, \tag{5.45}$$

тогда

$$\frac{d^2u}{dx^2} = K^2 \operatorname{sh} u. \tag{5.46}$$

Решение этого дифференциального уравнения

$$u = 2\ln \frac{e^{Kx}+1}{e^{Kx}-1} = 2 \ln \operatorname{cth} \frac{Kx}{2}.$$

Так как из (5.41) и (5.43) следует, что

$$\ln \frac{n_{\pm}}{n_0} = \pm u, \tag{5.47}$$

то

$$\left.\begin{aligned} \ln \frac{n_+}{n_0} &= 2\ln \operatorname{cth} \frac{Kx}{2}; \\ n_+ &= n_0 \operatorname{cth}^2 \left(\frac{Kx}{2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{5.48}$$

Подставляя значение K, из (5.48) находим:

$$n_+ = n_0 \operatorname{cth}^2 \left(\frac{x}{2} \sqrt{\frac{8\pi n_0 q^2}{\varepsilon kT}}\right). \tag{5.49}$$

Заряд иона с валентностью z равен:

$$q = zq_e, \tag{5.50}$$

где q_e — заряд электрона, равный $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ кулона.

Если обозначить молярную концентрацию раствора через C *моль/л*, то $n_0 = C_0 N$, где N — число Авогадро, а C_0 — молярная концентрация порового раствора в *моль/л* за пределами действия заряда частицы глины.

Подставляя в (5.49) и (5.50) численные значения постоянных, получим:

$$n_+ = n_0 \operatorname{cth}^2 (0{,}16z \sqrt{C_0}). \tag{5.51}$$

Это соотношение дает распределение катионов вблизи отрицательно заряженной поверхности частицы. В случае сильного электролита (полная диссоциация на ионы) удобнее перейти на концентрации в молях и тогда C_+ будет представлять собой молекулярную концентрацию катионов в *моль/л*:

$$C_+ = C_0 \operatorname{cth}^2 (0{,}16z \sqrt{C_0}). \tag{5.52}$$

Если, например, $C_0 = 0{,}001$ *моль/л*, то при одновалентных катионах ($z = 1$) для расстояния $x = 50$А получим:

$$C_+ = 0{,}001 \operatorname{cth}^2 (0{,}16 \cdot 1 \cdot 50 \sqrt{0{,}001} = 0{,}001 \operatorname{cth}^2 \cdot 0{,}25) =$$
$$= 0{,}016 \text{ } моль/л,$$

т. е. концентрацию, в 16 раз большую, чем в поровой воде за пределами действия заряда частицы.

Чем ниже концентрация и валентность катионов, тем больше отношение C_+/C_0 на данном расстоянии x, тем толще диффузный слой. Если бы в предыдущем примере z было бы равно 2 (например, для ионов кальция), то C_+ при $x = 50$А оказалось бы равным 0,004 *моль/л*, т. е. в 4 раза меньше. В большинстве случаев все ионы, заполняющие поровое пространство глины, находятся в пределах действия поверхностного заряда частиц.

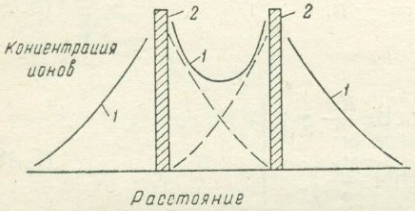


Рис. 5.10. Концентрация ионов в промежутке между двумя частицами (пунктиром показано распределение при отсутствии соседней частицы)

1 — концентрация ионов; *2* — глинистые частицы

В грунте электрические поля частиц, близко расположенных друг к другу, перекрываются и распределение ионов сильно отличается от распределения вокруг одиночной частицы по формуле (5.23) (рис. 5.10).

Катионный состав и катионный обмен в грунтах. Катионы двойного электрического слоя находятся в *динамическом равновесии* с катионами окружающего порового раствора, и между ними имеется непрерывный обмен (*катионный обмен* или *обмен оснований*). Если изменяется состав и концентрация порового раствора, немедленно меняется состав и концентрация ионов в диффузном слое, после чего устанавливается новое состояние динамического равновесия.

Состав поглощенных ионов грунта (*катионный состав*) зависит от условий формирования грунтового отложения, последующих химических процессов, состава порового раствора.

При количественной оценке катионного состава и расчете процессов обмена катионов пользуются понятием *обменной емкости* (T) или *емкости сорбции*, которая выражается в миллиэквивалентах на 100 *г* скелета грунта. Если объемная емкость равна, например, 20 *мэк*, то это означает, что 100 *г* скелета грунта могут адсорбировать $20 \cdot 6 \cdot 10^{20} = 12 \cdot 10^{21}$ обменных одновалентных ионов (например, Na^+) или в 2 раза меньше обменных двухвалентных ионов (например, Ca^{2+}), т. е. $6 \cdot 10^{21}$. Фактическое ко-

личество всех удерживаемых грунтом катионов Na, K, Ca, Mg и Li называют *суммой оснований* (обозначение *S*). Разность *T*—*S* представляет собой содержание обменных ионов H и Al.

Адсорбированными ионами в глинах являются главным образом водород, натрий, калий, кальций, магний, алюминий и железо. Другие катионы встречаются редко. В морских глинах преобладают магний и натрий. В карбонатных грунтах (например, лёссах) содержится в основном кальций. Преобладающими обменными ионами в грунтах континентального происхождения являются кальций и магний, в меньших количествах содержатся натрий и калий, которые распространены в почвах. В кислых грунтах (pH<7) преобладают алюминий и водород. Интенсивное промывание грунтов фильтрующей водой постепенно изменяет катионный состав, оставляя в основном алюминий и водород. Если глина содержит главным образом обменные ионы натрия, она называется *натриевой*, если кальция — *кальциевой* и т. п.

Эксперименты показали, что замещение в диффузных слоях одних катионов другими подчиняется следующим основным закономерностям.

1. Замещение происходит в эквивалентных по валентности соотношениях, например, $Na — глина + CaCl_2 = Ca — глина + 2NaCl$.

2. Ионы с более низкой валентностью легче замещаются ионами с более высокой валентностью, чем наоборот.

3. Чем больше радиус иона, тем выше его способность замещать другие ионы с той же валентностью (правило Гольдшмидта), однако ион, который по своему размеру лучше подходит к кристаллической решетке глинистой частицы, легче замещает ионы с менее подходящими размерами. Поэтому одновалентные ионы натрия обладают высокой замещающей способностью, так как хорошо подходят к гексагональным пустотам на поверхности глинистых частиц.

4. По способности к замещению друг друга катионы могут быть расположены в следующем порядке, который, однако, может изменяться в зависимости от вида глины и концентрации порового раствора (цифры показывают атомные веса):

одновалентные двухвалентные трехвалентные

$$Li^{+}_{7} < Na^{+}_{23} < H^{+}_{1} \ll Mg^{2+}_{24} < Ca^{2+}_{40} \ll Al^{3+}_{27} < Fe^{3+}_{56}.$$

Способность водорода к замещению других ионов почти такая же, как у натрия, однако водородные глины неустойчивы и легко переходят в алюминиевые.

5. Количество замещенных ионов тем больше, чем выше концентрация замещающих ионов в поровом растворе. Для определения равновесного соотношения существует ряд формул. Для приближенных оценок можно использовать хорошо известную формулу Гапона:

$$\frac{M_e^{m+}}{N_e^{n+}} = k \frac{\sqrt[m]{M_o^{m+}}}{\sqrt[n]{N_o^{n+}}}, \qquad (5.53)$$

где M и N — молярные концентрации катионов соответственно с валентностями m и n. Индекс e относится к замещаемым ионам, а индекс о — к замещающим ионам внешнего раствора;

k — константа, зависящая от вида ионов и характера распределения зарядов на поверхности частиц. Величина k убывает с увеличением плотности поверхностных зарядов.

Размеры ионов Na и Ca очень близки, причем у ионов Ca вдвое больший заряд, поэтому в процессах их обмена очень большую роль играют концентрации. Именно к этому случаю лучше всего подходит формула Гапона, не учитывающая таких факторов, как размеры ионов и пр. При обмене катионов Na и Ca она принимает вид:

$$\frac{[Na_e^+]}{[Ca_e^{2+}]} = k \frac{[Na_o^+]}{\sqrt{[Ca_o^{2+}]}}, \qquad (5.54)$$

где k — для иллитовой глины равно 0,4 $(л/моль)^{1/2}$.

Если глину перемешать с раствором, содержащим 0,04 *моль/л* $CaCl_2$ и 0,04 *моль/л* NaCl, то по этой формуле найдем отношение обменного натрия к кальцию:

$$\frac{[Na_e]}{[Ca_e]} = 0{,}4 \frac{0{,}04}{\sqrt{0{,}04}} = \frac{0{,}016}{0{,}2} = 0{,}08.$$

Если обменная емкость глины 40 *мэк* на 100 *г*, то полученный результат означает, что глина адсорбирует 37 *мэк* Ca и $0{,}08 \cdot 37 \approx \approx 3$ *мэк* Na, хотя концентрация этих ионов в растворе одинакова.

6. На прочность связи ионов с частицами глины влияет степень гидратации ионов. Так как одновалентные катионы (например, Na^+) сильнее гидратируются, чем кальций, то они легко выделяются из поглощенного комплекса.

7. Как известно, если внешнее воздействие выводит систему из состояния равновесия, то в системе возникают такие процессы, которые стремятся ослабить влияние этого внешнего воздействия. Этому условию подчиняется и связь между обменными процессами и структурным давлением воды. Следовательно, при повышении структурного давления в поровой воде в раствор должны переходить ионы, понижающие это давление, т. е. ионы с отрицательной гидратацией, а при понижении структурного давления — ионы с положительной гидратацией (Mg^{2+}, Ca^{2+}). Именно поэтому ион K^+ с отрицательной гидратацией при малых давлениях не переходит в раствор и закрепляется глинистыми

частицами в необменном состоянии. Наоборот, ион Na^+, обладающий положительной гидратацией, характеризуется высокой склонностью к обмену. Влияние температуры на процессы растворения еще более значительно. При повышении температуры в поровый раствор должны переходить ионы с положительной гидратацией.

9. Скорость обменных процессов (обменных реакций) в основном подчиняется общим законам химической кинетики. Эта скорость тем больше, чем больше концентрация замещающих ионов в поровом растворе, она является экспоненциальной функцией от времени и зависит от активации ионов (а следовательно, от температуры) и рода минеральных частиц. С наибольшей скоростью обмен ионов происходит у каолинита, тогда как у монтмориллонита он протекает во много раз медленнее.

10. Часть поглощенных катионов может переходить в необменное состояние. Опыты Н. И. Горбунова показали, что после высушивания и повторного увлажнения грунта количество обменного калия уменьшалось тем сильнее, чем выше была температура сушки. Ионы калия в межпакетных промежутках иллита являются необменными.

11. Зависимость емкости поглощения от рода минералов приближенно характеризуется данными табл. 5.2.

Таблица 5.2

Емкость поглощения

Группа минерала	Каолинитовая	Иллитовая	Монтмориллонитовая
Емкость поглощения в *мэк* на 100 *г*	5—10	20—40	∞100

12. Емкость поглощения органических примесей (гуматов) в несколько раз больше, чем минеральных частиц.

13. Емкость поглощения и состав поглощенных ионов амфотерных коллоидов зависят от pH среды: чем ниже концентрация в растворе ионов-H, тем выше емкость поглощения катионов, и наоборот.

Из изложенного следует, что емкость поглощения, состав поглощенных катионов и кинетика процесса поглощения и замещения не являются постоянными характеристиками грунта и меняются в зависимости от окружающей среды — состава порового раствора и его pH.

Исследования С. С. Морозова (МГУ) показали, что частицы глинистых грунтов со стоксовым размером меньше 0,001 *мм* обладают весьма небольшой емкостью поглощения, не превышающей в большинстве случаев 10 *мэк* на 100 *г* фракции. Но у частиц диаметром 0,0005 *мм* емкость поглощения сразу возрастает

до 20—45 *мэк* на 100 *г*, а у частиц диаметром 0,00028—0,00022 *мм* (0,28—0,22 *мк*) емкость достигает 50—100 *мэк*/100 *г*.

Л. И. Кульчицкий считает характерной особенностью глинистых минералов повышенную ионизацию базальной поверхности частиц в полярных жидкостях.

5.3. Диффузия и осмос

Диффузия. Если в каком-либо растворе концентрация растворенного вещества в разных частях раствора неодинакова (например, в одной половине сосуда, разделенного пористой перегородкой, находится раствор, а в другой — чистый растворитель), то частицы растворенного вещества, проходя через перегородку, постепенно равномерно распределяются во всей жидкости. Подобный процесс самопроизвольного выравнивания концентрации одного вещества во всем объеме другого называется *диффузией*. Диффузия необратима, идет тем быстрее, чем выше температура и сопровождается увеличением энтропии системы. Диффузия вызывается тепловым движением молекул и броуновским движением частиц коллоидных размеров.

Процесс диффузии представляет собой перенос вещества (перераспределение масс между частями системы), следовательно, должна существовать разность соответствующих потенциалов частей системы, вызывающая этот процесс. Напомним, что потенциал, определяющий перенос вещества, называют *химическим потенциалом* [1; 3, 6]. Этот потенциал характеризует работу, которую могла бы произвести система помимо работы расширения при добавлении бесконечно малого количества данного компонента, если температура, давление и содержание остальных компонентов остаются постоянными.

При диффузии разность химических потенциалов определяется разностью концентраций. Диффузионный поток вещества пропорционален градиенту концентрации (*закон Фика*). Если обозначить плотность потока через J *моль/см²·сек*, а градиент концентрации через $\frac{c}{dx}$ *моль/см⁴*, то связь между ними выражается следующим образом:

$$J = -D\frac{dc}{dx}, \qquad (5.55)$$

где c — количество ионов растворенного вещества в *моль/см³*;
D — коэффициент диффузии в *см²/сек*, который показывает, сколько молей вещества проходит (диффундирует) через единицу поперечного сечения раствора в единицу времени и при градиенте концентрации, равном единице.

Знак минус свидетельствует о том, что если c возрастает в положительном направлении оси x $\left(\text{т. е. } \frac{dc}{dx}\right.$ — величина поло-

жительная), поток движется в сторону более низких концентраций, т. е. в отрицательном направлении x.

Согласно формуле (5.55), распространение молекул вещества в растворе под влиянием разности концентраций происходит совершенно аналогично распространению тепла в некоторой среде под влиянием разности температур. Достаточно только заменить в этой формуле плотность потока вещества на плотность потока тепла в *кал/см*^{2}, градиент концентрации — на градиент температуры, коэффициент диффузии — на коэффициент теплопроводности. Поэтому при исследовании процессов диффузии используют многие решения теории теплопроводности, которая интенсивно развивалась ранее теории диффузии.

Для растворенных частиц при не очень высоких концентрациях коэффициент диффузии выражается соотношением

$$D = A\frac{kT}{\eta}, \tag{5.56}$$

где A — коэффициент пропорциональности;
T — абсолютная температура;
η — вязкость растворителя;
k — постоянная Больцмана.

Коэффициент диффузии прямо пропорционален температуре и обратно пропорционален вязкости жидкости.

Перераспределение частиц растворенного вещества, обусловливающее в пределе равномерную концентрацию раствора, протекает во времени аналогично постепенному выравниванию температур неравномерно нагретого тела.

Если, согласно формуле Стокса, принять для сферических частиц $A = {}^1/_6\pi r$, то

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}. \tag{5.57}$$

Таким образом, диффузия протекает тем интенсивнее, чем меньше радиус частиц, который для мелких фракций грунта приближенно определяется как эквивалентный по формуле Стокса.

Среднеквадратическое значение смещения λ коллоидной частицы по направлению, в котором происходит диффузия, за некоторое время τ по формуле Эйнштейна—Смолуховского равно:

$$\lambda = \sqrt{2D\tau}. \tag{5.58}$$

Величина D определяется по формуле (5.57).

Если по обе стороны пористой мембраны в растворе находятся разные вещества, то каждое из них диффундирует так, как будто другое вещество отсутствует. В конце концов каждое из веществ распределяется в обеих половинах сосуда равномерно.

Осмос. Если мембрана не позволяет частицам растворенного вещества перераспределяться между двумя контактирующими растворами различной концентрации, но пропускает через себя

молекулы жидкости, то все равно происходит выравнивание концентраций разных частей раствора, но только вследствие соответствующего перетекания растворителя. Этот процесс называют *осмосом*.

Пористая мембрана, которая проницаема для молекул жидкости, но не пропускает частицы растворенного вещества, называется *полупроницаемой*. Пусть в одной части сосуда, разделенного такой мембраной, находится раствор, в другой — чистая

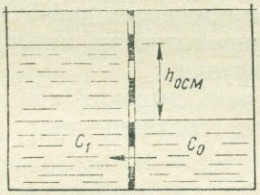


Рис. 5.11. Осмотическое течение жидкости

C_1 — раствор; C_0 — чистая жидкость

жидкость. Чистая жидкость всасывается через мембрану в раствор, который будет, таким образом, разбавляться (рис. 5.11).

Следовательно, осмос можно рассматривать как диффузию молекул растворителя через мембрану из раствора с более высокой концентрацией растворителя в раствор с более низкой его концентрацией.

Если в половине сосуда с раствором поднять его уровень выше уровня чистой жидкости в другой половине сосуда, то при некоторой разности уровней скорость течения жидкости через мембрану под влиянием разности напоров станет равной скорости осмоса во встречном направлении, вследствие чего процесс осмоса прекратится. Соответствующую разность давлений жидкостей по обе стороны мембраны, очевидно, можно рассматривать как меру *осмотического давления*, которое обычно обозначают $\Pi_{осм}$ или $p_{осм}$. Это давление можно представить как результат того, что молекулы растворенного вещества, испытывая энергичное тепловое движение, как бы «расталкивают» молекулы растворителя. В результате внутреннее давление в растворителе падает по сравнению с давлением в чистой жидкости и в нем появляется своеобразная сила всасывания. Таким образом, осмотическое давление можно рассматривать как давление, которое следует приложить к раствору, чтобы уравновесить силу всасывания.

Если в обеих половинах сосуда будут находиться одинаковые по химическому составу растворы, имеющие различную концентрацию, то растворитель будет осмотически втягиваться через мембрану в ту половину сосуда, где концентрация раствора (т. е. растворенного вещества) выше, до тех пор, пока не выравняются осмотические давления, иными словами, пока концентрации не станут равными. Пусть в одной половине сосуда находится рас-

твор с химическим потенциалом растворителя $\mu_р^I$, а во второй $\mu_р^{II}$. В состоянии равновесия потенциалы растворителя по обе стороны мембраны должны быть одинаковы:

$$\mu_р^I = \mu_р^{II}.$$

Согласно уравнению [I; (3.6.13а)], потенциалы равны:

$$\left.\begin{aligned} \mu_р^I &= \mu_0 + RT \ln x_р^I; \\ \mu_р^{II} &= \mu_0 + RT \ln x_р^{II}, \end{aligned}\right\} \qquad (5.59)$$

где $x_р$ — мольная доля растворителя в растворе, равная отношению количества молей растворителя в единице объема раствора к сумме количества молей растворителя и растворенного вещества в том же объеме;

$\mu_р^0$ — химический потенциал чистого растворителя.

Следовательно,

$$\mu_р^{II} - \mu_р^I = RT \ln \frac{x_р^{II}}{x_р^I}. \qquad (5.60)$$

Очевидно, осмос идет в направлении от большего потенциала к меньшему. Если к жидкостям в обеих частях сосуда приложить такие давления p^I и p^{II}, так что их разность уравновесит осмотическое давление

$$p^I - p^{II} = p_{осм}, \qquad (5.61)$$

то тогда работа, совершаемая вследствие разности химических потенциалов при перемещении 1 моля растворителя, равна работе, совершаемой осмотическим давлением при перемещении мольного объема растворителя $V_р$ (мольный объем равен объему, занимаемому одним молем растворителя):

$$(\mu_р^{II} - \mu_р^I)\,1 = -(p_1 - p_2)\,V_р, \qquad (5.62)$$

откуда

$$\mu_р^{II} - \mu_р^I = -p_{осм}\,V_р. \qquad (5.63)$$

Сопоставляя с (5.60), получим:

$$p_{осм} = -\frac{RT}{V_р} \ln \frac{x_р^{II}}{x_р^I}, \qquad (5.64)$$

т. е. уравнение, связывающее величину осмотического давления с составом раствора.

Так как мольные доли растворителя и растворенного вещества равны:

$$x_р = \frac{\mu_р}{\mu_р + \mu_в}; \quad x_в = \frac{\mu_в}{\mu_р + \mu_в},$$

т. е. сумма молярных концентраций растворителя и растворенного вещества в единице объема раствора $x_р + x_в$ равна единице, то

$$\ln x_р = \ln (1 - x_в) \approx - x_в.$$

Подставляя в (5.62), получим:

$$p_{осм} = RT \frac{x_в^I - x_в^{II}}{V_р} = \frac{RT}{V_р} \left(\frac{\mu_в^I - \mu_в^{II}}{\mu_р + \mu_в} \right).$$

Если в сосуде II находится чистый растворитель, то $\mu_в^{II} = 0$ и тогда, обозначая через V_0 полный объем раствора, получим (пренебрегая в знаменателе $\mu_в$ по сравнению с $\mu_р$ и опуская ненужные теперь верхние индексы):

$$p_{осм} = RT \frac{\mu_в}{\mu_р V_р} = RT \frac{\mu_в}{V_0},$$

откуда

$$p_{осм} = RT\mu, \tag{5.65}$$

где μ — мольная концентрация раствора (*моль/л*).

Это уравнение Вант-Гоффа сходно с уравнением Клапейрона—Менделеева [I; 5.5.17] состояния идеального газа, если заменить в нем давление газа на осмотическое, что позволило Вант-Гоффу высказать мысль об аналогии между поведением вещества в растворе и газа, состоящего из молекул того же вещества. Согласно (5.65), осмотическое давление в растворе на полупроницаемую мембрану равно давлению газа, состоящего из данного количества частиц растворенного вещества и занимающего при той же температуре тот же объем, что и раствор. Эта зависимость справедлива только для разбавленных растворов.

Для растворов электролитов, когда накладывается взаимное влияние электрических полей ионов и гидратации, закон Вант-Гоффа неточен и, хотя предложены теоретические модели и для этого случая, для таких растворов лучше всего определять осмотическое давление экспериментально.

Зависимостью (5.65) пользуются также для приближенного определения осмотического давления в коллоидных взвесях, заменяя молекулярный вес M частичным весом, т. е. весом N коллоидных частиц (N — число Авогадро).

Осмотическое давление может достигать значительной величины. Так, у морской воды оно составляет 20 *атм*, а у концентрированных рассолов доходит до 200 *атм* и более. В грунтах осмос проявляется при перемещении поровой воды в области с более высокой концентрацией растворенных электролитов. При этом осмотическое всасывание воды грунтом сопровождается увеличением его объема (набуханием).

В результате осмоса энтропия системы возрастает. Основное уравнение термодинамики [I; 3.4,6] для квазистатического осмотического процесса с учетом (5.60) и (5.61) примет вид:

$$TdS = dU + p_{осм}\,dV,$$

где dS — изменение энтропии системы;
dU — приращение внутренней энергии.

Отсюда давление $p_{осм}$ при постоянном T равно:

$$p_{осм} = T\frac{dS}{dV} - \frac{dU}{dV}. \tag{5.66}$$

При отсутствии выделения тепла, когда внутренняя энергия остается неизменной:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dU}{dV} &= 0; \\ p_{осм} &= T\frac{dS}{dV}; \\ dV &= \frac{T}{p_{осм}}\,dS. \end{aligned}\right\} \tag{5.66а}$$

Следовательно, объем всасывающей системы при постоянной температуре может увеличиваться только за счет изменения энтропии S системы. Однако это условие справедливо лишь для идеальных растворов, у которых объем равен суммарному объему жидкости и твердого вещества до растворения, а внутренняя энергия равна сумме внутренних энергий этих веществ.

Давление, развиваемое грунтом (точнее, поровой водой) при осмотическом всасывании влаги, можно определить по уравнению Вант-Гоффа:

$$p_{осм} = RT\,(C_c - 2C_0)\ кгс/см^2, \tag{5.67}$$

где $p_{осм}$ — осмотическое давление;
R — газовая постоянная;
T — абсолютная температура;
C_c — концентрация ионов в поровой воде;
C_0 — концентрация ионов в наружной воде.

Величина C_c приближенно определяется для сечения посередине между двумя близко расположенными глинистыми частицами по формуле

$$C_c = \frac{\pi^2}{z^2 B\,(d + x_0)^2\ 10^{-16}}\ моль/л, \tag{5.67а}$$

где z — валентность обменных катионов;
B — постоянная, зависящая от температуры и диэлектрической проницаемости; можно принимать $B = 10^{15}$;
d — половина расстояния между частицами в Å;
x_0 — поправка к расстоянию, равная для монтмориллонита 1—4Å и зависящая от валентности ионов и плотности

зарядов на поверхности глинистых частиц; в среднем $x_0 = 2\text{Å}$.

Подставляя значения B и x, найдем:

$$C_c = \frac{100}{z^2 (d+2)^2} \text{ моль/л}.$$

Величина d при влажности w вычисляется по формуле

$$d = \frac{100w}{s} \text{ Å},$$

где s — удельная поверхность, $м^2/г$.

Так, при влажности грунта $w = 50\%$, $s = 200$ $м^2/г$ и двухвалентных обменных ионах кальция ($z = 2$) получим:

$$d = \frac{100 \cdot 50}{200} = 25\text{Å};$$

$$C_c = \frac{100}{2^2(25+2)^2} = 0{,}034 \text{ моль/л}.$$

По формуле (5.67) найдем величину осмотического давления при $T = 293°$; $C_c = 0{,}034$ *моль/л* и $C_0 = 0{,}002$ *моль/л*:

$$p_{осм} = 0{,}0848 \cdot 293\,(0{,}034 - 0{,}002) = 0{,}79 \text{ кгс/см}^2.$$

Оценивая величину s, следует учитывать, что не вся поверхность частиц участвует в процессе гидратации.

Н. А. Сафохина и Н. П. Затенацкая [69] выяснили огромную роль диффузии в постепенном изменении солевого состава порового раствора грунта на больших глубинах при изменении состава поверхностных вод. Изменение состава порового раствора вызывает, в свою очередь, и процессы катионного обмена, которые, как мы увидим далее, существенно влияют на прочность межчастичных связей в грунте. В табл. 5.3 приведены некоторые данные, полученные при изучении морских бакинских глин, залегающих под руслом Волги.

Таблица 5.3

Глубина отбора монолитов в *м*	pH	Минерализация в *г/л*	Содержание анионов в *мг-экв*			Содержание катионов в *мг-экв*		
			HCO_3^-	SO_4^{2-}	Cl^-	Ca^{2+}	Mg^{2+}	$Na^+ + K^+$
32,0	8,0	3,41	8,72	1,13	46,61	9,75	9,51	37,20
37,3	7,7	5,35	9,16	3,05	78,95	19,13	16,35	55,68
49,1	7,4	7,41	6,65	1,25	121,75	32,43	24,08	73,14

Из табл. 5.3 видно, что с увеличением глубины изменяется состав поровой воды глин, отложенных некогда в морской воде. Под влиянием пресной воды Волги идет процесс перемещения

минеральных солей снизу вверх из мощной толщи глин морского происхождения, залегающих под ее руслом.

Соленость вод древнего Каспия составляла около 13—14 *г/л*, а сейчас на глубине около 50 *м* она в 2 раза меньше (около 7 *г/л*) и на глубине 32 *м* падает до 3,4 *г/л*. Процесс движения ионов кверху носит чисто диффузионный характер, а навстречу под влиянием осмоса движется пресная волжская вода. Именно с этими диффузионно-осмотическими процессами связано замет-

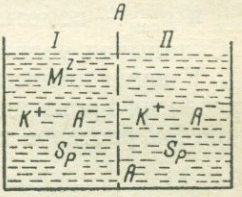


Рис. 5.12. Полупроницаемая мембрана *A—A*

ное изменение физико-механических свойств бакинских глин с глубиной.

Доннановское равновесие. Рассмотрим систему, состоящую из двух идеальных растворов I и II, разделенных полупроницаемой мембраной (рис. 5.12). Эта мембрана проницаема для молекул растворителя, которые мы обозначим S_p, для катионов K^+ и анионов A^-, но непроницаема для z-валентных анионов (заряженных коллоидных частиц) M^{z-}, находящихся в растворе I.

В результате диализа, связанного с одновременным протеканием явлений диффузии и осмоса, первоначальная концентрация ионов K^+ и A^- в обоих растворах изменится. Возникает вопрос, влияет ли на равновесные концентрации этих ионов и на осмотическое давление наличие в растворе I недиффундирующего иона M^{z-}. Этот вопрос впервые был исследован Доннаном, и состояние диффузного равновесия (т. е. установившейся концентрации растворов) при наличии частиц, для которых мембрана непроницаема, называют *доннановским равновесием*. Соответствующую равновесную концентрацию ионов можно найти из чисто термодинамических соображений.

Обозначим мольные доли компонентов через x с соответствующими индексами, осмотические давления — через $p_{осм}$, химические потенциалы, как обычно, через μ.

В конце процесса, когда наступает состояние равновесия, химические потенциалы каждого из диффундирующих компонентов раствора по обе стороны мембраны должны удовлетворять условиям:

$$\mu_+^{I} = \mu_+^{II}; \quad \mu_-^{I} = \mu_-^{II}; \quad \mu_p^{I} = \mu_p^{II}. \tag{5.68}$$

Здесь верхние индексы обозначают растворы I и II, нижний индекс плюс означает, что это потенциал диффундирующих катионов, минус — анионов.

Подставляя сюда выражения для μ в соответствии с (5.61) и заменяя концентрации мольными долями, получим уравнения для работы диффузионного и осмотического переноса:

$$RT \ln x_+^{\mathrm{I}} + p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{I}} V_+ = RT \ln x_+^{\mathrm{II}} + p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{II}} V_+; \qquad (5.69)$$

$$RT \ln x_-^{\mathrm{I}} + p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{I}} V_- = RT \ln x_-^{\mathrm{II}} + p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{II}} V_-; \qquad (5.70)$$

$$RT \ln x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{I}} + p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{I}} V_{\mathrm{рт}} = RT \ln x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{II}} + p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{II}} V_{\mathrm{рс}}, \qquad (5.71)$$

где V — мольные объемные доли компонентов раствора;
$p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{I}}$ и $p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{II}}$ — осмотические давления растворов.

Складывая уравнения (5.69) и (5.70) и пренебрегая членами $p_{\mathrm{осм}} \cdot V$ ввиду относительной малости, находим, что в состоянии равновесия произведения концентрации диффундирующих ионов в каждом растворе должны быть равны:

$$x_+^{\mathrm{I}} x_-^{\mathrm{II}} = x_+^{\mathrm{II}} x_-^{\mathrm{II}}. \qquad (5.72)$$

Исходя из того, что оба раствора *I* и *II* должны быть электронейтральными, получаем соотношения:

$$x_+^{\mathrm{I}} - x_-^{\mathrm{I}} - z x_{\mathrm{р}} = 0; \quad x_+^{\mathrm{II}} = x_-^{\mathrm{II}} = x^{\mathrm{II}} \qquad (5.73)$$

и, следовательно, из (5.72) получаем:

$$x_+^{\mathrm{I}} x_-^{\mathrm{I}} = (x^{\mathrm{II}})^2; \quad x_+^{\mathrm{I}} (z x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{I}} + x_+^{\mathrm{I}}) = (x^{\mathrm{II}})^2.$$

Система уравнений (5.72) и (5.73) определяет распределение ионов между растворами. Для результирующего осмотического давления находим из уравнения (5.71):

$$p_{\mathrm{осм}} = p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{I}} - p_{\mathrm{осм}}^{\mathrm{II}} = \frac{RT}{V_{\mathrm{р}}} \ln \frac{x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{II}}}{x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{I}}}.$$

Так как

$$x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{I}} = 1 - (x_+^{\mathrm{I}} + x_-^{\mathrm{I}} + x_{\mathrm{м}}^{\mathrm{I}}); \quad x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{II}} = 1 - (x_+^{\mathrm{II}} + x_-^{\mathrm{II}}) = 1 - 2x^{\mathrm{II}},$$

то

$$p_{\mathrm{осм}} = \frac{RT}{V_{\mathrm{р}}} \ln \frac{1 - 2x^{\mathrm{II}}}{1 - x_+^{\mathrm{I}} - x_-^{\mathrm{I}} - x_{\mathrm{р}}^{\mathrm{I}}}.$$

Разлагая логарифм в ряд и отбрасывая члены в степени выше первой, найдем:

$$p_{\mathrm{осм}} = \frac{RT}{V_{\mathrm{р}}} \left[(x_+^{\mathrm{I}} + x_-^{\mathrm{I}} + x_{\mathrm{м}}^{\mathrm{I}}) - (x_+^{\mathrm{II}} + x_-^{\mathrm{II}}) \right],$$

откуда при малых концентрациях коллоидных частиц

$$p_{\mathrm{осм}} = \frac{RT}{V_{\mathrm{р}}} \frac{x_{\mathrm{м}} + \dfrac{z^2 (x_{\mathrm{м}}^{\mathrm{I}})^2}{4x^{\mathrm{II}}}}{1 - 2x^{\mathrm{II}}} = RTC_{\mathrm{р}} \left(1 + \frac{z^2 C_{\mathrm{р}}}{4C^{\mathrm{II}}}\right), \qquad (5.74)$$

где C — концентрация в молях на 1 $см^3$ растворителя.

При выводе (5.74) использована приближенная формула

$$\sqrt{1+\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2}.$$

Рассмотрим в качестве примера частный случай, когда один раствор содержит катионы Na^+ и какие-либо недиффундирующие макроанионы M^- с начальными концентрациями X_1, а второй — ионы хлористого натрия Na^+ и Cl^- с начальными концентрациями X_2. Пусть в результате диффузии концентрации Na^+ и Cl^- изменились, как показано на рис. 5.13. Определим приращение y концентрации в конечном состоянии.

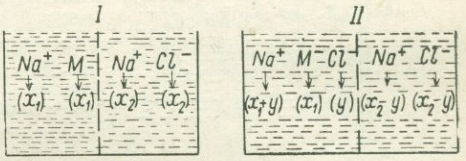


Рис. 5.13. Доннановское равновесие (в скобах показаны концентрации)

I — начальное состояние; *II* — конечное состояние

Из уравнения (5.72), заменяя мольные доли концентрациями согласно соотношению

$$x_i = \frac{X_i}{\Sigma X},$$

а также исходя из того что

$$X_+^{\mathrm{I}} = X_1 + y; \quad X_-^{\mathrm{I}} = y; \quad X_+^{\mathrm{II}} = X_2 - y; \quad X^{\mathrm{II}} = X_2 - y,$$

получаем:

$$(X_1 + y)\, y = (X_2 - y)^2,$$

откуда

$$y = \frac{X_2^2}{X_1 + 2X_2}. \tag{5.75}$$

Для осмотического давления после аналогичных подстановок получим:

$$p_{\text{осм}} = 2RT\,(X_1 - X_2 + 2y)$$

или, исключая y с помощью (5.75):

$$p_{\text{осм}} = 2RT\,\frac{X_1\,(X_1 + X_2)}{X_1 + 2X_2}. \tag{5.76}$$

Так как концентрации ионов одного и того же знака в обоих растворах различны, то по обе стороны мембраны будет соответствующая разность электрических потенциалов — так называемый *мембранный потенциал*, который нетрудно обнаружить, введя в жидкость по обе стороны перегородки одинаковые электроды.

С. Маттсон [48] использовал доннановское равновесие для построения модели распределения ионов между областью, где они удерживаются притяжением глинистых частиц (диффузный слой), и остальной частью порового раствора. В этом случае принимается, что смешению ионов диффузных слоев и порового раствора препятствуют не мембраны, а электростатические поля частиц (рис. 5.14).

Рассмотрим случай одновалентных катионов. Пусть к суспензии Na-глины прибавлен раствор NaCl. Нужно найти распреде-

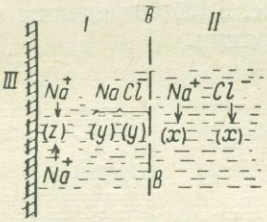


Рис. 5.14. Доннановское равновесие между диффузным слоем и поровым раствором (конечное состояние)

B — B граница диффузного слоя; *I* — диффузный слой; *II* — поровый раствор; *III* — глинистая частица

ление внесенных ионов между диффузными слоями частиц и остальным раствором. Обозначим через x концентрацию ионов в растворе в состоянии равновесия, y —концентрацию внесенных анионов в диффузном слое, z — концентрацию катионов Na, имевшихся в диффузном слое частиц до прибавления раствора NaCl. Согласно правилу доннановского распределения (5.72)

$$\left.\begin{aligned} y(y+z) &= x^2; \\ z &= \frac{x^2 - y^2}{y}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.77)$$

Разность электрических потенциалов диффузного слоя и порового раствора при комнатной температуре равна:

$$\Delta E = \frac{RT}{F} \ln \frac{x}{y} = 58 \lg \frac{x}{y} \text{ мв},$$

где $F = 96\,500$ кулонов — число Фарадея, равное заряду электрона e, умноженному на число Авогадро $N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$. Выражая x через z, найдем:

$$\Delta E = 29 \lg \left(1 + \frac{z}{y}\right), \qquad (5.78)$$

т. е. чем больше добавлено электролита (NaCl), тем больше концентрация анионов в диффузном слое и тем меньше будет разность потенциалов ΔE. При высокой концентрации y разность потенциалов может почти полностью отсутствовать.

При двухвалентных катионах (к суспензии Ca-глины добавляется раствор хлористого кальция $CaCl_2$) концентрация ионов

Ca будет в 2 раза меньше концентрации ионов Cl. Вводя соответствующую поправку в приведенные выше формулы, Маттсон получил:

$$\left.\begin{aligned} x^2\,\frac{x}{2} &= y^2\,\frac{y+z}{2}\,; \\ x^3 &= y^2(y+z); \\ x &= \sqrt{y^2(y+z)}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.79)$$

Разность потенциалов будет равна:

$$E = \frac{58}{3}\lg\left(1+\frac{z}{y}\right) мв. \qquad (5.80)$$

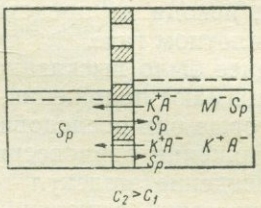


Рис. 5.15. Схема диализатора

Диализ и ультрафильтрация. Разделим два раствора с различными концентрациями одного и того же вещества пористой стенкой, поры которой заполнены растворителем. Под влиянием градиента концентрации начнется диффузия частиц растворенного вещества через пористую стенку, пока концентрации растворов по обе стороны от нее не выравняются. Теперь допустим, что по одну сторону пористой стенки находится чистый растворитель S_p, а по другую — раствор некоторого электролита K^+, A^-, содержащий также взвешенные коллоидные частицы M^-, которые по своим размерам не могут проходить через поры перегородки (*полупроницаемая мембрана,* рис. 5.15). Тогда ионы электролита будут *диффундировать* через перегородку в сторону чистого растворителя, а молекулы последнего будут осмотически втягиваться в коллоидный раствор и двигаться в противоположном направлении. Коллоидный раствор будет постепенно очищаться от примеси электролита, уходящего сквозь перегородку. Такой процесс называют *диализом* и он широко применяется для очистки коллоидных растворов. Удаление электролитов может быть ускорено пропусканием через диализуемый раствор электрического тока — так называемый электродиализ. Если в процессе диализа на коллоидный раствор оказывать давление, тогда процесс называют *ультрафильтрацией.* Давление способствует не очистке коллоидного раствора, а повышению его концентрации в результате отжатия жидкости сквозь перегородку.

5.4. Гидратация и смачивание

Взаимодействие воды с заряженными частицами. В результате действия заряженных поверхностей твердых тел существенно изменяется подвижность той части поровой воды, которая расположена непосредственно вблизи этих зарядов, а ее физические свойства отклоняются в той или иной степени от свойств свободной воды.

Следует отличать действие на воду ионов растворенных в ней электролитов (так называемая *гидратация*) от взаимодействия с водой поверхности твердых тел (*смачивание*) и, наконец, глинистых (коллоидных) частиц (*связывание* воды).

Крупные успехи термодинамической и молекулярно-кинетической теорий газового состояния в свое время обусловили оказавшиеся неудачными попытки построения теории жидкого состояния, исходя из представления о жидкости как о бесструктурном плотном газе.

Позднее было высказано предположение, что молекулы жидкости занимают положения, относительно которых они колеблются и которые они последовательно сменяют, перескакивая из одного положения равновесия в другое. Эта теория как бы сочетала поведение молекул газа с поведением молекул в узлах кристаллической решетки, создавая некоторую промежуточную модель. Однако в ней не учитывались особенности так называемых *ассоциированных жидкостей,* между молекулами которых действуют направленные водородные связи, как, например, у воды.

Водородные атомы каждой молекулы, притягиваясь к отрицательным полюсам других молекул воды, дают две водородные связи. Еще две водородные связи дают с протонами двух соседних молекул воды два отрицательных заряда атома кислорода. Возникновение водородного мостика связано со смещением центра тяжести электронного облака от атома водорода к ковалентно связанному с ним атому кислорода. Таким образом, связь О—Н способна к поляризации под воздействием атомов соседних молекул воды.

О. Я. Самойлов [68] предложил рассматривать ближнюю упорядоченность в воде как слегка нарушенный тепловым движением льдоподобный тетраэдрический каркас, полости которого частично заполнены молекулами воды. В такой структуре каждая ячейка построена из шести молекул воды, находящихся от центра полости на расстоянии 2,94 Å. При повышении температуры происходит прогрессирующее заполнение пустот тетраэдрической структуры молекулами разрушающегося и все более искажающегося каркаса.

При температурах около 30—60° С *льдоподобная* структура Самойлова переходит в так называемую *клатратную* структуру Полинга, согласно теории которого центральная молекула воды

окружена каркасом из молекул, образующих пятиугольные додекаэдры. Полость в центре додекаэдра может иметь диаметр 5Å. Надо полагать, что по мере повышения температуры происходит постепенный переход от льдоподобной к клатратной структуре, а при дальнейшем нагревании клатратная структура разрушается и вода превращается в бесструктурный пар.

Среднее значение энергии водородной связи между молекулами воды равно 4,5—5 *ккал/моль*, а энергия вандерваальсова взаимодействия 2 *ккал/моль*. Следовательно, молекуле воды, уходящей из каркаса или из внутренней полости, требуется сообщить дополнительную энергию (*энергия активации*). Уходящие молекулы оставляют в каркасе «дыры»— области нарушенной структуры. Эти «дыры» заполнены молекулами воды, кинетическая энергия которых достаточно высока, чтобы исключить их из упорядоченного взаимодействия. В «дырах» расстояние между молекулами уже не является определенным, как в каркасе, и, таким образом, возникает как бы фракция более плотно упакованной воды, молекулы которой характеризуются большей подвижностью. Их называют *интерстициальными*.

В моделях Самойлова и Полинга структура любых элементарных объемов воды имеет одинаковый характер; и эти модели можно рассматривать как одноструктурные.

Другой класс моделей воды — это двухструктурные модели. Предполагается, что в воде одновременно сосуществуют микроучастки, отличающиеся по энергии связи молекул и способные к периодическим (за 10^{-10}—10^{-11} *сек*) структурным перестройкам.

Некоторые авторы предлагали двухструктурные модели в виде смеси микрообъемов с рыхлой льдоподобной структурой (плотность 0,87 *г/см*^{3}) и с плотно упакованной структурой с частично разорванными водородными связями и плотностью 1,32 *г/см*^{3}.

Появившиеся в последнее время экспериментальные данные показывают, что в воде имеются крупномасштабные области температурной флуктуации плотности, размеры которых меньше, однако, чем областей с однородной структурой.

Недавно были выдвинуты новые представления, согласно которым водородные связи нельзя рассматривать как связи между отдельными атомами соседних обособленных молекул; каждый протон соединяется со всеми соседними атомами кислорода совершенно равнозначно, образуя агрегаты молекул с кольцевой структурой. Вода рассматривается как своеобразный полимер, в котором плотно упакованные структурные микрообъемы образованы неассоциированными молекулами, между которыми действуют только ненаправленные и очень слабые диполь-дипольные и дисперсионные силы. Вследствие более высокого координационного числа в таких образованиях, чем у льдоподобных, структурная плотность их оказывается больше.

В зависимости от температуры и давления могут быть раз-

личные структуры воды, постепенно переходящие одна в другую при изменении термодинамических параметров, поэтому в зависимости от условий исследования структуры авторы получают экспериментальные подтверждения различных моделей.

По-видимому, свежеперегнанная вода, представляющая собой только что образовавшийся конденсат пара, а также свежеталая вода существенно отличаются по своим свойствам от обычной воды. Например, диэлектрическая проницаемость воды возрастает в течение 15—20 *мин* после плавления льда, а вязкость талой воды становится равной вязкости обычной воды только через трое — шесть суток после таяния. Существенно меняется также структура текущей струи воды при ее магнитной обработке, особенно если одновременно действует поперечное электрическое поле.

Многие явления, связанные с поведением внутриклеточной воды, биологам удается объяснить исходя из двухструктурной модели воды, в которой они различают две фракции: решеточно-упорядоченную и неупорядоченную — плотно упакованную. Изменение относительных количеств этих двух фракций связано с изменением многих свойств воды. Введение в раствор как ионизированных молекул, так и неэлектролитов повышает прочность каркаса воды и уменьшает количество плотноупакованных фракций воды. Соответственно снижается подвижность воды, возникает энергетический барьер для колебательно-трансляционного движения ее молекул.

При исследовании протонного резонанса от внеклеточной воды в семенах обнаружены еще две, не считая гидратационной воды, фракции воды с большей структурированностью, чем у обычной свободной воды.

Гидратация. Ионы растворенных в воде веществ, взаимодействуя электрически с соседними молекулами воды, оказывают заметное влияние на их тепловые перемещения (трансляционное движение). Это взаимодействие ионов с молекулами жидкостей получило название *сольватации* ионов, а в случае воды пользуются термином *гидратация*.

Многовалентные и небольшие по размеру одновалентные катионы (например, Na) сдерживают трансляционные перемещения, уменьшая подвижность молекул воды, а следовательно, увеличивая ее вязкость, тогда как крупные одновалентные катионы (например, K) и анионы (например, Cl), нарушая структурные связи между молекулами воды, способствуют усилению этих перемещений и уменьшению вязкости. В первом случае ионы оказывают как бы связывающее действие на ближайшие молекулы воды (*положительная гидратация*), во втором—молекулы вблизи ионов становятся, наоборот, более подвижными (чаще обмениваются), чем в чистой воде (*отрицательная гидратация*).

Положительную и отрицательную гидратацию О. Я. Самойлов объединяет под общим названием *ближней гидратации*. Бо-

лее удаленные от иона диполи воды испытывают под действием его поля добавочную поляризацию (*дальняя гидратация*), которая сопровождается уменьшением энергии системы вода—ион. Хотя эта энергия, приходящаяся на отдельную молекулу воды, невелика, однако общая энергия по многим молекулам весьма значительна и именно с дальней гидратацией связана бóльшая часть теплоты, выделяемой при гидратации ионов (так называемая *теплота гидратации*). Интенсивность гидратации у разных катионов различна и соответственно теплота гидратации их также неодинакова. Она составляет около 100 *ккал* (419 *кдж*) на 1 *г-ион* одновалентных катионов, 300—600 *ккал* (1250—2100 *кдж*) для двухвалентных и около 800—1100 *ккал* (3400—4600 *кдж*) для трехвалентных. Ион водорода в растворе вследствие большой скорости своего движения удерживает только одну молекулу воды, с которой образует прочный ион гидроксония H_3O^+.

Большой интерес представляет установленный экспериментально факт, что с биополимерами взаимодействует очень незначительная часть внеклеточной воды (так называемая *гидратационная вода*), которая составляет 0,1—0,5 *г* на 1 *г* сухого белка. Между тем общее содержание воды в листьях растений примерно в 10 раз превышает количество гидратационной воды, и, таким образом, основная часть внеклеточной воды (0,9 всего ее количества по структуре) почти или совсем не отличается от чистой воды.

А. П. Лещенко (1968) высказал предположение, что водородно-связанный каркас воды сохраняет устойчивость даже при больших концентрациях растворенного электролита. При этом ионы и гидратный комплекс размещаются в пустотах либо включаются в структуру воды, причем ионы, по величине приблизительно равные молекулам воды (калий, барий, NH_4), размещаются в каркасе практически без геометрических искажений.

О. Я. Самойлов считает неправильным рассмотрение молекул воды как диполей при взаимодействии с ионами и не рекомендует переоценивать ориентирующего влияния ионов на молекулы воды. Для получения сколько-нибудь разумных значений диэлектрической проницаемости гидратного слоя приходится считать, что даже для малых ионов с высокой плотностью заряда, например алюминия, электрическое поле за пределами первичного гидратного слоя оказывает значительно меньшее влияние на ориентацию молекул воды, чем водородные связи между молекулами.

Однако на второй слой молекул воды, окружающих ион, молекулы первого слоя еще оказывают значительное ориентирующее влияние, тогда как третий слой уже приближается по своей структуре к чистой воде.

Действие иона на молекулы воды сопровождается известной деформацией распределения зарядов в этих молекулах вследствие смещения электронной плотности, что обусловливает увели-

чение эффективного положительного заряда на протоне молекулы воды, т. е. ведет к усилению водородной связи между молекулами воды. Это явление напоминает эффект *трансвлияния*, широко известный в химии комплексных соединений, и определяет собой положительную гидратацию.

Вода в растворе, таким образом, рассматривается как однородная среда, состояние и молекулярная структура которой определяются находящимися в растворе ионами.

Как известно, при пропускании через раствор электролита постоянного электрического тока катионы движутся к катоду, а анионы — к аноду (ионная электропроводность жидкостей), причем такое встречное перемещение, естественно, приводит к замедлению скорости ионов, а следовательно, к снижению электропроводности растворов.

Движущиеся к катоду гидратированные катионы увлекают с собой в том же направлении воду. Если ток пропускается через раствор, находящийся в сосуде, а не в порах грунта, то приток воды к катоду сопровождается оттоком такого же количества воды в противоположном направлении — к аноду, так как уровень воды в прианодной и прикатодной зонах одного и того же сосуда, очевидно, остается постоянным. Это встречное течение производит гидродинамическое торможение ионов. Вследствие повышения температуры повышается проводимость растворов, так как уменьшаются вязкость жидкости и гидратация ионов.

По мере повышения концентрации раствора увеличивается количество молекул воды, испытывающих воздействие ионов. К разбавленным растворам относят такие, в которых имеются свободные молекулы воды, не связанные с ионами. В концентрированном растворе такие молекулы отсутствуют. В разбавленных растворах действие ионов может быть как упорядочивающим структуру, так и разупорядочивающим, что зависит от характера влияния их на водородные связи между молекулами воды. В концентрированных растворах разупорядочивающее влияние ионов с отрицательной гидратацией отсутствует [8].

Если в растворе двух веществ A и B взаимодействие между молекулой A и молекулой B такое же, как между двумя молекулами A или двумя молекулами B, то такой раствор называют *идеальным*. Предполагается, что в идеальном растворе полностью отсутствует электростатическое взаимодействие частиц растворенного вещества между собой и с молекулами растворителя и сохраняется только тепловое движение частиц. Очевидно, все водные растворы можно считать идеальными лишь в самом грубом приближении.

Структурная температура и структурное давление. Влияние ионов на структуру воды обусловлено не только тем, что их размеры отличны от размеров молекул воды и что они изменяют характер трансляционного движения этих молекул, но и тем, что они вызывают *переориентацию* ближайших молекул воды. Гид-

ратация, будучи взаимодействием ионов с молекулами растворителя, изменяет определенным образом энергию последних. Катионы притягивают к себе вандерваальсовыми силами отрицательный (кислородный) конец диполя воды, а анионы — водородный, вследствие чего связь с анионами близка по своей энергии к гораздо более прочной водородной связи между молекулами чистой воды. Так как анионы гораздо ближе притягиваются к диполям воды, чем катионы, то степень воздействия анионов на структуру воды меньше, чем у катионов.

Для количественной оценки влияния ионов на структуру воды Д. Бернал и Р. Фаулер ввели понятие о *структурной температуре,* при которой чистая вода будет иметь те же физические свойства (плотность, вязкость, диэлектрическую проницаемость и т. д.), что и раствор при другой температуре. Ионы, имеющие небольшие размеры и большую плотность заряда, понижают структурную температуру воды (стабилизируют ее структуру). Сильное упорядочивающее воздействие на структуру воды оказывают ионы OH^- и SO_4^{2-}.

Крупные ионы, особенно с небольшим зарядом, повышают структурную температуру раствора, вызывая разрушение межмолекулярных водородных связей в воде и тем самым позволяя ее молекулам увеличить свою подвижность.

Весьма чувствительна к изменениям структуры водных растворов величина их энтропии. Изменения энтропии растворов, обусловленные нарушениями структуры воды при гидратации различных ионов, характеризуются следующими данными в *дж/моль·град* [8]:

Al^{3+}	—396
Fe^{3+}	—210
Mg^{2+}	—192
Ca^{2+}	—132
Ba^{2+}	—71
Li^+	—46
Na^+	—5,4
Cl^-	+5
K^+	+33,8

Знак минус свидетельствует об уменьшении энтропии, т. е. о повышении структурности воды, знак плюс, наоборот, о разрушении структуры. Следовательно, упорядочивающее влияние ионов на структуру воды убывает от Al к Na, а разрушающее влияние возрастает от Cl к K.

Высокое внешнее давление, вызывая механическое разрушение водородных связей между молекулами воды, повышает тем самым структурную температуру воды. С другой стороны, затрудняя трансляционное перемещение молекул воды, оно снижает структурную температуру. В большинстве случаев упорядочивающее воздействие внешнего давления преобладает и в итоге структурная температура понижается, как и при действии

ионов с положительной гидратацией. Таким образом, если ввести понятие о *структурном давлении,* как о давлении, при котором в чистой воде будет такая же частота трансляционных скачков молекул, как и в данном растворе, то можно заключить, что ионы с положительной гидратацией повышают структурное давление, а с отрицательной — понижают [34].

Смачивание. Явление смачивания возникает в результате взаимодействия молекул по контакту твердой поверхности и жидкости. Если поместить каплю жидкости на поверхность

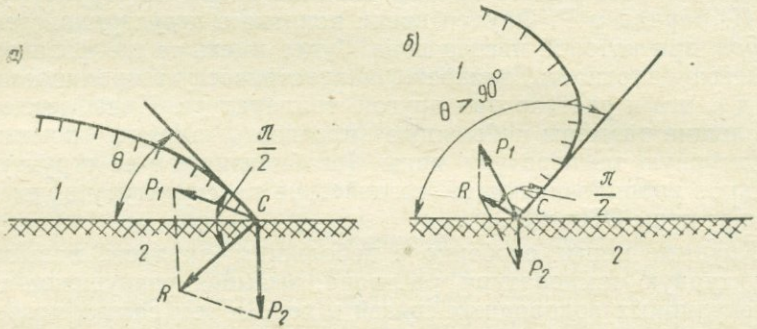


Рис. 5.16. Явление смачивания

а — лиофильная поверхность; *б* — лиофобная поверхность; *1* — капля; *2* — твердое тело

твердого тела, то угол наклона касательной к поверхности жидкости в точке соприкасания твердого тела, жидкости и окружающей их среды (воздуха) будет различным в зависимости от характера взаимодействия молекул этих сред по поверхности контакта. На рис. 5.16 показаны силы притяжения, действующие на крайнюю молекулу воды в точке C контакта жидкости с твердой поверхностью. Равнодействующая притяжения со стороны молекул жидкости изображена вектором P_1, направленным по биссектрисе краевого угла. Силы притяжения со стороны молекул твердой поверхности направлены нормально к последней — вектор P_2. Поверхность жидкости непосредственно у рассматриваемой точки C должна быть нормальной к равнодействующей R этих двух сил.

Соответственно направление касательной к поверхности жидкости в точке C образует угол 90° с равнодействующей R. Угол θ между этой касательной и твердой поверхностью называют *краевым углом* или *углом смачивания.* Примем величину $\cos\theta$ за *меру смачивания,* так как чем больше растекание капли по поверхности, тем больше значение $\cos\theta$ и, следовательно, тем сильнее смачивание. Если жидкость растекается по поверхности твердого тела, образуя угол $\theta < 90°$, то поверхность называется *лиофильной (гидрофильной* в случае воды), а если жидкость образует на поверхности каплю с углом $\theta > 90°$, то поверхность

называют *лиофобной* (*гидрофобной* в случае воды). При $\theta=0$ смачивание называют *полным*. Так как при растекании жидкости в процессе смачивания суммарная свободная поверхностная энергия системы уменьшается, то та жидкость, при растекании которой свободная энергия системы уменьшается на бóльшую величину по сравнению со смачиванием другой жидкостью, будет вытеснять с поверхности тела последнюю, если тело было предварительно ею смочено. Это явление называют *избирательным смачиванием*.

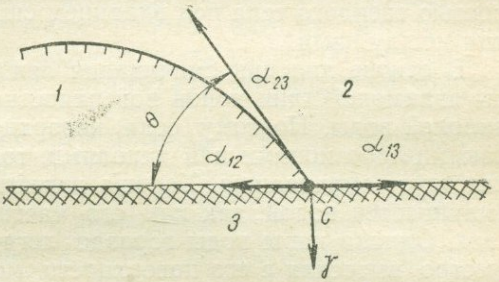


Рис. 5.17. Силы в крайней точке контакта жидкости с твердым телом

1 — жидкость; *2* — воздух; *3* — твердое тело

Рассмотрим каплю жидкости на плоской поверхности твердого тела (рис. 5.17). Пусть поверхность жидкости в крайней точке контакта C имеет касательную, наклоненную к горизонту под углом θ. Рассмотрим силы, действующие на молекулу твердой поверхности в этой точке. Стремление поверхности жидкости к сокращению приводит к тому, что на точку C твердой поверхности действует сила отрыва α_{23}, равная поверхностному натяжению жидкости. Кроме того, на ту же точку действуют еще три силы: сила α_{13}, которую по аналогии называют поверхностным натяжением твердого тела на границе с воздухом, сила α_{12}, принимаемая за поверхностное натяжение твердого тела на границе с жидкостью, и молекулярное притяжение γ, действующее со стороны молекул твердого тела в объеме. Составляя сумму проекций всех сил на ось x, получим:

$$\alpha_{13} - \alpha_{12} - \alpha_{23}\cos\theta = 0, \tag{5.81}$$

откуда

$$\cos\theta = \frac{\alpha_{13} - \alpha_{12}}{\alpha_{23}}. \tag{5.82}$$

Таким образом, найдена связь между мерой смачивания и силами, действующими в краевой точке контакта жидкости и твердой поверхности. Однако величины поверхностной энергии или поверхностного натяжения твердых тел не могут быть непосредственно измерены, а из уравнения (5.81) можно определить лишь разность α_{13}—α_{12}, называемую *натяжением смачивания*:

$$\alpha_{13} - \alpha_{12} = \alpha_{23}\cos\theta, \tag{5.83}$$

для чего достаточно знать поверхностное натяжение жидкости и измерить краевой угол θ.

Следовательно, смачивание представляет собой один из видов так называемых поверхностных явлений, возникающих в результате взаимодействия двух сред на поверхности их контакта. Так как при смачивании происходит растекание капли жидкости, нанесенной на поверхность твердого тела, то смачивание рассматривается как физико-химическое явление самопроизвольного увеличения площади контакта жидкости с поверхностью твердого тела под влиянием сил молекулярного воздействия между ними.

В основе явления смачивания лежат электростатические силы взаимодействия ионов поверхностного слоя частиц грунта и диполей воды. Поэтому если поверхность частиц уже покрыта какими-либо ионами или диполями, то такое «загрязнение» препятствует смачиванию. Хорошо известно, что сухой грунт плохо смачивается водой, так как его частицы покрыты молекулами газа. Однако пары воды гораздо легче смачивают такой грунт, быстро вытесняя с его поверхности молекулы газа, потому что молекулы пара обладают особенно высоким дипольным моментом, в 3 раза большим, чем у молекул воды. Именно поэтому в опытах Г. М. Вариничeнко, проведенных в лаборатории ДИИТа, при пропаривании просадочных грунтов достигались более быстрое их увлажнение и более интенсивная просадка, чем при замачивании. Поглощение молекул пара тем интенсивнее, чем больше его давление, и тем меньше, чем выше температура пара.

Адгезия и когезия. Смачивание является частным случаем более общего явления прилипания соприкасающихся поверхностей разнородных тел, носящего название *адгезии* (от латинского adhereo — прилипнуть). В отличие от адгезии взаимодействие поверхностей двух однородных по составу и состоянию тел называют обычно *когезией*. Мерой интенсивности адгезии или когезии является приходящаяся на единицу поверхности слипания работа ΔA нормальных сил, которую нужно затратить, чтобы разъединить два слипшихся тела.

Величина адгезии зависит от поверхностной энергии тел. При изотермическом отрыве друг от друга тел *1* и *2* вместо одной поверхности их контакта с поверхностной энергией σ_{12} возникают две поверхности контакта тел с внешней средой *3*, имеющие поверхностные энергии σ_{13} и σ_{23}. Следовательно, свободная энергия системы увеличивается, для чего на единицу поверхности контакта необходимо затратить внешнюю энергию ΔA. Эта энергия, очевидно, равна:

$$\Delta A = \sigma_{13} + \sigma_{23} - \sigma_{12}. \qquad (5.84)$$

Величину энергии адгезии, отнесенную к 1 $см^2$ поверхности контакта, называют работой адгезии.

Уравнение (5.84) называют *уравнением Дюпре*. Пользуясь (5.84), неизвестные величины σ_{13} и σ_{12} можно исключить из (5.83) и тогда получим (напомним, что численно и по размерности поверхностная энергия σ_{ij} и поверхностное натяжение α_{ij} равны):

$$\Delta A = \sigma_{23}\cos\theta + \sigma_{23} = \sigma_{23}(1 + \cos\theta). \qquad (5.85)$$

Полученное соотношение называют *уравнением Юнга*. Оно показывает, что для вычисления работы адгезии между жидкостью и твердым телом достаточно знать удельную поверхностную энергию (поверхностное натяжение) жидкости на границе жидкость — газ и угол смачивания θ.

Силы когезии и адгезии рассматриваются как нормальные к поверхности прилипания в отличие от сил, действующих по касательной к этой поверхности и называемых *силами сцепления*.

Адгезия и когезия — это сопротивление отрыву, тогда как сцепление — это сопротивление сдвигу по поверхности контакта двух тел.

5.5. Капиллярные явления в грунте

Капиллярное поднятие. Если в сосуд с водой опустить стеклянную пластинку, то вследствие смачивания поверхность воды вокруг нее несколько приподнимется (рис. 5.18, *а*). Если две такие пластинки, расположенные параллельно одна другой, сближать, то наступит момент, когда искривленные поверхности воды у пластинок сольются, образовав общую вогнутую поверхность (рис. 5.18, *б*). При этом вода между пластинками начнет подниматься, и чем ближе расположены пластинки, тем выше поднимается вода.

Такое же явление будет происходить и в трубке малого диаметра. Это поднятие воды называется *капиллярным* (от латинского capillaris — волосной), а вода, поднявшаяся вверх в капиллярной трубке или щели, — *капиллярной водой*. Криволинейная поверхность, ограничивающая столб капиллярной воды, называется *мениском*.

Угол между стенкой капилляра и касательной к мениску в точке соприкасания его со стенкой капилляра представляет собой не что иное, как угол смачивания θ. Чем лучше смачивает жидкость стенку, тем меньше угол θ, который при полном смачивании равен нулю, и тогда касательная к мениску в этой точке вертикальна. Чем хуже смачивание поверхности, тем угол θ больше и может достичь значений более 90°, т. е. мениск станет выпуклым (рис. 5.18, *в*), например, когда стенки стеклянного капилляра покрыты парафиновой пленкой.

Если трубка опущена в воду (рис. 5.18, *г*), возникает разность

молекулярных давлений под плоской поверхностью в сосуде и под искривленной поверхностью в мениске, которую обозначим $p_к$.

Так как поверхностная пленка жидкости всегда стремится к сокращению, то и поверхность мениска *I* стремится принять наи-

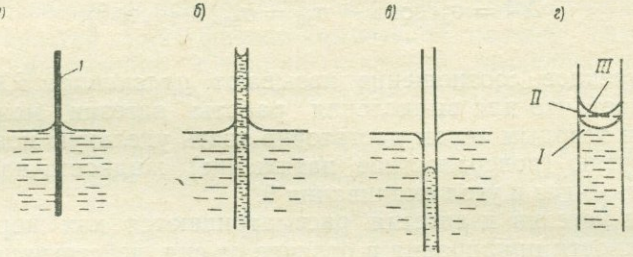


Рис. 5.18. Капиллярные явления

а — мениски у пластины; *б* — смачивающая жидкость в трубке; *в* — несмачивающая жидкость в трубке; *г* — подъем мениска

меньшие размеры, т. е. стать горизонтальной, приподнявшись посередине, как показано пунктиром *II* на рис. 5.18, *г*. Но как только эта поверхность чуть-чуть приподнимется, одновременно вследствие подтока воды снизу подтянется кверху и край мениска *III*. Уровень жидкости в капилляре будет подниматься вверх до тех пор, пока вес поднявшегося столба жидкости не уравновесит разность молекулярных давлений $p_к$. Тогда мениск примет сферическую форму с наименьшим возможным радиусом кривизны. При $\theta = 0$ этот радиус будет равен радиусу капиллярной трубки.

Таким образом, так называемая подъемная сила мениска, которую принимают действующей по контуру мениска вдоль стенок капилляра (рис. 5.19), является результатом сочетания трех факторов: 1) смачивания; 2) стремления поверхности мениска к сокращению; 3) разности $p_к$ молекулярных давлений под плоской и искривленной поверхностями жидкости.

Неправильно отождествлять капиллярное поднятие с явлением поднятия воды в трубке, когда в ней создают вакуум, так как в этом случае максимальная высота капиллярного поднятия воды определяется величиной атмосферного давления. В действительности капиллярное поднятие целиком зависит от молекулярных сил, не имеет ничего общего с вакуумом и механизм протекания этого явления в разреженном воздухе совершенно такой же, как и при нормальном атмосферном давлении.

Капиллярное давление. Величину изменения молекулярного давления при искривлении поверхности жидкости можно определить, если принять, что соответствующее приращение этого давления приложено к поверхности жидкости в виде некоторого

внешнего равномерного сжимающего давления $p_к$, которое называют *капиллярным давлением.*

Пусть сферическая капля жидкости радиусом r (объем $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ и поверхность $S = 4\pi r^2$) испытывает уменьшение объема на dV под давлением $p_к$ (рис. 5.20). Тогда работа dA этого

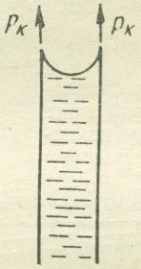


Рис. 5.19. Подъемная сила мениска

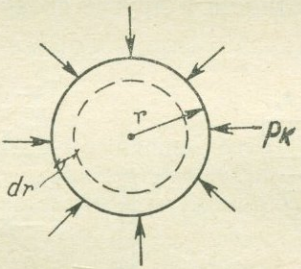


Рис. 5.20. Сжатие капли

давления при обратимом изотермическом уменьшении объема капли будет равна:

$$dA = p_к S dr = p_к dV = p_к d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = p_к 4\pi r^2 dr \; г \cdot см. \quad (5.86)$$

При обратимом изотермическом уменьшении поверхности капли на dS ее поверхностная энергия уменьшается на величину

$$dF = \sigma_{12} dS = \sigma_{23} d(4\pi r^2) = \sigma_{12} 8\pi r dr \; г \cdot см, \quad (5.87)$$

где σ_{12} — удельная поверхностная энергия жидкости в данной среде.

При адиабатическом процессе, который совершается без теплообмена с окружающей средой, температура жидкости изменяется и работа затрачивается не только на изменение свободной поверхностной энергии, но и внутренней энергии системы.

Приравнивая, согласно закону сохранения энергии, (5.86) и (5.87), получим, что жидкость в капле в состоянии равновесия испытывает всестороннее сжимающее давление, равное:

$$p_к = \frac{2\sigma_{12}}{r} = \frac{2\alpha}{r} \; г/см^2, \quad (5.88)$$

где α — поверхностное натяжение воды на границе с воздухом.

При вычислениях по этой формуле радиус r считается положительным, если центр кривизны находится в жидкости, и отрицательным, если центр кривизны находится в воздухе. В последнем случае $p_к$ будет иметь знак минус, так как вызывает растяжение воды (когда это не ведет к недоразумениям, знак опускается).

Если плоская поверхность жидкости становится выпуклой, как при образовании капли, молекулярное давление в жидкости возрастает на величину, определяемую по (5.88). Если же плоская поверхность жидкости делается вогнутой, то молекулярное давление в ней убывает согласно (5.89).

Капиллярное давление весьма незначительно по сравнению с молекулярным и не оказывает сколько-нибудь заметного влияния на плотность и другие свойства капиллярной воды по срав-

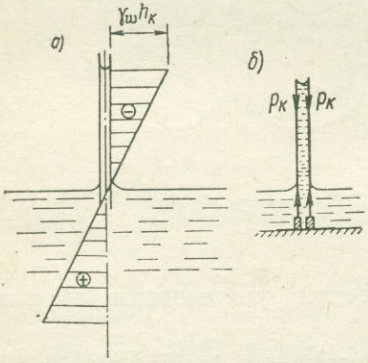


Рис. 5.21. Эпюра давления в капиллярной воде (*а*) и сжатие трубки капиллярным давлением (*б*)



Рис. 5.22. Подвешенная капиллярная вода в трубке с коническим каналом

нению со свойствами обычной гравитационной воды. Распределение давлений в капиллярной воде всегда носит гидростатический характер (касательные напряжения отсутствуют), и грунты, окруженные капиллярной водой, испытывают действие выталкивающей (архимедовой) силы, как и в гравитационной воде. Именно поэтому гравитационную и капиллярную воду объединяют под общим названием *свободной воды*. Единственным отличием воды от гравитационной является то, что она испытывает иное молекулярное давление. У капиллярной воды так же, как и у гравитационной, сопротивление статическому сдвигу и предел текучести равны нулю.

Высота капиллярного поднятия. Разность молекулярных давлений $p_к$ можно условно рассматривать как растягивающее напряжение, приложенное к воде в капиллярной трубке на уровне мениска. Согласно третьему закону Ньютона, к стенкам трубки на том же уровне по контуру приложено сжимающее давление, равное капиллярному давлению $p_к$. Оно равно, очевидно, весу поднятого капиллярными силами столба воды $\gamma_w h_к$. Растяжение в воде убывает книзу и равно нулю у поверхности жидкости в сосуде (рис. 5.21, *а*), тогда как стенки трубки сжаты равномерно по всей высоте капиллярным давлением (рис. 5.21, *б*).

Максимальную высоту капиллярного поднятия $h_к$ в цилиндрической трубке определяют из соотношения

$$-p_к + \gamma_w h_к = 0. \tag{5.89}$$

Подставляя $p_к$ из (5.88), получим:

$$h_к = \frac{2\alpha}{\gamma_w r}, \tag{5.90}$$

где r — радиус мениска в *см*, равный радиусу капилляра при $\theta = 0$;

γ_w — удельный вес воды в *г/см*^{3}.

Подставляя в (5.90) округленное значение $\alpha = 0{,}075$ *г/см* и $\gamma_w = 1$ *г/см*^{3}, найдем, что высоту капиллярного поднятия воды в цилиндрической трубке приближенно можно принимать равной:

$$h_к \approx \frac{0{,}15}{r} \text{ см}. \tag{5.91}$$

Подвешенная капиллярная вода. Вообразим заполненную водой капиллярную горизонтальную коническую трубку. Допустим, что в некоторый момент жидкость ограничена менисками с радиусами, равными радиусам трубки в этих точках (рис. 5.22). Разность капиллярных давлений жидкости по концам трубки будет определяться радиусами концевых менисков. Соответственно получим:

$$\Delta p_к = -2\alpha\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{5.92}$$

где r_1 и r_2 — соответственно радиусы менисков в узком и широком концах столба, равные радиусам трубки в этих точках.

Так как $r_1 < r_2$, то знак разности в скобках будет положительным, а разность давлений — отрицательной. Следовательно, вода должна двигаться к узкому концу трубки, где растягивающая сила больше. При этом кривизна мениска в узком конце трубки будет уменьшаться (радиус мениска будет увеличиваться) вследствие поступающей к этому концу воды. Равновесие наступит тогда, когда радиусы менисков в обоих концах станут равными и разность капиллярных давлений по обоим концам столбика будет равна нулю ($\Delta p_к = 0$).

Если рассмотреть столбик воды, ограниченный мениском в вертикальном капилляре, то сумма проекций на вертикаль всех сил, действующих на этот столбик, будет равна (рис. 5.23, *а*):

$$p_{к1} - \gamma_w h_1 - p_{к2} = 0,$$

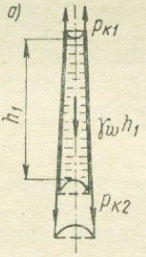
откуда

$$p_{к2} = p_{к1} - \gamma_w h_1.$$

Радиус нижнего мениска, согласно (5.89), будет равен:

$$r_2 = -\frac{2\alpha}{p_{к2}} = -\frac{2\alpha}{p_{к1} - \gamma_w h}. \qquad (5.93)$$

Если вес столба воды будет равен $p_{к1}$, то r_2 станет равным бесконечности и нижний мениск станет плоским. Если же $\gamma_w h_1$ будет больше $p_{к1}$, то знаменатель станет отрицательным, а r_2 положительным; следовательно, центр кривизны будет находиться в жидкости и мениск станет выпуклым (рис. 5.23, *б*). При доли-



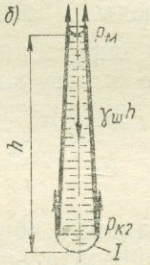


Рис. 5.23. Равновесие столба жидкости в вертикальном капилляре

1 — мениск

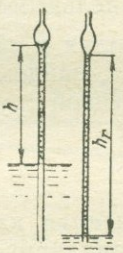


Рис. 5.24. Капиллярная вода в трубке с расширением

вании воды в трубку от ее нижнего конца начнут отрываться и падать вниз капли. В конце концов в трубке останется столб воды, соответствующий максимально возможному радиусу кривизны нижнего выпуклого мениска (радиус нижнего сечения трубки).

Капиллярную воду, столб которой сверху и снизу ограничен менисками, называют *подвешенной*.

Если в капиллярной трубке с сечением, показанным на рис. 5.24, происходит поднятие воды, то, дойдя до расширения, радиус которого r больше, чем $0{,}15/h_r$ (где h_r — высота капиллярного поднятия в трубке радиусом r), вода остановится. Если теперь постепенно опускать вниз сосуд, с которым сообщается трубка, то мениск в ней будет оставаться почти на том же месте и высота капиллярного столба будет расти до тех пор, пока не станет равной $h_к$ согласно (5.91), причем значение r в этой формуле должно представлять собой радиус тонкой части капилляра.

Таким образом, в данном случае следует различать две высоты капиллярного столба воды: меньшую — при поднятии уровня воды вверх по капилляру и большую — при опускании уровня воды в нижнем сосуде (или при опускании грунтовых вод). Это явление называется *капиллярным гистерезисом*. Оно отражает зависимость высоты капиллярного столба в капилляре переменного сечения от предыстории процесса.

Влияние шероховатости смачиваемой поверхности. Шероховатость, свойственная в той или иной мере всем реальным поверхностям, оценивается *коэффициентом шероховатости,* который представляет собой отношение истинной поверхности тела $F_{ист}$ к видимой $F_{вид}$:

$$\gamma_{ш} = F_{ист}/F_{вид}.$$

Увеличение поверхности за счет шероховатости обусловливает увеличение поверхностной энергии системы, поэтому в формулу (5.82) нужно внести соответствующие изменения:

$$\cos\theta_{шер} = \gamma_w \frac{\alpha_{13} - \alpha_{12}}{\alpha_{23}} = \gamma_w \cos\theta, \qquad (5.94)$$

Так как $\gamma_w > 1$, то $\cos\theta_{шер} > \cos\theta$ и, следовательно, $\theta_{шер} < \theta$.

При неоднородности (гетерогенности) смачиваемой поверхности угол θ на разных ее участках будет различным, допустим, θ_1 и θ_2. Пусть поверхность одного вида составляет τ_1 долю от общей поверхности, а другого вида τ_2, т. е. $\tau_1 + \tau_2 = 1$.

В случае малости отдельных участков можно говорить о некотором условном среднем угле смачивания, равном [78]:

$$\cos\theta_{гет} = \tau_1 \cos\theta_1 + \tau_2 \cos\theta_2. \qquad (5.95)$$

Капиллярный потенциал. Рассмотрим в качестве примера применения понятия о потенциале так называемый *капиллярный потенциал,* который вводится по аналогии с гравитационным потенциалом для удобства трактовки явления капиллярного поднятия с энергетической точки зрения. При этом вода в капилляре рассматривается как находящаяся в силовом поле, созданном поверхностным натяжением мениска.

Капиллярный потенциал $\Psi_к$ принимают равным потенциалу поля тяготения в точке, находящейся над поверхностью земли на высоте Z, равной высоте капиллярного поднятия $h_к$ над плоским уровнем воды:

$$\Psi_к = -gZ = -gh_к. \qquad (5.96)$$

Подставляя сюда значение $h_к$ из (5.90), найдем:

$$\Psi_к = -g \frac{2\alpha}{\gamma_w} \cdot \frac{1}{r}.$$

Так как $\gamma_w = \rho_в g$,

$$\Psi_к = -\frac{2\alpha}{\rho_в} \cdot \frac{1}{r}, \qquad (5.97)$$

где $\rho_в$ — плотность (масса единицы объема) воды.

Таким образом,

$$\Psi_к = -\frac{p_к}{\rho_в}, \qquad (5.98)$$

т. е. капиллярный потенциал равен взятому с обратным знаком капиллярному давлению, отнесенному к массе единицы объема

воды. Очевидно, чем больше высота капиллярного поднятия, тем больше абсолютная величина потенциала $\Psi_к$.

Давление насыщенного пара над мениском. Если поверхность воды вогнута, как, например, в пузырьках пара внутри жидкости, то молекулам труднее покидать жидкость и равновесие между паром и водой наступает при меньшем количестве обменивающихся с водой молекул, чем в случае плоской поверхности. Следовательно, давление пара над вогнутой поверхностью будет меньше, чем над плоской, и тем меньше, чем больше кривизна поверхности, т. е. чем больше капиллярное давление. Разность между давлениями насыщенного пара над плоской и над вогнутой поверхностями мениска прямо пропорциональна капиллярному давлению и численно равна весу столба насыщенного пара с основанием 1 $см^2$ и высотой, равной высоте капиллярного поднятия при радиусе капилляра, равном радиусу мениска.

Пусть в вертикальной капиллярной трубке вода поднялась на высоту $h_к$ и окружающее пространство содержит насыщенный пар. Если пренебречь изменением плотности пара с высотой, то, обозначая давление насыщенного пара при данной температуре над мениском через $\xi p_{н.п}$ (где $p_{н.п}$ — давление насыщенного пара над плоской поверхностью, ξ — *менисковый коэффициент,* меньший единицы), получим:

$$p_{н.п} - \xi p_{н.п} = \gamma_п h_к;$$

$$\xi = 1 - \frac{\gamma_п}{p_{н.п}} h_к. \tag{5.99}$$

Подставляя значение $h_к$ из (5.91), найдем:

$$\xi = 1 - \frac{0{,}15}{\gamma_w r} \cdot \frac{\gamma_п}{p_{н.п}}, \tag{5.100}$$

где r — радиус капилляра.

Если учесть уменьшение плотности пара с высотой, то в соответствии с барометрической формулой Томсона

$$\xi = \exp\left[-h_к \frac{\gamma_п}{p_{н.п}}\right] \tag{5.101}$$

или

$$\xi = \exp\left[-\frac{0{,}15}{\gamma_w r} \cdot \frac{\gamma_п}{p_{н.п}}\right],$$

откуда

$$r = \frac{0{,}15}{\gamma_w \ln \dfrac{1}{\xi}} \cdot \frac{\gamma_п}{p_{н.п}}. \tag{5.102}$$

Вычисленная по этой формуле зависимость между менисковым коэффициентом ξ и радиусом капилляра r приведена в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Значения менискового коэффициента

ξ	$r \cdot 10^7$	ξ	$r \cdot 10^7$	ξ	$r \cdot 10^7$	ξ	$r \cdot 10^7$
0,20	0,67	0,60	2,11	0,95	21,9	0,99	1,07
0,30	0,89	0,70	3,01	0,96	26,3	0,999	10,8
0,35	1,02	0,80	4,83	0,97	36,3	0,9999	107,7
0,40	1,17	0,85	6,61	0,98	53,5	—	—
0,50	1,56	0,90	10,25	—	—	—	—

Если в воде образуется пузырек пара шарообразной формы, то поверхностная пленка воды, стремясь сократиться, оказывает на пар давление, равное $0{,}15/r$, т. е. чем меньше радиус пузырька r, тем больше это давление.

Если бы в воде образовались рядом два пузырька пара с бóльшим и меньшим радиусом $r_б$ и $r_м$ ($r_б > r_м$) и с одинаковой упругостью пара $p_{н.п}$ внутри пузырьков, то давление в воде около большего пузырька было бы равным [13] $p_{н.п} - \frac{0{,}15}{r_б}$, а около меньшего $p_{н.п} - \frac{0{,}15}{r_м}$.

Так как

$$p_{н.п} - \frac{0{,}15}{r_б} > p_{н.п} - \frac{0{,}15}{r_м}, \qquad (5.103)$$

то, как это впервые показал Н. М. Герсеванов, вода начинает двигаться от большего пузырька к меньшему и первый станет расширяться за счет конденсации пара в малом пузырьке и уменьшения его объема вплоть до исчезновения (рис. 5.25).

Гигротермическое состояние грунта. Вообразим систему капилляров с различными сечениями (рис. 5.26), при этом давление пара в атмосфере соответствует давлению пара над мениском в капилляре B с радиусом r. Из всех более крупных капилляров, в которых давление насыщенного пара над менисками больше давления пара в атмосфере, очевидно, произойдет испарение воды, они осушатся. Наоборот, во всех более тонких трубках будет происходить конденсация пара из воздуха до тех пор, пока кривизна не станет равной кривизне мениска в капилляре B (*капиллярная конденсация*).

Влажность, соответствующая количеству влаги, поглощенной грунтом из воздуха, называется *гигроскопической влажностью грунта.* В грунте с неодинаковыми порами давление насыщенного пара будет наибольшим в тех порах, в которых мениски имеют наибольший радиус кривизны, т. е. в наиболее крупных порах. Соответственно при некотором давлении пара в окружающей среде испарение будет происходить из тех пор грунта, в которых упругость насыщенного пара будет больше данного

давления, т. е. в которых при этом внешнем давлении пар будет ненасыщенным.

Условие испарения воды из пор, в которых давление насыщенного пара $p_{н.п}$ больше давления пара в окружающей среде p_c, может быть записано так:

$$\xi p_{н.п} \geqslant p_c. \qquad (5.104)$$

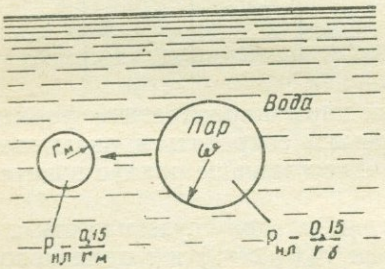


Рис. 5.25. Исчезновение малых пузырьков пара в жидкости по Герсеванову

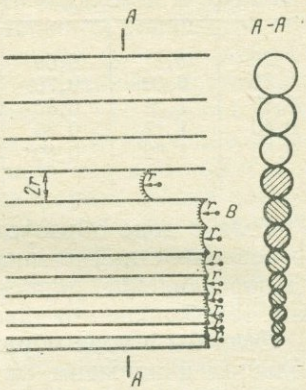


Рис. 5.26. Поры как система капилляров разных диаметров (радиус менисков во всех капиллярах одинаков)

Чем выше температура грунта, тем больше величина $p_{н.п}$. Значит, чем выше температура грунта по сравнению с окружающей средой, тем меньше отношение $p_c/p_{н.п}$ и тем более узкие поры будут осушены. При $\xi p_{н.п} = p_c$ имеет место равновесие капиллярной системы с окружающим влажным воздухом; такое состояние называют *гигротермическим равновесием*. Величиной

$$\delta = \frac{p_c}{p_{н.п}} \qquad (5.105)$$

можно косвенно характеризовать степень осушения грунта в данной среде при испарении из него воды. Эту величину называют *гигротермическим состоянием грунта*.

Высыхание грунта начинается прежде всего с осушения его наиболее крупных пор, причем сначала испаряется гравитационная вода, затем капиллярная в более тонких порах.

Изотермы сорбции. Если в атмосферу влажного воздуха поместить образец сухого грунта, то он будет поглощать влагу до тех пор, пока не установится равновесие между содержанием воды в образце и давлением пара в воздухе, т. е. пока гигрометрическое состояние не станет равным единице. По мере увеличения давления пара в воздухе влажность грунта увеличивается. График зависимости между этими величинами называется *изотермой увлажнения* или *изотермой сорбции пара*. Кривая уменьшения влажности грунта вследствие испарения по мере увеличения сухости воздуха называется *кривой десорбции* (рис. 5.27).

А. В. Лыков предложил следующее эмпирическое уравнение кривых сорбции и десорбции, достаточно точное при относительной влажности воздуха от 0,1 до 0,9:

$$w = \frac{a\xi}{b - \xi}, \qquad (5.106)$$

где w — влажность грунта;
a и b — постоянные, зависящие от температуры воздуха и свойств материала.

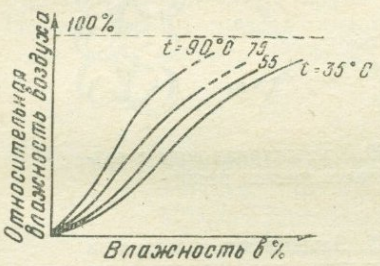


Рис. 5.27. Изотермы десорбции глинистого грунта при различных температурах по Лыкову

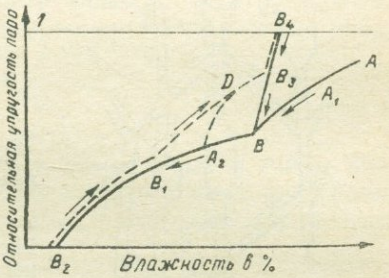


Рис. 5.28. Изотермы сорбции и десорбции геля кремнезема

Если на поверхности частиц грунта отсутствует адсорбированный воздух, кривые сорбции и десорбции совпадают.

Изотермы сорбции и десорбции для капиллярно-пористых грунтов. На рис. 5.28 показаны изотермы сорбции и десорбции для геля кремнезема — тонкопористого материала, вода в котором находится в капиллярном состоянии [46].

Изотерма десорбции изображена кривой AB_2, сорбции — пунктирной линией B_2B_4. При сорбции пар сначала поглощается стенками пор (участок B_2B_1) и сорбция сопровождается значительным выделением тепла. Конденсируясь, пар заполняет наиболее узкие поры, в которых появляются мениски. Процесс капиллярной конденсации протекает при изменении давления пара в пределах кривой B_1D при значительно меньшем выделении тепла. Вследствие неодинаковых размеров пор конденсация и заполнение пор влагой происходят постепенно, захватывая все более широкие поры. При капиллярной конденсации на участке DB_2 тепло не выделяется.

Начиная с точки B_1, изотермы не совпадают, так как при обводнении стенки пор сначала покрыты адсорбированным воздухом, препятствующим полному смачиванию. В процессе обезвоживания поры остаются заполненными водой на участке кривой AB и сушка протекает с соответственным уменьшением объема пор.

Начиная с точки B, в порах внутри геля образуются пустоты, заполняющиеся паром и воздухом. Постепенно они увеличиваются, сливаются и, начиная с точки B_1, влага остается только на стенках пор, а капилляры заполнены воздухом.

Точка B_2 соответствует максимальной гигроскопической влажности грунта. Насыщение водой до этой точки может сопровождаться некоторым сжатием грунта в результате капиллярного давления. Дальнейшее насыщение грунта водой происходит

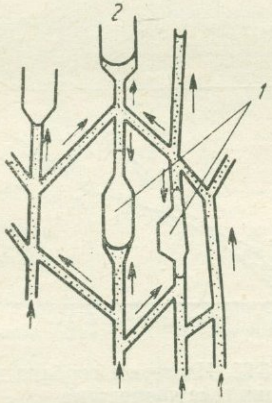


Рис. 5.29. Защемление воздуха в порах грунта при капиллярном поднятии воды

1 — защемленный воздух; *2* — вода, прекратившая поднятие

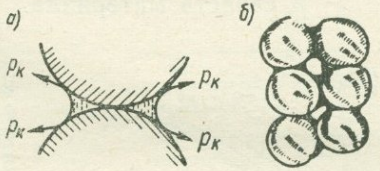


Рис. 5.30. Капиллярная вода в точках контакта частиц песка

вследствие заполнения макрокапилляров при непосредственном контакте грунта с водой и в результате осмотических процессов. При этом грунт может несколько увеличиваться в объеме. Давление пара в порах на этой стадии насыщения равно практически давлению насыщенного пара над плоской поверхностью жидкости ($\delta = 1$).

Капиллярная вода в гранулярных системах. Поры между зернами пылеватых и песчаных грунтов имеют самую различную форму и неодинаковы по размерам. Поэтому капиллярное поднятие воды здесь происходит иначе, чем в цилиндрических капиллярных трубках.

В мелких порах вода поднимается выше и быстрее, чем в более крупных, обгоняя медленно движущиеся в них мениски. Заполняя при этом мелкие поры, расположенные над крупными, вода оставляет в них защемленный воздух, сжатый капиллярным давлением (рис. 5.29). Поэтому только непосредственно вблизи уровня грунтовых вод капиллярная вода обычно полностью насыщает поры грунта. Чем дальше от этого уровня поднимается вода, тем меньше скорость ее движения, тем все более мелкие поры остаются заполненными защемленным воздухом и тем меньше влажность грунта. Таким образом, с увеличением высоты поднятия уменьшается общее сечение пор грунта, заполненных водой, а следовательно, и количество капиллярной воды.

Чем выше поднимаются по тонким порам червеобразные

столбики воды, тем все чаще прерываются они более крупными порами, которые не могут преодолеть. В таких порах вода останавливается в том месте, где радиус капилляра соответствует достигнутой высоте поднятия. Следовательно, величина и характер распределения пор различных размеров в грунте в значительной степени обусловливают высоту максимального капиллярного поднятия воды в грунте, которая не может быть рассчитана по простым формулам, например по формуле (5.91).

Наблюдениями установлено, что высота капиллярного поднятия в песках примерно обратно пропорциональна коэффициенту пористости или, более грубо, действующему диаметру зерен D_{10}. Поэтому некоторые авторы для вычисления этой высоты предлагают использовать формулу

$$h_к = \frac{C_к}{D_{10}}, \tag{5.107}$$

где $C_к$ — эмпирическая величина, измеряемая в $см^2$ и колеблющаяся от 0,1 до 0,5 $см^2$. Эту величину, равную $h_к D_{10}$, назовем *капиллярным показателем* гранулярных систем.

Детальные теоретические и экспериментальные исследования капиллярной воды в дисперсных системах провел С. В. Нерпин [52]. Высоту, где происходит переход к частичному заполнению пор водой ($h_{зап}$), он предложил определять по формуле

$$h_{зап} = \frac{8\alpha}{\gamma_w d}, \tag{5.108}$$

где d — диаметр частиц (для системы из сферических частиц с одинаковыми диаметрами).

Для определения средней высоты поднятия жидкости в пористой среде произвольной структуры используют формулу

$$h_{ср} = \frac{\alpha S \cos\theta}{\gamma_w n}, \tag{5.109}$$

где S — объемная удельная поверхность (размерность 1/длину);
n — пористость.

Капиллярно-подвешенная вода в грунтах. При понижении уровня грунтовых вод уровень капиллярного насыщения также опускается, причем могут происходить разрывы капиллярной воды в крупных порах. Если грунт содержит крупнопористую прослойку, то расположенная в вышележащем мелкопористом грунте капиллярная вода будет ограничиваться снизу менисками, превращаясь в капиллярно-подвешенную воду. Если нижние мениски плоские или выпуклые, в однородном грунте столб капиллярно-подвешенной воды медленно опускается вниз.

Если вообразить грунт однородным по пористости, то горизонтальное сечение, которое проходило бы через мениски капиллярной воды, иногда называют *зеркалом менисков.*

Капиллярная вода в точках контакта частиц. Если вода кольцеобразно окружает точки контакта зерен и кольца не сообщаются друг с другом, то она не может передвигаться между контактами и не передает гидростатического давления (рис. 5.30, *а*). Эту воду называют *капиллярно-стыковой* или *пендулярной.*

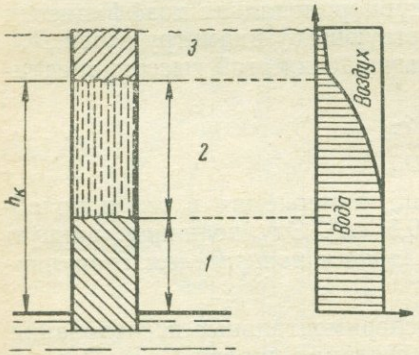


Рис. 5.31. Распределение капиллярной воды в грунте по глубине

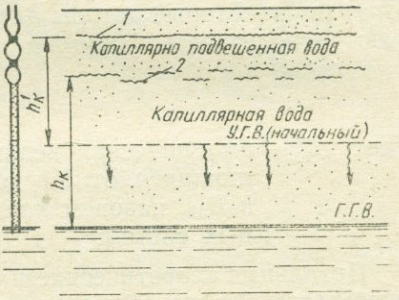


Рис. 5.32. Капиллярная вода (кайма) над горизонтом грунтовых вод

1 — начальный горизонт менисков; *2* — второй горизонт менисков

Если влажность такова, что отдельные кольца стыковой воды начинают сливаться, воду называют *капиллярно-четочной* или *фуникулярной.* Теперь вода может перетекать от стыка к стыку (рис. 5.30, *б*).

Таким образом, в области капиллярного насыщения песка можно выделить снизу вверх следующие зоны (рис. 5.31): зона полного насыщения *1*; зона капиллярно-четочной воды *2*; зона капиллярно-стыковой воды *3*, которая может образоваться вследствие конденсации пара вокруг точек контакта зерен. Если влага в песке является капиллярно-стыковой, то песок можно считать маловлажным. Подвижность воды в песке при капиллярно-четочном состоянии и при полном водонасыщении различна, так как в первом случае пузырьки воздуха закупоривают поры и резко тормозят движение воды.

На рис. 5.32 показано примерное распределение капиллярной воды в порах грунта в зависимости от высоты над уровнем грунтовых вод. Как видно из этой схемы, понятие о плоском зеркале менисков в грунте с гетерогенной пористостью является довольно неопределенным и зеркало менисков как правильная поверхность не существует. Мы этим термином пользоваться не будем и рекомендуем различать следующие границы: *капиллярно-*

го насыщения, четочной воды (или *капиллярно-четочной*) и *стыковой воды* (или *капиллярно-стыковой*).

Пока существует только один способ разграничения соответствующих зон — по относительной влажности грунта. Зоне полного насыщения соответствует средняя относительная влажность грунта около 0,80. Зоне капиллярно-четочной воды — ориентировочно 0,25—0,30; однако в зависимости от гранулометрического состава грунта и его градации эти величины могут изменяться.

Капиллярная адгезия и капиллярное сцепление. Капиллярное давление прижимает зерна грунта друг к другу, создавая сопротивление как растягивающим — *капиллярная адгезия*, так и сдвигающим силам — *капиллярное сцепление*. Это сцепление, в сущности, представляет собой сопротивление относительному сдвигу зерен вследствие трения между ними, создаваемого не внешней нагрузкой, а капиллярным давлением. Благодаря капиллярному сцеплению маловлажный плотный песок может сохранять вертикальные откосы высотой до нескольких десятков сантиметров. Капиллярное сцепление особенно значительно в зоне капиллярно-стыковой воды, причем оно достигает максимума при очень малых влажностях (около 0,5—1%).

При рыхлой отсыпке маловлажного песка капиллярное сцепление мешает относительному перемещению его зерен в устойчивое положение. По некоторым данным, пористость такой рыхлой отсыпки на 20—30% может превышать пористость сухого песка даже в предельно рыхлом состоянии. Достаточно насытить водой этот песок, чтобы мениски в точках контакта исчезли, и он сразу же несколько уплотнится. Поэтому в естественных условиях такой сверхрыхлый песок может встречаться на глубине не более 0,5 *м* от поверхности.

5.6. Связанная вода в грунтах

Основные понятия. Наличие в глинистых грунтах воды, отличающейся по своим свойствам от обычной, установлено уже давно. Вследствие действия на молекулы воды поверхностных электрических зарядов кристаллической решетки глинистых минералов и ионов двойного электрического слоя существенно ограничивается подвижность этих молекул, они как бы связываются и в результате изменяются физические свойства некоторой части поровой воды.

Простейшая модель связанной воды представляла ее в виде сплошной пленки, покрывающей глинистую частицу, причем ближайший к ее поверхности слой молекул воды рассматривался как особенно прочно связанный и назывался *прочносвязанной* водой, а последующие слои воды, связанные с частицей менее прочно, называли слабосвязанной или *рыхлосвязанной* водой. Некоторые исследователи объединяли эти виды связанной воды общим названием *пленочная* вода, другие называли пленочной

только слабосвязанную воду. Мы будем придерживаться этого последнего определения.

Последующими исследованиями установлено, что по величине энергии связи с частицами грунта следует различать не два, а несколько видов связанной воды и механизмов ее связывания. Это обстоятельство существенно усложняет исследование проблемы связанной воды в коллоидальных системах и, в частности, в грунтах. Несмотря на все увеличивающееся количество работ, посвященных исследованиям механизма связывания воды и изменениям ее свойств при этом, и на применение все более тонких физических методов (инфракрасная спектроскопия, ядерный магнитный резонанс и др.), многое все еще остается неясным.

Чтобы ограничить рассмотрение этого вопроса определенными рамками, установим те задачи, в которых механика грунтов сталкивается с необходимостью учета связанной воды. Это прежде всего задачи консолидации грунтов, когда требуется определять давления, при которых начинается отжатие из пор связанной воды. Кроме того, в этих задачах, а также в задачах, связанных с прочностью грунтов, возникает вопрос о распределении давления от внешней нагрузки между скелетом и поровой водой [I; 4,7] и, следовательно, об особенностях связанной поровой воды.

К этим задачам примыкает вопрос о фильтрации поровой воды. В отличие от явления консолидации давление при фильтрации передается непосредственно на поровую воду от смежной свободной воды, находящейся вне пор.

Наконец, для прогноза поведения грунтов важно знать, как и какие факторы могут изменять интенсивность связывания воды, могут переводить свободную воду в связанную и наоборот и как при этом будут изменяться механические свойства грунтов. Ряд задач механики грунтов требует учета специфического поведения связанной воды при ударных и вибрационных воздействиях на грунты. Однако этим вопросам до сих пор не уделялось надлежащего внимания и исследования связанной воды пока ведутся в основном только в физическом и физико-химическом плане.

Свойства прочносвязанной воды. Прочносвязанная вода обладает высокой точкой кипения до 200° С — *эбулиоскопической* точкой (от латинского ebulio — вскипаю) и низкой до —78° С и ниже, точкой замерзания — *криоскопической* точкой (от греческого kryos — холод).

Электропроводность глины, содержащей связанную воду, рассчитанная в предположении, что глина представляет собой чисто механическую смесь скелета и порового раствора электролитов, очень сильно отличается от действительной. Теплоемкость связанной воды выше теплоемкости обычной воды, а ее диэлектрическая постоянная равна 2—3 вместо 80 у обычной воды.

В прочносвязанной воде не проявляются законы гидростатики, и в этом отношении она сходна с твердыми телами. Эту воду можно отжать из глины только при действии давлений, достигающих сотен *кгс/см*^{2}, причем некоторую часть этой воды, по-видимому, вообще невозможно отжать при действии только одного давления без нагревания грунта. Связанная вода лишена способности растворять, например, соли, сахар.

Как показали опыты, концентрация растворенных солей понижается в каждой последующей порции воды, отжатой из глины под действием все большего давления, причем при больших давлениях (до сотен *кгс/см*^{2}) концентрация соли снижается на 20—30% по сравнению с действием малых нагрузок.

Ряд авторов отмечает повышенную агрессивность поровой воды сразу после отжатия ее из грунта при действии больших давлений и ее повышенную растворяющую способность при переходе в свободное состояние. А. М. Блох [8] предположительно объясняет это тем, что связанная вода, переходя в свободное состояние, приобретает сначала структуру, отличную от структуры обычной свободной воды. По-видимому, связанная вода обладает повышенным содержанием таких структурных агрегатов, которые характерны для некоторых видов подземных вод, обладающих аномально высокой растворяющей способностью. Специфическая структура отжимаемой связанной воды сохраняется еще некоторое время после перехода ее в свободное состояние (явление так называемого *структурного гистерезиса*), и, следовательно, полученная свободная вода в течение известного времени будет обладать способностью растворять такие соединения, которые при обычной температуре в нормальной свободной воде нерастворимы.

Ряд исследователей считает, что связанная вода обладает свойствами вязкой жидкости в направлениях, параллельных поверхности частицы глины, и вместе с тем имеет свойства твердого тела в третьем направлении, нормальном к этой поверхности (как бы двухмерная жидкость). При этом «горизонтальная» вязкость прочносвязанной воды примерно в 100 раз превышает вязкость обычной воды. Следовательно, в термодинамическом отношении прочносвязанная вода отличается от льда, в котором подвижность молекул воды одинаково ограничена по всем направлениям.

Модели связывания воды. Все имеющиеся модели этого явления исходят из положения об электрической природе взаимодействия диполей воды с полями как самих минеральных частиц, так и адсорбированных этими частицами ионов.

На первых этапах исследований связанной воды было выдвинуто предположение, что это в основном гидратационная вода обменных катионов, удерживаемых притяжением частиц глины. Однако, анализируя многочисленные экспериментальные данные, А. А. Родэ [65] пришел к выводу, что ионно-гидратационная

гипотеза связывания неверна и что первенствующую роль играет поверхность самих частиц грунта.

Исследования с помощью радиочастотной спектроскопии и метода ядерного магнитного резонанса действительно показали, что молекулы воды, находящиеся непосредственно вблизи поверхности глинистых частиц, взаимодействуют с внешними ионами кристаллической решетки минеральных частиц.

Влияние обменных катионов по Родэ сводится лишь к тому, что некоторые из них (многовалентные катионы) вызывают агрегирование частиц, вследствие чего уменьшается общая поверхность, доступная для взаимодействия с водой, и уменьшается количество связанной воды. Одновалентные катионы, наоборот, вызывают распад агрегатов на отдельные частицы, при этом суммарная поверхность увеличивается и возрастает количество воды, связываемой этой поверхностью.

Особые свойства прочносвязанной воды давно уже заставили некоторых исследователей называть ее «нежидкой» водой, предполагая, что она имеет упорядоченную структуру. В литературе можно встретить ряд работ, авторы которых стремились показать, что строение прочносвязанной воды определяется расположением поверхностных ионов решетки частиц. Возникающую при этом структуру связанной воды стали называть квазикристаллической (т. е. почти кристаллической), хотя и подчеркивалось, что она не идентична кристаллической решетке льда. Гендрикс и Джефферсон [93] первыми высказали мысль о наличии водородной связи молекул воды с ионами кислорода или гидроксила на базальной поверхности глинистых кристаллических частиц, причем они считали, что связанная вода покрывает частицу сплошной сеткой.

Необходимо особо отметить поразительную эластичность водородных связей, допускающих реализацию разнообразных структур. Об этом свидетельствует, например, то, что существует целых семь модификаций структур льда.

Д. Ресендиз [102], исходя из низкой диэлектрической постоянной прочносвязанной воды, предположил, что в поле притяжения, создаваемом поверхностью глинистых частиц, вода имеет тетраэдрическую кристаллическую решетку, причем влияние противоионов на структуру прочносвязанной воды зависит от размера этих ионов. Если диаметр ионов меньше размера тетраэдрической ячейки квазикристаллической решетки структуры воды, ионы могут заполнять эти ячейки, вследствие чего возрастает вероятность возникновения в структуре воды точечных дефектов Френкеля [I; стр. 270], и, таким образом, малые ионы увеличивают подвижность прочносвязанной воды.

Некоторые авторы вообще избегают термина «связывание» воды и предпочитают говорить об этом явлении как о разновидности феномена гидратации, а именно, гидратации коллоидных частиц. Это явление гидратации они рассматривают как проте-

кающее в две стадии: сначала под влиянием поверхностных сил частиц грунта происходит разрыв водородных связей между молекулами воды, которые затем вступают в водородную связь с кислородными и гидроксильными группами на поверхности частиц.

Гидратация должна быть тем полнее и прочнее, чем больше степень соответствия расположения этих групп решетчатому упорядочению структуры воды, как это предполагали Гендрикс и Джефферсон. Но возможна также ориентация молекул воды в электрическом поле, создаваемом ионизированными группами (ионная гидратация).

Другие исследователи полагают, что молекулы связанной воды не могут расположиться в виде правильной решетки, так как этому мешают противоионы, но согласны с тем, что в результате действия поверхностных сил притяжения частиц глины амплитуда тепловых колебаний молекул воды уменьшается, а ее плотность, вязкость и сопротивление деформациям увеличиваются.

Однако имеются данные ряда исследователей о том, что средняя плотность слоя прочносвязанной воды не только не превышает, а даже ниже плотности обычной свободной воды. Действительно, поверхности пакетов, представляющие собой основания кремнекислородных тетраэдров в решетке частиц, имеют сотообразный характер. Соты гексагональной формы образованы шестью атомами кислорода (см. рис. 4.19). Диаметр ячеек равен примерно 3,3 А, а высота 2,4 А. Соответственно в каждую ячейку может войти только одна молекула воды, образующая с гидроксильной группой на дне ячейки водородную связь. Эти молекулы воды могут выскакивать из ячеек только вследствие тепловых колебаний, и тогда они вовлекаются в движение смежных с частицей слоев жидкости.

В тетраэдрическом слое глинистых минералов расстояние между ячейками около 5,5 А, тогда как в кристаллической решетке льда молекулы воды расположены одна от другой только на расстоянии 2,78 А. Следовательно, между молекулами воды, попавшими в ячейки, отсутствует непосредственная связь, и средняя плотность этой воды, состоящей из удаленных одна от другой молекул, еще ниже, чем у льда.

Участки на поверхности частиц, к которым могут притягиваться диполи воды, называют *активными центрами*. Находясь под воздействием полей, создаваемых активными центрами, молекулы воды частично теряют свою кинетическую энергию, что затрудняет как отрыв молекул воды от частицы, так и перемещение их вдоль поверхности частиц, поскольку активные центры отделены друг от друга энергетическими барьерами. Таким образом, каждый такой центр в энергетическом отношении представляет собой потенциальную яму.

При малой влажности вокруг центров адсорбции, которыми являются указанные ячейки, могут возникать диффузные

рои молекул воды, окруженные свободным от воды пространством [8].

Но прочное связывание молекул воды обусловливается не только их попаданием в ячейки тетраэдрических слоев. Такое связывание может быть и вследствие полей неуравновешенных внутренних зарядов решетки, возникающих при изоморфных замещениях. С другой стороны, существует также точка зрения, согласно которой эти неуравновешенные заряды притягивают к частице катионы, а последние в свою очередь удерживают молекулы воды за счет сил ближней гидратации.

Плотность воды, связываемой по этому механизму, может оказаться выше плотности свободной воды, хотя средняя плотность может уменьшаться вследствие неравномерного распределения зарядов на поверхности частиц, дефектов и торцовых разрывов решетки, дислокаций и т. п. В результате энергетически неэквивалентные активные центры частиц удерживают прочносвязанную воду с неодинаковой силой.

На основании опубликованных за последние годы данных можно предположить, что молекулы прочносвязанной воды располагаются на поверхности глинистых частиц не сплошным слоем, а островками — «айсбергами», что обусловливается характером распределения зарядов по поверхности частиц и строением этой поверхности. Однако надо полагать, что в силу неравномерного распределения прочносвязанной воды по поверхности частиц существуют не только участки уплотненной связанной воды (плотность >1), но и участки, покрытые слабосвязанной водой, и, наконец, участки, на которых квазикристаллическая структура связанной воды имеет плотность менее 1.

Основное расположение упорядоченных групп молекул воды отличается от расположения молекул в каркасе льда, в частности могут появляться кристаллогидраты или гидрактоиды, имеющие пентагональную, а не гексагональную, как у льда, структуру. Таким образом, дело не в специфическом взаимодействии частиц скелета с водой, а в создании особой устойчивой структуры самой воды вблизи поверхности частиц.

Только предположение о неоднородности воды непосредственно у поверхности частиц на различных ее участках позволяет объяснить ряд противоречивых экспериментальных фактов.

Андерсон и Лоу [8] установили, что на расстоянии 10А от поверхности частиц средняя плотность воды в литиевом, натриевом и кальциевом бентоните составляла соответственно 0,975, 0,972 и 0,981 $г/см^3$. По данным других исследователей, средняя плотность связанной воды менее, чем у льда, и составляет около 0,7 $г/см^3$. Эти данные подтверждают предположение о рассредоточенном расположении на поверхности частиц островков связанной воды («айсбергов»).

М. В. Слонимская (1966) установила, что связанная вода каолинита менее подвижна, чем у монтмориллонита. Она полагает,

что у каолинита молекулы воды при определенной влажности образуют упорядоченную анизотропную структуру, на которую мало влияют обменные катионы, тогда как у монтмориллонита вследствие большого влияния обменных катионов молекулы воды располагаются беспорядочно, сохраняя большую подвижность.

Как следует из рассмотрения взаимодействия активных центров с водой, по-видимому, нельзя говорить о какой-то однообразной структуре прочносвязанной воды. Это могут быть и отдельные молекулы, и ближнегидратационная вода адсорбированных, наиболее прочно удерживаемых частицей ближайших к ней ионов, и квазикристаллическая (структурная) вода, покрывающая отдельные участки поверхности частицы (Л. И. Кульчицкий).

Можно также предполагать, что на отдельных участках слой прочносвязанной воды имеет толщину в одну молекулу (мономолекулярен), тогда как на других участках он полимолекулярен, и что каждый последующий ряд молекул в таком слое удерживается предыдущим рядом с помощью водородных связей. Однако силы, удерживающие молекулы воды, довольно быстро уменьшаются с увеличением расстояния от частицы глины. По-видимому, первые два или три ряда молекул более прочно связаны с поверхностью частицы, но и в слое толщиной около 15Å свойства воды еще отличаются от свойств свободной воды.

О количестве прочносвязанной воды. По вопросу об относительном количестве прочносвязанной воды также существуют значительные разногласия. Т. Лэмб (1952) считает прочносвязанной ту воду, которую грунт поглощает при относительной влажности воздуха около 50%. По его данным, ее количество соответствует влажности грунта всего около 0,6—1,1% у каолинита и 8—18% у монтмориллонита.

Наибольшее содержание прочносвязанной воды по А. А. Родэ несколько ниже *максимальной гигроскопической влажности* (МГВ) грунта, т. е. той влажности, при которой влага грунта находится в динамическом равновесии с влагой атмосферы, насыщенной водяным паром (так называемая *равновесная влажность*). Некоторая разница между содержанием прочносвязанной воды и МГВ объясняется тем, что в последнюю кроме связанной входит также капиллярная влага, заполняющая поры в результате конденсации. Р. И. Злочевская считает прочносвязанной ту воду, которая может быть удалена из грунта только нагреванием до температуры, значительно превышающей 100° С.

В опытах М. А. Сунцова (1963) содержание прочносвязанной воды (в процентах к общему количеству) оказалось зависящим от крупности частиц и степени их уплотнения (табл. 5.5).

Из этой таблицы отчетливо видно, что при диаметрах частиц $\geqslant$0,005 *мм* относительное содержание связанной воды не очень значительно (не более 35%), но оно резко возрастает (до 67—100%) при диаметре частиц 0,001 *мм*, хотя и в последнем

Таблица 5.5

Результаты опытов М. А. Сунцова

Степень уплотнения	Диаметр частиц в *мм*						
	1	0,5	0,1	0,05	0,01	0,005	0,001
Минимальная	0,07	0,13	0,67	1,32	6,7	13,3	66,7
Максимальная	0,17	0,34	1,73	3,45	16,3	34,5	100

случае при рыхлом сложении осадка и больших сечениях пор часть поровой воды остается несвязанной. Однако в плотном грунте поры малого сечения целиком заполнены связанной водой.

Проблема определения содержания прочносвязанной воды у различных глинистых минералов до сих пор не получила надежного решения, несмотря на усилия многочисленных исследователей, которые пытались использовать для этой цели различие физических свойств прочносвязанной и обычной воды. Как правило, на соответствующие эффекты оказывают влияние всевозможные вторичные явления, поэтому предложенные ранее различные методики определения дают расходящиеся между собой результаты.

Если не требуется особая точность в определении абсолютного содержания связанной воды, то, пользуясь одной и той же методикой, можно установить влияние минералогического состава грунта, состава поглощенного комплекса и некоторых других факторов (например, температуры грунта) на относительное изменение содержания связанной воды. В этом случае наиболее простым является, по-видимому, определение количества связанной воды по *теплоте смачивания*. При этом исходят из того, что энергия поверхностного натяжения численно равна свободной энергии, приходящейся на единицу площади поверхности. Напомним, что свободной называется та часть внутренней энергии системы, которая может быть преобразована в работу при изотермическом процессе. Связь между внутренней и свободной энергией определяется уравнением Гиббса—Гельмгольца [1; стр. 82]:

$$U = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_V, \qquad (5.110)$$

где U — внутренняя энергия;
F — свободная энергия;
T — абсолютная температура;
V — объем системы.

Когда твердая частица погружается в воду, изменение свободной энергии системы на единицу площади смачивания опреде-

ляется разностью $\Delta F = (\sigma_{13} - \sigma_{12}) S$, где σ_{13} — энергия поверхностного натяжения на границе частица — воздух; σ_{12} — энергия поверхностного натяжения на границе частица—вода; S — общая поверхность смачивания (так называемая гидрофильная поверхность). Суммарное изменение внутренней энергии системы определяется количеством выделенной теплоты смачивания Q. Таким образом, из (5.110) получаем:

$$Q = S\left[(\sigma_{13} - \sigma_{12}) - T\frac{d(\sigma_{13} - \sigma_{12})}{dT}\right]. \qquad (5.111)$$

Согласно (5.83), можно принять при $\cos\theta \approx 1$, что $\sigma_{13} - \sigma_{12} \approx \approx \sigma_{23}$, где σ_{23} — поверхностное натяжение на границе вода — воздух. Тогда

$$Q = S\left[\sigma_{23} - T\frac{\partial\sigma_{23}}{dT}\right] кал/г, \qquad (5.112)$$

отсюда

$$S = \frac{Q}{\sigma_{23} - T\dfrac{d\sigma_{23}}{dT}}. \qquad (5.113)$$

Знаменатель представляет собой полную поверхностную энергию системы вода—воздух (точнее, вода—пар), равную 116 *эрг/см*^{2} при температуре 20° С ($T = 293°$). Так как 1 *кал* $=$ $= 4{,}1868$ *дж*, или $4{,}1868 \cdot 10^7$ *эрг*, то окончательно получим:

$$S = \frac{4{,}19 \cdot 10^7 Q}{116} = 3{,}52 \cdot 10^5 Q\ см^2/г,$$

где Q — теплота смачивания в *кал*.

Количество связанной воды в процентах к весу фракции грунта менее 0,001 *мм* теперь можно рассчитать по формуле

$$g_{св} = 100 S h \gamma_w, \qquad (5.114)$$

где h — средняя толщина адсорбированного слоя воды. Если приближенно принять, что вода покрывает всю поверхность частицы слоем толщиной в среднем в одну молекулу, то

$$h = 2{,}76\text{A} = 2{,}76 \cdot 10^{-8}\ см;$$

γ_w — удельный вес связанной воды (в среднем приближенно принимаем равным 1 *г/см*^{3}).

Подставляя числовые величины, получим:

$$g_{св} = 100 \cdot 3{,}52 \cdot 10^5 Q \cdot 2{,}76 \cdot 10^{-8} = 0{,}998 Q \approx Q$$

или приближенно

$$g_{св} = Q\%, \qquad (5.115)$$

где Q численно выражают в *кал/г* фракции $< 0{,}001$ *мм*.

Если в 1 *г* грунта содержится C граммов фракции $<0{,}001$ *мм*, то количество прочносвязанной воды, отнесенное к 1 *г* грунта в целом, равно (в % влажности):

$$w_{св} = g_{св} C = QC\%. \qquad (5.116)$$

Для монтмориллонита $g_{св}$ составляет примерно 20%, следовательно, если в 1 *г* грунта содержится $C=0{,}5$ *г* фракции $<0{,}001$, то

$$w_{св} = 20 \cdot 0{,}5 = 10\%.$$

Многие исследователи считают, что хотя в теплоту смачивания входит и теплота гидратации обменных катионов, однако эта часть теплоты незначительна по сравнению с теплотой смачивания самих коллоидных частиц грунта. Р. И. Злочевская на основании своих исследований, проведенных в МГУ под руководством Е. М. Сергеева [33], сделала вывод, что теплота смачивания грунта является суммой как теплоты, выделяемой при адсорбировании воды собственно поверхностью частиц грунта, так и, главным образом, теплоты гидратации обменных катионов (ближней и дальней). Причем часть теплоты, выделяемой при смачивании, одновременно поглощается на работу раздвижки пакетов в минералах с подвижной кристаллической решеткой и на разрыв водородных связей молекул воды (ряд исследователей считает, что в силовом поле глинистых частиц степень диссоциации молекул воды гораздо выше, чем у свободной воды, поэтому существенную роль играет взаимодействие между поверхностью частиц и примыкающими к ней ионами OH^- и H_3O^+).

Хотя размеры гидрофильной поверхности S, определенные указанным выше способом по теплоте смачивания, не представляют собой действительной поверхности частиц, а являются условной величиной, мы рекомендуем ею пользоваться для относительной характеристики *гидрофильности* грунта и сравнения различных грунтов по этому показателю. Заметим, что, по данным Р. И. Злочевской, гидрофильные поверхности, определенные по теплоте смачивания (методика Ф. Д. Овчаренко) и другими методами, например по адсорбции метиленовой сини (методика Л. И. Кульчицкого), оказались почти одинаковыми.

Для возможности оценки порядка величин, определяемых по теплоте смачивания, приводим некоторые данные о гидрофильной поверхности и о количестве связанной воды (табл. 5.6).

Слабосвязанная вода. Большинство авторов считает, что эта вода представляет собой гидратационную воду катионов диффузного слоя, окружающего частицу. Эту воду Бэвер и Уинтеркорн [83] назвали *осмотически связанной*. Эту точку зрения разделяет и Л. И. Кульчицкий.

Вообще явление поглощения воды грунтом в процессе связывания иногда рассматривают как разновидность осмоса, но вызванного совместным действием зарядов глинистых частиц и об-

Таблица 5.6

Гидрофильная поверхность некоторых глин

Грунт	Теплота смачивания Q в *кал/г*	Гидрофильная поверхность S в $м^2/г$	Количество связанной воды		Исследователь
			$g_{св}$, г/100 *г*	$w_{св}$, %	
Каолинит глуховецкий .	2,1	76	2,0	—	Круглицкий
Галлуазит михаловецкий	4,2	150	3,9	—	»
Гидрослюда черкасская .	13,3	479	12,7	—	»
Монтмориллонит черкасский	17,8	640	17,3	—	»
Монтмориллонит курцовский	21,2	765	20,2	—	»
Палыгорскит черкасский	25,4	915	24,3	—	Панасевич
Каолин дубровский . .	1,6	57	1,5	—	Круглицкий
Бентонит горбский . .	11,7	422	11,6	—	»
Каолин естественный	1,4	56	3,9	1,8	Злочевская
Na-каолин	1,0	36	2,7	1,3	»
Ca-каолин	1,7	61	4,6	2,2	»
Na-глина гидрослюдистая	0,86	31	4,3	1,1	»
Глина монтмориллонитовая (аскангель) . . .	18,0	650	24,1	23,4	»
Na-аскангель	16,5	600	22,2	21,5	»
Ca-аскангель	27,8	1000	37,2	35,9	»

менных катионов, концентрация которых влияет на ζ-потенциал частиц. С этой точки зрения давление, оказываемое на стенки погруженного в воду пористого сосуда с находящейся в нем глиной, которая впитывает в себя воду и стремится увеличиться при этом в объеме, можно рассматривать как аналогичное осмотическому давлению. Но следует иметь в виду, что при этом происходит и чисто осмотическое поглощение воды, определяемое соотношением концентраций растворов, порового и внешнего.

Теория связывания воды за счет гидратации обменных катионов вызвала у многих авторов возражения, так как возможное количество воды, связываемой при гидратации, значительно меньше, чем общее количество воды, которое может быть впитано глинистым грунтом при его набухании в воде. Действительно, степень гидратации и соответственно силы осмотического всасывания воды у этих катионов меньше, чем у тех же катионов в свободном растворе, так как их электрические поля частично взаимодействуют с коллоидной частицей. Однако это свидетель-

ствует только о том, что не вся вода набухания является связанной.

И. Розенквист (1965) считает, что толщина слоя слабосвязанной воды не превышает нескольких десятков ангстрем. Б. В. Дерягин (1956) полагал, что этот слой может иметь толщину в несколько десятков молекул и достигать 100 Å и более и что переход от свойств связанной к свойствам свободной жидкости происходит не постепенно, а скачком. Близкие данные получены и А. А. Ананяном.

Слабосвязанную воду обычно рассматривают как физически сорбированную (П. А. Ребиндер). Количество теплоты, выделенной при физической адсорбции, значительно меньше, чем при химической адсорбции, и обусловливается уменьшением энтропии свободной воды при некотором упорядочении ее структуры за счет ориентирующего действия электрического поля глинистых частиц. Однако попытки установить содержание слабосвязанной воды путем сопоставления выделяемого тепла с количеством поглощенной воды по мере постепенного увлажнения глины не дали надежных результатов. Ее количество, по мнению некоторых авторов, может достигать двух-четырехкратной величины максимальной гигроскопичности, тогда как другие считают, что это количество меньше.

Хотя слабосвязанная вода обладает пониженной растворяющей способностью, однако в ней содержится довольно много ионов растворенных веществ, взаимодействующих также с электрическим полем глинистых частиц, что не может не влиять на ее поведение. Например, если через грунт пропускать постоянный ток, катионы внешней части диффузного слоя движутся к катоду, увлекая за собой и слабосвязанную воду (в это движение благодаря внутреннему трению в воде вовлекается и капиллярная вода). Наоборот, при обычной фильтрации воды сквозь поры слои связанной воды, неподвижные при данном фильтрационном давлении, уменьшают свободное сечение пор и затрудняют фильтрацию.

Когда в опытах Б. В. Дерягина и Н. Н. Захаваевой (1956) происходило подавление диффузного слоя ионов и уменьшение его толщины при повышении концентрации хлористого натрия в фильтрующем сквозь глину растворе, а значит уменьшалась и толщина слоя слабосвязанной воды, сопротивление грунта фильтрации падало.

В наших опытах с искусственным уменьшением поверхностного заряда частиц вплоть до достижения почти нулевого ζ-потенциала было также установлено уменьшение сопротивления фильтрации, что можно объяснить только переходом слабосвязанной воды в обычную не связанную глиной воду (вследствие погашения внешнего электрического поля частиц неподвижным слоем противоионов и исчезновения диффузного слоя).

Опытами установлено также изменение ζ-потенциала при из-

менении влажности грунта: при повышении влажности ζ-потенциал увеличивался и возрастала толщина оболочки связанной воды. Кроме того, сильно влияет характер ионов диффузного слоя глинистых частиц на интенсивность впитывания воды грунтом.

Количество слабосвязанной воды значительно больше, чем прочносвязанной, причем различные слои оболочек пленочной воды связаны с частицей глины силами разной интенсивности.

Обобщая эти данные, Р. И. Злочевская полагает, что, кроме прочносвязанной воды, в глинах следует выделить две формы связанной воды:

1) слабосвязанная вода — связанная со структурными группами OH^- поверхности минералов, а также вода многослойной адсорбции, формирующаяся вблизи активных центров поверхности частиц глины. Эта вода характеризуется слабой связью с поверхностью частиц, значительной подвижностью, но по структуре и свойствам мало отличается от свободной воды. Удаляется при нагревании до 100—120° С. Вместе с прочносвязанной водой определяет максимальную гигроскопическую влажность грунта (при относительной влажности воздуха 0,9—0,95);

2) рыхлосвязанная вода — удерживаемая осмотическими и капиллярными силами, очень слабо связана с поверхностью частиц, почти не отличается от свободной воды. Вместе с плотно- и слабосвязанной водой обусловливает набухание глин.

Приближенные данные автора о содержании связанной воды в некоторых грунтах (в % к весу скелета грунта) приведены в табл. 5.7.

В графе 6 табл. 5.7 приведено суммарное содержание прочносвязанной и пленочной воды. Если приближенно считать количество незамерзшей воды равным количеству прочносвязанной воды, то разность даст содержание пленочной воды. Учитывая, что на температуру замерзания порового раствора значительное влияние оказывает меняющаяся в ходе замораживания концентрация растворенных солей в еще незамерзшей воде, прямая связь между содержанием связанной и незамерзшей воды отсутствует и данные этой таблицы имеют ориентировочное значение.

Опыты с замораживанием одних и тех же грунтов, но с различными значениями начальной влажности показали, что с понижением температуры замораживания в лед переходит все большее количество поровой воды, причем количество незамерзающей воды при данной ее температуре практически не зависит от начальной влажности.

Представления о различии интенсивности энергетической связи глинистых частиц с различными порциями связанной воды подтверждаются и опытными данными Като (1959) о характере замерзания воды в глинах при постепенном понижении температуры [8]. Оказалось, что имеется ряд остановок в выделении теплоты замерзания. Так, при охлаждении монтмориллонита

Таблица 5.7

Содержание связанной воды в опытах автора

Грунт	Содержание фракций			Число пластичности	Содержание связанной воды в вес. %	Количество незамерзающей воды в вес. %	Температура замораживания в °С	Количество пленочной воды в вес. %	Отношение (7)/(6) в %
	1—0,1 мм	0,1—0,005 мм	<0,005 мм						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кварцевая пыль .	—	96,5	3,5	—	10,68	1,37	—5,4	9,31	13
Суглинок	27	62	11	12,2	16,39	2,56	—3,4	13,83	16
Глинистый грунт .	32,1	46,9	21	21,3	16,03	8,02	—4,2	8,01	50
	14,7	55,3	30	20,1	16,27	6,71	—5,4	9,56	42
	19,1	41,4	39,5	20,6	13,71	10,59	—8,0	3,12	78
	1,6	36,4	62	27,6	27,66	9,49	—5,7	18,17	34
	2,2	39,4	58	29,7	18,45	6,68	—7,2	11,77	36

первая остановка отмечалась при температуре —4° С, вторая — при температуре —4,5° С у К-монтмориллонита и при —10° С у Li- и Na-монтмориллонита, третья при —24° С у К-монтмориллонита, при —20° С у Li-монтмориллонита и при —26,5° С у Na-монтмориллонита.

У галлуазита и аттапульгита также отмечались три остановки, но уже при других температурах, у нонтронита и вермикулита — по две остановки и лишь по одной у глинозема, каолинита (—5° С) и иллита (—2,7° С).

Так как на удаление жидкости из тела затрачивается энергия, Ребиндер (1952) построил классификацию форм связи воды, исходя из принципа интенсивности этой связи в пористых телах. По этой схеме он подразделяет связи на следующие три большие группы:

1) химическая связь (хемосорбционная вода);

2) физико-химическая связь (физически адсорбированная вода);

3) физико-механическая связь (капиллярная вода).

Хемосорбция в отличие от физической адсорбции характеризуется следующими особенностями: высокой теплотой смачивания, зависимостью скорости хемосорбции от температуры, мономолекулярным характером адсорбционной пленки, низким значением диэлектрической постоянной.

Несомненно, часть прочносвязанной воды обладает всеми этими особенностями и, следовательно, может рассматриваться как химически сорбированная.

Так как при диссоциации воды образуются ионы OH^- и H_3O^+, то хемосорбцию прочносвязанной воды можно представить как

присоединение с помощью водородных связей этих ионов к ионам кислорода, находящимся на поверхности кристаллической решетки глинистых частиц.

Хемосорбционную воду не следует смешивать с конституционно-связанной водой, входящей в химическую формулу минерала.

Е. М. Сергеев [I; 70] определяет рыхлосвязанную воду как воду, которая легко удаляется из грунта при передаче на него давления.

На основании длительного изучения процессов сушки пористых систем А. В. Лыков [46] в соответствии с теорией П. А. Ребиндера подразделяет все влагосодержащие материалы на три вида:

1) типичные *коллоидные тела (эластичные гели)*, которые при удалении влаги сжимаются, но сохраняют свои эластичные свойства (так называемые *ксерогели*);

2) *капиллярно-пористые тела*, которые при высушивании сжимаются мало, становятся хрупкими и могут быть превращены в порошок (например, песчано-пылеватые грунты);

3) *капиллярно-пористые коллоидные тела*, обладающие свойствами первых двух видов. Стенки их капилляров эластичны, при увлажнении они набухают (торф, глина).

Эти классификации, представляющие несомненный интерес, необходимо развить в применении к грунтам для учета таких факторов, как минералогический состав, структура и размер пор, состав поглощенных катионов, концентрация порового раствора, общая влажность грунта и характер и интенсивность внешних полей.

Влияние связанной воды на механические свойства грунта. Можно полагать, что если бы отсутствовали связи между частицами и связанной водой, то обжатие водонасыщенного и сухого грунта под одной и той же нагрузкой происходило бы практически до одной и той же пористости при прочих равных условиях. Выжимание из пор воды, более вязкой по сравнению с воздухом, могло бы повлиять только на продолжительность процесса уплотнения (консолидации), но не на конечный результат.

Поставленные нами опыты по обжатию водонасыщенных и сухих нейтральных порошков, не связывающих воду (сернокислого бария, графита, сажи и чистых мелко- и среднезернистых песков), подтверждают это предположение так же, как сравнение компрессионных кривых грунта с глинистой фракцией и грунта, у которого глинистая фракция заменена тонкой графитовой пылью такой же крупности.

Опыты Г. М. Вариниченко, проведенные в лаборатории ДИИТа, убедительно доказывают, что при нагревании сжимаемость грунта возрастает, так как уменьшается степень связывания воды. Аналогичные результаты были получены и рядом других исследователей.

Очень интересно в этом отношении сопоставление компрес-

сионных кривых одного и того же грунта при различных температурах.

Постепенное затухание деформаций сжатия по мере повышения плотности грунта связано не только с сопротивлением скелета, но и с сопротивлением выжиманию все более прочносвязанных порций воды.

Анализ опытов, проведенных И. З. Лобановым, показывает, что при отсутствии связанной воды в порах кривая компрессии носит не логарифмический, а гиперболический характер, т. е. скорость уменьшения пористости с увеличением нагрузки оказывается пропорциональной не величине действующего давления, а квадрату этой величины.

Поскольку прочносвязанная вода удерживается у поверхности частиц силами, намного превышающими возможное давление от веса сооружений, и не может быть выжата из грунта нагрузкой от них и, кроме того, эта вода приближается по свойствам к твердым телам, так как в ней не проявляются законы гидростатики, Н. М. Герсеванов предложил рассматривать в задачах механики грунтов частицу грунта вместе с оболочкой прочносвязанной воды как одно целое.

При действии касательных напряжений оболочки связанной воды должны проявлять вязкотекучесть. Именно это обстоятельство наряду с некоторыми структурными особенностями глинистых грунтов в значительной мере является причиной столь ярко выраженных реологических свойств этих грунтов.

Имеются многочисленные и разнообразные по характеру данные, свидетельствующие о том, что слабосвязанная вода проявляет известную упругость и повышенную вязкость (которая, по мнению К. Терцаги и других исследователей, объясняет вязкопластичные свойства глинистых паст) и обладает более высоким сопротивлением фильтрации в порах грунта, чем свободная вода. Это объясняется притяжением гидратированных ионов диффузного слоя к поверхности глинистых частиц.

Однако она подчиняется законам гидравлики — закону гидростатического распределения давления (закон Паскаля) и закону Архимеда.

Неодинаковая прочность связи воды с частицами при различной влажности грунта является причиной физической нелинейности, проявляющейся во всех процессах, в которых меняется содержание связанной воды в грунте или происходит переход одних ее форм в другие или в свободное состояние.

Давление пара поровой воды в глине. Из физической химии известно, что давление пара $p_{н.р}$ над водными растворами, даже очень концентрированными, хорошо выражается следующей формулой в функции осмотического давления $p_{осм}$:

$$p_{н.р} = p_{н.п} \exp\left(\frac{-p_{осм} M}{\gamma_р TR}\right), \qquad (5.117)$$

где $p_{н.р}$ и $p_{н.п}$ — упругость пара соответственно раствора и свободной воды при абсолютной температуре T;

M — молекулярный вес воды, равный 18;

$\gamma_р$ — удельный вес раствора (если $p_{осм}$ выражено в атмосферах, то $\gamma_р$ относят к 1 *л* раствора);

R — постоянная, равная 0,082 *л·ат/град.*

Для приближенного определения давления пара $p_{с.с}$ слабосвязанной поровой воды в глине используем эту же зависимость, приняв $\gamma_р$ равным средней плотности поровой воды.

Осмотическое давление поровой воды в глине можно определить с хорошим приближением по следующей эмпирической формуле автора [22]:

$$p_{осм} = p'_{осм}\left(\frac{w_г}{w}\right)^n, \tag{5.118}$$

где $p_{осм}$ — осмотическое давление поровой воды в *атм*;

$p'_{осм}$ — осмотическое давление поровой воды при гигроскопической влажности грунта;

$w_г$ — гигроскопическая влажность;

w — влажность грунта;

n — определяется экспериментально для каждого грунта.

Подставляя в (5.117) значение $p_{осм}$ из (5.118) и принимая $p'_{осм} = 50$ *атм*, получим:

$$p_{с.с} = p_{н.п}\exp\left[-\frac{10}{T}\left(\frac{w_г}{w}\right)^n\right],$$

или, обозначая

$$\frac{10}{T}\left(\frac{w_г}{w}\right)^n = \varkappa,$$

$$p_{с.с} = p_{н.п}\exp(-\varkappa), \tag{5.119}$$

где $\varkappa$ — *коэффициент осмотического давления* поровой воды.

Условие испарения поровой воды в глине будет иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} p_с &\leqslant p_{с.с}; \\ p_с &\leqslant \delta_{с.с}\, p_{н.п}, \end{aligned}\right\} \tag{5.120}$$

где $\delta_{с.с}$ — гигротермическое состояние, для глины равное:

$$\delta_{с.с} = \exp(-\varkappa). \tag{5.121}$$

Для грунта, содержащего капиллярную воду, гигротермичес-

кое состояние можно определить по формуле, предложенной Фрейсине:

$$\delta_{\text{кап}} = \exp\left[-\frac{\gamma_{\text{а}}\,\gamma_{\text{п}}\,h_{\text{к}}}{p_{\text{а}}\,(1+\alpha t)}\right], \qquad (5.122)$$

где $\gamma_{\text{а}}$ — плотность воздуха при 0° и давлении $p_{\text{а}}$;
$p_{\text{а}}$ — давление воздуха в атмосфере при данной температуре t° С на высоте 0 над уровнем моря;
$\gamma_{\text{п}}$ — плотность пара;
$h_{\text{к}}$ — высота капиллярного поднятия;
α — 1/273.

При температуре 15° С

$$\delta \approx \exp\left(-7{,}7\cdot 10^{-7} h_{\text{к}}\right). \qquad (5.123)$$

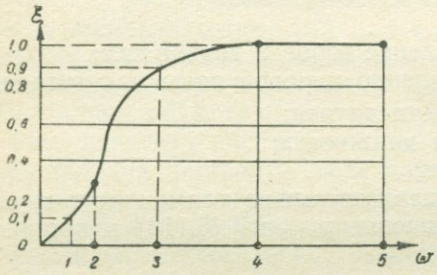


Рис. 5.33. Изотерма десорбции глинистого грунта

0—1 — область максимального выделения теплоты смачивания; *2* — значение равновесной влажности (при данном изотермическом состоянии); *0—3* — область связывания влаги; *3—4* — область капиллярной конденсации; *0—4* — область гигроскопического состояния материала (область десорбции); *4* — максимальная гигроскопическая влажность; *5* — влажность полного насыщения

Так как при обычной влажности воздуха гигротермическое состояние глинистого грунта $\delta_{\text{с.с}}$, как правило, не бывает более 0,9, то, принимая, например, гигроскопическую влажность $w_{\text{г}}$ некоторого глинистого грунта равной 10%, найдем, что при температуре 17° С ($T=290°$) эта глина на воздухе должна иметь влажность около 6,8%. Следовательно, при обычной влажности воздуха невозможно сохранить в верхнем слое грунта естественную влажность этой глины более 6,8%.

Изотермы сорбции. Глинистые грунты до известной влажности наряду со связанной водой содержат и капиллярную. Их изотермы сорбции имеют вид плавных S-образных кривых. На рис. 5.33 приведена изотерма десорбции глинистого грунта.

В соответствии с данными А. В. Лыкова [46] при значениях $\xi \leqslant 0{,}1$ поглощение влаги грунтом сопровождается значительным выделением тепла, т. е. вода является прочносвязанной. К этому же выводу пришел и Л. И. Кульчицкий на основании физико-химических исследований. При $\xi = 0{,}9 \div 1$ участок изотермы близок к прямой, и поглощение влаги представляет собой капиллярную конденсацию.

При $\xi = 0{,}1 \div 0{,}9$ выделение тепла при поглощении влаги значительно менее интенсивно и вода является в основном слабосвязанной, причем часть пор одновременно заполняется капиллярной водой.

Кривую десорбции грунта при испарении из него влаги в функции давления пара в воздухе при неизменной температуре называют также *изотермой осушения.*

Процесс высыхания глинистого грунта начинается с испарения влаги из наиболее крупных пор, являющихся своеобразными *центрами испарения*, и захватывает слой определенной толщины, поэтому правильнее говорить не о поверхности, а о *зоне испарения.* Так как испарение происходит сразу в некотором объеме, всегда начальная скорость испарения с поверхности глинистых грунтов оказывается несколько выше, чем со свободной поверхности воды.

Когда влажность станет меньше некоторого предела, скорость испарения заметно уменьшается.

По мере испарения слабосвязанная вода перемещается к центрам испарения из окружающих более мелких пор. Это перемещение происходит весьма интенсивно вследствие больших градиентов осмотического давления, возникающих при испарении. Так, для грунта с $w_г = 10\%$ при осушении его до $w = 6{,}8\%$ осмотическое давление оказывается равным $p_{осм} = 159$ *атм.* Соответственно интенсивность уплотнения глин при высыхании гораздо выше, чем под действием нагрузок, которые в реальных условиях имеют относительно небольшую величину. Поэтому, при консолидации под нагрузкой влага перемещается гораздо медленнее, чем при испарении, а количество влаги, остающейся в грунте после компрессии, больше, чем при испарении.

Назовем *фронтом высыхания* перемещающуюся границу между осушенным в результате испарения грунтом и подстилающим грунтом с большей влажностью.

Вследствие большой скорости испарения с поверхности грунта вода не успевает подтягиваться снизу в соответствующих количествах для замещения испарившейся влаги, следовательно, сначала испаряется первоначально содержавшаяся в верхнем слое вода. Как только этот запас исчерпывается, фронт высыхания начинает перемещаться вниз со все замедляющейся скоростью. Это замедление обусловливается не недостаточной скоростью поступления воды снизу, а трудностью удаления накапливающегося пара из пор грунта сквозь лежащий выше подсохший слой. Когда скорость испарения и удаления пара будет соответствовать скорости подсасывания влаги снизу, фронт высыхания остановится. Чем быстрее идет процесс испарения, тем интенсивнее растрескивается грунт, что облегчает его вентиляцию и дальнейшее испарение. Вместе с тем, чем толще сухая корка, тем больше затрудняется высыхание подстилающего слоя.

Таким образом, существуют две стадии процесса осушения испарением: *неустановившаяся*, когда фронт высыхания движется в глубь грунта, и *установившаяся*, когда фронт высыхания остановился и скорость удаления пара соответствует скорости подсасывания влаги к фронту высыхания.

Глава 6

СТРУКТУРА ПЕСЧАНЫХ И ГЛИНИСТЫХ ГРУНТОВ

6.1. Основные понятия

Структура грунта и ее значение. Как уже указывалось, деформативные свойства и прочность нескальных грунтов в основаниях, а также в земляных сооружениях обусловливаются размером, прочностью и взаимодействием частиц скелета между собой и с поровой средой, относительным расположением частиц, которое определяет количество и характер точек контакта на единицу объема грунта, размерами и строением порового пространства [43]. Все эти характеристики объединяются общим понятием *структура* грунта. Такие основные элементы структуры, как сложение скелета и связность грунта, удобно рассматривать отдельно.

Под *сложением* или *упаковкой* скелета понимается чисто геометрическая характеристика структуры с точки зрения расположения в пространстве частиц грунта, формы и относительного размера пор.

Термин *связность* характеризует межчастичные связи: их физико-химические особенности, прочность и сопротивление упругим и вязкопластическим деформациям, которые определяют смещение одних частиц относительно других, степень постоянства и восстанавливаемости связей после их нарушения, водостойкость связей и т. п. Различают связи *физические* (включая создаваемые поверхностным натяжением воды), *физико-химические* (определяемые действием сил вторичной валентности) и *химические* или *цементационные* (связи первичной валентности).

Во многих случаях частицы грунта объединяются в группы, называемые *микроагрегатами*. Их сложение и связность называют *структурой агрегатов* в отличие от структуры грунта в целом, рассматриваемого как система агрегатов. Соответственно часто используют термин *микроструктура* и *макроструктура*.

Наряду с этим под макроструктурой часто понимают структуру, различимую невооруженным глазом или с помощью слабой лупы (наименьший размер частиц, видимых невооруженным глазом, около 0,05 *мм*); а под микроструктурой — те детали структуры, которые видны только с помощью микроскопа. Применение электронного микроскопа с увеличением в десятки тысяч раз позволяет различать еще более тонкие детали структуры, называемые *субмикроструктурой*.

Если характер структуры грунта неразличим невооруженным глазом или при слабом увеличении агрегаты отсутствуют, такую макроструктуру называют *слитной*.

В некоторых случаях говорят о *макропористом* сложении грунта. Это означает, что размеры значительной части пор тонко-

дисперсного грунта существенно превышают размеры отдельных частиц грунта или их микроагрегатов.

Текстура грунта. В инженерной геологии используется термин *текстура*, которым большинство авторов качественно характеризует степень однородности структурно-механических и физических свойств грунта в одном и том же слое, наличие в нем включений и отдельностей, тонких прослоек и трещин, изменений цвета, колебаний состава, анизотропии и т. п. При исследовании распределения напряжений и деформаций в пределах одного и того же пласта грунта важную роль играет правильный учет текстурных особенностей грунта.

Различают макро- и *микротекстуру*, если имеют в виду особенности текстуры в макро- и микрообъемах грунта. Е. М. Сергеев [I; 71] считает, что удобнее и правильнее рассматривать структуру и текстуру грунта совместно под общим названием «структурно-текстурных особенностей породы».

Первичная структура и ее изменения. Под первичной следует понимать структуру грунта, формирующуюся в момент его естественного или искусственного отложения. Как правило, для первичной структуры характерны относительно высокая пористость и низкая прочность связей. На характер первичной структуры основное влияние оказывают следующие факторы: размеры и вес частиц, их удельная поверхность, характер поверхностных сил, минералогический состав отлагающейся массы, условия среды отложения (воздух или вода, солевой состав воды, неподвижная вода или наличие течений и т. д.), концентрация частиц перед выпадением в осадок.

Сразу же или через некоторое время после отложения грунта в действие вступают различные внешние силы — давление от веса слоев, откладывающихся позднее, тектонические силы, давление от веса сооружений, искусственное уплотнение при строительстве. В связи с этим изменяется влажность грунта, проявляется действие внутренних сил притяжения и отталкивания между частицами, сил поверхностного (межфазового) натяжения, оказывают влияние химические и физико-химические процессы взаимодействия по поверхности частиц как между собой, так и с поровой средой.

В результате этих воздействий происходит постепенное изменение первоначальной структуры: скелет медленно «течет», смещающиеся частицы изменяют свое положение до тех пор, пока не будет достигнуто равновесие между силами сопротивления структуры дальнейшим деформациям и силами, вызывающими деформацию структуры. Это равновесное состояние имеет лишь временный характер и сохраняется до тех пор, пока не изменятся естественные или искусственные нагрузки или режим поровой среды. Однако во многих случаях наступает длительная стабильность напряженного состояния и режима поровой среды, поэтому сложение грунта также сохраняет постоянство, причем

прочность связей между частицами хотя и медленно, но непрерывно может возрастать в результате химических процессов.

В зависимости от характера изменения пористости и плотности грунтов под влиянием различных воздействий говорят об *уплотнении* или *разуплотнении* грунтов, а в зависимости от характера изменения прочности межчастичных связей — об *упорядочении* или *разупорядочении* грунтов.

То, что основные механические свойства дисперсных систем обусловлены прежде всего их структурными особенностями, является основой физико-химической механики грунтов Ребиндера — Горьковой [1; 15]. Это положение определяется тем обстоятельством, что прочность отдельных частиц песчаных и алевритовых грунтов всегда гораздо больше, а сжимаемость во много раз меньше, чем грунта в целом; строительная же прочность глинистых грунтов зависит не от прочности минеральных частиц, а от их сцепления между собой. Изменение структуры грунта в процессе его деформирования сопровождается изменением характера силового взаимодействия между частицами скелета и скелета и поровой воды.

6.2. Сложение и взаимодействие частиц песчаных грунтов

Пористость песков. В связи с важностью теоретического решения задач о скорости движения грунтовых вод, нефти и природного газа сквозь поры песка, неоднократно предпринимались теоретические исследования пористости и проницаемости массива, образованного сферическими частицами как одинакового, так и различных диаметров при всевозможных вариантах относительного их расположения. Хотя практика показала, что все подобные модели, как правило, далеки от реальных грунтов с их широкими колебаниями гранулометрического состава и формы частиц у разных фракций в составе одного и того же слоя [106], однако в последнее время снова появился интерес к подобным исследованиям, главным образом в связи с проблемой действия вибраций на зернистые материалы и распространения в них упругих волн [88].

Наиболее рыхлой укладке шаров одинакового размера, когда они в плане размещаются по квадратной сетке, а по вертикали расположены строго один над другим (так называемая *кубическая* укладка), соответствует пористость $n=47{,}64\%$ (рис. 6.1, *а*). При наиболее плотной *тетраэдрической* упаковке каждый шар располагается в углублении, образованном тремя шарами нижнего слоя, контактирует с шестью другими по бокам и соприкасается с тремя шарами верхнего слоя. Общее число точек контакта у каждого шара с соседними составляет 12, а пористость системы равна 25,95% (рис. 6.1, *б*).

Однако у реальных пылевато-песчаных грунтов (рис. 6.1, *в*)

пористость изменяется в гораздо более широких пределах — примерно от 7 до 80% [42]. Структуру этих грунтов Терцаги назвал *отдельно-зернистой* и различал *плотное* и *рыхлое* сложение (рис. 6.2, *а* и *б*), причем тонкопылеватые грунты могут иметь *ячеистую* структуру (рис. 6.2, *в*).

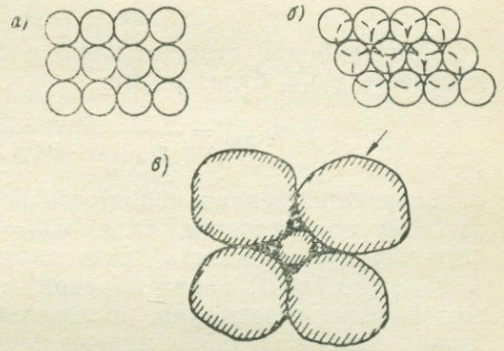


Рис. 6.1. Сложение песчаного грунта

а — модель кубической упаковки сферических частиц (наиболее рыхлое сложение); *б* — модель тетраэдрической упаковки сферических частиц (наиболее плотное сложение); *в* — плотная укладка разнозернистого песчаного грунта

Степень плотности. Рыхлое сложение характеризуется относительно неустойчивым положением зерен и наличием сравнительно крупных пор, окруженных своеобразными сводчатыми образованиями из частиц. Плотное сложение отличается устой-



Рис. 6.2. Структура пылевато-песчаных грунтов по Терцаги

а — плотная; *б* — рыхлая; *в* — ячеистая

чивым положением частиц и относительно незначительными размерами пор.

Для количественной характеристики плотности песка обычно используется показатель *относительная плотность* или *степень плотности* (обозначается D). Если обозначить коэффициент пористости песка и его плотность в наиболее рыхлом состоянии через $e_{макс}$ и $\gamma_{с\cdot макс}$, а в наиболее плотном состоянии через $e_{мин}$ и $\gamma_{с\cdot мин}$, то степень плотности песка, имеющего в естественном состоянии коэффициент пористости $e_{ест}$ и плотность $\gamma_{с\cdot ест}$, определяется по формуле

$$D = \frac{e_{макс} - e_{ест}}{e_{макс} - e_{мин}} \qquad (6.1)$$

или

$$D = \frac{\gamma_{с.ест} - \gamma_{с.мин}}{\gamma_{с.макс} - \gamma_{с.мин}} \cdot \frac{\gamma_{с.макс}}{\gamma_{с.ест}}. \qquad (6.2)$$

При заданной относительной плотности D соответствующая плотность $\gamma_{с.дан}$ будет равна:

$$\gamma_{с.дан} = \frac{\gamma_{с.макс} - \gamma_{с.мин}}{\gamma_{с.макс} - D(\gamma_{с.макс} - \gamma_{с.мин})}. \qquad (6.3)$$

Если естественная пористость песка соответствует наиболее рыхлому его состоянию (т. е. $e_{ест} = e_{макс}$), то $D = 0$; если же естественная пористость песка является минимальной ($e_{ест} = e_{мин}$), то $D = 1$. Таким образом, степень плотности песка может изменяться от нуля до единицы. По-видимому, разность между максимальной и минимальной пористостью песка очень редко может превышать 20—22% или быть менее 6—7%. Чаще всего эта разность составляет 9—14%.

В классификации песков по плотности, впервые предложенной Терцаги, интервал пористости между самым рыхлым и самым плотным состояниями, полученными в лаборатории стандартным способом, разделен на три равные части: при $D = 0 \div 1/3$ — песок рыхлый; при $D = 1/3 \div 2/3$ — среднеплотный; при $D = 2/3 \div 1$ — плотный.

Однако эта классификация не связана непосредственно с какой-либо определенной зависимостью между плотностью и механическими свойствами песка. Поэтому некоторые исследователи пытались создать классификацию, более обоснованную физически, тем более, что методика определения предельных пористостей песка имела существенные недостатки и, как показали специальные опыты, проведенные в лаборатории ДИИТа В. П. Вихаревым, при повторных испытаниях получалась плохая сходимость результатов. Между тем неточность определения этих пористостей существенно влияет на результаты вычисления D.

Другой недостаток оценки плотности песка по величине D обусловлен тем, что при малом различии между $e_{макс}$ и $e_{мин}$ (часто отмечается у разнозернистых песков) переход песка из состояния, например, с $D = 0{,}2$ в состояние с $D \approx 0{,}7$ сопровождается относительно малой осадкой, следовательно, такой песок при почти любом D может рассматриваться как достаточно плотный.

На основании этих соображений С. И. Синельщиков (1956) предложил вообще отказаться от величины D и для определения плотности песчаных грунтов использовать непосредственно значение коэффициента пористости (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Классификация песков по плотности по С. И. Синельщикову

Песок	Плотный	Средней плотности	Рыхлый
Гравелистый, крупный и средней крупности	$e<0{,}55$	$0{,}55\leqslant e\leqslant 0{,}7$	$e>0{,}7$
Мелкий	$e<0{,}6$	$0{,}6\leqslant e\leqslant 0{,}75$	$e>0{,}75$
Пылеватый	$e<0{,}6$	$0{,}6\leqslant e\leqslant 0{,}8$	$e>0{,}8$

Опыт показал, что эта таблица вполне приемлема для однородных окатанных песков, но для песков неоднородных и плохо окатанных границы между состояниями по плотности требуют корректировки.

Терцаги полагал недостаточным при оценке плотности естественных песков исходить только из величины D. Поэтому им был введен показатель *уплотняемости* песка F, который определяется по формуле

$$F=\frac{e_{\text{макс}}-e_{\text{мин}}}{e_{\text{мин}}}=\frac{e_{\text{макс}}}{e_{\text{мин}}}-1. \qquad (6.4)$$

Чем меньше разница между $e_{\text{макс}}$ и $e_{\text{мин}}$, тем, очевидно, меньше значение F. При наиболее часто встречающихся значениях $e_{\text{макс}}$ и $e_{\text{мин}}$ величина F колеблется в пределах 0,45—0,75. В зависимости от величины F пески подразделяются на следующие категории:

Слабоуплотняющиеся . . . . . $F<0{,}25$
Среднеуплотняющиеся . . . . . $0{,}25\leqslant F\leqslant 0{,}60$
Сильноуплотняющиеся . . . . . $F>0{,}60$

При работах по намыву и укатке песка показатель F во многих случаях оказывается удобнее, чем D. Следует лишь принять в качестве $e_{\text{макс}}$ и $e_{\text{мин}}$ не предельные, а условно-максимальный и условно-минимальный коэффициенты пористости, определяемые по единой стандартной методике, которая исключала бы получение неоднозначных результатов. Как показали впервые исследования В. В. Радиной, предельные плотности одного и того же песка зависят от условий отложения. В естественных условиях максимальная пористость песков может быть столь высокой, что ее не удается достичь никакими лабораторными методами [1; 79].

Плотность естественных песков. Плотность песков, отложенных водой, зависит от трех основных факторов: крупности частиц, их концентрации в потоке и скорости течения воды. Чем крупнее частицы, тем больше их относительная плотность в естественном состоянии. При быстром оседании большого количества песка в воде обычно образуются гораздо более рыхлые массы,

чем при низкой концентрации песка. При оседании в неподвижной воде получается более рыхлый песок, чем в текучей. Поэтому, например, при искусственном намыве песка в стоячую воду, когда из пульповода поступает сразу большое количество песка, плотность его всегда меньше, чем при намыве в воздухе или в текучую воду.

Градация состава. Максимальную плотность разнозернистый грунт будет иметь в том случае, если частицы самой крупной фракции смогут занять положение, соответствующее самому плотному их сложению при отсутствии всех других фракций. Следующая по крупности (меньшая) фракция содержится в таком количестве, что целиком заполняет поры между более крупными частицами, в свою очередь укладываясь наиболее плотно. Еще меньшие по размерам частицы заполняют поры предыдущей фракции и т. д. Гранулометрическая кривая, характеризующая состав с минимальной пористостью, называется кривой Фуллера.

Для характеристики соотношения в количественном содержании в грунте различных фракций с этой точки зрения пользуются терминами *градация* или *подобранность* состава. Хорошо подобранным называется такой состав, при котором пористость смеси приближается к минимальной. Приближенным условием хорошей подобранности является пропорциональность между весовым содержанием различных фракций и отношением их диаметров к диаметру самой крупной фракции. Если указанное условие не выполняется, состав называют плохо подобранным.

Сцепление в песчаных грунтах. Пески в сухом и насыщенном водой состояниях полностью лишены сцепления. При очень малой влажности в них появляется сцепление вследствие капиллярного давления стыковой воды, окружающей точки контакта между частицами. Сцепление имеет максимальное значение при влажности около 0,5—1%, но исчезает при насыщении грунта водой, поэтому при расчетах устойчивости песчаных оснований и откосов капиллярное сцепление в песках не учитывают.

Исследованиями установлено, что в песках, находящихся под водой в полном покое, довольно быстро появляется сцепление иного вида, сначала очень слабое, затем все более возрастающее. Опытами, проведенными в лаборатории ДИИТа [5], было обнаружено, что через некоторое время после укладки песка в воду угол устойчивого откоса увеличился с 33 до 37°. Для забивки тонкого металлического стержня в естественный песок в карьере требовалось несколько больше ударов, чем в тот же песок и при той же плотности, но переотложенный в насыпь путем намыва. В верхней части железнодорожных песчаных насыпей, испытывающих постоянные сотрясения от проходящих поездов, не отмечалось никакого сцепления даже через очень длительное время.

М. М. Филатов (1936) впервые установил, что песчаные и пылеватые зерна, оседая в воде, содержащей взвешенные глинистые частицы, покрываются пленкой из этих частиц (явление так

называемой *ортокинетической коагуляции*). Когда зерна, покрытые такими глинистыми пленками, соприкасаются, в точках контакта возникает так называемое *первичное сцепление* и соответствующая связь между частицами называется *глинистой* или *коллоидной*. Благодаря этим пленкам грунты могут несколько набухать при увлажнении, а сопротивление сдвигу будет снижаться.

Если зерна крупные, то вес их достаточно велик и незначительное начальное сцепление между глинистыми оболочками в точках касания не может удержать оседающие из воды зерна в состоянии неустойчивого равновесия и они перемещаются в более устойчивое положение (рис. 6.3, *I*).

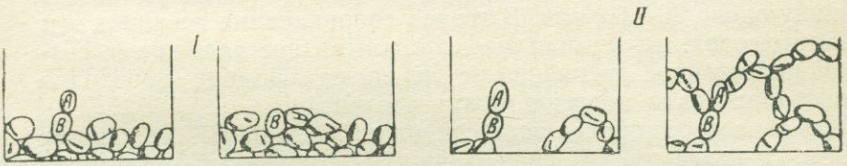


Рис. 6.3. Структура песчано-пылеватого грунта при оседании частиц в воде

Мелкие и легкие зерна пыли могут, однако, удерживаться в том положении, в каком они коснутся осадка, в результате чего пористость грунта значительно увеличивается (рис. 6.3, *II*).

Таким образом, даже если содержание глинистых частиц незначительно по сравнению с песчаными, они оказывают влияние на структуру грунта.

Сцепление может обусловливаться не только глинистыми связями, но и может быть следствием цементации в точках контакта зерен.

Айлер [1] установил, что хотя кварц при обычных термодинамических условиях нерастворим в воде, однако тончайшая пленка на его поверхности может набухать, а экспонированные на поверхности кристаллической решетки ионы и создаваемое ими электрическое поле вокруг частиц могут быть причиной поверхностной адсорбции. Известно, что на поверхности песчинок очень часто имеются прочносвязанные «рубашки» примесей, которые можно отмыть только слабым раствором соляной кислоты. Благодаря этим примесям (карбонаты, хлориты, различные алюмосиликаты и тонкодисперсный кварц) в процессе диагенеза, и особенно эпигенеза, может происходить довольно интенсивный процесс цементирования песка.

По этому поводу можно высказать следующие соображения.

В точках соприкасания песчаных зерен даже при небольшой пригрузке развиваются высокие контактные напряжения, вследствие чего из глинистых пленок отжимается связанная вода, которая вначале обладает высокой растворяющей способностью и может растворять кремнезем, а после снижения растворяющей

способности этой воды кремнезем в аморфном состоянии выпадает, цементируя частицы песка.

Если частицы песка непрерывно соударяются и истираются, как, например, в прибрежных зонах под действием волн или в пульповодах при намыве, поверхность песчаных зерен сильно нарушается и в тонком слое (около 0,5 *мк*, а в ряде случаев и более) состоит из аморфного кремнезема. При этом в воде намыва резко повышается количество растворенного или чрезвычайно тонко диспергированного кремнезема.

Специальными исследованиями состояния тонко размолотого кварца было обнаружено, что поверхность частиц сильно нарушена или даже аморфна [1]. Данные электронной дифракции подтверждают, что слой аморфной поверхности на кварце имеет толщину около 30—60 *ммк*. В точках соприкасания песчинок эти аморфные слои, испытывая высокое контактное давление и создавая повышенное сцепление, с течением времени переходят в кристаллические мостики между частицами.

Как известно, морская вода содержит 2000—14 000 *мг/л* кремнезема. Пресные воды также содержат растворенный кремнезем, например притоки Байкала содержат 7—10 *мг/л* SiO_2, а вода Байкала всего 2—4 *мг/л*, так как кремнистые губки активно поглощают SiO_2 из его вод. Адсорбируя кремнезем из раствора на своей поверхности, частицы песка, отсыпаемые в воду, довольно быстро цементируются. Именно благодаря наличию растворенного SiO_2 различные виды диатомей — микроскопических водорослей, стенки которых пронизаны кремнеземом, могут жить и развиваться как в морской, так и в пресной воде.

Определение плотности сыпучих грунтов в естественном залегании. Определение естественной плотности несвязных грунтов сопряжено со значительными затруднениями. Существующие методы подразделяются на три основные группы: 1) прямое определение плотности образцов грунта, извлеченных из шурфов и скважин; 2) косвенное определение плотности по сопротивлению песка динамическому или статическому внедрению в него различных металлических наконечников; 3) косвенное определение плотности песка геофизическими методами, из которых наиболее удобен метод упругих волн. Каждый из этих способов имеет свои недостатки, которые до сих пор не удалось преодолеть.

Наиболее надежным является способ определения плотности песка путем отбора проб, осуществляемого вдавливанием в дно шурфа достаточно широкого кольца, имеющего $h \approx d$. Кольцо должно иметь тонкие стенки и небольшую высоту, чтобы не изменялась плотность грунта вследствие вытеснения его и сил трения по стенке. Как показали специальные опыты, проведенные в лаборатории ДИИТа В. П. Вихаревым, кольцо необходимо вдавливать строго вертикально и без малейшего покачивания, что особенно важно в мелкозернистых песках и пылеватых грун-

тах, насыщенных водой. Очевидно, этот способ трудно осуществим в скважинах.

Предлагались различные способы искусственного закрепления в цилиндрическом грунтоносе захваченного им несвязного грунта: нагнетание в песок или в нижнюю часть пробы в цилиндре грунтоноса закрепляющих веществ (битумной эмульсии), замораживание нижней части пробы, механические приспособления для удержания пробы в грунтоносе, силикатизация грунта. Но все они оказались либо ненадежными, либо слишком сложными и дорогостоящими. Кроме того, в мелкозернистых водонасыщенных грунтах сам процесс бурения вызывает нарушение естественной плотности песка, и нет уверенности, что извлеченные с таким трудом образцы имеют плотность, соответствующую естественной.

Вдавливание кольца в щебенистый или гравелистый грунт даже с поверхности невозможно. В таких грунтах выбирают лунку, взвешивают извлеченный грунт, а объем лунки определяют путем заполнения ее тонким резиновым пузырем, залитым водой. Этим способом можно определить плотность только в поверхностном тонком слое грунта.

Широкое распространение получил способ, рекомендованный впервые Терцаги. Этот способ заключается в том, что принудительно в грунт погружают вертикальный стержень с коническим наконечником или трубчатый грунтонос. Чем плотнее грунт, тем большее статическое усилие или большее количество ударов по стержню требуется для погружения его на одну и ту же глубину. Способ ударной забивки в грунт стержня с коническим наконечником с помощью молота стандартного веса, падающего с постоянной высоты, называется *динамическим глубинным зондированием* и применяется сейчас во всем мире. При этом фиксируют количество ударов, необходимых для погружения на каждые 20—30 *см*.

Опыт применения этого способа позволяет утверждать, что он непригоден для исследования слоев песка, залегающих на сколько-нибудь значительной глубине, так как способствует некоторому уплотнению грунта при длительной забивке. Кроме того, при наличии даже слабой цементации песка резко повышается количество ударов и получается искаженное представление о плотности песка. По существу, этим методом определяется не плотность, а сопротивление песка сдвигу в условиях весьма сложного напряженного состояния и при полном разрушении начальной структуры в процессе испытания. Поэтому метод динамического зондирования следует рассматривать как приближенный и необходимо учитывать геологические условия в каждом конкретном случае.

Таким образом, этот метод не может считаться окончательным решением проблемы определения плотности песков, тем не менее его можно рекомендовать для сопоставления плотности

грунта в различных точках и подразделения песков по плотности на три основные группы — рыхлые, средней плотности и плотные. Если для погружения зонда в песок на 10—20 *см* затрачиваются сотни ударов, песок следует считать очень плотным и необходимо проверять бурением и отбором образцов, не является ли он сцементированным.

Эффективность уплотнения песков. Так как от плотности песчаных грунтов в значительной степени зависят несущая способность их в основаниях и устойчивость откосов, то в строительной практике обычно стремятся тем или иным способом уплотнить рыхлые естественные отложения песка. Статическая нагрузка уплотняет песок значительно хуже, чем динамическое воздействие (вибрации, взрывы), при котором полностью преобразовывается начальная структура песка и обеспечивается высокая степень уплотнения. Для сравнения как статических, так и динамических способов уплотнения песка рекомендуется пользоваться *коэффициентом эффективности уплотнения:*

$$k_{эф} = \frac{e_{ест} - e_{упл}}{e_{ест} - e_{мин}}, \qquad (6.5)$$

где $e_{ест}$ — начальный коэффициент пористости песка;
$e_{упл}$ — коэффициент пористости, достигнутый при данном способе уплотнения;
$e_{мин}$ — условно-минимальный коэффициент пористости.

Максимальная величина коэффициента эффективности $k_{эф}=1$ достигается при $e_{упл}=e_{мин}$. Очевидно, следует выбирать такой способ уплотнения, который обеспечивает требуемое по проекту значение $e_{упл}$.

Неоднородность структуры песчаных отложений. Как полевыми, так и лабораторными исследованиями установлено, что в массе пески отличаются неоднородностью сложения в близко расположенных точках и колебаниями плотности относительно среднего значения. Поэтому при испытаниях, когда воздействию подвергаются небольшие объемы песка, получается совершенно неверное представление о поведении массива.

Это положение подтверждается специальными опытами, поставленными со свинцовой дробью [88]. Например, при среднем числе контактов на одну частицу, равном 8, их действительное число колебалось от 5 до 11, причем из 887 частиц только 316 имели по 8 контактов. Таким образом, у реальных песков пористость подчиняется некоторому статистическому закону распределения. Только при предельно плотном и предельно рыхлом сложении песка плотность во всей его массе практически однородна.

Пористость песков в термодинамическом аспекте. В дискретной системе следует различать два вида потенциальной энергии частиц: потенциальная энергия их деформации и потенциальная энергия относительного положения частиц в поле тяготения, за-

висящая от сложения системы, которая называется *потенциальной энергией сложения.*

Эта энергия минимальна при самом плотном сложении и максимальна при самом рыхлом состоянии грунта, поэтому энергию плотного сложения можно принять за нуль. Как известно, между элементарными частицами, из которых состоит тело (молекулы, атомы, ионы), действуют как силы взаимного тяготения и отталкивания чисто электрической природы, так и силы, связанные с кинетической энергией теплового движения частиц, которые способствуют увеличению объема системы и, следовательно, проявляют себя подобно силам отталкивания. Эти силы называются *кинетическими дисперсионными силами*

Дисперсионные силы возрастают с повышением температуры и соответственно при нагревании увеличивается объем системы взаимодействующих частиц. При плавлении твердых тел и переходе их в жидкое состояние объем увеличивается на 5—10%. Исследованиями установлено, что это увеличение в значительной степени обусловлено «дыркообразованием» в жидкости вследствие уменьшения числа ближайших к данной молекуле соседей.

В системах, представляющих собой раствор одного вещества в другом, взаимное притяжение частиц меньше, чем в однородных, и для плавления таких систем требуется более низкая температура. Самая низкая температура плавления соответствует определенному количественному соотношению между веществами, называемому *эвтектическим.*

А. Кезди установил определенную аналогию между описанными явлениями для молекулярных систем и некоторыми соотношениями, характеризующими плотность грунтов. Если для молекулярных систем мерой свободной энергии и объема может служить температура, то для дисперсных систем типа грунтов такой мерой служит коэффициент пористости.

На рис. 6.4 слева изображен график зависимости температуры плавления от состава двухкомпонентной системы. На этом графике отчетливо видна *эвтектическая точка С,* соответствующая минимуму температуры плавления. Справа показан график зависимости пористости грунта, образованного из двух фракций, от соотношения их количественного содержания. При определенном соотношении между ними пористость минимальна. Сходство между графиками несомненно [94].

На рис. 6.5 приведен график А. Кезди зависимости коэффициента пористости от соотношения составляющих в трехкомпонентной системе. Этот график напоминает известные фазовые диаграммы состояния.

Если песчаный массив находится в состоянии покоя, отдельные песчинки упруго сжаты нормальным давлением и между ними действуют силы трения, подчиняющиеся закону Кулона (сухое трение). При действии внешнего всестороннего давления

упругие деформации частиц увеличиваются и соответственно возрастают упругие силы отталкивания, одновременно повышается и внутреннее трение.

Таким образом, взаимодействие между частицами песка проявляется только до тех пор, пока они прижаты друг к другу некоторой силой. В этом случае система обладает потенциальной энергией деформации и сопротивляется действию сдвигающих сил вследствие сухого трения между частицами.

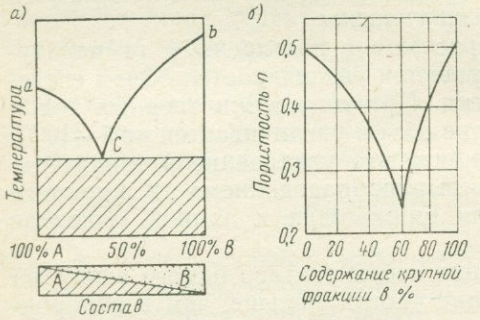


Рис. 6.4. График плавления двухкомпонентной системы

а — компоненты системы *A* и *B* — эвтектическая точка *C*; *б* — изменение плотности системы из двух фракций (по Кезди)

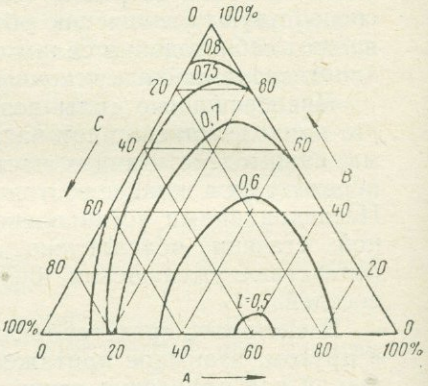


Рис. 6.5. График зависимости пористости от соотношения фракций в трехкомпонентном зернистом грунте (по Кезди)

A — частицы ∅ 4,7—2,8 *мм*; *B* — частицы ∅ 1,2—0,6 *мм*; *C* — частицы ∅ 0,3—0,2 *мм*

Если песок подвергается вибрации при малых ускорениях колебаний, упругое взаимодействие между частицами непрерывно изменяется. При этом под действием касательных напряжений происходит частичное проскальзывание зерен и рассеивание энергии, которое за каждый цикл нагружения пропорционально квадрату амплитуды касательных сил (при малых амплитудах), а при силах, близких к предельным, вызывающим общее скольжение, пропорционально кубу амплитуды сил. Это различие объясняется тем, что при малых амплитудах энергия рассеивается в результате пластической деформации небольшой части контактной поверхности, а при больших амплитудах преобладает кулоново скольжение. Следует заметить, что при беспорядочной укладке частиц касательные напряжения по контактным площадкам возникают не только при касательных нагрузках, но и вследствие взаимного расклинивания при действии лишь нормального давления. Следовательно, при малых колебаниях песок ведет себя как упругая система с гистерезисом.

Так как в реальных системах распределение контактных напряжений всегда имеет статический характер, то в отдельных слу-

чайно расположенных точках среды могут быть такие касательные напряжения от постоянной нагрузки, при которых произойдет сдвиг по контакту даже при очень незначительном по интенсивности вибрационном воздействии. В рыхлых участках эти сдвиги будут способствовать уплотнению песка. В плотных участках сдвиги невозможны без некоторого разрыхления в зоне сдвига, происходившего вследствие «миграции» пор из окружающей массы, которая должна при этом несколько уплотняться, или имеет место непрерывное «вытекание» песка из колеблющегося объема. При слабом вибрационном воздействии на грунт зерна колеблются относительно некоторых положений равновесия, сохраняя соседей. Но при интенсивных колебаниях в результате значительных случайных сдвигов в отдельных точках возникают временные местные разрыхления, окруженные более плотными ассоциациями зерен. Чем больше ускорение колебаний, тем интенсивнее колеблются частицы. При этом отдельные частицы могут получать достаточную кинетическую энергию, чтобы перескакивать в новое положение, если этому будет благоприятствовать все время меняющееся относительное расположение соседних частиц. Возникновение подобных местных релаксаций аналогично картине теплового движения молекул в жидкости, которое упрощенно представляют в виде перескоков отдельных частиц из одних временных положений равновесия в другие (трансляционное движение) и тепловых колебаний в промежутках между скачками. Подобно тому как длительность пребывания молекул жидкости во временном положении равновесия сильно зависит от температуры, уменьшаясь с ее повышением, длительность промежутков между перескоками отдельных песчаных зерен определяется энергией колебаний, сообщаемой песчаной массе извне, и ее соотношением с энергией активации сдвиговых деформаций.

Как известно, непрерывно и в большом количестве совершающиеся в жидкости переходы частиц с места на место обусловливают не только явление так называемой *самодиффузии* частиц, но и основное свойство жидкостей — текучесть. Если к жидкости приложить постоянную внешнюю силу, то будут преобладать скачки частиц вдоль направления действия этой силы и в этом же направлении возникнет поток частиц, подчиняющийся известному закону вязкого течения Ньютона. Аналогичное положение должно быть и в колеблющемся песке, что и было установлено Д. Д. Барканом.

В этом «жидкообразном» состоянии, которое следует рассматривать как *вибрационное разжижение* песка, при увеличении энергии колебаний все больше уменьшается вязкость системы, так же как и при постепенном нагревании у аморфных веществ, например у стекла.

В связи с большой плотностью частиц в жидкости и с их молекулярным взаимодействием перемещение частиц в новое поло-

жение происходит в виде более или менее резких активированных скачков с преодолением потенциального барьера, разделяющего две возможные области «оседлой» жизни частиц.

Если принять за единицу объем вещества в наиболее плотном состоянии, при котором абсолютная температура $T=0$, то при температуре плавления объем будет равен примерно 1,21, а при температуре кипения — около 1,42. Эти соотношения почти не зависят от рода вещества [I; 106].

Если рассматривать молекулы как одинаковые сферические частицы, то отношение объема частиц к общему объему при наиболее плотной тетраэдрической укладке составит 74,1%, а пористость 25,9%. При наиболее рыхлой кубической укладке относительный объем частиц равен 52,4%, а пористость 47,6%. На основании всех этих соотношений может быть составлена по Винтеркорну [I; 14] табл. 6.2.

Таблица 6.2

Коэффициенты пористости e в критических точках при различной укладке частиц

Укладка	В самом плотном состоянии	При «плавлении»	При «кипении»
Тетраэдрическая	0,35	0,63	0,91
Кубическая	0,91	1,31	1,71

Как видно из таблицы, коэффициент пористости при кубической укладке ($e=0{,}91$) точно такой же, как при «кипении» и тетраэдрической укладке. Таким образом, песок при кубической укладке представляет собой потенциальную жидкость и легко приобретает свойства последней, если частицам сообщить даже небольшую кинетическую энергию встряхиванием или вибрацией.

Однако между песком и жидкостью имеется и ряд существенных различий. Когда частицы песка находятся во взаимном контакте, колебания могут происходить только вследствие их упругих деформаций. Если же песчинки не имеют контакта, как, например, в состоянии пульпы или взвеси, то взаимодействие между ними может происходить только в виде соударений, как, например, у молекул газа. Если на поверхность песка положить какую-либо пластину и двигать ее взад и вперед, то верхний слой песчинок будет вовлекаться в движение вследствие трения между пластиной и песком. Верхние частицы вовлекут в движение нижележащие, те — следующий слой и т. д., причем амплитуда перемещения частиц с глубиной будет быстро затухать. Если песок уложен рыхло, то сдвиги будут способствовать некоторому его уплотнению, если плотно — наоборот, некоторому разрыхлению. При этом, очевидно, будет достигнута так называемая критическая пористость песка при сдвиге, соответствующая

нормальному давлению, приложенному к пластине. В водонасыщенном состоянии вследствие этого резко снизится сопротивление сдвигу.

Увеличение амплитуды или частоты перемещений пластины не способствует при этом появлению пористости, большей, чем критическая. Таким образом, критическую пористость следует рассматривать как аналог плотности вещества в точке плавления.

В кинетической теории жидкостей Я. И. Френкелем была получена следующая формула для определения коэффициента вязкости при постоянном давлении [I; (5.86)]:

$$\eta = A \exp(q/E_к), \tag{6.6}$$

где A — коэффициент, зависящий от числа степеней свободы частиц, расстояния, на которое они перемещаются при колебаниях, и напряженного состояния системы;
q — энергия активации, которая должна быть сообщена частице для возможности перехода в новое положение;
$E_к$ — средняя кинетическая энергия колебаний песчинок.

Энергия активации представляет собой кинетическую энергию, которую необходимо сообщить частицам для преодоления потенциального барьера. Очевидно, что чем больше q и чем больше разрыхляется песок, тем ближе к единице становится отношение $q/E_к$.

Примем, что распределение кинетических энергий частиц подчиняется распределению Максвелла [I; (5.45)], которое для данного случая мы представим в виде:

$$dn_E = \frac{2n}{\sqrt{\pi}} \exp(-\theta) \sqrt{\theta}\, d\theta,$$

где n — число частиц в единице объема;
$\theta = E_к/E_н$;
$E_н$ — наивероятнейшая кинетическая энергия;
$E_к$ — энергия колебаний отдельной частицы.

Интегрируя это выражение, получим число частиц, способных к трансляционному перемещению:

$$n_т = \frac{2n}{\sqrt{\pi}} \int_q^\infty e^{-\theta} \sqrt{\theta}\, d\theta. \tag{6.7}$$

Если степень расширения песка при колебаниях достигает такого значения, при котором q будет равно нулю, т. е. будет достигнуто состояние «кипения» песка, то $A = \eta$.

Следовательно, A представляет собой коэффициент вязкости η в состоянии «кипения», чему соответствует $e = 0{,}91$. Обозначая A через $\eta_к$, перепишем (6.6) в виде:

$$\eta = \eta_к \exp(q/E_к). \tag{6.8}$$

Уравнение состояния песчаной «жидкости» можно представить в следующем виде по аналогии с уравнением состояния жидкости по Френкелю [I; 84]:

$$V = V_0 \{1 + n_0 \Delta v \exp [(-q + p\Delta v)/E_к]\}, \qquad (6.9)$$

где V_0 — объем при $T=0$ и $p=0$;
p — давление;
Δv — объем одной «дырки»;
n_0 — число частиц в единице объема при $T=0$;
T — абсолютная температура.

Принимая средний объем «дырки» равным объему частицы $4\pi r^3/3$, после несложных преобразований получим:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\gamma_с}{\gamma_у} \exp [-(q + p\Delta v)/E_к]. \qquad (6.10)$$

Из этого соотношения следует, что

$$\exp [+(q + p\Delta v)/E_к] = \frac{\gamma_с}{\gamma_у} \cdot \frac{V_0}{\Delta V}. \qquad (6.11)$$

Подставляя (6.11) в (6.8), получим:

$$\eta = \eta_к \frac{\gamma_с}{\gamma_у} \cdot \frac{V_0}{\Delta V}. \qquad (6.12)$$

Это соотношение связывает *коэффициент вибровязкости* песка с изменением его объема при вибрации, что позволяет по измерениям ΔV и η установить величину $\eta_к$. Из (6.12) следует, что $\eta = \eta_к$ при

$$\Delta V = \frac{\gamma_с}{\gamma_у} V_0 \qquad (6.13)$$

или при

$$\Delta V = \frac{1}{1 + e_к} V_0. \qquad (6.14)$$

При $e_к = 0{,}91$ получим увеличение объема, при котором песок переходит в состояние *бурления* (аналогичное состоянию перехода жидкости в пар)

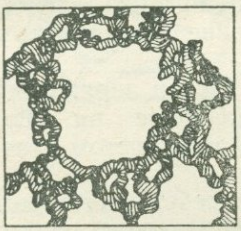
$$\Delta V = 0{,}52 V_0. \qquad (6.15)$$

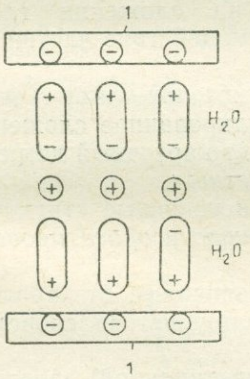
Полученные соотношения имеют, естественно, приближенный характер. Так, например, в предыдущих рассуждениях не учитывалось влияние пригрузки, действующей на песок. Чем больше пригрузка, тем больше давление на нижележащие частицы песка и тем больше должна быть энергия активации для разрыхления и трансляционного движения песка. Действие пригрузки может быть учтено, если в уравнении состояния (6.9) принять p равным давлению от веса вышележащего грунта с учетом его разжижения и взвешивания.

6.3. Сложение глинистых грунтов

Развитие представлений о сложении глинистых грунтов. Основываясь главным образом на исследованиях почвоведов по структурообразованию в почвах, Терцаги (1925) предположил, что сложение глин должно напоминать отдельно-зернистое или

Рис. 6.6. Хлопьевидная структура глинистого грунта по Терцаги





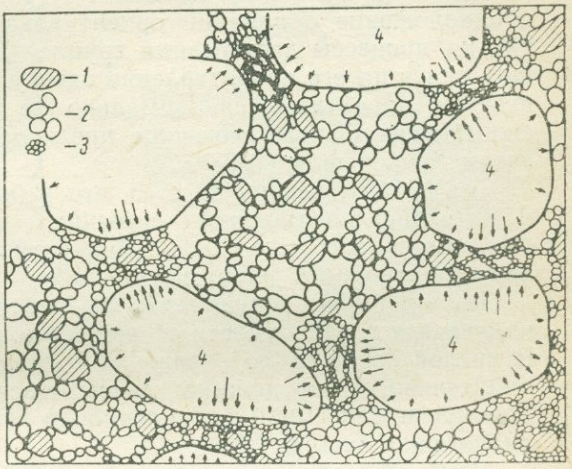


Рис. 6.7. Микроструктура глин по Казагранде

1 — крупные глинистые частицы; *2* — слабо обжатые цепочки тонких глинистых частиц; *3* — сильно уплотненные агрегаты тонких глинистых частиц; *4* — пылеватые частицы

Рис. 6.8. Дипольно-катионные связи между частицами глины

ячеистое сложение песчаных и пылеватых (алевритовых) грунтов с той только разницей, что агрегаты из тонкодисперсных частиц соединяются друг с другом в хлопья при коагуляции, а затем оседают на дно (рис. 6.6).

Позднее А. Казагранде предложил модель сложения разнозернистого грунта, содержащего не только глинистые, но и песчаные и пылеватые частицы. В этой модели жесткие частицы песка и пыли опирались друг на друга через уплотненные в точках контакта глинистые агрегаты, образуя как бы несущий каркас грунта, тогда как поры каркаса были заполнены неуплотненными хлопьями коагулированных глинистых частиц (рис. 6.7).

В 1953 г. Т. Лэмб [97] рассмотрел различные механизмы взаимодействия между частицами глины *I* и предположил, что сцепление между частицами, возможно, создают водородные связи или двухвалентные катионы, притягиваемые двумя соседними частицами глины одновременно, а также мостики между частицами, образуемые ориентированными диполями воды и катионами между ними (рис. 6.8).

Г. И. Тер-Степанян, по-видимому, первым (1934) высказал предположение о влиянии ориентированности глинистых частиц на процессы деформации грунта под действием сжимающих сил и на его сопротивление сдвигу. Он считал, что плоские частицы ориентируются нормально к направлению действия сжимающих сил. Аналогичное предположение было высказано затем Хворслевым (1938).

Тан (1957), исходя из того, что ребра частиц заряжены положительно, предположил строение, показанное на рис. 6.9. Аналогичное строение было обнаружено Розенквистом с помощью электронного микроскопа (1939).

Тейлор (1959) показал, что знак заряда ребер частиц может изменяться в зависимости от величины pH порового раствора. В кислой среде ребра заряжены положительно, в щелочной отрицательно, и это должно сказываться на сложении глин. Троллоп и Чен (1960) рассматривали взаимодействие частиц по аналогичной схеме.

Лэмб выделил два основных типа сложения глин — *флокулированное* и *дисперсное* (1953). Флокулированное сложение называют также *карточным* (оно напоминает карточный домик), а дисперсное — *ориентированным или пакетным*.

Ионг и Уоркентин [115] различают три основные структурные модели: *флокулированную, беспорядочную* и *ориентированную* или *пакетную* (рис. 6.10).

Относительное расположение частиц, зависящее от характера контактов, оказывает существенное влияние на свойства глин.

При пакетной (ее называют также *диспергационной*) ориентации частицы стыкуются по схеме грань—грань (заряды одинакового знака).

При ориентации типа «карточного домика» (*флокуляционной*) частицы стыкуются одна с другой по схеме торец — грань (заряды разноименные). Возникновение той или иной ориентации определяется видом минеральных частиц, их зарядами и pH среды, в которой находятся частицы (рис. 6.11).

Сайдс и Барден [109] на основании своих исследований и анализа литературных источников выделяют шесть типов ориентации глинистых частиц (рис. 6.12): *карточный домик I, книжный домик II* и сложения: *сотовое III, дисперсное IV, турбулированное V — штабельное VI*. Последнее является частным



Рис. 6.9. Структура глинистого грунта по Тану

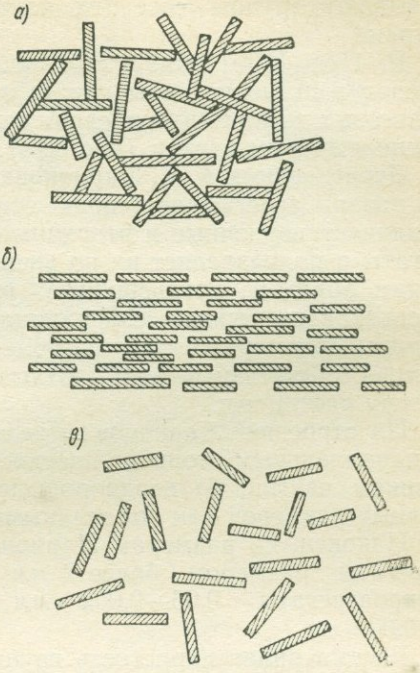


Рис. 6.10. Основные виды сложения глин

а — флокулированное; *б* — пакетное; *в* — беспорядочное

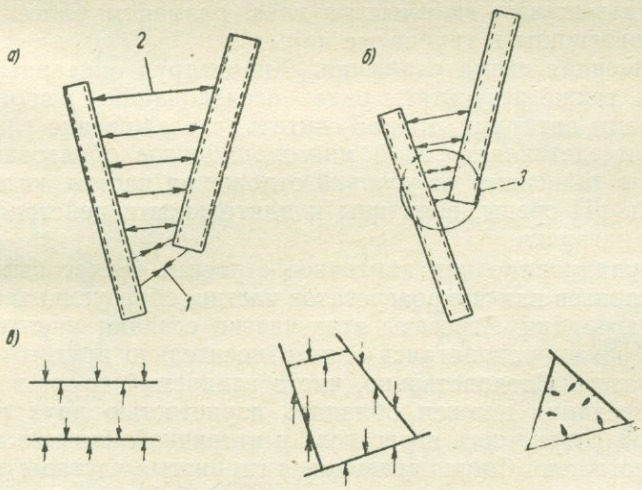


Рис. 6.11. Взаимодействие частиц по Троллопу и Чену

а — равновесное расположение частиц в беспорядочной структуре; *б* — сближение частиц при образовании флокулированной структуры; *в* — различные схемы относительного расположения частиц; *1* — притяжение; *2* — отталкивание; *3* — сцепление

случаем так называемой *доменовой* структуры. *Доменами* называют группы соседних частиц, ориентированных параллельно.

Р. Пуш [100] обнаружил, что относительно беспорядочно расположенные частицы грунта между микроагрегатами после сдвиговых деформаций превращаются в домены с параллельным расположением частиц (рис. 6.13).

Исследования А. К. Ларионова. А. К. Ларионов [42] детально развил агрегатную теорию строения глинистых грунтов. Он различает первичные и вторичные агрегаты, микро- и макроагрегаты и подразделяет их по внешнему виду и прочности следующим образом: хлопьевидные размером не более 2—5 *мм*; хлопьевидные рыхлые, содержащие пылеватые частицы; рыхлые крупных размеров; плотные, обладающие высокой прочностью и водостойкостью; весьма плотные с кристаллизационной связью между частицами.

По строению Ларионов выделяет: 1) однородно-контактные с параллельным, торцово-плоскостным и смешанным расположением частиц; б) неоднородные, сложенные частицами различных размеров как коллоидными, так и пылеватыми.

Наконец, по размерам Ларионов различает крупные макроагрегаты размером более 2 *мм*; макроагрегаты 2—0,05 *мм*, микроагрегаты 0,05—0,002 *мм* и ультрамикроагрегаты $<$ $<$0,002 *мм*.

Рассматривая пористость грунтов, Ларионов выделил следующие типы пор: а) ультрамикропоры размером менее 1 *мк*; б) межчастичные поры размером 1—100 *мк* (такие размеры могут иметь как поры внутриагрегатные, так и межагрегатные); в) крупные поры — видимые на глаз, размером более 100 *мк*; г) микротрещины и трубчатые поры.

Обобщенная схема сложения. Анализируя описанные выше схемы, а также результаты ряда исследований, выполненных различными авторами, можно считать, что сложение глинистых грунтов представляет собой *многопорядковое* образование, существенно зависящее от условий отложения частиц, катионного состава и pH среды, величины и длительности действия обжимающей нагрузки.

Флокуляционное или карточное строение может быть лишь внутри хлопьев или микроагрегатов частиц, образующихся в процессе коагуляции. Агрегаты этих частиц создают ячеистое сложение осадка, располагаясь один относительно другого случайным образом. Следовательно, чисто глинистый грунт в момент его образования должен обладать пористостью двух видов — первичной (пористость агрегатов) и вторичной или межагрегатной пористостью. Соприкасающиеся глинистые частицы двух соседних агрегатов могут вступать между собой в такую же связь, как и во внутриагрегатной структуре, создавая соответствующее сцепление между агрегатами.

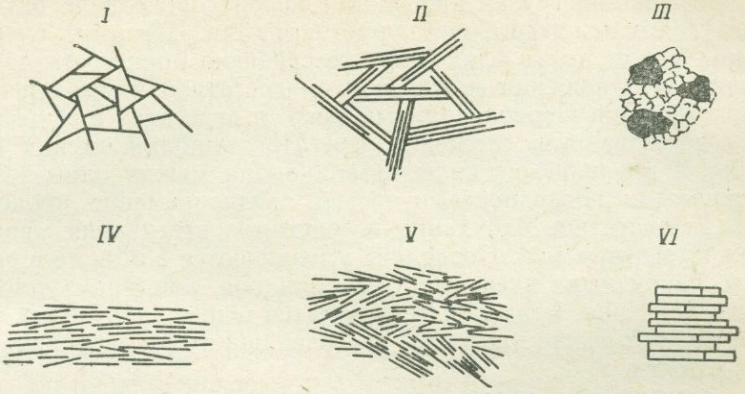


Рис. 6.12. Основные шесть типов сложения по Сайдсу и Бардену

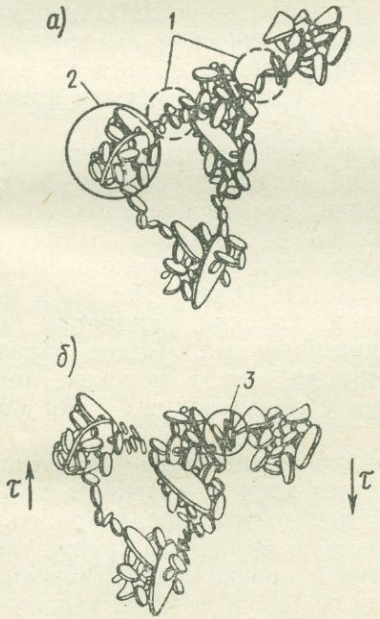


Рис. 6.13. Образование структурных доменов из параллельно ориентированных при сдвиге частиц

а — структура до сдвига; *б* — структура после сдвига; *1* — связи из цепочек глинистых частиц; *2* — агрегаты глинистых частиц; *3* — домены (по Пушу)

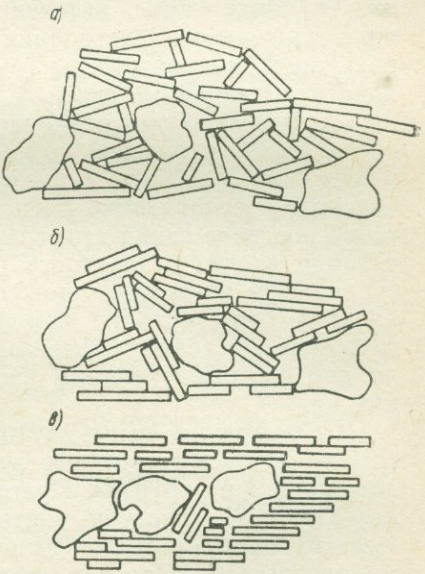


Рис. 6.14. Структура пресноводной и морской глины по Лэмбу

а — отложение в морской воде; *б* — отложение в пресной воде; *в* — нарушенное отложение

При повторных циклах уплотнения и набухания в результате нагрузки-разгрузки происходит перераспределение внутриагрегатной и межагрегатной пористости глин. При этом, очевидно, глина может иметь одну и ту же среднюю пористость при различном соотношении между внутриагрегатной и межагрегатной пористостями. Первоначальные связи в агрегатах при деформации разрушаются, сложение агрегатов приближается к пакетному, и проявляются силы отталкивания между одинаково заряженными поверхностями частиц. Одновременно происходит внутриагрегатное набухание вследствие втягивания воды из межагрегатных пор. Последние уменьшаются в объеме в результате разрушения ячеистого сложения под действием уплотняющего давления. Если при этом имеется общее уплотнение, то после полной разгрузки глина не возвращается к первоначальной пористости.

Таким образом, при уплотнении глины нарушается начальное двухпорядковое сложение и создается более однородное сложение всей массы.

По-видимому, слабое воздействие на структуру, вроде переминания глины вручную, способно разрушать лишь межагрегатные связи, оставляя нетронутыми сложение и связность агрегатов. Опыты А. Я. Туровской в лаборатории ДИИТа показали, что даже самое интенсивное механическое воздействие в виде длительного растирания грунта с водой не всегда может разрушить микроагрегаты грунта, в которых имеются прочные кристаллизационные связи.

Следует отметить различие в строении глин, образовавшихся в соленой и пресной воде. Лэмб указывал, что при быстрой коагуляции в соленой морской воде оседающие хлопья глины содержат беспорядочно расположенные частицы, тогда как в пресной воде глина имеет гораздо более высокую степень ориентации частиц и плотность (рис. 6.14). Точно так же и поры вторичного ячеистого сложения в морских глинистых илах должны быть больше, чем в пресноводных. Таким образом, сложение последних более однородно, чем в морских глинах, но прочность внутренних связей у пресноводных глин более низкая.

Рассмотренное выше двухпорядковое сложение чисто глинистого грунта все еще не соответствует многим явлениям, наблюдаемым в этих грунтах. Поэтому необходимо предположить более сложную структуру, учитывающую наличие в грунте также жестких пылевато-песчаных частиц и прочно сцементированных микроагрегатов. При образовании осадка и по мере увеличения его толщины вблизи таких жестких центров возникает концентрация напряжений, в результате чего эти частицы медленно перемещаются в обтекающей их вязкой массе окружающего грунта. В конце концов они достигают некоторого равновесного положения, при котором опираются друг на друга через уплотнен-

ные глинистые прослойки дисперсного сложения, образуя своеобразный более или менее жесткий структурный каркас грунта. На возможность перемещения жестких частиц в общей вязкой массе впервые обратили внимание Троллоп и Чен (1960). Приводим микрофотографию, полученную А. Я. Туровской, подтверждающую это предположение (рис. 6.15).

В крупных пустотах каркаса из жестких зерен (межкаркасные поры) размещаются глинистые агрегаты, образуя межагрегатные поры. Гораздо более мелкие поры между частицами агрегатов (внутриагрегатные поры) при такой структуре можно рассматривать как поры третьего порядка по сравнению с каркасными порами первого порядка и межагрегатными второго порядка. Вода, заполняющая межагрегатные поры, может содержать отдельные неагрегированные коллоидные частицы.

При длительном покое межагрегатный золь структурируется и коллоидные частицы образуют в нем сетку из цепочек, которые пронизывают объем поры во всех направлениях и иммобилизуют (от лат immobilis — неподвижный) находящуюся в них жидкость. Таким образом, в межагрегатных порах глины возникает четвертое структурное образование — структурированный золь. Образование такого золя при низкой концентрации глинистых частиц в бентонитовой суспензии было убедительно доказано опытами Б. Ф. Рельтова (1956).

При переминании или сдвиге глины с многопорядковой структурой сначала должны разрушаться связи между частицами каркаса и в структурированном золе. Если грунт остается под нагрузкой в покое, то восстанавливаются одновременно и межкаркасные связи и структура золя: если же нагрузка отсутствует, то тиксотропно восстанавливается прежде всего структура золя (тиксотропное упрочнение). При интенсивном переминании разрушаются также и межагрегатные связи, но при медленных деформациях межагрегатная структура лишь деформируется, агрегаты скользят один по другому, и сцепление снижается, чтобы снова восстановиться, когда смещение агрегатов прекратится (*реотропные изменения*). Наоборот, при быстрых деформациях сдвиг может захватывать более прочную внутриагрегатную структуру и сцепление будет при этом возрастать (реотропное упрочнение).

В результате уплотнения грунта и выжимания из него воды межагрегатные поры заполняются бесструктурным гелем, в котором с течением времени происходит структурообразование и соответствующее упрочнение.

В зависимости от минералогического состава глинистой фракции и гранулометрического состава грунта в целом сложение может в той или иной степени отклоняться от описанного выше, однако общие его черты, по-видимому, сохраняются.

Сложение элювиальных глин. Рассмотренная схема строения характерна для глин водно-осадочного происхождения.

Иное сложение имеют глины элювиального происхождения, которое в значительной степени зависит от сложения материнской породы.

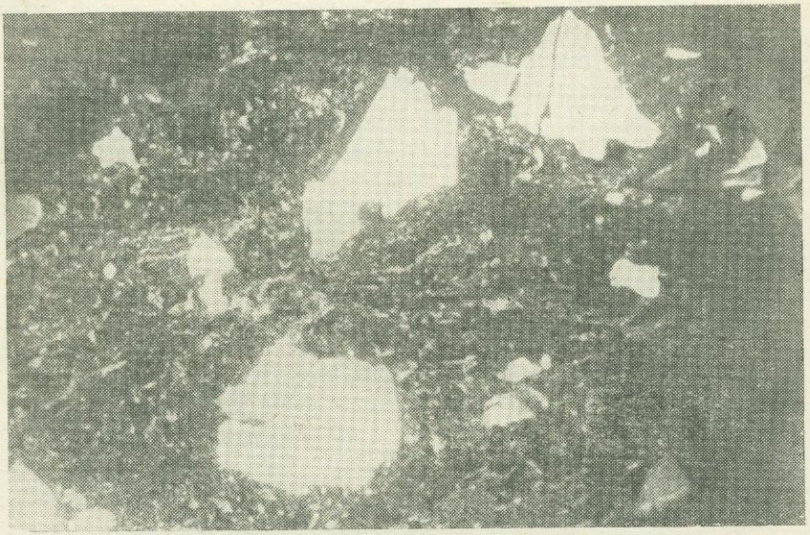


Рис. 6.15. Микрофотография опыта А. Я. Туровской (крупные светлые частицы — жесткие кварцевые зерна)

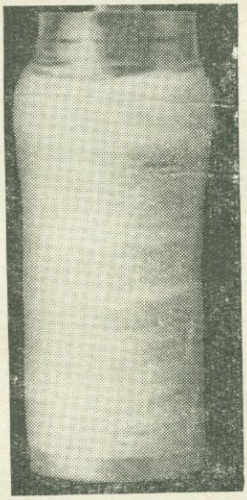


Рис. 6.16. Структура первичного каолина по А. Я. Туровской

Вид образца после испытания в стабилометре (сквозь резиновую оболочку видны прослои более жесткого материала)

А. Я. Туровская [75] проводила исследования первичных каолинов, являющихся продуктом разложения мигматитов. Они имеют характерную полосчатую текстуру, представленную чередованием более светлых и более темных прослоев, образован-

ных пластичной глинистой массой (рис. 6.16). Толщина прослоев составляет от 10 до 30 *мм*; содержание частиц диаметром менее 0,005 *мм* в глинистых прослоях до 30%.

Каолинит в этих прослоях представлен крупными чешуйчатыми блоками размером до 1 *мм*, рассеянными в массе более мелких, но различимых под оптическим микроскопом частиц, которые не имеют определенной ориентации и окружены изотропным более тонким глинистым веществом. Эти крупные чешуйки не распадались в воде даже под воздействием ультразвука, следовательно, они представляют собой не агрегаты, а крупные элементарные частицы (блоки) каолинита. Впоследствии подобная структура была подтверждена подробными микроскопическими исследованиями Моргенштерна и Чаленко (1967).

Микроагрегатный анализ грунта. Сравнение гранулометрического состава грунта при полной его диспергации и при сохранении микроагрегатов играет существенную роль при оценке характера структуры грунта [23; 42]. Различие между обычным гранулометрическим и микроагрегатным анализами заключается лишь в технике подготовки грунта. Если в первом случае стремятся к максимальной диспергации грунта, то во втором, наоборот, к максимальной сохранности таких микроагрегатов, которые не разрушаются при обычных напряжениях и деформациях грунтов. Соответствие существующих методик этому условию пока не доказано. Но наиболее подходящим в настоящее время следует признать применяемый в почвоведении метод микроагрегатного анализа Качинского.

В основе этого метода лежит предположение, что при слабом растирании каучуковым пестиком, при последующем в течение суток размокании в дистиллированной воде или в растворе такого же состава, как поровый, и в заключение при встряхивании в течение 2 *ч* микроагрегаты не распадаются. Содержание их определяется обычными методами гранулометрического анализа. Затем сравнивают результаты гранулометрического (с полной диспергацией) и микроагрегатного анализов и определяют, согласно рекомендации И. М. Горьковой, два коэффициента агрегированности, которые представляют собой отношение содержаний фракций размерами $<0{,}005$ *мм* и $<0{,}001$ *мм*, найденных по гранулометрическому $C_г$ и микроагрегатному $C_м$ анализам:

$$k_{I} = \frac{C_г\,(0{,}005)}{C_м\,(0{,}005)}; \quad k_{II} = \frac{C_г\,(0{,}001)}{C_м\,(0{,}001)}. \qquad (6.16)$$

Если агрегированность практически отсутствует, то эти коэффициенты равны 1.

6.4. Связность глинистых грунтов

Механическая характеристика связности. По характеру сопротивления грунта силам, стремящимся разъединить его частицы, различают несвязные, связные и сцементированные грунты. *Несвязными* называют грунты, у которых полностью отсутствует сопротивление разъединению частиц, их отрыву друг от друга (например, сухие пески). *Связными* и сцементированными называют грунты, которые обладают сопротивлением разрыву. У связных грунтов это сопротивление зависит от влажности: чем больше влажность грунта, тем меньше сопротивление, которое имеет более или менее обратимый характер.

У *сцементированных* грунтов сопротивление разрыву не зависит от влажности грунта, за исключением случаев, когда цемент размягчается и растворяется в воде. Но в обоих случаях разрушение связей имеет полностью или в значительной мере необратимый характер. Характер связности грунтов определяется физико-химической природой связей, их водостойкостью и механической прочностью.

Связность как физико-химическое явление. Взаимодействие между частицами глины, содержащей в порах воду, осуществляется как в результате действия силовых полей самих частиц, так и через окружающие частицы ионы и молекулы воды. Это взаимодействие проявляется в виде сил отталкивания и сил притяжения, имеющих электрическую природу. При выжимании под нагрузкой оболочек связанной воды или при испарении воды частицы глины сближаются в результате взаимодействия ненасыщенных отрицательных полей частиц с положительными внешними частями диффузного слоя соседних частиц. При этом одновременно действуют силы отталкивания одноименных зарядов катионных слоев.

Можно полагать, что при расстоянии между частицами менее 15А двойные диффузные слои исчезают и промежутки между частицами заполняются равномерно распределенными обменными катионами, которые представляют собой «обобщенные» катионные слои. По мере дальнейшего сближения частиц силы отталкивания возрастают, однако притяжение не исчезает полностью, так как при очень малых расстояниях между частицами начинают действовать силы вторичной валентности и притяжение увеличивается пропорционально седьмой степени расстояния вследствие дисперсионного эффекта. Именно силами вторичной валентности объясняется высокая прочность высушенного глинистого грунта. У кварцевых частиц сила притяжения составляет 0,002 дины при расстоянии 1000 А [115].

При взаимодействии разноименно заряженных торцов и граней силы притяжения изменяются с расстоянием примерно так, как показано на рис. 6.17. Силы притяжения между положительно заряженными торцами и отрицательными плоскими гранями

частиц представляют собой силы Кулона и изменяются пропорционально квадрату расстояния. Это отмечается у каолинита при pH<5 и может быть у некоторых других глинистых минералов.

Указанные силы притяжения между частицами грунта обусловливают возникновение сцепления в грунте. Подробный теоретический анализ сил взаимодействия между частицами глины и ионами и молекулами окружающей среды произвел С. В. Нерпин [52].

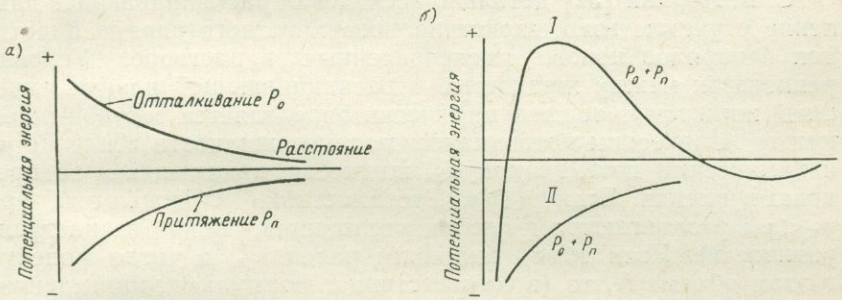


Рис. 6.17. Энергия взаимодействия между частицами при изменении расстояния между ними

Если считать, что частицы связного грунта контактируют друг с другом через оболочки прочносвязанной воды, то сцепление между ними по Розенквисту объясняется различием в величине поверхностной энергии адсорбированной и свободной воды и наличием в связи с этим границы раздела между этими двумя видами воды. В результате мостики между частицами, состоящие из связанной воды, отделяются от свободной воды в порах пленками с поверхностным натяжением.

Расклинивающее действие жидкости. Если между поверхностями контакта двух пластинок из твердого вещества находится смачивающая жидкость, то она раздвигает эти пластинки, образуя между ними тонкую пленку, толщина которой тем меньше, чем больше нормальное давление, действующее на пластинки. Давление на пластинки, которое может преодолеть пленка данной толщины, называют *расклинивающим давлением* пленки, а пленку — расклинивающей. При этом максимальное давление, по исследованиям Б. В. Дерягина, возникает в том случае, когда толщина пленки между пластинками равна удвоенному диаметру молекул жидкости, т. е. когда каждая пластинка покрыта мономолекулярным слоем жидкости. При увеличении толщины пленки расклинивающее действие сначала уменьшается постепенно, а при определенной толщине резко падает, доходя до нуля.

Если в жидкости содержится вещество, молекулы которого активно адсорбируются поверхностью пластинок, то расклинивающее действие резко усиливается, что впервые установил П. А. Ребиндер. Связь между явлениями расклинивания и связывания жидкости и между давлением расклинивания и силами связывания прослеживается следующим образом.

Если смачивающая жидкость в виде тонкого слоя попадает в трещину в материале, то, двигаясь к узкому концу трещины, пленка своим расклинивающим действием производит дальнейшее углубление трещины.

С. В. Нерпин [52] детально исследовал расклинивающее давление с учетом взаимодействия поверхностного заряда пластинок и зарядов ионов, распределенных в растворе. Условие равновесия между жидкостью в расклинивающей пленке и внешней жидкостью термодинамически определяется соотношением между химическим потенциалом молекул жидкости в пленке $\mu_п$ и химическим потенциалом $\mu_ж$ жидкости, находящейся за пределами пленки. Если $\mu_п > \mu_ж$, то пластинки сближаются, при $\mu_п < \mu_ж$ раздвигаются и пленка утолщается, пока не наступит равновесие. Если объем жидкости равен $V_м$, а число молекул в этом объеме N, то (в соответствии с формулами, приведенными в разделе 1.3.6) интенсивность расклинивающего давления составит:

$$q = \frac{\mu_ж - \mu_п}{V_м}. \qquad (6.17)$$

В дисперсных системах расклинивающее действие слоев воды, разделяющих частицы, проявляется в виде *набухания* — общего увеличения объема системы, втягивающей в себя воду. Давление набухания связано с расклинивающим давлением в точках контакта частиц $p_{кл}$ соотношением

$$p_{наб} = \sum_{1}^{n} p_{кл}, \qquad (6.18)$$

где n — среднее число контактов на единицу площади поперечного сечения набухающей системы.

Жидкость в пленке и за ее пределами можно рассматривать как две фазы. Следовательно, если на поверхности твердой стенки имеется слой адсорбированной жидкости, к которой примыкает капиллярная вода, то межфазный перепад давления при переходе от слоя *1* к капиллярной жидкости *2* можно рассматривать как расклинивающее давление $p_{кл}$ и, таким образом, определяя краевой угол θ, можно связать расклинивающее давление и поверхностное натяжение на границе между слоями жидкости *1* и *2* используя уравнение Дюпре (5.84).

Набухание и связность. По мере набухания сцепление в грунте значительно уменьшается. Так как концентрация ионов в поровом растворе выше, чем во внешнем растворе, в поглощении

воды при набухании значительную роль играет осмотическое давление. Особенно интенсивное набухание наблюдается у глин с высоким отрицательным зарядом частиц, содержащих одновалентные обменные катионы (например, у натриевого монтмориллонита). При этом сцепление падает особенно сильно.

Влияние обменных катионов. Вследствие чешуйчатого строения глинистых частиц и постоянной микроанизотропии в сложении глин при изменении вида и количества обменных катионов в первую очередь изменяется структура грунта. Так, двух- и трехвалентные катионы и ионы водорода способствуют образованию уплотненных агрегатов глинистых частиц с высокопрочными связями между ними. Одновременно со сближением частиц в агрегатах возникает повышенная межагрегатная пористость. В этих более крупных порах содержится уже значительное количество воды, передвигающейся под действием капиллярных сил.

Наличием именно такой структуры в Са-глинах обусловлены перегибы кривых осушения грунта, которым соответствует граница между влагой, содержащейся в более крупных межагрегатных порах и во внутриагрегатных. Магний ведет себя примерно так же, как кальций, но количество ориентированной воды несколько меньше.

Ионы натрия вызывают дезагрегацию частиц, поэтому благоприятствуют более высокому содержанию прочно связанной воды. С другой стороны, Na-глины обладают способностью к значительному набуханию, связанному, по-видимому, с доннановским эффектом. Во всяком случае, в Na-глинах существует большая разница между содержанием связанной воды при низкой и высокой общей влажности. Ионы K, H, Al, Fe образуют прочную связь между частицами глины, и поэтому стремление их к набуханию заметно уменьшается. При высушивании таких глин почти вся влага удаляется.

Часто грунты содержат одновременно несколько видов катионов, которые, по мнению Грима, распределены неравномерно по отдельным минеральным частицам, например на одних частицах только ионы Na, на других только Ca и т. д. Соответственно и толщина слоев связанной воды на различных частицах будет различной. Поэтому при постепенном изменении соотношения в содержании различных катионов обычно внезапно наступают изменения в поведении грунта. Например, максимальная диспергация одного из бентонитов достигалась при содержании 70% Na и 30% Ca.

Прочность связи между частицами зависит не от вида и количества поглощенных катионов, а от того, каков состав обменных катионов при данном минералогическом составе. Если грунт обладает значительным сцеплением при высокой влажности, то это скорее всего обусловлено преобладанием монтмориллонитовых частиц и катионов натрия.

Как показывают многочисленные опыты различных исследо-

вателей, даже при небольшом изменении состава поглощенных катионов могут быть заметные изменения прочности структуры и водопроницаемости грунта. При замене Na на Ca или H уменьшается общее содержание связанной воды, повышается прочность и увеличивается водопроницаемость грунта (при той же средней пористости).

Если ввиду особенностей исходной структуры при такой замене не наблюдается немедленное изменение структуры грунта (его агрегация), то сохраняющаяся при этом Na-структура становится весьма неустойчивой и даже при незначительных сотрясениях происходит *разжижение глины* (образование *плывунной глины*). При замещении натрием других катионов глина набухает (при наличии источников увлажнения) и ослабляется прочность межчастичных связей.

Роль примесей. В образовании связей между частицами глины большое значение имеют примеси карбонатов кальция и магния, окислов железа и алюминия, аморфного кремнезема (кремнистая глина), а также органических веществ. Окислы создают цементационные связи, играющие значительную роль в прочности глин с естественной структурой.

Органические вещества, несущие положительный заряд, активно участвуют в образовании связей между глинистыми частицами и пылевато-песчаными зернами, а также связей последних между собой. Однако эти же примеси могут препятствовать агрегированию коллоидных фракций.

Как показали исследования акад. В. Р. Вильямса, механическая прочность и водоустойчивость связных грунтов в большой степени зависят от характера напряженного состояния грунта в процессе формирования его связей.

Н. Я. Денисов (1951) отмечал, что в зависимости от относительной скорости повышения уплотняющей нагрузки и увеличения прочности связей естественное сложение и пористость глинистых грунтов могут быть различными. В некоторых случаях пористость глины с глубиной остается почти постоянной, в то время как прочность связей возрастает.

Таким образом, о механических свойствах глинистого грунта нельзя судить только по изменению его пористости с глубиной. Необходимо учитывать прочность связей, которая обусловливает сопротивление грунта деформациям и разрушению.

При уменьшении средней влажности в глинах до значений $G=0{,}3\div0{,}7$ обычно наблюдается локальная усадка отдельных макроагрегатов и образуются поры капиллярных размеров между агрегатами, которые продолжают оставаться водонасыщенными ($G\approx1$). Точки контактов таких агрегатов окружены манжетами капиллярной воды, и в этих точках действует капиллярное сцепление (физическая связь).

Особенности структуры как причина аномальных свойств некоторых глинистых грунтов. Часто встречаются глинистые

грунты, для которых характерно несоответствие между отдельными свойствами. Так, например, по величине усадки и набухания они близки к супесям, по гранулометрическому составу находятся на границе между супесями и суглинками, по величине предела текучести — это суглинки, а по величине предела раскатывания — глины. Эти грунты даже в сухом состоянии обладают высокой пористостью, значительно превышающей пористость обычных глин в твердом состоянии. Вместе с тем они характеризуются высокой механической прочностью и малой сжимаемостью.

Подобная аномалия в свойствах грунта объясняется тем, что его пылеватая фракция представляет собой агрегаты прочно сцементированных тончайших частиц и обладает высокой внутренней пористостью (напоминает ноздреватые зерна), почти не изменяющейся при изменении влажности или нагрузки [6]. Если такие грунты обработать слабым раствором соляной или уксусной кислоты, агрегаты распадаются, и резко увеличивается содержание глинистой фракции. Подобное строение в лёссовидных грунтах имеет значительная часть тонкопылеватых частиц, представляющих собой в действительности микроагрегаты.

В других случаях аналогичные свойства грунта обусловлены значительным содержанием гидроокиси железа, образующей очень прочные мелкие ноздреватые зерна. Подобными свойствами обладают и такие грунты, как диатомовая земля (кизельгур), которая состоит из мельчайших кремнистых остатков водорослей, имеющих высокую ультрапористость, отчетливо различимую под электронным микроскопом. По характеру свойств эти грунты следовало бы называть *жесткоагрегатными.*

Примером влияния цементационных связей на свойства глинистого грунта являются неогеновые известковистые глины с прослоями мергеля, известняка и песка из района Камыш-Бурун. Несмотря на полутвердое состояние в естественном залегании, они обладают поразительно низкой плотностью (до 1,2 *г/см*^{3}) и высокой пористостью (свыше 50%). При нарушении структуры прочность их резко падает, а сжимаемость сильно возрастает.

Изложенное лишний раз подчеркивает огромную роль структуры и минерального состава в механических свойствах грунта. Весьма грубые ошибки могут возникать при оценке свойств глинистого грунта только на основе гранулометрического анализа или границ консистенции при нарушенном состоянии.

Влияние сложения на реотропное упрочнение. Так как прочность связей у глин с флокулированным сложением выше, чем при беспорядочном, то снижение прочности при нарушении флокулированной структуры оказывается более значительным. При переминании грунта флокулированная структура переходит в беспорядочную, и прочность после отдыха не восстанавливается до первоначального значения. У глин с беспорядочным сло-

жением прочность после переминания восстанавливается практически полностью. Разумеется, в обоих случаях предполагается отсутствие необратимых цементационных связей.

После нарушения структуры частицы глины, по-видимому, не сохраняют своего положения, а медленно перемещаются, стремясь к минимуму внутренней потенциальной энергии системы. При этом беспорядочная структура переходит частично во флокулированную. Этот процесс происходит тем легче, чем выше влажность грунта, причем при влажности выше некоторого предела он сопровождается синеретическим выделением избыточной влаги.

6.5. Нарушение структуры

Естественная, ненарушенная и нарушенная структуры. Структуру грунта в условиях его природного залегания и соответственно природное напряженно-деформированное состояние грунта называют *естественными.*

При бурении или шурфовании естественное напряженное состояние грунта вблизи стенок и забоя выработки изменяется, что в той или иной степени отражается на структуре грунта. Поэтому образцы грунта, даже отобранные весьма тщательно и называемые поэтому *ненарушенными,* всегда имеют структуру, отличающуюся от естественной.

Если образец подвергался интенсивным механическим воздействиям, деформациям, ударам, высыханию или увлажнению, промерзанию и т. п., то его называют *нарушенным.*

В настоящее время различают два вида нарушений первоначального естественного состояния структуры: а) при неизменной плотности и влажности; б) с изменением как плотности, так и влажности.

Чтобы отличить эти два основных вида нарушений структуры, первый называют *переминанием* и говорят о перемятом грунте. Так как переминание часто требует значительных усилий, то для возможности сравнения механических свойств ненарушенного и перемятого образцов в лабораториях используют специальные механические приспособления типа кулачковых тестомесителей или шарнирные обоймы для повторных перекашиваний образца (рис. 6.18, *а*).

На рис. 6.18, *б* приведен график [98] зависимости напряжений и деформаций при одноосном сжатии от степени нарушения структуры образца глины.

Влияние нарушения структуры на свойства грунта. При нарушении структуры глинистого грунта изменяется не только относительное расположение частиц его скелета (сложение), но и разрушаются существующие связи между частицами, ликвидируется первоначальный песчано-пылеватый каркас, значительно (иногда в десятки раз) снижается прочность грунта. При

нарушении структуры песка изменяется его первоначальная пористость, что сопровождается изменением сжимаемости и сопротивления сдвигу.

В тех случаях, когда естественный грунт высушивают, затем растирают в порошок, замешивают с водой и уплотняют до той или иной пористости, полученную массу называют *пастой*. Механические свойства пасты обычно сильно отличаются от свойств перемятого связного грунта с той же пористостью и влажностью.

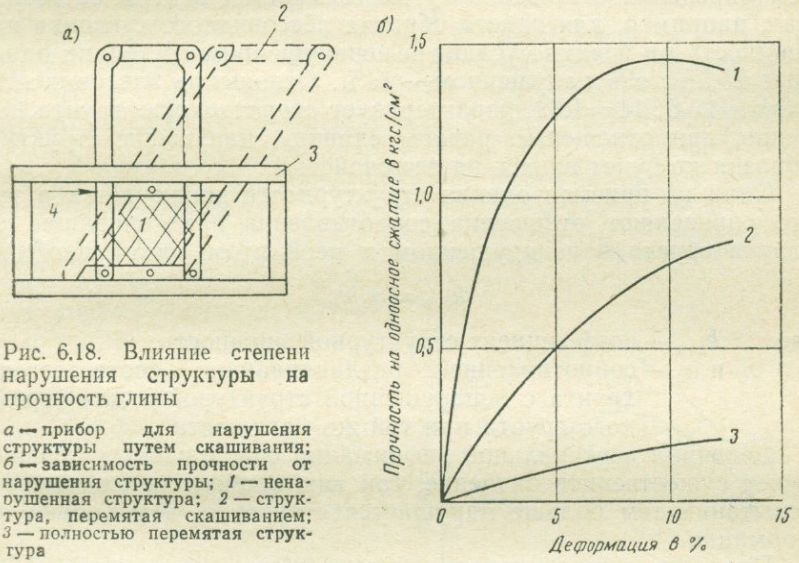


Рис. 6.18. Влияние степени нарушения структуры на прочность глины

а — прибор для нарушения структуры путем скашивания; *б* — зависимость прочности от нарушения структуры; *1* — ненарушенная структура; *2* — структура, перемятая скашиванием; *3* — полностью перемятая структура

Нарушение может происходить как в результате динамического воздействия на грунт, так и вследствие изменения его напряженного состояния, которое обусловливает относительный сдвиг частиц.

Если образец глины разгрузить от испытываемого им в толще грунта давления, под которым он формировался (например, извлекая образец на поверхность), то он претерпевает необратимое разрушение части внутренних связей. Это разрушение, очевидно, коснется более слабых и хрупких связей под влиянием усилий, вызванных при разгрузке расширением более упругих прочных связей. Таким образом, всякий образец глинистого грунта, доставленный в лабораторию, в той или иной степени нарушен и часто находится под действием еще не релаксировавших внутренних начальных напряжений.

Точно так же изменение распределения напряжений при разгрузке будущего основания вследствие выемки грунта из котлована, а затем при загружении в процессе возведения сооружения может служить причиной известных структурных из-

менений и нарушений грунта. Если естественный грунт разбит трещинами, имеет комковатое или рыхлое сложение, нарушение структуры может, наоборот, улучшить его механические свойства.

Влияние нарушения структуры на изменение механических свойств грунта можно определить несколькими методами.

Очень простое косвенное определение показателя структурности глин предложено Я. Л. Коганом. Он доводил до границы усадки образцы нарушенной и ненарушенной структуры, а затем определял отношение их влагоемкостей в этом состоянии. Так, например, для одного образца лёссовидного суглинка влагоемкость на границе усадки в ненарушенном состоянии равнялась 25,5%, а в нарушенном — 14%. Отношение влагоемкостей, равное 25,5 : 14 = 1,82, характеризует *структурность* грунта. Очевидно, при отношении, равном единице, нарушение структуры образца не будет влиять на его свойства.

Один из приемов оценки структурности заключается в том, что определяют отношение сопротивления раздавливанию образцов грунта в ненарушенном и перемятом состоянии:

$$k_{с.п} = q_е/q_п, \tag{6.19}$$

где $k_{с.п}$ — коэффициент структурной прочности;

$q_е$ и $q_п$ — сопротивление раздавливанию соответственно грунта с ненарушенной структурой и для перемятого грунта при той же влажности.

Величина вертикальной деформации сравниваемых образцов имеет существенное значение, так как в процессе сжатия при испытании тем больше нарушается структура, чем больше деформация.

Приводим рекомендуемую методику этого испытания. Образец должен иметь отношение высоты к диаметру, равное 2—3. Испытание проводится на обычном рычажном прессе. Во избежание испарения влаги образцы помещают в тонкую резиновую оболочку либо обертывают промасленной бумагой. Ступень загружения принимают для пластичных глин 0,05 *кгс/см*^{2}; для полутвердых 0,1 *кгс/см*^{2} и для твердых 0,5 *кгс/см*^{2}. Каждую ступень выдерживают 5 *мин*. Если образец не разрушается хрупко, его доводят до продольной деформации $\Delta h/h = 10\%$ и соответствующее давление принимают за разрушающее.

Разрушающее напряжение $q_п$ следует определять как отношение нагрузки к площади максимального поперечного сечения образца F' при той вертикальной деформации, при которой разрушился ненарушенный образец (рис. 6.19) или при которой его пластическая деформация сжатия Δh достигла некоторой заданной величины.

Величина $k_{с.п}$ для большинства глин равна 2—4, однако имеются высокоструктурные тиксотропные глины, у которых $k_{с.п} > 8$.

Нарушение структуры по-разному влияет на изменение прочности и сжимаемости грунта. В некоторых случаях прочность грунта снижается весьма значительно, в то время как сжимаемость изменяется мало; в других случаях наблюдается обратное явление. Поэтому необходимо различать *структурную сжимаемость* и *структурную прочность* (см. главу 7).

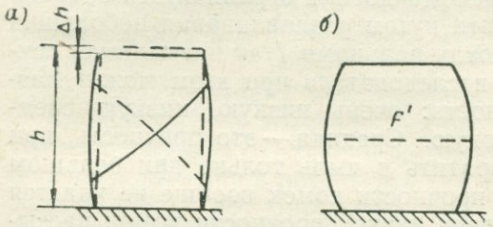


Рис. 6.19. Поперечное сечение образца, деформированного при сжатии

а — хрупкое разрушение; *б* — пластичное течение

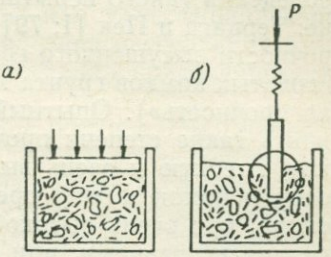


Рис. 6.20. Способы изменения сложения грунта

а — обжатие; *б* — переминание пружинным штыкованием

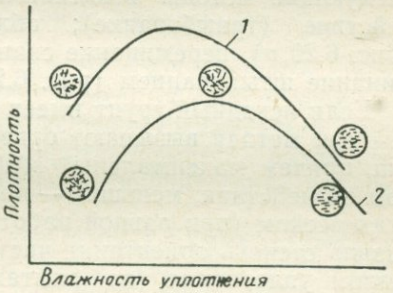


Рис. 6.21. Влияние уплотнения на изменение сложения частиц грунта (по Лэмбу)

1 — при высоком уплотняющем давлении; *2* — при малом уплотняющем давлении

Оценка микротекстуры грунта. Особенности микротекстуры грунта требуется учитывать при оценке его поведения под нагрузкой. Наличие различных прослоев и неоднородностей в строении глины особенно отчетливо проявляется при ее высыхании. Поэтому после извлечения образцов необходимо осторожным продольным разрезом отделять часть образца специально для высушивания. Наблюдая за изменением образца в разрезе в процессе медленного высыхания, можно легко установить особенности его микротекстуры и описать их. Этот метод основан на том, что при высыхании грунта раньше всего достигают границы усадки слои с меньшим содержанием глинистых частиц. Эти слои при высыхании светлеют, в то время как более глинистые слои, еще не достигшие границы усадки, сохраняют темный цвет.

Прочность в высушенном состоянии. Для косвенной оценки характера сил взаимодействия между частицами следует определять прочность на простое сжатие образцов нарушенного грунта, высушенных на воздухе до твердого состояния. Эту прочность называют *сухой прочностью*. Однако прочность грунта в сухом состоянии может доходить до 200 *кгс/см*^{2} и более, поэтому для проведения такого испытания требуется специальное оборудование. Терцаги и Пек [I; 79] рекомендовали ограничиться оценкой прочности высушенного грунта путем раздавливания небольших угловатых комков грунта между пальцами (так называемая «сухая прочность»). Опытный исследователь при этом может различить такие степени прочности: очень низкую, низкую, среднюю, высокую и очень высокую. Средняя — это прочность, при которой комок можно превратить в пыль только при большом усилии; при очень высокой прочности комок вообще не удается раздавить пальцами; при очень низкой прочности комок рассыпается в пыль при самом слабом давлении. Качественная оценка сухой прочности используется в некоторых классификациях грунтов.

Влияние способа уплотнения на сложение. Для изменения сложения грунта механическими способами можно применять следующие методы воздействия: вибрирование; ударное воздействие (трамбование); обжатие статической нагрузкой (рис. 6.20, *а*), переминание скашиванием (см. рис. 6.18, *а*); переминание штыкованием (рис. 6.20, *б*).

Если исходный грунт имеет беспорядочное сложение, то первые три метода вызывают ориентированное расположение частиц, причем максимальный эффект достигается при вибрационном воздействии, меньший — при ударном и еще меньший — при статическом (при равной работе деформации). На рис. 6.21 показана степень ориентации частиц глины в сопоставлении с графиком уплотнения (по опытам Лэмба). После переминания грунта штыкованием сложение имеет беспорядочный характер.

Зависимость сложения от условий осаждения частиц из суспензии. В пресной воде частицы испытывают взаимное отталкивание, создаваемое внешними обкладками диффузных слоев. Осадок, образующийся в такой воде, имеет полуориентированное сложение, причем у каолинитовых и иллитовых глин плотность осадка выше, чем у монтмориллонитовых (см. рис. 6.14).

Соли, растворенные в воде, подавляют диффузные слои, поэтому в морской воде силы отталкивания между частицами уменьшаются, частицы сближаются и образуют при оседании флокулированную структуру.

Способы исследования особенностей сложения грунта. Проблема непосредственной количественной оценки сложения глинистых грунтов до сих пор не получила удовлетворительного решения. Решение этого вопроса осложняется, во-первых, тем, что при различном сложении один и тот же грунт может обладать

одинаковой пористостью, и, во-вторых, механические свойства грунта зависят не только от сложения, но и от связности, и любая перестройка сложения, как правило, сопровождается изменением связности грунта.

В существующих способах описательной оценки сложения пользуются данными микроскопических или ультрамикроскопических наблюдений или исходят из характера рассеивания рентгеновских лучей в зависимости от ориентации кристаллических частиц.

При механических методах сложение оценивается косвенно по относительному значению тех или иных механических показателей, зависящих от степени ориентации частиц. Так, степень изменения сложения в результате тех или иных воздействий может быть оценена по относительному изменению коэффициента фильтрации, величины линейной усадки или набухания, сопротивления сдвигу и т. п. по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Однако вследствие значительного разброса получающихся данных требуется многократное повторение таких опытов для многих точек блока или монолита.

6.6. Об искусственном преобразовании структуры

Методы преобразования. Все методы искусственного преобразования структуры своей конечной целью обычно имеют, во-первых, повышение прочности и уменьшение сжимаемости грунта, во-вторых, увеличение его сопротивляемости различным внешним воздействиям, оказывающим разрушительное влияние на механические свойства грунта.

Эти свойства определяются двумя структурными характеристиками грунта — его сложением и связностью, причем эти свойства находятся в определенной взаимной зависимости. При определенном изменении сложения грунта можно добиться увеличения сил, сопротивляющихся сдвигу частиц, и соответственно улучшения его строительно-механических свойств. На этом основана большая группа методов технической мелиорации, как, например, осушение и уплотнение грунтов.

Другая группа методов основана на искусственном увеличении связности грунтов. Эти методы более эффективны, но значительно сложнее и более дорогостоящие. Ниже мы остановимся только на некоторых физических аспектах связи между механическими свойствами и структурой грунтов при изменении сложения методами первой группы.

Зависимость между плотностью и влажностью. На рис. 6.22 приведены кривые зависимости между плотностью γ_c и влажностью w глинистого грунта при различной величине механической работы $A_1 > A_2 > A_3$, затраченной на уплотнение. Из графика следует, что при одной и той же влажности (например, w) грунт может обладать различной плотностью и соответственно

различной степенью влажности G. Для сравнения нанесена кривая полного водонасыщения грунта ($G=1$). Точно также грунт при одной и той же плотности может обладать различной влажностью (соответственно при разных значениях G). Однако при одной и той же работе уплотнения существует выраженная зависимость между плотностью и влажностью грунта в установив-

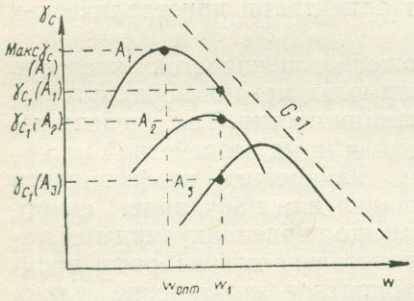
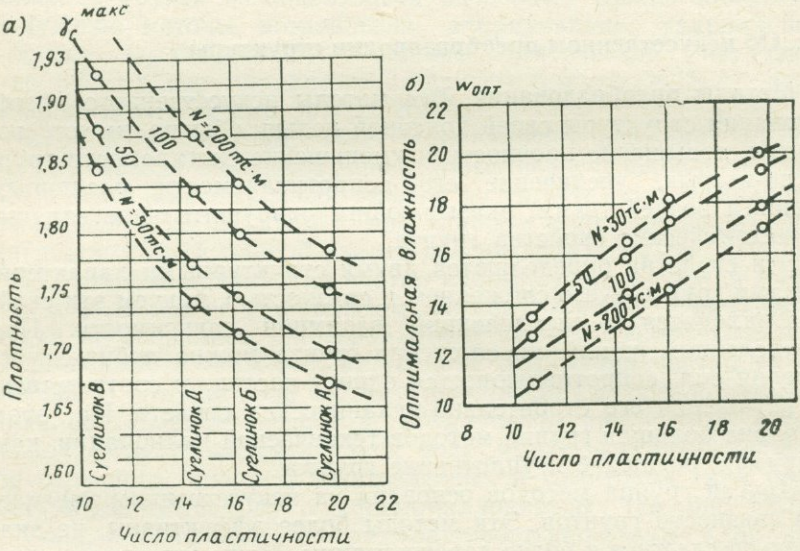


Рис. 6.22. Зависимость между γ_c и w при различной работе уплотнения A грунта

Рис. 6.23. Уплотнение пылеватого грунта в опытах В. П. Вихарева

а — зависимость максимальной плотности от числа пластичности грунта; *б* — зависимость оптимальной влажности от числа пластичности; N — работа уплотнения в $тс \cdot м/м^3$



шемся состоянии (т. е. когда прекращается дальнейшее уплотнение). Эта зависимость проходит через максимум. Влажность, соответствующую этому максимуму, называют *оптимальной* ($w_{опт}$), понимая под этим, что при данной работе уплотнения максимальную плотность можно получить только при оптимальной влажности. По мере увеличения уплотняющей работы оптимальная влажность уменьшается. Влажности, которая незначительно превышает оптимальную, соответствует минимум водопроницаемости при данной уплотняющей работе.

Лэмб (1962), изучая сжимаемость и прочность грунта при различных условиях уплотнения, пришел к следующим выводам.

1. Чем выше влажность, при которой проводится уплотнение, тем выше степень ориентации частиц, располагающихся своими плоскими базальными поверхностями нормально к действию уплотняющего давления.

2. При малых нагрузках грунт, уплотненный при $w > w_{опт}$, более сжимаем, чем грунт, уплотненный при $w < w_{опт}$. При достаточно больших нагрузках, вызывающих изменение ориентации частиц грунта, уплотненного при низких влажностях, сжимаемость оказывается более высокой.

3. Грунты, уплотненные при $w < w_{опт}$, набухают больше, чем уплотненные при $w > w_{опт}$, так как имеют бóльший дефицит влажности, меньшее водонасыщение и более случайное расположение частиц (рис. 6.21).

4. Грунт, уплотненный при $w > w_{опт}$, дает бóльшую усадку, чем уплотненный при $w < w_{опт}$ до той же плотности, так как при более параллельной упаковке частиц в первом случае после высыхания получается меньший объем.

5. При одинаковой уплотняющей работе и одинаковой плотности прочность выше у грунта с $w < w_{опт}$, чем у грунта с $w > w_{опт}$, так как в первом случае более беспорядочно расположены частицы, меньше влажность, больше натяжение поровой воды.

6. Более ориентированное расположение частиц вызывает уменьшение прочности связей, а более близкое их расположение (при увеличении плотности) — увеличение прочности. Конечный результат зависит от относительной степени влияния этих двух противоположно направленных факторов. При $w < w_{опт}$ и увеличении уплотняющей работы преобладает действие второго из указанных факторов, т. е. прочность повышается.

При уплотнении при $w > w_{опт}$ плотность грунтов при различной уплотняющей работе различается меньше, чем при $w < w_{опт}$. Поэтому может преобладать влияние первого фактора, что связано с понижением прочности. Соответственно при $w > w_{опт}$ увеличение работы уплотнения относительно мало влияет на прочность, причем оно может вызвать как незначительное увеличение, так и понижение ее.

7. Если после уплотнения грунты могут насыщаться водой, то разница в прочности у грунтов с начальной влажностью $w < w_{опт}$ и с $w > w_{опт}$ уменьшается, а при возможности неограниченного набухания становится практически одинаковой.

8. При малых нагрузках сжимаемость грунта, уплотненного при $w > w_{опт}$, больше, чем уплотненного при $w < w_{опт}$.

9. Сопротивление грунта большим деформациям практически не зависит ни от начальной влажности, ни от способа уплотнения (статическое, вибрационное, ударное, переминание). Сопротивление малым деформациям при $w < w_{опт}$ также не зависит от способа уплотнения, но при $w > w_{опт}$, оно максимально

при статическом уплотнении, меньше при вибрационном и еще меньше при ударном и при переминании.

Исследования В. П. Вихарева. Исследованиями, проведенными с пылеватыми суглинками, установлена зависимость между оптимальной влажностью, максимальной плотностью и числом пластичности грунтов (рис. 6.23) [18]. Подобные графики позволяют сразу без испытаний устанавливать по числу пластичности оптимальную влажность и соответствующую плотность грунта.

Изменение сложения грунта при укатке. При укатке насыпей из глинистых грунтов комья их расплющиваются и плотно прилегают один к другому. При этом происходит более или менее значительное разрушение первоначальной структуры комьев грунта. При действии нормального давления в условиях, когда облегченно пластическое деформирование глины, как, например, при укатке, перестройка структуры сопровождается изменением ориентации частиц, стремящихся расположиться своими плоскими гранями (базальными поверхностями) перпендикулярно действию силы.

Трамбование и укатка рыхлых пылеватых и песчаных грунтов, повышая их плотность, существенно улучшают механические свойства грунтов.

Глава 7

КОНСИСТЕНЦИЯ СВЯЗНЫХ ГРУНТОВ

7.1. Консистенция и границы консистенции

Жесткость и консистентность. В сопротивлении материалов используется термин *жесткость* для характеристики сопротивляемости конструкций упругим деформациям. Так, жесткость стержня, работающего на сжатие, определяется произведением модуля упругости E на площадь поперечного сечения стержня F; жесткость балки, работающей на изгиб, — произведением модуля упругости материала E на момент инерции сечения J. В отличие от жесткости термин *консистентность* в реологии означает сопротивляемость вязкому течению.

Так же, как численная характеристика жесткости зависит не только от свойств материала, но и от параметров поперечного сечения элемента конструкции и вида деформации, численное значение консистентности зависит не только от вязкостных свойств материала, но и от особенностей загружения, формы и размеров сечения вязкого потока, граничных условий. Таким образом, консистентность является показателем не только свойств материала как такового, но и всего комплекса условий, при которых происходит его вязкое течение.

Кривые консистентности. Указанное положение можно легко проиллюстрировать на явлении течения вязкой жидкости в цилиндрической трубке. Расход жидкости, согласно формуле Пуазейля, будет равен [I; (4.149)]:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8l\eta} p,$$

где p — разность давлений на столб жидкости по обоим его торцам;

R и l — радиус и длина трубки;

η — коэффициент динамической вязкости.

Как следует из этой формулы, график зависимости между Q и p будет различным для одной и той же жидкости при раз-

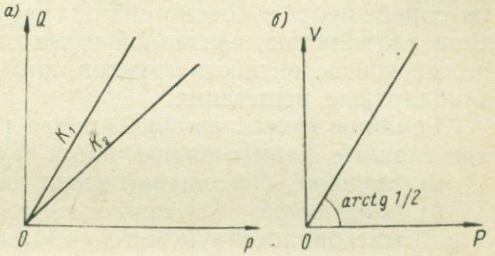


Рис. 7.1. Графики консистенции (*а*) и консистентности (*б*) грунта

личных размерах трубки (R и l). Соответствующая кривая будет представлять собой ***кривую консистенции.***

Показателем консистенции можно назвать величину

$$K = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{R^4}{l\eta},$$

которая будет постоянной только для данной трубки (рис. 7.1, *а* — кривые K_1 и K_2).

Если представить формулу Пуазейля в виде зависимости между величинами

$$V = \frac{4Q}{\pi R^3} \tag{7.1}$$

и

$$P = \frac{pR}{2l}, \tag{7.2}$$

то получим уравнение прямой

$$V = \frac{1}{\eta} P \tag{7.3}$$

с угловым коэффициентом $1/\eta$, зависящим только от вязкости и не зависящим от размера приборов (рис. 7.1, *б*). Этот график

называют *графиком консистентности,* а переменные V и P — *консистентными переменными* [I; 62]. Если зависимость $V=f(P)$ криволинейна, то тангенс угла наклона касательной к ней в некоторой точке дает значение $1/\eta$ в этой точке.

Консистенция. Обычно термином *консистенция* характеризуют интервалы изменения консистентности данного материала. Когда говорят о консистенции густой или пластичной, жидкой или текучей и т. п., то имеют в виду некоторые диапазоны значений вязкости. Однако в механике грунтов, куда этот термин перешел из почвоведения, по предложению К. Терцаги под консистенцией стали понимать характеристику консистентности грунтов в зависимости от их влажности, т. е. от концентрации дисперсной фазы в дисперсионной среде. Однако силы сопротивления и скорость вязкого течения грунта непосредственно обычно не определяют, и консистенция грунтов численно характеризуется влажностью, связанной с некоторыми условными проявлениями консистентности грунтов, для чего проводят специальные стандартные испытания.

Границы консистенции. Терцаги (1925) предложил различать три главные формы консистенции грунтов:

а) *твердую* (совершенно твердую и полутвердую);

б) *пластичную* (тугопластичную, мягкопластичную, очень мягкопластичную и текучепластичную);

в) *текучую* (вязкотекучую, толстотекучую — текучую в толстом слое и тонкотекучую — текучую в тонком слое).

Влажности, соответствующие переходу грунта из одной формы консистенции в другую, называются *границами консистенции* или *характерными влажностями* (иногда их называют пределами Аттерберга).

Влажность в процентах в момент перехода из текучей консистенции в пластичную называют *границей текучести* (обозначается $w_т$ или LL), при переходе из пластичной консистенции в твердую — *границей пластичности* или *границей раскатывания* (последнее название обусловлено способом определения этой границы); обозначается $w_р$ или PL. Кроме того, часто определяют *границу усадки* — влажность при переходе грунта из полутвердой в совершенно твердую подформу консистенции (обозначается $w_у$ или SL).

Как показала практика классификации грунтов по формам консистенции, для оценки грунтов как оснований сооружений можно ограничиться только главными формами консистенции. Однако в технологических задачах (например, в теории резания грунтов) и при изучении поведения грунтов под влиянием некоторых природных факторов (например, при промерзании), а также в научно-исследовательских целях определяют границы и между некоторыми другими подформами консистенции.

Границы консистенции по Аттербергу определяют для перемятых грунтов с нарушенной структурой, искусственно переме-

шиваемых с различными количествами воды, причем предварительно просеиванием удаляют частицы диаметром более 2 *мм*.

7.2. Определение границ консистенции и числа пластичности

Определение границы текучести. Методика Аттерберга. Самой простой является методика Аттерберга. Грунт, замешанный с водой до состояния густой пасты, помещают в фарфоровую полукруглую чашечку слоем толщиной около 1 *см*. В пасте делают треугольный разрез до дна чашечки (рис. 7.2, *а*). Чашечку снизу

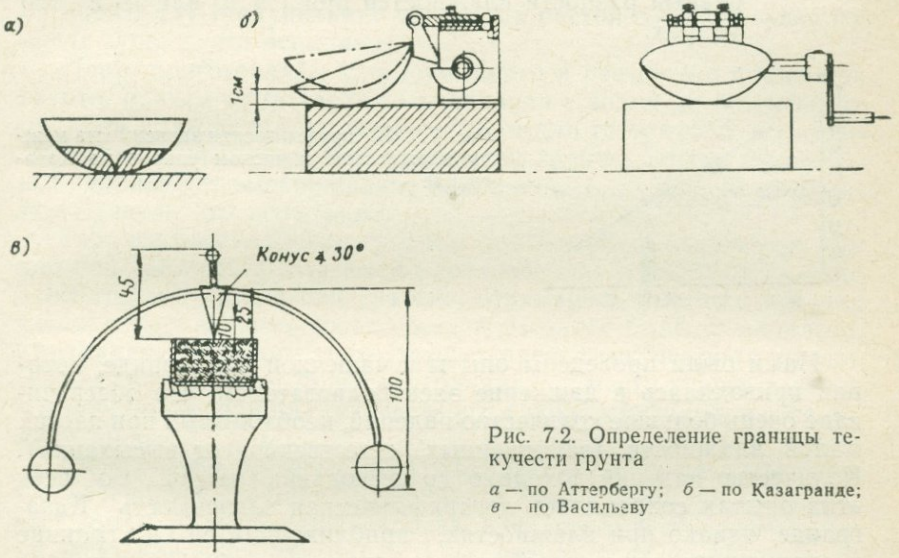


Рис. 7.2. Определение границы текучести грунта

а — по Аттербергу; *б* — по Казагранде; *в* — по Васильеву

ударяют ладонью 3 раза. Если после третьего удара обе части пасты сольются на высоту около 1 *мм* и на длину 10—12 *мм*, то влажность грунта соответствует границе текучести $w_т$. Если влажность грунта недостаточна, добавляют воду; если влажность чрезмерна, добавляют сухой порошок грунта, снова тщательно перемешивают и опыт повторяют. Несмотря на примитивность этой методики, при некотором навыке получаются вполне удовлетворительные результаты, поэтому она используется при отсутствии специального оборудования в полевых условиях.

Определение границы текучести по Казагранде. Чтобы результаты определения менее зависели от лаборанта, А. Казагранде предложил вести испытание с помощью стандартной металлической чашечки, которая вращением эксцентрика поднимается вверх на постоянную высоту 1 *см* и затем падает на стан-

дартную подставку (рис. 7.2, *б*). Если влажность равна пределу текучести, разрез в пасте должен слиться после определенного числа ударов (25 ударов). Границе текучести по Казагранде соответствует сопротивление грунта сдвигу около 20—30 *гс/см*^{2}.

В опытах Казагранде оказалось, что между влажностью грунта w и количеством падений чашечки N до момента заплывания разреза в пасте существует логарифмическая зависимость вида (рис. 7.3):

$$w = -F \ln N + C,$$

где C — некоторая постоянная;

F — параметр, названный Казагранде *числом текучести* и равный разности влажностей при 1 и 10 или 10 и 100 ударах.

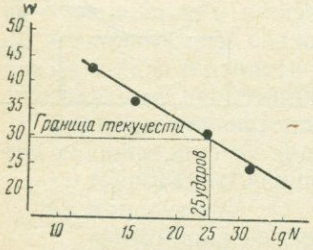


Рис. 7.3. Логарифмическая зависимость между влажностью и числом ударов по Казагранде

Нами были проведены опыты с чашечкой Казагранде, которая приводилась в движение электродвигателем, что обеспечивало очень большое количество падений, необходимых при пастах малой влажности (защищенных, естественно, от высыхания). Количество падений доходило до нескольких тысяч. Во всех этих опытах сохранялась логарифмическая зависимость Казагранде, однако при влажностях, приближавшихся к границе раскатывания, этим способом не удавалось добиться слияния разреза из-за недостаточной силы ударов чашечки о подставку, так как вязкое течение грунта уже отсутствовало. Экстраполяция графика Казагранде до границы раскатывания показала, что для слияния разреза понадобилось бы (теоретически) количество падений около 10^{10}—10^{30}.

Определение границы текучести по Васильеву. Более удобным является метод А. М. Васильева, принятый в СССР и ряде других стран (ГОСТ 5184—64). В пасту погружают рифленый металлический конус с углом заострения 30° (рис. 7.2, *в*). Вес конуса с балансиром — 76 *г*. Если грунт имеет влажность на пределе текучести, то конус погружается на 1 *см* ровно за 5 *сек*. Граница текучести $w_т$ выражается числом, равным влажности в процентах. Границе текучести по Васильеву соответствует почти такое же сопротивление сдвигу, как и при определении $w_т$ по Казагранде. Предельное касательное напряжение по поверхности конуса [1; стр. 302] $\tau_R = 85$ *гс/см*^{2}.

Сравнение методов определения предела текучести. По всем рассмотренным методам получаются близкие результаты, однако метод Васильева отличается значительной простотой и быстротой проведения по сравнению с методом Казагранде и свободен от случайных влияний, которым подвержен метод Аттерберга. Важное преимущество метода Васильева — отсутствие динамического воздействия на грунт, которое в приборе Казагранде зависит от массы, материала подставки и особенно ее упругости. Но при использовании метода Васильева паста тиксотропно упрочняется. Поэтому перед заполнением чашечки пасту следует тщательно перемешать шпателем, а перед погружением конуса произвести постукивание чашечки с пастой о стол и сразу же после этого вести испытание.

Пасту приготовляют из высушенного и растертого в порошок грунта, причем от момента замешивания с водой до момента испытания должно пройти не менее 24 *ч* для того, чтобы произошла гидратация основной массы частиц грунта. Опыты показали, что дальнейшее выдерживание пасты вплоть до 28 дней не влияет на результаты испытаний.

Терцаги рассматривал границу текучести как влажность, при которой частицы грунта имеют возможность перемещаться одна относительно другой при слабых сотрясениях, вместе с тем не меняя слишком легко своих соседей. Позднее было установлено, что границе текучести соответствует предел текучести (в смысле Бингама) около 20—25 *гс/см*^{2}, граница текучести грунта зависит в основном от границы текучести его глинистой фракции и ее содержания.

Определение границы пластичности способом раскатывания. По Аттербергу граница пластичности (раскатывания) определяется путем раскатывания ладонью глинистого теста в жгут. Если жгут при диаметре около 3 *мм* распадается на кусочки, то его влажность соответствует границе раскатывания. Границу раскатывания w_p численно выражают в процентах влажности.

Границу раскатывания Терцаги рассматривал как влажность, при которой вода в порах уже отличается по своим свойствам от обычной свободной воды. По существу, граница раскатывания характеризует хрупкую прочность тонкого глиняного жгута на разрыв при сложном напряженном состоянии, и связь этой характеристики с гидратационными свойствами глинистой фракции до сих пор еще неясна.

При многократно предпринимавшихся в различных лабораториях проверках методики Аттерберга путем параллельного испытания одного и того же грунта несколькими лаборантами всегда получались достаточно близкие результаты. Среднеквадратическое отклонение для границы раскатывания, так же как и для границы текучести, не превышало 1% влажности. Определение границы раскатывания прочно вошло в практику испытаний грунтов во всем мире.

В последнее время появился ряд исследований, убедительно доказывающих низкую чувствительность этого определения к изменению свойств грунтов, поэтому нередко одинаковые границы раскатывания имеют и суглинки, и супеси, и глины [9].

Определение границы пластичности методом прессования. Ввиду отсутствия явной связи между границами Аттерберга и физическими свойствами грунтов исследователи предлагали иные характерные влажности, для которых эта связь была бы более определенной. В качестве такой характерной влажности А. Ф. Лебедевым была предложена так называемая *максимальная молекулярная влагоемкость,* определение которой было основано на сжатии под некоторым постоянным давлением (65,5 *кгс/см*^{2}) тонкого образца грунта между слоями фильтровальной бумаги в течение 10 *мин.* Предполагалось, что вода, которая остается после сжатия в порах грунта, связана силами молекулярного взаимодействия с частицами скелета и соответствующая влажность может служить определенной физической характеристикой грунта. Учитывая близость максимальной молекулярной влагоемкости к границе раскатывания, ряд исследователей предложил соответствующую замену. Однако многочисленными опытами установлено, что для одних грунтов максимальная молекулярная влагоемкость почти равна границе раскатывания, а для других сильно отличается. Для разных по минералогическому составу грунтов она может быть одинаковой, зависит от начальной влажности грунта перед испытанием, и давление, при котором производится испытание, выбрано более или менее условно.

Указанная замена вызывала еще и то возражение, что она затрудняла сравнение грунтов, для которых граница пластичности определялась по-разному: в одних лабораториях раскатыванием, в других прессованием. Кроме того, высказывалось пожелание, чтобы границы текучести и пластичности определялись качественно одинаковым методом. Заметим, что и определение по Аттербергу не отвечало этому требованию.

Определение границы усадки. По мере уменьшения влажности грунт постепенно уплотняется и, наконец, переходит в твердое состояние. Влажность в момент этого перехода называется *границей усадки* $w_у$. Определяется эта граница очень легко, так как, начиная с этого момента, высыхание образца не сопровождается сжатием (усадкой) и объем его остается постоянным.

Следует отметить интересную особенность в соотношениях между $w_у$ и $w_р$. У глинистых грунтов $w_р$ всегда больше $w_у$, однако при значительном содержании песчаных частиц иногда $w_у > w_р$, т. е. при высыхании усадка грунта прекращается еще при влажности, большей границы раскатывания.

Число пластичности. Границы консистенции следует выражать целыми числами, отбрасывая числа после запятой по правилам приближенных вычислений. Разность между границей

текучести $w_т$ и границей раскатывания $w_р$ называют *числом пластичности* и обозначают $W_п$ или PI:

$$W_п = w_т - w_р. \tag{7.4}$$

Например, если граница текучести равна 42, а граница раскатывания 20, то число пластичности равно 42—20=22.

Связь между числом пластичности и границами консистенции. Как в СССР, так и за рубежом рядом исследователей обращено внимание на то, что при одинаковом минералогическом составе глинистой фракции зависимость между числом пластичности и границей текучести и между числом пластичности и границей раскатывания для грунтов с различным гранулометрическим составом является линейной (рис. 7.4, *а—г*).

На рис. 7.4, *д* и *е* приведены графики соответствующих испытаний, проведенных в лаборатории ДИИТа Н. А. Макаренко. Грунты представляли собой искусственные смеси монтмориллонита, каолинита и иллита с различным содержанием пылеватопесчаных фракций. Нетрудно видеть, что параметры соответствующих прямых (начальная ордината и угловой коэффициент) могут служить характеристиками минералогического состава глинистой фракции. Подобные исследования позволяют не только установить статистические значения указанных параметров для основных минералогических разностей глин, но и выяснить степень влияния поглощенного комплекса на эти параметры.

Показатель консистенции. Для характеристики консистенции связного грунта нарушенной структуры при той или иной его естественной влажности Терцаги предложил использовать отношение разности между естественной влажностью грунта и границей раскатывания к его числу пластичности. Это отношение он назвал *числом текучести* (обозначение LT). В отечественной практике это отношение называют показателем консистенции или просто консистенцией грунта, обозначая его B:

$$B = \frac{w_е - w_р}{W_п}. \tag{7.5}$$

где $w_е$ — естественная влажность грунта;
$w_р$ — граница раскатывания;
$W_п$ — число пластичности.

Позднее был предложен другой показатель, названный *относительной консистенцией* $C_к$:

$$C_к = \frac{w_т - w_е}{W_п}. \tag{7.6}$$

Легко видеть, что

$$C_к = 1 - B.$$

Однако показатель B следует признать более удобным, так как чем более жидкая консистенция грунта, тем больше числен-

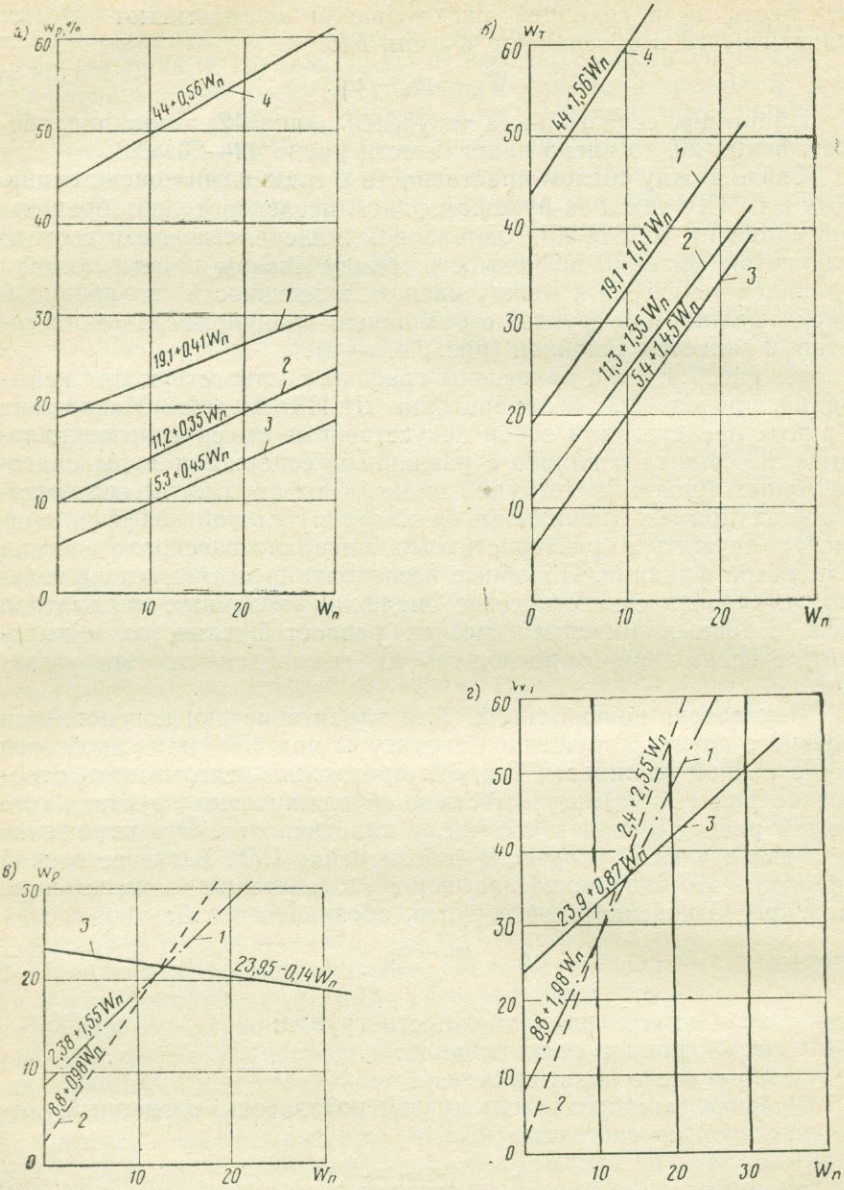


Рис. 7.4. Зависимость между числом пластичности $W_п$, границей раскатывания $\omega_р$ и границей текучести $\omega_т$

а и *б* — для полиминеральных глин по опытам: *1* — Иванова; *2* — Бутовской; *3* — Веселовского; *4* — Рубинштейна; *в* и *г* — по опытам Грушевской: *1* — для иллита; *2* — для каолина; *3* — для монтмориллонита; *д* и *е* — по опытам Н. А. Макаренко: *1* — для иллита; *2* — для каолинита; *3* — для монтмориллонита

ная величина, характеризующая эту консистенцию. На границе раскатывания $B=0$, на границе текучести $B=1$.

В зависимости от значения B связные грунты по консистенции могут подразделяться на следующие виды (табл. 7. 1).

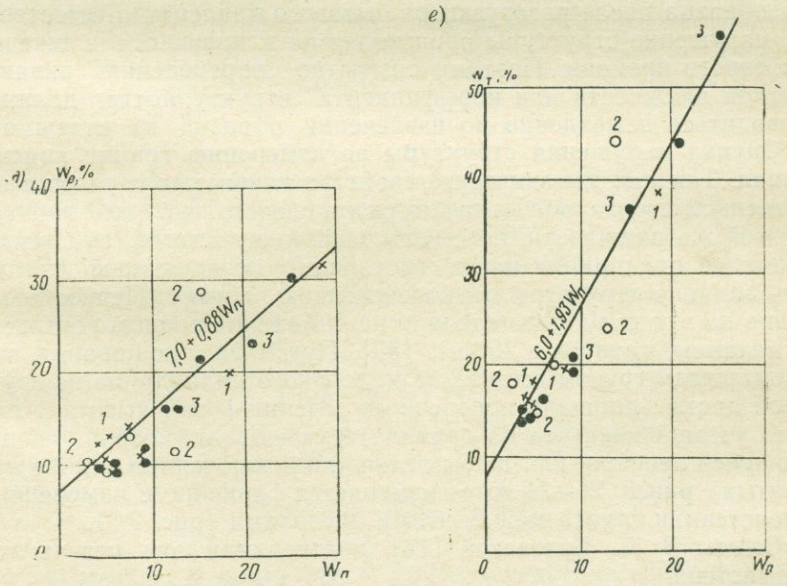
Таблица 7.1

Классификация по показателю B

Грунт	Показатель
Твердый	$B<0$
Тугопластичный	$0\leqslant B\leqslant 0{,}25$
Мягкий (мягкопластичный)	$0{,}25\leqslant B\leqslant 0{,}5$
Очень мягкий	$0{,}5\leqslant B\leqslant 0{,}75$
Текучепластичный	$0{,}75\leqslant B\leqslant 1$
Текучий	$B>1$

Супеси считают твердыми при $B<0$, пластичными при $B=0\div 1$ и текучими при $B>1$.

Этот показатель можно использовать для оценки влияния влажности на механические свойства грунтов только в тех случаях, когда естественная структура грунтов нарушается в процессе производства работ (например, при сооружении насыпей).



Определение структурной сжимаемости. Для определения структурной сжимаемости рекомендуется использовать следующий прием.

Образцы глины перемятой и ненарушенной структуры доводят до границы усадки и определяют их коэффициенты пористости. Так как величина начальной влажности влияет на границу усадки, оба образца должны иметь одну и ту же начальную влажность, равную естественной. Коэффициент структурной сжимаемости вычисляют по формуле

$$k_{с.с} = \frac{e_е - e_{у.п}}{e_е - e_{у.н}}, \qquad (7.7)$$

где $e_е$ — коэффициент естественной пористости;

$e_{у.п}$ и $e_{у.н}$ — коэффициент пористости соответственно на границе усадки перемятого образца и ненарушенного образца.

Очевидно, при $e_{у.п} = e_{у.н}$, т. е. если нарушение структуры не влияет на сжимаемость, $k_{с.с} = 1$. Чем больше влияние нарушения структуры, тем $k_{с.с}$ будет больше.

Структурная прочность должна характеризоваться коэффициентом структурной прочности $k_{с.п}$, определяемым по формуле (6.19).

Судя по опубликованным данным, глина с влажностью менее границы раскатывания довольно хорошо сохраняет свою структуру при отборе образцов в скважинах, если бурение и испытание вести быстро. Однако и при больших влажностях деформация образца после разгрузки от бытового давления и естественное нарушение структуры происходят не мгновенно, а в течение некоторого времени. Поэтому опыты по определению эквивалентной влажности или коэффициента структурности должны проводиться немедленно по извлечении образца из скважины.

Оценка нарушения структуры по изменению границ консистенции. Так как механические свойства глинистых грунтов с естественной структурой отличаются от свойств тех же грунтов при той же влажности, но с нарушенной структурой, ряд исследователей предпринял поиски методики, позволяющей учитывать влияние структуры на консистенцию грунта. Первое сообщение на эту тему было сделано на I Международном конгрессе по механике грунтов в 1936 г. [85]. Путем расплющивания под стандартным грузом весом 2 *кг* маленького цилиндрика из грунтовой пасты (площадь поперечного сечения 1 $см^2$, высота 1 *см*) было установлено, что на границе текучести диаметр $d_т$ получающейся лепешки для любых глин (за исключением сильно пылеватых) равен 32—34 *мм* и изменяется линейно с изменением консистенции грунта между этими пределами (рис. 7.5).

Опыты В. А. Бутовской [14] подтвердили эти результаты Бурмистера.

Автор [21] предложил использовать этот метод для определения относительной консистенции ненарушенного грунта по формуле (7.5), подставляя в нее вместо естественной влажности ненарушенного грунта w_e влажность нарушенного грунта, имеющего тот же диаметр расплющенной лепешки, что и ненарушенный грунт. Эту влажность можно назвать эквивалентной по консистенции ($w_э$). Так, в одном из опытов, по Бурмистеру, при естественной влажности ненарушенного грунта 113% диаметр

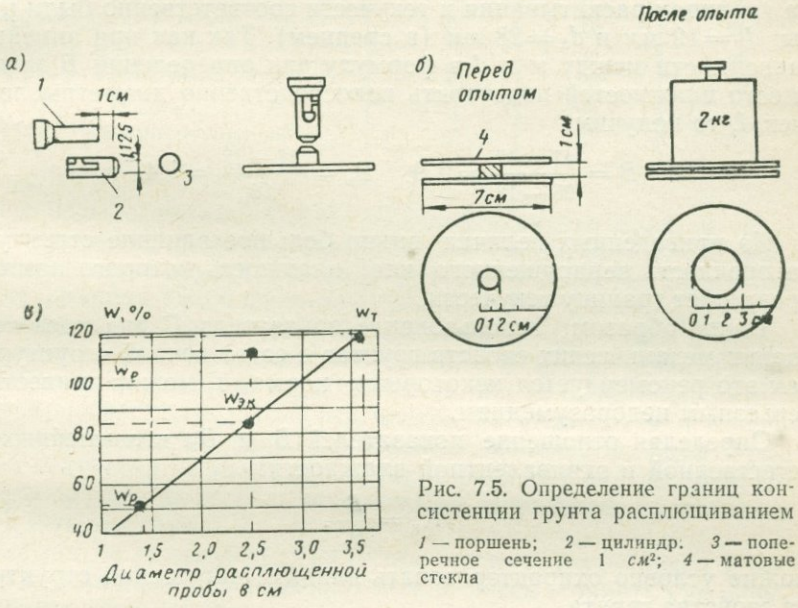


Рис. 7.5. Определение границ консистенции грунта расплющиванием

1 — поршень; *2* — цилиндр. *3* — поперечное сечение 1 *см*²; *4* — матовые стекла

лепешки оказался равным 25 *мм*. Для этого же грунта ненарушенной структуры граница текучести была равна 118,8% ($d_т$ = =3,6), а граница раскатывания — 50,9% ($d_р$=1,4). Эквивалентная влажность по графику составила 84,8%.

Если в формулу (7.5) подставить естественную влажность грунта, то его консистенцию

$$B = \frac{113 - 59{,}9}{118{,}8 - 50{,}9} = \frac{62{,}1}{67{,}9} = 0{,}91,$$

следует признать близкой к текучей. Если же подставить эквивалентную влажность, то получим:

$$B_э = \frac{113 - 84{,}8}{67{,}9} = 0{,}42,$$

т. е. $B_э$ меньше B более чем в 2 раза вследствие влияния структурного сопротивления грунта.

В другом случае, когда естественный грунт был пронизан микротрещинами, его эквивалентная консистенция при ненарушенной структуре составила $B_э=0{,}42$, а при нарушенной $B=0{,}24$, т. е. вследствие исчезновения трещин при переминании грунт приобрел более высокие механические свойства, чем в ненарушенном состоянии.

В опытах Бутовской с озерным илом оказалось, что при влажности 101% диаметр лепешки ненарушенного грунта составлял 34 *мм*, а перемятого —43 *мм*. Диаметры лепешек ила на границах раскатывания и текучести соответственно были равны: $d_р=12$ *мм* и $d_т=28$ *мм* (в среднем). Так как при линейной зависимости между w и d в формулу для определения B можно вместо влажностей подставить непосредственно диаметры лепешек d, то получим:

$$B=\frac{43-12}{28-12}=1{,}9;\quad B_э=\frac{34-12}{16}=1{,}4.$$

Из приведенных величин видно большое влияние структуры на прочность ненарушенного ила, влажность которого намного превышает границу текучести.

Таким образом, использование показателя B для косвенной оценки механических свойств грунтов с естественной структурой, как это рекомендуется некоторыми нормами, может привести к серьезным недоразумениям.

Определяя отношение показателей B и $B_э$, вычисленных по естественной и эквивалентной влажностям

$$K_в=\frac{B}{B_э}, \tag{7.8}$$

можно условно охарактеризовать влияние нарушения структуры на свойства грунта.

7.3. Гидрофильность и активность глин

Связь между характерными влажностями и минералогическим составом глинистого грунта. Влияние минерального состава глин и поглощенных катионов на их характерные влажности видно из табл. 7.2.

Границы консистенции каолинита и иллита отличаются мало, хотя у иллита они несколько выше. Предел текучести у Na-монтмориллонита примерно в 5 раз выше, чем у Ca-монтмориллонита, и в 10—15 раз больше, чем у других глин.

Добавление монтмориллонита к другим минералам мало изменяет границу раскатывания, но повышает границу текучести. Граница раскатывания у различных глин отличается меньше, чем граница текучести.

Необходимо помнить, что чем мельче частицы грунта, тем выше граница текучести, и чем больше число пластичности, тем

Таблица 7.2

Характерные влажности образцов различных глин

Грунт	Граница текучести в %	Граница пластичности в %	Число пластичности в %
Na-монтмориллонит	700	97	603
Ca-монтмориллонит	177	63	114
CaH-монтмориллонит	118	82	36
Na-иллит	61	34	27
Ca-иллит	90	40	50
Na-каолинит	52	26	26
Ca-каолинит 2	73	36	37
Иллит+10% монтмориллонита	58	26	32
Иллит+5% монтмориллонита	61	36	25
Каолинит+10% монтмориллонита	65	33	32

больше воды связывает грунт. Высокое значение предела текучести при малом числе пластичности свидетельствует о тонкодисперсном составе грунта, но одновременно указывает на то, что мелкие фракции слабо связывают воду.

Изменение состава катионов диффузного слоя в одних случаях сильно влияет на предел текучести, а в других практически не сказывается [115]. В первом случае под воздействием катионов микроагрегаты коллоидных частиц расщепляются и приобретают возможность связать большее количество воды. Если предел текучести не изменяется, такое расщепление не происходит, что свидетельствует о необратимом характере коллоидных связей в таком грунте.

Так как на границе текучести прочность грунта близка к нулю, то эту границу приближенно можно рассматривать как верхний предел содержания воды, при котором практически исчезает сцепление в грунте. Примесь органического вещества увеличивает границу текучести грунта.

Гидрофильность глин. Так как связывание воды осуществляется в основном частицами глинистой фракции и количество связываемой грунтом воды характеризуется числом пластичности, то большой интерес представляет сопоставление числа пластичности с содержанием в нем глинистых фракций. На рис. 7.6 приведены графики зависимости [55] между количеством глинистых частиц в грунте $C_г$, числом пластичности $W_п$ (рис. 7.6, *а*) и границей текучести $W_т$ (рис. 7.6, *б*), на которых отчетливо виден прямолинейный характер этих зависимостей. В. А. Приклонский предложил назвать отношение границы текучести к содержанию глинистых частиц показателем гидрофильности (обозначается H):

$$H = w_т/C_г, \tag{7.9}$$

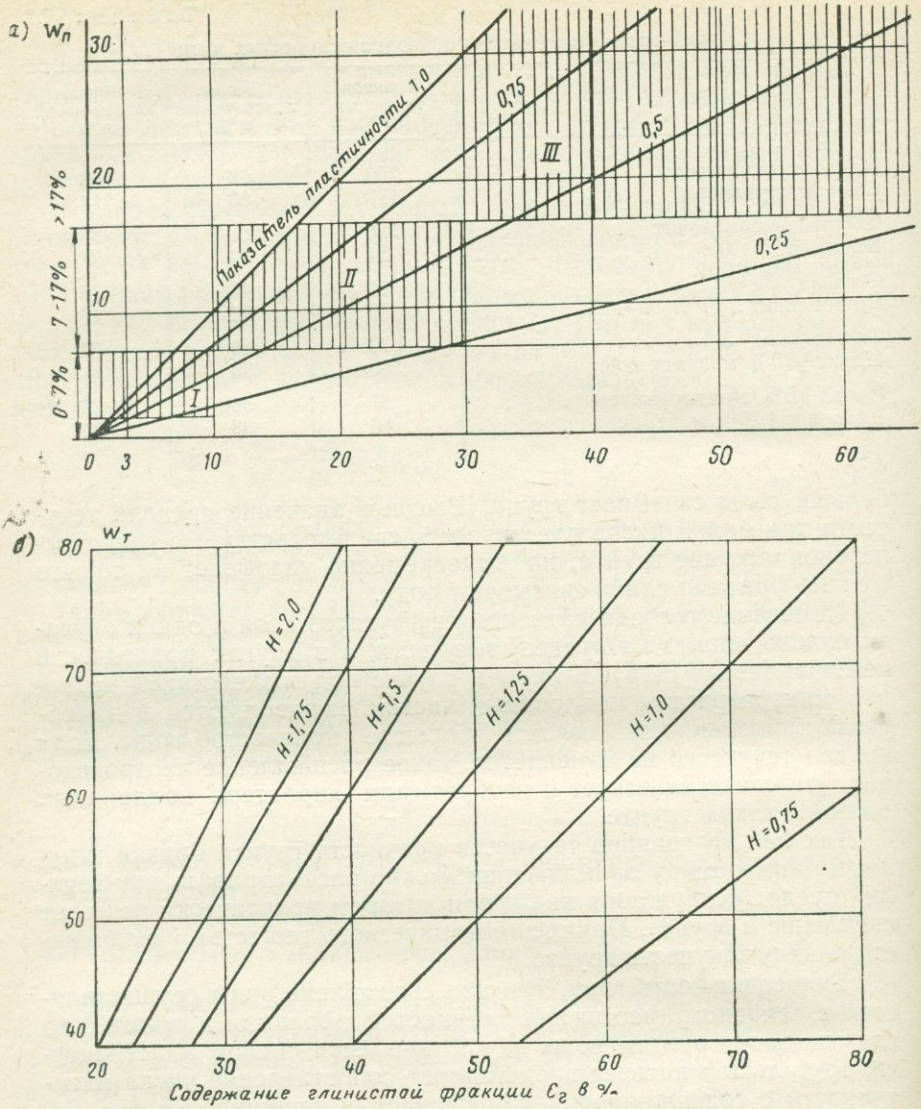


Рис. 7.6. Зависимость между гранулометрическим составом грунта и характерными влажностями по В. А. Приклонскому

I — супеси; *II* — суглинки; *III* — глины

а отношение числа пластичности $W_п$ к $C_г$ — показателем пластичности, однако не связал его с минералогическим составом грунта.

Активность глин. Скемптон (1953) в своих опытах также получил линейную зависимость между числом пластичности и содержанием глинистых частиц и предложил отношение называть *активностью* глины (обозначается A):

$$A = \frac{W_п}{C_г}. \qquad (7.10)$$

В зависимости от величины активности Скемптон различает глины:

Неактивные	$A < 0{,}75$
Нормальные	$0{,}75 \leqslant A \leqslant 1{,}25$
Активные	$A > 1{,}25$

Так же, как для классификации глинистых грунтов, целесообразно использовать одновременно и число пластичности и границу текучести, так и для оценки характера взаимодействия глинистых частиц с водой следует использовать как степень гидрофильности H, так и активность A (табл. 7.3). Оба показателя необходимо определять для C, соответствующего фракции менее 0,001 *мм*.

Таблица 7.3

Активность различных минералов (по Кезди)

Минерал	Активность
Кварц	0
Кальцит	0,18
Мусковит	0,23
Каолинит	0,33
Иллит	0,9
Са-монтмориллонит	1,5
Na-монтмориллонит	7,5

Исследование H и A. Сид, Вудворд и Лундгрен [107] исследовали эти показатели для глин различного минералогического состава и с различным содержанием фракции $<0{,}002$ *мм*. Установлено, что для этих глин графики зависимости между числом пластичности и содержанием глинистых фракций с различной активностью могут быть представлены прямыми при $C_г > 30$—40%. Экспериментальные графики зависимости границы текучести от содержания глинистых частиц приведены на рис. 7.7. Верхний участок при продолжении вниз проходит через начало координат либо отсекает на оси абсцисс участок, длина которого K составляет несколько процентов. Соответственно, у глин урав-

нение верхнего участка графика может быть представлено в виде:

$$w_т = K(C_г - k), \tag{7.11}$$

где $C_г$ — содержание фракции $<0{,}002$ *мм* в %;

K и k — параметры графика.

Так как уравнение активности (7.9) испытанных грунтов Сид нашел в виде (рис. 7.8)

$$A = \frac{W_п}{C_г - 9}, \tag{7.12}$$

то, исключая из (7.10) и (7.11) величину $C_г$, получим:

$$W_п = \frac{A}{k}[w_т - K(9 - k)] \tag{7.13}$$

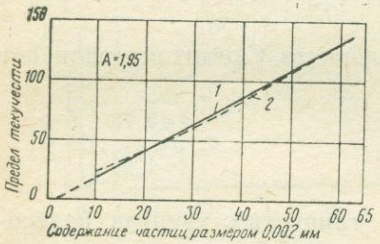


Рис. 7.7. Зависимость между границей текучести и содержанием глинистой фракции для грунта с активностью 1,95 по Сиду

1 — теоретический график; *2* — опытная кривая

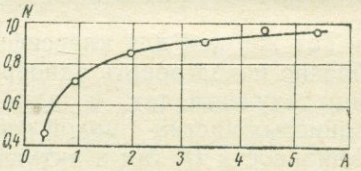


Рис. 7.8. Зависимость между N и A по Сиду

или

$$W_п = N(w_т - n), \tag{7.14}$$

где

$$N = A/k; \quad n = K(9 - k). \tag{7.15}$$

Для смесей каолин — бентонит — тонкий песок, взятых в разных пропорциях, при активности глинистой фракции $A = 1{,}95$ были получены следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned} w_т &= 2{,}27(C_г - 2{,}25); \\ w_т &= 1{,}95(C_г - 9); \\ w_т &= 0{,}86(C_г - 15{,}3). \end{aligned}\right\} \tag{7.16}$$

Приведенные активность и гидрофильность. Назовем коэффициент N *приведенной активностью,* а параметр n *приведенной гидрофильностью.* Из (7.14) следует, что

$$\frac{W_п}{N} = w_т - n, \tag{7.17}$$

т. е. число пластичности, деленное на приведенную активность, равно разности между границей текучести и приведенной гидрофильностью. Приведенная гидрофильность изменяется в более узких пределах, чем приведенная активность (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Сравнение приведенных активности и гидрофильности (по Сиду)

Активность	Приведенная активность N	Приведенная гидрофильность n
0,35	0,46	13,9
0,96	0,72	15,1
1,95	0,86	15,3
3,4	0,91	16,3
4,4	0,96	16,1
5,45	0,96	15,7

С увеличением активности параметр N сначала быстро возрастает, затем изменяется очень мало, тогда как параметр n сначала несколько увеличивается, а затем (при $A>3{,}4$) начинает уменьшаться.

Минералогическая стабилизация глин. При испытании глин с различным минералогическим составом оказалось, что у смеси иллита с монтмориллонитом активность, число пластичности и набухаемость существенно уменьшаются по сравнению с каждой из этих глин в отдельности. Например, смесь из 350 *г* иллита и 67 *г* бентонита имела активность 1,05, а смесь из 350 *г* каолинита и 67 *г* бентонита — активность 1,5. Когда обе эти смеси перемешали вместе (350 *г* каолинита, 350 *г* иллита и 134 *г* бентонита), то общая активность снизилась до 0,73 [107].

В другом случае смесь бентонита, каолинита и тонкого песка имела число пластичности 21 и условную характеристику набухания 9,6, тогда как смесь иллита и песка имела число пластичности 22,9 и характеристику набухания 12,4. Когда эти две смеси перемешали вместе, то число пластичности оказалось равным 14,2, а характеристика набухания понизилась до 3,6. Этот неожиданный результат Сид объясняет тем, что частицы иллита и монтмориллонита переслаиваются друг с другом, образуя плотные агрегаты, вследствие чего уменьшается общая удельная поверхность, связывающая воду. Вместе с тем смеси каолинита и монтмориллонита этим свойством не обладают. Таким образом, смешивая искусственно иллит и монтмориллонит, можно создавать грунтовые слои, гораздо более устойчивые против набухания и потери прочности при увлажнении. Авторы назвали этот метод *минералогической стабилизацией глин.*

Аналогичные опыты были проведены в лаборатории ДИИТ с тремя видами глин: монтмориллонитовой М, иллитовой И и каолинитовой К и со смесями из 50% М+50% К и из 50% М++50% И. Начальная влажность всех грунтов равнялась границе раскатывания, а плотности соответствовали $G>0{,}9$. Результаты опытов приведены в табл. 7.5.

Таблица 7.5

Опыты автора

Грунт	$w_т$	$w_р$	$W_п$	Величина набухания
Монтмориллонит . . .	100,1	62,4	37,7	4,04
Каолинит	46,6	28,2	18,4	3,98
Иллит	58,4	30,2	28,2	4,14
50%М+50%К	70,3	44,2	26,1	1,62
50%М+50%И	77,3	43,1	34,2	2,55
50%И+50%К	52,7	31,2	21,5	4,07

Характерные влажности смесей оказались близкими к среднеарифметическим тех же показателей компонентов. Величина набухания смесей значительно снизилась по сравнению с набуханием каждой из составляющих глин, за исключением смеси И+К, что вполне совпадает с результатами Сида. Продолжительность набухания смесей оказалась промежуточной между длительностями набухания компонентов.

7.4. Определение границ консистенции методом пенетрации

Исследования П. А. Ребиндера и его учеников [I; стр. 302] впервые установили высокую эффективность, простоту и удобство сопоставления прочностных свойств пластично-вязких тел путем внедрения стандартного конуса. Это было подтверждено также обстоятельными исследованиями М. И. Троицкой (1941), А. М. Васильева (1936) и многолетними работами П. О. Бойченко (1950; 1964) и В. Ф. Разоренова (1966; 1968), которые подробно разработали методику соответствующих испытаний.

Методика Бойченко. Простота и точность определения границы текучести путем погружения конуса по А. М. Васильеву способствовали быстрому и широкому распространению этого метода. Большую роль здесь сыграло то, что граница текучести, найденная по способу конуса, практически совпадала с границей текучести по Аттербергу.

П. О. Бойченко [9, 10] предложил определять границы и текучести и пластичности путем вдавливания конуса. Им был принят конус с углом заострения 30° и весом (со всеми деталями) 300 *г*. Границе текучести по Аттербергу соответствовало погружение конуса на глубину $h_т = 22{,}5$ *мм*, а границе раскатывания — $h_р = 4$ *мм*. Так как зависимость между влажностью и глубиной погружения конуса имеет криволинейный характер (рис. 7.9), глубину погружения конуса следует измерять при несколь-

ких различных влажностях, затем строить график и по нему интерполяцией находить $w_т$ и $w_р$. Отношение $C_к = \frac{w_т - w_е}{W_п}$ им названо относительной консистенцией.

Принятые глубины погружения конуса при данном его весе соответствуют предельному напряжению сдвига по поверхности конуса: граница текучести по Аттербергу —0,085 *кгс/см²*; граница пластичности (раскатывание) — 2,1 *кгс/см²*.

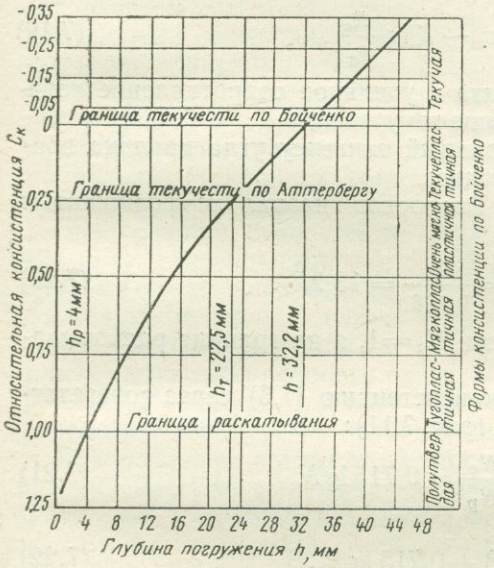


Рис. 7.9. График П. О. Бойченко

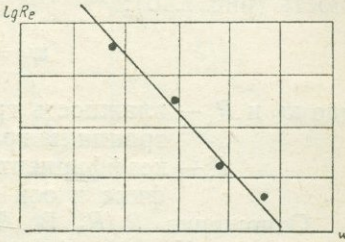


Рис. 7.10. График В. Ф. Разоренова в полулогарифмической сетке координат

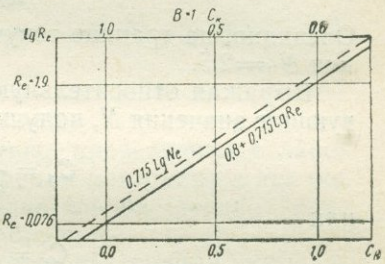


Рис. 7.11. Зависимость между $R_е$ и $C_к$ по Разоренову

Метод В. Ф. Разоренова. Для пластических сред с углом внутреннего трения, близким к нулю, В. Ф. Разоренов предложил результаты пенетрационных испытаний характеризовать величиной, равной отношению веса подвижной системы пенетрометра P к квадрату глубины погружения конуса h:

$$R = \frac{P}{h^2}. \qquad (7.18)$$

Эта величина названа *удельным сопротивлением* пенетрации. Для однородного глинистого грунта это отношение оказалось постоянным при одном и том же угле заострения конуса, т. е. не зависящим от значения P, так как соответственно меняется h^2. Оказалось, что величиной R можно характеризовать вязкопластические свойства глинистых грунтов при различном их составе, влажности и плотности.

В. Ф. Разоренов принял конус с углом заострения 30°. Весу конуса Васильева соответствует $R=0{,}076$ *кгс/см²* на границе текучести грунта. Для границы пластичности (границы раскатывания) было принято $R=1{,}9$ *кгс/см²*, что совпадает со значениями других авторов (по Бойченко)—1,875 *кгс/см²*, по Васильеву—1,9 *кгс/см²*, по Горьковой—1,81 *кгс/см²*).

Между влажностью глинистого грунта w_e и удельным сопротивлением пенетрации R_e существует логарифмическая зависимость (рис. 7.10):

$$w_e = w_т - K \lg \frac{R_e}{R_т}, \tag{7.19}$$

где $w_т$ и $R_т$ — влажность грунта и удельное сопротивление пенетрации на границе текучести;

K — коэффициент, равный тангенсу угла наклона графика к оси абсцисс.

Отношение $R_e/R_т$ В. Ф. Разоренов назвал коэффициентом пенетрации N_e:

$$N_e = \frac{R_e}{R_т} = \frac{R_e}{0{,}076} = 13{,}2R_e. \tag{7.20}$$

Очевидно, на границе текучести $N_т=1$, а на границе раскатывания $N_р=2{,}5$.

Выражая относительную консистенцию (7.6) через соответствующие значения N, получим (рис. 7.11):

$$C_к = \frac{\lg N_e}{\lg N_р} = 0{,}715 \lg N_e \tag{7.21}$$

или

$$C_к = 0{,}8 + 0{,}715 \lg R_e. \tag{7.22}$$

Согласно (7.7), показатель консистенции B равен:

$$B = 1 - 0{,}715 \lg N_e. \tag{7.23}$$

или

$$B = 0{,}2 - 0{,}715 \lg R_e. \tag{7.24}$$

Для определения R можно использовать любой лабораторный пенетрометр, который обеспечит плавное безударное погружение конуса в грунт, но угол заострения конуса должен быть 30°.

Из (7.19) при $w_e=w_р$ легко получить:

$$k = \frac{w_т - w_р}{\lg (R_п/R_т)} = 0{,}715 W_п\%, \tag{7.25}$$

где $W_п$ — число пластичности.

Таким образом, наклон графика удельного сопротивления пенетрации в зависимости от влажности определяется для каждого грунта числом пластичности. Определяя R при влажности грунта, близкой к границе раскатывания R_1 и близкой к границе

текучести R_2, вычисляют $N_1=13{,}2\ R_1$ и $N_2=13{,}2\ R_2$ и строят график зависимости в осях $w\sim\lg N$. Нанося точки с координатами $(w_1, \lg N_1)$ и $(w_2, \lg N_2)$, проводят через них прямую и при значениях $N_т=1$ и $N_р=25$ определяют величины $w_т$ и $w_р$.

Для большей точности можно определить $R_е$ и $w_е$ для нескольких замесов грунта.

Опыты В. Ф. Разоренова показали, что между удельным объемом скелета $\delta_с$ и логарифмом удельного сопротивления пенетрации существует линейная зависимость при постоянной влажности (рис. 7.12), причем соответствующие графики параллельны. Наклонная прямая, от которой берут начало эти графики, относится к полному водонасыщению грунта ($G=1$). Следовательно, при одной и той же влажности зависимость между характеристиками прочности и удельным объемом для вязкопластических грунтов является линейной.

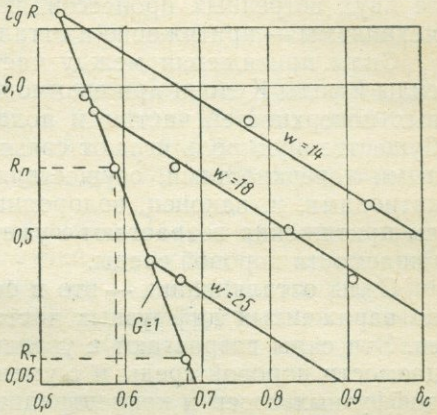


Рис. 7.12. Зависимость между $\lg R$ и $\delta_с$

Как показали опыты Н. А. Макаренко, проведенные в лаборатории ДИИТа, сопротивление пенетрации при одних и тех же плотностях и влажностях грунта в значительной степени зависит от истории формирования свойств образцов.

Таким образом, удельное сопротивление пенетрации учитывает влияние большего числа факторов, чем только характерные влажности. Поэтому следовало бы полностью отказаться от аттерберговских приемов определения границ текучести и пластичности и использовать методику пенетрационного определения характерных состояний грунта. При этом могут быть приняты значения $R_т$ по Васильеву (0,076 *кгс/см²*) и $R_п$ по Бойченко (1,9 *кгс/см²*).

Глава 8

УСАДКА И НАБУХАНИЕ ГРУНТОВ

8.1. Основные понятия

Усадка и набухание. Характерной особенностью многих грунтов является их способность изменять в определенных пределах свой объем при изменении влажности — испытывать усадку при

высушивании и увеличение объема — набухание при впитывании воды. Как усадка, так и набухание грунтов могут вызывать серьезные повреждения сооружений, деформации фундаментов, дорожных и аэродромных покрытий.

Явления усадки и набухания обусловлены развитием в грунте двух встречных процессов, имеющих различные внутренние механизмы — притяжение и отталкивание частиц.

Силы притяжения между частицами — это вандерваальсовы силы и силы Кулона при взаимодействии отрицательно заряженных поверхностей частиц и положительно заряженных торцов. Существенную роль играют связи между отрицательно заряженными поверхностями, осуществляемые двух- и трехвалентными катионами, и, наконец, водородные связи с диполями воды. Силы притяжения возрастают с уменьшением диэлектрической проницаемости поровой среды.

Силы отталкивания — это в основном отталкивание одинаково заряженных диффузных частей двойных электрических слоев. Эти силы возрастают с увеличением диэлектрической проницаемости поровой среды и с уменьшением валентности катионов диффузных слоев и концентрации электролитов в поровом растворе.

Соотношение между силами притяжения и отталкивания определяет появление специфических для дисперсных систем результирующих сил:

1) силы, которые по мере испарения влаги заставляют воду подтягиваться к поверхности изнутри грунта или, наоборот, перемещаться от поверхности в глубь грунта при соприкосновении его поверхности с водой (силы всасывания);

2) силы, заставляющие частицы скелета сближаться при потере грунтом влаги (силы связности);

3) силы, заставляющие частицы скелета раздвигаться по мере поглощения воды (силы расклинивания).

Определяющие факторы. Физическая природа и величина этих сил и соответственно характер и интенсивность процессов усадки и набухания зависят от множества факторов и в первую очередь от размеров и минералогической природы частиц скелета, концентрации и вида катионов в поровой воде, структуры грунта, его начальной влажности и плотности, условий на контакте грунта с водой или атмосферным воздухом. У одних грунтов явления набухания и усадки совершенно отсутствуют у других, наоборот, отличаются значительной интенсивностью, вызывая повреждения дорог и сооружений.

Деформации грунтов при усадке и набухании далее будем называть *влажностными деформациями* в отличие от деформаций, вызванных действием нагрузок.

Исследования явлений набухания и усадки грунтов. Изучение этих явлений охватывает следующие задачи:

1) определение количественных характеристик линейных и

объемных влажностных деформаций и зависимости их величины от различных факторов;

2) определение величины и характера распределения внутренних напряжений, возникающих при набухании и усадке;

3) выяснение влияния внешних нагрузок на величину и интенсивность набухания и усадки грунтов;

4) исследование изменения механических свойств грунтов при набухании и усадке;

5) установление возможности и способов искусственного управления процессами набухания и усадки с целью уменьшения их вредного влияния на сооружения или, наоборот, для усиления этих явлений и использования их в тех или иных строительных целях.

Далее будем называть *свободными* усадку и набухание грунта при отсутствии внешней нагрузки и при таких размерах образца или толщине верхнего слоя, когда влиянием на деформацию собственного веса грунта можно пренебречь (при испытании на набухание образцов высотой 2—3 *см* это условие, очевидно, всегда выполняется).

Если в процессе набухания образец находится под нагрузкой, то его набухание *несвободно*. Наконец, если набухание образца встречает препятствие в виде стенок обоймы или крышек контейнера, то такое набухание *ограниченное*. При отсутствии подобных препятствий для реализации набухания его называют *неограниченным*. Уплотнение грунта при усадке определяется *силами связности*, расширение грунта при набухании — *силами расклинивания*.

8.2. Усадка грунтов

Усадочные деформации. По результатам наблюдения за изменением объема и влажности образца глинистого грунта по мере высыхания можно построить график, изображенный на рис. 8.1. Как видно из этого графика, в процессе усадки можно различить две фазы: первую — *линейной* усадки — изменения объема с уменьшением влажности (участок AD) и вторую — *замедленной* усадки (участок DO). До точки D уменьшение объема грунта в точности соответствует объему потерянной воды. Однако далее потеря влаги начинает опережать усадку грунта.

Границей усадки w_y можно считать влажность, соответствующую точке B пересечения прямой AD с прямой, проведенной из точки O параллельно оси абсцисс. Если продолжить прямую усадки до оси ординат, то отрезок OC будет приближенно характеризовать объем пор, занимаемых воздухом в высушенном образце. Следует заметить, что еще до наступления предела усадки уменьшение объема образца не равно объему испарившейся влаги, так как отдельные поры, освобождаемые водой,

заполняются насыщенным паром, а при дальнейшем высыхании грунта в его поры входит воздух.

Если спроектировать точку B по вертикали на кривую усадки (точка B'), то разность ординат точек B и B' (отрезок BB') представит собой незначительную *остаточную усадку*, которая имеет место при полном высыхании грунта, т. е. произойдет при уменьшении влажности от границы усадки практически до нуля. Однако в некоторых случаях после наступления предела усадки при дальнейшем высыхании наблюдается известное уве-

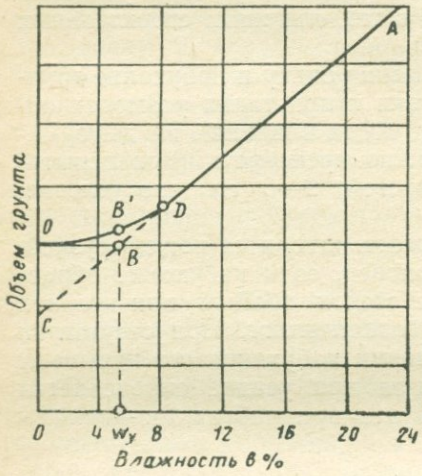


Рис. 8.1. Кривая усадки грунта

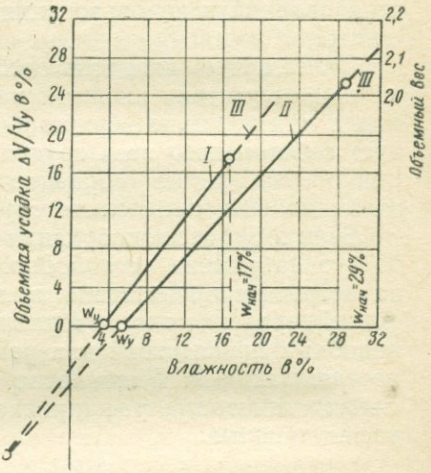


Рис. 8.2. Зависимость границы усадки от начальной влажности

I и *II* — усадка грунта при различных начальных влажностях уплотнения; *III* — предварительное уплотнение грунта; V_y — объем грунта при w_y

личение объема (*послеусадочное набухание*), которое, по-видимому, связано с упругим расширением грунта после исчезновения связывающих частицы пленок воды [115].

Испытание на усадку. Граница усадки определяется следующим образом: грунт растирают в порошок и замешивают до состояния густой пасты, после чего выдерживают в течение 24 *ч* и определяют влажность пасты. Грунт помещают в круглую чашечку с плоским дном и гладким верхним краем, строго параллельным дну. Чашечка может быть изготовлена из латуни. Диаметр ее около 4 *см*, высота около 1,5 *см*. Перед заполнением грунтом стенки и дно чашечки необходимо смазать тонким слоем жира во избежание прилипания грунта. После заполнения грунтом чашечку многократно простукивают, пока из грунта не перестанут выходить пузырьки воздуха. Затем верх тщательно заглаживают ножом заподлицо с краями чашечки. Образец мед-

ленно высушивают на воздухе до тех пор, пока его поверхность не посветлеет (если образец растрескивается, его выбрасывают). Затем образец досушивают в сушильном шкафу при 105° С.

Объем высушенного образца измеряют методом парафинирования или ртутным. Границу усадки $w_у$ определяют по формуле

$$w_у = w_н - \frac{V_н - V_0}{g_0} 100,$$

где $w_н$ и $V_н$ — начальная влажность и начальный объем образца, равный объему чашечки;

V_0 и g_0 — объем и вес высушенного при 105° С образца.

Для построения графика усадки следует параллельно высушивать несколько образцов (пять-шесть) и по мере высыхания на воздухе определять объем и влажность сначала одного из них, через 5—6 *ч*—следующего и т. д. Объем определяют также перед помещением в сушильный шкаф и после высушивания в шкафу.

Зависимость усадки от свойств грунта. Многочисленными опытами установлено, что граница усадки зависит от влажности образца при его приготовлении: чем больше эта влажность, тем больше граница усадки (рис. 8.2). Как видно из рис. 8.2, прямые усадки для одного и того же грунта при различных начальных влажностях пересекаются в одной точке. Заметим, что границе усадки соответствует максимальный объемный вес грунта.

Величина усадочной деформации зависит от содержания глинистой фракции и ее минералогического состава, структуры грунта, внешнего давления на грунт. Чем больше содержание песчаных и пылеватых фракций, тем меньше усадка грунта, так как эти фракции создают жесткий каркас. Особенно значительную усадку испытывают монтмориллонитовые глины при высокой начальной влажности.

При беспорядочном неориентированном расположении частиц глины усадка меньше, а при ориентированном сложении больше, т. е. чем больше структурная энтропия грунта, тем меньше усадка. В последнем случае отмечается неодинаковость усадки по вертикальному и горизонтальному направлениям. При полностью нарушенной структуре анизотропия усадки исчезает, поэтому испытание на усадку можно использовать как способ оценки степени ориентации глинистых частиц, как указывал Лэмб. На рис. 8.3 приведен полученный им график (1960).

По мере усадки грунта, если она протекает достаточно быстро, обычно образуются трещины и тем более интенсивно, чем неоднороднее строение грунта. В силу действия сжимающих усадочных напряжений, приложенных по стенкам трещин, ориентация частиц здесь несколько изменяется и при повторном высыхании после увлажнения трещины снова появляются в тех же местах, но более широкие (рис. 8.4).

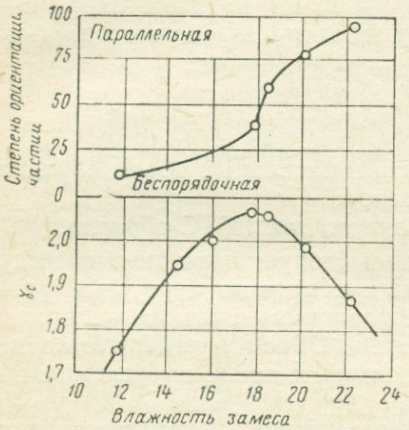


Рис. 8.3. График Лэмба (степень ориентации частиц определяется по анизотропии усадки)

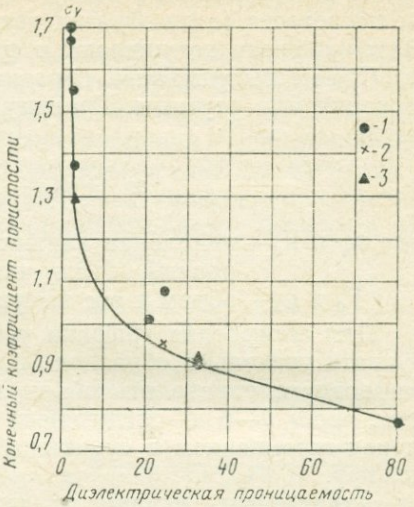


Рис. 8.5. Результаты опыта Сридхарана и Рао (грунт — каолинит)

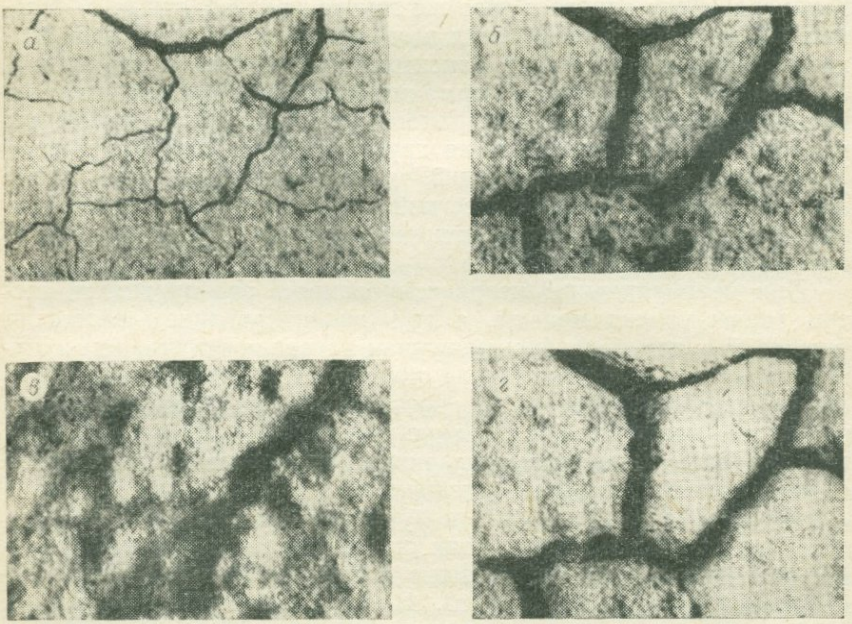


Рис. 8.4. Трещинообразование при повторной усадке (по опытам Черацкого и Фрезе)

а — трещины после первого высушивания; *б* — трещины после третьего цикла увлажнение — высушивание; *в* — поверхность после четвертого увлажнения; *г* — трещины после пятого высушивания

Опытами установлено, что если растрескивание грунта отсутствует, то многократное увлажнение и высушивание не влияют на прочность грунта при той или иной влажности.

В трещиноватых грунтах в процессе усадки размеры трещин сначала увеличиваются вследствие уменьшения объема межтрещинных блоков, причем последние еще насыщены водой, когда в трещинах она уже отсутствует. В результате усадка неравномерно распределена по объему и имеет вначале замедленный характер. На этой стадии усадку иногда называют *структурной*.

На рис. 8.5 изображена зависимость конечной пористости при усадке от диэлектрической проницаемости поровой среды в опытах Сридхарана и Венкатаппа Рао в Индии [112].

Синерезис. Во многих случаях структурированные системы с высокой влажностью через некоторое время после застудневания начинают самопроизвольно выделять капельки жидкости, появляющиеся на поверхности тела. При этом система испытывает соответствующее сжатие, нередко довольно значительное. Так, в жидких пастах глины наблюдалось самоуплотнение с выделением до 19% воды [24]. Это явление носит название *синерезиса*.

Явление синерезиса свидетельствует о том, что в студнеобразных системах могут развиваться весьма значительные внутренние сжимающие усилия, связанные с самопроизвольной перестройкой структуры. То, что при синеретическом уплотнении студень сохраняет форму сосуда, в котором он находится, означает, что уплотнение носит равномерно всесторонний характер, является объемным и характер структуры скелета не испытывает коренных изменений. Выделяющаяся при синерезисе жидкость не является чистым растворителем и содержит электролиты и мельчайшие частицы дисперсной фазы, т. е. является золем, но весьма малой концентрации.

У типичных лиофильных коллоидов процесс синерезиса обратим, и иногда достаточно простого нагревания, чтобы вызвать набухание системы и вернуть ее в исходное состояние. Суммарный объем системы при синерезисе не изменяется, следовательно, выделяется лишь свободная и слабосвязанная вода. Если синерезис протекает быстро, то в системе появляются трещины и даже внутренние полости.

Явление синерезиса до сих пор не получило удовлетворительного и непротиворечивого объяснения, и его следует рассматривать как особый вид усадки, которая происходит под влиянием сил поверхностного натяжения, развивающихся на поверхности студней. На основании последних исследований в области поверхностного натяжения твердых тел (работы А. Я. Гохштейна в Институте электрохимии АН СССР) можно предположить, что на поверхности студня, где перестройка структуры под влиянием сил межчастичного взаимодействия протекает значительно легче, чем во внутренних точках системы, с течением времени

при определенных условиях свободная энергия существенно возрастает и поверхностная пленка, стремясь сократиться, производит интенсивное давление на остальной объем системы. Подобные явления в некоторых случаях могут развиваться и внутри системы на границах между отдельными ее блоками. Справедливость этого предположения подтверждается тем, что явление синерезиса всегда начинается в поверхностных слоях системы и постепенно распространяется вглубь. Если систему, находящуюся в стадии синерезиса, разрезать, то увидим большую разницу во влажности ее сердцевины и поверхностного слоя.

Ф. В. Чухров [79] приводит интересные экспериментальные данные о явлении подводного синерезиса илистых осадков с образованием трещин на поверхности и округлых бугорков между ними, свидетельствующих о стремлении к минимальным размерам поверхности.

Усадку глинистых грунтов, происходящую под водой, можно рассматривать как особый вид синерезиса (подводный синерезис).

8.3. Всасывание воды в грунт

Понятие о всасывании. Всякий грунт при влажности, меньшей некоторого предела, находясь в контакте со свободной водой, впитывает в свои поры определенное количество этой воды. Это явление называется всасыванием, а соответствующие силы — силами *всасывания*.

Явление впитывания воды грунтом представляет собой в общем случае результат сочетания осмотических, капиллярных и гидратационно — связывающих эффектов. В зависимости от гранулометрического и минералогического составов грунта может преобладать тот или другой вид всасывания и соответственно различают *осмотическое, капиллярное и пленочное* всасывание воды в грунт.

Чисто капиллярное всасывание воды, характерное для песчаных грунтов, никогда не вызывает увеличения объема грунта. Наоборот, осмотическое, и особенно пленочное, всасывание всегда сопровождается увеличением объема грунта — его набуханием, что типично для глинистых грунтов.

Давление всасывания. Если принять сжимающее давление в воде от собственного веса положительным и соответственно давление непосредственно под плоской поверхностью спокойной свободной воды равным нулю, то в воде, поднятой над этой поверхностью силами всасывания, давление должно быть отрицательным. Только в этом случае будет соблюдено условие равновесия и постоянства давления по всей поверхности свободной воды, включая участок под столбом всасываемой воды.

Давление всасывания $p_{вс}$ рассматривают обычно как силу, приложенную к поверхности поднимаемого столба воды. Из ус-

ловия равновесия жидкости в столбе высотой $h_в$ (рис. 8.6) следует:

$$p_а + \gamma_w \cdot h_в - p_{вс} = p_а, \tag{8.1}$$

где $p_а$ — атмосферное давление.

Отсюда

$$h_в \gamma_w - p_{вс} = 0. \tag{8.2}$$

В сечении на глубине Z суммарное давление $U_в$ будет равно:

$$Z\gamma_w - p_{вс} = U_в. \tag{8.3}$$

Так как $Z < h_в$, то $Z\gamma_w < p_{вс}$, следовательно, $U_в$ имеет отрицательный знак.

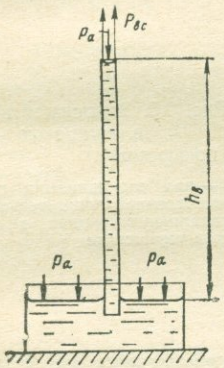


Рис. 8.6. Давление всасывания

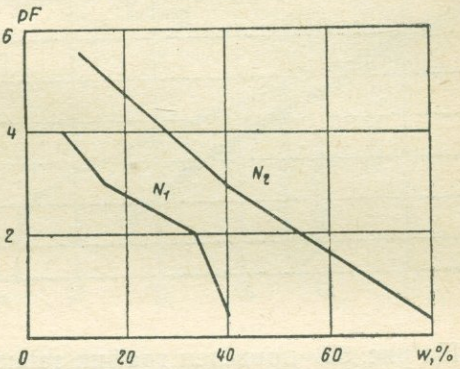


Рис. 8.7. График pF для двух грунтов (по С. И. Долгову)

Давление всасывания определяется высотой предельного поднятия столба всасываемой воды $h_в$ и при $\gamma_w = 1$ *г/см*^{3} численно равно этой высоте (размерность *г/см*^{2}). Часто давление всасывания, которое обычно незначительно по величине, измеряют в барах (1 *бар* $= 10^6$ *дин/см*^{2}; 1 *г/см*$^2 = 981$ *дин/см*$^2 \approx 9{,}8 \cdot 10^{-4}$ *бар*; приближенно 1 *г/см*$^2 \approx 1000$ *бар* или 1 *бар* $\approx 0{,}001$ *г/см*^{2}).

Если на воду в порах грунта действуют растягивающие силы всасывания (отрицательное давление) и одновременно на грунт действует внешнее давление p, создающее в поровой воде сжатие, то суммарное поровое давление [I; стр. 155] будет равно (без учета собственного веса воды):

$$U_в = p_и - p_{вс}, \tag{8.4}$$

где $p_и$ — сжимающее поровое давление от внешней нагрузки.

Если грунт водонасыщен, но способен дополнительно впитывать воду за счет набухания, то это свидетельствует о наличии отрицательного давления в поровой воде. Так как у одного и того же грунта давление всасывания в зависимости от начальной

влажности изменяется в очень широких пределах, его удобно измерять десятичным логарифмом, который обычно обозначают через pF, где F — давление всасывания в *см вод. ст.* Следовательно, при давлении всасывания в 10 *см вод. ст.* pF=1; при F=1000 *см вод. ст.* (≈1 *атм*) pF=3. Максимальное значение pF обычно не превышает 7. На рис. 8.7 приведен график pF для двух образцов связного грунта [28]. *Потенциалом всасывания* (обозначается $\Psi_{вс}$) называют величину

$$\Psi_{вс} = gh_{вс} = gF, \tag{8.5}$$

где g — ускорение силы тяжести.

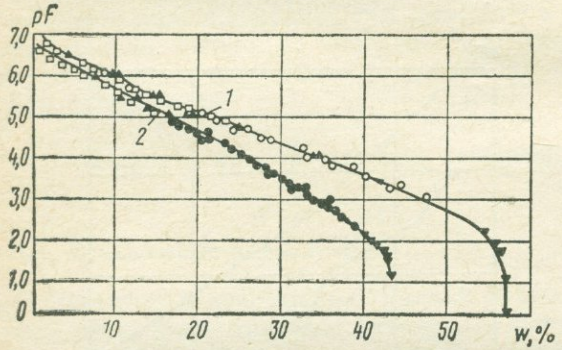


Рис. 8.8. Зависимость между pF и влажностью грунта (по Крони)

1 — при высушивании грунта с естественной влажностью; *2*—при увлажнении грунта, высушенного в термостате

На рис. 8.8 приведен график зависимости между pF и влажностью грунта [87]. Для совершенно сухих грунтов величина pF составляет около 6,6—7,4.

С термодинамической точки зрения давление всасывания представляет собой отрицательный потенциал, равный свободной энтальпии G воды в порах. Давление всасывания является очень чувствительным и удобным показателем динамики взаимодействия между скелетом и водой, который позволяет учесть влияние различных факторов — состава порового раствора, активности поверхности частиц, тех или иных видов обработки грунта, изменения структуры и т. д.

Особенно интенсивно сила всасывания изменяется в интервале малых влажностей: совершенно сухой образец лёссового грунта выделял энергию смачивания $A_{ув}$=47 100 *г·см/г*, а при w=3% уже только 4730 *г·см/г*, т. е. в 10 раз меньше [82]. Именно поэтому при всасывании воды маловлажным грунтом происходит взрывообразное выделение воздуха и разрушение структуры, тогда как при погружении образца в воду под вакуумом он не распадается.

Определение давления всасывания. Для определения давления всасывания предложен ряд методов, причем каждый из них наиболее эффективен в соответствующем интервале давлений. При наличии связных грунтов применяется простой метод эта-

лонных или всасывающих тел, когда в грунт погружают сухую пластинку материала, для которого заранее установлена зависимость между влажностью и $p_{вс}$. Этот метод применим при значениях pF до 3—5 и эффективен при степени влажности грунта не более $G=0{,}8\div0{,}9$, когда не все сечение пор грунта заполнено водой.

Значительно точнее давление всасывания определяется с помощью капилляриметра. Впервые этот метод был предложен в СССР в 1924 г. В. Г. Корневым. Впоследствии этот метод стал

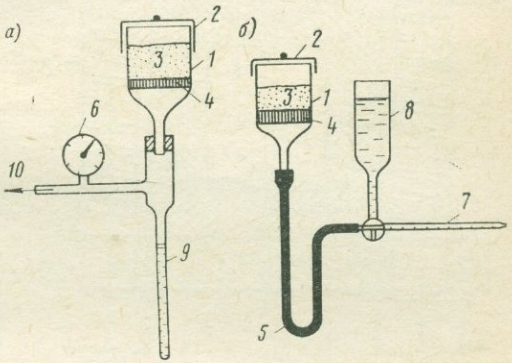


Рис. 8.9. Тензиометры

1 — воронка с грунтом; *2* — крышка; *3* — грунт; *4* — тонкопористое дно; *5* — гибкий шланг; *6* — вакуумметр; *7* — капилляр; *8* — резервуар с водой; *9* — приемник воды; *10* — к вакуумному насосу

применяться в США, где капилляриметр получил название *тензиометра*.

Этот метод заключается в следующем. На поверхность тонкопористого стеклянного фильтра *4* (рис. 8.9), заделанного в дно воронки, укладывают образец грунта *3* и измеряют силу, с которой он всасывает воду. В приборе Долгова (рис. 8.9, *а*) образец с самого начала насыщен водой и под фильтром создается разрежение с помощью вакуумного насоса. Разность давлений по обе стороны фильтра, при которой образец перестает сбрасывать воду, и есть давление всасывания.

На рис. 8.9, *б* показан прибор другого типа (прибор Энслина), в котором давление всасывания определяется как разность уровней воды в образце на фильтре и горизонтальном капилляре, из которого грунт всасывает влагу (гибкий шланг *5* позволяет перемещать по вертикали капилляр *7*).

Метод тензиометра особенно удобен при небольшой силе всасывания (до 1 *атм*). При данной равновесной влажности грунта на воздухе давление всасывания можно определить исходя из величины соответствующего давления пара в воздухе по методу Скофильда по формуле

$$F=\frac{RT}{M}\ln\frac{w}{100}, \qquad (8.6)$$

где R—газовая постоянная ($8133\cdot10^7$ *эрг. молей*);

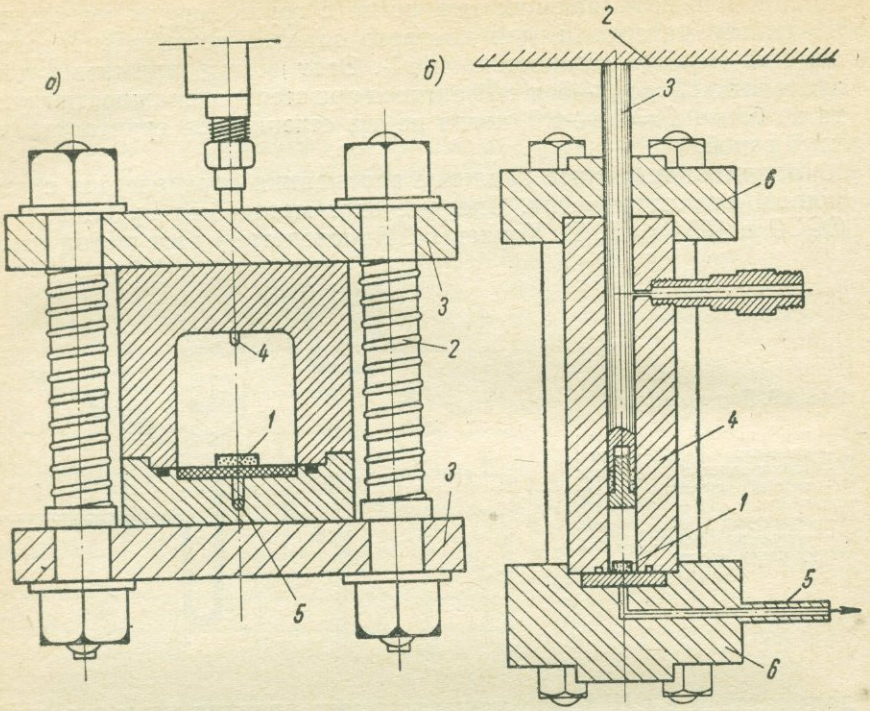


Рис. 8.10. Установка для определения давления всасывания

а — с помощью сжатого воздуха: *1* — образец; *2* — стойки; *3* — плиты; *4* — подача воздуха; *5* — выпуск воды; *б* — с помощью поршня: *1* — образец; *2* — плита пресса; *3* — поршень; *4* — цилиндр; *5* — выпуск воды; *6* — плиты прибора

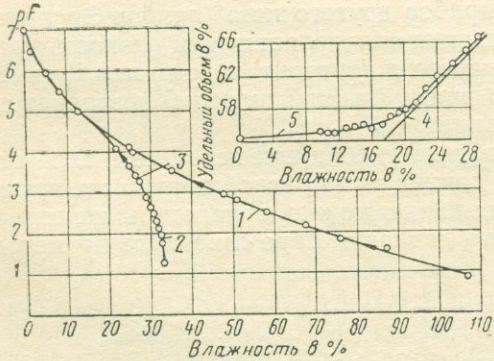


Рис. 8.11. Зависимость между pF и влажностью по опытам Крони

1 — глинистая паста; *2* и *5* — естественный грунт; *3* — граница раскатывания; *4* — линия $G=1$

T — абсолютная температура;

M — молекулярный вес воды, равный 18;

w — относительная влажность воздуха.

Создавая в эксикаторе различное давление пара и измеряя равновесную влажность грунта, можно установить для данного грунта по формуле (8.6) давление всасывания, соответствующее влажности образца. Этот метод позволяет измерить давление всасывания при pF=5÷7.

При значениях pF до 4,5 потенциал всасывания можно найти с помощью центрифуги, определяя равновесную влажность, соответствующую данному ускорению вращения, по формуле

$$F = \frac{gh}{2} \cdot \frac{N^2 r}{300^2}, \qquad (8.7)$$

где h — толщина столбика грунта в стаканчике центрифуги в *см*;

N — число оборотов центрифуги в 1 *мин*;

r — радиус в *см* (от оси вращения до середины образца).

При высоких значениях pF давление всасывания определяют методом выжимания воды из пор грунта давлением сжатого воздуха. Образец грунта через прокладку из фильтровальной бумаги укладывают на пористый бронзовый диск, находящийся в прочной стальной камере. Сжатый воздух в камеру подается из баллона (рис. 8.10, *а*), или давление создается с помощью поршня (рис. 8.10, б).

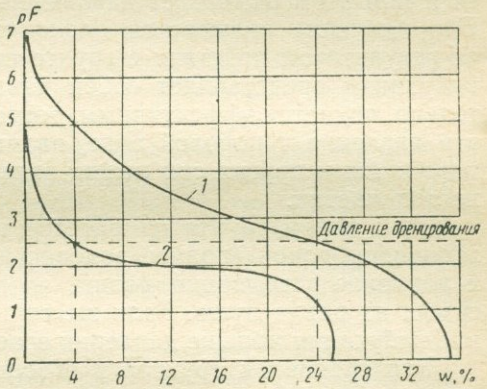


Рис. 8.12. График С. Андрея

1 — при $w_{ост}$ =24%; *2* — при $w_{ост}$ =4%

На рис. 8.11 приведен график зависимости между pF и влажностью, а также между влажностью и удельным объемом для глинистого грунта [87].

На рис. 8.12 приведен график, полученный С. Андреем [82]. Горизонтальная прямая соответствует давлению всасывания в дренаже. Пересечение этой прямой с графиком дает остаточную влажность дренирования $w_{ост}$, удерживаемую грунтом.

8.4. Набухание грунта

Основные понятия. Способность глинистых грунтов при взаимодействии с водой увеличиваться в объеме (или набухать) рассматривалась в течение длительного времени лишь как класси-

фикационная особенность этих грунтов, зависящая от их гранулометрии и минералогического состава, с одной стороны, и от свойств и состава порового раствора — с другой.

В последнее время неоднократно отмечались серьезные деформации зданий, вызванные набуханием грунтов оснований. Ранее набухание и связанное с ним повышение влажности грунтов, а следовательно, и понижение его прочностных свойств рассматривались как главный бич грунтовых дорог. В связи с этим резко повысился интерес к явлению набухания, и во всем мире были начаты исследования как с целью выяснения природы этого явления, так и с целью разработки методов строительства и эксплуатации на набухающих грунтах. Важные результаты получены в СССР Е. А. Сорочаном [72], С. В. Нерпиным, И. М. Горьковой, В. П. Ананьевым и др.

Набухание грунта тесно связано с явлением всасывания. Как уже отмечалось, давление всасывания можно определить как разность давлений во внешней и в поровой воде. Под влиянием этой разности давлений влага перемещается во внутрь грунта. Если грунт способен набухать (имеется эффект «расклинивания» частиц водой), то, всасывая воду, он стремится расширяться и при этом оказывает давление на ограждающие его стенки. Это давление называется *давлением набухания*. Оно является результатом действия в грунте сил расклинивания. Давление набухания представляет собой давление в скелете и, следовательно, является эффективным, тогда как давление всасывания — это давление в поровой воде, являющееся нейтральным. В основе и тех и других сил лежит явление адсорбции воды поверхностью частиц.

Если объем грунта изменяется так, что поры его все время заполнены водой (полное водонасыщение), давление набухания и давление всасывания равны, но противоположны по знаку и сумма их равна нулю. Если же грунт неводонасыщен, то давление набухания меньше давления всасывания.

Для сравнения грунтов в отношении набухания используют следующие показатели в зависимости от характера решаемой задачи.

1. *Линейное набухание* — полное относительное удлинение образца грунта при свободном неограниченном всестороннем набухании (линейная деформация набухания). Это удлинение может быть разным по различным направлениям в зависимости от характера сложения грунта — ориентированности его частиц. Линейное набухание обозначается $\lambda_{нб}$:

$$\lambda_{нб} = \frac{\Delta L}{L} 100\%, \tag{8.8}$$

где ΔL — приращение длины при набухании;
L — начальная длина.

2. *Объемная деформация набухания* или *объемное набухание* — относительное увеличение ΔV объема V образца грунта при свободном неограниченном всестороннем набухании. Чтобы образец грунта не распался, при испытании его помещают в раствор агар-агара. Объемное набухание обозначается $\Theta_{нб}$:

$$\Theta_{нб} = \frac{\Delta V}{V} 100\%. \tag{8.9}$$

Очевидно, объемное изотропное набухание приближенно равно сумме линейных набуханий по трем взаимно перпендикулярным направлениям:

$$\Theta_{об} = 3\lambda_{нб}. \tag{8.10}$$

3. *Одностороннее (одноосное) набухание* — относительное удлинение образца при свободном набухании только в одном направлении; по всем другим направлениям образец ограничен жесткой обоймой. Испытание на одноосное набухание проводится с помощью обычного компрессионного прибора, поэтому набухание называют *компрессионным*. При этом испытании линейное и объемное набухание численно равны:

$$\lambda_к = \lambda_{нб} = \Theta_{нб}. \tag{8.11}$$

4. *Стандартное набухание* $\lambda_{ст}$ — относительное одностороннее набухание образца в компрессионном приборе при давлении на грунт 1 *н/см*^{2} ($\sim$0,1 *кгс/см*^{2}). Иногда эту величину неудачно называют потенциалом набухания.

5. *Влажность набухания* ($w_{нб}$) — максимальная влажность, при которой прекращается дальнейшее набухание грунта. Предельная влажность, которую приобретает грунт, имеющий возможность набухать при впитывании воды, называется *влажностью насыщения* (обозначение $w_{нас}$). Эта влажность зависит от начальной влажности грунта и от действующей на грунт нагрузки.

Казагранде предложил следующую эмпирическую формулу, связывающую влажность насыщения глинистых грунтов при свободном набухании с пределом текучести грунта:

$$w_{нас} = \sqrt{15{,}2\,(w_т - 16{,}3) + 9}. \tag{8.12}$$

Эта формула применима, очевидно, для грунтов с пределом текучести $w_т > 16{,}3$. При наличии в грунте органических примесей формулу использовать нельзя.

6. *Давление набухания* $p_{нб}$ — давление на ограждающие стенки, развиваемое образцом грунта, к которому подведена вода. Это давление обычно определяют с помощью компрессионного прибора. Вода, подаваемая к образцу, должна быть предварительно освобождена от воздуха вакуумированием.

Вертикальное давление, которое необходимо приложить к образцу грунта, чтобы полностью исключить его набухание, назы-

вают *полным* или *предельным давлением набухания.* Давление набухания грунтов в естественных условиях может достигать 100 *н/см*^{2} и более.

Первоначально давление набухания и величина набухания исследовались по обратной ветви компрессионной кривой, получаемой при разгрузке. Эта кривая была названа еще Терцаги «кривой набухания». Поскольку набухание грунта происходит как свободное только в вертикальном направлении, эту кривую автор предложил называть *кривой декомпрессии* [22], а давление по этой кривой *давлением декомпрессии.*

Для определения предельного давления набухания следует использовать как можно более жесткие и вместе с тем достаточно чувствительные динамометры. Рекомендуется применять разработанный В. Ф. Чепик [76] фотооптический динамометр.

7. *Консистенция набухания* $B_{нб}$ — показатель консистенции грунта после окончания свободного неограниченного набухания.

Показатели набухания в большой степени зависят от направления подачи воды и начального состояния образца. Поэтому, сообщая о результатах соответствующих изменений, следует подробно охарактеризовать состояние грунта перед испытанием — его влажность, катионный состав, плотность, структуру (нарушенная, перемятая, ненарушенная, образец искусственно подготовлен таким-то образом и т. п.), консистенцию и т. д., а также условия замачивания грунта и его набухания.

При определении давления набухания и стандартного набухания для сравнения грунтов между собой с точки зрения дорожного строительства принято испытывать образцы, полученные методом стандартного уплотнения при оптимальной влажности.

При оценке набухаемости грунтов как оснований их испытывают при естественной влажности и ненарушенной структуре. Если требуется оценить структурные особенности грунта, испытание на одностороннее набухание повторяют при различной ориентации образцов (вдоль и вкрест основного направления ориентации глинистых частиц).

Механизм набухания. С термодинамической точки зрения процесс набухания обусловливается тем, что свободная энергия воды в грунте меньше, чем у наружной воды. С физико-химической точки зрения набухание вызывается теми же причинами, что и гидратация грунта, и тесно связано с силами всасывания. Существует точка зрения, что давление набухания можно принять равным осмотическому давлению, однако опытные данные показывают, что давление набухания маловлажного грунта значительно отличается от осмотического и больше последнего.

Влияние гранулометрического и минералогического составов. Е. А. Сорочаном и другими авторами установлено, что набухание определяется фракциями менее 0,005 *мм* и чем больше этих фракций в грунте, тем больше величина и скорость набухания.

На рис. 8.13 приведены результаты некоторых опытов Е. А. Сорочана.

Влияние минералогического состава на набухание обусловливается как видом глинистых минералов, так и удельной поверхностью глинистых частиц [115] (табл. 8.1).

Таблица 8.1

Набухание глинистых минералов

Минерал	Толщина частиц в Å	Удельная поверхность в м²/г	Набухаемость
Монтмориллонит	20	800	Высокая
Иллит	200	80	Средняя
Каолинит	1000	15	Низкая



Рис. 8.13. Набухание грунтов в опытах Е. А. Сорочана

1 — для хвалынской глины; *2* — для сарматской глины; *3* — для киммерийской глины

У монтмориллонита повышенная набухаемость объясняется возможностью проникания воды в межпакетное пространство частиц, в результате чего частицы испытывают значительное расширение в направлении, нормальном к их плоской (базальной) поверхности.

Влияние ориентации частиц. Линейное набухание зависит от характера ориентации частиц. При высокой степени ориентации частиц величина набухания и давление набухания носят анизотропный характер, и наоборот, если набухание изотропно, следовательно, отсутствует выраженная ориентация частиц глины.

Влияние обменных катионов. Если в составе обменных катионов преобладают одновалентные ионы натрия, то набухание глины оказывается бóльшим, чем при двухвалентных ионах кальция. При трехвалентных катионах алюминия у кислых глин (с низким значением pH) набухаемость еще ниже. В первом случае большинство исследователей объясняет это распадом микроагрегатов и, следовательно, большей величиной удельной поверхности частиц. Другие считают, что набухание обусловливается гидратацией ионов двойного диффузного слоя, толщина которого при одновалентных катионах значительно больше. В действительности, однако, имеются оба указанных эффекта в различном соотношении у различных грунтов. В зависимости от степени влияния на набухание обменные катионы можно расположить в ряд, приведенный в п. 5.2.

Высокая концентрация ионов (особенно натрия) в воде существенно снижает набухание, которое является максимальным

в дистиллированной воде. Уплотненная глина с высокой набухаемостью, находящаяся под пригрузкой, которая, не допускает значительное набухание грунта, является практически водонепроницаемым материалом и может применяться для покрытия дна и стенок каналов, постоянно заполненных водой.

Влияние цементации. Цементация частиц и вообще наличие водостойких связей между ними, естественно, резко снижают набухаемость. При наличии в грунте гидроокиси железа, карбонатов, гумуса, как правило, уменьшается величина и давление

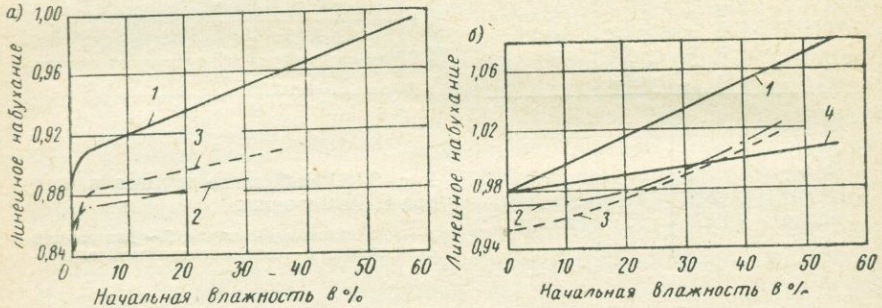


Рис. 8.14. Влияние на набухание грунта переминания и выщелачивания (по Ионгу)

а — для глины Леда, слабо набухающей; *б* — для глины Манитоба, сильно набухающей; *1* — ненарушенная структура; *2* — удален цементирующий материал; *3* — нарушенная структура; *4* — горизонтальное набухание

набухания. По-видимому, в ряде случаев проявляется не столько цементирующий эффект, сколько физико-химическое воздействие этих веществ на активную поверхность глинистых частиц. При высушивании грунтов, содержащих указанные примеси, образуются прочные микроагрегаты, число которых возрастает при повторении циклов высушивания-увлажнения и соответственно снижается набухаемость. На рис. 8.14 приведен график [115] зависимости набухания от нарушения структуры глины (переминанием) и вымывания цементирующих солей.

Оценка грунтов по величине свободного одностороннего набухания. Набухаемость грунтов при испытании на компрессионное набухание оценивается следующим образом:

Низкая набухаемость	$\lambda_{н.к} \leqslant 0,1$
Средняя »	$0,1 < \lambda_{н.к} \leqslant 0,2$
Высокая »	$0,2 < \lambda_{н.к} \leqslant 0,3$
Очень высокая набухаемость	$\lambda_{н.к} > 0,3$

По Сиду, набухаемость глин оценивается по величине стандартного набухания:

Низкая набухаемость	$\lambda_{ст} \leqslant 1,5\%$
Средняя »	$1,5\% < \lambda_{ст} \leqslant 5\%$
Высокая »	$5\% < \lambda_{ст} \leqslant 25\%$
Очень высокая набухаемость	$\lambda_{ст} > 25\%$

По СНиП 1962 г. к набухающим были отнесены глинистые грунты, для которых

$$\frac{e_e - e_т}{1 + e_e} < -0{,}3, \qquad (8.13)$$

где e_e — коэффициент пористости при естественном сложении и влажности;

$e_т$ — коэффициент пористости образца того же грунта при влажности, равной пределу текучести.

По опытам Рогаткиной [64] наблюдаются частые отклонения от формулы (8.13), поэтому предпочтительно определять набухаемость грунта или использовать зависимость между набухаемостью и числом пластичности и активностью глины. Согласно СН 331-65 набухаемость глин принималась во внимание в том случае, если под давлением 0,5 *кгс/см*^{2} $\lambda_к \geqslant 0{,}5\%$. Формулы типа (8.13) следует использовать лишь для предварительного выяснения «подозрительных» на набухаемость грунтов, которые затем нужно непосредственно испытывать на набухаемость.

Е. А. Сорочан [72] классифицирует грунты по показателю набухания следующим образом:

Ненабухающие	$\lambda_{н.к} < 4$
Слабонабухающие	$\lambda_{н.к} = 4-8$
Средненабухающие	$\lambda_{н.к} = 8-12$
Сильнонабухающие	$\lambda_{н.к} > 12$

С. С. Бабицкая подразделяет набухающие грунты по характеру их разупрочнения при набухании (табл. 8.2). *Коэффициентом разупрочнения* названо отношение прочности грунта до набухания к прочности после свободного набухания.

Таблица 8.2

Разупрочнение при набухании

Набухаемость $\lambda_{н.к}$ в %	Приращение влажности Δw в %	Коэффициент разупрочнения	Характеристика грунта
<1	<2	<1,4	Неразупрочняющиеся
1—2	2—5	1,4—2	Разупрочняющиеся
2—10	5—15	2—4	Сильно разупрочняющиеся
>10	15	>4	Очень сильно разупрочняющиеся

По-видимому, грунты по набухаемости должны классифицироваться по-разному, в зависимости от решаемой строительной задачи: по величине набухания, давлению набухания, степени разупрочнения и т. п.

Размокание. Б. М. Гуменский (1965) считал, что при неограниченном доступе воды к грунту и свободном набухании связи между частицами в конце концов должны полностью исчезнуть и грунт начнет распадаться или размокать. Следовательно,

размокание можно рассматривать как конечную стадию набухания, при которой грунт полностью теряет всякую связность.

Однако нами установлено, что при наличии цементационных и водостойких коллоидных связей в грунте размокание при полном набухании может и не наступить.

Как показал Терцаги [I; 73], если вода, всасываемая грунтом, сжимает внутри него пузырьки газа, то они могут своим давлением разрывать грунт. Это было убедительно подтверждено опытами С. Андрея [82].



Рис. 8.15. Графики зависимости между набухаемостью грунта и другими его свойствами

Набухаемость: *I* — нормальная; *II* — средняя; *III* — высокая; *IV* — очень высокая

Нами установлено, что при многократном высушивании на воздухе, а затем погружении в воду глинистого сланца наблюдается его интенсивное шелушение, но если образцы сланца после высушивания на воздухе погружать в воду под вакуумом, грунт полностью сохраняет свою структуру и не разрушается даже после очень многих циклов высушивания-увлажнения. Таким образом, грунт даже после полного насыщения водой сохраняет свое сцепление, создаваемое водостойкими связями, если отсутствуют дополнительные факторы, которые могут разрушить эти связи.

Связь между набухаемостью грунта и другими его физическими свойствами. Вопросу корреляции между набухаемостью грунта и другими его свойствами посвящены многочисленные исследования. На рис. 8.15 приведены некоторые из опубликованных различными исследователями графиков зависимости между объемным набуханием грунта и содержанием в нем глинистых частиц (<0,001 *мм*), числом пластичности и пределом усадки. При оценке набухаемости грунта по таким графикам рекомендуется использовать все три зависимости.

Однако во многих случаях эти графики ведут к противоречивой оценке грунта, что побудило Б. Сида провести специальное исследование этого вопроса [108]. Испытывали различные глинистые грунты, уплотненные стандартным способом при опти-

мальной влажности. В результате исследований установлено, что зависимость стандартного набухания $\lambda_{ст}$ от содержания глинистых частиц $C_г$ выражается формулой

$$\lambda_{ст} = KC_г^x, \tag{8.14}$$

где K и x — параметры, зависящие от вида глины.

Для большинства глин x может быть принято равным 3,44. Коэффициент K связан с активностью исследованных глин эмпирическим уравнением

$$K = kA^{2,44}, \tag{8.15}$$

где $k = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$.

Подставляя (8.15) в (8.14), Сид получил:

$$\lambda_{ст} = 3{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot A^{2,44} \cdot C^{3,44}. \tag{8.16}$$

Если подставить в (8.15) зависимость активности от числа пластичности

$$A = \frac{W_п}{C - n},$$

то

$$\lambda_{ст} = kW_п^{2,44} N, \tag{8.17}$$

где

$$N = \frac{C^{3,44}}{(C-n)^{2,44}}.$$

Для большинства естественных грунтов $n \approx 5$, $N = 40 \div 80$ (при $C = 8 \div 65\%$). Сид заменяет (8.17) упрощенной зависимостью

$$\lambda_{ст} = 60kW_п^{2,44}, \tag{8.18}$$

которая дает погрешность в пределах $\pm 33\%$ при указанном содержании глинистой фракции. Полученные результаты Сид представляет в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Зависимость между набуханием и числом пластичности

Число пластичности $W_п$	Стандартное набухание λ в %	Объемное набухание $\Theta_{н.б}$ в %
10	0,4—1,5	4,5—10
20	2,2—3,8	13,5—18,7
30	5,7—12,2	21,4—28
40	11,8—25,0	28—35
50	20,1—42,6	33—40

На рис. 8.16 приведен график Сида, связывающий набухание глин с их активностью и содержанием глинистых частиц. Описанные исследования, так же как и ряд других работ, позволяют считать, что между набухаемостью глины и числом пластичности существует достаточно тесная корреляционная связь, если учитывать также активность глинистой фракции.

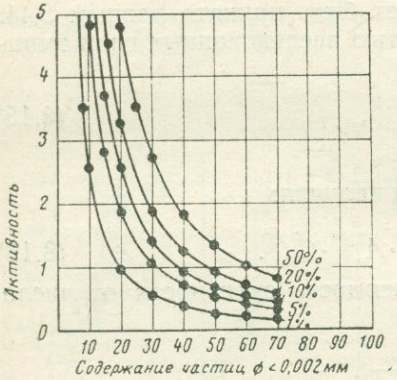
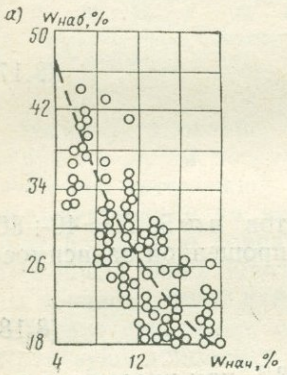
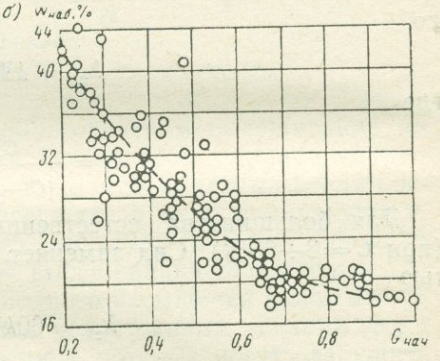


Рис. 8.16. Графики Сида (цифры на кривых означают потенциал набухания)

Рис. 8.17. Зависимость между начальной влажностью и влажностью после набухания (*а*) и между начальной относительной влажностью и влажностью после набухания (*б*) в опытах ДИИТа





Так как для установления полного и стандартного набухания требуется проведение достаточно тонких исследований, эти характеристики можно определить непосредственно по числу пластичности, хотя и менее точно, но значительно проще.

Такого рода исследования следует продолжить, связав набухаемость не только с числом пластичности, но и с пределом текучести, что, возможно, позволит отказаться от определения содержания глинистых частиц в формуле (8.16) и резко повысит точность прогноза.

Исследования ДИИТа. Исследованиями набухания, проведенными С. С. Бабицкой и В. Д. Поздняковой совместно с автором, получены следующие основные результаты.

1. После окончания неограниченного свободного односторон-

него набухания образцов степень влажности G грунта, как правило, близка к единице. В опытах наблюдались случаи, когда увеличение объема значительно опережало количество поглощенной влаги, и тогда G по окончании деформации набухания оказывалось несколько меньшим единицы, хотя в других опытах с тем же грунтом и при тех же начальных условиях конечное значение G было равно единице. Опытами установлено, что для развития процессов набухания и проявления в полной мере давления набухания в плотных грунтах требуется несколько недель. Так, при испытании майкопских глин Северного Кавказа свободное набухание сначала вообще отсутствовало, затем стало медленно развиваться и продолжалось 250 суток (опыты В. П. Вихарева, 1960 г.).

2. Влажность грунта после окончания процесса свободного набухания в большинстве случаев близка к пределу текучести и может несколько превышать его. У некоторых грунтов, например у красно-бурого суглинка с $w_т=36{,}4$, $W_п=14{,}6$, гранулометрическим составом П25, А45, Г30 (П — песок, А — алеврит, Г — глина) и активностью около 0,5, влажность после набухания ни разу не достигала предела текучести, а в отдельных случаях составляла всего 25—27%, хотя $G=1$. В подобных случаях полной реализации набухания препятствовали, очевидно, водоустойчивые внутриагрегатные межчастичные связи.

3. Между начальной влажностью грунта и влажностью свободного набухания существует зависимость, приведенная на рис. 8.17. Разброс точек вызван, по-видимому, влиянием плотности грунта. Чем выше начальная влажность грунта, тем меньше набухал грунт: если при начальной влажности около 6% влажность после набухания составляла в среднем около 40%, то при начальной влажности 12% влажность набухания была уже только около 26%, а при $w_{нач}>20\%$ $w_{наб}=0$.

4. Чем ниже глинистость грунта и меньше степень цементации его частиц, тем меньше различие между набухаемостью грунта с нарушенной и ненарушенной структурой. Поэтому набухаемость грунта следует определять при том его состоянии, при котором он будет работать в сооружении.

5. Полное давление набухания тем больше, чем выше глинистость и активность грунта, и возрастает с увеличением набухаемости грунта. Давление набухания у некоторых глин может достигать нескольких *кгс/см²* (до 60—100 *н/см²*).

6. Конечная степень влажности грунта, который всасывает воду без возможности набухания (например, при определении предельного давления набухания), близка к единице.

Зависимость величины набухания от приложенной к грунту нагрузки имеет вид, показанный на рис. 8.18, *а*. При малых давлениях набухание уже резко падает, например при давлении, составляющем всего 15% предельного, набухание образцов отдельных глин уменьшалось в 2—6 раз по сравнению со свободным.

Однако большое влияние на результаты оказывает начальная влажность грунта. По данным Ж. Е. Рогаткиной (1966), отношение предельного давления набухания к полной величине набухания составило для хвалынских глин с ненарушенной структурой 0,57, а для паст из этих глин — 0,20.

8. Исследованиями разупрочнения грунтов при набухании установлено, что при величине компрессионного набухания $\lambda_{н.к}$ до 10% прочность грунта после набухания снижается в 2—4 раза

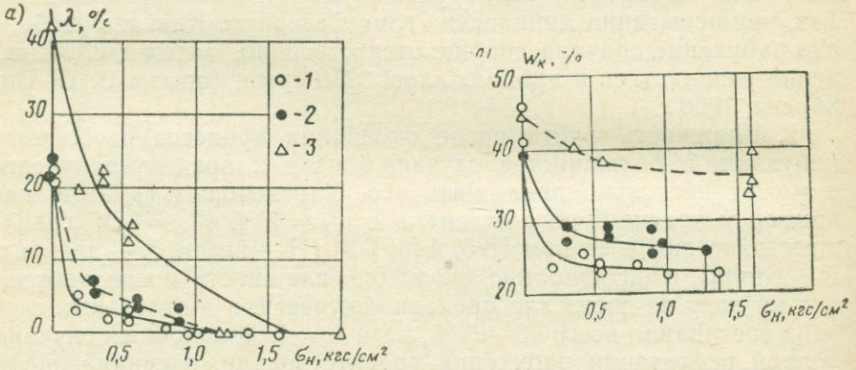


Рис. 8.18. Зависимость между набуханием и нагрузкой на различные грунты в опытах ДИИТа

по сравнению с начальной прочностью грунта, уплотненного стандартным способом при оптимальной влажности, причем прочность быстро падает в самом начале процесса набухания, а затем снижение прочности замедляется.

9. Четкая зависимость между начальной плотностью грунта и его набуханием при увлажнении пока не установлена. По-видимому, эта зависимость маскируется как очень сильным влиянием начальной влажности, так и структурными изменениями грунта По данным Б. Н. Рутковского, при одинаковой начальной влажности грунта его набухание не зависит от начальной плотности (1959), а по данным Рогаткиной [64] у хорошо уплотненного грунта набухание в 1,5 — 3 раза больше, чем при предельно рыхлом сложении.

Набухание грунта в естественных условиях. Набухание грунта в естественном залегании, как правило, меньше, чем в лабораторных условиях, и определяется характером колебаний погодных условий. Кроме того, сооружения и конструкции, расположенные на грунте, могут существенным образом влиять на режим его увлажнения и высыхания. При циклической смене процессов усадки и набухания на поведение грунта влияет постепенно развивающееся растрескивание, когда резко облегчается поступление воды в глубь грунта. При этом в процесс набухания вовлекаются более глубокие слои.

Если один участок поверхности грунта защищен от увлажнения и испарения, а соседние участки открыты, то возникает разность осадок поверхности вследствие различных влажностных деформаций смежных участков, в результате чего повреждаются дорожные покрытия и легкие здания, особенно если их фундаменты заложены на различной глубине. Фундаменты наружных стен, очевидно, будут испытывать бо́льшие перемещения вследствие влажностных деформаций грунта, чем фундаменты внутренних стен.

Влияние начальных усилий на характер деформации при увлажнении и высыхании. В опытах, проведенных Я. Л. Коганом, на наклонную доску помещали лепешку влажного грунта, которая высушивалась на воздухе (рис. 8.19). В результате усадки образец сокращался по длине таким образом, что нижний его

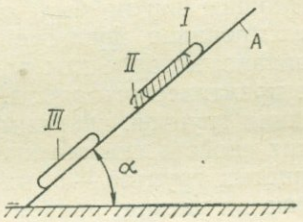


Рис. 8.19. Опыты Когана

А — наклонная гладкая доска; *I* — начальное положение образца; *II* — смещение образца после одного цикла высыхания-увлажнения: *III* — смещение образца книзу после нескольких циклов высыхания-увлажнения

конец оставался на месте, а верхний смещался книзу. При последующем увлажнении лепешки через влажную тряпочку грунт набухал, но при этом верхний конец лепешки оставался на месте, а нижний опускался. В результате ряда повторных циклов увлажнения-высыхания лепешка заметно смещалась книзу. Таким образом, на характер деформации при усадке и набухании существенное влияние оказывает начальная нагрузка (в данном случае собственный вес грунта).

Глава 9

КЛАССИФИКАЦИЯ ГРУНТОВ ПО КОМПОНЕНТНО-АГРЕГАТНЫМ СВОЙСТВАМ

9.1. Значение классификации

Историческая справка. До разработки способов механических испытаний грунтов оценка их строительных свойств производилась чисто качественно на основе сопоставления данных практики.

Соответствующая классификация грунтов была разработана в России еще во второй половине XIX в. и в дополненном виде

опубликована в 1869 г. в первом русском учебнике по основаниям и фундаментам, написанном В. Карловичем. По составу грунты подразделялись следующим образом: 1) скалистые; 2) хрящеватые, (т. е. крупнообломочные); 3) глинистые; 4) песчаные; 5) болотные, иловатые и торфяные. По строительным свойствам выделялись грунты: 1) несжимаемые и неразмываемые (скалистые); 2) несжимаемые (если их оградить), но размываемые (хрящ, песок); 3) сжимаемые и размываемые (глина, ил, торф). Кроме того, грунты подразделялись на мягкие (торф, растительная земля, тонкий чистый песок), довольно плотные (глинистые грунты, разрабатываемые лопатой), очень плотные (глины в смеси с песком и хрящем, разрабатываемые кирками и ломами) и твердые (скалистые).

Эта классификация в течение длительного времени подвергалась лишь незначительным изменениям. Наиболее важным следующим шагом был переход в первой четверти XX в. на проектирование фундаментов по допускаемому давлению на основание, которое для разных грунтов устанавливалось на основе практического опыта. В связи с этим уточнилась классификация грунтов, главным образом в отношении связи механических свойств скальных грунтов со степенью их выветрелости, глинистых грунтов — с их консистенцией, песчаных — с крупностью их частиц, причем все эти характеристики грунтов оценивались чисто визуально. В широко распространенном учебнике В. К. Дмоховского по основаниям и фундаментам, изданном в 1927 г., в таблице допускаемых давлений было перечислено 62 разновидности грунтов, в том числе: «глина твердая, сухая синяя» — 5 *кг/см*^{2}; «глина умеренно сухая — 2 *кг/см*^{2}; «грунт землистый с примесью глины или песка, сухой — 2 *кг/см*^{2}»; «песчано-гравелистый, обыкновенный — 4 *кг/см*^{2}» и т. п. Сейчас подобные характеристики могут вызвать лишь улыбку.

Минимальное допускаемое давление по этой таблице составляло 0,25 *кг/см*^{2} для «растительной земли, мокрой», а максимальное 25—50 *кг/см*^{2} — для «скалы очень твердой». Любопытно, что К. Терцаги в своей книге «Строительная механика грунтов» (1925) также привел таблицу допускаемых напряжений на «грунты Средней Европы», которая охватывала девять видов (от «твердой, крепкой скалы — 20—30 *кг/см*^{2}» до «натурального и насыпного грунта — 0,5—1 *кг/см*^{2}» и «ила или наносного грунта» с допускаемым давлением, равным нулю).

Через 20 лет в книге «Механика грунтов в инженерной практике», написанной совместно с Р. Пеком (1948), К. Терцаги снова приводит таблицу допускаемых давлений, которая составлена на основе строительных норм различных американских городов и охватывает 45 наименований грунтов. При этом К. Терцаги указывал, с одной стороны, что «многие фундаменты, спроектированные на основе таблиц допускаемого давления на грунт, оказались вполне удовлетворительными», а с другой —

что «время от времени имели место неудачи и сооружения испытывали чрезмерную осадку». Затем он привел рекомендуемые им способы определения допускаемого давления на грунт на основе испытаний штампом и забивкой зонда, выделив следующие группы грунтов: 1) сухой и влажный песок; 2) водонасыщенный песок; 3) глина; 4) грунты, промежуточные между песком и глиной (главным образом илы и лёссы).

В СНиП 1962 г. грунты подразделяются всего на четыре основных вида: скальные, крупнообломочные, песчаные и глинистые, причем крупнообломочные и песчаные делятся по крупности частиц и плотности, а глинистые по числу пластичности и консистенции. В этих нормах приведена таблица давлений на основания из крупнообломочных, песчаных и глинистых грунтов, но эти давления можно использовать лишь для мало ответственных зданий и сооружений и при предварительном определении размеров фундаментов в других случаях.

Эта классификация, предусматривающая использование грунтов в качестве оснований только гражданских и промышленных сооружений, значительно упростилась и уточнилась по сравнению с предшествующими, так как вместо неопределенных чисто качественных оценок вроде «умеренно сухой глины» использованы количественные показатели гранулометрического состава, пористости и консистенции при нарушенной структуре.

Две задачи, стоящие перед классификацией. До сих пор недостаточно четко разграничивают две совершенно различные задачи, которые определяют характер классификаций, построенных на статистико-корреляционных соотношениях между компонентными и агрегатными свойствами, с одной стороны, и строительно-механическими свойствами грунтов — с другой.

Одна из этих двух задач — сопоставление численных показателей механических свойств с количественными характеристиками компонентных и (или) агрегатных свойств грунтов. Наличие классификаций, основанных на этом сопоставлении, позволяет существенно уменьшить объем механических испытаний грунтов и ограничиваться в ряде случаев лишь сравнительно простыми испытаниями компонентных и агрегатных свойств грунтов. Такого рода классификациями являются, например, таблицы, в которых численные значения модуля сжимаемости, угла внутреннего трения и сцепления сопоставлены с составом, плотностью и консистенцией грунтов.

Существенным дефектом подобных классификаций, свидетельствующим о недостаточном количестве данных для полноценной статистической обработки, является отсутствие в них значений среднеквадратических отклонений и доверительных пределов.

Другая задача — установление связи между показателями компонентных и агрегатных свойств, с одной стороны, а с другой — такими строительными характеристиками грунтов, кото-

рые пока еще не поддаются достаточно строгому определению или на которые оказывает существенное влияние значительное количество возмущающих факторов.

Классификации, построенные на таком сопоставлении, используются для оценки, например, комплекса свойств грунтов, применяемых в качестве основания дорожных одежд или как материал для земляных плотин.

Значение гранулометрических классификаций. В литологии гранулометрические характеристики определяют для сравнения и идентификации пород или в связи с изучением процессов и условий их формирования. В почвоведении в свое время предпринимались попытки связать с гранулометрическим составом все свойства почв, важные для земледелия и определяющие плодородие. Предполагалось, что от гранулометрического состава целиком зависит взаимодействие почвы и корневой системы растений, в первую очередь, условия питания их водой. Однако сравнение плодородности различных почв исходя из их гранулометрического состава нередко приводило к существенным противоречиям и ошибкам. Поэтому подобный подход к изучению почв был подвергнут в конце концов заслуженной критике как односторонний со стороны ряда крупных почвоведов, иронически назвавших его «порошковедением».

В начальный период развития грунтоведения и инженерной геологии многие исследователи совершенно аналогичным образом полагали, что, исходя из анализа количественного распределения частиц различной крупности, можно получить не только качественную оценку строительных свойств грунтов, но и установить приближенно количественные характеристики этих свойств.

К исследованиям в этом направлении побуждали два обстоятельства: 1) бросающаяся в глаза разница в строительных свойствах грунтов, резко отличающихся размерами своих частиц; 2) неоднородность состава большинства нескальных грунтов, используемых как основания или как материал для земляных сооружений, причем, чем больше в этой смеси крупнозернистых составляющих, тем ближе свойства грунта к свойствам песка, и наоборот, чем больше относительное содержание очень мелких частиц, тем грунт ближе по своим свойствам к чистой глине [I; 1,4].

Но вскоре исследования привели к тупику. Было установлено, что не только гранулометрический, но и минералогический состав грунта и некоторые другие факторы существенно влияют на его строительные свойства, поэтому строительная оценка грунтов только по их гранулометрическому составу не всегда давала удовлетворительные результаты. Оказалось, что почти одному и тому же гранулометрическому составу пылевато-глинистых грунтов нередко соответствуют совершенно различные их свойства и, наоборот, различные по составу грунты могут

обладать близкими свойствами. Вместе с тем при столь существенных недостатках этой оценки для определения гранулометрического состава грунтов требовалась довольно сложная специальная аппаратура, тщательность проведения испытаний и большие затраты времени.

Все это заставило исследователей искать иные характеристики скелета грунта, которые бы интегрально отражали зависимость его строительных свойств как от гранулометрического состава, так и от других факторов, были бы проще и доступнее для определения. И хотя более или менее удовлетворительные показатели такого рода для пылеватых и глинистых грунтов вскоре удалось найти (границы консистенции), вместе с тем было установлено, что в ряде случаев не только весьма полезно, но и необходимо знать гранулометрический состав грунтов.

В настоящее время выполнение гранулометрического анализа грунтов обязательно при проектировании дренажей, когда сталкиваются с проблемой поверхностного или внутреннего размыва грунтов. Для крупнозернистых грунтов гранулометрический состав наряду с плотностью является несомненно основным показателем, характеризующим их строительные свойства. Данные этого анализа целесообразно иметь при оценке склонности грунтов к набуханию и размоканию, пучению и промерзанию. При решении многих задач геотехнологии и технической мелиорации грунтов требуется знать состав грунтов (например, подбор так называемых оптимальных смесей при устройстве дорог и т. п.). Знание гранулометрического состава облегчает в ряде задач инженерной геологии мысленную реконструкцию палеогеографической обстановки накопления отложений [I; стр. 34].

Изучение гранулометрического состава представляет интерес в связи с разработкой в последние годы структурно-гранулярных теорий дисперсных сред, в которых отправной точкой служит рассмотрение деформации отдельных зерен под влиянием сил, передающихся от соседних зерен в точках контакта с ними. Величина этих сил при данной внешней нагрузке зависит от количества контактов на единицу площади сечения грунта, которое тем меньше, чем крупнее зерна. С другой стороны, деформации, вызываемые этими силами, тем меньше, чем выше упругие характеристики и контактная прочность зерен.

Исследованиями установлено, что в большинстве случаев существует корреляция между крупностью зерен и их минеральным составом и что от количественного соотношения в составе грунта частиц различного размера и формы, а также от свойств их поверхности существенно зависят структура грунта, его агрегатные и, в частности, гидравлические свойства, под которыми понимают статическое и динамическое взаимодействие скелета и поровой воды. И. М. Горькова [I; 15] установила, что знание гранулометрического состава в комплексе с некоторыми другими физическими характеристиками грунтов позволяет сущест-

венно усилить определенность и надежность качественной оценки их строительно-технических свойств.

9.2. Гранулометрическая классификация

Гранулометрическая классификация крупнообломочных и песчаных грунтов как материала оснований. Классификация фракций, принятая в строительных нормах СССР, приведена в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Название фракций грунта в зависимости от их крупности

Фракции	Размеры частиц в *мм*	
	от	до
I. Крупнообломочные:		
валунные (окатанные) и глыбовые (неокатанные)	—	>200
галечниковые (окатанные) и щебенистые (неокатанные)	≤200	>10
гравийные (окатанные) и дресвяные (неокатанные)	≤10	>2
II. Песчаные	≤2	>0,05
III. Пылеватые	≤0,05	>0,005
IV. Глинистые	≤0,005	—

Указанное подразделение фракций на четыре основные группы, установленное очень давно, сохраняет свое значение и сейчас, хотя границы между ними передвигались различными исследователями в сторону то более крупных, то более мелких фракций. Заметим, что названия этих групп фракций не связаны с их петрографическим или минералогическим составом

Например, глинистая фракция (<0,005 *мм*) содержит в своем составе кроме глинистых минералов также и тонкодисперсный кварц.

Такое смешение терминов всегда нежелательно, так как приводит к путанице и недоразумениям. Поэтому мы рекомендуем соответствующую фракцию грунта называть коллоидной, а не глинистой, учитывая ее характерные физико-химические свойства, а термин «глинистые» применять только для определенной группы минералов. Хотя во многих случаях коллоидные фракции состоят только из глинистых минералов, однако предлагаемое терминологическое подразделение является логически более строгим и будет полезным тогда, когда в указанной фракции обнаружится значительное содержание неглинистых минералов, например тонкодисперсного кварца. В зависимости от содержа-

ния различных по размеру фракций эти грунты подразделяются на следующие виды (табл. 9.2).

Таблица 9.2

Виды крупнообломочных и песчаных грунтов

Грунт	Содержание характерной по крупности фракции в % от веса сухого грунта
Крупнообломочный:	
валунный (при преобладании неокатанных частиц — глыбовый)	Более 50% частиц крупнее 200 *мм*
галечниковый (при преобладании неокатанных частиц — щебенистый)	Более 50% частиц крупнее 10 *мм*
гравийный (при преобладании неокатанных частиц — дресвяный)	Более 50% частиц крупнее 2 *мм*
Песчаный:	
гравелистый песок	Менее 50% частиц крупнее 2 *мм*
крупный песок	Более 50% частиц крупнее 0,5 *мм*
средней крупности песок	Более 50% частиц крупнее 0,25 *мм*
мелкий песок	75% и более частиц крупнее 0,1 *мм*
пылеватый »	Менее 75% частиц крупнее 0,1 *мм*

Примечания: 1. Для установления названия грунта по табл. 9.2 последовательно суммируют проценты содержания частиц исследуемого грунта: сначала крупнее 200 *мм*, затем крупнее 10 *мм*, крупнее 2 *мм* и т. д. Название грунта принимается по первому удовлетворяющему показателю.

2. Названия песчаных и крупнообломочных грунтов, установленные по табл. 9.2, необходимо дополнять указанием о степени неоднородности гранулометрического состава.

3. При наличии в крупнообломочных грунтах более 20% песчаного заполнителя или более 15% глинистого заполнителя от веса сухого грунта в названии крупнообломочного грунта следует указывать вид заполнителя и характеристику его состояния.



Рис. 9.1. Группы грунтов, используемых для намыва плотин

I и *II* — песчаные грунты; *III* — супеси; *IV* — суглинки; *V* — гравийные грунты



Рис. 9.2. Классификация нескальных грунтов по И. М. Горьковой

I — глинистые; *II* — смешанные; *III* — пылеватые; *IV* — песчаные

Классификация грунтов по крупности как материала для намывных плотин. По СНиП эта классификация определяется графиком гранулометрических составов согласно рис. 9.1.

Классификация И. М. Горьковой. Инженерно-геологические классификации грунтов существенное развитие получили в работах А. М. Васильева и И. М. Горьковой. Классификация грунтов, предложенная И. М. Горьковой, принадлежит к числу наиболее серьезно разработанных и обоснованных (рис. 9.2).

Грунты, которые обычно называют суглинками и супесями, по этой классификации являются одним из частых случаев более широкой категории смешанных грунтов.

9.3. Классификация по характерным влажностям

Классификационное значение характерных влажностей. Терцаги предложил использовать границы Аттерберга для характеристики грунтов в строительных целях, считая, что эти пределы обусловлены теми же физическими факторами, что и сопротивляемость грунтов нагрузке и их водопроницаемость. Он писал, что «если несколько подобных по геологическому происхождению грунтов имеют вполне идентичные границы, то и их физические свойства будут также вполне идентичными и достаточно исследовать более тщательно только один из этих грунтов. Поэтому эти границы являются превосходным средством для предварительной классификации грунтов. Если известны эти границы для определенного грунта, то можно сравнить его с другими грунтами и по крайней мере составить себе представление о его свойствах. Если же имеются результаты определения физических свойств другого грунта с почти такими же границами, можно считать, что мы знаем и данный грунт».

Практика многолетнего использования во всем мире принципа идентификации самых различных связных грунтов по характерным влажностям действительно подтвердила эффективность этого простого метода классификации грунтов по характеру влияния состава грунта как на его отношение к увлажнению, так и на изменение его механических свойств в состоянии искусственно приготовленной пасты. Следует иметь в виду, что характерные влажности существенно зависят от температуры, поэтому соответствующие испытания следует вести при 18—20°С.

Классификация связных грунтов по числу пластичности. Самая простая классификация связных грунтов основана на использовании только числа пластичности, как это было предложено в 1911 г. Аттербергом. Глинистые грунты подразделяются по числу пластичности следующим образом:

Супеси	$W_п = 1 \div 7$
Суглинки	$W_п = 7 \div 17$
Глины тощие	$W_п = 17 \div 30$
» нормальные	$W_п = 30 \div 60$
» жирные	$W_п = 60 \div 100$
» очень жирные	$W_п > 100$

Грунты с числом пластичности $W_п \leqslant 1$ называют непластичными и относят к песчаным.

Однако классификация только по числу пластичности недостаточно использует те возможности, которые предоставляет определение характерных влажностей. Так, весьма чувствительной характеристикой свойств грунтов является непосредственно граница текучести, причем одному и тому же значению границы текучести могут соответствовать различные числа пластичности и наоборот.

Классификация Казагранде. Казагранде [86] предложил эмпирическую классификацию грунтов, основанную на использовании как числа пластичности, так и границ текучести. Эта классификация представлена графически на рис. 9.3 (так называемый график Казагранде).

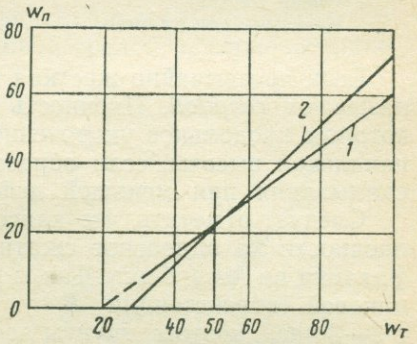


Рис. 9.3. Классификационный график Казагранде

1 — *A*-линия Казагранде; *2* — линия Сида

Неорганические грунты располагаются выше линии *A*, грунты с содержанием органических примесей — ниже. Несколько ниже линии *A* находятся типичные неорганические пылеватые грунты. Однако при $w_т < 30$ эти грунты размещаются несколько выше *A*-линии. Уравнение *A*-линии по Казагранде имеет вид:

$$W_п = 0{,}73\,(w_т - 20). \qquad (9.1)$$

Пылеватые и органические грунты перекрываются вблизи линии *A*. Поэтому Сид [107] предложил несколько более точное уравнение линии *A*:

$$W_п = 0{,}98\,(w_т - 27{,}5). \qquad (9.2)$$

Чем больше число пластичности при одной и той же границе текучести, тем ниже водопроницаемость грунтов, больше плотность на границе раскатывания, выше связность в высушенном состоянии. Все грунты, расположенные ниже *A*-линии, разрушаются хрупко при влажности, меньшей, чем граница раскатывания. Грунты, имеющие границу текучести свыше 50%, отличаются более высокой прочностью при малых влажностях.

Классификация связных грунтов с ненарушенной структурой. Исследованиями установлено исключительно большое влияние структуры на механические свойства естественных грунтов (в том числе и на консистентность). Чтобы учесть влияние этого фактора, Терцаги и Пек предложили [I; 79] в качестве количественной меры консистенции использовать давление, при котором приз-

матический или цилиндрический образец грунта с ненарушенной структурой разрушается при испытании на простое сжатие.

Терцаги и Пек предложили следующую классификацию ненарушенных глин в зависимости от прочности на одноосное сжатие q в *кгс/см²*:

Очень мягкая	$q < 0{,}25$
Мягкая	$0{,}25 \leqslant q < 0{,}5$
Среднежесткая	$0{,}5 \leqslant q < 1$
Жесткая	$1 \leqslant q < 2$
Очень жесткая	$2 \leqslant q < 4$
Чрезвычайно жесткая	$q \geqslant 4$

Если чрезвычайно жесткая глина разрушается хрупко, то ее называют *твердой*. Прочность характеризуется давлением, при котором продольное укорочение образца составляет 20% первоначальной высоты, если образец не разрушится хрупко путем скалывания при меньшей деформации.

Следует отметить, что классификация форм консистенции по прочности на одноосное сжатие не имеет отношения к классификации по Аттербергу. Так, в наших опытах прочность при одинаковой консистенции B у различных грунтов отличалась в 2—3 раза, поэтому грунты должны были попасть в разные рубрики классификации по Терцаги. Например, образец с содержанием 30% глинистых частиц хрупко разрушался при влажности вблизи границы раскатывания (т. е. при пластичной консистенции по Аттербергу) под давлением 4 *кгс/см²* и его следовало бы рассматривать как твердый по классификации Терцаги, однако в твердом состоянии по Аттербергу (вблизи усадки) прочность этого грунта оказалась 13 *кгс/см²*.

Прочность на сжатие грунта вообще нельзя рассматривать как характеристику консистенции, которая представляет собой совершенно иное по физическому содержанию понятие (см. главу 7). Очевидно, именно поэтому Терцаги и Пек предложили сохранить определение характерных влажностей по Аттербергу при нарушенной структуре грунта, чтобы использовать достаточно тесную корреляционную связь, существующую между этими границами и другими физическими свойствами грунтов.

Связь между характерными влажностями и гранулометрическим составом. Характерные влажности зависят не только от гранулометрического состава, но и от минералогического состава грунта и характера порового раствора [9]. Поэтому зависимость между границами Аттерберга и гранулометрическим составом может быть прослежена только в грунтах с одинаковым минералогическим составом фракций. На рис. 9.4 приведена кривая зависимости между $w_т$ и некоторым параметром t, являющимся функцией гранулометрического состава, для 353 грунтов различного происхождения, полученная Дос-Сантосом. Пользуясь методом наименьших квадратов, Дос-Сантос [89] нашел по своим опытам следующие приближенные уравнения:

для границы текучести

$$w_т = 0{,}067 + 0{,}303\ t + 0{,}309\ t^2; \qquad (9.3)$$

для числа пластичности

$$W_п = -0{,}026 + 0{,}097t + 0{,}240\ t^2. \qquad (9.4)$$

Наиболее значительные отклонения от этих уравнений имели грунты с высоким содержанием органических примесей.

Связь между консистенцией и механическими свойствами грунта. Консистентные свойства зависят от взаимодействия частиц скелета между собой и с поровой средой и, следовательно,

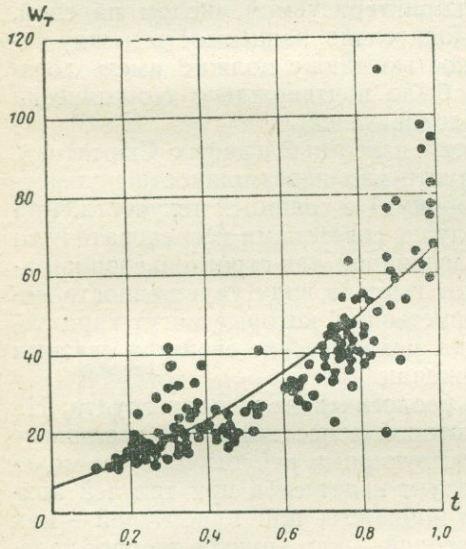


Рис. 9.4. Опыты Дос-Сантоса

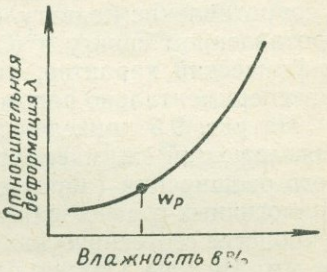


Рис. 9.5. График Росса и Шенона

относятся к группе агрегатных свойств грунтов, причем эти свойства определяются при нарушенной структуре. Установлено, что влажности на границе раскатывания соответствует резкое изменение деформативных характеристик грунта и резко уменьшается водопроницаемость грунта.

Так как строителей в первую очередь интересует прочность грунта, определяющая его несущую способность в основаниях сооружений, ряд исследователей провел изучение зависимости между консистенцией и прочностью. Еще в 1926 г. были опубликованы результаты опытов по установлению зависимости между деформацией сжатия кубиков из глины и их влажностью (Росс и Шенон, Терцаги). Оказалось, что эта зависимость выражается графиком, имеющим два почти прямолинейных участка с ясно выраженным перегибом непосредственно вблизи границы раскатывания (рис. 9.5).

Влажность в точке перегиба Росс и Шенон назвали *критической*. Такой же результат был получен и многими другими исследователями при самых различных методах испытания — вдавливании в грунт цилиндрического стержня, вдавливании конуса, при измерении объемной усадочной деформации. Такой же перегиб был получен в опытах с расплющиванием цилиндрического образца [21].

Граница текучести и механические свойства. Казагранде высказал предположение, что между количеством падений, необходимых для слияния разреза в грунте при определении $w_т$ по его методу, и сопротивлением грунта сдвигу существует логарифмическая зависимость и, таким образом, имеется непосредственная связь между консистенцией, характеризуемой числом падений, и сопротивлением сдвигу. Следовательно, зависимость между сопротивлением сдвигу и влажностью также должна иметь логарифмический характер, что и было подтверждено теоретически и экспериментально рядом исследователей.

На рис. 9.6 приведен широко известный график Скемптона, связывающий сжимаемость грунта при невозможности поперечного расширения (образец в обойме) с границей текучести. Ряд аналогичных графиков был получен советскими исследователями в процессе геотехнических исследований для строительства канала им. Москвы. Однако следует иметь в виду упрощенность методов определения границ консистенции, которые могут характеризовать влияние влажности на механические свойства связных грунтов лишь в первом приближении.

Характерные влажности и реологические модели грунта. На рис. 9.7 приведена схема, в которой сопоставляются различные формы консистенции с соответствующими реологическими моделями грунта. По этой схеме грунт ведет себя при текучей консистенции как неньютоновская жидкость, при пластичной — как твердое бингамово тело, при твердой — как хрупкое твердое тело.

Н. Н. Маслов подразделяет по реологическим свойствам не консистенции, а глинистые грунты в целом, что следует признать рациональным, так как схема на рис. 9.7 относится только к нарушенным структурам.

По классификации Маслова глинистые грунты делятся на три основные группы:

1) жесткие (с цементационными связями), которые являются упругохрупкими телами;

2) скрытопластичные (вязкопластичные), которые можно рассматривать как бингамовы тела;

3) пластичные (вязкотекучие), у которых предел текучести $w_т$ равен практически нулю и которые по реологическим свойствам являются жидкими (максвелловскими) телами.

Все породы в целом Н. Н. Маслов подразделяет на четыре класса: I — скалистые (с превалирующей ролью жестких хрупких структурных связей); II — глинистые породы с водно-коллоидны-

ми связями; III — породы без внутренних связей (сыпучие или зернистые); IV — породы с особыми свойствами, например вечномерзлые грунты.

Связь между консистенцией и релаксацией. В. А. Мизюмский (ДИИТ) предложил характеризовать глинистые грунты коэффициентом релаксации $k_р$ [I; 4, 10]: для вязких систем типа мак-

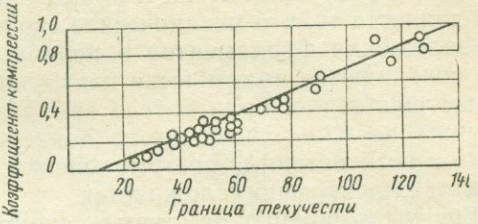
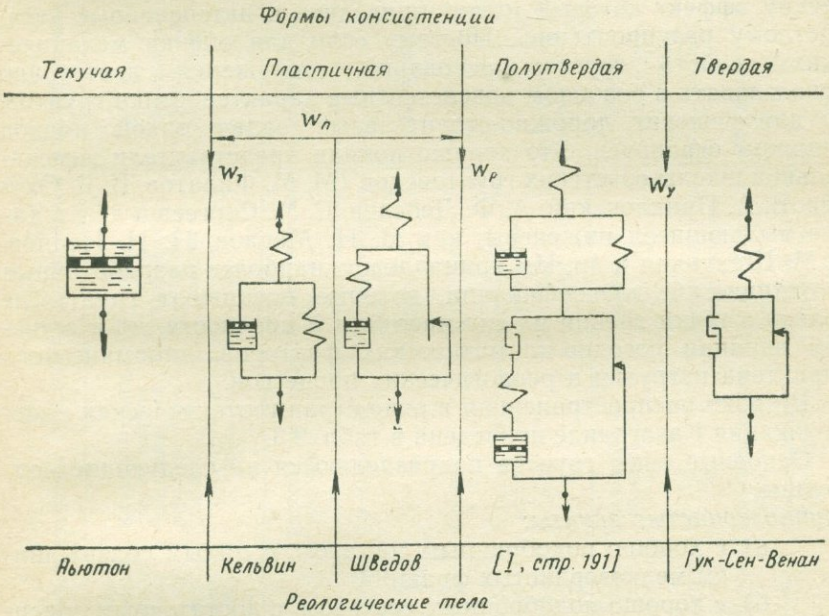


Рис. 9.6. График Скемптона

Рис. 9.7. Формы консистенции и реологические тела



свелловских жидкостей $k_р = 0$, для чисто упругих нерелаксирующих гуковых $k_р = 1$; для киевских спондиловых глин $k_р = 0{,}58$, для юрских подмосковных глин $k_р = 0{,}52$ (в естественном состоянии).

Таким образом, величина $k_р$ существенно зависит от консистенции грунта и, следовательно, может достаточно точно и объективно характеризовать консистенцию глинистых грунтов. В зависимости от величины $k_р$ консистенцию грунта можно оценивать следующим образом:

Текучая	$k_p=0\div0{,}25$
Мягкопластичная	$k_p=0{,}26\div0{,}5$
Тугопластичная	$k_p=0{,}51\div0{,}75$
Полутвердая	$k_p=0{,}76\div0{,}99$
Твердая	$k_p=1$

Геотехническая классификация грунтов. Особенностью работы оснований гражданских и промышленных зданий и сооружений является то, что механические свойства грунтов ниже глубины заложения фундаментов в период существования сооружения сохраняются практически неизменными, а если изменяются, то несущественно. Грунты тела земляных сооружений, особенно внешних их слоев, непрерывно подвергаются погодно-климатическим воздействиям, поэтому оценка геотехнических свойств грунтов значительно усложняется.

Грунты дорожных земляных сооружений, кроме того, испытывают циклически действующие подвижные нагрузки, динамический эффект которых может приводить к интенсивному усталостному разупрочнению. Поэтому если для оценки механических свойств грунтов оснований сооружений достаточно использовать в основном консистентные характеристики грунтов, то для решения дорожно-строительных задач такой подход слишком ограничен. Это хорошо поняли представители замечательной школы советских грунтоведов (М. М. Филатов, В. В. Охотин, В. А. Приклонский, А. Ф. Лебедев, Е. М. Сергеев и др.) и такие выдающиеся инженеры, как Н. Н. Маслов, Н. Н. Иванов, Г. М. Шахунянц и др. Им принадлежат наиболее разработанные геотехнические классификации, которые оценивают грунты не только с точки зрения их сжимаемости и прочности, но и с учетом влияния погодно-климатических факторов, динамического характера нагрузки и реологических процессов.

Широко распространенная в ряде стран геотехническая классификация Казагранде приведена в табл. 9.3.

Основные типы грунтов подразделяются на следующие подгруппы:

крупнозернистые грунты:

а) с хорошо подобранным составом, с малым содержанием мелкозернистых фракций;

б) с хорошо подобранным составом, с достаточным содержанием глинистого вяжущего;

в) с однородным по крупности составом, с малым содержанием мелкозернистых фракций;

г) с плохо подобранным составом, с малым содержанием мелкозернистых фракций;

д) с плохо подобранным составом, с достаточным количеством мелкозернистых фракций или с подобранным составом без избытка вяжущего;

мелкозернистые грунты:

а) малосжимаемые ($w_т=35$);

Таблица 9.3

Характеристики грунтов по дополненной классификации А. Казагранде

Группы грунтов	Максимальный объемный вес скелета в $г/см^3$ при оптимальном уплотнении и коэффициенте пористости	Качество грунта как материала для основания дорожной одежды при отсутствии промерзания	Опасность пучинообразования	Склонность к усадке или набуханию	Водопроницаемость	Свойства, определяемые в полевых или лабораторных условиях (образцы с ненарушенной структурой)
Булыжник или галька	—	Хорошее до очень хорошего	Нет или очень малая	Отсутствует	Хорошая	Степень уплотнения
Гравий или гравелистые грунты	$\gamma_c > 2$; $e < 0{,}35$	Превосходное	Нет или очень малая	Отсутствует	Превосходная	Влажность и коэффициент пористости; степень цементации; слоистость напластований, коэффициент фильтрации; режим грунтовых вод
	$\gamma_c > 2{,}1$; $e < 0{,}3$	»	Средняя	Очень малая	Практически отсутствует	
	$\gamma_c > 1{,}8$; $e < 0{,}5$	Хорошее	Отсутствует	Отсутствует	Превосходная	
	$\gamma_c > 1{,}85$; $e < 0{,}45$	Хорошее — превосходное	Отсутствует или очень малая	»	»	
	$\gamma_c > 1{,}95$; $e < 0{,}4$	То же	От малой до средней	Отсутствует или малая	От средней до полного отсутствия	
Пески и песчанистые грунты	$\gamma_c > 195$; $e < 0{,}4$;	Превосходное — хорошее	Средняя	Отсутствует	Превосходная	Сжимаемость, определенная в полевых условиях пробными нагрузками; несущая способность, сопротивление сдвигу и другие прочностные характеристики
	$\gamma_c > 2$; $e < 0{,}35$	То же	Отсутствует или очень слабая	Очень малая	Практически отсутствует	
	$\gamma_c > 1{,}62$; $e < 0{,}7$	Удовлетворительное	То же	Отсутствует	Превосходная	
	$\gamma_c > 1{,}62$; $e > 1{,}7$	Удовлетворительное — хорошее	От малой до значительной	»	»	
	$\gamma_c > 1{,}7$; $e < 0{,}6$	То же	От средней до высокой	От отсутствия до средней	От средней до полного отсутствия	

Продолжение табл. 9.3

Группы грунтов	Максимальный объемный вес скелета в $г/см^3$ при оптимальном уплотнении и коэффициенте пористости	Качество грунта как материала для основания дорожной одежды при отсутствии промерзания	Опасность пучинообразования	Склонность к усадке или набуханию	Водопроницаемость	Свойства, определяемые в полевых или лабораторных условиях (образцы с ненарушенной структурой)
Мелкозернистые малопластичные грунты	$\gamma_c > 1{,}62$; $e < 0{,}7$	Удовлетворительное до плохого	От средней до высокой	От малой до средней	От удовлетворительной до плохой	Объемный вес скелета грунта и относительное уплотнение; влажность и коэффициент пористости; слоистость, наличие трещин и т. д.
	$\gamma_c > 1{,}62$; $e < 0{,}7$	То же	То же	Средняя	Практически непроницаемые	
	$\gamma_c > 1{,}46$; $e < 0{,}9$	Плохое	»	От средней до большой	Плохая	
Мелкозернистые среднепластичные грунты	$\gamma_c > 1{,}62$; $e < 0{,}7$	Удовлетворительное до плохого	Средняя	От средней до большой	От удовлетворительной до плохой	Коэффициент фильтрации, характеристика режима грунтовых вод; сжимаемость; сжимаемость, определенная испытанием пробными нагрузками в поле
	$\gamma_c > 1{,}55$; $e < 0{,}8$	То же	Малая	Большая	От удовлетворительной до практически непроницаемой	
	$\gamma_c > 1{,}55$; $e < 0{,}8$	Плохое	»	»	То же	
Мелкозернистые сильнопластичные грунты	$\gamma_c > 1{,}62$; $e < 0{,}7$	Плохое	Средняя до высокой	Большая	Плохая	Сопротивление пенетрации
	$\gamma_c > 1{,}46$; $e < 0{,}7$	Плохое до очень плохого	Очень малая	»	Практически непроницаемый	
	$\gamma_c > 1{,}62$; $e < 0{,}9$	Очень плохое	То же	»	То же	
Волокнистые, очень сильно сжимаемые грунты	—	Чрезвычайно плохое	Малая	Очень большая	От удовлетворительной до плохой	Влажность и сжимаемость

Примечание. Указанные величины объемных весов относятся к грунтам с удельным весом скелета, равным 2,65—2,75 $г/см^3$.

б) среднесжимаемые ($w_т = 35 \div 50$);
в) сильносжимаемые ($w_т = 50$);
волокнистые грунты — подразделений нет.

Термины, примененные для характеристики состава крупнозернистых грунтов, имеют следующие значения:

хорошо подобранный состав — грунт имеет гранулометрический состав при наличии частиц всех размеров (без избытка или недостатка частиц любой фракции);

плохо подобранный состав — грунт имеет плохо подобранный гранулометрический состав — излишек частиц одних фракций и недостаток частиц других размеров;

однородный по крупности состав — грунт имеет гранулометрический состав при наличии частиц, размеры которых изменяются в узком диапазоне, т. е. плохо подобранный состав с избытком частиц в небольшом диапазоне при недостатке всех других частиц.

9.4. Основы механико-физико-химической классификации грунтов по Горьковой

Принципы классификации. И. М. Горькова (1966) обратила внимание на недопустимость суждения о свойствах грунтов по какому-либо одному или двум-трем признакам, так как породы, имеющие самый различный возраст и находящиеся на самых различных глубинах, могут иметь одинаковые гранулометрические составы, агрегированность и характер структурных связей и обладать одинаковыми механическими свойствами. С другой стороны, породы одного возраста, залегающие в одной толще и имеющие одинаковый состав, могут обладать совершенно различными плотностью и прочностью в зависимости от характера структурных связей и степени агрегированности.

И. М. Горькова полагает, что при классификации грунтов не требуются различные косвенные показатели вроде консистенции, а следует применять прямые, быстро определяемые характеристики плотности, влажности и прочности пород в их естественном состоянии.

Исходя из этих соображений, И. М. Горькова предложила следующую весьма детально разработанную классификацию.

Группы дисперсности. В этой классификации грунты по составу подразделяются на следующие группы:

I — *высокодисперсные* — содержание частиц размером $<0{,}005$ *мм* более 50%;

II — *смешанные* — содержание частиц размером $<0{,}005$ *мм* 27—57%;

III — *пылеватые* — содержание частиц размером 0,05—0,005 *мм* более 50%;

IV — *песчаные* — содержание частиц размером более 0,05 *мм* более 50%.

Типы структур. В каждой из этих групп выделяются типы, различающиеся по характеру структурных связей.

Стабилизационные структуры — грунты обладают высокой агрегативной устойчивостью и раздельно-частичным и вместе с тем компактным сложением. Вандерваальсовы силы взаимодействия между частицами ослаблены, и связи носят слабый и обратимый характер. Для частиц размером менее 1 и 5 *мк* коэффициент агрегированности таких структур $k_a=1$.

Коагуляционные структуры — формируются по углам и ребрам с образованием сплошного рыхлого пространственного каркаса и значительным количеством иммобилизованной воды в порах. Силы сцепления гораздо больше, чем у стабилизационных структур. Для частиц размером менее 1 *мк* коэффициент агрегированности $k_a=5\div45$, а для частиц размером менее 5 *мк* $k_a=1$.

Пластифицированно-коагуляционные структуры — образуются в том случае, когда коагуляция происходит при наличии пластифицирующих органических соединений. Часто преобладает поглощенный кальций. Защитное влияние органических коллоидов препятствует агрегации тонких фракций. Имеется частичная цементация. Коэффициент агрегирования не более 3 для частиц размером <1 *мк* и не более 2 для частиц размером <5 *мк*.

Смешанные коагуляционно-конденсационные (кристаллизационно-цементационные) структуры — отличаются наиболее высокой степенью агрегированности, обладают большой прочностью, крупностью и водостойкостью. Для частиц <1 *мк* коэффициент агрегированности $k=6\div33$; для частиц <5 *мк* $k_a=2\div30$.

Виды грунтов по плотности, влажности и литификации. Породы с различным характером структурных связей могут иметь различную плотность, влажность и степень литификации.

По степени уплотнения выделяются следующие группы:

Слабая степень уплотнения . .	$\gamma_c=0,3\div1,2$ *г/см*^{3}
Средняя » » . .	$\gamma_c=1,21\div1,65$ *г/см*^{3}
Сильная » » . .	$\gamma_c=1,66\div2,20$ »

По степени влажности:

Слабая степень водонасыщенности	$G=0,2\div0,5$
Средняя » »	$G=0,5\div0,8$
Высокая » »	$G=0,8\div1$

По *степени литификации* грунты подразделяются по прочности на одноосное сжатие q или сопротивлению внедрению конуса $P_к$ с углом заострения 30° (для малопрочных пород испытание конусом проще, чем на одноосное сжатие):

Слабая степень литификации	$P_к<1$ *кгс/см*^{2}
Средняя » »	q или $P_к=1\div20$ *кгс/см*^{2}

Высокая степень литификации . . . $q=20\div50$ *кгс/см²* или $P_к=20\div50$ *кгс/см²*

Очень высокая степень литификации . $q>50$ *кгс/см²*

Основные классы грунтов. По классификации Горьковой грунты подразделяются на следующие основные классы.

1. Высокодисперсные водонасыщенные породы со стабилизационными структурами, слабой степени уплотнения и литификации. Эластично-вязкие. При быстром деформировании резко разрушается структура и происходит оплывание пород. В состоянии выше предела прочности породы текут с весьма малой ньютоновой вязкостью. При медленном деформировании уплотняются, отдавая воду. Сильносжимаемы. При уплотнении упрочнение увеличивается в 3—15 раз. Модуль упругости вследствие упрочнения увеличивается в 2—7 раз. Не набухают при взаимодействии с водой.

2. Высокодисперсные водонасыщенные породы со стабилизационными связями, средней степени уплотнения и литификации. Упругоэластично-вязкие. При деформировании структура разрушается и восстанавливается по мере снятия напряжения. При давлении больше предела прочности текут как вязкие жидкости Ньютона. Среднесжимаемы. Уплотняются и упрочняются в 1,5—2 раза при компрессии и сдвиге. Зависимость сдвигающих усилий от действующего нормального давления может быть криволинейной или прямолинейной. Набухают при взаимодействии с водой до 12%.

3. Высокодисперсные водонасыщенные породы со стабилизационными структурами, высокой степени уплотнения и литификации. Упруговязкие в естественном состоянии, вязкие после нарушения структуры.

При медленном деформировании наблюдается течение типа ползучести. Структура при таком течении практически не разрушается, так как скорость разрушения структуры равна скорости ее восстановления. При давлении больше предела прочности породы текут с высокой ньютоновской вязкостью при малой скорости деформирования и хрупко разрушаются при большой. Малосжимаемы. При сжатии и сдвиге преобладают обратимые (упругие) деформации. Не уплотняются и не упрочняются. Зависимость сдвигающего усилия от действующего нормального давления прямолинейна. При взаимодействии с водой набухают до 22%.

4. Высокодисперсные водонасыщенные породы с коагуляционными структурами, средней степени уплотнения и литификации. Упругоэластично-вязкие в естественном состоянии. Пластично-вязкие переходные от бингамовских к шведовским при нарушенной структуре. При деформировании скорость разрушения структуры превышает скорость ее восстановления. Породы тиксотропны. Способны к существенному увеличению подвижности выше динамического предела текучести. Вязкость пре-

дельно нарушенных структур меньше, чем у соответствующей группы пород со стабилизационными структурами. Среднесжимаемы. Уплотняются и упрочняются при сжатии и сдвиге в 1,2—2 раза. Зависимость сдвигающего усилия от действующего нормального давления может быть криволинейной или прямолинейной. Набухание при взаимодействии с водой среднее (до 12%). Давление набухания достигает 2—8 *кгс/см*^{2}.

5. Высокодисперсные водонасыщенные породы с коагуляционными структурами, высокой степени уплотнения и литификации. Малосжимаемы. Зависимость сдвигающего усилия от действующего нормального давления прямолинейна. При взаимодействии с водой сильно набухают (до 28%) и развивают высокое давление набухания (до 15 *кгс/см*^{2}).

6. Высокодисперсные водонасыщенные породы с пластифицированно-коагуляционными структурами, слабой степени уплотнения и литификации. Эластично-вязкие в естественном состоянии. Пластично-вязкие (бингамовские) при нарушенной структуре. При быстрой деформации структура резко разрушается и происходит разжижение породы. При напряжениях сдвига выше динамического предела текучести породы текут с постоянной бингамовской вязкостью, после снятия напряжения — тиксотропно упрочняются во времени. Сильносжимаемы. Уплотняются и упрочняются при сжатии в 15 раз, при сдвиге — в 2—7 раз. Набухают при взаимодействии с водой до 1%.

7. Высокодисперсные водонасыщенные породы с пластифицированно-коагуляционными структурными связями, средней степени уплотнения и литификации. При нарушенной структуре пластично-вязкие, переходные от бингамовских к шведовским. При деформировании структура разрушается, причем скорость разрушения структуры превышает скорость ее восстановления, главным образом в области бингамовской пластической вязкости. При нарушении структуры способны к течению в некотором интервале напряжений. Шведовская вязкость у этих пород меньше, чем у пород с коагуляционными структурами, а наименьшая вязкость предельно нарушенных структур и бингамовская вязкость выше. Среднесжимаемы, уплотняются и упрочняются при сжатии (до 2 раз) и сдвиге. Зависимость сдвигающих усилий от действующего нормального давления может быть криволинейна или прямолинейна. Набухание и давление набухания средние.

8. Высокодисперсные породы со смешанными структурами, средне-и полностью водонасыщенные, средней степени уплотнения и литификации. Упругодилатантно-вязкие в естественном состоянии. Пластично-дилатантно-вязкие при нарушении. При деформировании межагрегатные связи хрупко разрушаются в области довольно высоких напряжений. Поведение нарушенных структур в области начальных напряжений отличается пластичностью у пород, сцементированных органическим веществом, и

дилатантностью у пород, сцементированных аморфным кремнеземом и карбонатами. При напряжениях выше динамического предела текучести структура быстро разрушается и происходит разжижение породы — превращение ее в сметанообразную массу. Особенно опасно динамическое воздействие. Через сутки породы могут вновь схватываться и твердеть вследствие синеретического и другого упрочнения. В силу высокой прочности малосжимаемы. При сжатии не уплотняются и не упрочняются. Деформации обратимы. При сдвиге по стандартной методике происходит скол. При сдвиге обнаруживают дилатацию. Набухание и давление набухания для пород с ненарушенной структурой малое и среднее. При разрушении цементационных связей набухание увеличивается.

9. Высокодисперсные водонасыщенные породы со смешанными структурами, высокой степени уплотнения и литификации. Упругодилатантно-вязкие в естественном состоянии. Пластично-дилатантно-вязкие при нарушении структуры. При деформировании межагрегатные связи хрупко разрушаются. Породы малосжимаемы. Деформации обратимые. Уплотнения и упрочнения нет. При сдвиге по стандартной методике происходит скол. При сдвиге сначала разрушаются межагрегатные связи, а затем наблюдается дилатация. Набухание пород с естественной структурой среднее, при ее разрушении увеличивается.

10. Смешанные породы со смешанными структурами, средней степени уплотнения и литификации, малой и средней степени водонасыщенности. Упругодилатантно-вязкие в естественном состоянии. Дилатантно-вязкие после нарушения. При деформировании межагрегатные хрупкие связи разрушаются и происходит дилатантное упрочнение. Среднесжимаемы. При сжатии уплотняются и упрочняются. Набухание малое или среднее, в зависимости от степени выраженности цементационных связей. При увлажнении породы остаются в группе средней литификации.

11. Пылеватые породы со смешанными структурами, средней степени уплотнения и литификации и малой степени водонасыщенности. Упругодилатантно-вязкие в естественном состоянии. Дилатантно-вязкие (водонасыщенные образцы) при нарушении в зависимости от выраженности внутриагрегатных цементационных связей. Деформируются как дилатантно-вязкие системы в широком интервале напряжений, не имеют выраженных пределов текучести и прочности. Истинно упругие свойства в них не выражены. Дилатантно упрочняются при деформировании. Деформируемость в значительной степени зависит от скорости деформации, величины и степени нагрузки. Уплотняются и упрочняются при сжатии, хотя при разрушении хрупких межагрегатных связей первый эффект — разупрочнение. Величина набухания малая или средняя, в зависимости от степени выраженности цементационных связей. При увлажнении переходят в группу

пород слабой степени литификации, что и определяет их способность к просадкам при замачивании.

12. Песчаные водонасыщенные породы со стабилизационными структурами, средней степени уплотнения и слабой (весьма слабой) степени литификации. Истинно вязкие и дилатантно-вязкие при нарушенной структуре. У более влажных пород при деформировании структура постепенно разрушается, поэтому в состоянии выше предела прочности они текут как истинно вязкие жидкости. У менее влажных пород при деформировании преобладают дилатантные свойства — упрочнение и последующий хрупкий срыв с внезапным разжижением выше динамического предела текучести. Особенно опасно динамическое воздействие. В покое уплотняются и расслабляются. Не набухают.

Исследования И. М. Горьковой являются удачной основой для создания строительной классификации, опирающейся на физико-химическую механику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айлер К. Ральф. Коллоидная химия кремнезема и силикатов. М., Госстройиздат, 1959.

2. Андреев С. Е., Товеров В. В., Перов В. А. Закономерности измельчения и исчисление характеристик гранулометрического состава. М., Госметаллургиздат, 1959.

3. С. Андрей, Ч. Кулице, Р. Стенге. Исследование чувствительности при замачивании некоторых лёссов Румынии. В сб.: «Вопросы строительства на лёссовых грунтах». Воронеж, изд. Воронежского университета, 1963.

4. Андрианов П. И. Новые способы выражения влажности и гидрофильности почв. «Почвоведение», 1941, № 1.

5. Аронов А. М. О структурной прочности песчаных грунтов. В сб. № 7 «Вопросы геотехники». М., «Транспорт», 1964.

6. Ашмарин И. П., Васильев Н. Н., Амбросов В. А. Быстрые методы статистической обработки и планирование экспериментов. Л., изд. ЛГУ, 1971.

7. Блантер М. Е. Методика исследования металлов и обработка опытных данных. М., 1952.

8. Блох А. М. Структура воды и геологические процессы. М., «Недра», 1969.

9. Бойченко П. О. О методах определения консистенции связных грунтов. В сб.: «Научный бюллетень ЛГУ», № 21, Л., изд. ЛГУ, 1948.

10. Бойченко П. О. Определение пределов пластичности и консистенции глинистых грунтов методом конуса. Л., изд. ЛГУ, 1964.

11. Болотин В. В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М., Стройиздат, 1971.

12. Боровко Н. Н. Статистический анализ пространственных геологических закономерностей. Л., «Недра», 1971.

13. Булычев В. Г. Теория газонасыщенных грунтов. М., Стройвоенмориздат, 1948.

14. Бутовская В. А. Полевой метод испытания консистенции грунтов расплющиванием. В сб. трудов: «Основания и фундаменты. Вопросы механики грунтов», № 11. М., Стройвоенмориздат, 1948.

15. Васильев А. М. Исследование грунтов для инженерных целей. М.—Л., ОНТИ, 1935.

16. Васильев А. М. Основы современной методики и техники лабораторных определений физических свойств грунтов. М., Машстройиздат, 1949.

17. Васильев А. М. Конусный метод определения прочности глинистых грунтов в естественном и нарушенном сложении. В сб. № 29: «Труды НИИ оснований и фундаментов». М., Госстройиздат, 1956.

18. Вихарев В. П. Уплотнение лёссовидных грунтов укаткой. В сб. № 1: «Вопросы геотехники». М., Госстройиздат, 1953.

19. Возбуцкая А. Е. Химия почвы, 3-е изд. М., «Высшая школа», 1968.

20. Гельфандбейн Я. А. Методы кибернетической диагностики динамических систем. В сб.: «Идентификация функционирующих систем математическими моделями». Рига, «Зинатне», 1967.

21. Гольдштейн М. Н. Об определении консистенции связных грун-

тов. В сб.: «Исследование работы грунтов железнодорожных сооружений». М., Трансжелдориздат, 1940.

22. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Госстройиздат, 1952.

23. Горькова И. М. Структурные и деформационные особенности осадочных пород различной степени уплотнения и литификации. М., «Наука», 1965.

24. Горькова И. М., Рябичева К. Н. Опыт изучения структурно-механических свойств некоторых глинистых пород. В сб.: «Труды лаборатории гидрогеологических проблем им. Саваренского», т. XXII. М., изд. АН СССР, 1959.

25. Дерягин Б. В. Поверхностные силы и их влияние на свойства гетерогенных систем. В сб.: «Исследования в области поверхностных сил». М., изд. АН СССР, 1961.

26. Дерягин Б. В. Учение о свойствах тонких слоев воды в приложении к объяснению свойств глинистых пород. В сб.: «Труды совещания по инженерно-геологическим свойствам горных пород и методам их изучения». М., изд. АН СССР, 1956.

27. Дерягин Б. В., Захаваева Н. Н., Талаев М. В., Филиппповский В. В. Методы и приборы для измерения удельной поверхности (или дисперсности) пористых и дисперсных тел по скорости фильтрации разреженного воздуха. В трудах Института физико-химических исследований, вып. VI: «Новые методы физико-химических исследований». М., изд. АН СССР, 1957.

28. Долгов С. И. Исследования подвижности почвенной влаги и ее доступность для растений. М.—Л., изд. АН СССР, 1948.

29. Емельянова Е. П. К вопросу о набухании глинистых грунтов. В сб.: «Труды совещания по инженерно-геологическим свойствам горных пород и методам их изучения». М., изд. АН СССР, 1956.

30. Жинкин Г. Н. Исследование механизма агрегации в глинистых грунтах. В сб. трудов ЛИИЖТ «Строительство железных дорог». Трансжелдориздат, 1965.

31. Зарецкий Ю. К., Вялов С. С. Вопросы структурной механики глинистых грунтов. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1971, № 3.

32. Затенацкая Н. П. Роль состава глинистых пород в формировании их физико-механических свойств. В сб. тезисов к III региональному совещанию по инженерной геологии: «Формирование и изменения физико-механических свойств горных пород под влиянием естественных и искусственных факторов». Л., 1966.

33. Злочевская Р. И. Связанная вода в глинистых грунтах. М., изд. МГУ, 1969.

34. Копелиович А. В. О структурном давлении водных растворов электролитов. «Журнал структурной химии», т. 2, 1961, № 3.

35. Круглицкий Н. Н. Физико-химические основы регулирования свойств дисперсий глинистых минералов. Киев, «Наукова думка», 1968.

36. Крутов В. И., Сорочан Е. А. Ускоренный способ определения влажности, удельного веса и плотности грунтов. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1968, № 3.

37. Крюков П. А. Физико-химические методы исследования почв. М., «Наука», 1968, стр. 351.

38. Куковский Е. Г. Особенности строения и физико-химических свойств глинистых минералов. Киев, «Наукова думка», 1966.

39. Кульчицкий Л. И. Определение содержания высокодисперсных фракций в глинистых породах по соотношению величин емкости обмена породы и фракции. В сб. трудов ВСЕГИНГЕО № 23: «Вопросы инженерной геологии». М., «Недра» 1970.

40. Кульчицкий Л. И. Точность расчета времени взятия проб в гранулометрическом пипеточном анализе глинистых грунтов. В сб.: трудов ВСЕГИНГЕО № 23: «Вопросы инженерной геологии». М., «Недра», 1970.

41. Лазарян В. А. Напряжения и деформации. Днепропетровск, изд. ДИИТ, 1968.
42. Ларионов А. К. Инженерно-геологическое изучение рыхлых осадочных пород. М., «Недра», 1966.
43. Ларионов А. К. Микроструктура глинистых грунтов и ее роль в формировании их свойств. В сб.: «Тезисы докладов межведомственного совещания по инженерной геологии». М., изд. МГУ, 1968.
44. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М. Физматгиз, 1962.
45. Ломтадзе В. Д. Методы лабораторных исследований физико-механических свойств горных пород. Л., «Недра», 1972.
46. Лыков А. В. Тепло- и массообмен в процессах сушки. М.—Л., Госэнергоиздат, 1956.
47. Маслов Н. Н. Основы механики грунтов и инженерной геологии. М., «Высшая школа», 1968.
48. Маттсон С. Почвенные коллоиды. М., Сельхозгиз, 1934.
49. Мельников П. Ф. Современное состояние и значение гранулометрического анализа грунтов. В кн.: «Вопросы инженерной геологии и грунтоведения». М., изд. МГУ, 1963.
50. Мизюмский В. А. Критерий для оценки степени устойчивости глинистых пород. «Транспортное строительство», 1962, № 4.
51. Налимов В. В. Теория эксперимента. М., «Наука», 1971.
52. Нерпин С. В., Чудновский А. Ф. Физика почвы. М., «Наука», 1967.
53. Овчаренко Ф. Д. Гидрофильность глин и глинистых минералов. Киев, изд. АН УССР, 1961.
54. Певзнер М. Е. Вопросы статистической оценки и обработки инженерно-геологических характеристик горных пород. М., изд. ОНТИ Госгорхимпроекта, 1968.
55. Приклонский В. А. Грунтоведение, ч. I и II. М., Госгеолиздат, 1949.
56. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М., «Наука», 1969.
57. Радина В. В. Об относительной плотности песков. В сб. № 3: «Труды Гипропроекта». М., Госэнергоиздат, 1960.
58. Разоренов В. Ф. Определение строительных свойств грунтов. Киев, «Будівельник», 1966.
59. Разоренов В. Ф. Пенетрационные испытания грунтов. М., Стройиздат, 1968.
60. Райтбурд Ц. М. О применении рентгеноструктурного метода для изучения текстурообразования в глинах при деформациях (на примере каолиновой глины). В сб.: «Труды совещания по инженерно-геологическим свойствам горных пород и методам их изучения». М., изд. АН СССР, 1956.
61. Рафалес-Ламарка Э. Э., Николаев В. Г. Некоторые методы планирования и математического анализа биологических экспериментов. Киев, «Наукова думка», 1971.
62. Ребиндер П. А., Семененко М. А. О методе погружения конуса для характеристики структурно-механических свойств пластично-вязких тел ДАН СССР, т. 14, № 14, М., изд. АН СССР, 1949.
63. Ребиндер П. А. Структурно-механические свойства глинистых пород и современные представления физико-химии коллоидов. В сб.: «Труды совещания по инженерно-геологическим свойствам горных пород и методам их изучения». М., изд. АН СССР, 1956.
64. Рогаткина Ж. Е. Некоторые закономерности набухания хвалынских глин. В сб.: «Труды МИИТа», вып. 240. М., «Транспорт», 1966.
65. Роде А. А. Почвенная влага. М., изд. АН СССР, 1952.
66. Родионов Д. А. Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков. М., «Недра», 1968.
67. Руппенейт К. В., Долгих М. А., Матвеенко В. В. Ве-

роятностные методы оценки прочности и деформируемости горных пород. М., Стройиздат, 1964.

68. Самойлов О. Я. Структура водных резервов электролитов и гидратация ионов. М., изд. АН СССР, 1957.

69. Сафохина И. А., Затенацкая Н. П. Влияние процессов выщелачивания на формирование свойств глинистых пород (на примере нижне-четвертичных бакинских отложений). В сб. тезисов к III региональному совещанию по инженерной геологии: «Формирование и изменения физико-механических свойств горных пород под влиянием естественных и искусственных факторов». Л., 1966.

70. Сергеев Е. М. Грунтоведение. М., изд. МГУ, 1972.

71. Синельщиков С. И. О предельных плотностях песчаных грунтов. В сб.: «Отчетное совещание по научно-исследовательским работам 1954 г.». М., изд. НИИОСП, 1956.

72. Сорочан Е. А. Свойства набухающих грунтов и методы строительства на них. В сб. материалов к совещанию: «Строительство на набухающих грунтах». М., изд. Госстроя СССР, 1968.

73. Талаев М. В., Дерягин Б. В., Захаваева Н. Н. Экспериментальное исследование фильтрации разреженного воздуха через пористые тела в переходной области давлений. В сб.: «Исследования в области поверхностных сил». М., изд. АН СССР, 1961.

74. Тер-Степанов Г. И. О проникании вод в глину. В сб.: «Труды Ленинградского института сооружений», т. I, Л., Стройиздат, 1934.

75. Туровская А. Я. Об инженерно-геологических свойствах первичных каолинов. В сб.: «Труды совещания по инженерно-геологическим свойствам горных пород», т. I, М., изд. АН СССР, 1956.

76. Чепик В. Ф., Воскресенский А. Н., Чулкова Н. С. Определение давления набухания в глинистых грунтах с помощью жесткого динамометра. В сб.: «Инженерные изыскания для строительства», М., изд. ПНИИС, серия 5, № 1, 1967.

77. Черкасов И. И. Механические свойства грунтовых оснований. М., Автотрансиздат, 1958.

78. Чизмаджев и др. Макрокинетика в пористых средах. М., «Наука», 1971, стр. 471.

79. Чухров Ф. В. Коллоиды в земной коре. М., изд. АН СССР, 1955.

80. Щербаков Л. М. Об одной традиционной ошибке в теории капиллярности. Коллоидный журнал, т. XX, вып. 4. М., изд. АН СССР, 1958.

81. Юрик Я. В. Счетная линейка для определения расчетных показателей физических свойств грунтов. «Основания, фундаменты и механика грунтов», 1969, № 6.

82. Andrei S. Drenorea apei paminturile cu granulatie fina. Inst. Constr. din Bucuresti, 1963.

83. Baver L. D. Winterkorn H. Sorption of liquids by soil colloids «Soil Sci», v. 40, № 5, 1935.

84. Biczok E. Untersuchungen der Luftdurchlassigkeit von Kornhanfen. Proc. 3. Budapest. Conf. on Soil Mech., Budapest, 1968.

85. Burmister D. A. New Method for Determining the Relative Consistency of Soils. Proc. I Int. Conf. Soil Mech., Cambridge, vol. 1, pp. 43—47, 1936.

86. Casagrande A. Classification and Identification of Soils. Trans. A. S. C. E., vol. 113, pp. 901—991, 1948.

87. Croney D. and Coleman J. D. Pore Pressure and Suction in Soil. «Pore Pressure and Suction in Soils». London, 1961.

88. Deresiewich H. Mechanics of Granular Medium. Advances in Applied Mechanics, vol. V, N.-Y., 1968.

89. Dos Santos M. P. P. A new Soil Constant and its Applications Proc. III Inter. Conf. on Soil Mech., Zurich, vol 1, 1/11, pp. 47—50, 1953.

90. Grim R. Physico-Chemical Properties of Soils. Clay Mineral. ASCE, Journ. Soil Mech. and Found. Div., SM 2, April 1959.

91. Habib P, et Soeiro F. Migrations d'eau dans les Sols provoquées par

une difference de Temperature. Proc. IV Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng., 1957, vol. 1. pp. 40—43, 1957.

92. Havlicek J., Kazda J. Soil Properties in Relation to Hydration of Exchangeable Ions. Proc. V Intern. Conf. Soil Mech. Found Eng., vol. 1, 1/24, 1961.

93. Hendriks S. B., Jefferson M. E. Structure of Kaolin and Talc Pyrophyllite Hydrates and Their Bearing on Water Sarption of Clays. Am. Mineralogist, 23, 863—875, 1938.

94. Kezdi A. Handbuch der Bodenmechanik. VEB-Verlag. Berlin, 1969.

95. Lambe T. W. Capillary phenomena in Cohesionless soils. Proc. A. S. C. E., February, vol. 76, 1950.

96. Lambe T. W. The Structure of Compacted Clay. J. S. M. F., v. 84, SM 2, May, 1958.

97. Lambe T. W. The Structure of Inorganic Clay. Trans. Am. Soc. Civil Eng., № 315, 1953.

98. Murayama S. and Hata S. On the Effect of Remoulding Clay. Proceed. IV Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. 1, pp. 80—82, 1957.

99. Ohde J. Neue Erdstoff-Kennwerte, Bautechnik, November, H. 11, 345—351, 1950.

100. Pusch R. Microstructural changes in Soft quick clay at failure. Canadian Geotechn. Journal, № 1, 1970.

101. Quigley R. M. and Tompson C. D. The fabric of anisotropically consolidated Sensitive marine clay. Canad. Geotechn. Journal, vol. 111, № 2, May, pp. 61—73, 1966.

102. Reséndiz D. Considerations of the Solid—Liquid Interaction in Clay—Water System. Proc. VI Int. Cong. Soil Mech., P. 1/22, vol. 1, 1965.

103. Réthäti L. Capillary Properties of Soils. Acta Technica ASH, v. XXIX, № 1—2, Budapest, 1960.

104. Rosenquist J. Th. Physico-Chemical Properties of Soils, Soil-Water Systems, Proc. ASCE, SM 2, April 1959.

105. Rosenquist J. T. The Influence of Physico-Chemical Factors upon the Mechanical Properties of Clays. Clay and Clay Minerals, vol. 9, Oxford, pp. 12—27, 1962.

106. Scott R. F. Principles of Soil Mechanics. Addison Publ. Comp., Mass., 1962.

107. Seed B., Woodward R., Lundgren R. Clay mineralogical aspects of the Atterberg limits. Journ. of Soil Mech. Div., vol. 90, № SM, 1964.

108. Seed B., Woodward K., Lundgren R. Prediction of Swelling Potential for Compacted Clays. «Proc. ASCE», 1962, SM 3.

109. Sides and Barden. The Microstructure of Disperced and Flocculated Samples of Kaolinite, Illite and Montmorillonite Canadian Geotechnical Journal, № 3, 1971.

110. Skempton A. W., Northey R. D. The Sencitivity of Clays. Geotechnique, vol. 111, № 1, pp. 30—51, 1952.

111. Skempton A. W. The Colloidal «Activity» of Clays. Proc. III Intern. Conf. Soil. Mech., Zürich, vol. 1, 1/14, pp. 57—61, 1953.

112. Sridharan A. and Venkatappa Rac. Effective Stress Theory of Shrinkage Phenomena. Canadian Geotechnical Journal. № 4, 1971.

113. Terzaghi K. Soil Mechanics in action. Civil Engineering, № 2, 1959.

114. Turnbull J. A new classification of soils based on the particle size distribution curve. Proceed. II Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Ritterdam, vol vol. V, 1948.

115. Yong R., Warkentin B. Introduction to Soil Behavior Mac-Millan, N.-Y., 1966.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Предисловие 3

Глава 1. **Грунт как система** 6

1.1. Основные виды систем 6
1.2. Модели и пространство состояний. Идентификация 10
1.3. О показателях свойств грунтов 19
1.4. О неоднородности грунтов 22

Глава 2. **О проектировании экспериментов** 28

2.1. Основные представления 28
2.2. Результаты испытаний 32

Глава 3. **Однофакторные и многофакторные эксперименты** 61
3.1. Однофакторный эксперимент 61
3.2. Многофакторный эксперимент 90

Глава 4. **Физические свойства фаз и компонентов нескальных грунтов** 99

4.1. Фазовый состав грунтов 99
4.2. Гранулометрический состав грунтов 117
4.3. Минеральный состав скелета 145
4.4. Поровый раствор, пар и газ в порах грунта 167

Глава 5. **Взаимодействие частиц скелета с компонентами поровой среды** 182

5.1. Некоторые основные понятия теории поля 182
5.2. Электростатическое поле частицы 190
5.3. Диффузия и осмос 208
5.4. Гидратация и смачивание 220
5.5. Капиллярные явления в грунте 229
5.6. Связанная вода в грунтах 243

Глава 6. **Структура песчаных и глинистых грунтов** 262

6.1. Основные понятия 262
6.2. Сложение и взаимодействие частиц песчаных грунтов 264
6.3. Сложение глинистых грунтов 279
6.4. Связность глинистых грунтов 288
6.5. Нарушение структуры 294
6.6. Об искусственном преобразовании структуры 299

Глава 7. **Консистенция связных грунтов** 302

7.1. Консистенция и граница консистенции 302
7.2. Определение границ консистенции и числа пластичности . . . 305
7.3. Гидрофильность и активность глин 314
7.4. Определение границ консистенции методом пенетрации . . . 320

Глава 8. **Усадка и набухание грунтов** 323

8.1. Основные понятия 323

Стр.
8.2. Усадка грунтов 325
8.3. Всасывание воды в грунт 330
8.4. Набухание грунта 335
Глава 9. **Классификация грунтов по компонентно-агрегатным свойствам** 347
9.1. Значение классификации 347
9.2. Гранулометрическая классификация 352
9.3. Классификация по характерным влажностям 354
9.4. Основы механико-физико-химической классификации грунтов по Горьковой 363
Литература 369

Михаил Наумович Гольдштейн

Механические свойства грунтов

* * *

Редактор Хаустова Н. А.
Технический редактор Бочкова Н. Г.
Корректоры Рожкова Л. С.,
Серова В. С.

Сдано в набор 26/II—1973 г. Подписано к печати 4/V—1973 г. Т-06855. Бумага типографская № 2. Формат 60×90¹/₁₆ д. л. — 11,75 бум. л. 23,5 печ. л. (уч.-изд. 24,6 л.) Тираж 9000 экз. Изд. № AVIII-3506 Зак. № 159. Цена 1 р. 71 к.

Стройиздат
Москва, К-31, Кузнецкий мост, 9

Владимирская типография
Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли
Гор. Владимир, ул. Победы, д. 18б.

962